

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Фізичний факультет

Кафедра астрономії та космічної інформатики

«Допущено до захисту»
Зав. кафедри астрономії та
космічної інформатики
проф. Юрій ШКУРАТОВ

17.12.2025 р.



Оцінка « відмінно »
Голова ЕК
проф. Олександра ІВАНОВА

24.12.2025 р.



Смолянїнова Ольга Андріївна

**Визначення періодів обертання астероїдів вибраних сімейств за даними
ZTF огляду**

Кваліфікаційна робота на здобуття
освітньо-кваліфікаційного рівня
«Магістр» спеціальність
104 – «фізика та астрономія»
освітньо-професійна програма
«астрономія та космічна інформатика»


(підпис студента)

Науковий керівник – професор кафедри
астрономії та космічної інформатики
В. Г. Шевченко


(підпис керівника)

Харків 2025

АНОТАЦІЯ

Смолянiнова О.А. Визначення перiодiв обертання астероїдiв вибраних сiмейств за даними ZTF огляду

Дослiдження астероїдiв малого дiаметру, що належать до рiзних родин та динамiчних груп — важливі для виявлення та вивчення статистичних особливостей у їх розподiлi спектральних характеристик та обертальних властивостей, спричинених негравітаційними ефектами. В даній роботі визначались перiоди обертання астероїдiв сiмейства Евномiя використовуючи дані Zwicky Transient Facility (ZTF) та аналізувались обертальні властивості астероїдiв, на рiзних краях «V-shape».

Для визначення перiодiв обертання було використано два незалежні методи: швидко перетворення Фур'є та метод перiодограм Ломба-Скаргла. Для аналізу було використано статистичні методи.

В результаті було створено власну базу даних перiодiв обертання астероїдiв з дiаметрами менш ніж 5 км та отримано їх розподiли перiодiв на краях сiмейства. Як результат, розподiл перiодiв такого вiддаленого сiмейства є досить рiвномiрним, проте, при глибшому аналізі все одно явно спостерігаються впливи негравітаційних ефектiв.

Ключові слова: астероїд, крива блиску, перiод обертання, ZTF, сiмейство Евномiї

Abstract

Smolianinova O.A. Determination of rotation periods of asteroids of selected families based on ZTF survey data

Observations of small asteroids belonging to different families and dynamical groups are important for identifying and studying statistical features in their distribution of spectral characteristics and rotational properties caused by non-gravitational effects. In this work, the rotation periods of the Eunomia family asteroids were determined using Zwicky Transient Facility (ZTF) data and analyze the rotational properties of asteroids located on the edges of the «V-shape» family boundaries.

Two independent methods were used to determine rotation periods of asteroids: the fast Fourier transform (FFT) and the Lomb-Scargle periodogram method. Statistical methods were used for the analyze the distribution.

It was compiled a database of rotation periods of asteroids with diameters smaller than 5 km, and obtained their distribution at the edges of the family. As a result, the distribution of periods of such a remote family is quite uniform, however, with a deeper analysis, the influence of non-gravitational effects is still clearly observed.

Keywords: asteroid, light curve, rotation period, ZTF, Eunomia family

Зміст

Вступ.....	1
Розділ 1. Періоди обертання астероїдів	3
1.1. Загальний масив даних періодів обертання астероїдів	3
1.2. Періоди обертання астероїдів за даними оглядів PTF, TESS та Kepler ...	7
1.3. Періоди обертання астероїдів за даними огляду ZTF	10
Розділ 2. Методи визначення періодів обертання астероїдів	15
2.1. Структура даних ZTF огляду	15
2.2. Швидке перетворення Фур'є	18
2.3. Метод Ломба-Скаргла	24
Розділ 3. Визначення періодів обертання астероїдів за даними ZTF огляду..	30
3.1. Визначення періодів обертання астероїдів сімейства Евномії.....	30
3.2. Формування загальної вибірки обертальних характеристик астероїдів сімейство Евномії.....	31
3.3. Порівняльний аналіз розподілу періодів обертання астероїдів сімейства Евномії.....	33
Висновки	38
Перелік використаної літератури	40
Додатки	44

Вступ

Фотометричні спостереження дозволяють отримати багато фізичних параметрів астероїдів: абсолютні зоряні величини, показники кольору, обертальні характеристики, таксономічний тип, наявність супутників та ін. Останнім часом особлива увага приділяється вивченню астероїдів, що належать до різних сімейств та динамічних груп. Спостереження таких астероїдів необхідні для виявлення та вивчення статистичних особливостей у розподілі спектральних характеристик та обертальних властивостей, спричинених негравітаційними ефектами на популяційному рівні [5; 8; 14; 21; 24; 25; 32; тощо]. З відкриттям малорозмірних астероїдів у головному поясі з діаметрами менше 10 км, суттєво збагатилася і кількісна оцінка членів, що входять до сімейств. Оскільки менші астероїди більш сприйнятливі до негравітаційних сил, їхні обертальні характеристики, можливо, відрізняються від більших за розміром членів сімейств, оскільки зазнають більшого впливу цих сил, що дає змогу зрозуміти історію їхньої еволюції. Це було продемонстровано в дослідженнях Вестоїдів та інших сімейств і груп астероїдів [19; 24; 25; 31; тощо].

Нещодавно, завдяки широкомасштабним оглядовим проєктам, таким як Pan-STARRS, ATLAS та ZTF [13; 14; 17; 19; тощо], з'явилися нові великі масиви даних з фотометрії астероїдів, що продовжують доповнюватись, оскільки частина оглядів ще триває. Загалом, це досить розріджені дані за часовою скважністю, але розвиток сучасних комп'ютерних методів аналізу дозволяє впевнено визначати обертальні та інші характеристики астероїдів [13; 14; 17]. Нажаль у більшості випадків такі дані ще не повністю опрацьовані, особливо це стосується астероїдів, слабких за блиском. Тому використання таких даних для визначення обертальних параметрів астероїдів, в тому числі і тих, що входять до сімейств є достатньо актуальним. Крім того, розроблена методика визначення періодів може бути використана для аналізу даних

майбутніх масивів даних, що будуть отримані наземними та космічними телескопами.

Метою даної роботи є визначення періодів обертання астероїдів сімейства Евномії за даними ZTF огляду та аналіз обертальних властивостей груп астероїдів, що знаходяться на різних кінцях «V-shape» розподілу.

Щоб вирішити цю мету, ставились наступні завдання:

- а) освоїти методи визначення періодів обертання астероїдів;
- б) розробити програму на мові Python для використання бази даних ZTF огляду та визначення періодів обертання вибраних астероїдів, що містяться у цій базі;
- в) визначити періоди обертання астероїдів сімейства Евномії;
- г) виконати порівняльний аналіз обертальних властивостей груп астероїдів, що знаходяться на різних кінцях «V-shape» розподілу у сімействі Евномії.

Новизна даної роботи полягає в отриманні нових значень періодів обертання для вибраних астероїдів сімейства Евномії та аналізу їх обертальних характеристик, при тому що, їхній діаметр не перевищує 5 км. Оригінальні данні спостережень вибраних астероїдів були взяті з бази даних ZTF огляду та використані для подальшого визначення їх періодів обертання.

Розділ 1. Періоди обертання астероїдів

1.1. Загальний масив даних періодів обертання астероїдів

Астероїди це безатмосферні тіла, які рухаються навколо Сонця, але знаходяться на різних відстанях від нього. Такі об'єкти легко піддаються різним впливам, через що можуть змінювати свою структуру поверхні та обертальні характеристики з часом. В залежності від складу астероїда та його відстані від Сонця, вплив на нього може збільшуватись чи зменшуватись [3]. В даній роботі, зокрема, розглядається вплив космічного вивітрювання на періоди обертання невеликих астероїдів головного поясу, оскільки, саме на таких тілах можна краще виявити дію корпускулярного сонячного випромінювання.

Космічне вивітрювання являє собою комплекс різних процесів, що мають вплив на астероїди. Зокрема таких процесів як: опромінення, сонячний вітер, космічні промені (галактичні та сонячні), бомбардування метеоритами та мікрометеоритами. В сукупності, ці явища є вагомими, та можуть впливати на фізичні та оптичні властивості астероїдів.

Сімейства астероїдів являють собою групи об'єктів, які походять від одного батьківського тіла, що його було зруйновано в результаті зіткнень. Вивчення таких астероїдів саме в межах одного сімейства дозволяє науковцям зрозуміти еволюцію в межах Сонячної системи.

Якщо побудувати графік залежності півосі проти зоряної величини утвориться V-подібна структура (V-shape). Для обраного сімейства такий графік представлено на рисунку 1.2 [21]. V-shape дозволяє ідентифікувати справжніх членів сім'ї, та оцінити її вік, оскільки з часом, така структура «розходиться». Для даної роботи такий графік цінний тим що, великі астероїди знаходяться ближче до центра графіка, в той час як малі об'єкти розкидані далі від середини (це пов'язано з дрейфом, що спричинений ефектом Ярковського).

Як було сказано раніше, кожен астероїд піддається зовнішнім впливам, це, в свою чергу, призводить до зміни періодів та осей обертання. Окрім ефекту Ярковського, котрий призводить до зміни великої піввісі, є ще YORP ефект. Ці

два негравітаційні механізми суттєво впливають на динаміку малих тіл СС [38; 39]. З цих двох явищ, саме YORP ефект викликає кутній момент, що змінює швидкість обертання та нахил осі астероїда [41]. Він виникає внаслідок нерівномірної форми астероїда та відповідно відбиття і випромінювання Сонячного світла.

Давно показано, що суттєвий вплив ці явища мають на астероїди дуже малих розмірів (від сантиметрів до метрів), проте вони все ще є важливими при вивченні більших об'єктів, адже якщо розглядати ці зміни протягом тривалого часу то, при постійному впливі цих сил, зміни починають бути явно видимими. Важливо зазначити, що при пористій поверхні, вплив ефекту Ярковського зростає, і слабшає при збільшенні відстані від Сонця.

Отож, враховуючи особливості цих двох ефектів, цілком логічним є припущення, що період обертання залежить від розмірів астероїдів. В роботі Правець та інші [26] описано розподіли періодів астероїдів згідно їхнього діаметру. Відзначено, що для великих об'єктів, діаметр яких перевищує 40 км, є справедливим Максвелівський розподіл, такий що:

$$n(f) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{N f^2}{\sigma^3} \exp\left(\frac{-f^2}{2\sigma^2}\right)$$

Де N — загальна кількість об'єктів, σ — дисперсія, $n(f) df$ — частка об'єктів у діапазоні $(f, f + df)$.

Для маленьких астероїдів, діаметром 0.15 – 10 км такий розподіл вже не працює, і їхні періоди обертання є доволі розкиданими в часі. Для найменших астероїдів, цей розкид ще більший, і деякі об'єкти обертаються дуже швидко, в той час як інші можуть мати період обертання в декілька днів. З цього, автор зробив висновок про те що маленькі швидко-обертові астероїди не можуть утворюватися із декількох частин і є монолітним, адже це тоді пояснює, чому при такому швидкому обертанні вони не руйнуються.

Зокрема, в даній дипломній роботі розглядаються астероїди розмірами 3-5 км. В роботі Правець та інші [26] систематизовано періоди обертання для таких

видів астероїдів, зазначивши що, при малих розмірах, розподіл періодів обертань не є Максвелівським. Окрім розподілів, він також визначив граничну межу для періодів астероїдів що становить близько 2.2 год. В даній же роботі, увага була зосереджена на класичному сімействі із великим нахилом.

На рисунку 1.1. представлена діаграма, яка наочно зображує так званий бар'єр періодів обертання астероїдів. На даному рисунку зображені періоди обертання для астероїдів із бази даних LCDB, з більш ніж 30 тис знайденими періодами, поверх нього накладено періоди обертання знайдені в межах дипломної роботи.

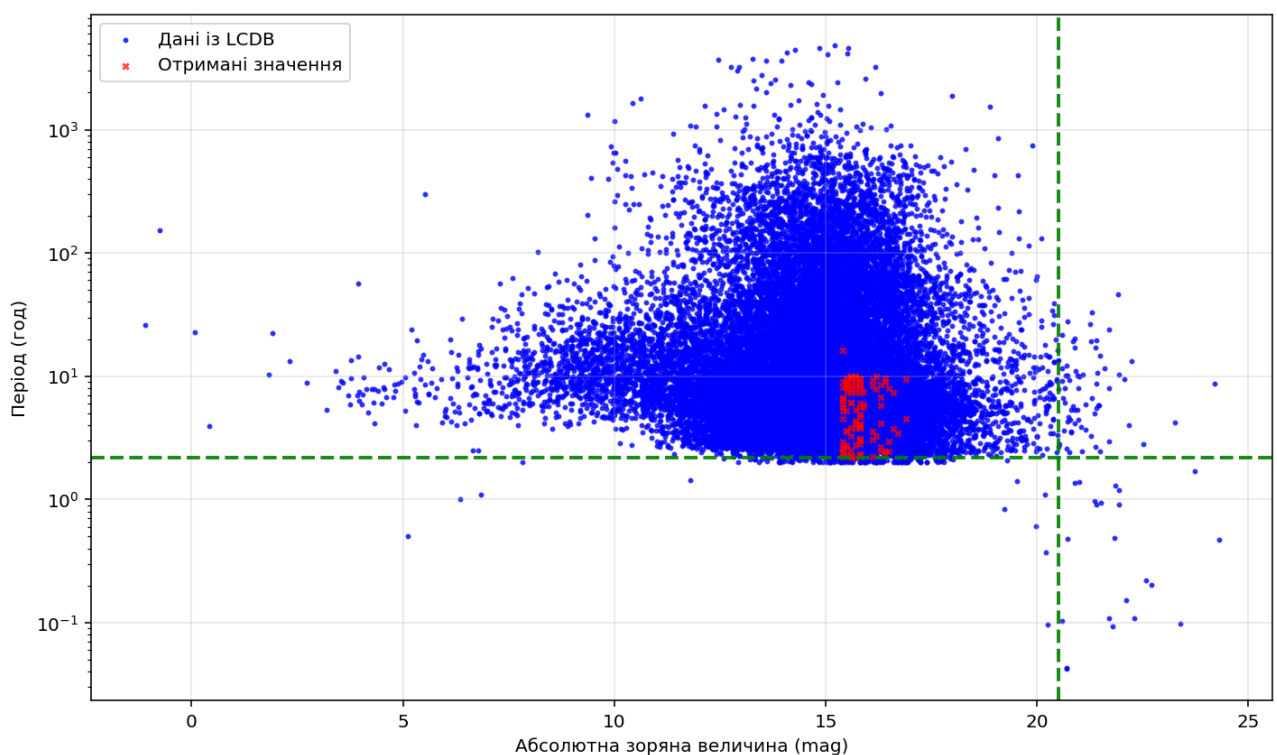


Рис. 1.1. Діаграма залежності періоду обертання астероїдів від їх абсолютних зоряних величин. Періоди представлено у логарифмічній шкалі. Пунктирною лінією зображені бар'єри. Для періоду він становить 2.2 год, для зоряної величини — 20.5 зор. вел.

