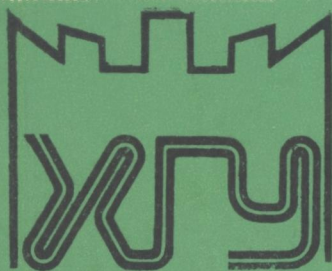


✓  
К-14038

ПЗ10819



ХАРЬКОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА

285'86

РАДИОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

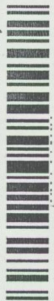
«ВИЩА ШКОЛА»

1 p.

Вестн. Харьк. ун-та, 1986, № 285, 1—96.



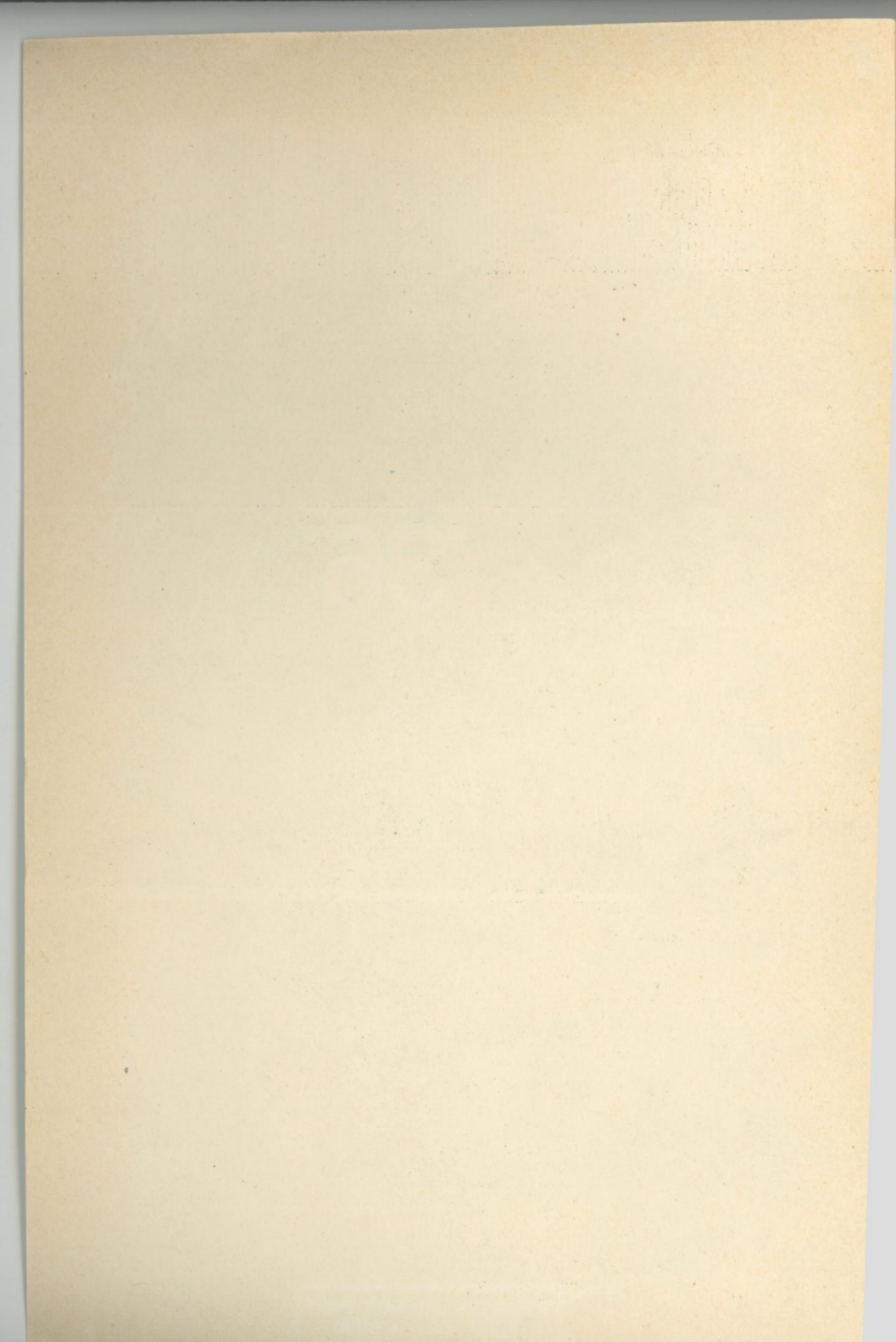
V.N. Karazin Kharkiv National University



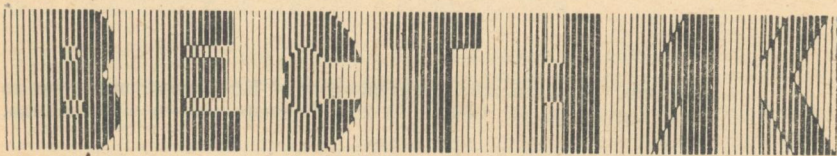
00257860

2





МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР



# ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

---

№ 285

РАДИОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Основан в 1971 г.

