

Опис роботи моделі “Simpson-128”

Модель імітує дворівневий добір: взаємодію протилежно спрямованих (дискордантних) міжгрупового та внутрішньогрупового доборів на прикладі парадоксу Сімпсона (парадоксу поєднань).

Поняття

Головні поняття, що застосовуються при описі моделі, є такими.

Модельна популяція — сукупність особин, що входять до складу різних груп.

Група — сукупність особин, що як єдине ціле бере участь у міжгруповій конкуренції.

Підгрупа — сукупність особин в групі, що реалізують однакову стратегію: альтруїстів або егоїстів.

Міжгрупова конкуренція — відносини між групами, що відбуваються у разі, якщо сумарна чисельність груп перевищує кількість особин, що можуть існувати у модельній популяції. У ході міжвидової конкуренції відбувається зниження чисельності груп, що залежить від їх конкурентноздатності.

Внутрішньогрупова конкуренція — це відносини між індивідами, що утворюють підгрупи егоїстів або альтруїстів у будь-якій з груп. У ході внутрішньогрупової конкуренції відбувається скорочення чисельності однієї або обох підгруп. Внутрішньогрупова конкуренція особин, що належать до однієї підгрупи, у моделі не розглядається, адже для моделі особини в межах певної підгрупи не відрізняються одна від одної.

Конкурентноздатність груп — це здатність групи перемогти в міжвидовій конкуренції. Конкурентноздатність групи визначається відсотковою кількістю альтруїстів та егоїстів.

Стратегія — ознака особин, що у межах моделі впливає на їх успішність у внутрішньогруповій конкуренції, а також на успішність груп, що їх містять, у міжгруповій конкуренції. У межах моделі імітує різницю особин, що у поведінці відрізняються за пріоритетністю групових та індивідуальних інтересів.

Альтруїсти — особини, наявність яких у групі може підвищувати її конкурентноздатність у міжвидовій конкуренції, а також такі, що можуть мати знижену (у порівнянні з егоїстами) конкурентноздатність у внутрішньогруповій конкуренції.

Егоїсти — особини, наявність яких у групі може знижувати її конкурентноздатність у міжвидовій конкуренції, а також такі, що можуть мати підвищену (у порівнянні з альтруїстами) конкурентноздатність у внутрішньогруповій конкуренції.

Бажано при розгляді моделі не застосовувати до альтруїстів та егоїстів, як представникам двох порівнюваних стратегій, асоціацій з загальнопоширеним використанням цих назв. Альтруїсти не є гарними, а егоїсти — поганими, це дві групи особин, що по-різному виявляють себе у міжгруповій та внутрішньогруповій конкуренції.

Позначення

У позначеннях заголовні літери відповідають групам в цілому, рядкові — підгрупам особин (умовно — альтруїстам та егоїстам) всередині груп. Протягом циклу відбувається перерахунок чисельностей груп та підгруп. Різні етапи цього перерахунку позначаються індексами — грецькими літерами. Так, кожен цикл можна представити як перерахунок ${}^{\alpha}N \rightarrow {}^{\beta}N \rightarrow {}^{\gamma}N \rightarrow {}^{\delta}N \rightarrow {}^{\epsilon}N \rightarrow {}^{\zeta}N \rightarrow {}^{\omega}N$. Цим чисельностям груп відповідають чисельності підгруп у складі цих груп, альтруїстів (позначаються підрядковим індексом a) та егоїстів (підрядковий індекс e).

У позначення чисельностей підгруп входить номер групи. Так, протягом циклу чисельність підгрупи альтруїстів в групі № 10 змінюється так: ${}^{\alpha}n_a(10) \rightarrow {}^{\beta}n_a(10) \rightarrow {}^{\gamma}n_a(10) \rightarrow {}^{\delta}n_a(10) \rightarrow {}^{\epsilon}n_a(10) \rightarrow {}^{\zeta}n_a(10) \rightarrow {}^{\eta}n_a(10) \rightarrow {}^{\omega}n_a(10)$. У разі необхідності вказати номер циклу, для якого вказується певне позначення, цей номер вказують підрядковим індексом. Так, оскільки початкова чисельність груп та підгруп дорівнює їх кінцевій чисельності у попередньому циклі, можна написати, що ${}^{\alpha}N_{z+1} = {}^{\omega}N_z$ та ${}^{\alpha}n_a(10)_{z+1} = {}^{\omega}n_a(10)_z$, де z — номер циклу.

