розділ 8.

НАГРІВАННЯ ПЛАЗМИ АЗИМУТАЛЬНИМИ ПОВЕРХНЕВИМИ ХВИЛЯМИ

8.1. Нагрівання плазми за рахунок омічного та резонансного механізмів поглинання енергії АПХ за відсутності зовнішнього магнітного поля

Поширення АПХ у хвилеводах, які частково заповнено однорідною ізотропною або гіротропною плазмою, супроводжується втратами їхньої енергії, яка витрачається на омічне нагрівання середовища. Кількість електромагнітної енергії, яку поглинає плазма при цьому, $Q_J \propto \mathrm{Re}(\vec{j}\cdot\vec{E})$ є відносно малою, бо частота зіткнень ν частинок плазми між собою є, як правило, відносно малою порівняно з частотою власних хвиль $\nu \ll \omega$. Найбільш простий вигляд для Q_J можна здобути [96] у випадку плазми без сталого магнітного поля, бо тензор електропровідності при цьому вироджується у скаляр $\sigma = i(\Omega_e^2+\Omega_i^2)[4\pi(\omega+i\nu)]^{-1}$ і електричне поле АПХ при цьому також має простий вигляд. Отже, у цьому випадку на одиниці довжини плазмового стовпа поглинається енергія $Q_J = \int_0^{R_1} 2\pi r \operatorname{Re}\sigma \cdot E^2 dr$.

Наведемо результати аналітичного дослідження ефективності поглинання енергії АПХ частинками плазми з урахуванням омічного та резонансного механізмів передачі енергії за умов створення та підтримання плазми у металевій циліндричній розрядній камері без сталого магнітного поля. Нехай радіус металевої камери становить R_2, її внутрішню поверхню вкрито діелектриком з діелектричною проникливістю ε_d та малою товщиною $a_d = R_2 - R_1 << R_2$. Якщо тиск робочого газу у камері є достатньо великим, то основним механізмом передачі енергії є омічна дисипація. Знехтувавши слабкою радіальною неоднорідністю плазми, для складових електричного поля АПХ з рівнянь Максвелла можна здобути такі вирази:

$$E_r = \frac{m A_1 I_m(\xi)}{k r |\varepsilon|}, \quad E_\varphi = \frac{i A_1}{\sqrt{|\varepsilon|}} \frac{d I_m(\xi)}{d\xi}, \tag{159}$$

де $\xi = kr\sqrt{|\varepsilon|}$, A_1 - константа, що визначає амплітуду поля на осі плазмового циліндра з радіусом R_1, $I_m(\xi)$ - модифікована функція Бесселя [30]. При цьому невелика частина енергії АПХ поширюватиметься в області, що зайнята діелектриком $R_1 < r < R_2$. Для опису поля АПХ в цій області слід скористатися функціями Бесселя першого роду $J_n(x)$ та функціями Неймана $N_m(z)$ [30]. Для знаходження дисперсійного рівняння, що описує поширення АПХ в даному випадку, застосуємо крайові умови (3) – (5).

Скориставшись виразами для полів АПХ та зазначеними крайовими умовами, в наближенні тонкого шару діелектрика, розкладаючи імпеданси плазми та діелектрика в ряд за малим параметром a_d / R_1, можна знайти дисперсійне рівняння для АПХ, що поширюється в даній розрядній структурі [32]. У цьому випадку для середніх значень (поперек осі циліндричної розрядної камери) потоків енергії S_φ АПХ та кількості її енергії Q_J, яка поглинається плазмою за одиницю часу на одиниці довжини розряду вздовж азимутального напрямку, можна здобути у наближенні вузького хвилеводу, $\xi_1 << 1$:

$$\langle S_\varphi \rangle \approx \frac{c\xi_1^{2m} 4^{-m} A_1^2}{8\pi|\varepsilon|(m!)^2 k}, \ \langle Q_J \rangle \approx \frac{\nu\, \Omega_e^2 m \xi_1^{2m} 4^{-m} A_1^2}{4\pi\, \omega^2 |\varepsilon| k^2 (m!)^2}, \quad (160)$$

де $\xi_1 = kR_1 \sqrt{|\varepsilon|}$. За цих умов кутова довжина розряду є значно більшою за 2π, тому плазма в розряді буде азимутально однорідною [97].