ХАРЬКОВ  
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ  
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ  
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ  
«ВИЩА ШКОЛА»

1986



УДК 621.3

**Вестник Харьковского университета.**— Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986.— № 285. Радиофизика и электроника, 85 с.

В вестнике рассмотрены вопросы генерирования, распространения и рассеяния электромагнитных волн в неоднородных средах, волнующих и периодических структурах. Приведены результаты решения прикладных задач радиофизики, связанных с физикой плазмы и теорией дифракции.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1986 г.

Для специалистов в области радиофизики и электроники.

*Редакционная коллегия:* Н. А. Хижняк (отв. ред.), М. В. Неофитный (отв. секр.), Н. Н. Горобец, С. Ф. Дюбо, В. А. Маслов, В. А. Мисюра, Э. Д. Прохоров, В. А. Свич, Л. Д. Степин, О. А. Третьяков

Печатается по решению Ученого совета радиophysического факультета (протокол № 3 от 23 февраля 1985 г.).

*Адрес редакционной коллегии:* 310077, Харьков-77, пл. Дзержинского, 4, университет, радиophysический факультет, тел. 40-18-87

Редакция литературы по естественным наукам и филологии

В 2402020000-038  
М226(04)-86

K-14038

©

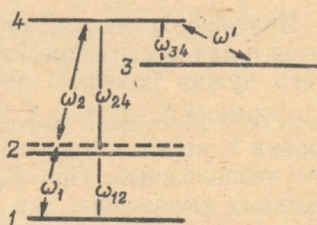
Харьковский государственный университет, 1986

Центральна наукова  
бібліотека ХДУ

В. А. ЕФРЕМОВ, С. Ф. ДЮБКО, д-р физ.-мат. наук

УСИЛЕНИЕ ПРОБНОЙ ВОЛНЫ В ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВОЙ  
КВАНТОВОЙ СИСТЕМЕ ПРИ ДВУХФОТОННОЙ НАКАЧКЕ

Рассмотрим решение задачи о нахождении коэффициента усиления (поглощения) слабой волны  $E'$  на переходе  $3 \leftrightarrow 4$  при накачке четырехуровневой системы (рисунок) двумя монохроматическими полями, квазирезонансных переходам  $1 \leftrightarrow 2$ ,  $2' \leftrightarrow 4$ , а также режим установившихся колебаний. Чтобы учесть влияние двухквантовых и трехквантовых процессов, решение проводили с использованием полуклассической теории для усредненной по ансамблю молекул матрицы плотности в приближении аппроксимации вращающейся волны. Переход между уровнями  $1 \leftrightarrow 3$  запрещен правилами отбора. Константы продольной и поперечной релаксаций  $\gamma_{ij}$  предполагаются различными для уровней  $i, j = 1, 2, 3, 4$ .



Если поля, взаимодействующие с таким четырехуровневым газом, записать в виде

$$E = E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + E_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + E' e^{-i(\omega' t - k' z)} + \text{к. с.},$$

то из решения системы уравнений для элементов матрицы плотности  $\rho_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3, 4$ ) [1] (в предположении слабого поля  $E'$  и произвольных полей  $E_1, E_2$ ) можно получить выражение для восприимчивости среды  $\chi(\omega', \nu)$  на частоте  $\omega'$  ансамбля молекул, движущихся со скоростью  $\nu$ :

$$\chi(\omega', \nu) = \frac{|P_{43}|}{\hbar} D_1^{-1} [(\Delta_{23} \Delta_{13} - |\beta_1|^2) r_{43} + D^{-1} |\beta_1|^2 |\beta_2|^2 (\Delta_{13} + \Delta_{24}) r_{12} - D^{-1} D_2 |\beta_2|^2 r_{24}]. \quad (\times)$$

Здесь

$$\begin{aligned} D &= \Delta_{12} \Delta_{14} \Delta_{24} - |\beta_1|^2 \Delta_{12} - |\beta_2|^2 \Delta_{24}, \\ D_1 &= \Delta_{13} \Delta_{23} \Delta_{43} - |\beta_1|^2 \Delta_{43} + |\beta_2|^2 \Delta_{13}, \\ D_2 &= \Delta_{12} \Delta_{13} \Delta_{14} + |\beta_1|^2 \Delta_{12} - |\beta_2|^2 \Delta_{13}, \\ r_{43} &= 1/3 [r_{13}^0 + r_{23}^0 + r_{43}^0 - r_{12} - 2 \cdot r_{24}], \\ r_{12} &= \frac{(1+B) r_{12}^0 + C \cdot r_{24}^0}{(1+A)(1+B) - DC}, \quad r_{24} = \frac{(1+A) r_{24}^0 + D r_{12}^0}{(1+A)(1+B) - DC}, \end{aligned}$$