Послідовність процесів перерахунку модельної сукупності відповідають вказано в табл. 1.

Таблиця 1. Основні етапи розрахунків

Позначення та назва		Сутність
${}^{\alpha}N$	Альфа-чисельність	початкова чисельність, що розпочинає кожний цикл
${}^{\beta}N$	Бета-чисельність	квотована за конкурентноздатністю численність групи (потрібна для імітування конкурентного скорочення груп внаслідок міжгрупової конкуренції)
${}^{\gamma}N$	Гамма-чисельність	результат скорочення чисельності груп внаслідок міжгрупової конкуренції
${}^{\delta}N$	Дельта-чисельність	квотована за конкурентноздатністю чисельність підгрупи альтруїстів (потрібна для імітування скорочення підгруп внаслідок внутрішньогрупової конкуренції)
${}^{\epsilon}N$	Епсилон-чисельність	результат конкурентного скорочення чисельності підгруп в групах
${}^{\zeta}N$	Дзета-чисельність	чисельність після розмноження особин
${}^{\eta}N$	Ета-чисельність	чисельність особин, що покидають материнські групи під час їх розселення
${}^{\omega}N$	Омега-чисельність	кінцевий для циклу результат розрахунку чисельності груп після розселення (якщо таке мале місце). Дорівнює альфа-чисельності наступного циклу

Початкові параметри

${}^{E/A}C$ — Відношення внеску егоїста до внеску альтруїста у конкурентноздатність групи; показник, що застосовується в імітуванні міжгрупової конкуренції.

${}^{a/e}c$ — Відношення конкурентноздатності особини-альтруїста до такої егоїста; показник, що застосовується в імітуванні внутрішньогрупової конкуренції.

K — Математично очікувана початкова загальна кількість особин у всіх групах, а також ємність середовища (кількість особин, до якої, у разі перевищення, скорочується чисельність під час конкурентного скорочення).

r — Репродуктивний потенціал.

${}^A Q_0$ — Математично очікувана початкова частка альтруїстів в групах (на підставі якої розраховується фактична початкова чисельність).

I — Початкова і максимальна кількість груп (в даній реалізації моделі $I=12$).

Розрахунки

Альфа-чисельність груп розраховується як сума альфа-чисельностей підгруп:

$${}^{\alpha}N(i) = {}^{\alpha}n_a(i) + {}^{\alpha}n_e(i).$$

На першому циклі чисельність підгруп альтруїстів та егоїстів визначається стохастично (тобто не є детермінованою, у розрахунок входить випадкова величина). Позначимо як **RAND()** випадкову величину, рівномірно розподілену між 0 та 1. Тоді

$${}^{\alpha}n_a(i)_1 = \text{RAND}() \times 2 \times K \times {}^A Q_0 / I.$$

Математичне очікування (величина, до якої наближається середнє значення великої чисельності випадкових величин) складає 0,5. Наслідком цього є те, що математичне очікування ${}^{\alpha}n_a(i)_1$ складає ${}^A Q_0 / I$. В цілому ${}^{\alpha}n_a(i)_1$ є рівномірно розподіленою між 0 та ${}^A Q_0 / I \times 2$.

Аналогічно,

$${}^{\alpha}n_e(i)_1 = \text{RAND}() \times 2 \times K \times (1 - {}^A Q_0) / I.$$

В усіх наступних циклах

$${}^{\alpha}n_a(i)_{z+1} = {}^{\omega}n_a(i)_z \text{ та } {}^{\alpha}n_e(i)_{z+1} = {}^{\omega}n_e(i)_z.$$

Загальна альфа-чисельність є сумою альфа-чисельностей усіх груп: ${}^{\alpha}N = \sum {}^{\alpha}N(i)$.