В режимі низького тиску робочого газу величина ν зменшується, а разом з нею зменшується ефективність омічного каналу дисипації енергії хвилі до плазми. Тому найважливішу роль починають грати інші канали передачі енергії. При цьому слід узяти до уваги реально існуючу радіальну неоднорідність плазми в розряді. Основним механізмом нагрівання плазми у режимі низького тиску (малої частоти зіткнень частинок плазми) стає резонансне загасання АПХ через її конверсію в об'ємну плазмову моду в периферійній області неоднорідної плазми, де $\varepsilon(r_0) = 0$. За цих умов основним компонентом поля АПХ є радіальне електричне поле:

$$E_r^{(неод)} = \frac{mI_m(\xi_1)}{kR_1|\varepsilon(r)|} A_1, \quad (161)$$

Кількість енергії АПХ, що в резонансний спосіб поглинається при цьому, визначається наступною формулою:

$$\langle Q_{res} \rangle \approx \frac{cm^2 I_m^2(\xi_1) A_1^2}{8kR_1[d\varepsilon / dr(r_0)]} . \tag{162}$$

Для підтвердження тези про те, що в режимі низьких тисків робочого газу резонансне загасання є визначальними порівняно з омічним, наведемо числові оцінки розряду з параметрами: $n = 10^{11}$ см$^{-3}$, $f = 2{,}45$ ГГц, $T_e \cong 1$ eB, $\nu \sim 10^8$ с$^{-1}$, які є характерними для сучасних розрядів на ПХ, що використовуються у плазмових технологіях. Унаслідок числових розрахунків знайдемо частку енергії АПХ, що передається до плазми внаслідок омічної дисипації, до енергії, яка передається резонансним чином через конверсію АПХ:

$$\langle Q_J \rangle / \langle Q_{res} \rangle \approx 0{,}078 R_1 / m, \tag{163}$$

де R_1 слід підставляти в сантиметрах. З співвідношення (163) видно, що для розрядної камери з R_1=10 см використання АПХ з $m = 2$ (в експериментах на пристрої SLAN [98] використовують моди з $m \sim 10$) призведе до того, що резонансне загасання буде основним каналом передачі енергії до плазми. При цьому кутова довжина розряду φ_0, яку можна обчислити з рівняння балансу енергії [94] :

$$d\langle S_\varphi \rangle / d\varphi = -\langle Q \rangle, \tag{164}$$

залишається достатньо великою $\varphi_0^{res} \approx 10\, R_1 m^{-2}$, щоб можна було вважати плазму, яка підтримується у такому розряді, достатньо однорідною в азимутальному напрямку.

8.2. Нагрівання магнітоактивної плазми за рахунок омічного та резонансного механізмів поглинання енергії АПХ

Дослідимо тепер випадок магнітоактивної плазми, що створюється та підтримується у мікрохвильовому розряді у розрядних камерах з циліндричною геометрією. На відміну від випадку плазми без сталого магнітного поля резонансний канал передачі енергії частинкам плазми у даному випадку пов'язано з конверсією АПХ у об'ємні верхні гібридні моди. Конверсія АПХ у верхню гібридну об'ємну моду є можливою за умов $\omega = \sqrt{\omega_e^2 + \Omega_e^2(r_0)}$, де радіальна координата r_0 лежить у перехідному шарі плазми.

Розглянемо випадок металевої розрядної камери з радіусом $R_1 + a_d$, яка на внутрішній поверхні має тонке діелектричне покриття, його товщина вважається малою: $a_d << R_1$, коефіцієнт діелектричної проникливості цього покриття ε_d. Зовнішнє магнітне поле орієнтовано вздовж осі розрядної камери. Оскільки товщина діелектрика є дуже малою, то кількістю енергії АПХ, що поширюватиметься в області, яку зайнято діелектриком, можна знехтувати. Поля АПХ в області $R_1 < r < R_2$ описуються рівняннями (160). А в області плазми для опису поля цієї моди можна скористатися рівняннями (159), замінивши $\xi \to \chi$, де $\chi = kr\psi$, ε_j- компоненти тензора діелектричної проникливості холодної магнітоактивної плазми [33,41]. Для знаходження дисперсійного рівняння, що описує поширення АПХ в даному випадку скористаємося тими ж крайовими умовами, що були використані у підрозділі 5.1.