$r_{ij}^0 = \rho_{ii}^0 - \rho_{jj}^0$ , где  $\rho_{ii}^0$  — равновесная заселенность уровня  $i$ ;  $P_{ij}$  — дипольный момент перехода  $i \leftrightarrow j$ ;



$$\begin{aligned}
A &= 2 \cdot |\beta_1|^2 \cdot \text{Im} \left\{ D^{-1} \left[ F_1 \left( \frac{1}{\gamma_{11}} + \frac{1}{\gamma_{22}} \right) + \frac{|\beta_2|^2}{\gamma_{22}} \right] \right\}, \\
B &= 2 \cdot |\beta_2|^2 \cdot \text{Im} \left\{ D^{-1} \left[ F_2 \left( \frac{1}{\gamma_{22}} + \frac{1}{\gamma_{44}} \right) + \frac{|\beta_1|^2}{\gamma_{22}} \right] \right\}, \\
C &= 2 |\beta_2|^2 \cdot \text{Im} \left\{ D^{-1} \left[ |\beta_1|^2 \left( \frac{1}{\gamma_{11}} + \frac{1}{\gamma_{22}} \right) + \frac{F_2}{\gamma_{22}} \right] \right\}, \\
D &= 2 |\beta_1|^2 \cdot \text{Im} \left\{ D^{-1} \left[ |\beta_2|^2 \left( \frac{1}{\gamma_{22}} + \frac{1}{\gamma_{44}} \right) + \frac{F_1}{\gamma_{22}} \right] \right\}, \\
F_1 &= \Delta_{14} \Delta_{24} - |\beta_1|^2, \quad F_2 = \Delta_{12} \Delta_{14} - |\beta_2|^2, \quad |\beta_1| = \frac{P_{12} E_1}{\hbar}, \\
|\beta_2| &= \frac{P_{24} E_2}{\hbar}, \quad \Delta_{12} = \tilde{\Omega}_2 - i\Gamma_{12}, \quad \Delta_{13} = \tilde{\Omega}_1 + \tilde{\Omega}_2 - \tilde{\Omega}' - i\Gamma_{13}, \\
\Delta_{14} &= \tilde{\Omega}_1 + \tilde{\Omega}_2 - i\Gamma_{14}, \quad \Delta_{23} = \tilde{\Omega}_2 - \tilde{\Omega}' - i\Gamma_{23}, \quad \Delta_{24} = \tilde{\Omega}_2 - i\Gamma_{24}, \\
\Delta_{43} &= \tilde{\Omega}' + i\Gamma_{43}, \quad \tilde{\Omega}_1 = \Omega_1 - k_1 v, \quad \tilde{\Omega}_2 = \Omega_2 - k_2 v, \quad \tilde{\Omega}' = \Omega' - k' v, \\
\Omega_1 &= \omega_1 - \omega_{12}, \quad \Omega_2 = \omega_2 - \omega_{23}, \quad \Omega' = \omega' - \omega_{34}.
\end{aligned}$$

Полученное выражение для восприимчивости  $\chi(\omega', v)$  (\*) годится и для других конфигураций четырехуровневой системы. Для этого нужно поменять знаки при соответствующих расстройках  $\tilde{\Omega}$  в формуле  $\Delta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3, 4$ ). Так, если уровень 1 лежит выше уровня 2, но ниже уровней 3, 4, то знак при  $\Omega_1$  нужно изменить на противоположный. При  $|\beta_1| = 0$  формула (\*) преобразуется к известному выражению для восприимчивости трехуровневой системы изогнутой конфигурации. Усиление (или поглощение) на переходе  $3 \leftrightarrow 4$  определяется уравнением

$$\kappa(\omega') = 4\pi \cdot k' \cdot \text{Im} \{ \langle \chi(\omega', v) \rangle \}$$

(угловые скобки означают усреднение по скоростям с максвелловским распределением), которое использовано для нахождения коэффициента усиления в газе  $\text{NH}_3$ , возбужденном инфракрасным и СВЧ генераторами. При этом полагалось, что  $1 \leftrightarrow 2$  — инверсионный переход в основном колебательном состоянии, частота его лежит в микроволновом диапазоне ( $\lambda = 11 - 17$  мм);  $2 \leftrightarrow 4$  — колебательно-вращательный переход, попадающий в инфракрасный диапазон ( $\lambda = 9 - 10$  мкм);  $4 \leftrightarrow 3$  — инверсионный, либо инверсионно-вращательный переход в возбужденном  $v_2$  колебательном состоянии  $\text{NH}_3$ , лежащий в субмиллиметровом диапазоне. Наибольший интерес представляет случай резонансной двухфотонной накачки, когда  $\Omega_1 = -\Omega_2$ , реализовать который просто из-за возможности подстройки частоты микроволнового источника. Путем расчета на цифровой ЭВМ получены частотные зависимости усиления на переходе  $3 \leftrightarrow 4$  при значении расстроек  $\Omega_2$ , не превышающих 1 ГГц. Наибольший коэффициент усиления получен тогда, когда двухквантовый переход  $1 \leftrightarrow 4$  считается переходами  $ssR$  (2, 1),  $aaR$  (5, 1),  $ssQ$  (5, 3),  $aaQ$  (9, 5) в  $\text{NH}_3$  и накачка на переходе  $2 \leftrightarrow 4$  осуществляется соответственно линиями  $10R$  (50),  $9R$  (30),  $10P$  (32),  $10R$  (2)