Бета-чисельність розраховується як конкурентноздатність груп поділена на максимальну конкурентноздатність у групах та помножена на початкову численність.

$${}^{\beta}N(i)_1 = {}^{\alpha}C(i)_1 / {}^{\max}C(i)_1 \times {}^{\alpha}N(i)_1$$

У цій формулі ${}^{\beta}N(i)$ — це бета-чисельність окремих груп. Конкурентноздатність кожної із груп можна визначити за формулою: ${}^{\alpha}n_a(i) + {}^{\alpha}n_e(i) / {}^{E/A}C$, тобто ${}^{\alpha}N(i) / {}^{E/A}C$. Далі за формулою ми маємо ${}^{\max}C(i)$, яка відповідає конкурентноздатності найбільш конкурентоздатної групи у даному циклі.

Бета-чисельність може виражатися нецілим числом.

Загальна бета-чисельність є сумою бета-чисельностей усіх груп: ${}^{\beta}N = \sum {}^{\beta}N(i)$.

Гамма-чисельність розраховується за одним з трьох можливих сценаріїв залежно від того, як відносяться:

— загальна альфа-чисельність (фактична чисельність усіх груп), ${}^{\alpha}N$;

— загальна бета-чисельність (квотована за конкурентноздатністю чисельність усіх груп), ${}^{\beta}N$;

— ємність середовища, K .

З врахуванням того, що ${}^{\beta}N \leq {}^{\alpha}N$, можливі три різних випадки:

— сценарій I: ${}^{\alpha}N \leq K$; ресурсів достатньо, конкурентного скорочення не відбувається і ${}^{\gamma}N(i) = {}^{\alpha}N(i)$;

— сценарій II: ${}^{\alpha}N > K$ і ${}^{\beta}N \geq K$; навіть після скорочення до бета-чисельності потрібне подальше скорочення; оскільки відмінності в конкурентноздатності різних груп відбиваються на етапі скорочення від альфа- до бета-чисельності, далі усі групи скорочуються (від бета-чисельності) рівною мірою: ${}^{\gamma}N(i) = {}^{\beta}N(i) \times K / {}^{\beta}N$;

— сценарій III: ${}^{\alpha}N > K$, але ${}^{\beta}N < K$; скорочення до бета-чисельності є надлишковим, і тому кожна група скорочує свою чисельність оберненопропорційно своїй конкурентоздатності: ${}^{\gamma}N(i) = {}^{\alpha}N(i) - ({}^{\alpha}N(i) - {}^{\beta}N(i)) \times ({}^{\alpha}N - K) / ({}^{\alpha}N - {}^{\beta}N)$.

Гамма-чисельність завжди виражається натуральним числом (у кожній групі може бути певна кількість особин), і тому розрахована за наведеними для II і III сценаріїв чисельність округляється. У моделі застосовується ймовірнісне округлення, яке простіше за все пояснити прикладом. Величина 2,4 має з ймовірністю 0,6 округлюватися до 2 та з ймовірністю 0,4 — округлюватися до 3 (а величина 2,9 має з ймовірністю 0,1 округлюватися до 2 та з ймовірністю 0,9 — округлюватися до 3).

Раніше ми позначили як **RAND()** випадкову величину, рівномірно розподілену між 0 та 1. Позначимо як **ROUNDDOWN(n)** округлення величини n до найближчого нижчого цілого значення. У такому разі формула $n = \text{ROUNDDOWN}(n + \text{RAND}())$ забезпечує саме таке ймовірнісне скорочення, яке ми описали у наведеному вище прикладі.

Описані формули розраховуються у Calc наступним чином. Позначимо як **Scen** комірку, в якій розраховується тип сценарію конкурентного скорочення. В ній використовується наступна формула (замість імен комірок з проміжними величинами у запису формули застосовуються їх позначення):

$$\text{Scen} = \text{IF}({}^{\alpha}N(i) \leq K; 1; (\text{IF}({}^{\beta}N(i) \geq K; 2; 3))).$$

Після цього, залежно від значення, яке приймає комірка **Scen**, проводиться обчислення чисельності кожної групи:

$${}^{\gamma}N(i) = \text{ROUNDDOWN}(\text{IF}(\text{Scen} = 1; {}^{\alpha}N(i); 0) + \text{IF}(\text{Scen} = 2; {}^{\beta}N(i) * K / {}^{\beta}N; 0) + \text{IF}(\text{Scen} = 3; {}^{\alpha}N(i) - ({}^{\alpha}N(i) - {}^{\beta}N(i)) * ({}^{\alpha}N - K) / ({}^{\alpha}N - {}^{\beta}N); 0) + \text{RAND}();).$$

Дельта-чисельність — це квотована за конкурентноздатністю чисельність альтруїстів у кожній групі та відповідна до неї чисельність груп. Дельта-чисельність альтруїстів — це добуток початкової кількості альтруїстів у кожній групі та відношення конкурентноздатності особини-альтруїста до такої йогоїста: $\delta n_a(i) = {}^{\alpha}n_a(i) \times {}^{a/e}c$.