Наявність такого бар'єру припускає, що навіть астероїди малих розмірів, можуть мати структуру таку, що не має вагомих сил зв'язку [1; 2]. Також важливо, що ця діаграма розподілу показує нам наявність границі для зоряної величини порядку 20.5 зор. вел., тобто з діаметром менш ніж 300 м. Це так само

вказує на монолітність таких маленьких об'єктів, адже тільки при такі структурі можливо, що астероїди витримують такі швидкі обертання.

Отож, розподіл періодів обертання в межах одного сімейства може показати нам багато про те, як еволюціонувало сімейство.

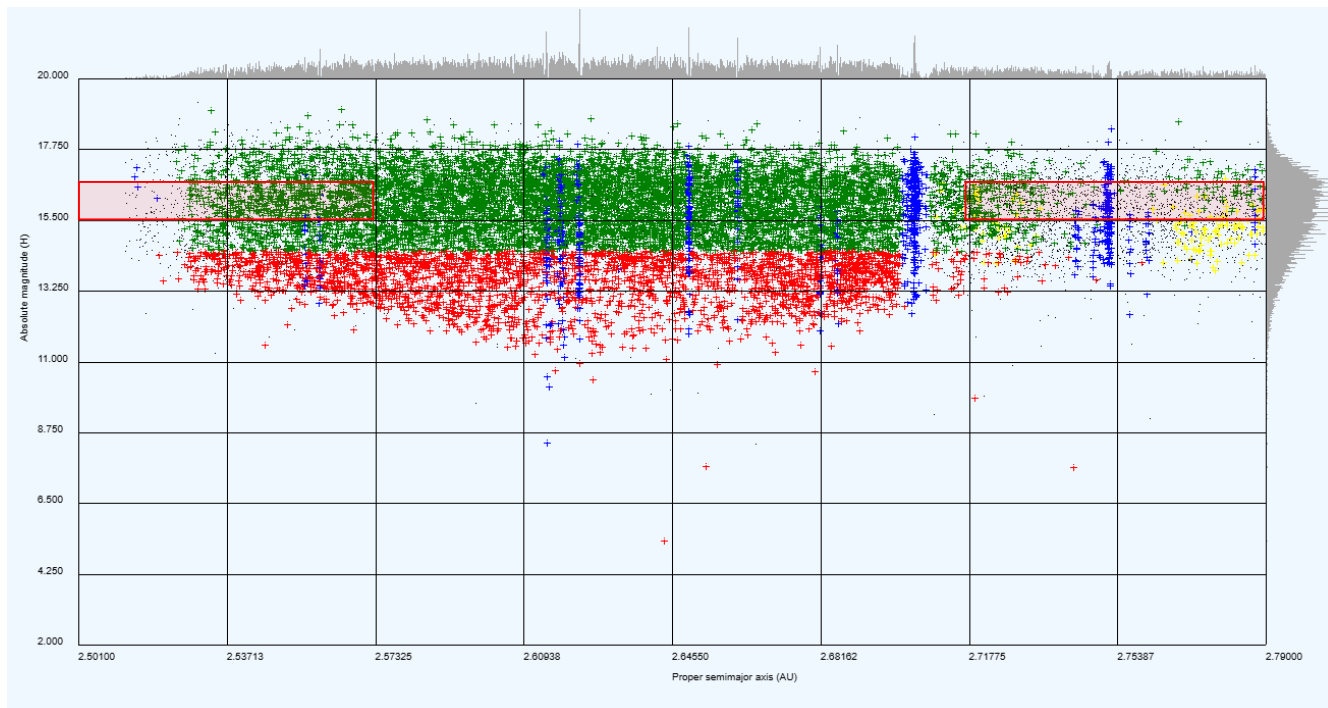


Рис. 1.2. V-shape сімейства Eunomia (AstDyS-2). Червоними прямокутниками виділено області які розглядались в даній роботі.

Для того аби дослідити це явище було обрано сімейство Евномії. Воно являє собою величезне об'єднання астероїдів, що налічує 1.4% всіх астероїдів головного поясу, та знаходиться із зовнішнього боку поясу. Найбільшим членом родини є астероїд 15 Eunomia, який є найгабаритнішим представником астероїдів відносно щільного S-типу [22; 23]. Окрім великих об'єктів, сімейство має дуже велику кількість маленьких астероїдів, що постійно піддаються впливу вторинних зіткнень, і враховуючи гравітаційні збурення та ефект Ярковського, можна зробити висновок про відносно великий вік сімейства [39]. За різними оцінками, його вік становить 2 – 4 мільярди років. Воно має порівняно великий нахил орбіти, що лежить в межах 11.1° - 15.8° , велику піввісь 2.54 - 2.72 AU, та ексцентриситет 0.121 - 0.180. Згідно з базою даних Ferret, дана група астероїдів містить 5670 об'єктів.

1.2. Періоди обертання астероїдів за даними оглядів PTF, TESS та Kepler

Розглядаючи періоди обертання астероїдів, доцільно розглянути які роботи вже були виконані в даній області. Таких праць дуже багато, як і для широкомасштабних оглядів, так і для невеликих баз даних. Тут розглянуто такі огляди як PTF, TESS та Kepler 2, зокрема, які методи використовували та які результати було отримано.

PTF є попередником ZTF, тож доволі актуально розглянути подібні роботи які виконувались на цій перехідній установці [38]. Для визначення періоду за кривими блиску для 54296 астероїдів, як метод, було використано дискретне перетворення ряду Фур'є з подальшою апроксимацією (ця методика також застосовувалась в цій роботі, тож буде детально описана в другому розділі). Окрім цього, було використано методи машинного навчання. Як результат, колір було визначено для 32502 астероїдів, для 30508 — орбітальні характеристики.

Із 9033 надійних кривих блиску, було визначено періоди обертання для 8300 астероїдів, з них лише 805 — мали вже відомий період. Щодо якості, то, автори зазначили що лише 4% із всіх знайдених періодів можуть бути помилковими, що вказує на високу якість отриманих даних (рис. 1.3).

У своїй роботі Вавілов та Керрі [36], досліджували періоди обертання астероїдів за допомогою огляду TESS. Для цього вони також скористались рядами Фур'є, та апроксимували відсутні значення. В результаті, автори цієї статті отримали вибірку з 9912 астероїдів, і отримали період для кожного із них. При чому для 4839 об'єктів (48.8% від загальної кількості), період було визначено із точністю до 33%, невизначеність не більше третини періоду (автори вважають їх другим рівнем якості періодів). Астероїдів третього рівня якості — 3042 об'єктів і вони складають 30.7% від загальної кількості вибірки; перший рівень із похибкою у 10% — 4521 астероїдів (45.6% від загальної

вибірки). Тобто, отримано 4521 астероїдів першого рівня якості та 318 — другого.

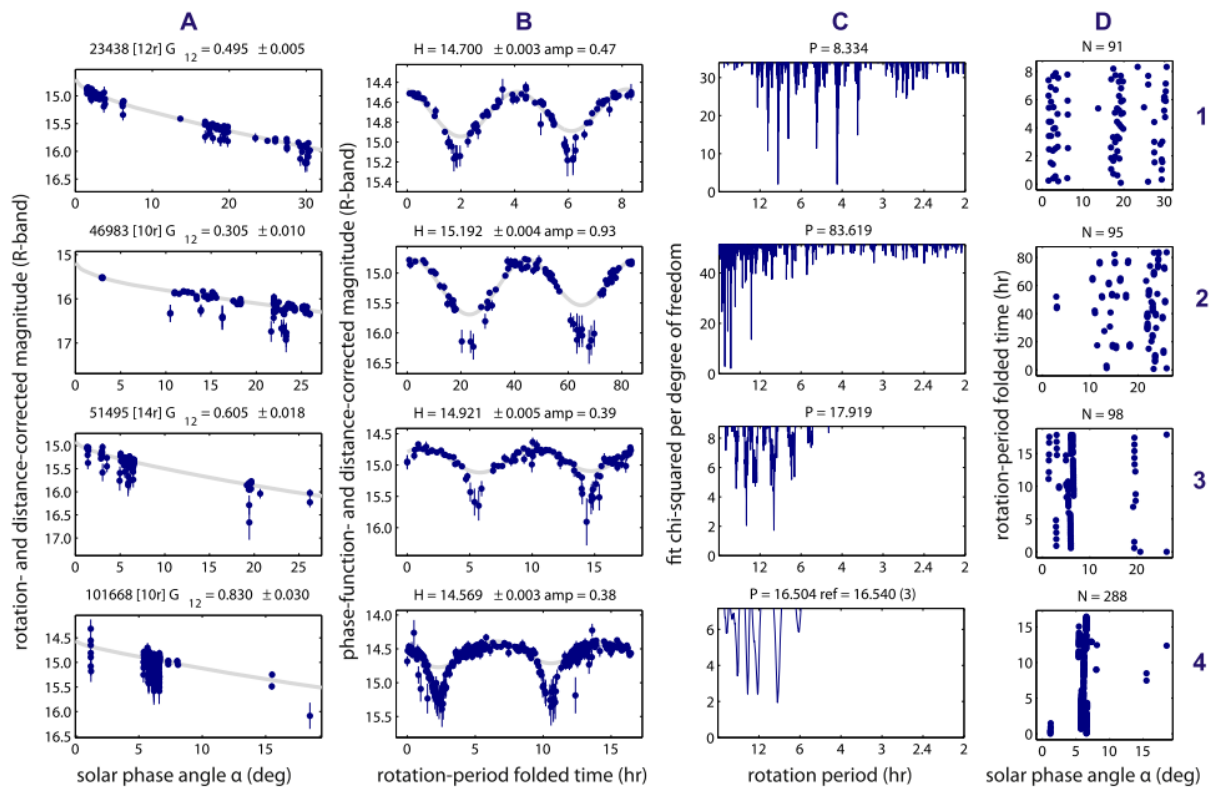


Рис. 1.3. Приклади надійних кривих блиску. Залежності зоряної величини від кута фази (A); складені криві обертання яких включають мінімуми, подібні до гострого кута (систематичне негативне відхилення від апроксимації Фур'є другого порядку при мінімальній яскравості) (B); періодограми (C); розподіл періоду від кута фази (D).

Як результат, було представлено розподіл перевірених значень та відхилень як функцію видимої зоряної величини до амплітуди їхніх кривих блиску (рис. 1.4). Автори помітили чітку тенденцію, що більше відхилення відповідає слабшим об'єктам, і пояснюють це шумами, що є надто сильними порівняно із сигналом від об'єкта.

Ще доцільно розглянути місію Кеплер-2 (K2), який є потужним інструментом для вивчення різних типів астрофізичних об'єктів та подій. В даній статті автори визначали періоди двома незалежними методами. Перший метод, це також дискретне перетворення Фур'є, другим методом було

застосування дисперсійного аналізу, яке полягало у підбиранні періодичних ортогональних поліномів.

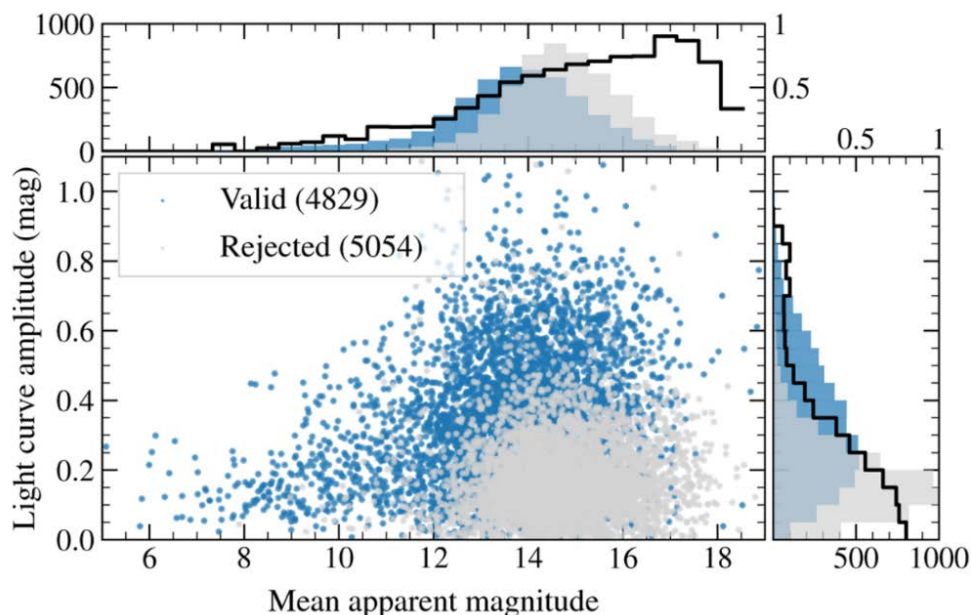


Рис. 1.4. Розподіл підтверджених(сині точки) до відхилених(сірі точки) значень періодів обертання астероїдів.

В результаті Подлевська-Гаца та ін. [27] дослідили 1395 об'єктів, що проходили в полі зору K2. Автори, окрім періодів, також, розраховували співвідношення сигнал/шум. З досліджуваних об'єктів, гарні фотометричні дані вдалось отримати для 1026 астероїдів, з них 188 мають добре обчислений період високої якості. Та 20 ще з менш гарно порахованою якістю, тим не менш, з доброю оцінкою періодів.

K2, також досліджував Сергєєв та ін. [30], в своїй роботі визначили періоди першої якості для 800 астероїдів. Для побудови кривої блиску автори виконали апроксимацію даних, і методом найменших квадратів прибирали трапецевидний пік створюючи гарну криву. Для того аби визначити періоди обертання, було використано метод періодограм Ломба-Скаргла. Як результат, із 2418 оброблених астероїдів, гарні періоди було отримано для менш ніж третини з них. Проте, всі ці об'єкти мають абсолютну зоряну величину менш ніж 19, що робить дослідження надзвичайно цінним.

1.3. Періоди обертання астероїдів за даними огляду ZTF

Zwicky Transient Facility (ZTF) базується на інструментах Palomar Transient Factory (PTF) і є його правонаступником. ZTF використовує нову 576-мегапіксельну камеру із кутом огляду $47^{\circ 2}$ на Samuel Oschin 48". Телескоп Шмідта (P48) в Паламарській обсерваторії, може спостерігати $3760^{\circ} \text{ deg}^2$ на годину з межею виявлення 5σ , до 20.7 mag в r фільтрі [6; 28] (з експозицією 30 с). Конвеєрами обробки даних керує IPAC з різними конвеєрами для однопохових зображень і каталогів, віднімання зображень і рухомих об'єктів. Сповіщення з різницевих зображень (зображення від якого відняли еталон), згенерованих за допомогою алгоритму ZOGY, створюються протягом 20 хвилин після того, як необроблене зображення було зроблено інструментом ZTF і розповсюджено за допомогою системи Kafka, керованої Університетом Вашингтон. Вони містять в собі відкриття, еталонні та різницеві зображення, а також історію 30-денних кривих світла [33].

ZTF знімає більш ніж на порядок швидше ніж його попередник, для того аби виявляти рідкісні перехідні процеси, та зміни. Дана установка орієнтована на довгі спостереження, проте має ряд складнощів, оскільки потрібно зберігати баланс між проведенням досліджень високої якості та широким охопленням території.

Обсерваторію Паламар наразі облаштовано оптичною конструкцією камери Шмідта, що спрямовує всю свою оптичну потужність на головне дзеркало. Кома та астигматизм виправляються шляхом розміщення обмежувача діафрагми в центрі кривизни дзеркала, утворюючи нульовий кут падіння на головне дзеркало. Сферична аберація коригується за допомогою асферичної пластини нульової потужності на обмежувачі діафрагми. Кривизна поля, в даному телескопі, не коригується, тому на вигнутій поверхні отримується чітке зображення.

Для класифікації об'єктів ZTF використовує широкосмугові фільтри в діапазонах g, r та i Слоанівської фотометричної системи. Для кожного із них є

свої окремі межі чутливості для $g = 21.067 \pm 0.003$, $r = 21.012 \pm 0.002$ та $i = 20.51 \pm 0.01$ mag [16].

Фільтри встановлено безпосередньо перед вікном Дьюара. Специфікація передачі фільтра налічує чотири смуги: смуга пропускання, відхилення, довга та коротка смуги переходу. Перехідні смуги розташовуються на точці 80% пропускання між фільтрами, де поміж ними мінімальним середнім пропусканням є 93%.

Фотометричні вимірювання напряду залежать від фільтрів та дозволяють визначити параметри астероїда, і зазвичай, є єдиним джерелом вимірювань. Обсерваторія Цвікке отримує всі свої зображення в трьох фільтрах, тому часто для отримання результатів виконують калібрування в певних діапазонах щодо еталонних зірок. Зазвичай, для того аби об'єднати всі спостереження, астрономам, в своїх дослідженнях, доводиться переводити їх у V-смугу системи Джонсона-Козінса [15],

Опис фізичних характеристик яскравості астероїда залежить від двох параметрів у моделі Боувела. Проте, не зважаючи на відомість, вона має ряд обмежень, наприклад, астероїди мають неправильну форму, не враховується точне значення альbedo (за замовчуванням дане значення становить 0.15, оскільки, часто, відсутні значення на різних фазових кутах), використання різних фільтрів, систематичні помилки при перевірці [9]. Це створює певні проблеми для визначення фазової кривої, включаючи криву блиску, та охоплення широкого діапазону фазових кутів.

ZTF, в свою чергу, надає результати лише в трьох зазначених фільтрах, тому при перетвореннях даних в потрібний діапазон, астрономи, часто отримують спотворенні результати. Затим, перетворення за допомогою менш відомих систем, таких як система H, G_1, G_2 Муїноненона [18] може значно зменшити похибки.

Детальніше розглянемо фотометричне калібрування, оскільки саме цей інструмент застосовують для вивчення астероїдів, та зокрема визначення їхніх

періодів. Воно відбувається за відфільтрованим набором джерел калібраторів із Mean Object Pan-STARS1 DR1. Ці калібратори було обрано за певними критеріями, для того аби зберегти фотометрично стабільні зірки з надійною фотометрією протягом декількох епох огляду PS1 у кожному з фільтрів: g, r, i [16].

Іншими вхідними даними для калібрування є джерела, що отримане з ПЗЗ, яке вже підігнано за PSF. Потім ці екстракції позиційно узгоджуються з відфільтрованими калібраторами PS1. Різниця зоряної величини між інструментом та PS1 фільтрується, а потім використовуються для визначення єдиної калібрувальної точки (ZP_f) та колірної терміну (cf) для квадранта ПЗЗ у фільтрі ZTF f = g, r або i. Результат отримують за допомогою робустної регресії, а результат калібрування записують у FITS заголовках та у так звані каталоги екстракції джерела (тут же й вказують наскільки якісною є фотометрія джерела).

Ще одним важливим етапом при фотометрії джерел є еталонне зображення, що забезпечує статичне представлення неба. Воно є еталонним показником, за яким можна порівнювати майбутні експозиції, для того аби було можливо виявити перехідні процеси потоку, або рухомі об'єкти, наприклад астероїди. Еталонне зображення створюється додаванням від 15 до 40 високоякісних історичних зображень ПЗЗ-квадрантів.

Також, є певні критерії якості, яким мають відповідати еталонні зображення, зокрема :

- Хороше астрометричне та фотометричне калібрування;
- Хороша якість зображення;
- Надійні оцінки піксельного шуму та рівнів фону.

Наступним кроком при фотометрії зображень, є зіставлення джерела та фотометричне уточнення. Мета цього конвеєра — побудова кривої блиску у багатоепохових фотометричних каталогів (їх створює конвеєр інструментального калібрування [16]). Такі каталоги фотометрії, що відповідають одному полю, квадранту ПЗЗ та фільтру, позиційно зіставляються

в різних епохах, починаючи з початку досліджень створюючи при цьому файли збігів. Створення цього файлу та оновлення існуючих версій виконується в межах місяця або довше, оскільки, існує залежність від наявності достатньої кількості архівних даних.

Після зіставлення джерела та фотометричного уточнення (якщо потрібно) відбувається обчислення статистики для згорнутої кривої світла та перехідних процесів. Ці дані включають в себе медіану, середнє значення, дисперсію, асиметрію, ексцес, χ -квадратичне, мінімум та максимум тощо. Всі ці значення використовуються для точного побудування кривих блиску.

Також, ZTF має прилад що виконує так звану «примусову фотометрію», що призначена для безперервного наповнення своїх баз даних фотометричними даними. В основі ZFPS (назва приладу що виконує постійну фотометрію нічного неба) лежать методи фотометрії, що використовує багатопотоковість для фотометрії з підгонкою функції швидкого розподілу точок (PSF), а також апетурної фотометрії (джерело). Перевагою даного методу є те що він є простим, та не враховує можливе забруднення від сусідніх джерел. Можливі забруднення враховуються під час перевірки та зміни масштабу фотометричних невизначеностей, тому при фотометрії немає помилок через віднімання зображень.

Таблиця даних у файлі кривої світла не надає окрему криву світла, яку можна миттєво побудувати. Вона містить фотометричні вимірювання різницевих зображень і запитаній вхідній позиції для певного діапазону, що охоплює всі відповідні поля ZTF, квадранти-ПЗЗ та фільтри (лише для архівних зображень).

За допомогою даних із цієї перехідної установки, було визначено періоди для багатьох об'єктів, не лише астероїдів. Найчастіше, дані центру Цвіккі використовують для визначення періодів навколоземних астероїдів, троянців та комет. Також, використовують для визначення параметрів для якогось конкретного об'єкту, та майже не використовують для створення великих

наборів даних [29; 42]. Проте, це не вказує на погану якість даних, навпаки, це значить що ці дані є достатньо точними, аби повністю дослідити фізичні характеристики астероїдів, та інших об'єктів.

Астрометрична точність при нормальних умовах для g та r фільтрів становить від 0.045 до 0.065 арк. сек, що вимірюється як мода в розподілі середньоквадратичних помилок на вісь. Варто зазначити, що до 18 mag дана похибка становить лише 0.03 арк. сек. Якщо повітряна маса стає 3 та більше, то похибка значно зростає, оскільки погіршується якість зображення (його FWHM).

Щодо фотометричної точності, то загалом вона становить від 0.008 до 0.025 зор. вел. для всіх трьох фільтрів. Звичайно ж, за більшої повітряної маси, похибка так само стає більшою. Але, немає суттєвого погіршення в областях з високою щільністю, таких як галактична площина.

Розділ 2. Методи визначення періодів обертання астероїдів

2.1. Структура даних ZTF огляду

Для того аби виконати поставлені завдання, було виконано декілька етапів роботи. Основна методика роботи включала в себе такі стадії:

- Збір та обробка даних про сім'ю;
- Відбір астероїдів за необхідними параметрами;
- Збір та обробка обраних даних в базі даних ZTF;
- Знаходження періодів обертання за даними із ZTF;
- Перевірка якості отриманих значень;
- Наочне зображення розподілу періодів в межах одного сімейства.

Для початку було визначено, що необхідні астероїди мають належати до S таксономічного класу, мати розміри 1.5-4 км, а отже знаходитись на краях V-shape. Задля задоволення цієї мети було доцільно обирати астероїди що мали зоряну величину 15.5-17 mag та мали відповідні піввісі. Знаючи таксономічний клас кожного із обраних астероїдів, та припускаючи, що їхні показники в альbedo є середніми — 0.22, можна з великою точністю припустити, що обрані астероїди не виходять за наведені межі. Для статистичного аналізу було визначено, що близько 40 астероїдів буде достатньо (по 20 з кожного боку). Проте, враховуючи, що не кожен об'єкт відповідав установленим критеріям якості, загальна кількість астероїдів для яких було застосовано дану методику становить 111 об'єктів.

Щоб дізнатись які астероїди входять до сімейства було використано базу Ferret [7], в якій є можливість здійснювати пошук за сімействами. Після отримання даних про всі астероїди сімейства, було доцільно здійснити пошук S-астероїдів за таксономічним класом Carvano et al. (2010) [7], що також можливо в тій самій базі даних. Їх було витягнуто для того, аби не шукати які саме астероїди мають S-тип, вручну. Щоб знайти які астероїди входили і до першої і до другої баз даних, було написано запит на SQL (це мова запитів, що використовується для взаємодії з реляційними базами даних, це дає змогу

ефективно змінювати, керувати та досліджувати дані не використовуючи складні програмні коди):

```
select E.ID, E."AU Breckets"  
from 'Eunomia 15-17.csv' as E  
join 'S-type.csv' as S on E.ID = S.ID
```

— який поєднує дві таблиці за ID астероїда, при умові що вони є однаковими в обох таблицях. Попередньо, в таблиці для всього сімейства було виконано пошук астероїдів які задовольняють дві вищезгадані умови.

Всі дані які надає база Ferret для сімейств та таксономічних груп є однаковими за структурою. Кожна із таблиць містить інформацію про ID астероїда, його альтернативну назву, тип об'єкта, піввісь, ексцентриситет, нахил, абсолютну зоряну величину та його сімейство. Для кожного астероїда, в такій таблиці, є один запис. Цього цілком достатньо для того аби отримати всі загальні відомості про об'єкт.

Отож, після цих кроків було обрано астероїди які задовольняють всі необхідні параметри. Після перевірки, виявилось що даних потрібної якості було недостатньо, тому був виконаний пошук таких астероїдів вручну.

Наступним кроком, був пошук обраних об'єктів у базі даних ZTF [10], де було отримано таблицю даних за період від 1 квітня 2023 року до 1 квітня 2025 року.

Отримана таблиця мала 25 стовпців, що містили в собі дані про координати в момент спостереження, відстані, фазові кути, видимі зоряні величини, фільтри та ін. Важливим зауваженням є те, що дана база даних має лише три фільтри, і дані, які отримує ZTF для кожного фільтра є дуже нерівномірними. Ба більше, за одну ніч спостережень, часто є лише кілька фотографій для кожного фільтра, а іноді й взагалі жодної; різниця між фото в різних фільтрах зазвичай становить більш ніж 1 годину. При тому, якщо є фото в одному з фільтрів, не завжди є відповідне в іншому. Також, важливо, дані

отримані по місяцям теж не рівномірні, що також ускладнює використання цих даних для наукових цілей.

Після отримання даних для всіх астероїдів їх було пропущено через програму яка визначила їхній період обертання, похибку, амплітуду, середньоквадратичну похибку та співвідношення сигнал/шум.

Для початку із вихідних фотометричних даних виділено одну опозицію, таку що має найбільшу щільність вимірювань, це забезпечує кращу якість майбутньої апроксимації. Фрагмент коду наведено в додатку А.

Після цього відбулось фільтрування за фазовими кутами та виключення екстремальних даних за правилом $1.5IQR$, яке полягає у знаходженні верхньої та нижньої допустимої межі, та відсіюванні даних які виходять за ці межі. Оскільки дані ZTF є доволі якісними, то таких викидів не було.

Потім, видиму зоряну величину було приведено до абсолютної за відомою формулою [1]:

$$H = m(\alpha) - 5\lg(r\Delta) - 2.5\lg[(1 - G)\Phi_1(\alpha) + G\Phi_2(\alpha)],$$

де: $m(\alpha)$ – зоряна величина у смузі V, при фазовому куті α ; H – абсолютна зоряна величина; G – параметр нахилу фазової кривої; Φ_1 , Φ_2 – функції, що залежать від фазового кута, m — виміряна зоряна величина, r — геліоцентрична відстань, Δ — геоцентрична відстань. Фазовий коефіцієнт $G=0.22$. Для кожного фільтра було враховано похибку вимірювань, що була розрахована центром Цвіккі: $z_g = 0.003$, $z_r = 0.002$, $z_i = 0.01$ [9]. Фрагмент коду наведено в додатку Б.

Для того аби знайти період було використано комбінований підхід з використанням двох методів. Основним методом було швидке перетворення Фур'є (ШПФ), тоді як для перевірки, було використано бібліотечний метод Ломба-Скаргла, так як він добре знаходить періоди для часових областей із нерівномірними значеннями. Детальніше розглянемо метод ШПФ.

2.2. Швидке перетворення Фур'є

Загалом, інтерпретація результатів ШПФ не вимагає ґрунтовного розуміння самого алгоритму, проте вимагає гарного розуміння дискретного перетворення Фур'є. Це все тому що ШПФ це лише метод, що може обчислювати перетворення Фур'є швидше за інші відомі методи. Отож, розглянемо перетворення Фур'є.

Якщо скласти декілька синусоїд, то так можна репрезентувати будь-яку функцію. Коли ж ми маємо їх в розкладеному виді, то це носить назву рядів Фур'є. Обчислення та вивчення таких рядів відоме як гармонічний аналіз і є надзвичайно корисним при потребі розбиття довільної періодичної функції на частини для того аби отримати набір простих членів в результаті розв'язку яких отримуємо достатньо точний розв'язок складної задачі.

Ряди Фур'є являють собою нескінченні ряди, і становлять періодичні функції у вигляді синусів та косинусів. Як відомо: функція вважається періодичною якщо вона є визначеною для всіх дійсних чисел (за винятком декількох точок, наприклад, таких функцій як, тангенс чи котангенс) та, якщо існує деяке додатне число p , що можна вважати періодом, таке що:

$$f(x + np) = f(x)$$

Де n — ціле число. Будь-який набір функцій що утворюють повну ортогональну систему мають відповідний узагальнений ряд Фур'є, використовуючи який, звичайний ряд Фур'є отримується шляхом взяття $f_1(x)=\cos(x)$, $f_2(x)=\sin(x)$, $f_3(x)=tg(x)$ та $f_4(x)=ctg(x)$, проте зазвичай це лише синуси і косинуси. Оскільки ці функції утворюють повну ортогональну систему над $[-\pi; \pi]$, ряд Фур'є функції задається як:

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx),$$

де

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

$n \in Z$ [11]. При тому, якщо коефіцієнти такі що ряд збігається, то його період становитиме 2π . Ряд завжди рівномірно збігається за критерієм Вейєрштрасса, оскільки незбіжність ряду носить лише теоретичний інтерес і не має практичного. Важливою заувагою є значення точок в точках розриву, тоді, зазвичай, використовують середнє значення похідної лівої та правої границь. Проте, в даній роботі такі випадки не зустрічаються, оскільки астероїди обертаються неперервно, а синуси і косинуси, які використовувались для гармонік, не мають точок розриву.

Отож, коли ми розкладемо функцію на суму синусоїд та косинусоїд, то кожна з них матиме свою амплітуду, фазу і частоту. Визначення періоду обертання астероїдів здійснено методом в основі якого лежать ряди Фур'є.

Як було сказано, швидке перетворення Фур'є (ШПФ) являє собою алгоритм для обчислення дискретного перетворення. ШПФ це одновхідна функція, що переводить залежність від часу у залежність від частоти. Для кращого розуміння можемо розглянути перетворення Фур'є у метричній формі:

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0(0) \\ x_0(1) \\ x_0(2) \\ x_0(3) \end{bmatrix}$$

При $N=4$, а $W = e^{-i2\pi/N}$. В компактному вигляді:

$$X(n) = W^{nk} x_0(k)$$

Розгляд такого рівняння показує що оскільки W та $x_0(k)$ є комплексними, то для виконання перетворень необхідно N^2 комплексних множень та $(N)(N-1)$

додавань. ШПФ чудове тим, що він зменшує кількість множень та додавань, необхідних для обчислення рівняння.

Для простоти, спочатку розглянемо рівняння при $N=2$, тоді розв'язок не буде громіздким, проте буде краще зрозуміло методику. Перепишемо нашу матрицю для цього випадку:

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & W^1 & W^2 & W^3 \\ 1 & W^2 & W^0 & W^2 \\ 1 & W^3 & W^2 & W^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0(0) \\ x_0(1) \\ x_0(2) \\ x_0(3) \end{bmatrix}$$

При тому що $[nk \bmod(N)]$ це остача від ділення nk на N ; якщо $N=4$, $n=2$ і $k=3$, то:

$$W^6 = W^2 \quad \text{бо}$$

$$\begin{aligned} W^{nk} = W^6 &= \exp\left[\left(\frac{-i2\pi}{4}\right)(6)\right] = \exp[-i3\pi] = \exp[-i\pi] = \exp\left[\left(\frac{-i2\pi}{4}\right)(2)\right] \\ &= W^2 = W^{nk \bmod(N)} \end{aligned}$$

Далі, потрібно факторизувати квадратну матрицю наступним чином:

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(2) \\ X(1) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & W^0 & 0 & 0 \\ 1 & W^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & W^1 \\ 0 & 0 & 1 & W^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & W^0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^0 \\ 1 & 0 & W^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & W^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0(0) \\ x_0(1) \\ x_0(2) \\ x_0(3) \end{bmatrix}$$

Варто зауважити, рядки 1 і 2 змінено місцями (проте в останньому рівнянні це було враховано). Нехай вектор позначається як:

$$\overline{X(n)} = \begin{bmatrix} X(0) \\ X(2) \\ X(1) \\ X(3) \end{bmatrix}$$

Дана факторизація і є ключем до ШПФ. Отож, для обчислення рівняння потрібно знайти $x_1(k)$ та $x_2(k)$ це чотири комплексні додавання та 12 комплексних множень. $\overline{X(n)}$ вимагає 4 множення та 8 додавань. Отож розв'язок $X(n)$ потребує 16 комплексних множень та 12 комплексних додавань, що вдвічі зменшує необхідну кількість розрахунків. Для $N=4$, відношення прямого обчислення до ШПФ становить :

$$\frac{N^2}{N\gamma/2} = \frac{2N}{\gamma}$$

Для $N=1024$, скорочення становить більш ніж 200 до 1 [4]. Загальну ефективність методу щодо знаходження розв'язків представлено нижче на рисунку 2.1:

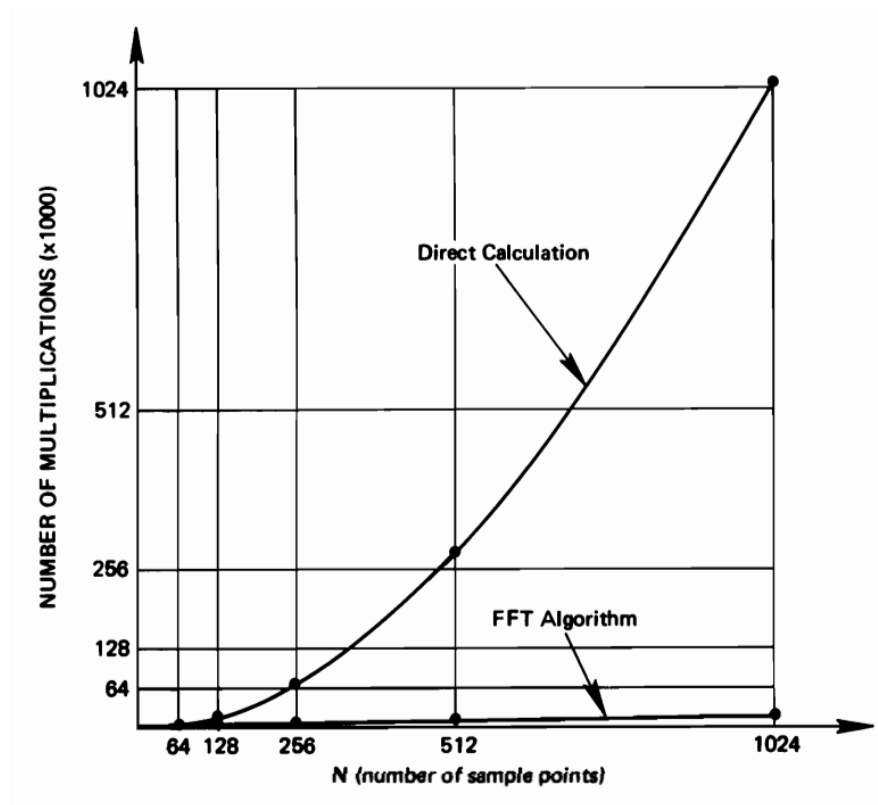


Рис. 2.1 Зображення ефективності ШПФ проти прямого перетворення

Оскільки отримані розв'язки трохи перемішані, для дешифрування зручно використати двійкові еквіваленти, тому кінцевий результат можна представити у вигляді:

$$\overline{X(n)} = \begin{bmatrix} X(00) \\ X(10) \\ X(01) \\ X(11) \end{bmatrix} \text{ перейде у } \begin{bmatrix} X(00) \\ X(01) \\ X(10) \\ X(11) \end{bmatrix} = X(n)$$

Для великої кількості N , доцільно представити у вигляді графіку, адже рівняння будуть надто громіздкими.

Для $N=4$ вигляд зображено на рисунку 2.2. Більш загальний випадок зображено на рисунку 2.3.

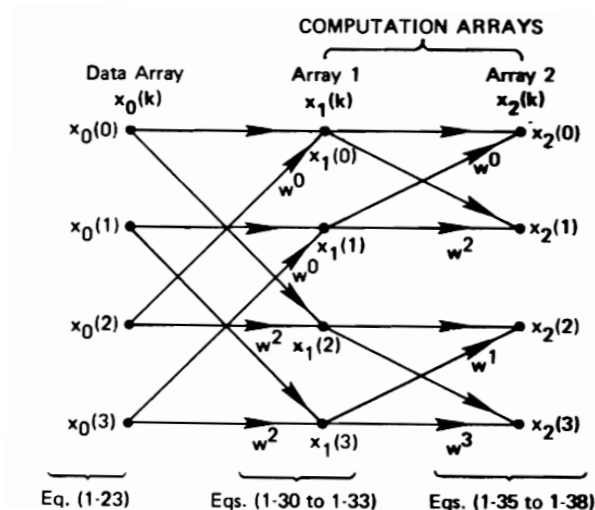


Рис 2.2 Графічне представлення потоку сигналу методом ШПФ для $N=4$. Результати, що надходять до вузла з двох шляхів передачі об'єднуються адитивно.

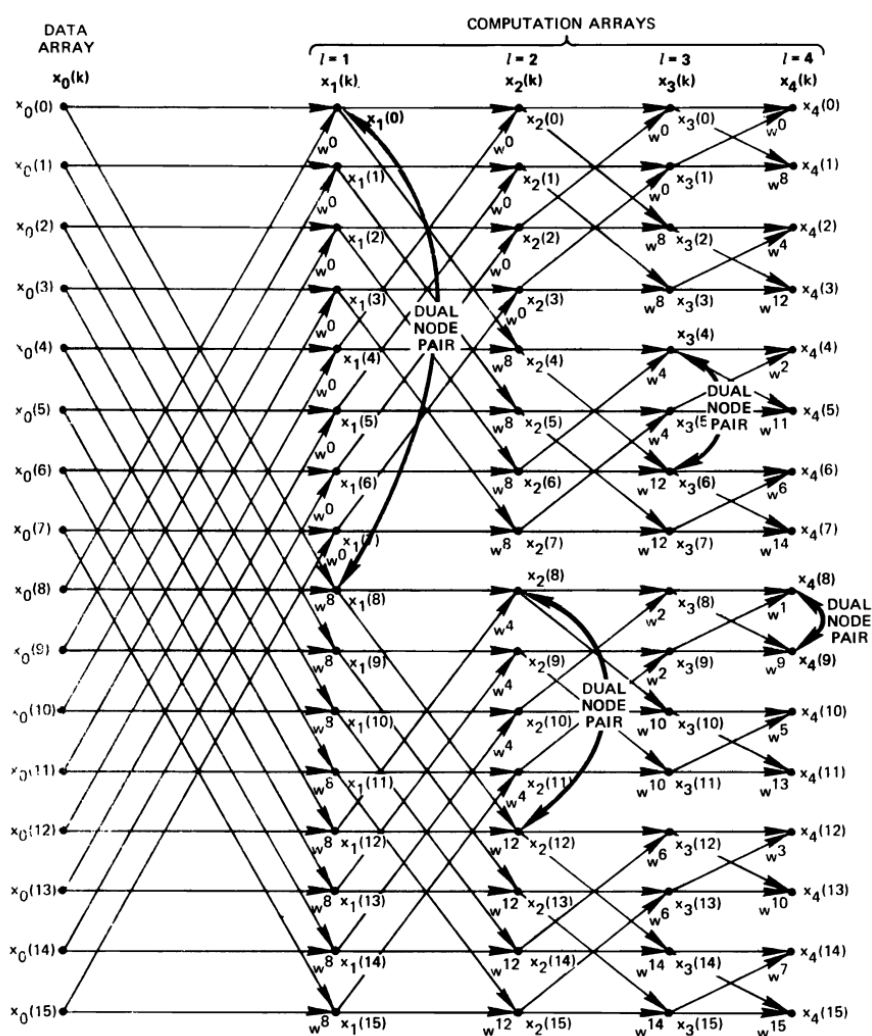


Рис. 2.3 Графічне зображення ШПФ для великого N .

Отож, з практичного боку, для гарної реалізації важливо визначити достатній розмір ШПФ. Найкращий розмір, як можна зрозуміти, має 2 порядок, найпоширеніші з яких лежать в діапазоні від 128 до 4096. У даній роботі розмір ШПФ становив 312 коефіцієнтів, що його достатньо для забезпечення гарної якості результату. Фрагмент коду наведено в додатку В.

Одна із особливостей ШПФ, це те що, вхідні дані повинні бути рівномірно розподілені, проте це майже неможливо, враховуючи те як здійснюється фотометрія неба у ZTF. Проте, цю проблему добре розв'язує апроксимування даних, яке дозволяє приблизно відтворити криву блиску не знаючи значення періоду.

Для відтвореної побудови моделі кривої блиску було використано три гармоніки. Тому початкова функція прийме вигляд:

$$f(\varphi) = a_0 + \sum_{n=1}^3 [a_n \cos(2\pi n\varphi) + b_n \sin(2\pi n\varphi)]$$

Де φ — фаза обертання, а коефіцієнти знайдено методом найменших квадратів [4]. Фрагмент коду наведено в додатку Г.

Середньоквадратична похибка даного методу розраховувалась як:

$$E = \int_{-\pi}^{\pi} f^2 d\varphi - \pi \left[2a_0^2 + \sum_{n=1}^3 (a_n^2 + b_n^2) \right]$$

Після виконання даного алгоритму, було отримано такий результат для тестового об'єкту Vesta зображено на рисунку 2.4.

Як можна побачити з графіку, даний метод є доволі точним, адже в літературі період обертання даного астероїда становить 5.342 год в той час як ШПФ визначив його як 5.1052 год. Як приклад, для двох менших астероїдів, які досліджувався у даній роботі, та періоди для яких було знайдено вперше, також зображено на рисунку 2.2.4. Отримані результати є цілком нормальними для астероїдів малих розмірів, а розрахована відносна похибка для них не перевищує 15%.



Рис. 2.2.4. Спектр потужності ШПФ: для Вести (1 графік), 137055 (2 графік) та 170662 (3 графік). Зелена суцільна лінія вказує на розрахований спектр потужності, червона пунктирна лінія — найкращий підібраний період.

2.3. Метод Ломба-Скаргла

Як перевірку, було обрано бібліотечний метод Ломба-Скаргла (ЛС) який дозволяє знаходити періоди в нерівномірно розподілених даних [12]. Це здійснюється шляхом обчислення періодограм, що оцінює кореляцію даних із синусоїдними сигналами різних частот. Також його часто називають «псевдо Фур'є» аналізом, оскільки пошук періодичних компонентів також визначають

за допомогою дискретного перетворення Фур'є. Максимум потужності на періодограмі відповідає найімовірнішому періоду. За багатьма оцінками даний метод є дуже точним, і враховуючи, що спочатку виконувалось ШПФ, при достатній кількості вихідних фотометричних даних, можна забезпечити досить добру якість [35].

Різниця між ШПФ та ЛС полягає у відсутності апроксимації, оскільки даний метод фактично використовує сирі дані, і завдяки цьому уникає спотворень. Головна особливість методу полягає у введенні залежного від частоти зсуву часу τ . Дане зміщення гарантує що базисні тригонометричні функції (синус і косинус) стають ортогональними на конкретних, дискретно-обраних моментах часу вимірювань. Така ортогональність усуває зміщення, яке виникло б при використанні стандартного перетворення Фур'є.

Зміщення обчислюється для кожної частоти за формулою:

$$\text{tg}(2\omega\tau) = \frac{\sum_{n=1}^N \sin(2\omega t_n)}{\sum_{n=1}^N \cos(2\omega t_n)}$$

Нормалізована потужність для заданої частоти, обчислюватиметься за формулою:

$$P_x(f) = \frac{1}{2\sigma^2} \left[\frac{(\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x}) \cos(\omega(t_n - \tau)))^2}{\sum_{n=1}^N \cos^2(\omega(t_n - \tau))} + \frac{(\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x}) \sin(\omega(t_n - \tau)))^2}{\sum_{n=1}^N \sin^2(\omega(t_n - \tau))} \right]$$

Де N — кількість вимірюваних точок даних; x_n — виміряне значення в момент ; $\bar{x}$ — середнє значення ряду даних; σ^2 — дисперсія ряду даних; $\omega=2\pi f$ — кутова частота; τ — обчислене значення зміщення часу для частоти ω [43].

В результаті отримується графік потужності — періодограма Ломба-Скаргла. Піки на ньому вказують на присутність періодичності, чим вища потужність, тим сильніший сигнал.

Обидва методи було застосовано в діапазоні періодів 2.2-12 годин, що є цілком доцільно при розгляді астероїдів малих розмірів. Також, врахуємо, що більшість астероїдів головного поясу має періоди обертання 2-12 годин [20]. Але найголовніша причина, полягає в генерації хибних періодів-гармонік при

широкому діапазоні часу. Отож, дане обмеження підвищує стабільність виконання обох методів.

Для тестових об'єктів Ceres та Vesta, за даним методом було отримано такі результати (Рис. 2.5):

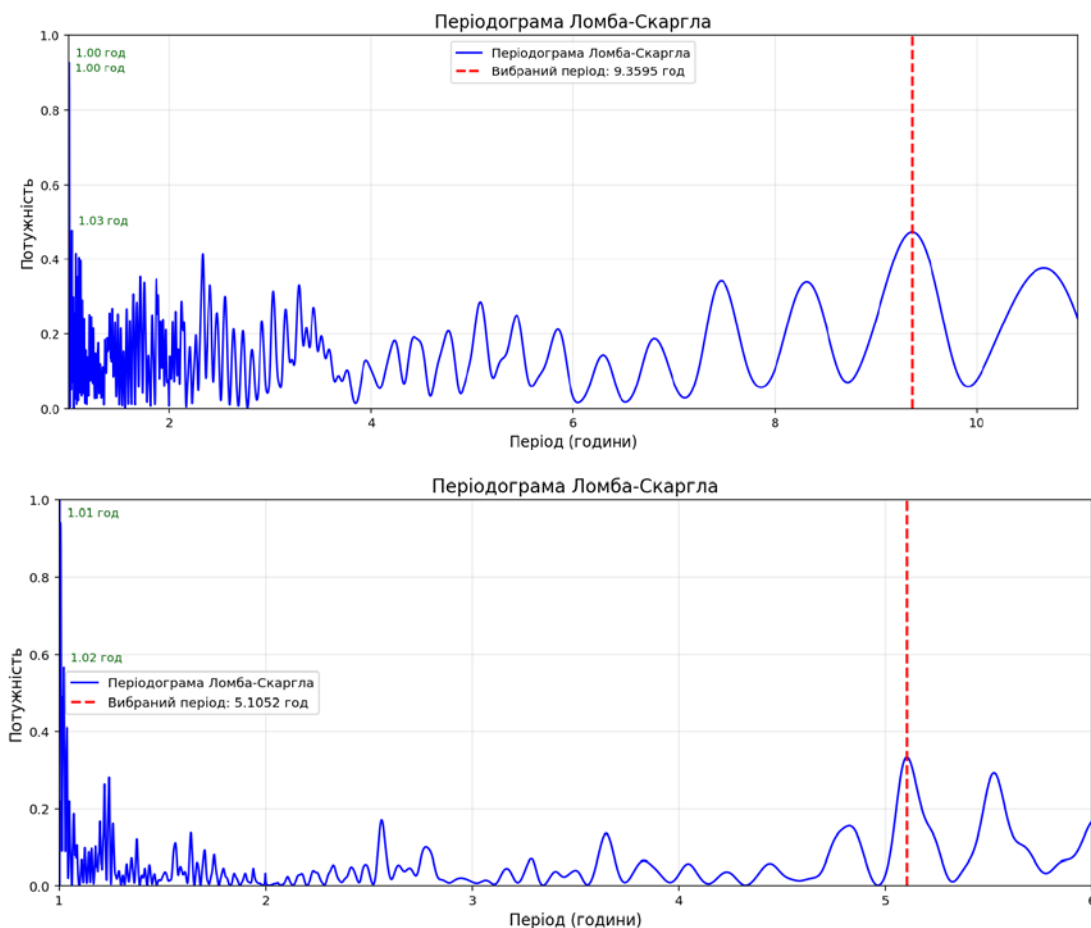


Рис. 2.5. Періодограми для тестових об'єктів Ceres (верхній рис.) та Vesta (нижній рис.). Синя суцільна лінія — періодограма, червона пунктирна лінія — найкращий підібраний період.

З періодограми для тестових об'єктів, періоди яких відомі, можна зробити висновок про хорошу якість методу. Для Vesta період отримався ідентичним як і за ШПФ, для Ceres період знайдено достатньо точно, 9.3595 год — проти 9.074 год згідно з літературними джерелами.

Для малих астероїдів, результати яких було використано у подальшому статистичному аналізі, отримались такі ж результати як і для ШПФ (Рис. 2.6.):

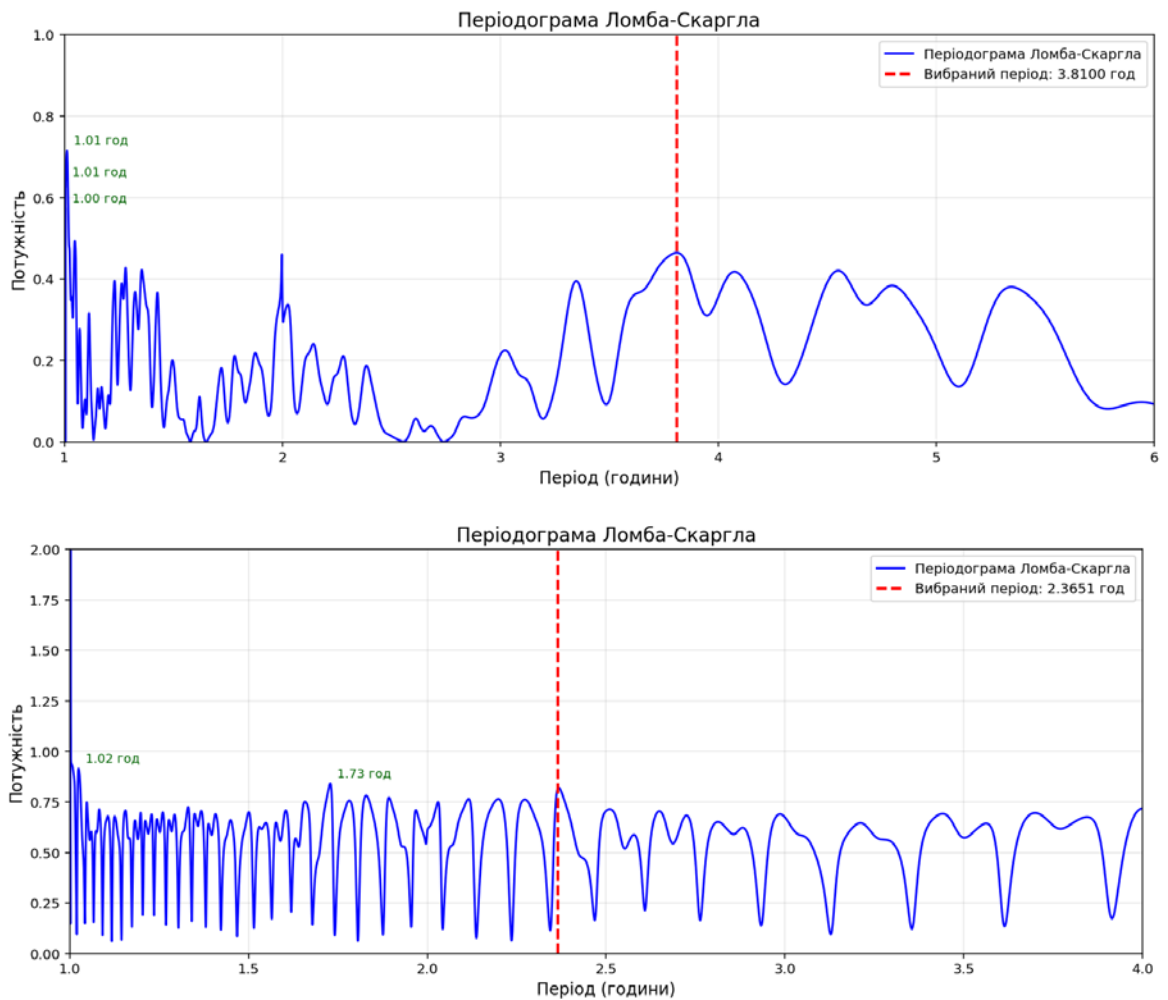


Рис. 2.6. 137055 (1 графік) та 170662 (2 графік). Синя суцільна лінія — періодограма, червона пунктирна лінія — найкращий підібраний період.

Кінцеву похибку було оцінено за формулою:

$$\sigma_p = 0.15 \cdot p \cdot \frac{RMS}{Amplitude}$$

де p - розрахований період, RMS – середньоквадратична похибка моделі та $Amplitude$ – амплітуда. Коефіцієнт 0.15 похибка яка спричинена вимірюваннями та інструментами ШПФ, і є однаковою для кожного із досліджуваних астероїдів. Перед цим, як було сказано раніше, також було пораховано амплітуду, середньоквадратичне відхилення та співвідношення сигнал/шум. Фрагмент коду наведено в додатку Г.

Після оцінки якості отриманого періоду, доцільно зобразити складену криву блиску (Рис. 2.7.)

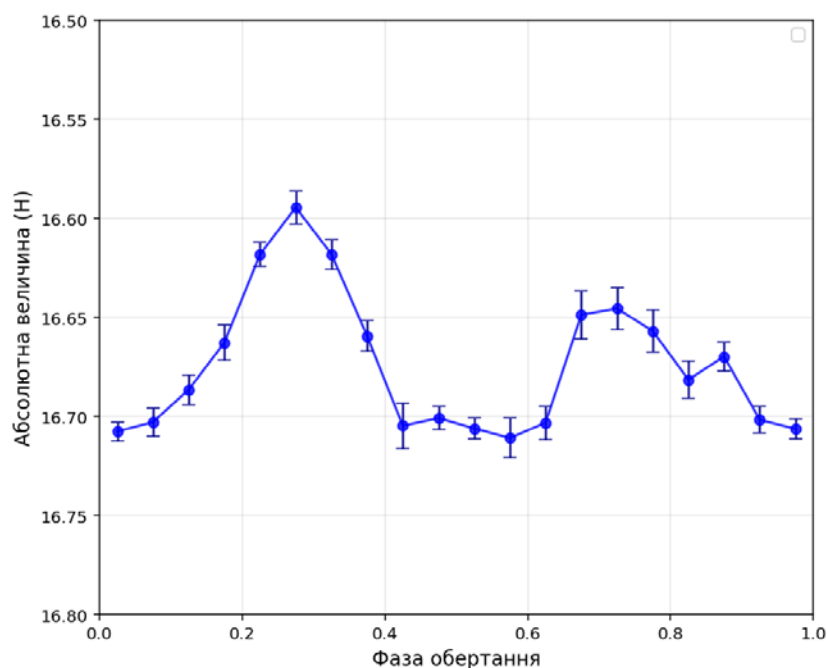


Рис. 2.7. Приклад зображення результату знаходження періоду астероїда 132583. Синім кольором показано точки що утворюють складену криву блиску. Тим самим кольором зображено похибки.

Після знаходження періодів було побудовано гістограму розподілів періодів, та графік залежності періоду від відстані. Для наочного зображення, було побудовано кореляційну залежність, яка була розрахована методом лінійних найменших квадратів (МЛНК). Підхід МЛНК це знаходження суми квадратів похибок між лівою та правою сторонами системи, тобто, знаходження мінімуму системи, що можна виразити як обчислення часткової похідної від $S(x,y)$. Після їх обчислення, утворюється два рівняння розв'язки яких будуть точні значення a та b (коефіцієнтів рівняння прямої), яка найкраще підходить до даних. Коефіцієнт a й буде нахилом який наочно покаже наскільки шукана величина змінюється зі зміною на одиницю заданого значення (у даному випадку — відстань) [43].

Отож, для того аби відтворити криві залежності блиску та знайти періоди обертань астероїдів, було використано два методи, в основі яких лежить гармонійний аналіз. Окрім періодів також було пораховано похибку; значення

похибки що перевищували 15% не враховувались. Ця межа похибки є цілком припустимою для того аби проводити статистичний аналіз.

Розділ 3. Визначення періодів обертання астероїдів за даними ZTF огляду

3.1. Визначення періодів обертання астероїдів сімейства Евномії

Як вже було сказано, Евномія є великим сімейством астероїдів, що розташоване в зовнішній частині Головного поясу астероїдів. Воно, як і інші, виникло в результаті зіткнень головного (батьківського) тіла із іншими об'єктами, та через довготривалий дрейф під впливом ефекту Ярковського, гравітаційних резонансів та інших факторів, що поступово «рознесли» ці частинки далі від головного астероїда (15) Евномія. Дане сімейство має різноманітний склад, зокрема, олівінові та інші кам'яно-залізні мінерали. Більшість членів сімейства ідентифікують як астероїди S-типу [40].

Періоди обертання в даному сімействі досліджувались не вперше, наприклад у 2022 році, Сабо та ін. [34] вивчали розподіли періодів обертання та асферичності в родин астероїдів (зокрема і Евномії) за даними космічного апарату TESS. В цій роботі було отримано багато корисних результатів, зокрема було знайдено астероїди, періоди яких становлять менш ніж 2 години, а також підтверджено вже існуючі гіпотези про розподіли астероїдів. Автори вказують що в межах сімейств, розподіли періодів є значущими, проте, вони помітили, що значення розподілів періодів змінюються в сімействах в залежності від відстані до Сонця. Більш виражена різниця в розподілах в сімействах, що знаходяться ближче до Сонця, тоді як ті що знаходяться далі (зокрема і Евномія), мають менш виражену різницю в розподілах. Це все підтверджує твердження про залежність впливів ефектів YORP та Ярковського на обертання астероїдів з їх відстанню від Сонця. Автори зробили висновок про те, що є родини астероїдів, які мають яскраво виражену залежність у обертальних властивостях, та такі в яких вона мало помітна; залежить це не лише від відстані від Сонця (адже згідно з даними авторів, група Угорщини має незначні відмінності, і при цьому знаходиться близько до Сонця).

Зокрема, варто зазначити, Евномія не тільки знаходиться далі від Сонця, а також має великий нахил орбіти, тому припускається, що розподіл буде майже

рівномірним. Для того аби перевірити цей розподіл на краях V-shape цього сімейства, було застосовано вищеописану методику, та застосовано статистичні методи.

3.2. Формування загальної вибірки обертальних характеристик астероїдів сімейство Евномії

Вже було відзначено що дані про кількість членів сімейства та об'єкти для дослідження було взято із бази даних Ferret. Завантаживши базу даних із всіма астероїдами що належать сімейству, було обрано об'єкти що задовольняють необхідні параметри за допомогою Excel та SQL. Кінцевий вигляд для обраних даних можна побачити на рисунку 3.1.

ID	Alternative name	a	e	i	H	Match_ID
104059	2000 EZ17, 2001 OZ12	2,54200981	0,13441302	14,278175	15,6	104059
118366	2003 EZ33, 1999 GK	2,54909305	0,08438059	13,229217	15,5	118366
119443	2001 TF147, 1999 CM116	2,52602127	0,08086767	12,385749	15,8	119443
122695	2000 SY13, 2002 CY258	2,5276294	0,14910931	12,763534	15,8	122695
142627	2000 CV60, 2002 TZ169	2,53613532	0,10135096	13,24545	15,8	142627
149433	2000 PK14, 2003 BL66	2,57353656	0,0915088	14,067503	15,4	149433
153937	2001 YG97	2,59335938	0,16330575	14,353151	15,4	153937
157779	2001 YP152, 7582 P-L	2,53543671	0,18665907	14,351322	15,7	157779
179126	2005 RC8, 2001 SC271	2,5425216	0,1701791	12,97634	16,2	179126
187980	2001 QP288	2,5828864	0,14464554	12,470225	15,4	187980

Рис. 3.1. Вигляд даних для об'єктів, що було обрано для дослідження. Ідентичні ID та Match_ID вказують на те, що астероїди належать до S таксономічного типу

На початковому етапі було виділено 318 астероїдів, з них, застосовано методику визначення періодів для 111 об'єктів, оскільки, при цій кількості об'єктів вже було набрано вибірку із якістю спостережних даних кращих ніж 15%, які були використані для подальшого статистичного аналізу.

Для визначення періодів було обрано базу ZTF. Дані представленні у вигляді, поданому на рис. 3.2.

ra_obj	dec_obj	sun_dis	geo_dist	dist_cl	phase	vmag	filter	obsdate	obsjd
116,0450	10,4384	2,33	1,99	0,40	25,13	20,	zr	2023-04-09T04:29:11.625	2460043,6
116,069	10,446	2,33	1,99	0,37	25,13	20,	zg	2023-04-09T06:53:15.439	2460043,7
116,5533	10,5887	2,3	2,01	0,23	25,23	20,	zg	2023-04-11T04:13:18.063	2460045,6
116,563	10,5917	2,3	2,01	0,24	25,23	20,	zr	2023-04-11T05:12:27.251	2460045,7
116,8146	10,6605	2,33	2,02	0,45	25,27	20,	zi	2023-04-12T04:05:02.997	2460046,
117,637	10,8646	2,3	2,06	0,54	25,37	20,	zr	2023-04-15T04:37:35.674	2460049,6
118,198	10,9869	2,33	2,08	0,27	25,42	20,	zr	2023-04-17T04:08:05.517	2460051,6
118,2047	10,988	2,33	2,08	0,27	25,42	20,	zg	2023-04-17T04:39:20.187	2460051,6
118,7897	11,1025	2,33	2,1	0,19	25,45	20,	zr	2023-04-19T04:40:42.515	2460053,6
118,8116	11,1065	2,33	2,10	0,15	25,45	20,	zg	2023-04-19T06:28:12.081	2460053,

Рис. 3.2. Скорочений вигляд даних для об'єкту 118366 за даними ZTF [10].

Саме до даних, що були відібрані для кожного об'єкту окремо, застосовувалась методика знаходження періоду.

Загалом, після застосування методики до 111 об'єктів, з них визначені періоди першої якості мають: 43 астероїдів S-типу, 6 C-типу та 3 V-типу. Періодами першої якості, вважалось, що похибка вимірювань не повинна перевищувати 15%. Астероїдів, що мають визначені періоди другої якості, із похибкою до 30%, є 39 об'єктів. Всі інші об'єкти мають похибку більш ніж 30% та вважаються не достатньо якісними і відносяться до третього рівня якості, їхня кількість становить 20 об'єктів.

Під час знаходження періодів було сформовану власну базу даних яка містить інформацію про ID астероїда, його відстань до Сонця, абсолютну зоряну величину, визначений період, його похибка (в годинах), таксономічний тип та діаметр. Звичайно, всі ці дані потрібно перевіряти в наступних роботах, аби підтвердити, або визнати невірним той чи інший визначений період обертання. Головні причина невірності визначення періодів обертання астероїдів, це дані з низьким відношенням сигнал/шум, малочисельність точок за період спостережень та можливі подвійні системи, тоді, значення можуть відрізнятись в різних дослідників. Повну таблицю для астероїдів з визначеним періодом першої якості наведено в додатку (Таблиця 1).

Важливо зазначити, що всі астероїди, які було зібрано в базу даних (Таблиця 1), було перевірено за двома іншими базами даних, на наявність вже визначених періодів для обраних об'єктів. Перша база даних, за якою перевірялись об'єкти це Asteroid Lightcurve Database (LCDB) [37] і в ній було знайдено додатково 2 об'єкти, які мали гарно визначений період. За другою базою даних періодів, для визначення яких використовувалась місія Kepler-2 [30] не було жодного співпадіння. Отож, із 52 об'єктів, що увійшли до нової бази даних, вперше було визначено період для 50 малих астероїдів. Важливо, періоди астероїдів, які було знайдено в LCDB, мали невелику різницю в періодах. Наприклад за LCDB період ID (118366) становить 2.63 год. тоді як за методикою, наведеною у 2 розділі, період цього астероїда було пораховано як 2.78 год. Це свідчить про достатню якість виконання алгоритму.

3.3. Порівняльний аналіз розподілу періодів обертання астероїдів сімейства Евномії

Як результат, після визначення періодів обертання малих астероїдів, було виконано порівняльний аналіз в межах сімейства Евномії. Для статистичного аналізу взято лише астероїди першої якості, похибка яких не перевищує 15%, задля забезпечення достатньої якості загальної картини розподілу на краях V-shape, для щільного S таксономічного типу.

Для початку, доцільно зобразити загальний графік розподілу періодів обраних астероїдів в залежності від відстані до Сонця, він зображений на рисунку 3.3. Як можна побачити з рисунку, загальний розподіл не має яскраво вираженої різниці між зовнішньою та внутрішньою частиною сімейства, хоч лінійний тренд вказує на незначне зниження, тобто скорочення періодів. Проте, це, скоріш за все, зумовлено невеликою кількістю астероїдів, можливо, зі збільшенням числа астероїдів розподіл буде більш явним. Це можна побачити подивившись на загальну гістограму розподілу періодів обертання досліджуваних астероїдів зображену на рисунку 3.4.

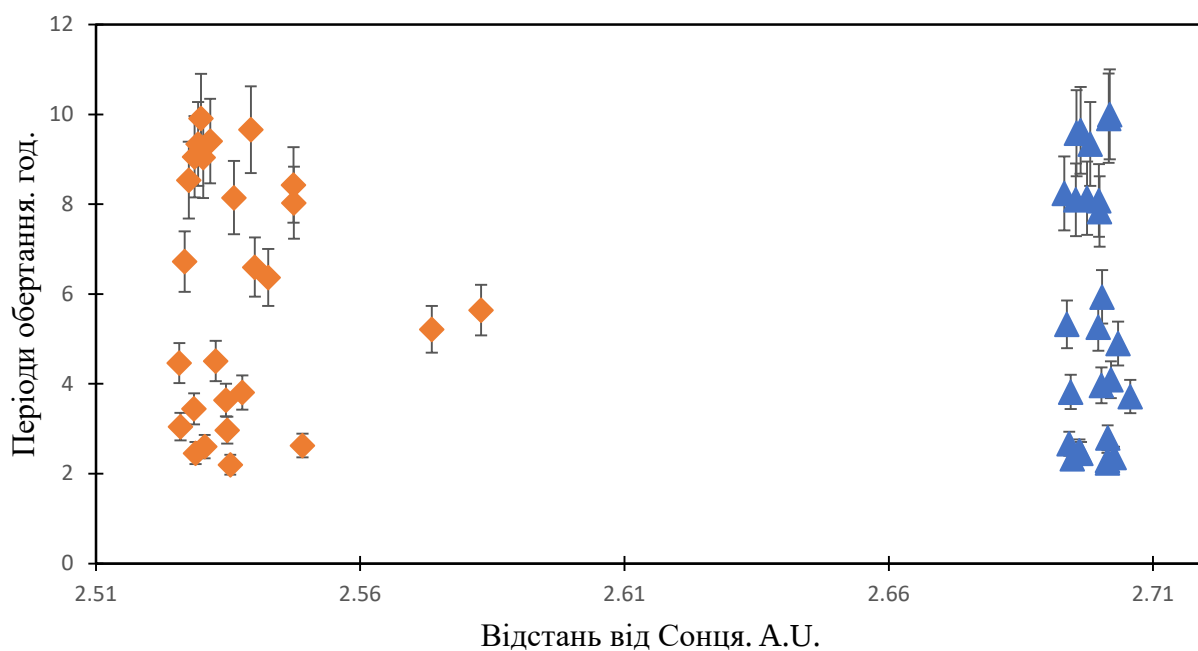


Рис 3.3. Розподіл періодів обертання в залежності від відстані до Сонця. Помаранчевим зображено об'єкти що розташовані у внутрішній частині сімейства (ближче до Сонця), синім — зовнішні астероїди (ближче до Юпітера). Сірим пунктиром показано загальну тенденцію (лінійний тренд).

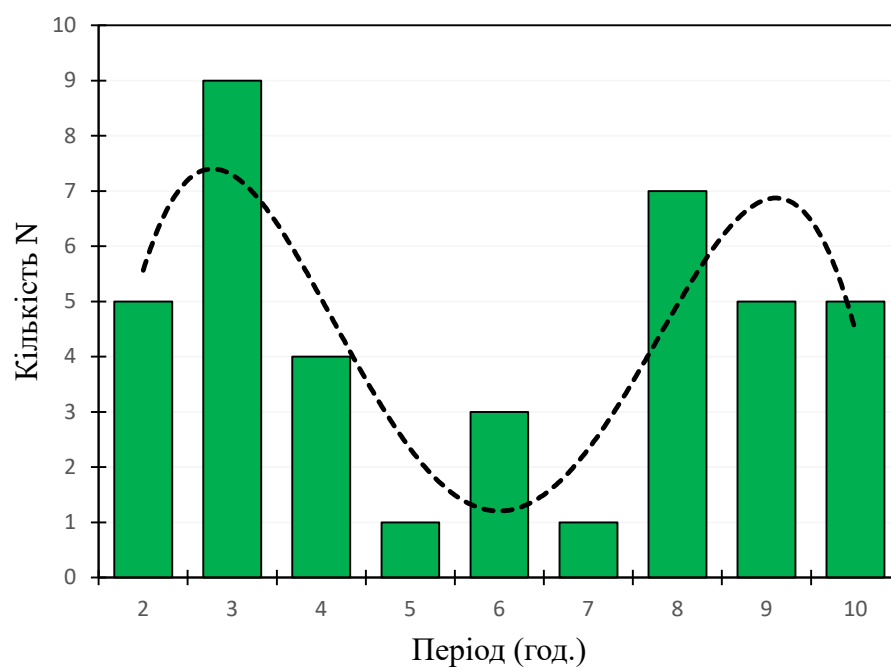


Рис. 3.4. Загальна гістограма розподілу періодів обертання обраних астероїдів сімейства Евномія. Пунктиром показано поліноміальна апроксимація розподілу для всього сімейства.

Із загального розподілу (Рис. 3.3.) важче побачити розподіл періодів астероїдів, проте на рис. 3.4. добре видно що розподіл не є рівномірним та не відповідає нормальному, це також підтверджує нерівномірність періодів яку описали Правець та інші [26]. Гістограма, очевидно, має два піки. Зокрема, цікавість полягає в «прогалині» на періоді 5-7 год, можливо, це спричинено невеликою вибіркою, а можливо, особливістю астероїдів діаметр яких менший ніж 5 км, наприклад, подвійним періодом. Проте, ця гістограма вже більш наглядно показує загальне зміщення періодів в бік 2-3 годин. Розглянувши таку ж гістограму розподілу, але на краях V-shape (рис. 3.5), можна побачити як саме ефекти YORP та Ярковського вплинули на періоди обертання. З такої гістограми явно видно що: внутрішня частина сімейства має трохи коротші періоди обертання. Враховуючи більш-менш рівномірний розподіл з відстанню, тут вже добре видно зміни для періодів невеликих об'єктів в бік зменшення значень періодів. В той час, добре видно що для зовнішнього краю цей розподіл є більш рівномірним, навіть враховуючи, що періоди також мають два піки, це доводить, що навіть в межах одного сімейства можна помітити впливи цих двох ефектів.

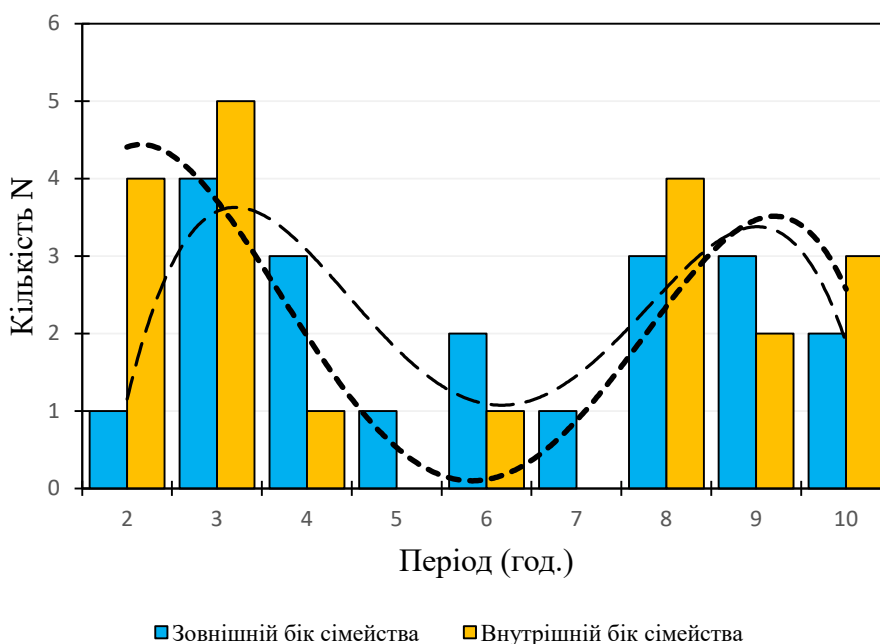


Рис. 3.5. Гістограма розподілу періодів обертання на краях V-shape, сімейства Евномія. Помаранчевим зображено частину що розташована в

внутрішній частині сімейства (ближче до Сонця), синім — зовнішня частина (ближче до Юпітера). Короткий пунктир — розподіл для внутрішньої частини сімейства, довгий пунктир — для зовнішньої частини.

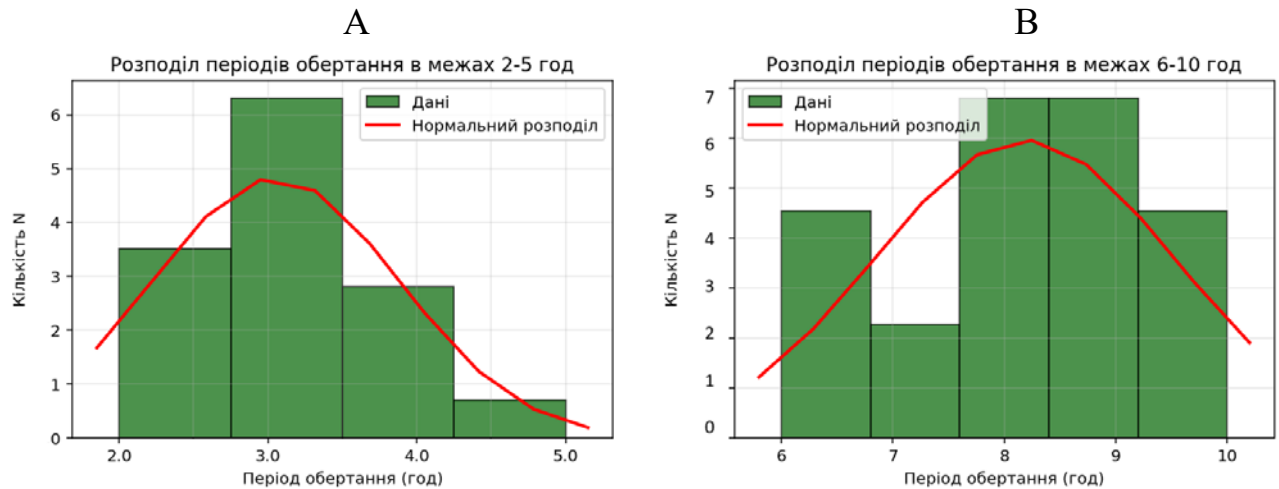


Рис. 3.6. Гістограми розподілу періодів обертання для двох діапазонів значень. Для діапазону 2-5 год — А, для 6-10 — В. В обох діапазонах червоним зображено нормальний розподіл.

Також є доцільним побудувати гістограми розподілу для кожного такого піку окремо (Рис. 3.6). Із таких гістограм добре видно що обидві частини підпорядковуються Гаусівському розподілу. Пік на першому діапазоні припадає на 2-3 год, а на другому 8-9 год. Очевидним є велика кількість астероїдів із періодом в 6 годин, що вибивається із загального розподілу, це також може бути спричинено подвійним періодом, і можливо, частина із них має вдвічі коротший період, тобто, 3 години. Саме через такі не очевидні результати вивчення астероїдів малих розмірів є дуже актуальним.

Окрім загальних розподілів, є доцільним побудувати розподіли залежності періодів обертання від діаметра; для зоряної величини він буде майже ідентичним, адже є залежність між діаметром та зоряною величиною. Отож, якщо подивитись на рис. 3.7, зокрема, на проміжок між 1.8-2.8 км (бо саме в цей діапазон попадає найбільша кількість астероїдів) можна побачити відносно рівномірний розподіл, проте воно теж має трохи більше скупчення біля коротших періодів обертання, його створила внутрішня частина сімейства, і спричинене воно впливами ефектів Ярковського та YORP.

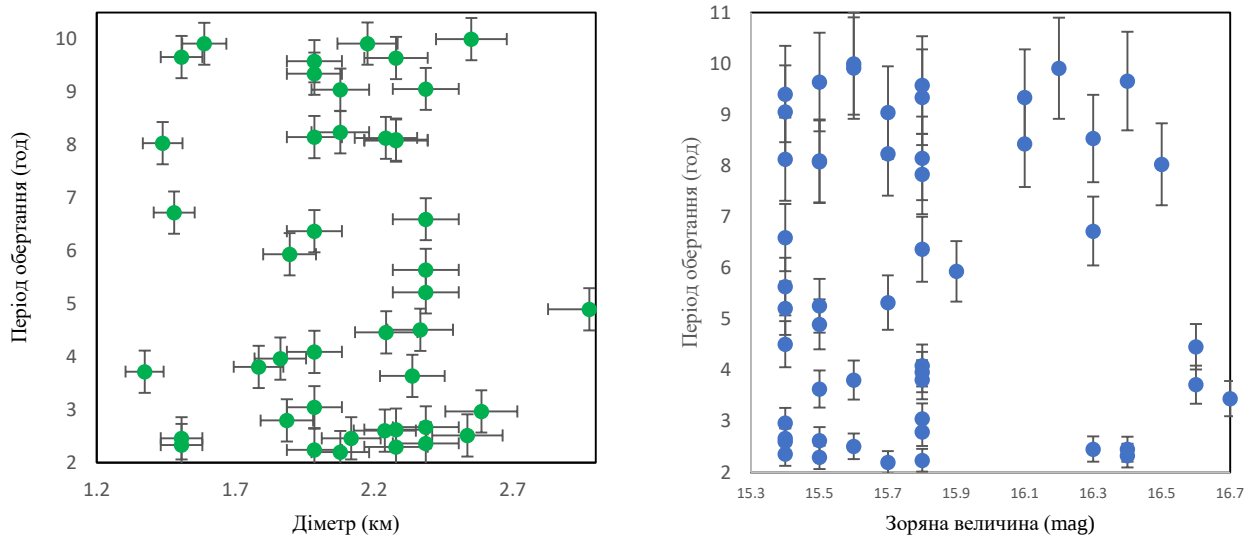


Рис. 3.7 Розподіл періодів в залежності від діаметру та зоряної величини

Окрім розподілів було знайдено коефіцієнт кореляції Спірмена. В межах всього сімейства він становить -0.083 , і загалом, не несе великої користі, оскільки для оцінки кореляції у всьому сімействі даних мало, проте можна легко зрозуміти — цей коефіцієнт підтверджує слабку від'ємну залежність між періодом та відстанню. Більшу цікавість являють собою кореляції на краях V-shape окремо, для внутрішнього боку — -0.168 , для зовнішнього боку — -0.072 . Це показує, що частина що знаходиться ближче до Сонця, отримує значно більший вплив ніж та, що знаходиться далі, а отже також підтверджує все вище згадане.

Загалом, такі результати є цілком очікуваними адже сімейство Евномії в основному складається із щільних S астероїдів, а також, розташована в зовнішній частині головного поясу. Проте, не дивлячись на те, що очікувані результати мали б бути геть непомітними, загальний вплив видно при детальнішому розгляді. Це наводить на думку, що при розгляді більш наближених до Сонця сімейств та динамічних груп, для S типу, буде краще прослідковуватись вплив цих двох негравітаційних ефектів.

Висновки

При виконанні дипломної роботи основною метою було визначити періоди обертання сімейства Евномії за даними ZTF та проаналізувати обертальні властивості груп астероїдів на краях V-shape. В результаті було вирішено поставлені основні завдання:

- освоєна методика визначення періодів обертання астероїдів;
- розроблена програма на мові Python для використання бази даних ZTF огляду та визначення періодів обертання вибраних астероїдів, що містяться у цій базі;
- виконано порівняльний аналіз обертальних властивостей груп астероїдів, що знаходяться на краях «V-shape» розподілу.

Виходячи з реалізованих задач вдалося отримати наступні основні результати:

- Вперше отримано нові значення періодів обертання для 111 астероїдів сімейства Евномії, 53 об'єкти з яких мають якість отриманих значень періодів не гірше 15%. Для отримання цих результатів було застосовано два незалежні методи: швидке перетворення Фур'є та періодограми Ломба-Скаргла.
- Створено базу даних, яка містить 111 записів і включає як орбітальні так і фізичних характеристик астероїдів сімейства Евномії.
- Отримано розподіли обертальних властивостей астероїдів сімейства Евномії на різних кінцях «V-shape». Ці розподіли показують два явних піки для отриманих періодів обертання, що підтверджує не Максвелівський розподіл періодів обертання для малих астероїдів. Це може свідчити або про подвійний період, або про особливість у розподілі періодів для астероїдів, розміри яких менші ніж 5 км.
- Виконано порівняльний аналіз обертальних властивостей груп астероїдів, що знаходяться на різних кінцях «V-shape» розподілу у сімействі Евномії. Аналіз показав подібність обертальних характеристик між цими групами з незначними відхиленнями. Тож зважаючи на те, що вплив від негравітаційних

ефектів (YORP та Ярковського) достатньо слабкий, слід повторити подібні дослідження для статистично більшої кількості об'єктів для даного сімейства.

Отже, проведене дослідження демонструє можливість впливу негравітаційних ефектів на астероїди невеликих діаметрів для сімейств із великими нахилами. Можливо, для більш старого сімейства даний ефект буде більш помітним ніж для віддаленого від Сонця. Все вищесказане потребує подальшої роботи в цьому напрямку з використанням даних для інших сімейств.

Перелік використаної літератури

1. Лупішко Д., Круглий Ю, Шевченко В. Фотометрія астероїдів. Кінематика та фізика небесних тіл. – 2007. – Т 23, №6, с 14.
2. Лупішко Д., Телеусова І. Осьове обертання астероїдів що наближаються до Землі: Вплив YORP ефекту. *Астрономічний вісник* 2013. Т 47, №1, с. 21-24
3. Bowell E., Hapke B., Domingue D., et al. Application of photometric models to asteroids. In *Asteroids II* / Eds. R. P. Binzel, T. Cehrels, M. S. Matthews. – Tucson: Univ. Arizona Press. – 1989. – P. 524–556.
4. Brigham, E. O. *The Fast Fourier Transform and Its Applications*. – Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1988. – 448 p.
5. Dell'Oro, A. et. al. , The impact of physical processes on the estimation of the ages of asteroid families // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2021. - pp.4302-4320
6. Erasmus N., Kramer D. et all. Discovery of superslow rotating asteroids with ATLAS and ZTF photometry. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. –2021. – v 506, №3, p 10.
7. Ferret. Small Bodies Data. URL:
<https://sbnapps.psi.edu/ferret/PropertySearch/searchForm.action>
8. Gehrels, T.. A review of comet and asteroid statistics. *Earth, Planets and Space* 1999, Volume 51, Issue 11, p.1155-1161
9. Hoffmann T. et al. Debiasing astro-photometric observations with corrections using statistics (DePhOCUS). *Icarus* – 2025. - 17p.
10. IRSA. ZTF Image Service. URL:
https://irsa.ipac.caltech.edu/applications/ztf/?_action=layout.showDropDown&
11. Kreyszig E. *Advanced Engineering Mathematics*. – 10th ed. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2011. – 1280 p. – ISBN 978-0-470-45836-5.
12. Lomb N. R. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *Astrophysics and Space Science*. – 1976. – Vol. 39, No. 2. – P. 447–462.

13. Mahlke M., Carry B. Asteroid phase curves from ATLAS dual-band photometry. – 2021, *Icarus*, № 354. p 20
14. Martikainen, J., VizieR Online Data Catalog: Lightcurve inversion for 491 asteroids (Martikainen+, 2021) // VizieR On-line Data Catalog: J/A+A/649/A98. – 2021. P 8.
15. Masci F. J., Russ R. L. et al. A New Forced Photometry Service for the Zwicky Transient Facility. July 12, – 2023. - 21p.
16. Masci Frank J., Russ R. Laher et al. The Zwicky Transient Facility: Data Processing, Products, and Archive. Astronomical Society of the Pacific Printed in the U.S.A. - 2019 – №30 p. 6
17. Masiero J. R., Mainzer A. K., Grav T., et al. Main Belt Asteroids with WISE/NEOWISE. I. Preliminary albedos and diameters // *Astrophys. J.* – 2011. – V. 741. – P. 68.
18. Muinonen K., Belskaya I.N., Cellino A., et al. A three-parameter magnitude phase function for asteroids. *Icarus*. -2010. -209. – P. 542-555
19. Nesvorný, D., Fugitives from the Vesta family// *Icarus* - 2008 - p. 85-95.
20. Nesvorný, D., Broz M., Carrua V. Identification and dynamical properties of asteroid families. 2015. P 26
21. Novakovic B., Vokrouhlicky D., Spoto F. and Nesvorny D. Asteroid Families: properties, recent advances and future opportunities. // 2021. – p 88,
22. Oszkiewicz D., Troianskyi V. et all. Spin rates of V-type asteroids. *Astronomy & Astrophysics* 2020. P 26
23. Oszkiewicz D., Troianskyi V., Galad A. et al. Spins and shapes of basaltic asteroids and the missing mantle problem. // *Icarus*. 2023. Vol. 397, p 12. id. 115520. <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2023.115520>
24. Oszkiewicz, D., Physical Properties of V-Type Asteroids in the Main Asteroid Belt // Asteroids, Comets, Meteors Conference – 2023. P 26
25. Oszkiewicz, D., Characterisation of V-type asteroids using phase-curves // European Planetary Science Congress – 2020. P 8

26. Pravec P. et al. Asteroid rotations. *Asteroids III*. 2002. p. 113–122
27. Podlowska-Gaca E. et al. Determination of rotation periods for a large sample of asteroids from K2 Campaign 9. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2021. – Vol. 508, No. 2. – P. 1609-1628. – DOI: 10.1093/mnras/stab2595.
28. Reiley Daniel J. et al. Optical design of the Zwicky Transient Facility: a major upgrade to the 48” Schmidt Camera at Palomar Observatory. *International Optical Design Conference* – 2017. P 8
29. Schmel M., Brown M. Zwicky Transient Facility Observations of Trojan Asteroids: A Thousand Colors, Rotation Amplitudes, and Phase Functions. *The Planetary Science Journal*, 2021. v. 2, № 1. P 40
30. Sergeyev A.V., Carry B., Eggl S., Berthier J., Santerne A., Vachier F., Shevchenko V.G. Rotation periods of asteroids serendipitously observed by the NASA/ Kepler K2 mission. *Astron. Astrophys.* 2025. Vol. 703, A302, pp. 10. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202554052>
31. Silvan S. M., Synodic And Sidereal Rotation Periods Of Koronis Family Member (1389) Onnie // *The Minor Planet Bulletin* (ISSN 1052-8091) - 2023- pp. 8-10 33
32. Silvan S. M., The Distribution of New Spin Vectors in the Koronis Family// *American Astronomical Society* - 2008 - p.425
33. Smith Roger M., Richard G. Dekan et al. The Zwicky Transient Facility Observing System. *SPIE* - 2014 – №13 p. 11
34. Szabo G., Pal A. et all. Rotation periods and shape asphericity in asteroid families based on TESS S1-S13 observations. *Astronomy & Astrophysics*. 2022. v. 661. P 10.
35. Vander-Plas J. T. Understanding the Lomb-Scargle Periodogram. *The Astrophysical Journal Supplement Series*. – 2018. – Vol. 236, No. 1. – P. 1–28.
36. Vavilov D. E. Carry B. Rotation periods of asteroids from light curves of TESS data. *Experimental Astronomy*. – 2024. P 8. – DOI: 10.1007/s10686-024-09939-7.

37. Warner B.D., Harris A.W., Pravec P. The asteroid database. *Icarus*. 2009. V. 202, p. 134–146. <http://www.minorplanet.info/lightcurvedatabase.html>
38. Waszczak, A., Chang, C.-K., Ofeck, E.O., Laher, F., et al. Asteroid light curves from the Palomar Transient Factory Survey: rotation periods and phase functions from sparse photometry. *Astron. J.* 2015. V. 150, A75. P 35.
39. William F. Bottke, Jr., David Vokrouhlicky et al. The Yarkovsky and YORP Effects: Implications for Asteroid Dynamics. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 2006. №34(1), –p.19.
40. Włodarczyk I., Leliwa-Kopystynski J. The Evolution of the Eunomia Family of Asteroids. *Asteroids, Comets, Meteors*. 2008. № 1405. P 291-314
41. Xu, X., Wang, X., Hou, X., et al. 'Photometric analysis for the asteroids in the Phocaea region. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2022, 515(1), pp. 1210-1222. doi: <https://doi.org/10.1093/mnras/stac1775>.
42. Ye Q., Masci F. et al. Toward Efficient Detection of Small Near-Earth Asteroids Using the Zwicky Transient Facility (ZTF). *Astronomical Society of the Pacific* 2019, v 131, № 1001. P 12
43. Zechmeister M. The generalised Lomb-Scargle periodogram. *Astronomy & Astrophysics*. – 2009. – Vol. 496, No. 2. – P. 577–584.

Додатки

Фрагменти коду:

Додаток А

```
# Знаходимо рік з найбільшою кількістю спостережень
best_year = year_counts.idxmax()
year_data = df[df['year'] == best_year].copy()
...
if len(month_counts) >= 3:
    # Обираємо 3 місяці з найбільшою кількістю спостережень
    top_months = month_counts.nlargest(3).index.sort_values()
    synodic_data = year_data[year_data['month'].isin(top_months)].copy()
```

Додаток Б

```
# Словник похибок для кожного фільтра. Похибку розраховано центром Цвіккі
error_dict = {'zg': 0.003, 'zr': 0.002, 'zi': 0.01}
def reduce_to_unit_distance_with_errors(vmag, r, delta, phase_angle, filter_code, G=0.035):
    # Базова корекція відстані
    H_distance = vmag - 5 * np.log10(r * delta)
    # Корекція фазового кута
    beta = G # mag/degree
    H_corrected = H_distance - beta * phase_angle
    # Похибка виміру
    measurement_error = error_dict.get(filter_code, 0.01)
    return H_corrected, measurement_error
```

Додаток В

```
def period_search(time, magnitude, errors=None):
    period_range_hours = (2.2, 10.0)
    # Метод 1: Ломб-Скардж (бібліотечний)
    frequencies = np.linspace(1/period_range_hours[1], 1/period_range_hours[0], 10000)
    # ШПФ
    ...
    fft_values = fft.fft(mag_uni - np.mean(mag_uni))
    freqs = fft.fftfreq(len(time_uni), d=(time_uni[1] - time_uni[0]))
```

Додаток Г

```

def fourier_model_fit(time, magnitude, period_days, n_terms=3):
    phased_time = (time / period_days) % 1
    def fourier_series(phi, *coeffs):
        result = coeffs[0] # a0
        for n in range(1, n_terms + 1):
            a_n = coeffs[2*n - 1]
            b_n = coeffs[2*n]
            result += a_n * np.cos(2 * np.pi * n * phi)
            result += b_n * np.sin(2 * np.pi * n * phi)
        return result
    ...
    popt, _ = optimize.curve_fit(
        fourier_series, phased_time, magnitude, p0=initial_guess,
        maxfev=5000
    )
    return popt

```

Додаток Г

```

def evaluate_period_quality(time, magnitude, period_days):
    phased = (time / period_days) % 1
    ...
    quality_score = (uniformity + amplitude * 10 + smoothness) / 3
    return min(quality_score, 1.0)
    ...
    if amplitude > 0:
        period_error_hours = 0.15 * period_hours * (rms_error / amplitude)

```

Додаток Д.

Таблиця 1

id	distance	mag	period_hours	period_err	rms_error	amplitude	type	diameter(km)
78297	2,701348	15,5	2,298433	0,353204	0,061406	0,22	S	2,279233
79565	2,534605	15,5	3,636553	0,202541	0,021814	0,11	S	2,338
89873	2,703389	15,5	4,89873	0,022189	0,038224	0,14	S	2,976
107701	2,701801	15,6	10	1,465364	0,015238	0,08	S	2,551
110869	2,696339	16,4	2,458525	0,374895	0,064843	0,25	S	1,505874
116015	2,696038	15,6	2,513075	0,097353	0,010259	0,08	S	2,537
118366	2,549093	15,5	2,625368	0,337864	0,031	0,11	S	2,279233
119223	2,532665	15,4	4,509317	0,872289	0,014087	0,17	S	2,367
119443	2,526021	15,8	3,049152	0,367829	0,030402	0,12	S	1,985129
119768	2,534841	15,4	2,968592	0,442288	0,00381	0,09	S	2,587

id	distance	mag	period_hours	period_err	rms_error	amplitude	type	diameter(km)
132583	2,529902	16,2	9,912134	1,023572	0,093622	0,29	S	1,588
136626	2,542608	15,8	6,370191	0,759315	0,041906	0,14	S	1,985129
137055	2,5377	15,6	3,809974	0,186949	0,004228	0,1	S	1,784
142627	2,536135	15,8	8,148058	1,084853	0,011613	0,1	S	1,985129
149303	2,540078	15,4	6,598218	0,795483	0,009586	0,11	S	2,38665
149433	2,573537	15,4	5,215666	0,741714	0,04413	0,42	S	2,38665
150504	2,696278	15,5	9,644351	1,044855	0,020615	0,1	S	2,279233
156526	2,69319	15,7	8,240913	0,643743	0,098111	0,17	S	2,078685
157779	2,535437	15,7	2,2	0,240977	0,023956	0,13	S	2,078685
164818	2,525785	16,6	4,462934	0,665833	0,05227	0,18	S	2,244
170662	2,702622	15,4	2,365126	0,119992	0,014292	0,09	S	2,38665
185889	2,695401	15,5	8,09892	0,583886	0,027942	0,09	S	2,279233
187980	2,582886	15,4	5,640201	0,53469	0,040681	0,14	S	2,38665
187997	2,547472	16,5	8,032029	0,909744	0,074734	0,27	S	1,438099
189064	2,69414	15,4	2,668846	0,123529	0,03712	0,08	S	2,38665
189538	2,539317	16,4	9,66087	0,147638	0,000597	0,12	S	1,505874
190115	2,698105	15,8	9,343987	0,547228	0,03047	0,08	S	1,985129
203164	2,52868	15,4	9,058856	1,26543	0,03857	0,12	S	2,38665
204084	2,700334	15,9	5,937039	0,713503	0,066465	0,3	S	1,895783
206576	2,699765	15,5	8,082672	0,975441	0,029787	0,13	S	2,279233
206687	2,699645	15,5	5,261398	0,734019	0,07002	0,27	C	4,040648
212273	2,697523	15,4	8,133957	0,207528	0,072553	0,1	S	2,243
217999	2,694398	15,8	3,818227	0,325599	0,042662	0,12	C	3,519257
218670	2,701596	15,6	9,915619	1,498265	0,012232	0,15	S	2,17665
225836	2,530284	15,7	9,04433	0,734779	0,083182	0,31	S	2,078685
225938	2,528845	16,3	2,458954	0,303827	0,069559	0,27	S	2,118
237100	2,699883	15,8	7,84	0,329715	0,004742	0,1	C	3,519257
238237	2,701358	15,8	2,240727	0,311813	0,019149	0,08	S	1,985129
239765	2,702021	15,8	4,093086	0,267683	0,012597	0,09	S	1,985129
240647	2,701415	15,8	2,796952	0,411214	0,084899	0,35	S	1,886
249897	2,693703	15,7	5,326989	0,391584	0,028138	0,11	C	3,685114
254591	2,526785	16,3	6,724072	0,660775	0,082602	0,16	V	1,479211
257576	2,530586	15,4	2,605238	0,22641	0,067444	0,09	V	2,238876
260746	2,547383	16,1	8,430602	1,018236	0,011068	0,1	S	1,728975
284223	2,527578	16,3	8,537795	0,879919	0,055253	0,18	S	1,576844
285854	2,700223	15,8	3,967557	0,599452	0,020989	0,12	V	1,862216
286917	2,52858	16,7	3,445091	0,451306	0,015503	0,09	C	2,32515
329005	2,695528	15,8	9,582092	1,230793	0,052901	0,3	S	1,985129
348319	2,694738	16,4	2,332653	0,349404	0,104978	0,4	S	1,505874
354051	2,70569	16,6	3,719526	0,119839	0,116455	0,18	S	1,373373
370161	2,529355	16,1	9,343987	1,304181	0,021371	0,1	C	3,065145
393285	2,531616	15,4	9,406317	0,713809	0,00333	0,19	S	3,38665