СО<sub>2</sub>-лазера. Наличие усиления при расстройке  $\Omega_1 = -\Omega_2$ , когда  $\Omega_2$  во много раз превышает доплеровскую ширину перехода  $2 \leftrightarrow 4$ , объясняет возникновение генерации в субмиллиметровых квантовых генераторах с двухфотонной накачкой, впервые осуществленной в работе [2]. Замечено, что коэффициент усиления при двухфотонной накачке менее подвержен насыщению в случае увеличения ее интенсивностей по сравнению с тем, когда осуществляется резонансная накачка  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0$ . С увеличением интенсивности накачки контур линии усиления расщепляется. Максимумы контура линии усиления не совпадают с резонансной частотой  $\Omega' = 0$  и зависят от расстройки  $\Omega_1$ , что объясняется наличием трехфотонного резонанса  $\Omega_1 + \Omega_2 + \Omega' = 0$ . Таким образом, естественно предположить возможность создания субмиллиметрового квантового генератора с накачкой ИК и микроволновым генераторами, один из которых перестраиваемый.

Список литературы: 1. *Petuchowski S. J., Oberstar J. D., De Temple T. A.* Optical triple resonance. — *Physical review A*, 1979, 20, N 2, p. 529—538.  
2. *Willenberg G. D., Weiss C. O., Jones H.* Two-photon pumped CW laser. — *Appl. Phys. Lett.*, 1980, 37, N 2, p. 133—135.

Поступила в редколлегию 15.12.84.

#### SUMMARY

In approximation of disturbing theory the interaction of three coherent fields with four-level system is considered. The obtained solution is used to calculate the gain properties of NH<sub>3</sub> laser with two-photon pumping. The most probably pumping lines and tuning of that NH<sub>3</sub> lasers are predicted.

УДК 621.373.826

Ю. Л. ХОХЛЕНКО, С. Н. ЯКИМЕНКО

#### ЛАЗЕР ИК-ДИАПАЗОНА НА «ГОРЯЧИХ ПОЛОСАХ»

Увеличение числа линий субмиллиметровых лазеров с оптической накачкой (ЛОН) остается актуальной задачей. Ее решают поиском молекулярных газов, полосы поглощения которых в ИК-диапазоне волн совпадают с диапазоном частот генерации СО<sub>2</sub>-лазеров, работающих на основных переходах  $00^0_1 - [11^0_0, 02^0_0]_{1,11}$  (диапазон длин волн 9,2—10,8 мкм). Однако количество линий ЛОН на известных активных средах можно значительно увеличить, если немного сдвинуть сетку частот генерации СО<sub>2</sub>-лазера. Этот эффект достигается использованием изотопических разновидностей молекулы СО<sub>2</sub>. Полосы генерации, полученные на основных изотопах двуокиси углерода <sup>14</sup>С<sup>16</sup>О<sub>2</sub>, <sup>13</sup>С<sup>16</sup>О<sub>2</sub>, <sup>12</sup>С<sup>16</sup>О<sup>18</sup>О, <sup>14</sup>С<sup>18</sup>О<sub>2</sub>, перекрывают диапазон длин волн 9—12,3 мкм [1.] Кроме того, сдвиг частоты получается при реализации новых режимов работы СО<sub>2</sub>-лазера — генерации на так называемых горячих полосах и полосах секвенции.



В работах [1—3] показано получение генерации на нижней горячей полосе и первых двух полосах секвенции. Для этого была использована разогреваемая ячейка, наполненная  $\text{CO}_2$ . Она размещалась внутри резонатора и использовалась в качестве селективного поглотителя на основной полосе.

В работе [4] описано теоретическое и экспериментальное исследование усиления на переходах горячей полосы  $01^1 1 - [11^1 0, 03^1 0]_1$ . Показано, что максимальное значение коэффициента усиления в данном случае в два раза меньше такового на переходах основной полосы.

Рассмотрим один из нетрадиционных режимов генерации на молекуле  $\text{CO}_2$  — генерация на горячих полосах. В отличие от обычных полос  $00^0 1 - [10^0 0, 02^0 0]_1$ , в горячих к верхнему и нижнему энергетическим уровням добавляется по одному деформационному кванту  $h\nu_2 = 667 \text{ см}^{-1}$ . Из-за ангармонизма колебаний молекулы  $\text{CO}_2$

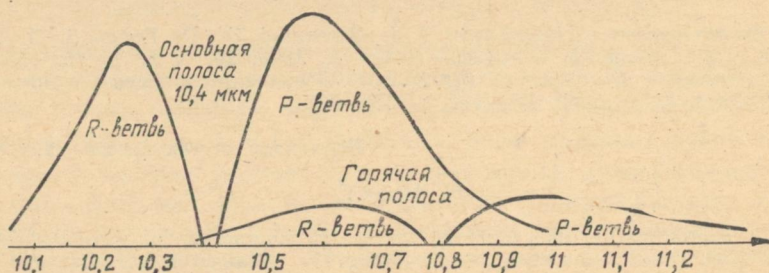


Рис. 1

частоты переходов горячих полос смещаются по отношению к переходам основных полос. Существенным отличием их спектра является наличие линий с четными и нечетными значениями вращательного квантового числа  $j$ . Это обусловлено расщеплением вращательных уровней для колебательных состояний с  $l \neq 0$  ( $l$  — удвоение), в результате которого спектры горячих полос приобретают две компоненты.