Оскільки конкурентноздатність егоїстів у внутришньогруповій конкуренції дорівнює 1, $\delta n_e(i) = {}^{\alpha}n_e(i)$. Внаслідок цього, $\delta N(i) = {}^{\alpha}n_e(i) + \delta n_a(i)$.

Епсилон-чисельність розраховується за одним з трьох можливих сценаріїв скорочення чисельності в кожній групі. Сценарій визначається залежно від того, як відносяться:

- початкова чисельність групи, ${}^{\alpha}N(i)$;
- дельта-чисельність групи, скорочена відповідно меншій конкурентноздатності особин-альтруїстів, ${}^{\delta}N(i)$;
- гамма-чисельність групи, ${}^{\gamma}N(i)$.

Можливі три варіанти:

- сценарій I: початкова чисельність групи (альфа-чисельність) є меншою або рівною граничній межі чисельності цієї групи після скорочення внаслідок конкуренції між групами (гамма-чисельності), ${}^{\alpha}N(i) \leq {}^{\gamma}N(i)$; у такому разі ${}^{\epsilon}n_a(i) = {}^{\alpha}n_a(i)$ і ${}^{\epsilon}n_e(i) = {}^{\alpha}n_e(i)$;
- сценарій II: ${}^{\alpha}N(i) > {}^{\gamma}N(i)$ і ${}^{\delta}N(i) \geq {}^{\gamma}N(i)$; навіть після скорочення до дельта-чисельності потрібне подальше скорочення, оскільки дельта-чисельність (знижена відповідно до меншої конкурентноздатності альтруїстів) перевищує гамма-чисельність (обмеження чисельності групи, пов'язане з конкуренцією між групами); чисельність як альтруїстів, так і егоїстів знижується від дельта-чисельності рівною мірою: ${}^{\epsilon}n_a(i) = {}^{\delta}n_a(i) \times {}^{\gamma}N(i) / {}^{\delta}N(i)$ і ${}^{\epsilon}n_e(i) = {}^{\delta}n_e(i) \times {}^{\gamma}N(i) / {}^{\delta}N(i)$;
- сценарій III: ${}^{\alpha}N(i) > {}^{\gamma}N(i)$, але ${}^{\delta}N(i) < {}^{\gamma}N(i)$; скорочення до дельта-чисельності є надлишковим; чисельність егоїстів лишається сталою, ${}^{\epsilon}n_e(i) = {}^{\alpha}n_e(i)$, а чисельність альтруїстів скорочується оберненопропорційно їх конкурентоздатності: ${}^{\epsilon}n_a(i) = {}^{\alpha}n_a(i) - ({}^{\alpha}n_a(i) - {}^{\beta}n_a(i)) \times ({}^{\alpha}N(i) - {}^{\gamma}N(i)) / ({}^{\alpha}N(i) - {}^{\delta}N(i))$.

Дзета-чисельність розраховується як сума егоїстів і альтруїстів після розмноження.

Кількість егоїстів після розмноження розраховується як добуток епсілон-чисельності та одиниці, до якої додано репродуктивний потенціал, та округлюється до цілих значень:

$${}^{\zeta}n_e(i) = {}^{\epsilon}n_e(i) \times (1 + r), \text{ а також } {}^{\zeta}n_a(i) = {}^{\epsilon}n_a(i) \times (1 + r).$$

На підставі дзета-чисельності розраховується конкурентноздатність груп після розмноження (${}^{\zeta}C(i)$). Розраховується вона як сума чисельності егоїстів після розмноження в кожній з груп та добутку чисельності альтруїстів після розмноження в кожній з груп та відношення конкурентноздатності особини-альтруїста до такої егоїста:

$$({}^{E/A}C): {}^{\zeta}C(i) = {}^{\zeta}q_e(i) + {}^{\zeta}q_a(i) \times {}^{E/A}C.$$

Для того, щоб конкурентноздатність кожної групи була унікальною, до розрахованого за попередньою формулою значення конкурентноздатності додається невелике випадкове число (випадкова величина від **0** до **1**, що поділена на **1000**).

