

16. До горизонтальної стелі прикріплено нерухомий блок, який виготовлено у вигляді однорідного циліндра, його маса m , радіус R . Через блок перекинута ідеальна мотузка (мотузка не ковзає по поверхні блоку), до якої прикріплено два тягарці масами m_1 та m_2 , відповідно. В певний момент часу тягарцям надають можливість рухатися. Знайти відношення сил натягу мотузки у місцях кріплення до першого та другого тягарця.

17. Механічна система складається з двох дисків, що обертаються в горизонтальних площинах паралельно один одному навколо спільної вертикальної осі, яка проходить крізь центри мас дисків, перпендикулярно їхнім площинам. Відомо: моменти інерції дисків та кутові швидкості, з якими вони обертаються, відповідно – I_1, I_2 та ω_1, ω_2 . Аж ось верхній диск падає на нижній, а через певний час вони починають обертатися навколо спільної осі із спільною кутовою швидкістю. Знайти: величину спільної кутової швидкості та роботу сил тертя.

18. Стовп висотою h , масою m починає падати з вертикального положення на горизонтальну поверхню в такий спосіб, що точка, якою він спирається на цю поверхню, лишається нерухомою. Знайти: величину моменту імпульсу стовпа відносно точки, на яку він спирається, та швидкість верхнього кінця стовпа в момент удару об поверхню.

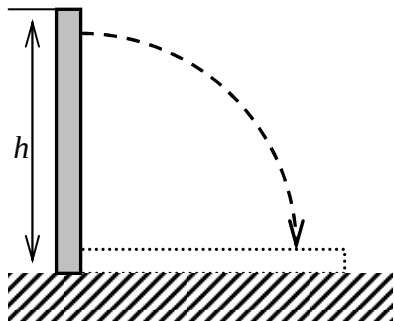


Рис. 18.13 до задачі 18

§ 2. Молекулярна фізика

Молекулярна фізика – це наука, що вивчає фізичні властивості тіл, які перебувають у різних агрегатних станах, зміну їхніх характеристик в залежності від їхньої молекулярної будови та сил взаємодії між частинками, які утворюють ці тіла, від характеру теплового руху цих частинок та перетворення енергії, що в цих тілах відбувається.

Фізичні об'єкти, які вивчає молекулярна фізика, називаються термодинамічними системами. В якості таких систем будемо розглядати сукупність макроскопічних об'єктів (фізичних тіл та фізичних полів), які обмінюються між собою та/або із зовнішнім оточенням енергією (у формі роботи та/або тепла). Оскільки термодинамічні системи складаються з величезної кількості мікроскопічних об'єктів, то для них навіть записати рівняння механічного руху є непосильною задачею, а що говорити вже про знаходження розв'язків такої кількості рівнянь. Тому для дослідження змін стану термодинамічних систем використовують або методи статистики, які узагальнюють стан великої кількості об'єктів та дозволяють визначити середньостатистичні характеристики термодинамічних систем, або користуються термодинамічними законами, які встановлено експериментально внаслідок проведення великої кількості дослідів та узагальнення здобутих результатів. При вивченні молекулярної фізики використовують в основному два методи пізнання: статистичний та термодинамічний.

Статистичний метод вивчає властивості термодинамічних систем на основі аналізу закономірностей теплового руху величезної кількості мікрочастинок методами теорії імовірності та математичної статистики. А *термодинамічний метод* вивчає властивості термодинамічних систем шляхом аналізу кількісних співвідношень параметрів термодинамічних систем при перетворенні енергії. Цей метод не цікавиться конкретною внутрішньою будовою термодинамічних систем. Він має справу з макроскопічними характеристиками термодинамічних систем, спираючись на експериментально встановлені закони.

Замкнутими або *ізольованими* називають термодинамічні системи, які не взаємодіють із зовнішніми тілами та/або із

навколишнім середовищем. Термодинамічна система може бути замкнутою частково, наприклад, тільки у тепловому (або в механічному) відношенні; тобто вона може тільки не обмінюватися теплом з зовнішніми тілами (або тільки не виконувати роботу над зовнішніми тілами).

Термодинамічна система є фізично *однорідною*, якщо її склад та фізичні властивості є однаковими для усіх макроскопічних частин цієї системи. Наприклад, це газ, що перебуває поза межами дії силового поля.

Гомогенною називають термодинамічну систему, всередині якої немає поверхонь поділу, що відокремлюють різні макроскопічні частини системи, які відрізняються одна від одної за своїм складом та фізичними властивостями.

Гетерогенною називають термодинамічну систему, всередині якої є поверхні поділу, що відокремлюють одну від одної різні макроскопічні частини термодинамічної системи, які розрізняються за своїми властивостями та/або складом.

Приклади:

- 1) гомогенні системи: суміш газів; рідкі та тверді розчини;
- 2) гетерогенні системи: крига, що тане; волога пара; сплави металів; гірські породи.

§ 2.1. Молекулярно-кінетична теорія ідеального газу

Стан термодинамічної системи називають рівноважним, якщо його можна описати в будь-який момент часу за допомогою скінченної кількості термодинамічних параметрів. Основними термодинамічними параметрами стану термодинамічної системи є: P – тиск, T – абсолютна температура, V_μ – молярний об'єм. Термодинамічні параметри умовно поділяються на внутрішні (густина, температура, енергія) та зовнішні (об'єм, зовнішнє силове поле).

Даний курс молекулярної фізики не є стандартним в тому сенсі, що він викладається не для студентів фізичних факультетів, а для майбутніх спеціалістів з інформаційних технологій. Тому в ньому вивчаються тільки основні моделі термодинамічних систем

та процесів, які з цими системами відбуваються, а саме: стаціонарні рівноважні стани термодинамічної системи та квазірівноважні процеси, а також стаціонарні явища перенесення. Стаціонарний стан термодинамічної системи описується скінченною кількістю параметрів. У такому стані термодинамічної системи всі параметри системи не змінюються в часі, при цьому незмінність у часі рівноважного стаціонарного стану не обумовлена протіканням жодного зовнішнього процесу. Квазірівноважні процеси – це ідеалізовані процеси, що складаються із станів рівноваги, які безупинно реалізуються послідовно один за одним. Це нескінченно повільний процес, що описується такою ж кількістю параметрів, як і стаціонарний рівноважний стан. Прикладами майже рівноважних процесів є поширення звуку малої амплітуди та, навіть, зміна стану газів у циліндрах теплових двигунів і таке інше.

Звичайно, в природі та різних технологічних пристроях реалізуються також і нерівноважні процеси. До числа нерівноважних процесів належать, наприклад: турбулентний рух, перемішування газів і таке інше. Описання цих процесів потребує знань складних математичних методів, які на першому курсі не вивчаються, тому, за рідким виключенням, залишимо їх поза увагою.

При теоретичному вивченні термодинамічних процесів замість конкретних газів або інших термодинамічних об'єктів використовуються певні моделі, а саме: - ідеальний газ (в цій моделі силами взаємодії між частинками газу та їхніми реальними розмірами нехтують, але враховують зіткнення між частинками, що забезпечує хаотичність руху); - реальний газ (в цій моделі враховано сили взаємодії між частинками газу та скінченність їхніх розмірів).

2.1.1. Тиск ідеального газу

В молекулярній фізиці тиск визначається як нормальна складова сили, що діє з боку частинок ідеального газу на одиницю площі внутрішньої поверхні об'єму, в якому міститься цей газ:

$$P = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta S}. \quad (2.1.1)$$

В якості одиниць вимірювання тиску в молекулярній фізиці використовують різні величини, наприклад: $[P] = 1 \text{ Н} / \text{м}^2 = 10 \text{ дін} / \text{см}^2 = 1 \text{ Па}$. В експериментальній фізиці, в залежності від технічного оснащення, використовують наступні величини: бар, $1 \text{ бар} = 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$; висоту ртутного стовпчика, $1 \text{ мм рт. ст.} = 133,322 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$; висоту водяного стовпчика, $1 \text{ мм вод. ст.} = 9,8 \dots \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$; технічну атмосферу, $1 \text{ ат} = 1 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} = 9,80665 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$; фізичну атмосферу, $1 \text{ атм.} = 1,01325 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 760 \text{ мм рт. ст.}$ Для вимірювання тиску використовують такі прилади, як барометр та манометр.

2.1.2. Абсолютна температура ідеального газу

Абсолютна температура характеризує ступінь нагрітості термодинамічної системи. В стані термодинамічної рівноваги всі тіла, що утворюють термодинамічні системи, мають однакову температуру. Абсолютна температура – це міра середньої кінетичної енергії поступального руху частинок ідеального газу $T = 2\langle E_{\text{ном}} \rangle / 3k$. Вона вимірюється в одиницях градуса Кельвіна, за нормальних умов її величина дорівнює $273,15 \text{ }^\circ\text{K}$ (за визначенням).

2003 року вчені Массачусетського технологічного університету досягли рекордно низької температури у 450 пК . Та обставина, що температура ідеального газу покладається рівною нулю при $E_{\text{ном}} = 0$, означає, що ми працюємо в межах класичної фізики. Дослідження в галузі квантової механіки свідчать, що при $T = 0 \text{ }^\circ\text{K}$ існують нульові коливання (наприклад, рух електронів у атомах).

Наведемо таблицю, за допомогою якої можна перераховувати величину температури у трьох різних системах

	Цельсій	Фаренгейт	Кельвін
замерзання води за нормального тиску	$0 \text{ }^\circ\text{C}$	$32 \text{ }^\circ\text{F}$	$273,15 \text{ }^\circ\text{K}$
Кипіння води за нормального тиску	$100 \text{ }^\circ\text{C}$	$212 \text{ }^\circ\text{F}$	$373,15 \text{ }^\circ\text{K}$

відліку, які є найбільш уживаними у різних країнах та різних галузях людської діяльності.