Наибольший интерес представляет  $P$ -ветвь перехода  $01^1 1 - [11^1 0, 03^1 0]_1$  (диапазон длин волн 10,9—11,4 мкм). В этом спектральном диапазоне отсутствуют линии основной полосы (рис. 1) и использование частот горячей полосы расширяет спектр генерации  $\text{CO}_2$ -лазера. Кроме того, благодаря отсутствию более интенсивных линий основной полосы не возникает затруднений с выделением линий горячих переходов в обычном резонаторе с эшелеттом.

Наша экспериментальная установка представляла собой  $\text{CO}_2$ -лазер с системой регистрации излучения. Длина области разряда — 144 см, резонатор образован «глухим» зеркалом и дифракционной решеткой.

В процессе эксперимента использовали зеркала с радиусом кривизны 5 и 10 м и эшелетты со степенью развязки 25, 10 и 6 % в ну-



левой порядок. Период всех дифракционных решеток составлял 100 штрихов на миллиметр.

Хорошее разрешение линий обеспечивалось установкой в полости резонатора диафрагмы с регулируемой апертурой. Напряжение источника питания лазера изменялось от 1 до 16 кВ, ток разряда регулировался в пределах 16—45 мА.

Перестройку лазера по линиям генерации осуществляли поворотом дифракционной решетки. Излучение выводили из резонатора через дифракционный максимум нулевого порядка, модулировали механическим прерывателем и направляли в систему регистрации. Последняя служила для определения принадлежности линий генерации  $\text{CO}_2$ -лазера к той или иной полосе и состояла из акустического и пирозлектрического приемников.

В работах [1, 3] для регистрации излучения горячих полос применяли флуоресцентную кювету, помещенную внутри резонато-

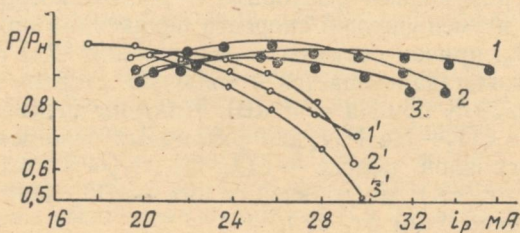


Рис. 2

ра, или внешнюю разогреваемую ячейку с  $\text{CO}_2$  газом. Наряду с достоинствами, эти методы имеют недостатки. Установленная внутри резонатора флуоресцентная кювета ухудшала добротность резонатора из-за потерь на входном и выходном окнах. Разогреваемая ячейка, размещенная вне резонатора, условий генерации не ухудшала, однако создавала значительные неудобства, связанные с габаритами, выделением тепла, большими энергозатратами.

Нами для идентификации линий горячей полосы использован метод акустического детектирования, который лишен перечисленных выше недостатков. Суть метода заключается в том, что резонансные коэффициенты поглощения ИК-излучения основных и горячих полос молекулы  $\text{CO}_2$  при комнатной температуре отличаются более чем на порядок. В эксперименте перед пирозлектрическим приемником устанавливали акустический детектор. Отношение сигналов акустического и пирозлектрического приемников для линий генераций горячей полосы в 15—20 раз больше, чем для линий основной полосы.

Таким образом, наличие акустического детектора позволяло точно определить принадлежность линий генерации к той или иной полосе.

В процессе экспериментальных исследований получена эффективная генерация на 13 линиях горячей полосы  $\text{CO}_2$ . Девять из них



принадлежали  $P$ -ветви перехода  $01^11 - [01^11, 03^10]_1$  (диапазон длин волн 10,9—11,4 мкм), остальные четыре —  $P$ -ветви перехода  $01^11 - [11^10, 03^10]_{11}$  (диапазон длин волн 9,3—9,6 мкм). Мощность самой сильной линии — 5 Вт, что составляет третью часть мощности такой линии основной полосы —  $P$  (22).

Исследования показали, что существует сравнительно сильная зависимость мощности излучения на переходах горячей полосы от концентрации углекислого газа при оптимальном содержании азота. На рис. 2 представлены полученные зависимости выходной мощности лазера от тока разряда для основной и горячей полосы при различных содержаниях  $\text{CO}_2$ : I  $\text{CO}_2$ : He :  $\text{N}_2 = 1,2 : 2,6 : 1$ ; II  $\text{CO}_2$ : He :  $\text{N}_2 = 1,4 : 2,6 : 1$ ; III  $\text{CO}_2$ : He :  $\text{N}_2 = 1,6 : 2,6 : 1$ .