Ета-чисельність — це чисельність особин, що покидають материнські групи під час їх розселення. Таке розселення відбувається, якщо серед груп з'являються **вакансії**: групи, чисельність яких падає до **0**. Вакансії заповнюються представниками груп, що мають найбільшу конкурентноздатність.

У Libreoffice Calc для розрахунку ета-чисельності використовується функція **HLOOKUP**. Ця функція знаходить з масиву даних значення, які відповідають певним критеріям. Якщо чисельність певної групи дорівнює нулю, то функція **HLOOKUP** знаходить групу з найбільшим значенням конкурентноздатності, що стане групою-донором. Другу вакансію (за її наявності) заповнить група-донор, що має друге за величиною значення конкурентноздатності (саме для того, щоб значення конкурентноздатності груп не співпадали, до них додається невелике випадкове число).

З групи-донора у вакантну групу переселяється “десант”, що має ета-чисельність. У його складі — випадкова кількість альтруїстів (округлений до цілих значень добуток дзета-кількості і випадкового числа від **0** до **1**). Це зроблено, щоб кількість альтруїстів в новій групі була випадковою: ${}^nq_a(i) = \text{ROUND}({}^zq_a(i) \times \text{RAND}())$. Аналогічно, ${}^nq_e(i) = \text{ROUND}({}^zq_e(i) \times \text{RAND}())$.

Омега-чисельність розраховується як сума дзета- та ета-чисельностей (для групи-вакансії ета-чисельність позитивна, для групи-донора — від’ємна).

Після розрахунку омега-чисельності починається новий цикл, і описана послідовність розрахунків повторюється наново.

Використання моделі

Модель може бути використана як для одиничних імітацій, так і для проведення серій ітерацій (повторюваних імітацій). Для проведення імітацій необхідно визначити початкові параметри. Спосіб їх визначення задається в полі “Режим визначення початкових параметрів”. У разі, якщо напроти переліку початкових параметрів виставлені “галочки”, ці параметри задаються в цьому полі (за допомогою переміщення смуг прокрутки). У разі відсутності “галочки” відповідні параметри задаються залежно від стану лічильника.

Лічильник розташований після поля “Динаміка окремої ітерації”, що виводить отриману динаміку у графічному вигляді. Лічильник змінює значення комірки “**supercount**” від -1 до 10 000. При значенні лічильника -1 усі комірки, що призначені для запису результатів груп ітерацій, очищуються. При безперервному натисненні верхньої кнопки лічильника він послідовно перебирає значення від 0 до 9 999, проводячи 10 000 імітацій. Після досягнення значення 10 000 лічильник зупиняється.

Результат кожної ітерації відбивається у комірці “**counter**”. Він записується в одній з комірок поля “Результати групи ітерацій” і відбивається у діаграмі “Розподіл результатів групи імітацій”. В округленому вигляді цей результат відбивається у комірках групи “Округлені результати кожної ітерації”, а розподіл цих результатів вибудовується у полі “Розподіл округлених результатів групи ітерацій”.

Залежно від значення комірки “**supercount**” проводиться 100 ітерацій з певними значеннями початкових параметрів, що визначені автоматично. Наприклад, у режимі, коли лічильник змінює значення ${}^{E/A}C$ і ${}^{a/e}C$, ці параметри у діапазоні значень лічильника від 0 до 99 дорівнюють по 0,1. При значенні лічильника 99 результати розподілу округлених значень цих 100 ітерацій записуються у відповідний рядок у полі “Порівняння результатів різних груп ітерацій” (зліва від комірок, де відбуваються розрахунки, нижче поля “Динаміка груп під час окремої ітерації”). Після цього відбувається зміна значень параметрів, що вивчаються, та проводиться наступні 100 ітерацій.