Якщо частота зіткнень частинок плазми є великою, тоді основним механізмом передачі енергії від АПХ до плазми є омічне нагрівання. У цьому випадку для середніх значень (поперек осі циліндричної розрядної камери) потоків енергії S_φ АПХ та кількості її енергії Q_J, яка поглинається плазмою за одиницю часу на одиниці довжини розряду вздовж азимутального напрямку, можна здобути у наближенні вузького хвилеводу, $\chi_1 << 1$ наступні вирази:

$$\left\langle S_{\varphi}\right\rangle \approx \frac{-c(kR_1)^{2|m|}4^{-|m|}A_1^2}{16\pi(m!)^2 k}(\mu^2-1)^{|m|-1}\varepsilon_1^{2|m|-2}(\mu+\eta), \quad (165)$$

де $\eta = |m|/m$, $\chi_1 = \chi(R_1)$,

$$\left\langle Q_J\right\rangle \approx \frac{\nu\,\Omega_e^2(\omega^2+\omega_e^2)\chi_1^{2|m|}A_1^2}{4\pi\,(\omega^2-\omega_e^2)k^2\psi^4}[2m\mu+|m|(1+\mu^2)]. \quad (166)$$

Якщо плазма є радіально неоднорідною, то слід брати до уваги можливість резонансного загасання АПХ унаслідок поглинання її енергії на верхньому гібридному резонансі. Нехай поблизу точки r_0 виконується умова $\varepsilon_1(r_0)=0$, тоді в околі точки r_0 має місце стрімке зростання радіального електричного поля АПХ та конверсія даної поверхневої моди в об'ємну. Наведемо вираз для радіального компонента поля АПХ в області неоднорідної магнітоактивної плазми:

$$E_r^{(non)} \approx \frac{k\varepsilon_2(r)C_1}{\varepsilon_1(r)\psi}\left[I_m'(\chi(r_0)) + \frac{m\varepsilon_1(r)I_m(\chi(r_0))}{k\psi r_0\varepsilon_2(r)}\right], \quad (167)$$

де C_1 - константа інтегрування.

Тоді для обчислення величини кількості енергії Q_{res}, яка в одиницю часу поглинається на одиниці довжини розряду внаслідок резонансного загасання АПХ, що пов'язано з конверсією в об'ємну моду на верхній гібридній частоті, зручно скористатися інтегральним представленням дельта-функції Дірака. Це дозволить знайти такий вираз для середнього значення Q_{res} [97]:

$$\left\langle Q_{res}\right\rangle = \frac{r_0\omega_e^2C_1^2k^2}{4\omega\,\psi^2}\frac{dr}{d\varepsilon_1}\left[I_m'(\chi(r_0)) + \frac{m\varepsilon_1 I_m(\chi(r_0))}{k\psi r_0\varepsilon_2}\right]. \quad (168)$$

Порівняння величини енергії АПХ, що поглинається внаслідок омічного нагрівання та такої, що втрачається нею через резонансну конверсію в об'ємну моду, дає можливість знайти таку частку:

$$\frac{\langle Q_{res} \rangle}{\langle Q_J \rangle} \approx \frac{2\pi\omega(\omega^2 - \omega_e^2)^2}{\nu r_0 \Omega_e^2 (\omega^2 + \omega_e^2)[d\varepsilon_1 / dr(r_0)]} . \tag{169}$$

Можна оцінити величину цієї частки для типових значень [94] мікрохвильових розрядів: нехай робочий газ - Ar, його тиск є близьким до 10 мТорр, робоча частота генератора 2,45 ГГц, температура електронів 1 еВ, густина плазми в центральній однорідній частині $n = 10^{11}$ см$^{-3}$, $B_0 = 300$ Гс, $R_2 = 6$ см, $\nu = 10^7$ с$^{-1}$. За цих умов:

$$\langle Q_{res} \rangle / \langle Q_J \rangle \approx 2120 dr / d\varepsilon_1 \sim 40 \gg 1 . \tag{170}$$

Оцінки аргумента функцій Бесселя для зазначених розрядних параметрів підтверджують, що умови вузького металевого циліндру, як правило, реалізуються в сучасних експериментах. В цьому наближенні можна отримати наступний вираз для кутової довжини розряду, що реалізується за умов режиму резонансної передачі енергії від АПХ до плазми. Для цього треба підставити до рівняння балансу енергії (164) здобутий вираз для $\langle Q_{res} \rangle$ (168). Тоді його розв'язання дає можливість оцінити величину $\varphi_0^{res} \sim \Omega_e^2 \omega_e^{-2} r_0 d\varepsilon_1 / dr \gg 1$.

