

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна
Факультет радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем
Кафедра фізики надвисоких частот

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедрою

_____ **Сергій ПОГАРСЬКИЙ**
підпис ініціали, прізвище

“ ____ ” _____ 20__ року

Кваліфікаційна робота магістра

на тему: **ДИФРАКЦІЯ Н-ПОЛЯРИЗОВАНОЇ ВЛАСНОЇ ХВИЛІ
ДІЕЛЕКТРИЧНОГО ХВИЛЕВОДУ З ГРАФЕНОВОЮ
ПЛОЩИНОЮ НА СКІНЧЕНІЙ СИСТЕМІ ГРАФЕНОВИХ
СТРІЧОК У ТГЦ ДІАПАЗОНІ**

Виконав: студент II курсу магістратури, групи РР-64
спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали,
освітньо-професійна програма «Радіофізика і електроніка»



Микола ВІТКОВСЬКИЙ

Керівник

доцент, канд. ф.-м. наук

Мстислав КАЛІБЕРДА



2024 рік

Анотація

У роботі розглянуто випромінення H -поляризованих власних хвиль діелектричного хвилеводу з нескінченною графеновою площиною та скінченною системою графенових стрічок у терагерцевому діапазоні. В рамках дипломної роботи розглянуто дві підзадачі. Перша підзадача – визначення постійних поширення власних хвиль такого хвилеводу і розподілу їх поля. Друга підзадача – розсіяння і поглинання цих власних хвиль на системі графенових стрічок. В основі математичного апарату лежить метод сингулярних інтегральних рівнянь. Показано, що за рахунок зміни хімічного потенціалу нескінченної графенової площини можна змінювати кут нахилу головного пелюстка діаграми спрямованості, а за рахунок зміни хімічного потенціалу графенових стрічок – випромінену потужність.

Ключові слова: графен, діелектричних хвилевод, антена, діаграма спрямованості, метод сингулярних інтегральних рівнянь.

Сторінок: 31, посилань: 15, рисунків: 7.

Abstract

The radiation of the H -polarized eigenwaves of a dielectric waveguide with an infinite graphene plane and a finite system of graphene strips is considered in the THz frequency range. Within the framework of the thesis, two sub-tasks are solved. The first subtask is one to determine the propagation constants of the eigenwaves of such a waveguide and the distribution of their field. The second subtask is the scattering and absorption of these eigenwaves by the system of graphene strips. The basis of the mathematical apparatus is the method of singular integral equations. It is shown that by changing the chemical potential of the infinite graphene plane, the elevation angle of the main lobe of the radiation pattern can be changed, and by changing the chemical potential of graphene strips, the radiated power can be changed.

Key words: graphene, dielectric waveguide, antenna, diffraction pattern, method of singular integral equations.

Pages: 31, refs.: 15, figs.: 7.

Зміст

| | |
|---|----|
| Анотація..... | 2 |
| Abstract..... | 3 |
| Вступ..... | 5 |
| 1. Графенові антени..... | 6 |
| 1.1. Властивості графену..... | 6 |
| 1.2. Застосування графену у техніці..... | 6 |
| 1.3. Антени зі змінною діаграмою спрямованості..... | 7 |
| 2. Розв'язок задачі розсіювання і поглинання..... | 14 |
| 3. Розв'язок задачі про власні хвилі..... | 19 |
| 4. Результати числового моделювання..... | 20 |
| 4.1. Вивчення власних хвиль..... | 20 |
| 4.2. Розсіювання і поглинання власних хвиль..... | 24 |
| 5. Висновки..... | 29 |
| Список використаних джерел..... | 30 |

Вступ

Діелектричних хвильовод зі стрічками може слугувати як антена витікаючої хвилі. У таких структурах кут нахилу головного пелюстка випроміненого поля залежить від частоти і періоду. Проте динамічна перестройка кута нахилу, без зміни геометричних параметрів і при фіксованій частоті є бажаною властивістю. Цього можна досягти, якщо використати матеріал хвильоводу, властивості якого можна змінювати динамічно. Одним з таких матеріалів є графен.

Доволі ефективним методом аналізу графенових структур є метод сингулярних інтегральних рівнянь. Він базується на зведенні граничної задачі для рівняння Гельмгольца до парних інтегральних рівнянь і, далі, до сингулярного інтегрального рівняння з додатковими умовами. При цьому використовується псевдо диференціальний оператор Гільберта. Методі є строгим, збіжність базується на відповідних теоремах.

1. Графенові антени

Графен – один шар атомів вуглецю – може бути найдивовижнішою та найуніверсальнішою речовиною, доступною людству. Простими словами, графен — це шар атомів вуглецю товщиною в один атом, розташованих у гексагональну решітку.

Графен вперше був виділений у 2004 році. З тих пір графен знайшов сотні інноваційних застосувань, від датчиків і електроніки до зберігання енергії та охорони здоров'я. Крім того, дослідження графену привели до відкриття нового сімейства двовимірних і шаруватих матеріалів. У поєднанні з графеном — так само, як ви змішуєте різні інгредієнти в сендвічі — вони відкривають цілий новий світ можливостей.

1.1. Властивості графену

Незважаючи на те, що графен є атомарно тонким шаром атомів вуглецю, він демонструє видатні властивості, які роблять його привабливим матеріалом для багатьох застосувань, таких як тонкий, міцний, гнучкий, прозорий, провідний, легкий, вибірково проникний.

Графен є найтоншим матеріалом у світі – він має товщину всього в один атом і в мільйон разів тонший за людську волосину. Однак він дуже міцний, міцніший за сталь і алмаз. Це дозволяє багато застосувати в композитних матеріалах з надзвичайною жорсткістю та довговічністю. Графен також дуже гнучкий, що змушує нас мріяти про застосування в носимих пристроях і складаній електроніці.

1.2. Застосування графену у техніці

Властивості графену зробили цей матеріал доповненням і навіть заміною кремнію в галузі електроніки та інтегральних схем, а також основою для

створення бажаних надпровідників, які дозволяють нам розвивати лінії високої напруги до ефективно транспортувати енергію в наші домівки [1-4]. Сьогодні графен — це вісь, на якій обертається велика кількість досліджень з усього світу як для розробки процесів виробництва матеріалів, так і для їх інтеграції в електронні пристрої. У 2008 році ІВМ оголосила про одну зі своїх науково-дослідних робіт із графеном, розробляючи транзистори, які працювали на частоті 26 ГГц, рівень, який перевершить через роки, досягаючи 100 ГГц і 300 ГГц.

Усі ці властивості захоплюють дослідників і бізнесмени в усьому світі, оскільки графен має потенціал для революції в цілих галузях промисловості – у сферах електрики, електропровідності, виробництва енергії, акумуляторів, датчиків тощо.

Графен є найбільш теплопровідним, знайденим на сьогоднішній день. Оскільки графен також міцний і легкий, це означає, що він є чудовим матеріалом для створення рішень для розповсюдження тепла, таких як радіатори або плівки для розсіювання тепла. Це може бути корисним як у мікроелектроніці (наприклад, щоб зробити світлодіодне освітлення ефективнішим і довговічнішим), так і в більш масштабних сферах застосування – наприклад, термофольга для мобільних пристроїв.

Оскільки графен є найтоншим матеріалом у світі, він також має надзвичайно високе співвідношення площі поверхні до об'єму. Це робить графен дуже перспективним матеріалом для використання в батареях і суперконденсаторах. Графен може використовувати батареї та суперконденсатори (і навіть паливні елементи), які можуть зберігати більше енергії та заряджатися швидше.

1.3. Антени зі змінною діаграмою спрямованості.

Антени зі змінною діаграмою спрямованості, які часто називають антенами для керування променем або формуванням променя, забезпечують надзвичайну

гнучкість для різноманітних додатків із високим попитом. Ці системи можуть динамічно змінювати напрямок своїх випромінюваних сигналів, що є важливим атрибутом у таких сферах, як бездротовий зв'язок, радарні системи та супутникові технології. Завдяки точному налаштуванню покриття, пом'якшенню перешкод і збільшенню швидкості передачі даних ці антени служать основою для покращення зв'язку в сучасних технологічних середовищах. Давайте розглянемо деякі відомі типи та методи:

1) Фазована антена

Як це працює: фазовані решітки [5] працюють через кілька невеликих антенних елементів, кожен з яких випромінює однаковий сигнал, але з мінімальними фазовими зрушеннями. Це поетапне регулювання дозволяє керувати комбінованим світлом за допомогою електроніки, що часто відбувається на виняткових швидкостях.

2) Реконфігуровані антени

Як це працює: ці антени адаптуються, змінюючи такі параметри, як частота, поляризація та діаграми спрямованості. Така гнучкість часто залежить від передових матеріалів, зокрема MEMS (мікроелектромеханічних систем) або варакторів (змінних конденсаторів), які дозволяють коригувати структуру в самій антені.

3) Антени з рефлекторною решіткою зі змінним напрямком

Як це працює: рефлекторні антени — скажімо, параболічні тарілки — можуть зміщувати фокус свого сигналу шляхом переміщення або електронної зміни каналу. Антени поєднують у собі функціональність традиційних рефлекторів і фазованих решіток, що робить їх компактними, але дуже керованими.

4) Адаптивна антена

Як це працює: адаптивні решітки регулюють діаграми спрямованості в режимі реального часу для протидії перешкодам, динамічно калібруючи посилення та фазу кожного елемента антени. Алгоритми керують цими

коригуваннями, оптимізуючи шаблон сигналу для поточних умов і мінімізуючи сигнали, що перешкоджають роботі.

5) Розумні антени

Як це працює: ці антени включають складну обробку сигналу, використовуючи масив елементів для повторного калібрування діаграми променів на основі даних у реальному часі, таких як місцезнаходження користувача та потужність сигналу. Такі алгоритми, як MUSIC, LMS і DOA (напрямок прибуття), оптимізують ці налаштування для продуктивності.

6) Паразитні антенні решітки (Ягі-Уда) з регульованими директорами

Як це працює: антена Yagi-Uda, яка традиційно використовується для застосування з вузьким променем, досягає керування променем, налаштовуючи свої реактивні елементи (наприклад, директори та рефлектори) для зміни діаграми спрямованості в межах певних обмежень.

4) Про антени витікаючої хвилі

Антени витікаючої хвилі (ABX) є унікальним типом антен, які створюють та поширюють електромагнітні хвилі вздовж спеціальної структури, дозволяючи енергії поступово "витікати" у навколишній простір в напрямку поширення хвилі [6-10]. На відміну від традиційних антен, випромінювання ABX відбувається не тільки в кінці, але й вздовж усієї довжини антени. Нижче наведено основні особливості та принципи роботи ABX:

1. Принцип роботи ABX

Поширення хвилі: У цих антенах хвиля рухається вздовж структури, наприклад, хвилеводу або передавального елемента, поступово випромінюючи частину енергії назовні.

Механізм випромінювання: Випромінювання виникає завдяки поступовому зсуву фазових умов, створюючи ефект "витікання" енергії у напрямку руху хвилі.

2. Типи антен витікаючої хвилі

Лінійні АВХ: Ці антени складаються з довгого прямого провідника, по якому хвиля рухається, рівномірно випромінюючи енергію вздовж всієї довжини. Прикладом може бути коаксіальний кабель з прорізами для витікання енергії.

Спіральні АВХ: Вони створюють випромінювання по спіралі, забезпечуючи кругову поляризацію, що корисно в ряді застосувань.

Щілинні АВХ: Це хвилеводи з прорізами, через які енергія виходить назовні. Такі антени широко використовуються в авіаційних та навігаційних системах.

3. Переваги антен витікаючої хвилі

Широкий діапазон напрямків: АВХ здатні формувати спрямовані діаграми, які можна змінювати вздовж антени, налаштовуючи ширину і форму випромінювання.

Великий частотний діапазон: Вони ефективні у широкому спектрі частот, що робить їх корисними для різних комунікаційних і радіолокаційних систем.

Високий коефіцієнт підсилення:* Завдяки направленості випромінювання АВХ забезпечують високий коефіцієнт підсилення в необхідному напрямку.

4. Недоліки антен витікаючої хвилі

Складність конструкції: Деякі типи АВХ, особливо щілинні і спіральні, можуть мати складну конструкцію, що вимагає ретельного інженерного підходу.

Чутливість до частоти: Хоча АВХ працюють на широкому спектрі частот, їх ефективність потребує точної настройки, адже навіть невелике відхилення частоти може змінити діаграму випромінювання.

Антени витікаючої хвилі відкривають широкі можливості для сучасних технологій, особливо там, де важлива точність налаштування випромінювання і висока потужність у заданому напрямку.

5) Про фазовані антенні решітки

Фазовані антенні решітки (ФАР) — це беззаперечно один із найбільш передових елементів сучасних комунікаційних і радіолокаційних технологій. Вони складаються з великої кількості елементів, кожен з яких може

випромінювати сигнал з певною фазою. І, що важливо, завдяки фазі цих сигналів можна керувати напрямом випромінювання, не здійснюючи жодних механічних рухів. Це дозволяє розширити можливості ФАР, надаючи їм виняткову гнучкість і швидкість, які, здається, неможливо досягти традиційними антенними системами. Від радіолокації до супутникового зв'язку — ФАР стали незамінним інструментом у низці високотехнологічних застосувань, зокрема в області військових технологій і мережах 5G.

Принцип роботи ФАР

Почнемо з основ. Основний принцип роботи фазованої антенної решітки відбувається у фазовому керуванні — кожен антенний елемент може випромінювати сигнал з певною фазою. В залежності від того, як змінюється фаза на кожному елементі, можна зробити головний промінь випромінювання в будь-яку точку. Це створює інтерференцію хвилі, при якій хвилі, що випромінюються з певних елементів, можуть підсилювати одну одну в обраному напрямку, або, навпаки, згасати в інших напрямках. Змінюючи фази сигналів, можна швидко й ефективно коригувати напрямок, навіть за мікросекунди — і все це без будь-яких механічних рухів.

2. Типи фазованих антенних решіток

ФАЗ може бути різними за своєю конструкцією та принципом роботи, кожен тип має унікальні характеристики.

Активні ФАР (АФАР) — у кожному елементі такої решітки є підсилювач і фазозсувник, що дозволяє послабити фазу кожного елемента індивідуально. Це забезпечує високий рівень гнучкості, а також здатність працювати в частотному розділі, що робить ці системи дуже ефективними в складних умовах.

Пасивні ФАР не мають підсилювачів на кожен елемент. Замість цього, управління направленням випромінювання створюється через загальний сигнал. такі системи простіші і дешевші у виробництві, однак їхня гнучкість залишає бажати кращого.

Цифрові ФАР вибір цифрової обробки сигналів для точного налаштування фази. Це дозволяє реалізовувати ефективно точне формування обміну, що робить їх особливо корисними в умовах, де потрібна велика швидкість і точність.

3. Основні характеристики

ФАР здатні до неймовірних досягнень, коли мова йде про керування діаграмою цілеспрямованості. Напрямок основного обміну можна змінювати без механічних рухів, що дає їм значну перевагу в мобільних і швидкодіючих системах. Вони також можуть працювати на широкому частотному діапазоні, що особливо корисно для сучасних комунікаційних мереж. Завдяки цьому, ФАР здатні забезпечити високі коефіцієнти підсилення та концентрування випромінювання в потрібному напрямку, що суттєво підвищує ефективність передачі сигналів.

4. Переваги ФАР

Безшумне електронне керування — це те, що робить ФАР настільки привабливим для використання в різноманітних системах. Відсутність механічних рухомих частин не тільки надійна, а й дозволяє швидко змінювати напрямок випромінювання.

Гнучко налаштування діаграми спрямованості дозволяє сформувати кілька змін одночасно. Це дозволяє ефективно покривати територію, мінімізуючи перешкоди та інтерференцію. Крім того, ФАР володіють високою адаптивністю, швидко реагуючи на зміни умов навколишнього середовища, наприклад, в умовах високого рівня перешкод чи багатопроменевого поширення.

5. Недоліки ФАР

Звісно, як і будь-яка технологія, ФАР не втратив недоліків. Одним із основних є складність конструкції та висока вартість, особливо це стосується активних фазованих решіток, де потрібна велика кількість підсилювачів, фазозсувників і складної системи управління. Також варто зазначити високе енергоспоживання, оскільки кожен елемент активної ФАР потребує власного джерела живлення. І, не меншим аспектом, є втрата тепла — велика кількість

елементів та підсилювачів створює додаткові теплові навантаження, що потребує ефективного охолодження.

2. Розв'язок задачі розсіяння і поглинання

Розглянуто випромінювання власних хвиль плоским діелектричним хвилеводом з нескінченною графеновою площиною та графеновою стрічковою решіткою. Постійна поширення, що характеризує власну хвилю, безпосередньо залежить від провідності графенової площини. Таким чином, маніпулювання хімічним потенціалом цієї площини дозволить регулювати кут нахилу головного пелюстка діаграми спрямованості. Крім того, маніпулюючи хімічним потенціалом графенових стрічок, що утворюють решітку, можна керувати випромінюваною потужністю і максимумом головного пелюстка.

Маємо дві підзадачі. Одна з них – визначення постійних поширення власних хвиль у діелектричному хвилеводі, підкріпленому нескінченною графеновою площиною, що дає трансцендентне рівняння в комплексних величинах. Іншою є задача розсіяння цих власних хвиль системою скінченної кількості графенових стрічок, розміщених на хвилеводі. Розв'язок отримано з сингулярного інтегрального рівняння [11].

Для графену можна використовувати імпедансні граничні умови [12, 13]:

$$E_{\tau}^{+} = \frac{1}{\sigma}(H_{\tau}^{+} - H_{\tau}^{-}), \quad (1)$$

$$E_{\tau}^{+} = E_{\tau}^{-}, \quad (2)$$

де символи “ \pm ” позначають граничні значення компонент поля вище (для “+”) або нижче (для “-”) границь розділу. Провідність графену σ можна визначити за допомогою формули Кубо [12, 13].

Просторовою дисперсією можна знехтувати для поверхневих хвиль, що поширюються вздовж площини графена для розглянутого діапазону частот і параметрів графена. У випадку врахування просторової дисперсії з'являється ще один тип мод. Однак вони є надзвичайно великому степені згасаючими в цікавій для нас смузі частот, що значно обмежує їх використання в практичних застосуваннях і не розглядаються в даній роботі [14].

Розглянемо плоский діелектричний хвилевод ширини h з нескінченною графеновою площиною при $z = -h$ і скінченною кількістю графенових стрічок при $z = 0$. Скінченну множину нескінченних вздовж осі x стрічок позначимо як $L = \bigcup_{n=1}^N L_n$, де N - кількість стрічок, L_n - n -а стрічка. Відносна діелектрична проникність діелектрика дорівнює ε . Геометрія розсіяння та позначення представлені на рисунку 1. Залежність від часу $\exp(-i\omega t)$ опущено, де ω - кутова частота.

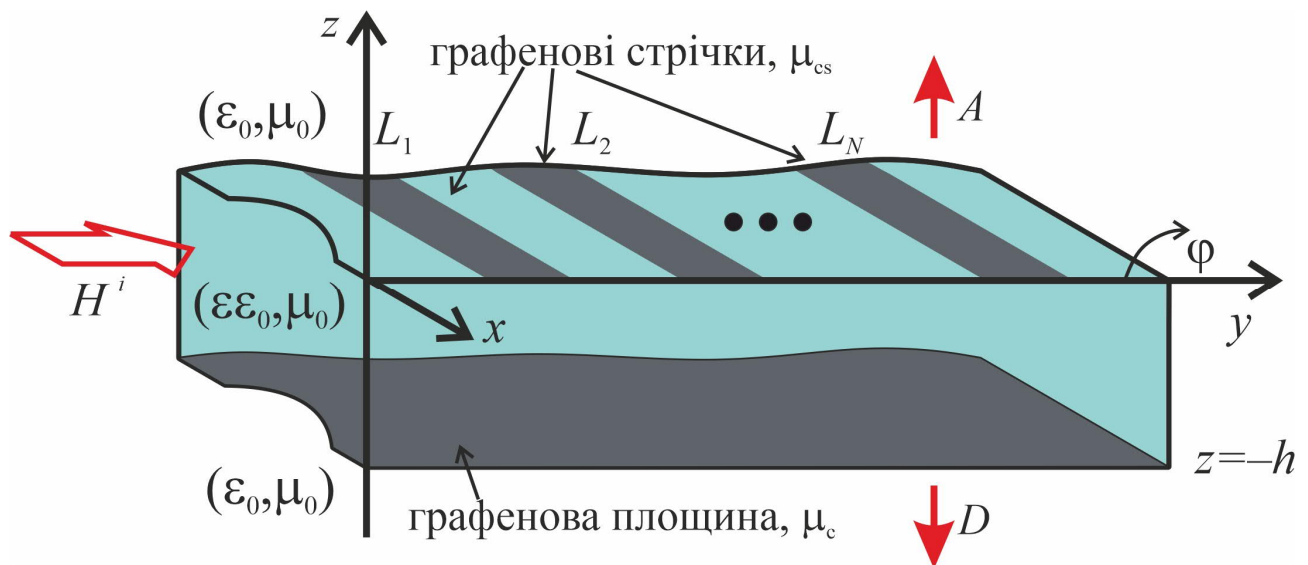


Рисунок 1 – Геометрія структури

Розглядаються H -поляризовані падаючі власні хвилі хвилеводу, які поширюються з області $y < 0$ до $y = +\infty$. Повне поле є суперпозицією поля падаючих хвиль, що позначимо як H^i , і поля розсіяних хвиль, що позначимо як H^s :

$$H^t = H^i + H^s. \quad (3)$$

Поле є розв'язком рівняння Гельмгольца з граничними умовами на графені та поза ним (1), (2) та

$$H_x^+ = H_x^-, \text{ поза графеном,} \quad (4)$$

умові випромінювання та умові на ребрі. Важливо зазначити, що ця гранична задача має єдиний розв'язок.

Наразі невідомі як падаюче поле, так і розсіяне поле. Розкладемо розсіяне поле за допомогою інтегралів Фур'є з невідомими амплітудами

$$H^s = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} A(\theta) \exp(iky\theta + ikz\gamma(\theta)) d\theta, & z > 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} (B(\theta) \exp(ik_1y\theta + ik_1z\gamma(\theta)) + C(\theta) \exp(ik_1y\theta - ik_1z\gamma(\theta))) d\theta, & h < z < 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} D(\theta) \exp(ik\theta y - ik\gamma(\theta)z) d\theta, & z > 0, \end{cases} \quad (5)$$

де $k = 2\pi/\lambda$, $k_1 = \sqrt{\varepsilon}k$ – хвильові числа у вакуумі та всередині діелектрика, $\gamma(\theta) = \sqrt{1 - \theta^2}$ з наступною гілкою: якщо $Im\gamma = 0$, то $Re\gamma \geq 0$; якщо $Re\gamma = 0$, то $Im\gamma \geq 0$. Поле, що виражається формулою (5), задовольняє умові випромінювання. Всередині хвилеводу поле може бути виражене за допомогою суми його власних хвиль. З математичної точки зору це означає, що функції $A(\theta)$, $B(\theta)$, $C(\theta)$, $D(\theta)$ мають сингулярності у вигляді полюсів. Полюси розташовані в точках, які співпадають з константами поширення власних хвиль.

Виконання граничних умов (1), (2), (4), якщо $z = -h$ і $z = 0$, дає наступне подвійне інтегральне рівняння

$$\int_{-\infty}^{\infty} C_1(\theta) \exp(ik_1y\theta) d\theta = 0, \quad y \notin L, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} ik_1 \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\theta) C_1(\theta) \exp(ik_1y\theta) d\xi + \frac{ik(\varepsilon + 1)}{\sigma Z} \int_{-\infty}^{\infty} C_1(\theta) \exp(ik_1y\theta) d\xi = \\ = -\frac{(\varepsilon + 1)}{\varepsilon} \frac{\partial H^{inc}}{\partial z}, \quad y \in L, \end{aligned} \quad (7)$$

де

$$\Gamma(\theta) = \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon} \gamma(\theta) \frac{b(\theta) - 1}{a(\theta) - b(\theta) - 1}, \quad (8)$$

$$A(\theta) = \frac{a(\theta_1) C_1(\theta_1) / \sqrt{\varepsilon}}{a(\theta_1) - b(\theta_1) - 1}, \quad (9)$$

$$B(\theta) = \frac{b(\theta)C_1(\theta)}{a(\theta) - b(\theta) - 1}, \quad (10)$$

$$C(\theta) = \frac{C_1(\theta)}{a(\theta) - b(\theta) - 1}, \quad (11)$$

$$D(\theta) = \frac{d(\theta_1)C_1(\theta_1)/\sqrt{\varepsilon}}{a(\theta_1) - b(\theta_1) - 1}, \quad (12)$$

$$a(\theta) = \frac{2\gamma(\theta)}{\gamma(\theta\sqrt{\varepsilon})\sqrt{\varepsilon}\Theta(\theta)} \quad (13)$$

$$\times \left(ik_1\gamma(\theta)(1 + \gamma(\theta\sqrt{\varepsilon})\sigma Z) \sin(k_1h\gamma(\theta)) - k_1\gamma(\theta\sqrt{\varepsilon})\sqrt{\varepsilon} \cos(k_1h\gamma(\theta)) \right),$$

$$b(\theta) = \frac{\exp(ik_1h\gamma(\theta))k_1(\gamma(\theta) + \gamma(\theta)\gamma(\theta\sqrt{\varepsilon})\sigma Z - \gamma(\theta\sqrt{\varepsilon})\sqrt{\varepsilon})}{\Theta(\theta)}, \quad (14)$$

$$d(\theta) = \frac{2k_1\gamma(\theta)\exp(-ik_1h\gamma(\theta\sqrt{\varepsilon}))}{\Theta(\theta)}, \quad (15)$$

$$\Theta(\theta) = \exp(-ik_1h\gamma(\theta))k_1(\gamma(\theta) + \gamma(\theta)\gamma(\theta\sqrt{\varepsilon})\sigma Z + \gamma(\theta\sqrt{\varepsilon})\sqrt{\varepsilon}), \quad (16)$$

$\theta_1 = \theta\sqrt{\varepsilon}$, $C_1(\theta)$ – невідома функція, $Z = 120\pi\Omega$ – імпеданс вільного простору. Щоб знайти $C_1(\theta)$, зведемо (6), (7) до сингулярного інтегрального рівняння з додатковими умовами.

Зауважимо, що $\Gamma(\theta)$ задовільняє такому асимптотичному співвідношенню

$$\Gamma(\theta) \sim i|\theta| - \frac{i}{2|\theta|} \frac{(1 + \varepsilon + \varepsilon^2 + \varepsilon^3)}{\varepsilon(1 + \varepsilon)^2} + O(|\theta|^{-3}), \text{ якщо } \theta \rightarrow \infty.$$

Як бачимо, перший доданок є зростаючим, а всі інші – спадними. До зростаючого доданка в (7) застосуємо параметричне представлення псевдодиференціального оператора Гільберта і зведемо його до сингулярного інтеграла. Усі незростаючі члени збираємо до регулярної частини ядра $K(y, \xi)$. В результаті можна отримати наступне сингулярне інтегральне рівняння першого роду з додатковими умовами:

$$\frac{1}{\pi} PV \int_L K(y, \theta)G(\theta)d\xi = -\frac{(\varepsilon + 1)}{\varepsilon} \frac{\partial H^{inc}}{\partial z}, y \in L, \quad (17)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{L_m} G(\theta) d\theta = 0, m = 1, 2, \dots, N, \quad (18)$$

де $G(y) = ik_1 \int_{-\infty}^{\infty} \theta C_1(\xi) \exp(ik_1 \theta y) d\xi$ – перетворення Фур'є $C_1(\theta)$ з коефіцієнтом $ik_1 \theta$, PV означає інтеграл в сенсі головного значення за Коші. $F(y)$ з точністю до сталої є густина струмів на графенових стрічках. Ядро має вигляд

$$\begin{aligned} K(y, \theta) &= \\ &= \frac{1}{\theta - y} + ik_1 \int_0^{\infty} \frac{(\eta + i\Gamma(\eta)) \sin(k_1 \eta (y - \theta))}{\eta} d\eta + \\ &+ \begin{cases} ik(\varepsilon + 1)\pi(\sigma Z_0)^{-1}, & \text{if } \xi \leq y, \\ 0, & \text{if } \xi > y. \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

Перший доданок у (19) є сингулярним. Всі інші члени є регулярними. Зауважимо, що другий доданок у (7) дорівнює $G(y)$ (з постійним множником). Однак ми додамо його до функції ядра як третій доданок у (19), щоб отримати сингулярне інтегральне рівняння першого роду, а не другого.

На основі відповідних теорем можна стверджувати, що розв'язок (17), (18) є єдиним [1]. Для проведення процесу дискретизації використано метод типу Найстрема [11]. З умови на ребрі випливає, що невідома функція $G(\theta)$ має кореневі сингулярності поблизу країв стрічок. Таким чином, застосовується відповідна квадратурна формула з вузлами в нулях поліномів Чебишева першого роду. Точки ж колокації є нулями поліномів Чебишева другого роду. Теореми, сформульовані в [11], підтверджують збіжність.

3. Розв'язок задачі про власні хвилі

Розглянемо власні хвилі, які поширюються з області $y = -\infty$ в напрямку $y = +\infty$. Залежність від y має вигляд $\exp(ik\beta|y|)$, $\operatorname{Re} \beta > 0$, $\operatorname{Im} \beta > 0$, β – невідома постійна поширення власної хвилі. Оскільки провідність графену є комплексною функцією, площина графену поглинає електромагнітне поле, постійні поширення є комплексними величинами.

Щоб отримати поле власної хвилі, можна представити його як плоскі хвилі в кожній області $z > 0$, $0 > z > -h$, $z < -h$ [30].

$$H_x = \begin{cases} e \exp(ikz\gamma(\beta)), z \gg .0, \\ f \cos(k_1 z \gamma(\beta/\sqrt{\varepsilon})) + \sin(ik_1 z \gamma(\beta/\sqrt{\varepsilon})), 0 > z > -h, \\ g \exp(-ikz\gamma(\beta)), z < -h. \end{cases} \quad (20)$$

Член $\exp(ik\beta|y|)$ опущено. У квадратному корені вибирається гілка $\operatorname{Re} \gamma < 0$, $\operatorname{Im} \gamma > 0$. Тоді амплітуда поля зникає, якщо $y \rightarrow \infty$ або $|z| \rightarrow \infty$.

Після застосування граничних умов на графеновій площині (1), (2) та на межі розділу вакуум-діелектрик (2), (4) можна отримати співвідношення між амплітудами в кожній області та трансцендентне рівняння відносно постійної поширення. Проте нами запропоновано інший підхід. Як зазначалося вище, амплітуди Фур'є в (5) і, відповідно, члени інтеграла в (19) мають полюси в точках, які ми позначили як β . Таким чином, рівняння відносно постійної поширення має вигляд

$$\frac{(\eta + i\Gamma(\eta))\sin(k_1\eta(y - \theta))}{\eta} = \infty \quad (21)$$

$$\text{або } a(\theta) - b(\theta) - 1 = 0. \quad (22)$$

Зауважимо, що (21) або (22) отримано безпосередньо при записі сингулярного інтегрального рівняння (17).

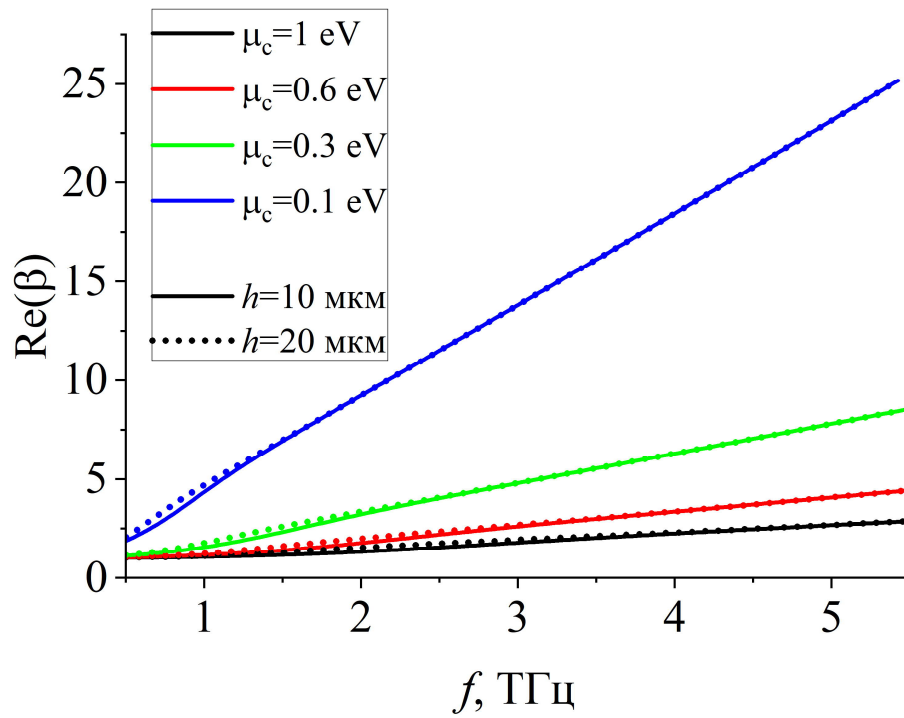
4. Результати числового моделювання

4.1. Вивчення власних хвиль

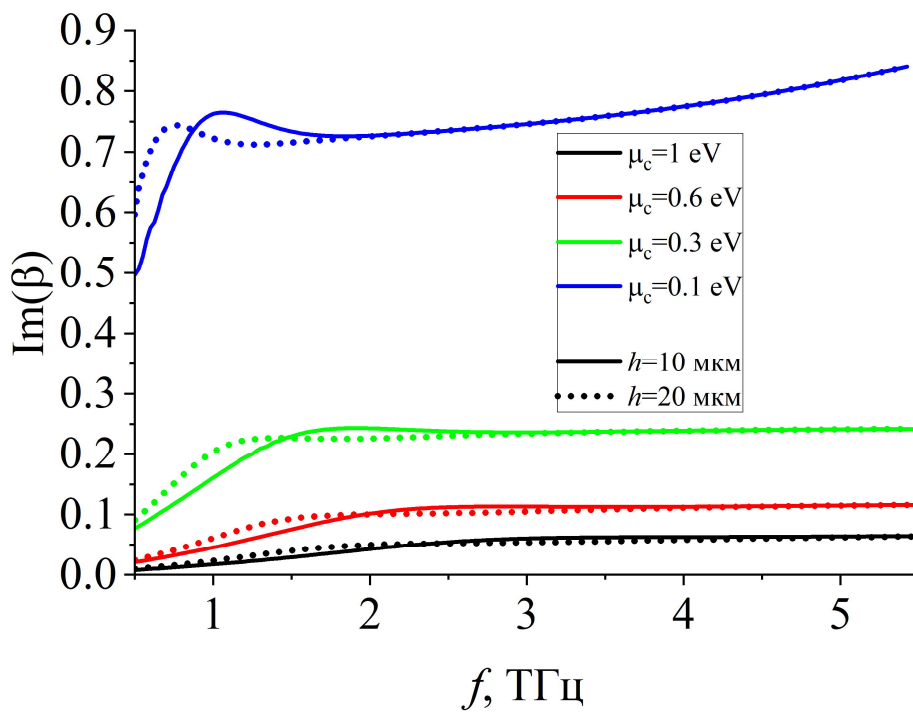
Числовий розв'язок (22) та трансцендентного рівняння, отриманого з (20) після застосування граничних умов, є ідентичним. Це можна вважати числовою перевіркою.

Досліджуваний хвилевід складається з двох підструктур, які підтримують власні хвилі. Одна з них – діелектричний хвилевід. Інша – нескінченна графенова площина. Множина власних хвиль розбивається на дві сім'ї, які відповідають кожній підструктурі. Позначимо їх як H_1 і P_1 . Таке розщеплення спостерігається і в інших типах діелектричних структур, покритих графеном. На рисунках 2, 3 показано залежності постійних поширення основних (у випадку H -поляризації) власних хвиль H_1 і P_1 від частоти для різних значень хімічного потенціалу і двох значень ширини діелектричної пластини, яка утворює хвилевід.

Хвиля H_1 є власною хвилею діелектричного хвилеводу, яка зазнає незначних збурень через наявність графенової площини. Хвиля P_1 є плазмонною власною хвилею. Її постійна поширення суттєво залежить від величини хімічного потенціалу і майже не залежить від ширини діелектричної пластини. Розподіл полів цих двох хвиль показано на рисунку 4, де стінки хвилеводу показано вертикальними зеленими лініями. Електричне і магнітне поля плазмонної хвилі P_1 мають видимий максимум поблизу площини графену; це поверхнева хвиля, яка поширюється вздовж графенового листа. Магнітне поле H_1 має максимум приблизно в центрі хвилеводу.



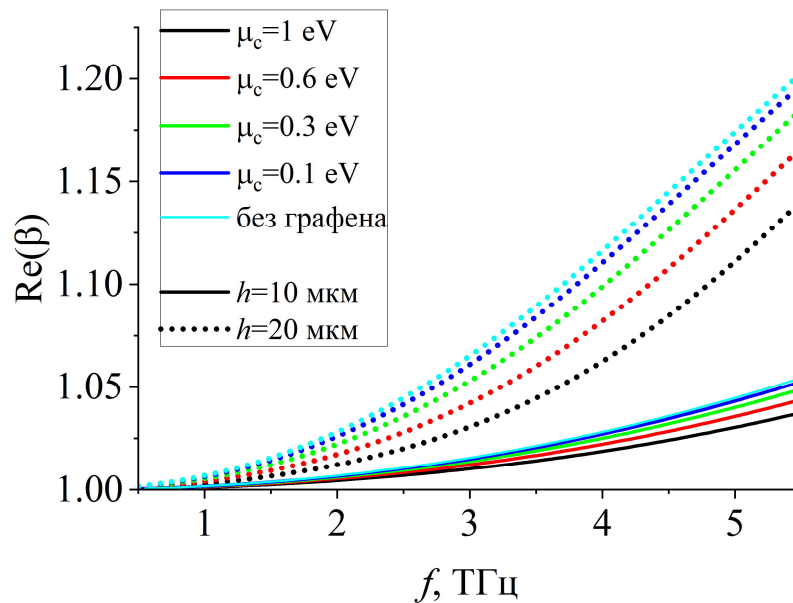
(a)



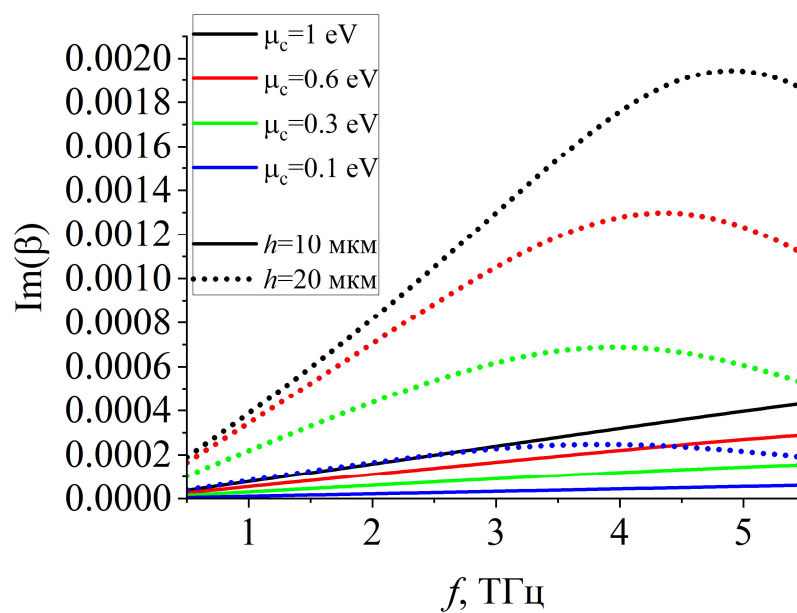
(б)

Рисунок 2 – Залежності постійної поширення плазмонної власної хвилі P_1 від частоти, $\varepsilon = 2.25$. (а) Дійсна частина, (б) уявна частина

Сильна залежність постійної поширення плазмонної хвилі від хімічного потенціалу робить її кращою для подальшого аналізу властивостей хвилеводу, завантаженого графеновими стрічками, що перестроюються.

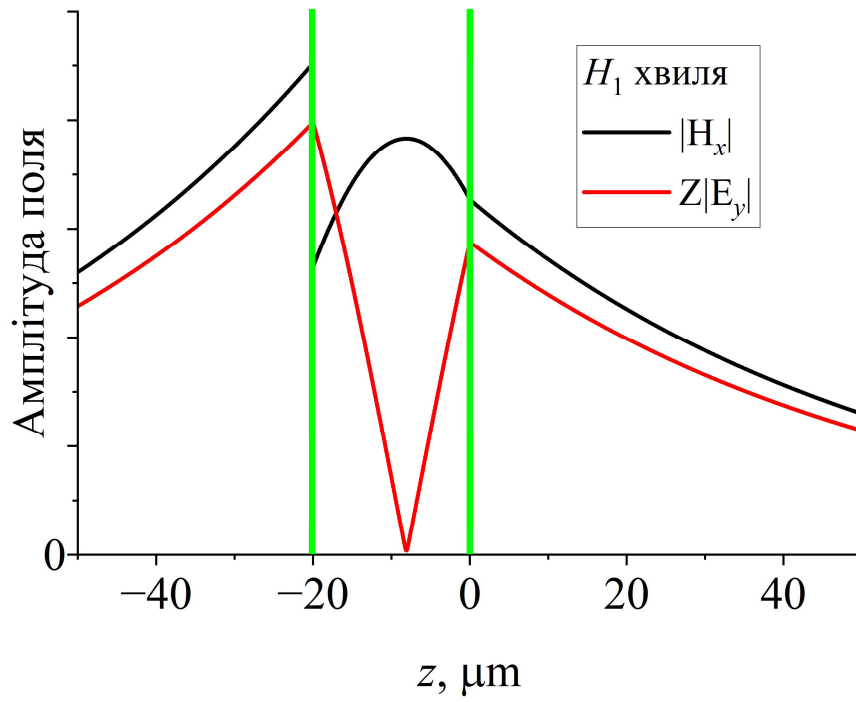


(а)

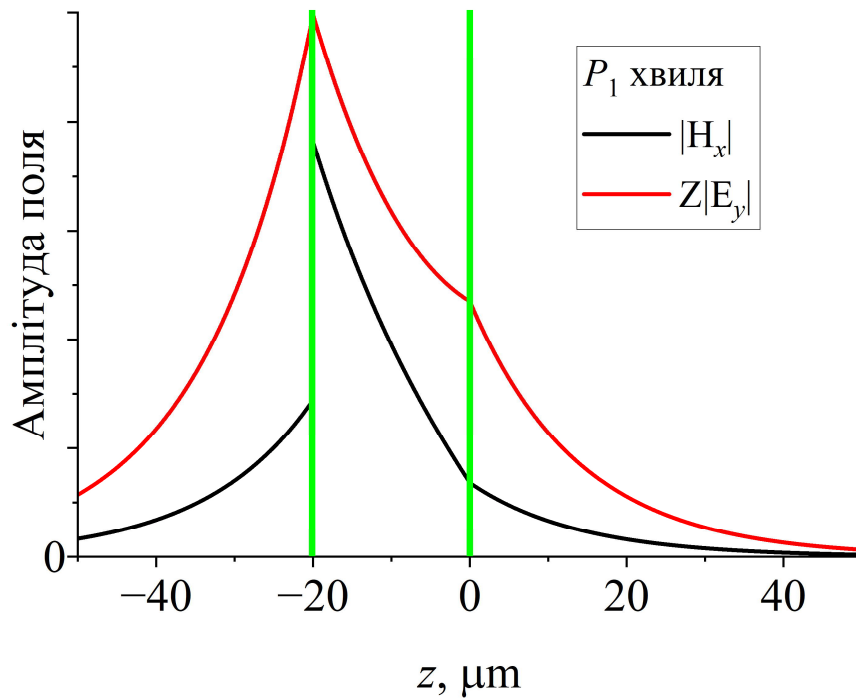


(б)

Рисунок 3 – Залежності постійної поширення власної хвилі H_1 від частоти, $\varepsilon = 2.25$. (а) Дійсна частина, (б) уявна частина



(a)



(б)

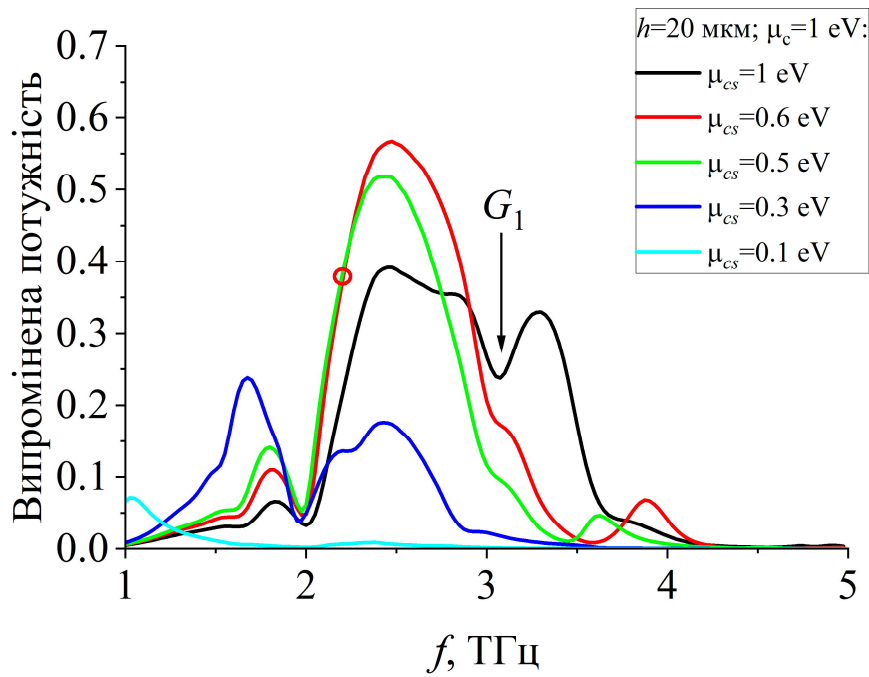
Рисунок 4 – Розподіл полів власних хвиль а) H_1 і б) P_1 , $\varepsilon = 2.25$, $h = 20 \mu\text{m}$, $\mu_c = 0.6 \text{ eV}$, $f = 2 \text{ THz}$. (а) H_1 власна хвиля, (б) P_1 власна хвиля.

4.2. Розсіяння і поглинання власних хвиль

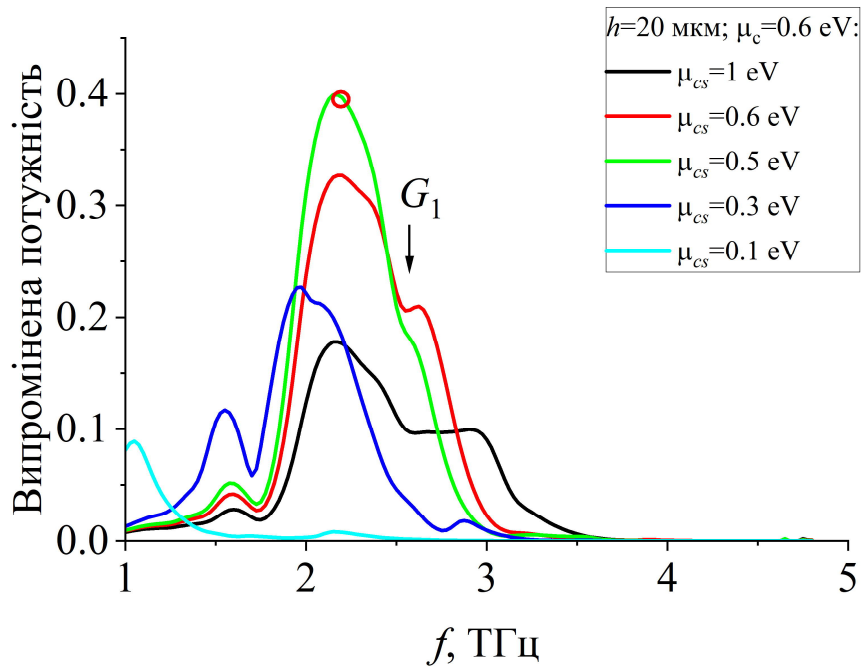
Розглянемо розсіяння власної хвилі P_1 . Максимум поля плазмової хвилі зосереджений поблизу графенової площини. Амплітуда експоненціально спадає при віддаленні від графенової площини. Для отримання ефективного зв'язку цієї хвилі з графеновими стрічками ширина діелектричного хвилеводу повинна бути мінімальною.

Графен здатен поглинати електромагнітне поле. Амплітуда власних хвиль у хвилеводі зменшується, якщо u збільшується. будемо припускати, що падаюча власна хвиля має одиничну потужність на краю першої графенової стрічки.

Позначимо хімічний потенціал стрічок через μ_{cs} . Хімічний потенціал графенової площини, як і раніше, μ_c . На рисунку 5 показано залежності випромінюваної потужності від частоти у випадку падіння власної хвилі P_1 . У періодичних решітках з діелектричною підкладкою можуть виникати решіткові (або ґраткові) резонанси [15, 20-23]. Їх частота залежить від матеріальних параметрів речовини хвилеводу і періоду. Поблизу цих резонансів спостерігаються мінімуми випромінювання. Розподіл струмів на стрічках синфазний. Максимум випромінювання припадає на $\varphi = 90^\circ$. На частотах, вищих за частоту резонансу ґраткової моди, з'являється другий пелюсток. Перший такий резонанс позначимо як G_1 . Графенові стрічки здатні підтримувати плазмонні резонанси в ТГц діапазоні. На їхню частоту впливають параметри графенових стрічок, зокрема ширина і провідність. Поблизу плазмонних резонансів спостерігаються максимуми випромінювання. Як видно з рисунку 5, у випадку одночасного збудження плазмонного і G_1 резонансів рівень випромінювання все одно суттєво зменшується. Таким чином, переважною є смуга частот поблизу плазмонних резонансів, але до G_1 .



(а)



(б)

Рисунок 5 – Залежності випромінюваної потужності від частоти для $h = 20 \mu m$, $d = 10 \mu m$, $l = 50 \mu m$, $\varepsilon = 2.25$, (а) $\mu_c = 1 eV$; (б) $\mu_c = 0.6 eV$. Кружечками показано значення частоти, для якої будуть представлені ліаграми спрямованості

При зміні значення хімічного потенціалу нескінченної графенової площини змінюється і постійна поширення i , як наслідок, резонансна частота G_1 . Зі зменшенням значення хімічного потенціалу нескінченної графенової площини зростає постійна згасання плазмонної моди і поглинання переданої потужності. Хімічним потенціалом графену можна маніпулювати шляхом прикладання електростатичного поля. Однак для тонкої діелектричної пластини поле, прикладене до нескінченної графенової площини, також може впливати на хімічний потенціал графенових стрічок. На сьогодні реалістичні значення хімічного потенціалу графену становлять від 0 eV і до 1 eV. Всі ці міркування спонукали нас вибрати хімічний потенціал нескінченної графенової площини в інтервалі 0.6...1 eV.

На рисунку 6 показано нормовані діаграми спрямованості (за амплітудою) для різних значень хімічного потенціалу графену. Величина $\varphi = 0^\circ$ віднесена до напрямку падіння хвилі. Маніпулюючи хімічним потенціалом стрічок, вдається керувати випромінюваною потужністю, як і у випадку без графенової площини [20, 21]. Однак, маніпулюючи хімічним потенціалом нескінченної графенової площини, можна змінювати кут нахилу головного пелюстка діаграми спрямованості. У розглянутому випадку ширина інтервалу зміни кута нахилу становить близько 35° . Подальше зменшення хімічного потенціалу графенової площини μ_c призводить до помітного зменшення випромінюваної потужності через поглинання власної хвилі при її поширенні.

Значення кута повороту, тобто наскільки змінюється кут нахилу головного пелюстка, можна збільшити, якщо розглядати частоту, більшу за частоту резонансу G_1 . На рисунку 7 показано нормовані діаграми спрямованості випроміненого поля (за амплітудою) для відносно малої ширини хвилеводу, $h = 10 \mu m$. Тут ширина інтервалу зміни кута нахилу головного пелюстка становить приблизно 46° для $\mu_c = 0.6...1$ eV. При такому значенні ширини плити

зменшення амплітуди головного пелюстка не є суттєвим поблизу резонансу G_1 .

Резонанс G_1 виникає при $\mu_c \approx 0.77$ eВ.

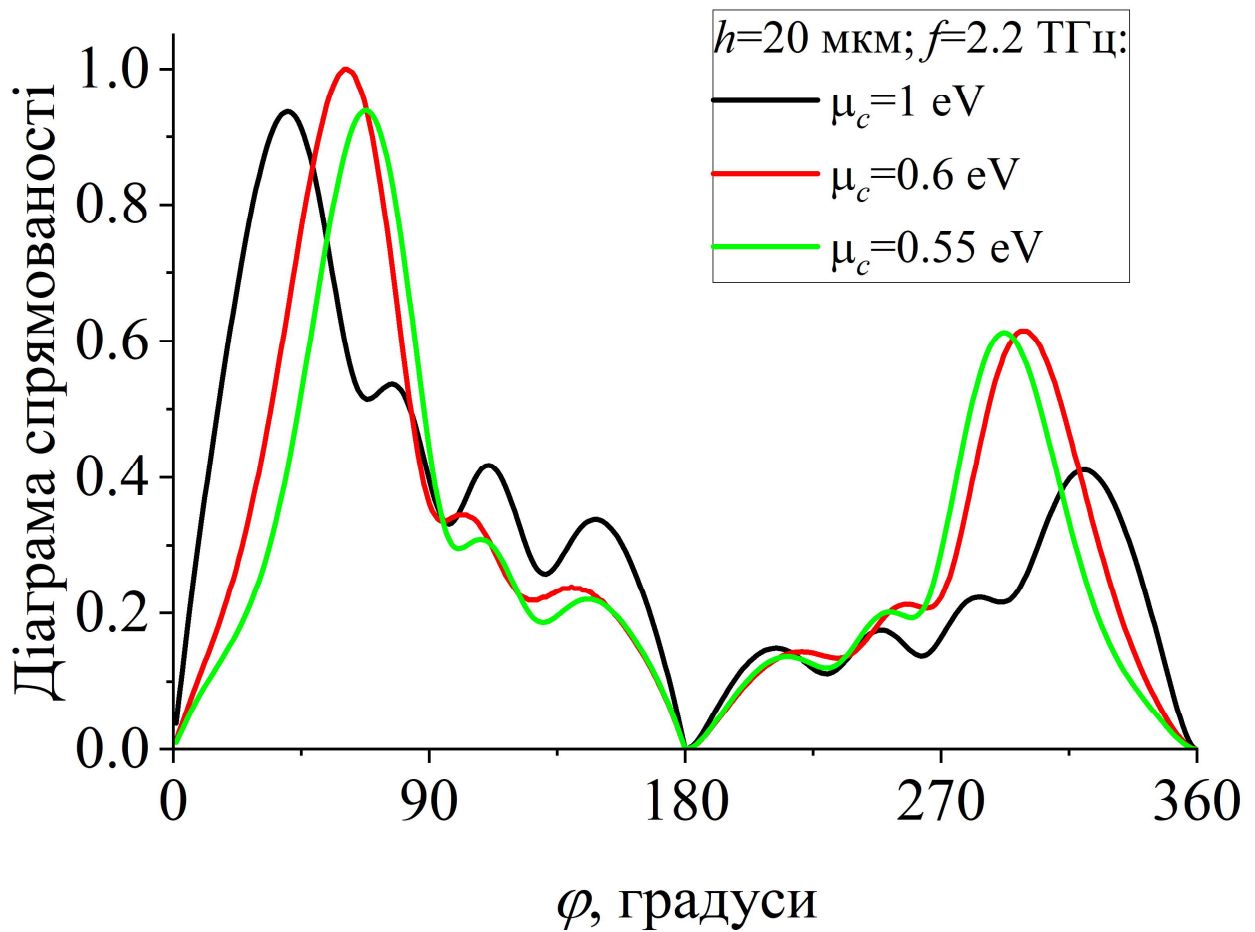


Рисунок 6 – Нормовані діаграми спрямованості випроміненого поля (амплітуда) для $h=20\mu m$, $f=2.2$ THz, $\mu_{cs}=0.5$ eV, $d=10\mu m$, $l=50\mu m$, $\varepsilon=2.25$.

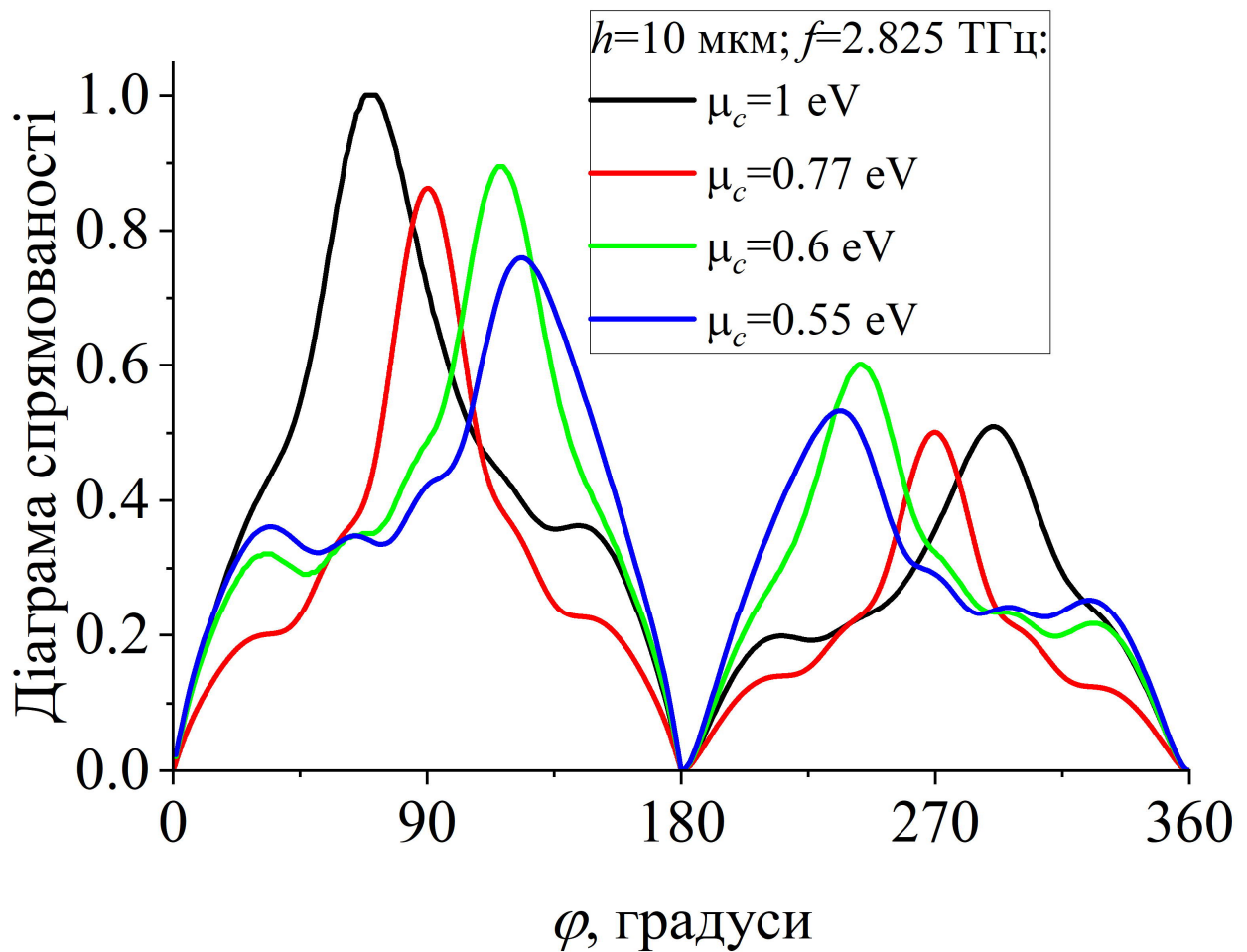


Рисунок 7 – Нормовані діаграми спрямованості випроміненого поля (амплітуда) для $h=10\mu m$, $f=2.825$ THz, $\mu_{cs}=1$ eV, $d=10\mu m$, $l=50\mu m$, $\varepsilon=2.25$.

5. Висновки

Розглянуто розсіяння і поглинання H -поляризованих власних хвиль діелектричного хвилеводу з графеновою площиною на скінченній кількості графенових стрічок, а також комплекснозначну задачу для власних значень. Використано метод дискретизації сингулярного інтегрального рівняння типу Найстрема. Розв'язок є строгим. Метод дозволяє проводити дослідження при зміні параметрів структури і частоти у широкому діапазоні. Збіжність розв'язку гарантується відповідними теоремами.

Ансамбль власних хвиль розглянутого хвилеводу поділяється на дві окремі категорії: плазмонні хвилі, які мають поля, локалізовані поблизу нескінченної графенової площини, і хвилі діелектричного хвилеводу з характерним класичним розподілом поля, які зазнають незначного збурення графеновою площиною. Постійна поширення плазмонної хвилі демонструє значну залежність від хімічного потенціалу. Ця хвиля, розсіяна на скінченній кількості графенових стрічок, формує діаграму спрямованості випромінювання, що перестроюється. Маніпулюючи хімічним потенціалом графенових стрічок, можна керувати випромінюваною потужністю. Зміна хімічного потенціалу нескінченної графенової площини дозволяє контролювати кут нахилу головного пелюстка. Залежно від ширини діелектричної пластини та обраної частоти, в розглянутих випадках ширина інтервалу зміни кута нахилу головного пелюстка становить приблизно 35° або 46° .

Список використаних джерел

1. Mishra R., Sahu A., Panwar R. Cascaded graphene frequency selective surface integrated tunable broadband terahertz metamaterial absorber // *IEEE Photonics Journal*. 2019. Vol. 11. P. 1–10. <https://doi.org/10.1109/jphot.2019.2900402>.
2. Nejat M., Nozhat N. Ultrasensitive THz refractive index sensor based on a controllable perfect MTM absorber // *IEEE Sensors Journal*. 2019. Vol. 19. P. 10490–10497. <https://doi.org/10.1109/jsen.2019.2931057>.
3. Zhai M.-L., Li -M. Tunable hybrid metal–graphene frequency selective surfaces based on split-ring resonators by leapfrog ADI-FDTD method // *Micro & Nano Letters*. 2018. Vol. 13. P. 1276–1279. <https://doi.org/10.1049/mnl.2017.0857>.
4. Chen J., Xu N., Zhang A., Guo J. Using dispersion HIE-FDTD method to simulate the graphene-based polarizer // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2016. Vol. 64. P. 3011–3017. <https://doi.org/10.1109/TAP.2016.2555325>.
5. G. Yang, J. Li, D. Wei and R. Xu, "Study on Wide-Angle Scanning Linear Phased Array Antenna, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2018. vol. 66, no. 1, pp. 450-455. doi: 10.1109/TAP.2017.2761999
6. Ghaderi M., Bhattacharyya A. Investigations on planar periodic structures with uniform microstrip lines // *Microwave and Optical Technology Letters*. 1990. Vol. 3. P. 370–372. <https://doi.org/10.1002/mop.4650031013>.
7. Soleimani H., Oraizi H. A novel 2D leaky wave antenna based on complementary graphene patch cell // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2020. Vol. 53. P. 255301. <https://doi.org/10.1088/1361-6463/ab81d0>.
8. Jiang H., Cao X., Liu T., Jidi L., Li S. Reconfigurable leaky wave antenna with low sidelobe based on spoof surface plasmon polariton // *International Journal of Electronics and Communications*. 2022. Vol. 157. P. 154394. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2022.154394>.

9. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. M., Pogarsky S. A. Scattering of eigenmodes of planar dielectric waveguide with PEC wall by graphene strip grating at THz // *Waves in Random and Complex Media*. 2021.
<https://doi.org/10.1080/17455030.2021.1938287>.
10. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. M., Pogarsky S. A. THz waves scattering by finite graphene strip grating embedded into dielectric slab // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 2020. Vol. 56. P. 8500107. <https://doi.org/10.1109/JQE.2019.2950679>.
11. Gandel Yu. V., Polyanskaya T. S. Justification of a numerical method for solving systems of singular integral equations in diffraction grating problems // *Differential Equations*. 2003. Vol. 39. P. 1295–1307.
<https://doi.org/10.1023/B:DIEQ.0000012697.36651.0>
12. Hanson G. W. Dyadic Green's functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene // *Journal of Applied Physics*. 2008. Vol. 103. P. 064302. <https://doi.org/10.1063/1.2891452>.
13. Hanson G. W. Dyadic Green's functions for an anisotropic, non-local model of biased graphene // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2008. Vol. 56. P. 747–757. <https://doi.org/10.1109/tap.2008.917005>.
14. Gomez-Diaz J. S., Mosig J. R., Perruisseau-Carrier J. Modeling and interactions of terahertz plasmonics in a periodic graphene nanodisk array // *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. 2012. Vol. 3. P. 797–807. <https://doi.org/10.1109/TTHZ.2012.2227474>.
15. Svezhentsev A. Ye., Nosich A.I., Volski V., Vandebosch G.A.E. THz range natural modes and scattering resonances of circular dielectric micro cylinder covered with graphene: the H polarization case. *Optical and Quantum Electronics*. 2023. vol. 55. P. 253. <https://doi.org/10.1007/s11082-022-04527-5>