Прилади, за допомогою яких вимірюються температури різних термодинамічних систем, різняться за конструкціями, діапазоном величини вимірюваної температури та вибором фізичного явища, яке використовується відповідним приладом. Для вимірювання температур поміркованої величини, як правило, використовують термометри: газовий (в ньому використовують явище зміни тиску газу при зміні його температури) та рідинний (в якому використовують явище зміни об'єму рідини при зміні її температури). Для вимірювання низьких температур, за яких рідини за нормального тиску замерзають, та для вимірювання температур до діапазону плавлення металів використовують електричні термометри (в них температуру визначають за електроопором провідників або напівпровідників) та термопари. А для вимірювання дуже високих температур використовують пірометри, які визначають температуру за інтенсивністю інфрачервоного випромінювання.

2.1.3. Молярний об'єм ідеального газу

Молярним об'ємом термодинамічної системи називають частку об'єму, який займає дана термодинамічна система, до кількості її речовини $V_\mu = V / \nu$. Як визначати об'єм відомо з курсу механіки, а ось кількість речовини – це новий параметр, який вводиться в курсі молекулярної фізики. Кількістю речовини термодинамічної системи називають частку $\nu = m / \mu$, де m – це маса речовини, μ – це молярна маса речовини. Для всіх відомих хімічних елементів величина молярної маси обчислена (з урахуванням ізотопів та кількості, в якій вони зустрічаються за природних умов) та наведена в періодичній системі хімічних

елементів у таких одиницях: *грам/моль*. Отже, 1 *моль* – це кількість речовини, яка складається з такої ж кількості частинок (молекул або атомів, в залежності від структури речовини), скільки атомів міститься в 12 грамах вуглецю C^{12} . Кількість частинок в 1 *молі* речовини називають числом **Авогадро**, його величина $N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$. Звідси можна кількість речовини визначити шляхом ділення загальної кількості частинок на константу Авогадро: $\nu = N / N_A$. Таким чином, молярним об'ємом називають частку $V_\mu = \mu / \rho$, де ρ – об'ємна густина речовини.

2.1.4. Умови термодинамічної рівноваги

Умови термодинамічної рівноваги термодинамічної системи визначаються характером ізоляції системи (це може бути повна або часткова ізоляція). Зміст умов рівноваги можна визначити в наступний спосіб:

- умова теплової рівноваги означає, що температура в усіх частинах термодинамічної системи має бути однаковою: $\text{grad } T = 0$;
- умова механічної рівноваги означає, що тиск в усіх частинах термодинамічної системи має бути однаковим: $\text{grad } P = 0$;
- умова хімічної рівноваги означає, що у рівноважній гетерогенній системі питомі хімічні потенціали Φ будь-якого компонента та його концентрація мають бути однаковими для всіх фаз, де цей компонент перебуває: $\text{grad } \Phi = 0$.

Експерименти вказують, що в стані рівноваги для термодинамічних систем існує рівняння стану $f(P, V, T) = 0$, яке пов'язує параметри системи. При цьому воно має різний вигляд для моделей ідеального і для реального газів, а також для будь-яких фізично однорідних та ізотропних тіл.

2.1.5. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу

Наведемо спочатку основні положення молекулярно-кінетичної теорії термодинамічних систем:

- будь-яка термодинамічна система складається з дуже великої кількості частинок. Як правило, їх число є просто колосальним, наприклад, в 1 см^3 різних твердих тіл міститься, приблизно, $10^{20} \div 10^{23}$ частинок, в 1 см^3 повітря за нормальних умов міститься порядку 10^{19} частинок. Цікаво, що коли навіть створити в камері такого об'єму умови високого вакууму (це означатиме, що відстань між двома послідовними зіткненнями частинки повітря з іншою частинкою буде значно більшою за відстань між стінками цієї камери), то і за цих умов в об'ємі лишиться близько 10^{10} частинок;
- розміри частинок термодинамічних систем є дуже малими, наприклад, діаметр молекули води становить приблизно $3 \times 10^{-10} \text{ м}$;
- маси частинок термодинамічних систем є дуже малими, наприклад, маса молекули води $3 \times 10^{-26} \text{ кг}$. Щоб не мати справу при розрахунках з такими малими величинами, в хімії та термодинаміці оперують з кількістю речовини певних хімічних елементів;
- усі частинки термодинамічних систем перебувають у безупинному хаотичному русі, інтенсивність якого визначається абсолютною температурою системи;
- в залежності від того, на якій середній відстані перебувають частинки термодинамічних систем у процесі цього хаотичного теплового руху, ці системи перебувають у різних агрегатних станах. Справді, для твердих тіл та рідин ця відстань є доволі малою (порядку 1 нм), а для газів ця відстань є значно більшою (наприклад, для повітря за нормальних умов це близько 60 нм). Тому потенціальна енергія взаємодії частинок в цих двох випадках істотно різниться між собою. Для частинок газу, температура якого є вищою за температуру фазового переходу до стану рідини, потенціальна енергія взаємодії частинок між собою є значно меншою за їхню кінетичну енергію. Якщо за умов задачі величина потенціальної енергії є нехтовно малою порівняно з кінетичною енергією частинок газу, то такий газ називається ідеальним;

- тиск ідеального газу на стінки камери, в якій він перебуває, визначається концентрацією частинок газу та їхньою кінетичною енергією хаотичного теплового руху.

Давайте тепер здобудемо основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу. Воно встановлює зв'язок між тиском у газі та середньою кінетичною енергією поступального руху молекул газу, спираючись на просту модель газу. Будемо вважати, що молекули ідеального газу є малими кульками, їхня кількість є величезною: $N \gg 1$. Термодинамічна система перебуває у стані термодинамічної рівноваги, при цьому $T_{\text{газ}} = T_{\text{стінка}}$. Молекули газу взаємодіють із стінкою за законами пружного відбиття, тому при відбитті від стінки камери вони, в середньому, не втрачають та не набувають кінетичної енергії.

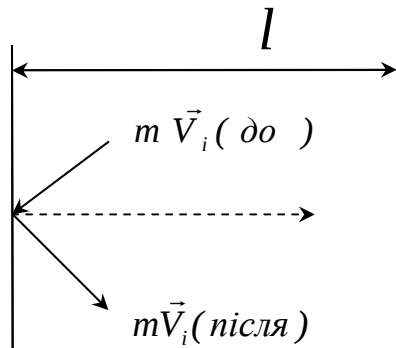


Рис. 2.1.1. Пружне відбиття частинок газу від стінки камери, в якій міститься газ

Для обчислення тиску, що створює ідеальний газ на стінки камери, як функції інших параметрів термодинамічної системи слід скористатися визначенням тиску (2.1.1). Оскільки тиск на різні частини стінки у стані рівноваги є однаковим, то

похідну у (2.1.1) можна замінити часткою: $P = F / S$. Скористаємося тепер другим законом Ньютона у диференціальній формі, що дозволяє інтерпретувати силу, з якою газ діє на стінку камери, як імпульс, що його передають частинки газу цій стінці за одиницю часу. Тоді для тиску дістаємо наступний вираз:

$$P = \frac{d(mV_{\perp})}{Sdt}, \quad (2.1.2)$$

де $d(mV_{\perp})$ – це сумарний імпульс частинок газу, що вони його передають стінці камери за час dt у перпендикулярному напрямку. Оскільки $N \gg 1$, то можна вважати, що молекули газу безупинно одна за одною стикаються зі стінкою, передаючи їй свій імпульс. Сумарний імпульс, що його за час dt передає стінці весь газ, складається з імпульсів, які передають стінці окремі молекули. Тоді для N частинок маємо:

$$\frac{d(mV_{\perp})}{dt} = \sum_{i=1}^N \Delta(m_i V_{\perp i}) v_i, \quad (2.1.3)$$

де v_i – це частота зіткнень i -ї частинки газу зі стінкою. Частота зіткнень визначає, скільки разів i -та частинка за одиницю часу стикається зі стінкою камери. Зіткнення частинок між собою не слід брати до уваги, бо вони не впливають на передачу імпульсу від частинок газу до стінки камери. Направимо вісь $\vec{z}$ нормально до стінки камери. Нехай відстань між протилежними стінками камери дорівнює ℓ . Тоді час τ_i , протягом якого i -та частинка долає шлях від стінки до протилежної та назад, можна визначити за допомогою z -ої складової швидкості V_{zi} : $\tau_i = 2\ell / V_{zi}$. Тобто, за одиницю часу i -та частинка зіткнеться зі стінкою $\nu_i = V_{zi} / (2\ell)$ разів. Зміну імпульсу частинок за умов пружного зіткнення зі стінкою направлено перпендикулярно до її поверхні, бо дотична складова імпульсу в цьому випадку не змінюється, а нормальна – тільки змінює знак на протилежний: $\Delta(m_i V_{\perp i}) = 2m_i V_{zi}$. Значить,

$$P = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N 2m_i V_{zi} \frac{V_{zi}}{2\ell} = \frac{N}{S\ell} \sum_{i=1}^N \frac{m_i V_{zi}^2}{N} = n \sum_{i=1}^N 2 \frac{m_i V_{zi}^2}{2N} = 2n \left\langle \frac{mV_z^2}{2} \right\rangle, \quad (2.1.4)$$

де $n = N / S\ell$ – це концентрація частинок ідеального газу. Оскільки напрямок осі $\vec{z}$ нічим не виділено, то середні значення квадратів проєкцій швидкостей є однаковими:

$\langle V_x^2 \rangle = \langle V_y^2 \rangle = \langle V_z^2 \rangle$, а отже середнє значення модуля швидкості:
 $\langle V^2 \rangle = \langle V_x^2 \rangle + \langle V_y^2 \rangle + \langle V_z^2 \rangle = 3 \langle V_z^2 \rangle$. Таким чином, з (2.1.4) можна здобути:

$$P = 2n \sum_{i=1}^N \frac{m_i V_i^2}{6N} = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{m V^2}{2} \right\rangle = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{пост}} \rangle, \quad (2.1.5)$$

де $\langle E_{\text{пост}} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{m_j V_j^2}{2}$ – це середня кінетична енергія поступального руху частинок газу.

Здобуте рівняння стану (2.1.5) є основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу. Зміст його полягає в тому, що тиск ідеального газу визначається концентрацією його частинок та середньою кінетичною енергією їхнього поступального руху. Тому тиск, за своїм фізичним змістом, є також мірою густини енергії ідеального газу: $P \propto n \langle E_{\text{кін}} \rangle$.

2.1.6. Теорема про рівномірний розподіл кінетичної енергії за ступенями вільності

Кількість ступенів вільності – це кількість незалежних узагальнених координат, якими однозначно визначається стан термодинамічної системи, тобто положення всіх частинок системи; або кількість незалежних рівнянь, які описують рух усіх частинок системи. У стані термодинамічної рівноваги на кожний ступінь вільності однієї частинки ідеального газу припадає в середньому $kT/2$ кількість кінетичної енергії. В окремих випадках цю теорему було доведено Максвеллом та Больцманом:

$$\langle E_{\text{повна}} \rangle = \frac{kT}{2} i_{\text{заг}}; \quad i_{\text{заг}} = i_{\text{пост}} + i_{\text{оберт}} + 2i_{\text{колив}}. \quad (2.1.6)$$

Тут кількість ступенів вільності поступального руху $i_{\text{пост}} = 3$ (ця величина визначається розмірністю координатного простору). З обертальним рухом ситуація є складнішою. Можливі два варіанти: перший – $i_{\text{оберт}} = 3$, якщо структура молекули газу є складною (по суті це три незалежні кути обертання); другий – $i_{\text{оберт}} = 2$, якщо молекула складається з двох атомів або коли є певна лінійна симетрія у будові молекули газу (це означає, що незалежних осей обертання стає менше через просторову симетрію частинок газу, в термінах моменту інерції молекули це означає, що момент інерції відносно певної осі набагато менший за моменти інерції відносно інших осей). Коли розраховують кількість коливальних ступенів вільності, молекулу газу уявляють як сукупність кульок, які поєднані між собою пружинками. Атомам різних сортів відповідають кульки різної маси. Жорсткість пружинок визначається взаємодією між парами атомів. У загальному випадку кількість коливальних ступенів вільності дорівнює кількості власних частот такої моделі молекули. Якщо молекула складається з різних атомів, то для розрахунку повної кількості коливальних ступенів вільності маємо два варіанти значень: $i_{\text{колив}} = 3N - 6$ для молекул, що складаються з великої кількості атомів $N \geq 3$, а у випадку лінійних молекул $i_{\text{колив}} = 3N - 5$.

2.1.7. Рівняння стану ідеального газу

Рівняння стану ідеального газу було встановлено експериментально, а його справедливість підтверджено не одним поколінням дослідників. Але ми покажемо аналітично, що для ідеального газу дійсно має місце рівняння Клапейрона:

$$PV = \nu RT, \quad (2.1.7)$$

де $R = 8,31 \text{ Дж/(К моль)}$ – це універсальна газова стала. Якщо згадати, що $\nu = N / N_A = m / \mu$ – це кількість речовини термодинамічної системи, а універсальна газова стала пов'язана з константою Больцмана k в наступний спосіб: $R = kN_A$, де

$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$, тоді рівняння Клапейрона можна переписати в інший спосіб:

$$P = nkT. \quad (2.1.8)$$

Таким чином, рівняння (2.1.7) та (2.1.8) є двома рівнозначними формами запису рівняння стану ідеального газу. Справді, вони показують, що для фіксованої кількості речовини ідеального газу (див. рівняння (2.1.7)) або для фіксованої кількості частинок ідеального газу (див. рівняння (2.1.8)) його основні параметри пов'язані між собою так, що в будь-яких квазістаціонарних процесах частка $PV/T = \text{const}$ залишається незмінною.

Покажемо, як рівняння стану ідеального газу можна вивести з основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії за допомогою положень теореми про рівний розподіл енергії за ступенями вільності. Якщо досліджувана термодинамічна система являє собою ідеальний газ, то для його молекул кількість поступальних ступенів вільності $i_{\text{пост}} = 3$. Тоді, підставляючи до (2.1.5) значення $\langle E_{\text{пост}} \rangle = 3kT/2$ (яке узгоджується з визначенням температури, що його наведено в підрозділі 2.1.2), отримуємо рівняння стану ідеального газу $P = nkT$.

З рівняння стану ідеального газу логічно виводяться інші газові закони, що описують певні квазістаціонарні процеси: Авогадро, Шарля, Гей-Люссака, Бойля-Маріотта, Дальтона. Коротко нагадаємо їхній зміст.

Закон Авогадро: за умов однакових значень тиску та температури, в рівних об'ємах різних ідеальних газів міститься однакова кількість молекул. Дійсно, з рівняння (2.1.8) маємо: $P = NkT/V$, отже, можна записати:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 k} = N = \frac{P_2 V_2}{T_2 k}, \quad (2.1.9)$$

де індекси 1 та 2 відповідають різним газам.

Закон Шарля: для ідеального газу, що міститься в замкненому об'ємі з $V = \text{const}$, тиск газу є пропорційним до його температури:

$$P = \text{const } T. \quad (2.1.10)$$

Відповідний до (2.1.10) термодинамічний процес називається ізохоричним.

Закон Гей-Люссака: якщо тиск ідеального газу не змінюється, то його об'єм є пропорційним до температури:

$$V = \text{const } T. \quad (2.1.11)$$

Відповідний до (2.1.11) термодинамічний процес називається ізобаричним.

Закон Бойля-Маріотта: якщо температура ідеального газу є незмінною, тоді решту основних параметрів ідеального газу пов'язано співвідношенням:

$$PV = \text{const}. \quad (2.1.12)$$

Відповідний до (2.1.12) термодинамічний процес називається ізотермічним.

Закон Дальтона: тиск суміші газів дорівнює сумі тисків складових компонентів суміші:

$$P = \frac{NkT}{V} = \frac{kT}{V} \sum_i N_i = \sum_i P_i, \quad (2.1.13)$$

де сума обчислюється за різними гатунками газами. Можливість винести температуру за знак суми в (2.1.13) обумовлена тим, що у стані рівноваги для всіх компонентів суміші газів температура є однаковою. Справедливість процедури винесення об'єму за знак суми (2.1.13) підтверджується тим, що всі компоненти суміші газів займають увесь об'єм камери, яку їм надають.

2.1.8. Робота ідеального газу

Елементарна робота визначається у вигляді скалярного добутку: $\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{l}$. Але, оскільки газ в експериментальній практиці з термодинаміки міститься в спеціальних камерах (як правило циліндричної геометрії) з площею перерізу S і для зміни

його об'єму використовують рухомий поршень, тоді зручно написати це в інший спосіб: $P = F / S, dV = Sdl$, отже: $\delta A = PdV$. Це звичний і зручний загальний запис для роботи в молекулярній фізиці. З нього видно, що коли замість тиску скористатися його виразом з рівняння стану ідеального газу (2.1.7), то ця формула дає неоднозначний результат. Тобто при обчисленні скінченного значення роботи, яка виконується при зміні об'єму від V_1 до V_2 , дістаємо неоднозначний результат: $A = \int_{V_1}^{V_2} dA = \int_{V_1}^{V_2} (vRT/V) dV$, бо

залежність температури від об'єму (шлях інтегрування) залишається невизначеною. Отже, робота в молекулярній фізиці є функцією процесу (а не тільки параметрів P , T і V), тобто її величина залежить від способу, в який виконується перехід термодинамічної системи з початкового стану до кінцевого:

$$A_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} P(V, T) dV. \quad (2.1.14)$$

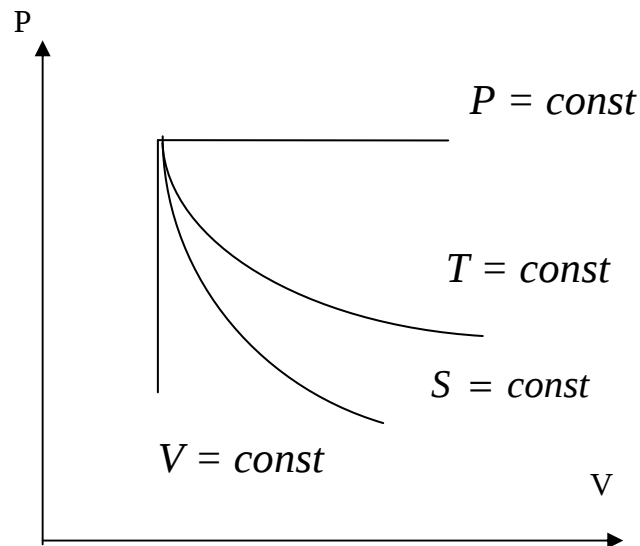


Рис. 2.1.2. Діаграми ізобаричного, ізотермічного, адіабатичного та ізохоричного процесів

При обчисленні інтеграла (2.1.14) слід, знаючи, який саме квазістаціонарний процес відбувається, в підінтегральному виразі підставити конкретну залежність температури від об'єму, щоб під знаком інтеграла залишилася однозначна функціональна залежність тиску від об'єму.

Проілюструємо вищезазначене трьома прикладами: обчислимо роботу для ізотермічного, ізохоричного та ізобаричного процесів. Якщо має місце ізотермічний процес (2.1.12), тоді робота при збільшенні об'єму з V_1 до V_2 обчислюватиметься так:

$$A_{1,2}(T = \text{const}) = \int_{V_1}^{V_2} \frac{vRT}{V} dV = vRT \int_{V_1}^{V_2} d \ln(V) = vRT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (2.1.15)$$

Для ізохоричного процесу (2.1.11) результат є тривіальним: оскільки $V = \text{const}$, тоді $dV = 0$. Отже, $A(V = \text{const}) = 0$. Для ізобаричного процесу (2.1.10) $P = \text{const}$, значить, з (2.1.14) отримаємо:

$$A_{1,2}(P = \text{const}) = \int_{V_1}^{V_2} P(V, T) dV = P \int_{V_1}^{V_2} dV = P(V_2 - V_1). \quad (2.1.16)$$

Отже, справді, величина виконаної роботи при збільшенні об'єму термодинамічної системи в однакових межах визначається тим, в який спосіб система перейшла з початкового стану, в якому $V=V_1$, до кінцевого стану, в якому $V=V_2$.

Те, що усі функції процесу залежать від того, який саме процес відбувається, можна показати графічно. Як відомо, геометричний сенс інтеграла Рімана полягає в величині площі під кривою, яка зображує підінтегральну функцію в означених межах інтегрування. На рис. 2.1.2 представлено графіки чотирьох квазістаціонарних процесів, які є типовими для ідеальних газів. Три з них відповідають ізохоричному (2.1.10), ізобаричному (2.1.11) та ізотермічному (2.1.12) процесам. З аналізу графіків цих процесів видно, що площі під кривими $P(V)$ є різними, тому величина роботи в термодинаміці залежить від процесу. Про четвертий процес, графічну залежність тиску від об'єму для якого позначено рівнянням $S = \text{const}$ на рис. 2.1.2, йтиметься пізніше, в підрозділі 2.2.3.

2.1.9. Внутрішня енергія ідеального газу

Повна енергія термодинамічної системи складається з наступних складових: 1) кінетичної енергії руху її макрочастин, 2) потенціальної енергії термодинамічної системи в полі дії зовнішніх сил, 3) її внутрішньої енергії.

Термін «внутрішня енергія» стосується тільки рівноважних станів термодинамічної системи. На відміну від роботи, внутрішня енергія термодинамічної системи – це функція стану, зміна якої в усякому процесі, який виконує термодинамічна система, що перебуває при цьому в адіабатичній оболонці (тобто такій, що унеможливує теплообмін системи із зовнішнім середовищем), дорівнює роботі зовнішніх сил над системою при переході з рівноважного початкового стану до кінцевого рівноважного стану:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = A_{12}^{adiabat}. \quad (2.1.17)$$

Внутрішня енергія, як і будь-яка функція стану, визначається не однозначно, а з точністю до сталої величини. Процедура вибору цієї сталої величини називається **нормуванням** внутрішньої енергії. Реальний фізичний сенс має саме зміна внутрішньої енергії ΔU , а не сама U . Тому остаточно можна сформулювати визначення ΔU у такий спосіб: «Внутрішньою енергією термодинамічної системи в певному рівноважному стані називають роботу зовнішніх сил з переведення адіабатичним шляхом термодинамічної системи з обраного початкового стану до вищезазначеного рівноважного стану».

Основний внесок до величини внутрішньої енергії ідеального газу роблять: 1. кінетична енергія хаотичного теплового руху частинок термодинамічної системи (для неідеальних газів до цієї енергії слід додати також енергію взаємодії між частинками та між атомами в молекулах); 2. енергія взаємодії електронних оболонок в атомах... Якщо не досліджуються приповерхневі явища, наприклад, поверхневий натяг на межі частин термодинамічної системи, які перебувають у різних фазових станах (наприклад, межа газу і рідини), тоді, як правило, в прикладних задачах енергією молекулярних сил, що діють між різними

макроскопічними підсистемами термодинамічної системи, нехтують.

Так само, як і рівняння стану (для ідеального газу – це рівняння Клапейрона), залежність внутрішньої енергії від параметрів термодинамічної системи не можна здобути теоретичними методами термодинаміки. Рівняння $U = U(V, T)$ називають термічним рівнянням стану, воно є результатом аналізу експериментів. Щоб краще зрозуміти термін «внутрішня енергія», розглянемо дослід Гей-Люссака, який було повторено Джоулем. Лабораторна установка складалася з двох балонів (об'єм кожного V), що були з'єднані краном, в одному – повітря при 22 *атм*, а у другому – технічний вакуум. Обидва балони знаходилися у воді, яку перемішували, щоб її температура була однаковою в усьому об'ємі. Після відкриття крану повітря займало увесь об'єм $V \rightarrow 2V$, але температура води не змінювалася. Оскільки об'єм повітря змінився, а робота не виконувалася (газ розширювався в порожнечу), значить, для ідеальних газів $U \neq U(V)$.

Цей дослід Джоуль знову повторив разом з Томсоном, але на новому обладнанні. Вони спостерігали за стаціонарним протіканням газу крізь пробку в циліндрі, який було оточено адіабатичним покриттям. Саме це дозволило точніше дослідити процес Джоуля–Томсона та визначити сам ефект, чи відбуваються зміни температури газу при його адіабатичному розширенні. Їм вдалося експериментально довести, що для ідеального газу внутрішня енергія не залежить від об'єму газу, а залежить тільки від його температури. Залежність $U = U(T)$ для ідеального газу називається законом Джоуля. Запишемо закон Джоуля для ідеальних газів у явному вигляді:

$$dU = \nu C_V dT = i\nu R dT / 2. \quad (2.1.18)$$

Його можна вивести, виходячи з теореми про рівномірний розподіл кінетичної енергії по ступенях вільності. Оскільки внутрішня енергія ідеального газу складається лише з кінетичної енергії молекул, на кожну з яких в середньому припадає $ikT/2$, то внутрішня енергія газу, який складається з N молекул, дорівнює $U = N ikT/2 = i\nu RT/2$.

2.1.10. Перший закон термодинаміки

Якщо аналогія є одним із найуживаніших методів теоретичного пізнання, то спостереження, вимірювання та порівняння є методами емпіричного пізнання.

Загальний закон термодинаміки: яким би не був початковий стан повністю ізольованої термодинамічної системи, але врешті-решт встановиться стан термодинамічної рівноваги, для якого характерними будуть наступні умови: відсутність градієнта температури в усьому об'ємі системи, відсутність будь-яких макроробот, матимуть місце механічна та хімічна рівноваги. Нагадаємо, що в стані термодинамічної рівноваги ідеальний газ, частинки якого не взаємодіють між собою, описується рівнянням Клапейрона (2.1.7).

Передача тепла може відбутися внаслідок теплообміну. Теплообмін – це процес обміну внутрішніми енергіями термодинамічних систем, що торкаються одне одного, без виконання макророботи при цьому. Тепло, яке отримано в такому процесі, це є енергія, яку передано термодинамічній системі внаслідок теплообміну. Фізичною причиною теплообміну є мікроскопічна робота. Оскільки теплота (та її кількість) залежить від способу передачі, то вона є функцією процесу на відміну від внутрішньої енергії, яка є функцією стану термодинамічної системи.

Перший закон термодинаміки: кількість тепла δQ , що його передано до термодинамічної системи внаслідок певного елементарного процесу, в загальному випадку точно дорівнює сумі зміни внутрішньої енергії термодинамічної системи dU та роботи системи проти зовнішніх сил δA :

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (2.1.19)$$

З (2.1.19) видно, що до першого закону термодинаміки входять різного типу функції, для одних – нескінченно мала величина є повним диференціалом, а для інших – ні, і позначається при цьому як варіація. Прикладом першого типу функцій є внутрішня енергія, а прикладом другого, коли величина зміни функції залежить від процесу, що відбувається в системі, є робота і кількість тепла.

Питання для самоконтролю до розділу § 2.1. Молекулярно-кінетична теорія ідеального газу

1. Який газ називається ідеальним?
2. Дати визначення температури газу.
3. Які два фізичні сенси тиску?
4. Запишіть рівняння стану ідеального газу.
5. Запишіть основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу.
6. Сформулюйте теорему про рівномірний розподіл енергії по ступенях вільності.
7. Сформулюйте закон парціальних тисків Дальтона.
8. Сформулюйте закон Авогадро.
9. Сформулюйте умови термодинамічної рівноваги.
10. Дайте визначення елементарної роботи, що її виконує газ в елементарному квазірівноважному термодинамічному процесі, як функції термодинамічних параметрів.
11. Запишіть внутрішню енергію ідеального газу як функцію термодинамічних параметрів.
12. Сформулюйте перший закон термодинаміки.
13. Які з величин, що входять до першого закону термодинаміки, є функціями стану і які – функціями процесу?

§ 2.2. Термодинаміка ідеального газу

2.2.1. Теплоємність ідеального газу

Теплоємність термодинамічної системи – це кількість тепла, яку слід надати системі, щоб змінити її температуру на один градус. Тому теплоємність термодинамічної системи слід визначити як похідну:

$$\tilde{C} = \delta Q / dT, \quad (2.2.1)$$

де δQ – це кількість тепла, яке передано (зверніть увагу!) певним способом. Якщо не вказано умови передачі тепла, то величина $\tilde{C}$ є невизначеною, тобто немає сенсу говорити про цю величину.

Розрізняють ще такі теплоємності: 1). молярну теплоємність, що припадає на 1 моль речовини:

$$C = \check{C} \frac{1}{\nu} = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}, \quad (2.2.2)$$

2). питому теплоємність, що припадає на 1 кг маси термодинамічної системи:

$$c_m = \check{C} \frac{1}{m} = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT}. \quad (2.2.3)$$

Питома і молярна теплоємності пов'язані в простий спосіб:

$$C = \mu c_m, \quad (2.2.4)$$

де μ – це молярна маса.

Рекордсменом за величиною теплоємності є вода:
 $c_m(\text{води}) \approx 4.2 \text{ кДж}/(\text{К кг})$.

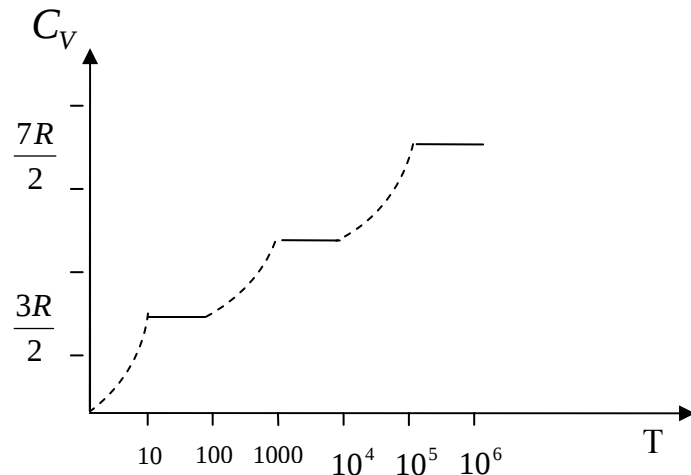


Рис. 2.2.1. Залежність теплоємності двоатомного газу за умов сталого об'єму від температури

На рис. 2.2.1 схематично показано, якою є експериментальна залежність молярної теплоємності двоатомного газу від температури за сталого значення об'єму. З аналізу графічної залежності видно, що експериментальні дані підтверджують теорему про рівномірний розподіл енергії руху частинок газу за ступенями вільності. Використовуючи закон Джоуля (2.1.18) для ідеальних газів, знайдемо величину молярної теплоємності за умов сталого об'єму. Оскільки при цьому $dV = 0$, то з першого закону термодинаміки (2.1.19) дістаємо $\delta Q = dU$. Отже:

$$C_V = \left. \frac{\delta Q}{\nu dT} \right|_V = \left. \frac{dU}{\nu dT} \right|_V = \frac{d}{dT} \left(\frac{iRT}{2} \right) = \frac{iR}{2}, \quad (2.2.5)$$

де i – кількість ступенів вільності.

Якщо теплопередача відбувається за умов сталого тиску, тоді δQ є більшою, порівняно з випадком теплопередачі за умов сталого об'єму, через роботу, яку виконує газ при ізобаричному розширенні $\delta A = PdV$ (цікаво, що механічна робота, як видно з дослідів, має тепловий еквівалент $1 \text{ кал} = 4,1868 \text{ Дж}$). Запишемо формули, які описують вищезазначене:

$$\begin{aligned} C_P &= \left. \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT} \right|_P = \left. \frac{1}{\nu} \frac{dU}{dT} \right|_P + \left. \frac{1}{\nu} \frac{dPV}{dT} \right|_P \\ &= \frac{iR}{2} + \left. \frac{d(RT)}{dT} \right|_P = C_V + R. \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

Отже, дійсно, $C_P > C_V$. Звідси дістаємо закон Майєра для ідеальних газів:

$$C_P - C_V = R. \quad (2.2.7)$$

2.2.2. Політропічні процеси

Процеси, в яких величина теплоємності лишається незмінною, називаються політропічними. Вони описуються рівняннями типу: $PV^n = \text{const}$, де n – це показник політропи. Покажемо це та визначимо величину показника політропи для основних, найвідоміших процесів. Нехай відбувається рівноважний процес, в якому молярна теплоємність є сталою: $C = \delta Q / (v dT) = \text{const}$, тоді з першого закону термодинаміки маємо наступне рівняння: $CdT = C_V dT + (P/v)dV$. Підставимо сюди тиск з рівняння Клапейрона (2.1.7) та розділимо змінні: $(C - C_V)d(\ln T) = R d(\ln V)$. Тоді інтегрування цього співвідношення з урахуванням закону Майєра дає наступне рівняння, що описує політропічні процеси:

$$TV^{n-1} = \text{const}, \quad (2.2.8)$$

де $n - 1 = (C_V - C_P) / (C - C_V)$. Отже, показник політропи дорівнює:

$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V}. \quad (2.2.9)$$

Враховуючи рівняння Клапейрона, співвідношення (2.2.8) можна переписати в інший спосіб: $PV^n = \text{const}$. Аналіз (2.2.9) показує, що величина показника політропи змінюється в діапазоні від нуля (для ізобаричного процесу) до нескінченності (у випадку ізохоричного процесу). Для ізотермічного процесу (оскільки $C \rightarrow \infty$) з рівняння (2.2.9) маємо: $n = 1$.

2.2.3. Рівноважний адіабатичний процес

Адіабатичним називають процес, що відбувається без теплообміну між термодинамічною системою та оточуючим середовищем. Для визначення значення коефіцієнта політропи при

рівноважному адіабатичному процесі знайдемо спочатку зв'язок між основними параметрами термодинамічної системи для цього процесу. Запишемо перший закон термодинаміки для адіабатичного процесу: $\delta Q = 0 = dU + PdV$, підставимо сюди вираз для зміни внутрішньої енергії ідеального газу з закону Джоуля (2.1.18): $\nu C_V dT = \frac{-\nu RT}{V} dV$ та розділимо змінні: $-d \ln T = \frac{R}{C_V} d \ln V$.

Після інтегрування цього рівняння отримаємо:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad (2.2.10)$$

де $\gamma = C_P / C_V$ – показник адіабаты, або коефіцієнт Пуассона.

Якщо скористатися рівнянням Клапейрона, замінивши температуру в (2.2.10), тоді рівняння рівноважної адіабаты, яке на рис. 2.1.2. представлено кривою, що проходить нижче ізотерми та вище ізохори, можна записати в два інші способи: $PV^\gamma = \text{const}$, або $T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{const}$. Цікаво, що з (2.2.9) також виходить, що при рівноважному адіабатичному процесі $n = \gamma = C_P / C_V$, тобто показник політропи дорівнює коефіцієнту Пуассона, а теплоємність цього процесу $C_S = 0$.

2.2.4. Циклічні процеси

Якщо термодинамічна система переходить зі стану А до стану В, а потім тим самим шляхом повертається до А, то такий процес називають *оборотним*. Якщо термодинамічна система переходить зі стану А до стану В, а потім іншим шляхом повертається до А, то цей процес є *циклічним*, або кажуть, що це є цикл.

Цикл є оборотним, якщо оборотними є усі його частини. Якщо ж якась частина циклу є необоротною, тоді й цикл є необоротним. Для реалізації циклу потрібно, як мінімум, два різні політропічні процеси. Повністю ізольована термодинамічна система не може виконати цикл, бо для циклу потрібна участь зовнішніх сил або наявність теплообміну із зовнішніми джерелами.

Значить, за умов ізоляції цикл може йти тільки в частині термодинамічної системи. **Прямим** циклом називають цикл теплової машини. В ній розширення термодинамічної системи відбувається за умов більшого тиску, ніж стискання. На діаграмі P - V напрямком протікання процесів, що складають прямий цикл, збігається з ходом стрілки годинника. **Нагрівачем** називають такі елементи теплової машини, від яких робоче тіло отримує тепло. Ті ділянки циклу теплової машини, на яких робоче тіло перебуває в тепловому контакті з нагрівачем, можна визначити з умови $\delta Q > 0$. Відповідно, такі елементи теплової машини, яким робоче тіло віддає тепло, називають **холодильником**. Ті елементи циклу теплової машини, на яких робоче тіло перебуває в тепловому контакті з холодильником, визначаються з умови $\delta Q < 0$. Ідеальна тепла машина не має витрат енергії на теплопровідність, тертя, випромінювання тощо. В ній тепло Q_1 , що отримано від нагрівача, є більшим за тепло Q_2 , що віддається холодильнику, різниця кількості теплоти йде на виконання певної механічної роботи $\Delta A = Q_1 - Q_2$. Коефіцієнтом корисної дії (ККД) теплової машини називають частку:

$$\eta = \frac{\Delta A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (2.2.11)$$

ККД визначає, яку роботу можна виконати, отримавши від нагрівача одиничну кількість тепла, $0 \leq \eta \leq 1$.

Зворотний цикл – це цикл холодильної машини. В ній тиск при стисканні газу є більшим за тиск при розширенні газу, тому роботу над газом виконують зовнішні сили. Тобто така робота є від'ємною величиною за визначенням. Робочий газ відбирає від холодильника тепло Q_2 та віддає нагрівачеві кількість тепла Q_1 , яка є більшою: $Q_1 > Q_2$. Цю додаткову кількість тепла отримано за рахунок роботи зовнішніх сил, які чинять тиск на робочий газ, виконуючи роботу. **Холодильний коефіцієнт** характеризує економічність холодильної машини, тобто він визначає кількість теплоти, що забирається у машини, за умов виконання одиничної роботи зовнішніми силами:

$$\varepsilon_{хол} = \left| \frac{Q_2}{A_{зовн}} \right| = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}. \quad (2.2.12)$$

Одним з найвідоміших циклічних процесів є цикл Карно, що складається з двох ізоterm та двох адиабат (див. рис. 2.2.2). Обчислимо ККД теплової машини та холодильний коефіцієнт холодильної машини, які працюють, відповідно, на прямому та зворотному циклах Карно. Першим розглянемо випадок теплової машини.

Нехай із початкового стану 1 до наступного стану 2 газ розширюється в ізоtermічний спосіб, ці стани характеризуються значеннями термодинамічних параметрів P_1, V_1, T_1 та P_2, V_2, T_2 , відповідно. Тут $T_1 = T_2 = T_H$. При ізоtermічному розширенні внутрішня енергія ідеального газу ($U = \nu C_V T$) залишається незмінною, а робота, що виконується при цьому є додатною. Тому ця ділянка циклу відповідає нагрівачу. Здобудемо аналітичний вираз для роботи при ізоtermічному розширенні від об'єму V_1 до об'єму V_2 : $A_{12} = \nu R T_H \ln(V_2 / V_1)$. Далі, із стану 2 до стану 3 газ

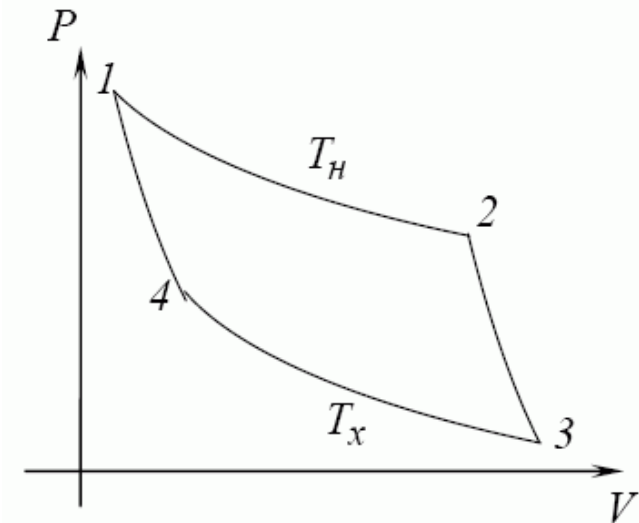


Рис. 2.2.2. Діаграма P - V циклу Карно

переходить унаслідок адіабатичного розширення. При цьому робота виконується за рахунок внутрішньої енергії: $A_{23} = \nu C_v(T_H - T_x)$, і тепло ані підводиться, ані відводиться, тобто ця ділянка не є ані нагрівачем, ані холодильником. Перехід із стану 3 до стану 4 відбувається шляхом ізотермічного стиснення газу від об'єму V_3 до об'єму V_4 . При цьому внутрішня енергія ідеального газу є незмінною, а робота, що її виконує газ, є від'ємною: $A_{34} = \nu RT_x \ln(V_4 / V_3)$. Тобто ділянка 3→4 відповідає холодильнику. Робота при адіабатичному стисненні газу також є від'ємною: $A_{41} = \nu C_v(T_x - T_H) = -A_{23}$. Адіабатичність означає теплоізоляцію, тобто ділянка 4→1 також не є ані нагрівачем, ані холодильником. Значить, маємо наступний вираз для виконаної за цикл роботи (в ньому для наочності в дужках об'єднуємо роботу, що її виконано при ізотермічних та адіабатичних процесах):

$$\begin{aligned} A_{\text{цикл}} &= (A_{12} + A_{34}) + (A_{23} + A_{41}) \\ &= \nu R \left[T_H \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + T_x \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right) \right] + 0. \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

Аби з'ясувати зв'язок між аргументами логарифмів у виразі для роботи газу за цикл, скористаємося рівняннями адіабатичних процесів 2→3 та 4→1 у вигляді, який містить температуру і об'єм:

$$T_H V_2^{\gamma-1} = T_x V_3^{\gamma-1}; \quad T_H V_1^{\gamma-1} = T_x V_4^{\gamma-1}. \quad (2.2.14)$$

Отже, для об'ємів чотирьох вузлових станів даного циклу маємо:

$$\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}. \quad (2.2.15)$$

Замінивши $\ln(V_4/V_3)$ на $-\ln(V_2/V_1)$, здобудемо простий вираз для роботи, що її виконує газ за цикл: $A_{\text{цикл}} = \nu R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}$.

Тепер можна просто визначити ККД теплової машини Карно:

$$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_H} = \frac{A_{\text{цикл}}}{A_{12}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (2.2.16)$$

Якщо «машину Карно змусити працювати у зворотному напрямку», тобто процеси, з яких складається цикл Карно, виконувати у напрямку проти ходу стрілки годинника, тоді ми отримаємо холодильник машину. Холодильний коефіцієнт машини Карно визначає, скільки тепла можна відібрати у холодильника при виконанні зовнішніми силами одиничної роботи. Його величина відповідно до формули (2.2.12) визначається кількістю теплоти, що забрано у холодильника $|Q_X| = A_{43}$, та роботою зовнішніх сил, яку виконано за цикл $A_{\text{цикл}}$. Отже, він дорівнює:

$$\varepsilon_{\text{Карно}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \quad (2.2.17)$$

Серед інших популярних циклів можна згадати, наприклад, цикл Дизеля, який складається з ізохори, ізобари та двох адіабат.

2.2.5. Другий закон термодинаміки

Як показано вище, перший закон термодинаміки дає кількісне співвідношення між δQ , dU та δA , але при цьому не визначає напрямку протікання теплових процесів. Це робить другий закон термодинаміки. Наведемо чотири різні формулювання для нього.

Формулювання Клаузіуса: теплота не може сама по собі переходити від менш нагрітого до більш нагрітого тіла.

Формулювання Планка: неможливим є такий циклічний процес, що має єдиним наслідком своєї реалізації перетворення теплоти у роботу.

Формулювання Карно: ККД ідеальної теплової машини визначається тільки температурами "нагрівача" та "холодильника".

Формулювання Кельвіна: неможливо побудувати теплову машину, яка б перетворювала в роботу теплоту найхолоднішого тіла в усій термодинамічній системі.

З другого закону термодинаміки виходить, що коефіцієнт корисної дії циклу $\eta < 1$, бо температура холодильника не може дорівнювати абсолютному нулю. Наприклад, $\eta = 6\%$ для паротяга, $\eta = 40 \div 50\%$ для автомобільних двигунів). Практичний аналіз першого та другого законів термодинаміки приводить до висновку про неможливість створення «вічного двигуна» (перпетуум мобіле).

Вічним двигуном першого роду називають теплову машину, яка б виконувала роботу без підведення тепла. Це є неможливим. Оскільки внутрішня енергія є функцією стану, то її зміна за цикл $dU=0$. Тому з першого закону термодинаміки маємо $\delta Q = \delta A$, тобто для того, аби робоче тіло виконувало роботу δA проти зовнішніх сил, воно має отримувати ззовні теплоту δQ .

Вічним двигуном другого роду називають теплову машину, яка працювала б від "нагрівача", перетворюючи всю отриману енергію в роботу, не потребуючи "холодильника". Ситуація з цим вічним двигуном не є такою вже й прозорою, бо закон збереження енергії при цьому не порушується. Справді, якщо б, наприклад, можна було забрати тепло від світового океану та перетворити його на роботу шляхом зменшення температури океану всього на $0,1^\circ\text{C}$, тоді можна було б приблизно на 1500 років забезпечити енергією усі наявні на 2000 рік механізми на всій Землі. Другий закон термодинаміки, спираючись на узагальнення величезної кількості експериментів, однозначно вказує на неможливість створення такої теплової машини. Тому Французька Академія Наук ще у 1775 році припинила брати на розгляд проекти «вічних двигунів».

2.2.6. Перша теорема Карно

Перша теорема Карно: коефіцієнт корисної дії (ККД) ідеальної теплової машини (в якій немає втрат енергії), що працює за циклом Карно, не залежить від типу робочого тіла, що використовується машиною, а визначається тільки температурами «нагрівача» та «холодильника».

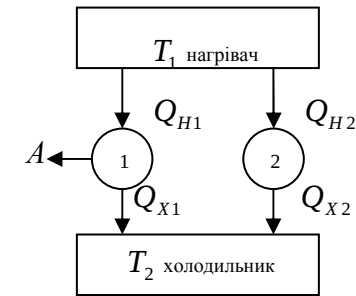


Рис. 2.2.3. Схема двох спряжених теплових машин, які працюють із спільними нагрівачем та холодильником

Доведемо це. Нехай маємо дві спряжені теплові машини, у яких використовують спільні «нагрівач» та «холодильник», це схематично показано на рис. 2.2.3. В одній машині, наприклад, використовують ідеальний газ, а в іншій – довільну пружну речовину. Припустимо, що їхні ККД є різними: $\eta_1 > \eta_2$. Доведемо, що це твердження суперечить другому закону термодинаміки.

Оскільки цикл Карно є квазістатичним, то змусимо першу машину за m_1 циклів забрати від «нагрівача» тепло Q_{H1} , віддати «холодильнику» тепло Q_{X1} та виконати роботу $\eta_1 Q_{H1}$ (наприклад, підняти вантаж на висоту H). Тепер зупиняємо першу машину та запускаємо у зворотному напрямку другу машину, яка працюватиме як «холодильник», використовуючи для цього потенціальну енергію піднятого вантажу. За m_2 циклів друга машина, забравши тепло Q_{X2} у «холодильника», передає тепло Q_{H2} «нагрівачеві» (бо саме так працює холодильна машина), для чого над нею виконується робота $\eta_2 Q_{H2}$. Отже, в результаті кругового процесу, який виконала спряжена машина, «холодильник» загалом віддав тепло:

$$Q_{X2} - Q_{X1} = (1 - \eta_2) Q_{H2} - (1 - \eta_1) Q_{H1} = Q_{H2} - Q_{H1}. \quad (2.2.18)$$

Оскільки йдеться про ідеальні теплові машини, то вважається, що втрат енергії немає, і сумарна робота, що виконана обома

машинами, дорівнює нулю: $\eta_1 Q_{H1} = \eta_2 Q_{H2}$. Звідси дістаємо (згадаємо, що ми припустили, що $\eta_1 > \eta_2$), що $Q_{H2} - Q_{H1} = Q_{H2} - Q_{H1} > 0$. А «нагрівач» при цьому отримав додатково певну кількість тепла:

$$Q_{H2} - Q_{H1} = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_2} Q_{H1} > 0. \quad (2.2.19)$$

Тобто, в нашій спряженій тепловій машині тепло від «холодильника» перейшло до «нагрівача» без виконання над нею жодної роботи ззовні. Це суперечить другому закону термодинаміки в редакції Клаузіуса. Тому припущення про нерівність ККД двох машин є невірним, отже, ці ККД мусять бути однаковими попри те, що в другій машині використовували не ідеальний газ, а іншу пружну речовину, що і слід було довести.

2.2.7. Термодинамічна шкала температур

Вивчаючи роботу теплових машин, лорд Кельвін (Уільям Томсон) зрозумів, як за допомогою першої теореми Карно можна побудувати раціональну шкалу температур, яка б не залежала від конструкції термометра та властивостей термометричної речовини. Справді, для машини Карно коефіцієнт корисної дії:

$$\eta_{\text{Карно}} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad \text{Значить, відношення}$$

температур дорівнює відношенню кількості теплоти, що легко виміряти різними способами:

$$T_1 : T_2 : T_3 : \dots = Q_1 : Q_2 : Q_3 : \dots \quad (2.2.20)$$

Тому, якщо обрати, наприклад, T_1 за одиницю вимірювання, а тоді поміряти кількості теплоти, які передаються у відповідних процесах, можна знайти інші відповідні температури. Термодинамічна температура є додатною величиною (за домовленістю), тому охолодити нижче нуля систему неможливо. За визначенням температуру потрібної точки води було прийнято такою, що дорівнює 273,15 °K (такий вибір пов'язано з малістю

похибки експерименту з отримання такого стану води). Термодинамічна температура є тотожною до абсолютної температури ідеального газового термометра.

Варто зауважити, що для нерівноважних станів термін *термодинамічна температура* не можна застосовувати.

2.2.8. Друга теорема Карно

Друга теорема Карно: ККД реальної теплової машини завжди є нижчим за ККД ідеальної теплової машини.

Справді, втрати енергії $Q_{\text{втр}}$ на теплообмін з навколишнім середовищем, роботу проти сил тертя і таке інше призводять до того, що:

$$\eta_{\text{неід}} = 1 - \frac{Q_X + Q_{\text{втр}}}{Q_H} < \eta_{\text{ід}} = 1 - \frac{T_X}{T_H}. \quad (2.2.21)$$

З аналізу формули (2.2.21) видно, що збільшити величину ККД (при незмінних інших умовах) можна тільки шляхом збільшення температури нагрівача. Тому теплову енергію можна охарактеризувати як за кількістю, так і за якістю. Якість енергії визначається здатністю перетворюватися в інші типи енергії за визначених зовнішніх умов. Наприклад, неможливо повністю перетворити тепло у роботу за допомогою теплової машини, яка працює циклічно, бо для цього треба було б мати холодильник з нульовою температурою. Оскільки такого холодильника немає, то циклічна машина може перетворювати в роботу тільки частину теплової енергії нагрівача. Що вищою є температура нагрівача, то вищою є якість теплової енергії. Будь-який процес, що протікає природним чином, призводить до знецінення енергії. Зворотній процес, в якому якість енергії підвищується, стає можливим тільки за наявності іншого процесу, в якому енергія знецінюється. За термінологією Клаузіуса цей процес називають «компенсацією». Наприклад, для процесу «компенсації» можна забрати тепло у «холодильника» та передати його «нагрівачу» (виконавши певну роботу).

2.2.9. Теорема Клаузіуса

В середині 19-го сторіччя завдяки роботам Карно та Клаузіуса було доведено, що для рівноважних термодинамічних процесів існує (на додаток до внутрішньої енергії) ще одна функція стану – ентропія S , яка визначається з точністю до константи. Повний диференціал ентропії дорівнює в оборотних процесах зведених кількості теплоти: $dS = \delta Q / T$. Детально про фізичний зміст терміна ентропія йтиметься в підрозділі 2.2.11.

Теорема Клаузіуса: Зведена кількість тепла є функцією стану. Сума зведеного тепла в оборотних процесах не залежить від шляху переходу від початкового до кінцевого стану, а визначається тільки початковим та кінцевим станом термодинамічної системи.

Для доведення цієї теореми розглянемо рівноважний цикл. Розбиваємо його на велику кількість елементарних циклів Карно. Відтинки адіабат всередині циклу проходяться двічі у взаємно протилежних напрямках, отже, це рівнозначно тому, що ми їх зовсім не проходимо. Для першого-ліпшого елементарного циклу маємо вираз для ККД:

$$\eta_1 = 1 - \frac{Q_{X1}}{Q_{H1}} = 1 - \frac{T_{X1}}{T_{H1}}; \Rightarrow \frac{Q_{X1}}{Q_{H1}} = \frac{T_{X1}}{T_{H1}}; \\ \Rightarrow \frac{Q_{X1}}{T_{X1}} = \frac{Q_{H1}}{T_{H1}}. \quad (2.2.22)$$

Для іншого елементарного циклу $\frac{Q_{H2}}{T_{H2}} = \frac{Q_{X2}}{T_{X2}}$ і так далі... До

формул (2.2.22) входять кількості теплоти: $Q_{H1} > 0$, що її термодинамічна система отримує від нагрівача, та $Q_{X1} > 0$, що її система віддає холодильнику. Вся теплопередача в цих елементарних циклах відбувається при ізотермічних процесах. Перейдемо до позначень, що їх використовують у першому законі термодинаміки (2.1.19). Нагадаємо, що в (2.1.19) δQ – це кількість теплоти, що її термодинамічна система отримує від теплового резервуара. Зауважте, існує принципова різниця між кількістю тепла, що отримується від нагрівача, $Q_{Hj} = +\delta Q_{Hj} > 0$, та кількістю тепла, що отримується від холодильника, остання величина є від'ємною: $\delta Q_{Xj} = -Q_{Xj} < 0$. Якщо обчислити суму зведеного тепла по всіх елементарних циклах, тоді виходить:

$$\sum_j \frac{\delta Q_{Hj}}{T_{Hj}} = -\sum_j \frac{\delta Q_{Xj}}{T_{Xj}}, \Rightarrow \sum_j \frac{\delta Q_j}{T_j} = 0. \quad (2.2.23)$$

Останній вираз (2.2.23) називається рівністю Клаузіуса. До суми (2.2.23) входять зведені теплоти $\delta Q/T$, тобто частки елементарної кількості теплоти δQ , що її отримує термодинамічна система в елементарному процесі, до температури T , за якої цей процес відбувається. Попри те, що сама теплота Q є функцією процесу (залежить від способу передачі тепла) і не має повного диференціалу, зведена теплота має повний диференціал $dS = \delta Q/T$, тобто ентропія S є функцією стану термодинамічної системи. Додавання величин $\delta Q/T$ відбувається по всіх елементарних процесах, з яких складається цикл, тобто по замкнутому контуру. А оскільки у циклі початковий та кінцевий стани термодинамічної системи є однаковими, то і функція стану S не змінюється за повний цикл.

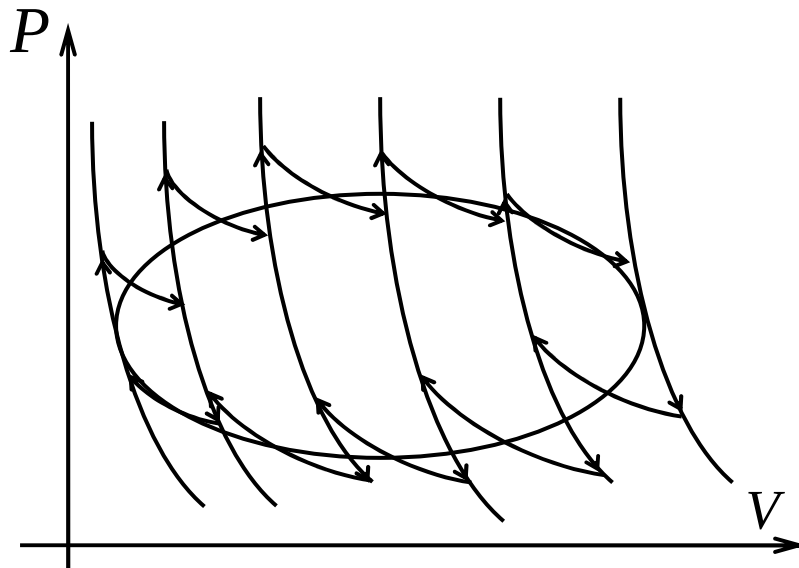


Рис. 2.2.4. Розбиття циклу на елементарні цикли Карно

2.2.10. Нерівність Клаузіуса

Якщо цикл не є рівноважним, то він складається з елементарних процесів, серед яких поряд із рівноважними є також і нерівноважні процеси. Так, як і в попередньому параграфі, розіб'ємо цикл на елементарні цикли Карно. Серед циклів Карно є тепер і нерівноважні цикли. Це означає, що відповідні теплові машини є неідеальними, тобто для них, згідно з другою теоремою Карно, коефіцієнт корисної дії $1 - Q_{Xj} / Q_{Hj} = \eta_{неіd} < \eta_{іd} = 1 - T_{Xj} / T_{Hj}$. Значить, для кількості теплоти та температур у j -му нерівноважному процесі маємо нерівність: $Q_{Xj} / Q_{Hj} > T_{Xj} / T_{Hj}$, або

$$\frac{Q_{Xj}}{T_{Xj}} > \frac{Q_{Hj}}{T_{Hj}}. \quad (2.2.24)$$

Нагадаємо, що в термінах, які використовуються в першому законі термодинаміки, кількість теплоти δQ_{Xj} , що її отримано від холодильника, є від'ємною, $Q_{Xj} = -\delta Q_{Xj}$, тому з (2.2.24) дістаємо:

$$\frac{\delta Q_{Hj}}{T_{Hj}} + \frac{\delta Q_{Xj}}{T_{Xj}} < 0. \quad (2.2.25)$$

Після додавання внесків усіх елементарних циклів, включаючи рівноважні та нерівноважні, маємо інтегральну нерівність, яка виражає другий закон термодинаміки:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0. \quad (2.2.26)$$

Це є нерівність Клаузіуса. Знак "дорівнює" у формулі (2.2.26) є можливим для ідеальної теплової машини (див. формулу (2.2.23)), що виконує квазістатичний оборотний процес.

2.2.11. Ентропія термодинамічних систем

Ентропією називають функцію стану термодинамічної системи, диференціал якої в елементарному оборотному процесі дорівнює кількості теплоти, яку надано системі в цьому процесі, що її віднесено до температури, за якої відбувався цей процес:

$$dS = \delta Q / T \Big|_{обор}. \quad (2.2.27)$$

Ентропія є адитивною величиною. Попри те, що кількість теплоти δQ є функцією процесу, зведена теплота $\delta Q/T$ в оборотному процесі є функцією стану. Це можна побачити, коли в рівності Клаузіуса (2.2.23), при виведенні якої вважалося, що цикли є рівноважним, скористатися визначенням ентропії (2.2.27). Тоді з рівності (2.2.23) дістаємо, що $\sum_j dS_j = 0$ для рівноважних циклів. В такий спосіб

можна дійти висновку, що ентропія S – це дійсно функція стану.

Як і для будь-якої функції стану, фізичний зміст має не сама ентропія, а її зміна. Здобудемо аналітичний вигляд для зміни ентропії ідеального газу. При довільному рівноважному процесі $\delta Q = TdS$. За цієї умови перший закон термодинаміки набуває вигляду: $TdS = dU + PdV$. Для ідеального газу можна скористатися виразами для диференціалу внутрішньої енергії (за законом Джоуля $dU = \nu C_V dT$) та тиску (з рівняння Клапейрона $P = \nu RT/V$). Підставивши їх до першого закону термодинаміки, здобудемо:

$$dS = \frac{\nu C_V dT}{T} + \frac{PdV}{T} = \nu C_V d \ln T + \nu R d \ln V. \quad (2.2.28)$$

Після інтегрування (2.2.28) отримаємо: $S = S_0 + \nu C_V \ln T + \nu R \ln V$; де S_0 – це константа інтегрування. Отже, для зміни ентропії ідеального газу маємо:

$$\Delta S = \nu C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \nu R \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (2.2.29)$$

Проаналізуємо зміст терміна ентропія. Якщо знизити температуру T_H "нагрівача", за якої теплота Q_H надходить до термодинамічної системи, тоді, з одного боку, коефіцієнт корисної дії циклу Карно $\eta = 1 - T_C/T_H$ зменшується, а з іншого боку, зростає приріст ентропії $\Delta S = \Delta Q/T_H$. Тому фізичний сенс ентропії термодинамічної системи можна пояснити в наступний спосіб: ентропія є мірою знецінення теплової енергії термодинамічної системи.

З використанням терміна «ентропія» нерівність Клаузіуса можна прочитати в наступний спосіб: ентропія замкнутої системи не зменшується. Покажемо це. Припустимо, що замкнута система виконує якийсь нерівноважний процес $1 \rightarrow 2$. Доповнимо його до циклу рівноважною ділянкою $2 \rightarrow 1$. Зміна ентропії на цій ділянці дорівнює:

$$S_1 - S_2 = \int_{2 \text{ обор}}^1 \frac{\delta Q}{T}. \quad (2.2.30)$$

Розіб'ємо інтеграл, що входить до нерівності Клаузіуса, на дві частини: по рівноважній ділянці $2 \rightarrow 1$ та по нерівноважній ділянці $1 \rightarrow 2$:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1 \text{ необор}}^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_{2 \text{ обор}}^1 \frac{\delta Q}{T} \leq 0. \quad (2.2.31)$$

Використовуючи вирази (2.2.30) та (2.2.31), знаходимо співвідношення для зміни ентропії:

$$S_2 - S_1 \geq \int_{1 \text{ необор}}^2 \frac{\delta Q}{T}. \quad (2.2.32)$$

Проаналізуємо знак зміни ентропії ізольованої термодинамічної системи. Для адіабатично ізольованої системи в необоротному процесі $\delta Q_{12} = 0$. Це означає, що $S_2 \geq S_1$. Таким чином: «Ентропія адіабатично ізольованої термодинамічної системи не

може зменшуватися: вона або не змінюється (для оборотних процесів), або зростає (для необоротних процесів)».

Розглянемо, наприклад, перетікання газу з відсіку камери, де він характеризується скінченим значенням тиску, до відсіку, в якому реалізовано стан технічного вакууму, за умов адіабатичної ізоляції камери. Цей процес є необоротним. Тому ентропія в ньому не зберігається, і його не можна описати рівнянням рівноважного

адіабатичного (ізоентропічного) процесу, тобто, $PV^\gamma \neq \text{const}$. Оскільки початковий і кінцевий стани є рівноважними, то зміну ентропії можна порахувати, користуючись співвідношенням (2.2.29). Оскільки при перетіканні газ не виконував роботи, що визначається відсутністю тиску (опору) у відсіку камери, де реалізовано умови вакууму, то і зміна внутрішньої енергії (з першого закону термодинаміки) також дорівнює нулю в цьому адіабатному процесі. Значить, адіабатичне розширення ідеального газу в порожнечу відбувається ізотермічно: $T = \text{const}$. Тому зміна ентропії ідеального газу при його перетіканні до відсіку, в якому створено умови технічного вакууму, дорівнює: $\Delta S = R \ln(V_2/V_1) > 0$.

2.2.12. Третій закон термодинаміки

Цей закон (для рівноважних термодинамічних процесів) було відкрито Нобелівським лауреатом Вальтером Нернстом (1864-1941). А сучасне трактування цього закону (теорема) дано іншим німецьким фізиком, також Нобелівським лауреатом Максом Планком. Отже, **теорема Нернста** складається з двох положень.

1). При наближенні термодинамічної системи до стану з абсолютною температурою, що дорівнює нулю, значення ентропії прагне досягти скінченної величини. Математично це означає, що

$$\text{інтеграл } \Delta S = \int_{T_0}^{T \rightarrow 0} \delta Q/T \text{ сходиться.}$$

2). При $T=0$ усі рівноважні процеси відбуваються при незмінному значенні ентропії, величина якої не залежить від значень макропараметрів термодинамічної системи.

Теорему Нернста неможливо тлумачити в рамках класичної механіки, і рівняння Клапейрона за цих умов також уже не працює.

Дуже важливий наслідок теореми Нернста полягає в тому, що теплоємність термодинамічної системи має наближатись до нуля, коли температура прямує до абсолютного нуля: $\lim_{T \rightarrow 0} C = 0$. Дійсно, якби мало місце протилежне твердження, тобто її величина не прямувала б до нуля, тоді б інтеграл, що визначає зміну ентропії

$$\Delta S = \int_{T_0}^{T \rightarrow 0} \delta Q / T = \int_{T_0}^{T \rightarrow 0} \frac{\delta Q}{dT} \frac{dT}{T} = \int_{T_0}^{T \rightarrow 0} \frac{\delta Q}{dT} d \ln T \text{ розходився.}$$

2.2.13. Статистичний сенс ентропії

Імовірність встановлення рівноважного стану є вищою за імовірність нерівноважного стану. Покажемо це на простому прикладі. Нехай V_0 – це об'єм термодинамічної системи, а $V < V_0$ – це об'єм її частини. Імовірність одній частинці ідеального газу перебувати в об'ємі V дорівнює: V/V_0 . А для N частинок імовірність зібратися у цьому ж об'ємі V дорівнює: $(V/V_0)^N$. Щоб уявити собі масштаб цієї величини, візьмемо для прикладу 100 молекул газу. Тоді ймовірність події, що усі вони зберуться в $1/2$ об'єму термодинамічної системи, дорівнює $P = (1/2)^{100} \approx 10^{-30}$. Це просто фантастично мала величина!

Розіб'ємо фазовий об'єм на фазові комірки. Будемо вважати, що положення даної молекули є відомим, якщо відомо, в якій фазовій комірці знаходиться ця молекула. Коли відомо про термодинамічну систему кількість та номер кожної молекули, що міститься в кожній комірці, то такий опис системи називають мікростаном. Макростан вважають повністю описаним, коли відома кількість молекул у кожній комірці, але їхні номери є невідомими. Тоді W (статистична вага макростану) – це кількість мікростанів, якими з рівною ймовірністю можна реалізувати даний макростан.

З експериментів відомо, що усі термодинамічні системи прагнуть до стану термодинамічної рівноваги, тобто до збільшення величини S ентропії. Тож між S та ймовірністю реалізації стану термодинамічної системи існує зв'язок: $S = k \ln W$, який називають

формулою Больцмана. Статистичне та термодинамічне визначення ентропії є еквівалентними.

Цікаво, що за Клаузіусом: «Всесвіт еволюціонує до стану теплової смерті (стану абсолютної термодинамічної рівноваги), бо $S \rightarrow \infty$, що означає $T \rightarrow 0$ », але за Больцманом виходить, що справедливою є також наступна теза: «Що ближче термодинамічна система підходить до стану рівноваги, то більшою стає роль флуктуацій». Але тепла смерть Всесвіту, про яку попереджав Клаузіус, є перебільшенням також через ту обставину, що ми не маємо жодних підстав вважати Всесвіт ізольованою термодинамічною системою.

2.2.14. Ентропія та інформація

Поняття про ентропію використовують також в теорії інформації та кібернетиці. Не вдаючись у деталі, покажемо, який зв'язок існує між ентропією та інформацією на наступному прикладі.

Нехай у нас є n куль, які в невідомий заздалегідь спосіб розташовано у m шухлядах. Як відомо з комбінаторики, n куль можна розмістити в m шухлядах в $C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$ спосіб (тут C_m^n –

це біноміальні коефіцієнти або кількість сполучень). Аби з'ясувати, де саме, в яких шухлядах лежать кулі, слід провести дослід: відкрити шухляду і подивитись, чи є там куля. Проведемо дослід із здобуття інформації – довідаємося, чи є куля, наприклад, в першій шухляді. При цьому вважають, що здобуто наступну інформацію:

$$I = \log_2 C_m^n - \log_2 C_{m-1}^{n-1}, \text{ якщо куля є в цій шухляді,}$$

$$I = \log_2 C_m^n - \log_2 C_{m-1}^n, \text{ якщо кулі в цій шухляді немає.}$$

Як бачимо, здобуття інформації супроводжується зменшенням величини $S^* = \log_2 C_m^n$, яка є схожою на ентропію у визначенні Больцмана (2.2.26). При цьому $I = \log_2 2 = 1$ – це одиниця вимірювання інформації – біт (від англійського словосполучення binary digit). Основу 2 у логарифма взято тому, що можливі 2 результати цього дослід: кулька або є (1), або її немає (2). Якщо ми