Аналізуючи наведені вирази, можна дійти висновку, що роль резонансного механізму втрати енергії АПХ через конверсію в верхню гібридну моду в процесі передачі енергії від неї до плазми зростає при зростанні частоти АПХ, товщини перехідної області плазми, а також при зменшенні тиску робочого газу (це призводить до зменшення частоти зіткнень) та радіусу стовпа плазми. Оцінюючи ефективність нагрівання плазми через загасання АПХ, можна стверджувати, що використання слабких магнітних полів призводить до підвищення ефективності нагрівання плазми, порівняно з випадком вільної плазми. Декременти γ_r просторового загасання аксіально-несиметричних ПХ є більшими за відповідні значення γ_r, що є характерними для симетричних ПХ, при цьому збільшення азимутального номера моди збільшує γ_r. Для всіх проаналізованих випадків встановлено, що резонансний механізм передачі енергії є більш ефективним, ніж омічний за умов низького тиску робочого газу у розрядній камері.

8.3. Додаткове нагрівання радіально неоднорідної плазми внаслідок поглинання сателітних гармонік АПХ у гофрованому сталому магнітному полі

Стале магнітне поле $\vec{B}_0$, яке утримує плазму в лабораторних пристроях, часто буває гофрованим. У сучасних токамаках це гофрування, що обумовлено дискретністю котушок тороїдного магнітного поля, характеризується малим параметром гофрування, $|\xi_m| << 1$. Наприклад, $\xi_m \sim 5 \cdot 10^{-2}$ поблизу межі плазми у токамаці ASDEX-U, Німеччина [99]; для модульного стелларатора Helias [87] “дзеркальна” неоднорідність (аналог гофрування) утримуючого магнітного поля буде характеризуватися величиною $\xi_m \sim 0.13$. Якщо потокові координати в [87] для напруженості магнітного поля Helias реактора замінити циліндричними координатами, тоді «дзеркальна» неоднорідність співпадає з моделлю гофрованого магнітного поля, яке використано у цьому підрозділі. Тому даний підхід можна застосовувати для дослідження поширення ПХ у Helias реакторі.

Одним з типів ПХ, що можуть існувати в пристроях з гофрованим магнітним полем є АПХ. У роботі [42] було досліджено поширення АПХ незвичайної поляризації з компонентами поля $E_r, E_\varphi, H_z \sim f(r)\exp(im\varphi - i\omega t)$ в радіально неоднорідній циліндричній плазмі. При цьому доведено можливість поглинання АПХ в області периферійної плазми за умови:

$$\varepsilon_1(r) = 0. \qquad (171)$$

Умова (171) реалізується для АПХ з частотою $\omega > |\omega_e|$

за умов достатньо високої концентрації плазми у її центральній області $\Omega_e^2 >> \omega_e^2$.

У роботі [100] було досліджено поширення електромагнітних ПХ в циліндричній плазмі, що знаходиться у сталому гофрованому магнітному полі $\vec{B}_0 = B_{0z}\vec{e}_z + B_{0r}\vec{e}_r$:

$$B_{0r}=B_{00}(\xi`_m/k_m)\sin(k_m z),\ B_{0z}=B_{00}[1+\xi_m(r)\cos(k_m z)], \qquad (172)$$

де ξ_m – параметр гофрування магнітного поля, $\xi`_m \equiv d\xi_m/dr$, $k_m=2\pi/L$, L – аксіальний період неоднорідності сталого магнітного поля. На теперішній час існують та проектуються термоядерні пристрої з магнітним утриманням, в яких магнітне поле є гофрованим вздовж аксіальної або кругової осі; і у плазмових структурах з таким магнітним полем можуть поширюватися АПХ. Тому актуальним виглядає вивчення питання про додаткове нагрівання плазми в таких структурах за рахунок поглинання АПХ. Беручи до уваги важливу роль електронного циклотронного нагрівання плазми у різних пристроях КТС [101], в цьому підрозділі представлено результати вивчення нагрівання плазми при резонансному поглинанні АПХ саме в діапазоні електронного циклотронного резонансу.

Слід відзначити, що останнім часом вплив періодичної просторової неоднорідності $\vec{B}_0$ на поширення власних хвиль у плазмі з циліндричною геометрією активно вивчається. Наприклад, в [102] передбачено власні альфвенівські коливання плазми у модульному стеллараторі Helias, обумовлені саме наявністю дзеркальної неоднорідності сталого магнітного поля; теорію поширення, конверсії та поглинання МГД хвиль у слабко гофрованому $\vec{B}_0$ створено у роботах [103-106].

У гофрованому полі $\vec{B}_0$ (172) електромагнітні збурення поширюються у вигляді хвильового пакета, де поряд із основною гармонікою $\propto exp(im\varphi - i\omega t)$ присутня нескінчена кількість сателітних просторових гармонік $\propto exp(im\varphi \pm ijk_m z - i\omega t)$, $j=1,2,3\ldots$ Врахуємо спочатку в такому хвильовому пакеті тільки дві найближчі сателітні гармоніки $\propto exp(im\varphi \pm ik_m z - i\omega t)$, а потім оцінимо вплив на розв'язок задачі решти гармонік. Тоді аксіальна складова магнітного поля хвилі набуде вигляду:

$$B_z = [B^{(0)}(r) + B^{(+)}(r)exp(ik_m z) + B^{(-)}(r)exp(-ik_m z)] \times exp[i(k_z z + m\varphi - \omega t)], \qquad (173)$$

де амплітуди $B^{(\pm)}(r)$ сателітних гармонік є малими порівняно з амплітудою $B^{(0)}(r)$ основної гармоніки. В роботі [100] показано, що поширення АПХ у вигляді пакета веде до зсуву власної частоти $\omega=\omega^{(0)}+\Delta\omega_m$ на величину другого порядка малості за параметром гофрування: $\Delta\omega_m \propto \xi^2_m$, що просторовий розподіл інших компонентів електромагнітного поля має вигляд, аналогічний до (173).

Хоча основна гармоніка АПХ з частотою $\omega<|\omega_{ce}|$ не відчуває верхнього гібридного резонансу (172), але для обох її сателітних гармонік має місце локальний резонанс:

$$\varepsilon_1(r_1) = N_m^2, \qquad (174)$$

де $N_m=ck_m/\omega>1$. Поблизу цього резонансу відбувається резонансне зростання амплітуд сателітних гармонік. При цьому амплітуди $B_\vartheta^{(\pm)}(r)$ сателітних гармонік полоїдної компоненти магнітного поля хвилі змінюються в радіальному напрямку поблизу точки r_1 так саме різко, як амплітуди $E_r^{(\pm)}(r)$ радіальної компоненти електричного поля хвиля:

$$E_r^{(\pm)}, B_\vartheta^{(\pm)} \propto (\varepsilon_1 - N_m^2)^{-1}. \qquad (175)$$

Сингулярність радіальної залежності амплітуд сателітних гармонік трьох інших компонентів електричного та магнітного полів хвилі поблизу точки r_1 є слабшою:

$$B_r^{(\pm)}, B_z^{(\pm)}, E_\vartheta^{(\pm)} \propto ln(\varepsilon_1 - N_m^2). \qquad (176)$$

Амплітуди $E_z^{(\pm)}(r)$ сателітних гармонік аксіальної складової електричного поля хвилі є неперервними поблизу резонансу (174). Цікаво, що комбінація $\left(i\varepsilon_2^{(0)}E_\vartheta^{(\pm)} + N_\vartheta B_z^{(\pm)}\right)_{|r=r_1}$ також є неперервною в околі резонансу (174) (тут $N_\vartheta = cm/(\omega r)$ – це полоїдний показник заломлення хвилі), що є зручним для дослідження просторового розподілу поля АПХ в околі точки r_1.

Величина електромагнітної потужності Q_{res} АПХ, що поглинається в околі точки r_1 на одиниці довжини плазмового циліндра, визначається [107] як робота її поля над радіальними ВЧ – струмами $j_r^{(\pm)} \propto exp[i(\pm k_m z + m\varphi - \omega t)]$:

$$Q_{res} = 2\pi r_1 Re \int_{r_1-0}^{r_1+0} \left(j_r^{(+)}\right)^* E_r^{(+)} dr = \frac{\pi\omega}{2} \left(\left| \frac{\partial \varepsilon_1^{(0)}}{\partial r} \right|^{-1} r \right)_{r=r_1} |A^{(+)}|^2, \quad (177)$$

де

$$\begin{aligned} A^{(+)} = lim_{r\to r_1} [E_r^{(\pm)} (\varepsilon_1 - N_m^2)^{-1}] = \{ &0,5[\xi_m N_\vartheta B_z^{(0)} + \varepsilon_1^{(1)} E_r^{(0)} \\ &+ \xi_m \varepsilon_1^{(0)} E_r^{(0)} + i\varepsilon_2^{(1)} E_\vartheta^{(0)} + i\xi_m \varepsilon_2^{(0)} E_\vartheta^{(0)}] \\ &- \frac{ic}{\omega} N_m \frac{dE_z^{(+)}}{dr} + N_\vartheta B_z^{(+)} + i\varepsilon_2^{(0)} E_\vartheta^{(+)} \}|_{r_1}. \end{aligned} \quad (178)$$

Радіальний розподіл амплітуд сателітних гармонік аксіальних електричного $E_z^{(\pm)}(r)$ та магнітного $H_z^{(\pm)}$ полів хвилі є розв'язком диференціальних рівнянь другого порядку типу неоднорідного рівняння Бесселя, які можна знайти методом варіації сталої, беручи до уваги крайову умову про обмеженість полів АПХ на осі плазмового циліндра. Амплітуди $E^{(\pm)}_\vartheta(r)$ азимутального електричного поля хвилі визначається з нульового наближення поля АПХ та амплітудами сателітних гармонік аксіальної складової магнітного поля $H_z^{(\pm)}$ [107].

Розв'язок рівнянь Максвелла з урахуванням в (173) наступних сателітних просторових гармонік $\propto exp(im\varphi \pm ijk_m z - i\omega t)$, де $j=2,3,4\ldots$, показує, що амплітуди цих гармонік є малими величинами більш високого порядку малості, поза зоною локальних резонансів $B^{(\pm j)}_z(r) \propto \xi_m^j$. Але ці гармоніки відчувають локальний резонанс поблизу точок, де:

$$\varepsilon_1(r_j) = (jN_m)^2, \qquad (179)$$

тут $j=2,3,4...$ В околі точок r_j відбувається резонансне зростання амплітуд цих вищих сателітних гармонік, при цьому величина потужності, що поглинається $\propto \xi_m^{2j}$. Отже внеском вищих гармонік у поглинання енергії АПХ можна знехтувати.

Оцінимо можливості експериментального спостереження нагрівання плазми через поглинання енергії АПХ в околі локального резонансу (174). Скористаємося генератором з частотою $\nu = 2386$ МГц. Щоб не було впливу електронного циклотронного нагрівання скористаємося магнітним полем B_{00}=1000 Гс, отже $|\omega_e| \approx 1.76\times10^{10}$ с$^{-1}$. Нехай концентрація плазми на осі $n \approx 10^{12}$ см$^{-3}$, тоді $\Omega_e^2 >> \omega_e^2$. За цих умов у плазмовому циліндрі радіуса a =3.1 см, який відокремлено від металевої камери вакуумним прошарком товщиною 1 см поширюється АПХ з азимутальним номером $m = 2$ [107]. Змінюючи відстань між котушками магнітного поля та/або силу струму у них, можна досягти резонансного поглинання енергії АПХ або припинити його через порушення умови локального резонансу.

Отже, у гофрованому магнітному полі для АПХ з частотою нижче електронної циклотронної у випадку неоднорідної густини плазми відбувається додаткове (порівняно з випадком однорідного $\vec{B}_0$ поля) поглинання її енергії в околі локального резонансу (174). Величина цієї енергії пропорційна квадрату малого параметра гофрування. Запропонований механізм поглинання енергії можна використовувати для обробки поверхні твердих тел за допомогою газових розрядів [94], що підтримуються, наприклад, АПХ [97]. При цьому можна керувати положенням резонансної точки, поблизу якої поглинається енергія, шляхом зміни аксіального періоду гофрування L. Кількість енергії АПХ, що поглинається поблизу локального резонансу [107] є тим більшою, чим меншим є градієнт концентрації у резонансній точці r_1 та чим більшою є амплітуда сателітної гармоніки радіального електричного поля $A^{(\pm)}$ хвилі. Для фіксованих частоти ВЧ генератора та магнітної конфігурації це можна зробити у двох випадках: - АПХ з полоїдним номером моди m є власною для даного профілю густини плазми; - якщо для даного профілю густини плазми хвиля з полоїдним номером моди *m* та аксіальним числом $k_z=k_m$ є власною [107].

За результатами роботи [107] встановлено: - ПХ з частотою, меншою за електронну циклотронну, та хвильовим числом k_m також резонансно поглинаються поблизу точки r_1. Але чим більше при цьому k_m, тим гірше вони проходять до глибини плазми, тому нагрівання плазми за рахунок таких мод буде менш ефективним порівняно з випадком АПХ; - чим меншим є період гофрування $L=2\pi/k_m$, тим вужчим стає шар периферійної плазми, де істотним є гофрування магнітного поля, а, тому слабшою стає зв'язок між гармоніками АПХ.