Видно, что оптимальные значения концентрации углекислого газа для основной и горячей полос не совпадают. Наличие ярко выраженного оптимума на переходах горячей полосы объясняется двумя конкурирующими факторами — ростом коэффициента усиления среды и уменьшением скорости релаксации при возрастании давления  $\text{CO}_2$ , причем оптимум по содержанию  $\text{CO}_2$  смеси с увеличением энерговклада смещается в большую сторону (от 20 % при  $I_{\text{и}} = 9$  кВ до 30 % при  $I_{\text{и}} = 16$  кВ). Найдены оптимальные составы газовой смеси  $\text{CO}_2 + \text{He} + \text{N}_2$  для различных режимов работы  $\text{CO}_2$ -лазера на основной полосе —  $\text{CO}_2$ : He :  $\text{N}_2 = 1 : 4 : 1$  (общее давление 5 мм рт. ст.); на горячей полосе —  $\text{CO}_2$ : He :  $\text{N}_2 = 2 : 3 : 1$  (общее давление 4 мм рт. ст.).

Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что возможна генерация на горячих полосах молекулы  $\text{CO}_2$  в обычном резонаторе с эшелеттом. Однако этот режим работы требует тщательного подбора состава смеси (с меньшим содержанием гелия и большим парциальным давлением  $\text{CO}_2$ ), а также тока разряда.

**Список литературы:** 1. Бертель И. М., Петухов В. О., Трушин С. А., Чураков В. В. Исследование усиления и условий эффективной генерации на линиях горячей полосы в ТЕА  $\text{CO}_2$ -лазере. — Минск, 1983. — 60 с. (Препринт, Иф АН БССР). 2. Freed C. J., Bradly C. B. Absolute Frequencies of Lasing Transition in seven  $\text{CO}_2$  Isotopic species — IEE Journ. of Quantum Electronics., 1980, N 11, p. 560—566. 3. Степанов Б. И., Чураков В. В. Генерация на первых двух полосах секвенции молекулы  $\text{CO}_2$ . — Журн. прикл. спектроскопии, 1982, № 36, с. 320—326. 4. Бертель И. М., Петухов В. О. ТЕА-лазер в нетрадиционном режиме работы. — Квант. электроника, 1982, № 9, с. 1405—1409.

Поступила в редколлегию 25.12.84.

## SUMMARY

The generation on 13 «hot band» lines is obtained, optimum conditions on gaseous mixture and charge current constitution are determined.



**ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ НАКАЧКИ НА ХАРАКТЕР  
РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В МОЛЕКУЛЯРНЫХ ЛАЗЕРАХ**

Одним из методов определения констант колебательно-колебательной ( $V - V$ ) и колебательной релаксаций молекул, используемых в качестве активных сред, является исследование сигнала флюоресценции с возбужденных колебательных состояний при импульсной накачке [1]. Анализ релаксационных процессов и определение констант производится с помощью соответствующей модели состояний, включающей накачиваемое и взаимодействующие с ним возбужденные колебательные состояния, для которой составляется система кинетических уравнений [1, 2].

Поскольку сигнал флюоресценции, как правило, слабый, приходится увеличивать интенсивность накачки, что приводит к неоднозначности результатов при различных ее уровнях. Так, в работе [1] при исследованиях с молекулой  $\text{CH}_3\text{F}$  скорость возрастания сигнала флюоресценции в случае накачки сфокусированным лазерным излучением увеличивалась примерно в 10 раз по сравнению с накачкой несфокусированным излучением, что нельзя объяснить в рамках используемой в этой работе модели.

В данной работе анализ релаксационных процессов проведен на модели, учитывающей наряду с ранее рассматриваемыми процессами также изменение населенностей за счет излучения накачки. Пусть накачиваемое колебательное состояние 1 с населенностью  $N_1$  взаимодействует за счет  $V - V$  процессов с возбужденным колебательным состоянием 2 с населенностью  $N_2$ . Накачка производится из основного колебательного состояния с населенностью  $N_0$  на частоте, соответствующей колебательно-вращательному переходу между вращательными подуровнями  $J_0$  и  $J_1$  основного и первого возбужденного колебательных состояний, имеющими населенности  $n_0$  и  $n_1$ . Кинетическая система уравнений, учитывающая изменение населенностей в результате процессов вращательной, колебательно-колебательной и колебательной релаксаций и накачки, принимает следующий вид:

$$\frac{dn_0}{dt} = -(n_0 - n_1) W + (f_0 N_0 - n_0) \Gamma_R, \quad (1)$$

$$\frac{dn_1}{dt} = (n_0 - n_1) W + (f_1 N_1 - n_1) \Gamma_R, \quad (2)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = (n_0 - n_1) W - (\Gamma_{12} N_1 - \Gamma_{21} N_2) - \Gamma_1 N_1, \quad (3)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \Gamma_{12} N_1 - \Gamma_{21} N_2 - \Gamma_2 N_2. \quad (4)$$



Здесь  $W$  — скорость накачки;  $f_0, f_1$  — относительные населенности вращательных подуровней  $n_0$  и  $n_1$ ;  $\Gamma_R$  — скорость вращательной релаксации этих подуровней;  $\Gamma_{12}$  — скорость  $V \rightarrow V$  процесса при переходе молекулы вследствие столкновений из состояния 1 в состояние 2;  $\Gamma_{21}$  — скорость обратного процесса;  $\Gamma_1, \Gamma_2$  — скорости перехода молекул, находящихся в состояниях 1 и 2, в основное состояние вследствие колебательной релаксации.

Поскольку флюоресценция наблюдается с состояния 2, найдем его населенность  $N_2$ , решая систему уравнений (1) — (4).

Так как  $\Gamma_{12}, \Gamma_{21}, \Gamma_1, \Gamma_2$  намного меньше  $\Gamma_R$ , сигнал флюоресценции обычно исследуется для интервалов времени  $t \gg \frac{1}{\Gamma_R}$ . В этом случае  $N_2$  имеет вид

$$N_2 = \frac{f_0 N_0 W \Gamma_{12}}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( \frac{e^{\lambda_1 t}}{\lambda_1} - \frac{e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2} \right) + N_{20}, \quad (5)$$

где  $N_{20}$  — стационарная составляющая населенности  $N_2$ ;  $\lambda_1, \lambda_2$  — корни уравнения

$$\lambda^2 + b\lambda + c = 0. \quad (6)$$

Здесь

$$b = \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_1 + \Gamma_2 + W', \quad (7)$$

$$c = (\Gamma_2 + \Gamma_{12}) \Gamma_1 + \Gamma_2 \Gamma_{21} + \left( \Gamma_2 + \Gamma_{12} + \frac{1}{2} \Gamma_{21} \right) W', \quad (8)$$

$$W' = \frac{(f_0 + f_1) \Gamma_R W}{\Gamma_R + 2W}. \quad (9)$$

Если  $W'$  мало настолько, что последними слагаемыми в выражениях (7), (8) можно пренебречь,  $\lambda_1, \lambda_2$  выразим только через релаксационные константы. Так, при  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$   $\lambda_1 = -(\Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma)$ , а  $\lambda_2 = -\Gamma$ , что и использовано в работе [1] для определения констант релаксации.

При значительных интенсивностях такое допущение не является справедливым и в случае определения релаксационных констант из формул (7), (8) необходимо учитывать эффективную скорость накачки  $W'$  из выражения (9).

**Список литературы:** 1. Sheorey P. S., Flynn G. Collision dynamics of intermode energy flow in laser pumped polyatomic molecules:  $\text{CH}_3\text{F}$ . — Journal of Chemical Physics, 1980, 72, № 2, p. 1175—1186. 2. Гордиец Б. Ф., Осипов А. Н., Шелепин Н. А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. — М.: Наука, 1980. — 510 с.

Поступила в редколлегию 28.12.84.

# SUMMARY

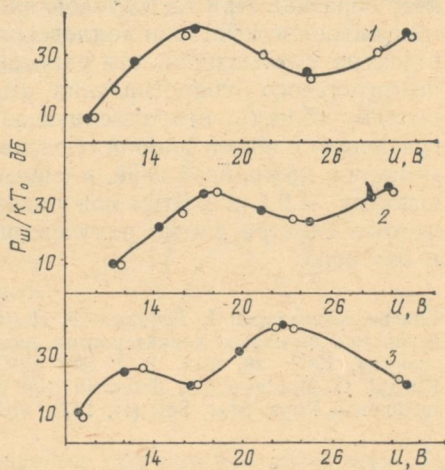
The character of relaxation process in active mediums under step pumping has been examined. The corresponding formulas of relaxation constants are given.

## ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ГЕНЕРАЦИЮ СВЧ-ШУМА ДИОДОМ С КАТОДНЫМ СТАТИЧЕСКИМ ДОМЕНОМ

Изучение влияния внешних физических условий на характер СВЧ-излучения диода с катодным статическим доменом представляет интерес в связи с возможностью использования диодов такого типа в качестве первичных источников СВЧ-шума [1]. Нами изучено влияние поперечного магнитного поля до 2,5 кГс на шумовые характеристики диода.

Исследовали зависимости спектральной плотности мощности шума (СПМШ) экспериментальных образцов от напряжения смещения. Диод помещали в низкочастотную резонансную камеру, представляющую собой отрезок прямоугольного волновода с  $\lambda_{кр} = 2$  см. Питание на диод подавали от источника постоянного тока через высокоомное балластное сопротивление (режим постоянного тока). При напряжениях выше некоторого порогового регистрировали шумовое излучение. Для измерения СПМШ диодов использовали измерительный приемник П5-13 с полосой пропускания 10 мГц и диапазоном рабочих частот 12,5—16,5 ГГц.

Для исследования влияния магнитного поля на генерацию СВЧ-шума волновод с помещенным в него диодом располагали между полюсами постоянного магнита. Индукция магнитного поля в месте нахождения диода менялась от 0,5 до 2,5 кГс. Полученные при этом зависимости СПМШ одного из образцов от напряжения смещения при трех различных частотах  $f$ , ГГц: 1 — 12,5; 2 — 13,5; 3 — 16,5 показаны на рисунке. Здесь по оси ординат отложена мощность шума в единичном частотном интервале (1 Гц), выраженная в децибелах по отношению к уровню теплового шума  $kT_0$  при комнатной температуре ( $k$  — постоянная Больцмана,  $T_0 = 300$  К). Сплошными линиями показан ход зависимостей в отсутствие поперечного магнитного поля, заштрихованными кружками отмечены значения при наличии магнитного поля с индукцией  $B = 2,5$  кГс. Видно, что шумовые характеристики, полученные при наличии поперечного магнитного поля и без него, слабо отличаются друг от друга.





Для объяснения экспериментальных результатов рассмотрим особенности процессов, происходящих в исследуемом образце, находящемся в поперечном магнитном поле.

В диоде с катодным статическим доменом сильное поле сосредоточено в узкой области вблизи катода. Здесь электроны движутся с постоянной скоростью насыщения  $\sim 10^7$  см  $\cdot$  с $^{-1}$ , в то время как в слабом поле вне домена их скорости на 1—2 порядка ниже. В связи с этим возникающая в магнитном поле сила Лоренца будет оказывать заметное воздействие главным образом на быстрые электроны в области домена, продольные размеры которого  $L \sim 3—5$  мкм (ширина домена) значительно меньше поперечных  $d \sim 50$  мкм (диаметр образца). При таких условиях ( $L/d \ll 1$ ) сила Лоренца не уравновешивается действием холловского поля, подвижность электронов в домене уменьшается, что равносильно появлению некоторого дополнительного сопротивления (магнитосопротивления) [2]. Поскольку область, ответственная за магнитосопротивление, мала по сравнению с общей длиной образца, импеданс диода существенно не меняется, по крайней мере, в умеренных магнитных полях, не превышающих  $\sim 2,5$  кГс. Этим можно объяснить малое отличие энергетического спектра диода, полученного при наличии магнитного поля и без него.

**Список литературы:** 1. Прохоров Э. Д., Скоробогатова С. Н. О некоторых особенностях шумовых характеристик диодов Ганна.— Радиотехника и электроника, 1983, 28, вып. 1, с. 203—204. 2. Boardman A. D., Fawcett W., Ruch J. G. Monte-Carlo determination of hot electron galvanomagnetic effects in GaAs.— Phys. Stat. Sol. (a), 1971, 4, N 1, p. 133—141.

Поступила в редколлегию 15.12.84.

## SUMMARY

The noise characteristics of diode with cathode static domain in presence transverse magnetic field were investigated. It is shown, that magnetic field with  $B \leq 2,5$  kGs does not essentially effect to energetic spectrum of the noise diode.

УДК 621.382.2

Ю. В. АРКУША, А. А. ДРОГАЧЕНКО, Э. Д. ПРОХОРОВ, д-р физ.-мат. наук

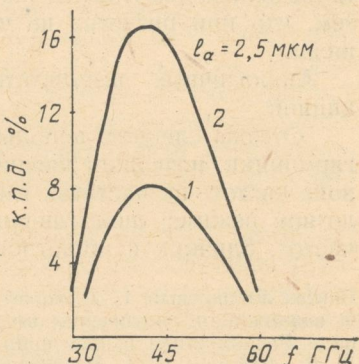
## ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ НАПРЯЖЕНИЯ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ В КОРОТКИХ ДИОДАХ ГАННА

Идея увеличения частотного предела и эффективности генераторов на основе диодов Ганна при приложении к ним напряжения, содержащего первую и вторую гармоники, теоретически обоснована в работе [1]. Позже аналогичные расчеты были выполнены в рамках более точной модели и подтвердили основные положения работы [1].



Расчеты проводились в режиме ОНОЗ и давали увеличение эффективности генерации при приложении напряжения сложной формы с 10 до 18 % на частотах 45—50 ГГц. Сложность экспериментальной проверки приведенных в [2] результатов состоит в том, что режим ОНОЗ вообще не реализуется на частотах выше нескольких десятков гигагерц [3]. Поэтому нами проанализировано влияние сложной формы напряжения на характеристики генераторов в мм диапазоне длин волн в пролетных режимах. Учесть инерционность перераспределения электронов между долинами, существенную в диодах такой длины, позволяет используемая в данных расчетах двухтемпературная модель [4].

Теоретически исследовали образцы GaAs с длиной активной области  $l_a = 2,5$  мкм и концентрацией  $n = 5 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup>. К активной области с двух сторон примыкали области с повышенной концентрацией ( $n^+$  области), — на порядок выше, чем в активной  $n$ -области. У катода располагался слой пониженного легирования длиной  $\sim 0,1 l_a$  с концентрацией на порядок меньше, чем в  $n$ -области. