

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М. Ліфшиця

«Допущено до захисту»
Зав. кафедри теоретичної фізики
імені академіка І.М. Ліфшиця
_____ Рашба Г.І.
_____ 202__ р.

Оцінка «_____»
Голова ЕК

_____ 202__ р.

Юрков Артем Ігорович

Поверхневі електромагнітні хвилі на межі розподілу одновісного
середовища,
вкритого двовимірним анізотропним провідним шаром

Кваліфікаційна робота на здобуття
освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр»
спеціальність 104 — «Фізика та астрономія»
освітньо-наукова програма «Фізика»

(підпис студента)

Науковий керівник — професор кафедри
теоретичної фізики імені академіка
І.М. Ліфшиця, д.ф.-м.н., доц. З. Майзеліс

(підпис керівника)

Науковий консультант — асистент кафедри
ННІ КФЕ комп'ютерної фізики
та енергетики О. Єрмаков

(підпис консультанта)

Харків 2025

Анотація

Поверхневі електромагнітні хвилі на межі розподілу одновісного середовища, вкритого двовимірним анізотропним провідним шаром. – Рукопис.

Дипломна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр за спеціальністю 104 – фізика та астрономія. Харків: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2025.- 33 с.- Іл.23

У роботі досліджено поверхневі електромагнітні хвилі на межі розподілу ізотропного середовища з діелектричною сталою ε_i та одноосьового метаматеріалу з анізотропним тензором проникності $\hat{\varepsilon}$, вкритого двовимірним анізотропним провідним шаром $\hat{\sigma}$. Із рівнянь Максвелла та граничних умов було отримано загальне дисперсійне рівняння, яке було проаналізовано і побудовані ізочастотні контури та розподіли електромагнітних полів у спрощених випадках: ізотропне середовище ($\hat{\varepsilon} = \varepsilon_i$) із двовимірним шаром провідності, де розповсюджуються поверхневий плазмон-поляритони; одновісний метаматеріал, що характеризується $\hat{\varepsilon}$ із однородним середовищем ε_i при $\hat{\sigma} = 0$ із д'яконовськими хвилями (Dyakonow Surface Waves (DSW)). У гіперболічному режимі одновісного метаматеріалу, за $\varepsilon_z < 0$ спостерігається режим каналювання. Ізочастотні контури й чисельні симуляції в COMSOL Multiphysics підтверджують спрямованість електромагнітних локалізованих хвиль.

Ключові слова: поверхневі хвилі, каналювання, Д'яконівські поверхневі хвилі, Д'яконівські плаزمони, поверхневі плазмон-поляритони, метаматеріали, метаповерхні.

Abstract

Surface Electromagnetic Waves at the Interface of a Uniaxial Medium Covered by a Two-Dimensional Anisotropic Conductive Layer.

Bachelor's Thesis for the degree of Bachelor in Physics and Astronomy
Kharkiv: V.N.Karazin Kharkiv National University, 2025. 33p. -23 figures.

In this work, we study surface electromagnetic waves at the interface between an isotropic medium with permittivity ε_i and a uniaxial metamaterial with anisotropic permittivity tensor $\hat{\varepsilon}$, covered by a two-dimensional anisotropic conductive layer $\hat{\sigma}$. From Maxwell's equations and the boundary conditions, a general dispersion equation is derived and then examined by constructing isofrequency contours and field distributions in simplified cases: an isotropic medium ($\hat{\varepsilon} = \varepsilon_i$) with a two-dimensional conductive sheet supporting surface plasmon–polaritons (SPP); a uniaxial metamaterial characterized by $\hat{\varepsilon}$ adjacent to a homogeneous medium ε_i with $\hat{\sigma} = 0$, giving rise to Dyakonov surface waves (DSW). In the hyperbolic regime of the uniaxial metamaterial (with $\varepsilon_z < 0$), a channeling regime is observed. Isofrequency contours and numerical simulations in COMSOL Multiphysics confirm the directionality and localization of these modes.

Keywords: surface waves; channeling; Dyakonov surface waves; Dyakonov plasmons; surface plasmon–polaritons; metamaterials; metasurfaces.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1 Огляд літератури	7
1.1 Поверхневі електромагнітні хвилі	7
1.2 Метаповерхні та гіперболічні метаматеріали	7
1.3 Поверхневі плазмонні поляритони та хвилі д'яконова	7
1.4 Ефект каналювання	8
2 Модель досліджуваної системи	9
3 Дисперсійне рівняння поверхневих хвиль	12
4 Аналіз граничних випадків	16
5 Поверхневі Плазмон-Поляритони (ППП)	20
6 Хвилі Д'яконова (DSW)	22
6.1 Випадок $\varepsilon > 0$	23
6.2 Випадок $\varepsilon_{\perp} < 0$	25
7 Гібридні хвилі	26
8 ВИСНОВКИ	31
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	32

ВСТУП

Упродовж останніх десятиліть поверхневі хвилі стали ключовим об'єктом досліджень у сучасній фотоніці та нанооптиці. Очікується, що керування такими хвилями дозволить створювати пристрої нового покоління для субдифракційної візуалізації, ефективних оптичних інтерконектів та високочутливих сенсорів. Переваги поверхневих хвиль, зокрема хвиль Д'яконова (DSW) та поверхневих плазмон-поляритонів (SPP), впливають із їхньої здатності локалізувати енергію на межі розділу та демонструвати унікальну анізотропну дисперсію. Завдяки цим властивостям можна досягти принципово нового контролю над поширенням світла порівняно з об'ємними хвилями. Отже дослідження нових систем із більшою кількістю ступенів вільності є актуальною темою. Тому в нашому дослідженні ми поєднали анізотропний одновісний метаматеріал із анізотропною резонансною метаповерхнею для пошуку цікавих ефектів у фотоніці, зокрема каналювання.

Актуальність роботи полягає у необхідності розуміння механізму впливу поверхневої провідності та діелектричної провідності на дисперсію та локалізацію хвиль, що відкриває нові можливості для керування поширенням світла, зокрема каналювання.

Об'єкт дослідження: система ізотропне середовище-одновісний метаматеріал з анізотропним провідним шаром на межі розділу.

Предмет дослідження: поверхневі хвилі у заданій системі, зокрема їх дисперсійні властивості, просторова еволюція та явище каналювання, виявлене для них в роботі.

Мета дослідження: Дослідити поверхневі хвилі що можуть розповсюджуватись в описаній системі. Отримати умови їхнього існування, порівняти характеристики даних хвиль із відомим типом поверхневих хвиль такі як SPP та DSW. Для досягнення цієї мети було вирішено такі задачі:

- 1) Отримати узагальнене дисперсійне рівняння (4.7) для поверхневих хвиль з урахуванням тензорної провідності поверхневого шару;
- 2) Проаналізувати граничні випадки: поверхневі плазмони-поляритони

- (SPP) на поверхні ізотропного метаматеріалу та хвилі Д'яконова (DSW);
- 3) Дослідити ізочастотні контури в різних режимах (ємнісному, гіперболічному, індуктивному) на наявність важливих для застосувань ефектів, таких як спрямування електромагнітної енергії;
 - 4) Верифікувати теоретичні результати за допомогою чисельного моделювання в COMSOL Multiphysics.

Гіпотеза дослідження полягала в тому, що комбінація одновісного метаматеріалу з гіперболічною дисперсією та анізотропного провідного шару призводить до спрямованого поширення хвиль (каналізації) без необхідності високоточного настроювання параметрів.

Методи дослідження включали: аналітичний вивід дисперсійних рівнянь з рівнянь Максвелла і граничних умов; чисельний аналіз ізочастотних контурів; повновекторне моделювання електромагнітних полів у COMSOL Multiphysics; порівняльний аналіз режимів роботи поверхневого шару.

Наукова новизна полягає у:

- Отриманні узагальненого дисперсійного рівняння (4.7) для гібридних поверхневих хвиль у системі з одновісним метаматеріалом та анізотропним провідним шаром;
- Встановленні зв'язку між гіперболічною дисперсією метаматеріалу ($\epsilon_{\perp} < 0$) та виникненням ефекту каналізації хвиль;
- Демонстрації можливості спрямованого поширення поверхневих хвиль у широкому діапазоні частот та провідностей.

Практичне значення: Результати роботи можуть бути використані при проектуванні: планарних гіперлінз для субдифракційної візуалізації; енергоефективних оптичних інтерконектів зі спрямованим поширенням сигналу; нанофотонних сенсорів з підвищеною чутливістю; пристроїв керування світлом у інтегрованих фотонних схемах.

1 Огляд літератури

1.1 Поверхневі електромагнітні хвилі

Поверхнева електромагнітна хвиля — це хвиля, що поширюється вздовж межі двох середовищ і експоненційно загасає перпендикулярно до інтерфейсу. Завдяки здатності до локалізації енергії та надчутливості до параметрів оточення, такі хвилі є фундаментально важливими в нанофотоніці, оптичному сенсингу та інформаційних технологіях [7, 9].

На відміну від об'ємних хвиль, поверхневі моди дають змогу контролювати світло в субхвильовому масштабі та сприяти створенню компактних фотонних компонентів.

1.2 Метаповерхні та гіперболічні метаматеріали

Метаповерхня — це двовимірна наноструктурована система, що складається з масиву метаатомів і забезпечує контроль над фазою, амплітудою та поляризацією електромагнітних хвиль. Вона може підтримувати поверхневі моди навіть без участі об'ємних металів або кристалів завдяки тензору ефективної провідності [4, 5].

Гіперболічні метаповерхні, у яких одна з компонент провідності має знак, відмінний від інших, підтримують наднаправлені хвилі з ізофазними контурами гіперболічної форми [3, 10]. Це дозволяє створювати нові типи локалізованих мод із гібридною поляризацією та покращеними властивостями спрямованості.

1.3 Поверхневі плазмонні поляритони та хвилі д'яконова

Surface Plasmon Polaritons (SPP) — це електромагнітні хвилі, що виникають на межі між металом і діелектриком внаслідок взаємодії світла з колективними коливаннями електронів. Їхня ключова властивість — сильна

локалізація поля на інтерфейсі та можливість фокусування світла нижче дифракційного обмеження [1, 7].

Dyakonov Surface Waves (DSW) — це інший тип поверхневих хвиль, які виникають на межі ізотропного та анізотропного середовища. На відміну від SPP, DSW не потребують металу й можуть існувати в прозорих середовищах. Вперше їх теоретично передбачив І. д'яконов у 1988 році [2]. DSW мають малу дисперсію, наднизькі втрати та існують у вузькому кутовому діапазоні відносно оптичної осі [6]. Їх було експериментально реалізовано в діелектричних наносистемах [8].

1.4 Ефект каналювання

Каналювання (canalization) — це ефект бездифракційного переносу енергії вздовж метаповерхні, що виникає за умов екстремальної анізотропії провідності або гіперболічної дисперсії. Це дозволяє створювати колімовані промені та передавати сигнал без розмиття в поперечному напрямку [1]. У гіперболічних метаповерхнях такий ефект є природним наслідком розподілу ізофазних контурів, які формують майже прямолінійні траєкторії для хвиль [4, 10].

Каналізація має особливу цінність для створення метафотонних інтер'єктів і гіперлінз із субхвильовою роздільною здатністю.

Висновок

Отже, сучасні роботи [1–10] демонструють, що метаповерхні, а особливо — гіперболічні, є перспективними платформами для керування новими типами поверхневих хвиль. Об'єднання таких структур дозволяє реалізувати нові режими розповсюдження, включно з гібридними хвилями, DSW-SPP змішаного характеру та ефектами каналювання, що і складає основу для нашого дослідження.

2 Модель досліджуваної системи

Розглянемо інтерфейс між однорідним середовищем, що характеризується діелектричною сталою ε_1 , та одноосним метаматеріалом, діелектрична проникність якого задається тензором

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_2 &= \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} (\varepsilon_{\parallel} \cos^2 \alpha + \varepsilon_{\perp} \sin^2 \alpha) & (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}) \cos \alpha \sin \alpha & 0 \\ (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}) \cos \alpha \sin \alpha & (\varepsilon_{\parallel} \sin^2 \alpha + \varepsilon_{\perp} \cos^2 \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.1)$$

На межі розташована анізотропна провідна поверхня, електропровідність якої описується тензором:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} &= \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp} \sin^2 \beta & (\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}) \sin \beta \cos \beta \\ (\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}) \sin \beta \cos \beta & \sigma_{\perp} \cos^2 \beta + \sigma_{\parallel} \sin^2 \beta \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

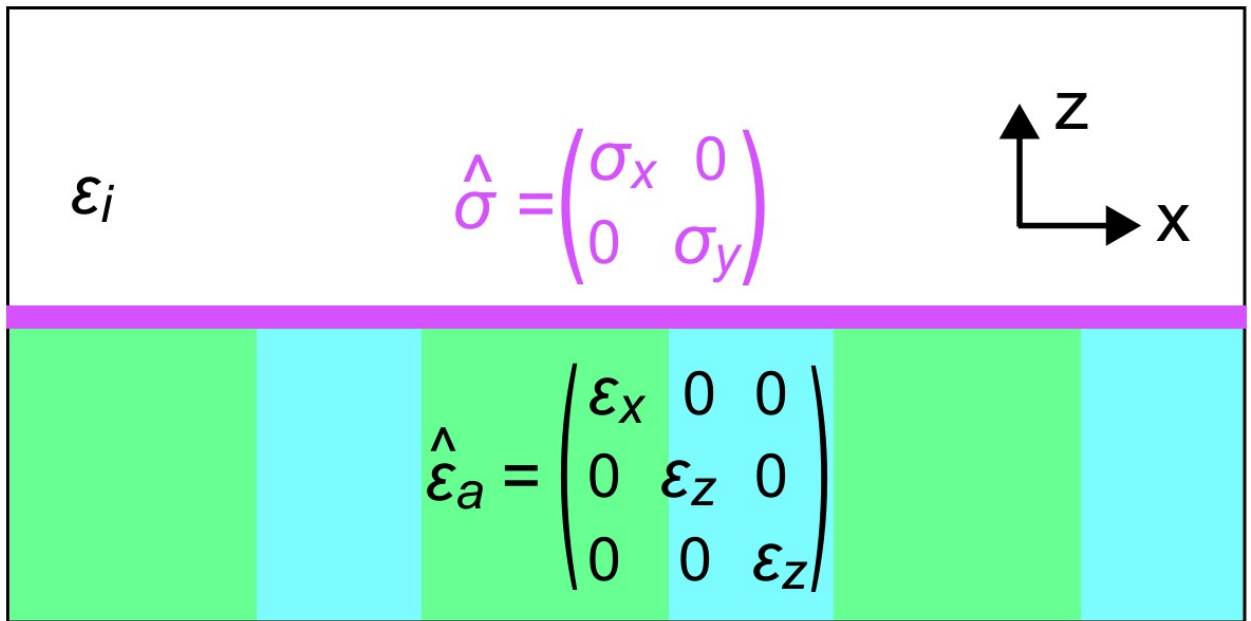


Рис. 2.1: Досліджувана геометрія задачі

Тут σ_{\perp} , σ_{\parallel} , а також ϵ_{\perp} , ϵ_{\parallel} — це частотно-залежні провідності та діелектричні проникності вздовж головних осей відповідних тензорів.

Як зазвичай приймається, компоненти тензора провідності описуються за допомогою моделі Друде-Лоренца:

$$\sigma_{\perp,\parallel} = \frac{i\omega^2 \sigma_{0\perp,\parallel}}{\omega^2 - \Omega_{\perp,\parallel}^2 + i\omega\gamma_{\perp,\parallel}} \quad (2.3)$$

У всіх середовищах приймаємо магнітну проникність $\mu = 1$.

Оптична вісь, яка відповідає напрямку ϵ_{\parallel} , а також σ_{\parallel} , утворює кути α та β відповідно з напрямком хвильового вектора в площині, який вважаємо напрямленим вздовж осі x , див. рис. 2.1. Позначимо різницю цих кутів як $\theta = \alpha - \beta$.

Оптична вісь одноосного середовища вважається паралельною до межі, що є необхідною умовою для існування хвиль Д'яконова (Dyakonov Surface Waves) [2].

Для зручності початок координат обирається на межі між середовищами, тобто $z = 0$. Верхню півпростір ($z > 0$) займає однорідне середовище з діелектричною сталою ϵ_1 , а нижню ($z < 0$) — одноосний матеріал. Товщина провідного шару вважається набагато меншою за довжину хвилі, що

дозволяє розглядати його як поверхню, розташовану в площині $z = 0$.

Параметри $\Omega_{\perp,\parallel}$ та $\gamma_{\perp,\parallel}$ у формулі (2.3) відповідають, відповідно, резонансним частотам пов'язаних електронних осциляторів та їхнім коефіцієнтам затухання вздовж напрямків \perp і \parallel .

Ми обираємо систему одиниць Гауса через її зручність. У цій роботі ми будемо мати справу з такими виразами, як $\frac{4\pi}{c}\sigma_g$. Саме тому доцільно перейти до ефективної змінної — ефективної провідності: $\sigma = \frac{4\pi}{c}\sigma_g$.

Щоб перейти до системи SI, скористаємося співвідношенням для перетворення з CGS у SI:

$$\sigma_g = \frac{\sigma_{si}}{4\pi\epsilon_0}$$

Отже,

$$\sigma_{si} = \sigma \cdot c \cdot \epsilon_0 \approx 2.645 \cdot \sigma \quad (2.4)$$

де σ_g — провідність у системі CGS, σ_{si} — провідність у системі SI, а ϵ_0 — діелектрична стала (перміттивність вакууму).

3 Дисперсійне рівняння поверхневих хвиль

У цій роботі ми досліджуємо локалізовані електромагнітні хвилі, що згасають від межі розділу. Їх поля можна записати у вигляді плоских хвиль, оскільки відстань від джерела випромінювання є достатньо великою:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{i(xk_x + zk_z - \omega t)} \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 e^{i(xk_x + zk_z - \omega t)}.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Для забезпечення локалізації полів вздовж межі розділу мають виконуватися умови:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(|z| \rightarrow \infty) &= 0 \\ \mathbf{H}(|z| \rightarrow \infty) &= 0.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Проекція хвильового вектора k_z на вісь z повинна бути уявною величиною. Плоска хвиля, що поширюється вздовж осі x та локалізована вздовж осі z , описується рівняннями Максвелла для обох середовищ:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot}\mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{H}}{dt}, \\ \operatorname{rot}\mathbf{H} &= \frac{4\pi\mathbf{J}}{c} + \frac{1}{c} \frac{d\mathbf{E}}{dt}\end{aligned}\tag{3.3}$$

Джерела струму \mathbf{J} можна вважати нульовими, оскільки ми розглядаємо середовища без джерел.

$$\begin{aligned}
\text{rot}\mathbf{H} &= \begin{bmatrix} i & \gamma & k \\ d/dx & d/dy & d/dz \\ H_x & H_y & H_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -dH_y/dz + dH_z/dy \\ -dH_z/dx + dH_x/dz \\ dH_y/dx - dH_x/dy \end{pmatrix} = \frac{\hat{\varepsilon}d\mathbf{E}}{cdt} \\
\text{rot}\mathbf{E} &= \begin{bmatrix} i & \gamma & k \\ d/dx & d/dy & d/dz \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -dE_y/dz + dE_z/dy \\ -dE_z/dx + dE_x/dz \\ dE_y/dx - dE_x/dy \end{pmatrix} = -\frac{\mu d\mathbf{H}}{cdt}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Ми обираємо систему відліку таким чином, щоб хвильовий вектор \mathbf{k} лежав у площині zx , тобто $k_y = 0$. Така орієнтація координат дозволяє спростити виведення, оскільки усуває деякі доданки. Виконавши проміжні обчислення:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c} \frac{\varepsilon d\mathbf{E}}{dt} &= \frac{\varepsilon \mathbf{E}_0 de^{i(\mathbf{kr}-\omega t)}}{cdt} = -i \frac{\varepsilon \omega \mathbf{E}}{c} = -i \varepsilon k_0 \mathbf{E} \\
\frac{dH_y}{dz} &= \frac{H_{0y} de^{i(\mathbf{kr}-\omega t)}}{dz} = i H_y k_z
\end{aligned}$$

отримуємо вирази для полів у області $z > 0$, де $\varepsilon = \varepsilon_i$ та $k_z = k_z^i$:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_i k_0 E_x &= H_y k_z^i \\
\varepsilon_i k_0 E_y &= H_z k_x - H_x k_z^i \\
\varepsilon_i k_0 E_z &= -H_y k_x \\
k_0 H_x &= -E_y k_z^i \\
k_0 H_y &= -E_z k_x + E_x k_z^i \\
k_0 H_z &= E_y k_x
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Як видно, поля можна виразити через (E_y, H_y) , які ми позначимо як (A_1, B_1) 3.6. Цей факт вказує на наявність двох незалежних мод - ТЕ та ТМ, проте, як буде показано далі 3.7, обидві мають однакове дисперсійне співвідношення.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_1 &= \left(\frac{B_1 k_z^i}{\varepsilon_i k_0}, A_1, -\frac{B_1 k_x}{\varepsilon_i k_0} \right) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \\ \mathbf{H}_1 &= \left(-\frac{A_1 k_z^i}{k_0}, B_1, \frac{A_1 k_x}{k_0} \right) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}\end{aligned}\quad (3.6)$$

Поля такого вигляду (рівняння 3.5) можуть існувати лише за умови, що визначник цієї системи дорівнює нулю. Ця умова призводить до дисперсійного співвідношення:

$$k_x^2 + (k_z^i)^2 - \varepsilon_i k_0^2 = 0 \quad (3.7)$$

Обидві моди (ТЕ та ТМ) мають однакове дисперсійне співвідношення (рівняння 3.7), що свідчить про виродження мод. Однак у одновісному матеріалі це виродження знімається через анізотропію діелектричної проникності. Виконуючи аналогічні кроки, як при виведенні рівняння 3.7, можна показати, що дисперсійні закони для двох незалежних мод (звичайної та незвичайної) є різними: Дисперсійні співвідношення:

$$k_x^2 + (k_z^o)^2 - \varepsilon_\perp k_0^2 = 0 \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^o &= (k_z^o \sin \alpha, k_z^o \cos \alpha, -k_x \sin \alpha) A_2, \\ \mathbf{H}^o &= \left(-\frac{(k_z^o)^2}{k_0} \cos \alpha, \varepsilon_\perp k_0 \sin \alpha, \frac{k_x k_z^o}{k_0} \cos \alpha \right) A_2.\end{aligned}\quad (3.9)$$

$$k_x^2 \varepsilon_{xx} - (k_z^e)^2 \varepsilon_\perp - k_0^2 \varepsilon_{||} \varepsilon_\perp = 0 \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^e &= ((k_0^2 \varepsilon_\perp - k_x^2) \cos \alpha, -\varepsilon_\perp k_0^2 \sin \alpha, -k_x k_z^e \cos \alpha) B_2 \\ \mathbf{H}^e &= (\varepsilon_\perp k_0 k_z^e \sin \alpha, \varepsilon_\perp k_0 k_z^e \cos \alpha, -k_x \varepsilon_\perp k_0 \sin \alpha) B_2\end{aligned}\quad (3.11)$$

Лінійна комбінація власних мод дає повне поле в одновісному середовищі:

$$\begin{aligned}
E_x^2 &= A_2 \sin \alpha(k_z^o) + B_2 \cos \alpha(k_0^2 \varepsilon_{\perp} - k_x^2), \\
E_y^2 &= A_2 \cos \alpha(k_z^o) + B_2 \sin \alpha(-\varepsilon_{\perp} k_0^2), \\
E_z^2 &= A_2 \sin \alpha(-k_x) + B_2 \cos \alpha(-k_x k_z^e), \\
H_x^2 &= A_2 \cos \alpha \left(-\frac{(k_z^o)^2}{k_0} \right) + B_2 \sin \alpha \varepsilon_{\perp} k_0 k_z^e \\
H_y^2 &= A_2 \sin \alpha(\varepsilon_{\perp} k_0) + B_2 \cos \alpha(\varepsilon_{\perp} k_0 k_z^e) \\
H_z^2 &= A_2 \cos \alpha \left(\frac{k_x k_z^o}{k_0} \right) + B_2 \sin \alpha(-k_x \varepsilon_{\perp} k_0)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

де $k_z^o = -i\kappa_o \varepsilon k_z$ для звичайної хвилі, $k_z^e = -i\kappa_e - k_z$ для незвичайної моди, а $k_z^i = i\kappa_i$ відповідає k_z в ізотропному середовищі ($z > 0$).

Для забезпечення співіснування полів в обох середовищах вони повинні задовольняти граничним умовам. Використання умов $[\mathbf{n}_{12}, \mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1] = \frac{4\pi J_s}{c}$ та $[\mathbf{n}_{12}, \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1] = 0$ дає систему з 4 однорідних рівнянь, розв'язок якої існує, якщо їх визначник дорівнює нулю:

$$\begin{vmatrix}
0 & -i\kappa^o \sin \alpha & -i\kappa_i & \cos \alpha(-k_x^2 + k_0^2 \varepsilon_{\perp}) \\
-1 & -i\kappa^o \cos \alpha & 0 & -k_0^2 \varepsilon_{\perp} \sin \alpha \\
i\frac{\kappa^i}{k_0} + \frac{4\pi\sigma_{yy}}{c} & \cos \alpha \frac{\kappa_o^2}{k_0} & +\frac{4\pi i\sigma_{xy}\kappa^i}{c} & -\sin \alpha \varepsilon_{\perp} k_0 i\kappa^e \\
-\frac{4\pi\sigma_{xy}}{c} & \sin \alpha \varepsilon_{\perp} k_0 & -\left(\varepsilon_i k_0 + \frac{4\pi\sigma_{xx}i\kappa^i}{c} \right) & -\cos \alpha \varepsilon_{\perp} k_0 i\kappa^e
\end{vmatrix} = 0 \tag{3.13}$$

Що призводить до наступного рівняння:

$$\begin{aligned}
&(\kappa_0^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_{\perp} \sin^2 \alpha)(k_0 \varepsilon_{\perp} \kappa_e \kappa_i + i\kappa_i^2 \kappa_o \sigma_{xx} - ik_0^2 \kappa_o \varepsilon_i \sigma_{yy} + k_0 \kappa_o \kappa_i (\varepsilon_i - \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx} \sigma_{yy})) \\
&(\kappa_o \kappa_e \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_{\perp} \sin^2 \alpha)(k_0 \kappa_i^2 \varepsilon_{\perp} - ik_0^2 \kappa_i \varepsilon_{\perp} \sigma_{yy}) + \\
&(\kappa_o^3 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_{\perp} \kappa_e \sin^2 \alpha)(i\kappa_i \kappa_o \sigma_{xx} + k_0 \kappa_o \varepsilon_i) - \\
&ik_0^2 \varepsilon_{\perp} \kappa_i \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) \sigma_{xy} \sin 2\alpha = 0
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Ми обираємо систему одиниць Гауса через її зручність. У цій роботі ми будемо мати справу з такими виразами, як $\frac{4\pi}{c}\sigma_g$. Саме тому доцільно перейти до ефективної змінної — ефективної провідності: $\sigma = \frac{4\pi}{c}\sigma_g$.

Щоб перейти до системи SI, скористаємося співвідношенням для перетворення з CGS у SI:

$$\sigma_g = \frac{\sigma_{si}}{4\pi\epsilon_0}$$

Отже,

$$\sigma_{si} = \sigma \cdot c \cdot \epsilon_0 \approx 2.645 \cdot \sigma \quad (3.15)$$

де σ_g — провідність у системі CGS, σ_{si} — провідність у системі SI, а ϵ_0 — діелектрична стала (перміттивність вакууму).

4 Аналіз граничних випадків

Отримане рівняння 3.14 потребує подальших спрощень, оскільки містить непарні розв'язки, які необхідно врахувати. Вираз $(\kappa_0^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \epsilon_{\perp} \sin^2 \alpha)$ містить корені, згадані раніше, тому ми згрупуємо його разом з членами $(\kappa_o \kappa_e \cos^2 \alpha - k_0^2 \epsilon_{\perp} \sin^2 \alpha)$ та $(\kappa_o^3 \cos^2 \alpha - k_0^2 \epsilon_{\perp} \kappa_e \sin^2 \alpha)$.

Додаючи та віднімаючи члени: $\pm k_0^2 \cos^2 \alpha (k_0 \kappa_i^2 \epsilon_{\perp} - i k_0^2 \kappa_i \epsilon_{\perp} \sigma_{yy})$ та $\pm k_0^2 \epsilon_{\perp} \sin^2 \alpha \kappa_o (i \kappa_i \kappa_o \sigma_{xx} + k_0 \kappa_o \epsilon_i)$, отримуємо:

$$\begin{aligned} & (\kappa_0^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \epsilon_{\perp} \sin^2 \alpha) \left(k_0 \epsilon_{\perp} \kappa_e \kappa_i + i \kappa_i^2 \kappa_o \sigma_{xx} - i k_0^2 \kappa_o \epsilon_i \sigma_{yy} \right. \\ & \quad + k_0 \kappa_o \kappa_i (\epsilon_i - \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx} \sigma_{yy}) + k_0 \kappa_i^2 \epsilon_{\perp} \\ & \quad \left. - i k_0^2 \kappa_i \epsilon_{\perp} \sigma_{yy} + \kappa_o (i \kappa_i \kappa_o \sigma_{xx} + k_0 \kappa_o \epsilon_o) \right) \\ & - i k_0^2 \epsilon_{\perp} \kappa_i \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) \sigma_{xy} \sin 2\alpha \\ & + (\kappa_e \kappa_o \cos^2 \alpha - \kappa_o^2 \cos^2 \alpha) (k_0 \kappa_i^2 \epsilon_{\perp} - i k_0^2 \kappa_i \epsilon_{\perp} \sigma_{yy}) \\ & + (\epsilon_{\perp} k_0^2 \kappa_o \sin^2 \alpha - \epsilon_{\perp} k_0^2 \kappa_e \sin^2 \alpha) (i \kappa_i \kappa_o \sigma_{xx} + k_0 \kappa_o \epsilon_i) = 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Далі ми розглянемо члени незалежно від $(\kappa_0^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \epsilon_{\perp} \sin^2 \alpha)$, з

урахуванням σ та без нього.

Вирази, які будуть використані у подальших викладках:

$$\begin{aligned} \kappa_{o,i}^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_{z,0} \sin^2 \alpha &= k_x^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_{z,0} \\ \kappa_i^2 - \kappa_o^2 &= (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_i) k_0^2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Члени без σ :

$$\begin{aligned} &(\kappa_e \kappa_o \cos^2 \alpha - \kappa_o^2 \cos^2 \alpha)(k_0 \kappa_i^2 \varepsilon_{\perp}) \\ &+ (\varepsilon_{\perp} k_0^2 \kappa_o \sin^2 \alpha - \varepsilon_{\perp} k_0^2 \kappa_e \sin^2 \alpha)(k_0 \kappa_o \varepsilon_i) = \\ &= k_0 \varepsilon_{\perp} \kappa_1^2 \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) \cos^2 \alpha - k_0^3 \varepsilon_{\perp} \varepsilon_i \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) \sin^2 \alpha \\ &= k_0 \varepsilon_{\perp} \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) (\kappa_i^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_i \sin^2 \alpha) \\ &= k_0 \varepsilon_{\perp} \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) (k_x^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_i) \\ &= k_0 \varepsilon_{\perp} \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) (k_x^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_{\perp} + \kappa_i^2 - \kappa_o^2) \\ &= k_0 \varepsilon_{\perp} \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) (\kappa_o^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_{\perp} \sin^2 \alpha) \\ &+ k_0^3 \varepsilon_{\perp} \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_i) \end{aligned} \quad (4.3)$$

лени з σ :

$$\begin{aligned} &- i k_0^2 \varepsilon_{\perp} \kappa_i \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) \sigma_{xy} \sin 2\alpha \\ &+ (\kappa_e \kappa_o \cos^2 \alpha - \kappa_o^2 \cos^2 \alpha) (-i k_0^2 \kappa_i \varepsilon_{\perp} \sigma_{yy}) \\ &+ (\varepsilon_{\perp} k_0^2 \kappa_o \sin^2 \alpha - \varepsilon_{\perp} k_0^2 \kappa_e \sin^2 \alpha) (i \kappa_i \kappa_o \sigma_{xx}) = \\ &= -i \varepsilon_{\perp} k_0^2 \kappa_i \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) \\ &\quad \times (\sigma_{xy} \sin 2\alpha + \sigma_{yy} \cos^2 \alpha + \sigma_{xx} \sin^2 \alpha) = \\ &= -i \varepsilon_{\perp} k_0^2 \kappa_i \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) \\ &\quad \times (\sigma_y \cos^2 (\alpha - \beta) + \sigma_x \sin^2 (\alpha - \beta)) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Тепер ми можемо записати рівняння у вигляді:

$$\begin{aligned}
& (\kappa_0^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_{\perp} \sin^2 \alpha) \left(k_0 \varepsilon_{\perp} \kappa_e \kappa_i + i \kappa_i^2 \kappa_o \sigma_{xx} \right. \\
& \quad - i k_0^2 \kappa_o \varepsilon_i \sigma_{yy} + k_0 \kappa_o \kappa_i (\varepsilon_i - \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx} \sigma_{yy}) \\
& \quad + k_0 \kappa_i^2 \varepsilon_{\perp} - i k_0^2 \kappa_i \varepsilon_{\perp} \sigma_{yy} + \kappa_o (i \kappa_i \kappa_o \sigma_{xx} + k_0 \kappa_o \varepsilon_o) \\
& \quad \left. + k_0 \varepsilon_{\perp} \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) \right) \\
& \quad + k_0^3 \varepsilon_{\perp} \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_i) \\
& \quad - i \varepsilon_{\perp} k_0^2 \kappa_i \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) (\sigma_y \cos^2 (\alpha - \beta) + \sigma_x \sin^2 (\alpha - \beta)) = 0
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Використовуючи $(\kappa_0^2 \cos^2 \alpha - k_0^2 \varepsilon_{\perp} \sin^2 \alpha) = \frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}} (\kappa_e - \kappa_o) (\kappa_e + \kappa_o)$, ми можемо винести множник $\frac{k_0 \varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}} (\kappa_e - \kappa_o)$, який відповідає за непарні розв'язки. Для скорочення позначимо $(\sigma_y \cos^2 (\alpha - \beta) + \sigma_x \sin^2 (\alpha - \beta))$ як $\tilde{\sigma}_{yy}$ та отримаємо:

$$\begin{aligned}
& (\kappa_e + \kappa_o) \left(\varepsilon_{\perp} \kappa_e \kappa_i + i \kappa_i^2 \kappa_o \sigma_{xx} / k_0 \right. \\
& \quad - i k_0 \kappa_o \varepsilon_i \sigma_{yy} + \kappa_o \kappa_i (\varepsilon_i - \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx} \sigma_{yy}) \\
& \quad + \kappa_i^2 \varepsilon_{\perp} - i k_0 \kappa_i \varepsilon_{\perp} \sigma_{yy} \\
& \quad \left. + \kappa_o (i \kappa_i \kappa_o \sigma_{xx} / k_0 + \kappa_o \varepsilon_i) + \varepsilon_{\perp} \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o) \right) \\
& \quad + k_0^2 \kappa_o (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_i) \\
& \quad - i k_0 \kappa_i \kappa_o (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \tilde{\sigma}_{yy} = 0
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Ми бачимо, що рівняння 4.6 перетворюється на SPP, якщо $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{\perp} = \varepsilon_2$ і, як наслідок, $\kappa_e = \kappa_o = \kappa_2$. Ми також можемо виразити у 4.6 рівняння Д'яконова у його первісному вигляді, використовуючи $k_0^2 \kappa_o (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_i) = -k_0^2 \kappa_o (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_i) (\varepsilon_i - \varepsilon_{\perp}) - k_0^2 \kappa_o (\varepsilon_i - \varepsilon_{\perp})^2$ та $(\kappa_e + \kappa_o) (\varepsilon_{\perp} \kappa_e \kappa_i + \varepsilon_i \kappa_i \kappa_o + \varepsilon_{\perp} \kappa_i^2 + \varepsilon_o \kappa_o^2 + \varepsilon_{\perp} \kappa_o (\kappa_e - \kappa_o)) = (\kappa_i + \kappa_o) (\kappa_i + \kappa_e) (\varepsilon_i \kappa_o + \varepsilon_{\perp} \kappa_e) + k_0^2 \kappa_o (\varepsilon_i - \varepsilon_{\perp})^2$:

$$\begin{aligned}
& (\kappa_i + \kappa_o)(\kappa_i + \kappa_e)(\varepsilon_i \kappa_o + \varepsilon_\perp \kappa_e) \\
& - k_0^2 \kappa_o (\varepsilon_\parallel - \varepsilon_i)(\varepsilon_i - \varepsilon_\perp) \\
& + (\kappa_e + \kappa_o) \left(i \kappa_i \kappa_o \sigma_{xx} (\kappa_i + \kappa_o) / k_0 \right. \\
& \left. - i k_0 \sigma_{yy} (\varepsilon_i \kappa_o + \varepsilon_\perp \kappa_i) + \kappa_i \kappa_o (\sigma_{xx} \sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2) \right) \\
& - i k_0 \kappa_i \kappa_o (\varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp) \tilde{\sigma}_{yy} = 0
\end{aligned} \tag{4.7}$$

де $\tilde{\sigma}_{yy}(\theta) = \sigma_y \cos^2 \theta + \sigma_x \sin^2 \theta = \sigma_y \cos^2 (\alpha - \beta) + \sigma_x \sin^2 (\alpha - \beta)$.

Щоб підтвердити коректність цього рівняння, у наступних розділах ми покажемо, що воно точно описує простіші випадки, такі як: ізотропний $\hat{\varepsilon}$ (поверхневі плазмони-поляритони), $\hat{\sigma} = 0$ (що відповідає хвилям Д'яконова), а також результати чисельного моделювання полів у COMSOL Multiphysics.

5 Поверхневі Плазмон-Поляритони (ППП)

У випадку однорідного середовища у напівпросторі $k_z < 0$ (рис. 5.1)

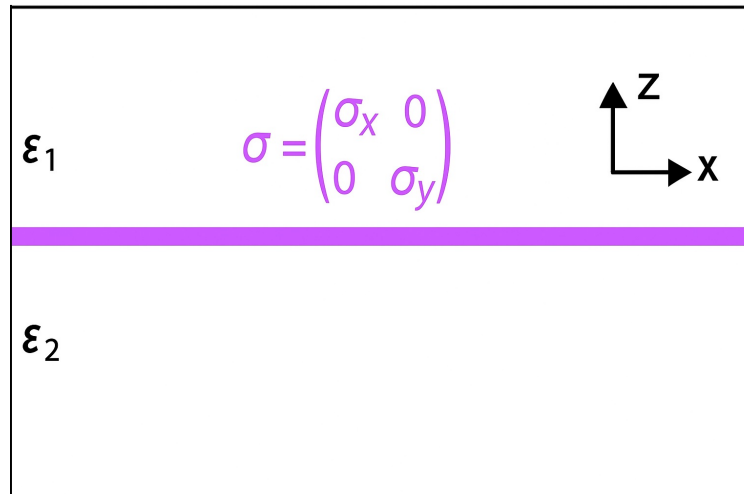


Рис. 5.1: Геометрія задачі для ППП

рівняння 4.7 спрощується до:

$$\left(\frac{(\kappa_1 + \kappa_2)}{k_0} - i\sigma_{yy} \right) \left(k_0 \left(\frac{\varepsilon_2}{\kappa_2} + \frac{\varepsilon_1}{\kappa_1} \right) + i\sigma_{xx} \right) = \sigma_{xy}^2 \quad (5.1)$$

яке є рівнянням поверхневого плазмона-поляритона [10].

Як було зазначено раніше, елементи тензора провідності описуються формулою Друде-Лоренца 2.3. Такий вибір зроблений навмисно, оскільки провідний шар (метаповерхня) проявляє різні режими залежно від частоти електромагнітного поля [10]:

- $\omega < \Omega_{\perp, \parallel}$ - ємнісний режим
- $\Omega_{\perp} < \omega < \Omega_{\parallel}$ - гіперболічний режим
- $\Omega_{\perp, \parallel} < \omega$ - індуктивний режим

У цій роботі ми аналізували поверхневі хвилі за допомогою ізочастотних контурів. Ізочастотний контур - це розв'язок дисперсійного рівняння для фіксованої частоти, який дає уявлення про форму хвильового фронту. Дисперсія рівняння 5.1 для $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$, $\sigma_x = 0.06 - 0.68i$ mS, $\sigma_y = 0.06 + 0.95i$ mS при $\omega = 150$ THz має гіперболічну форму (рис. 5.2).

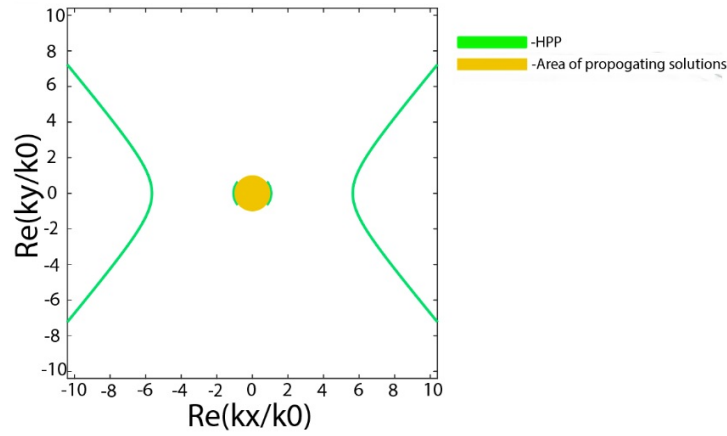


Рис. 5.2: Ізочастотний контур

Це підтверджується результатами чисельного моделювання електромагнітних полів (рис. 5.3).

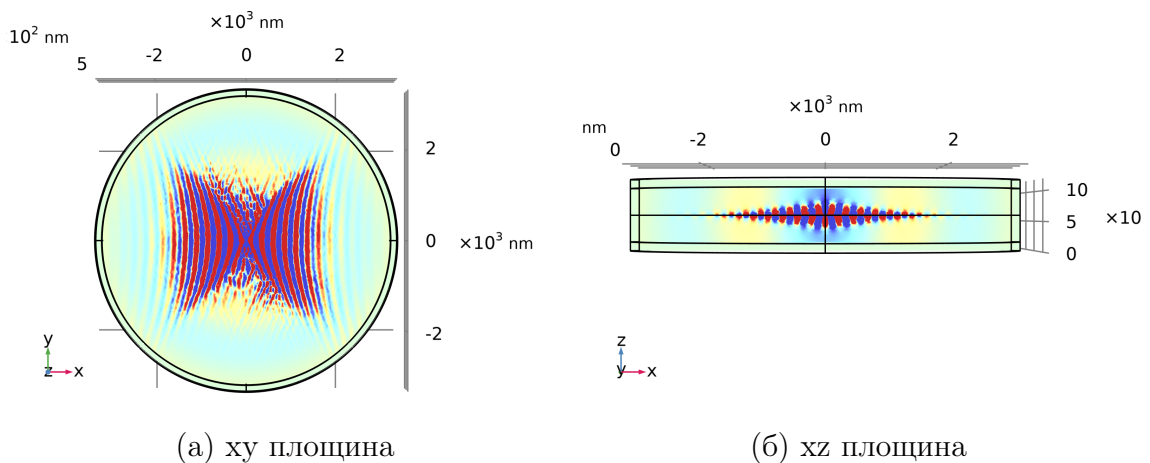


Рис. 5.3: Результати моделювання в COMSOL електромагнітних полів, збуджених z -орієнтованим обертовим диполем з $\omega = 150$ ТГц, розташованим у вакуумі ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$) на відстані 10 нм над поверхнею з параметрами: $\sigma_x = 0.06 - 0.68i$ мС, $\sigma_y = 0.06 + 0.95i$ мС.

Як видно з рис. 5.3, збуджена хвиля локалізована біля поверхні (xz площина) і її хвильовий фронт відповідає гіперболічній формі ізочастотного контуру (xy площина).

6 Хвилі Д'яконова (DSW)

За відсутності провідного шару ($\hat{\sigma} = 0$) система перетворюється на однорідне середовище з одновісним матеріалом, що описується $\hat{\varepsilon}_2$ (2.1). Така комбінація підтримує поверхневі хвилі, відомі як хвилі Д'яконова (DSW) [2], якщо задовольняється розв'язок загального дисперсійного рівняння (4.7) для $\hat{\sigma} = 0$:

$$(\kappa_i + \kappa_o)(\kappa_i + \kappa_e)(\varepsilon_i \kappa_o + \varepsilon_{\perp} \kappa_e) - k_0^2 \kappa_o (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_i)(\varepsilon_i - \varepsilon_{\perp}) = 0 \quad (6.1)$$

Рівняння 6.1 точно відповідає рівнянню №9 з оригінальної роботи Д'яконова [2]. Зазвичай воно розв'язується чисельними методами, але можна використати аналітичний розв'язок з [6].

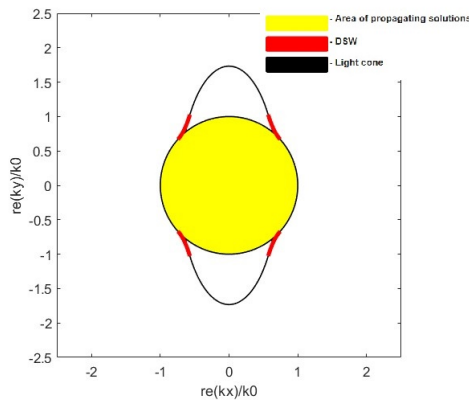
Хвиля вважається еванесцентною, якщо всі її моди є еванесцентними. Це обмежує розв'язки випадками, де κ_i, κ_e і $\kappa_o > 0$. З рівняння (6.1) випливає, що якщо всі κ додатні, то $\varepsilon_{\parallel} > \varepsilon_i > \varepsilon_{\perp}$ або $\varepsilon_{\perp} > \varepsilon_i > \varepsilon_{\parallel}$. Як зазначено в [2], тільки перша умова:

$$\varepsilon_{\parallel} > \varepsilon_i > \varepsilon_{\perp} \quad (6.2)$$

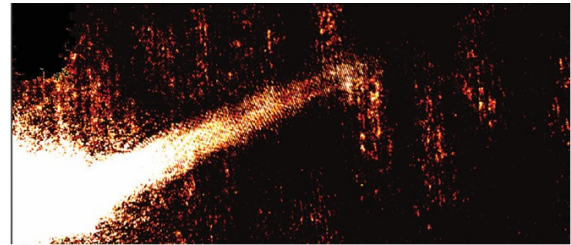
підходить для DSW. Не всі ε обов'язково мають бути додатними. Як описано в [7], можна знайти розв'язки рівняння (9,10) з від'ємними ε_{\perp} або ε_{\parallel} . Цей випадок буде розглянуто у наступному розділі, тоді як тут ми зосередимось на "класичному" випадку з додатними діелектричними проникностями.

6.1 Випадок $\varepsilon > 0$

Цей тип поверхневих хвиль не може поширюватись у всіх напрямках від оптичної осі, що означає - не для всіх значень (α) існує розв'язок з додатними $\kappa_{i,e,o}$. Якщо чисельно розв'язати рівняння для певної частоти відносно k_x та перейти до лабораторної системи координат за допомогою $k_x = k'_x \cos \alpha$ і $k_y = k'_y \sin \alpha$, то типовий еванесцентний розв'язок має вигляд 6.1:



(а) Ізочастотний контур



(б) Експериментальне відтворення

Рис. 6.1: (а) Ізочастотний контур, отриманий чисельним розв'язком рівняння 6.1 для $\omega = 270$ THz, $\varepsilon_{\parallel} = 5$, $\varepsilon_i = 1$, $\varepsilon_{\perp} = 0.5$. (б) Зображення в темному полі, отримане CCD-камерою [8]

Така поведінка пояснюється тим, що дисперсійні співвідношення (рівняння 3.10, 3.8) поділяють обернений простір на області з різною кількістю розповсюджуючих та еванесцентних розв'язків (рис. 6.2). Дисперсія незвичайної моди має еліптичну форму для додатних компонентів тензора діелектричної проникності. Це можна побачити при переході до лабораторної системи координат $k_x = k'_x \cos \alpha$ і $k_y = k'_y \sin \alpha$:

Дисперсія незвичайної моди:

$$k_0^2 - \frac{k_x^2}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{k_y^2}{\varepsilon_{\parallel}} = \frac{\kappa_e^2}{\varepsilon_{\perp}}$$

Дисперсія звичайної моди:

$$k_x^2 + k_y^2 - \varepsilon_{\perp} k_0^2 = \kappa_o^2$$

Відповідні світлові конуси при $\kappa_{e,o} = 0$ мають вигляд:

Незвичайна мода:

$$\frac{k_x^2}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{k_y^2}{\varepsilon_{\parallel}} = k_0^2 \quad (6.3)$$

Звичайна мода:

$$k_x^2 + k_y^2 = \varepsilon_{\perp} k_0^2 \quad (6.4)$$

З рівнянь (6.3, 6.4) ми отримуємо еліптичний та круговий світлові конуси відповідно. Це означає, що якщо хвильовий вектор лежить всередині світлового конуса, може бути збуджена розповсюджуюча хвиля, оскільки $\text{Im}[k_z] = 0$. Навпаки, для хвильового вектора k поза світловим конусом $\text{Im}[k_z] \neq 0$, що відповідає еванесцентній хвилі (рис. 6.2).

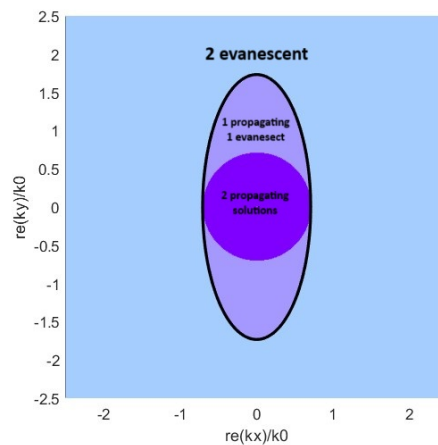


Рис. 6.2: Дисперсія одновісного метаматеріалу для $\varepsilon_{\parallel} = 5$, $\varepsilon_i = 1$, $\varepsilon_{\perp} = 0.5$. Темнофіолетовий колір відповідає двом розповсюджуючим модам, фіолетовий - 1 розповсюдженій незвичайній моді та 1 поверхневій звичайній моді, блакитний - двом поверхневим модам.

6.2 Випадок $\varepsilon_{\perp} < 0$

Як було показано в [7], за умов:

$$0 < \varepsilon_i < |\varepsilon_{\perp}| \frac{\varepsilon_{\parallel}}{|\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}|} \quad (6.5)$$

$$|\varepsilon_{\perp}| \frac{\varepsilon_{\parallel}}{|\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}|} < \varepsilon_i < |\varepsilon_i| \quad (6.6)$$

можуть існувати поверхневі хвилі, відомі як плазмони Д'яконова (DP).

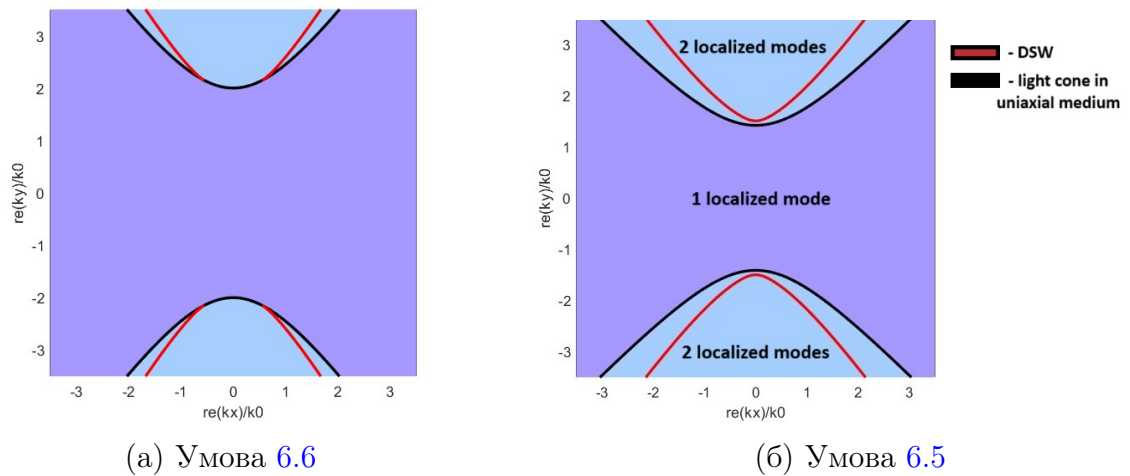


Рис. 6.3: (а) Розв'язок рівняння 6.1 для $\varepsilon_{\perp} = -1.8$, $\varepsilon_{\parallel} = 2$, $\varepsilon_i = 1$. (б) Розв'язок для $\varepsilon_{\perp} = -2$, $\varepsilon_{\parallel} = 4$, $\varepsilon_i = 1$.

Як видно з цих розв'язків (рис. 6.5 та 6.6), нерівність 6.5 визначає умови існування плазмонів Д'яконова з повною гіперболічною дисперсією, а 6.6 - плазмонів Д'яконова з усіченою гіперболічною дисперсією. В обох випадках розв'язки рівняння 6.1 лежать лише всередині гілок гіперболи дисперсійного рівняння 3.10, де обидві моди (звичайна та незвичайна) є локалізованими.

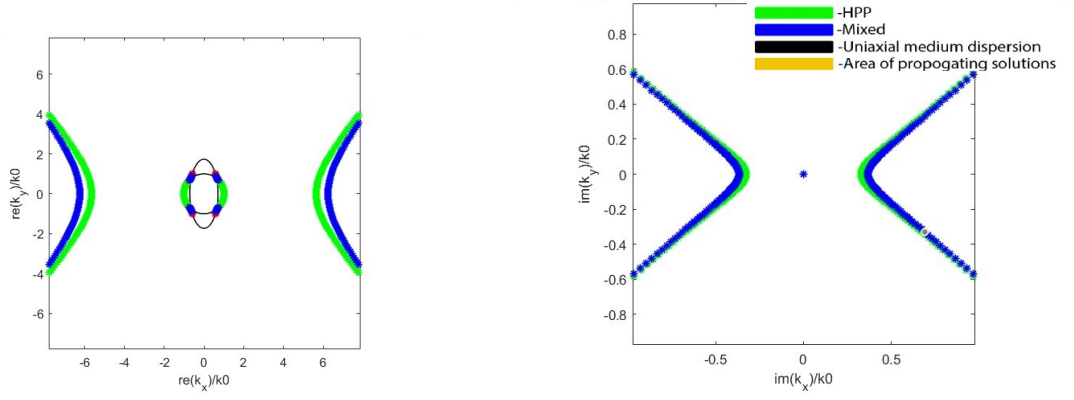
Незалежно від знаку ε_{\perp} , хвилі Д'яконова характеризуються довгим часом життя, що пояснюється відсутністю уявної частини у k_x за рахунок дійсних значень діелектричної проникності. Однак, через наявність домішок у більшості матеріалів, які призводять до поглинання електромагнітної енергії, їх ε мають ненульову уявну частину, що викликає експоненціальне затухання поверхневих хвиль.

7 Гібридні хвилі

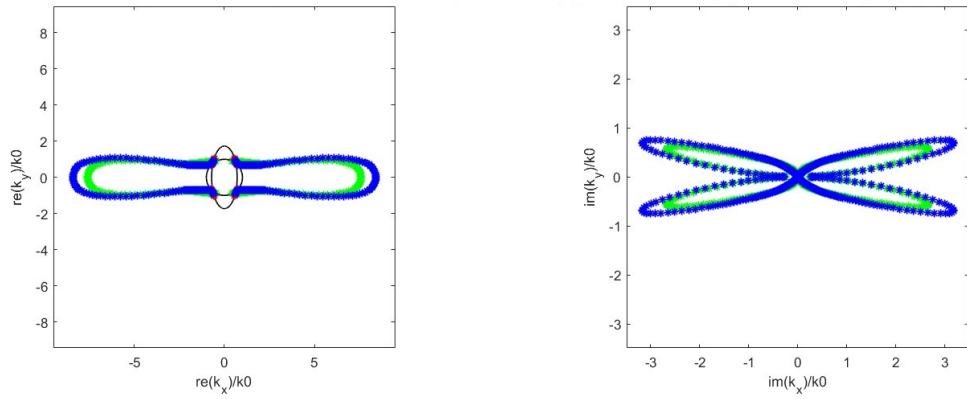
У цьому розділі ми зосереджуємося на загальному випадку, який ілюстрований рис. 2.1. Оскільки цей випадок не є таким добре вивченим, як DSW та SPP, ми проводимо порівняльний аналіз. Як було зазначено раніше, ізочастотні контури надають важливу інформацію про властивості хвиль, тому ми використали їх для аналізу. Ми обрали різні частоти, щоб дослідити всі режими метаповерхні (провідний, гіперболічний та індуктивний), а також різні режими одновісних діелектричних проникностей (еліптичний та гіперболічний).

У еліптичному режимі розповсюджуючі хвилі демонструють властивості, подібні до суперпозиції DSW та SPP (див. 6.4 та 6.2). Однак у гіперболічному випадку (гіперболічна дисперсія світла) виникають нові цікаві властивості, обумовлені анізотропією кутової дисперсії середовища, коли умови DSW не виконуються (рівняння 6.3).

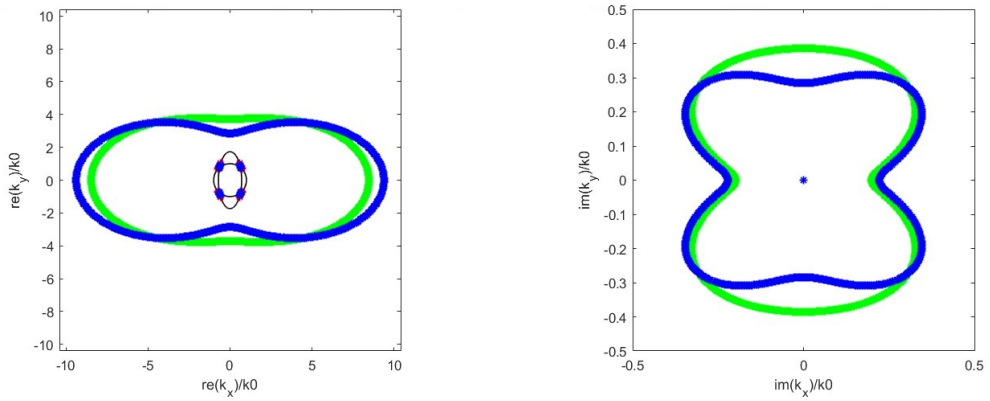
Однак у гіперболічному випадку (гіперболічна дисперсія світла) виникають нові цікаві властивості, обумовлені анізотропією кутової дисперсії середовища, коли умови DSW не виконуються (рівняння 6.3).



(а) $\omega = 270$ THz, $\sigma_x = 0.01 + 0.61i$ mS та $\sigma_y = 0.10 + 1.17i$ mS та (б) $\omega = 150$ THz, $\sigma_x = 0.06 - 0.68i$ mS та $\sigma_y = 0.06 + 0.95i$ mS

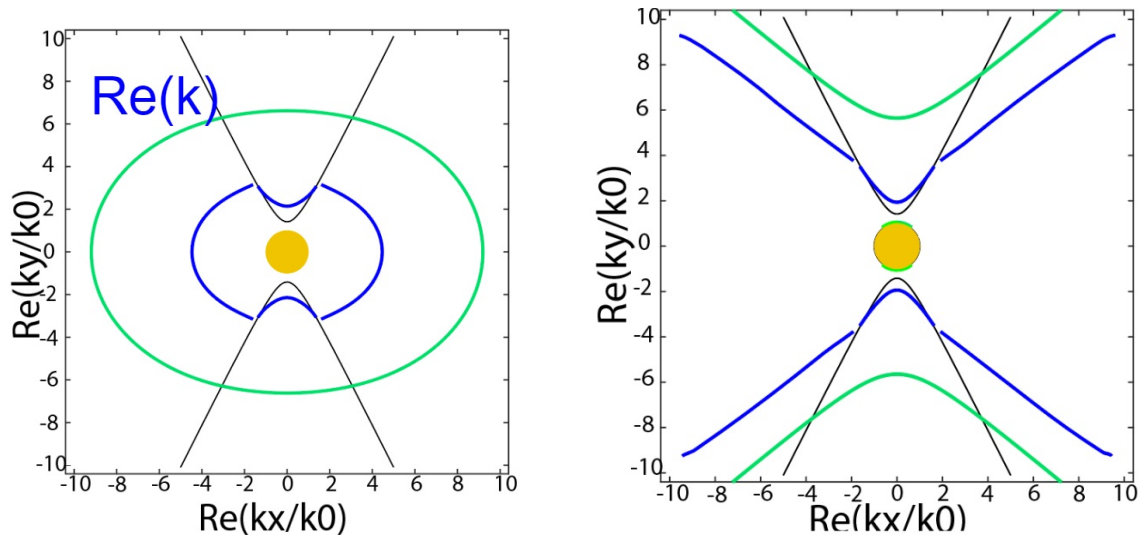


(в) $\omega = 270$ THz, $\sigma_x = 0.01 + 0.61i$ mS та $\sigma_y = 0.10 + 1.17i$ mS та (г) $\omega = 150$ THz, $\sigma_x = 0.06 - 0.68i$ mS та $\sigma_y = 0.06 + 0.95i$ mS

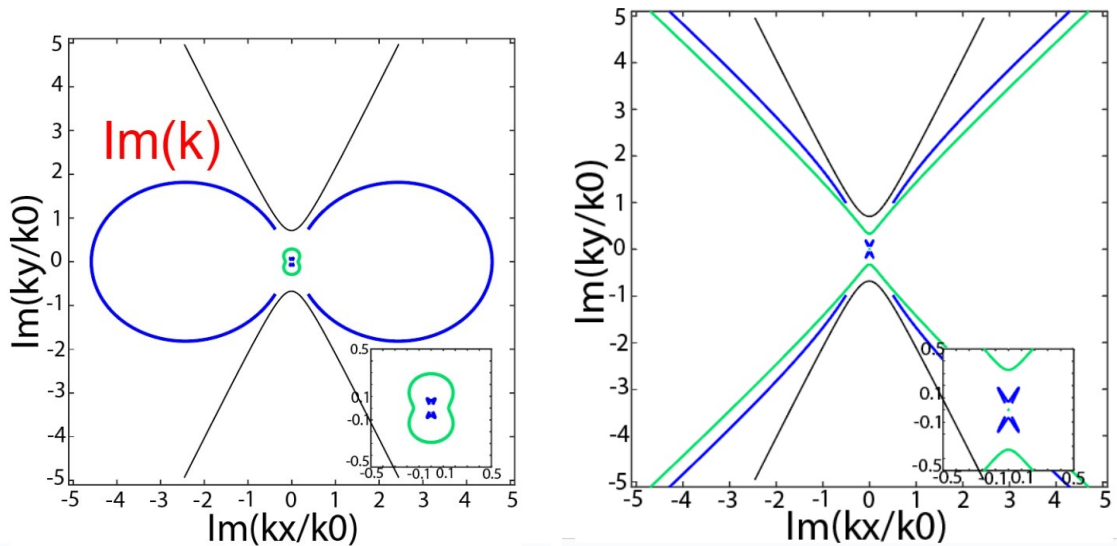


(д) $\omega = 270$ THz, $\sigma_x = 0.01 + 0.61i$ mS та $\sigma_y = 0.10 + 1.17i$ mS та (е) $\omega = 150$ THz, $\sigma_x = 0.06 - 0.68i$ mS та $\sigma_y = 0.06 + 0.95i$ mS

Рис. 7.1: Комбіновані чисельні розв'язки для $\varepsilon_{\perp} = -0.5$, $\varepsilon_{\parallel} = 2$ та $\varepsilon_i = 1$.



(а) $\omega = 270$ THz, $\sigma_x = 0.01 + 0.61i$ mS та $\sigma_y = 0.10 + 1.17i$ mS (б) $\omega = 150$ THz, $\sigma_x = 0.06 - 0.68i$ mS та $\sigma_y = 0.06 + 0.95i$ mS



(в) $\omega = 270$ THz, $\sigma_x = 0.01 + 0.61i$ mS та $\sigma_y = 0.10 + 1.17i$ mS (г) $\omega = 150$ THz, $\sigma_x = 0.06 - 0.68i$ mS та $\sigma_y = 0.06 + 0.95i$ mS

Рис. 7.2: Комбіновані ізочастотні розв'язки. Синій графік - розв'язок рівняння 4.7, зелений - рівняння 5.1, жовтий - світловий конус ізотропного середовища, чорний - світловий конус одновісного середовища. Чисельні розв'язки отримані для $\varepsilon_{\perp} = -0.5$, $\varepsilon_{\parallel} = 2$ та $\varepsilon_i = 1$.

Як видно з ізочастотних контурів на рис. 7.2, розв'язки є неізотропними, що обумовлено анізотропією дисперсії світла в одновісному середовищі. У кутовому діапазоні між гілками гіперболи контури стають пікоподібними, а їх уявні частини зменшуються приблизно на порядок. Оскільки уявна частина k_x відповідає затуханню хвилі, менші її значення відповідають більшій довжині поширення (див. рівняння 3.1). Це означає, що хвилі легше поширюються всередині гілок гіперболи, ніж зовні, що може вказувати на

ефект каналізації [1].

Для перевірки цієї гіпотези ми провели чисельне моделювання електромагнітних хвиль.

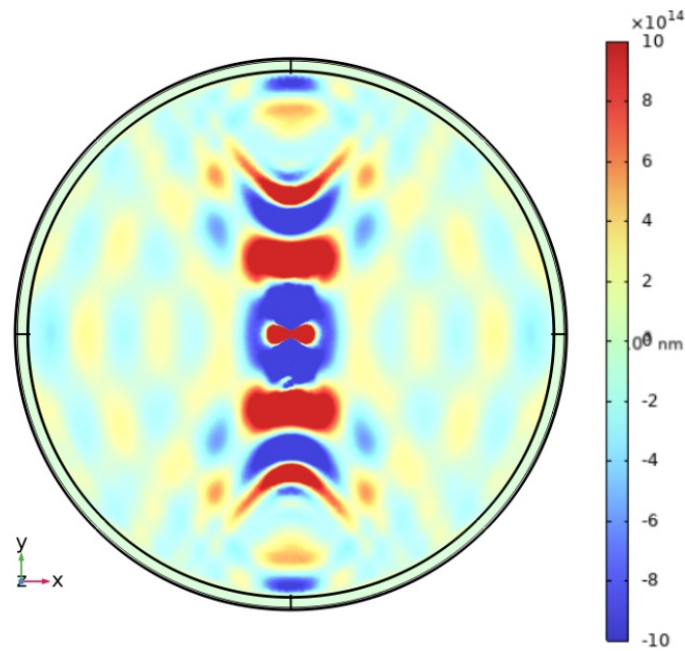


Рис. 7.3: Моделювання електромагнітної хвилі, збудженої обертовим z -орієнтованим диполем з $\omega = 270$ THz, розташованим у середовищі з $\varepsilon_{\perp} = 1$ на відстані 10 нм над провідною поверхнею з $\sigma_x = 0.01 + 0.61i$ mS та $\sigma_y = 0.10 + 1.17i$ mS, яка покриває наш одновісний метаматеріал з параметрами $\varepsilon_{\perp} = -0.5$, $\varepsilon_{\parallel} = 2$ та $\varepsilon_i = 1$ (див. рис. 2.1). Моделювання виконано в COMSOL Multiphysics.

Ми дійсно спостерігаємо на малюнку 7.3 спрямоване розповсюдження світлової хвилі в очікуваному напрямку. Варто однак підмітити, що це ще не свідчить про ефект каналювання але тільки вказує на нього. Для подальшого дослідження цього ефекту в нашій моделі необхідне проведення аналізу вектора Пойнтінга та симуляції або дослід в значно більшому просторі ніж 2.5 довжини хвилі.

Якщо припущення про існування каналювання виявиться вірним, використання одновісного матеріалу разом із двовимірним провідним шаром, як показано на мал.2.1, матиме деякі переваги над класичним каналюванням на метаповерхні. А саме, воно досягне не тільки при певних значеннях частот [10] чи екстремальних значеннях поверхневої провідності σ [1], як це характерно для метаповерхонь, але й у ширшому діапазоні частот та

провідностей. Це зумовлено тим, що в даному випадку ефект каналювання викликається гіперболічністю дисперсії одновісного метаматеріалу, а саме її анізотропією, яку ми докладно розглядали у секції д'яконовських хвиль. Якщо рішення поверхневих хвиль повністю знаходиться за межами гіперболічного світового конуса, ми не спостерігаємо каналювання мал. 7.4.

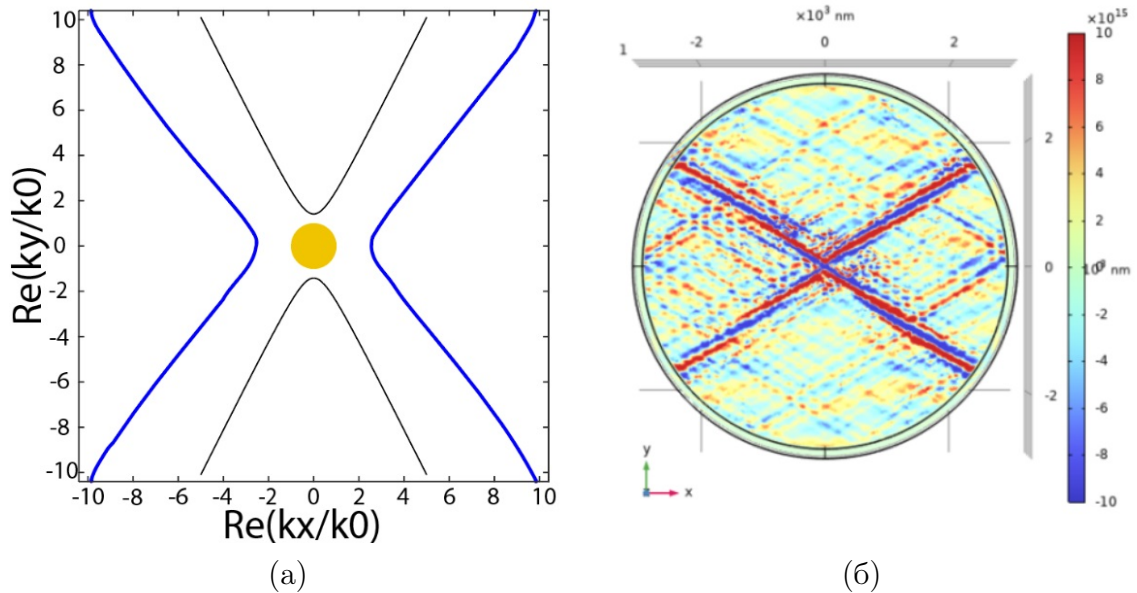


Рис. 7.4: Ізочастотний контур рівняння 4.7 (а) і чисельне моделювання електромагнітного поля в COMSOL Multiphysics (б) при $\omega = 150$ THz, $\sigma_x = 0.06 - 0.68i$ mS, $\sigma_y = 0.06 + 0.95i$, $\varepsilon_i = 1$, $\varepsilon_{\perp} = -0.5$, $\varepsilon_{\parallel} = 2$

Така властивість відкриває можливість стабільного спрямованого переносу енергії без необхідності точного налаштування матеріальних параметрів. Отже, дослідження запропонованої моделі несе значний потенціал для практичного застосування у фотоніці, зокрема в планарних гіперлінзах [4], нанофотонних сенсорах та енергоефективному транспорту світла в оптичних інтерконектах [5].

8 ВИСНОВКИ

У дипломній роботі було проведено комплексне дослідження поверхневих електромагнітних хвиль на межі розподілу одновісного середовища, вкритого двовимірним анізотропним провідним шаром. Основною метою дослідження було вивчення дисперсійних властивостей таких хвиль, їх просторової еволюції та виявлення ефекту каналювання. Поставлену мету досягнуто шляхом аналітичних викладок, чисельного моделювання та порівняльного аналізу з класичними типами поверхневих хвиль.

Під час дослідження успішно виконано всі поставлені завдання:

- 1) Отримано узагальнене дисперсійне рівняння для гібридних поверхневих хвиль, що враховує тензорну природу провідності поверхневого шару $\hat{\sigma}$ та анізотропію одновісного метаматеріалу $\hat{\epsilon}$. Рівняння підтверджено шляхом зведення до відомих граничних випадків.
- 2) Проаналізовано граничні випадки системи: поверхневі плазмон-поляритони при $\hat{\epsilon} = \epsilon_i$ з двовимірним шаром провідності; Хвилі Д'яконова (DSW) при $\hat{\sigma} = 0$ з одновісним метаматеріалом. Досліджено умови існування DSW при різних знаках ϵ_{\perp} та ϵ_{\parallel} .
- 3) Досліджено ізочастотні контури в різних режимах роботи метаповерхні (ємнісному, гіперболічному, індуктивному) та одновісних діелектричних проникностей. Виявлено, що у гіперболічному режимі ($\epsilon_z < 0$) спостерігається ефект каналювання, що підтверджено чисельними симуляціями.
- 4) Верифіковано теоретичні результати за допомогою повновекторного моделювання в COMSOL Multiphysics. Моделювання підтвердило можливість спрямованого поширення хвиль (рис. 9.3) та локалізацію енергії біля поверхні розділу.

Наукова новизна роботи полягає у встановленні зв'язку між гіперболічною дисперсією метаматеріалу ($\epsilon_{\perp} < 0$) та виникненням ефекту каналізації, а також у демонстрації можливості спрямованого поширення поверхневих хвиль у широкому діапазоні частот та провідностей.

Літэратура

- [1] Diego Correas-Serrano, Andrea Alù, and J. Sebastian Gomez-Diaz. Plasmon canalization and tunneling over anisotropic metasurfaces. *Physical Review B*, 96(7):075436, August 2017.
- [2] I. Dyakonov. New type of electromagnetic wave propagating at an interface. *Sov. Phys. JETP*, 67:714–716, 1988. English translation in *Sov. Phys. JETP* 67, 714–716 (1988).
- [3] Young Duck Kim, Jian-Ping Wang, Phaeton Avouris, Luis Martin Moreno, Joshua Caldwell, and Tony Low. Planar hyperbolic polaritons in 2d van der waals materials. *Nature Communications*, 15:69, January 2024.
- [4] Dasol Lee, Sunae So, Guangwei Hu, Minkyung Kim, Trevon Badloe, Hanlyun Cho, Jaekyung Kim, Hongyoon Kim, Cheng-Wei Qiu, and Junsuk Rho. Hyperbolic metamaterials: fusing artificial structures to natural 2d materials. *eLight*, 2:1, December 2022.
- [5] Yuan Meng, Yizhen Chen, Longhui Lu, Yimin Ding, and Andrea Cusano. Optical meta-waveguides for integrated photonics and beyond. *Light: Science & Applications*, 10:235, December 2021.
- [6] Evgenii E. Narimanov. Dyakonov waves in biaxial anisotropic crystals. *Physical Review A*, 98(1):013818, July 2018.
- [7] O. Takayama, A. A. Bogdanov, and A. V. Lavrinenko. Photonic surface waves on metamaterial interfaces. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 29(46):463001, November 2017.
- [8] Osamu Takayama, David Artigas, and Lluís Torner. Lossless directional guiding of light in dielectric nanosheets using dyakonov surface waves. *Nature Nanotechnology*, 4(9):618–622, September 2009.
- [9] Oleh Y. Yermakov, Anna A. Hurshkainen, Dmitry A. Dobrykh, Polina V. Kapitanova, Ivan V. Iorsh, Stanislav B. Glybovski, and Andrey A. Bogdanov.

Experimental observation of hybrid te–tm polarized surface waves supported by hyperbolic metasurface. *arXiv preprint*, arXiv:1810.03910, October 2018.

- [10] Oleh Y. Yermakov, Alexander I. Ovcharenko, Meng Song, Andrey A. Bogdanov, Ilya V. Iorsh, and Yuri S. Kivshar. Hybrid waves localized at hyperbolic metasurfaces. *Physical Review B*, 91(23):235423, June 2015.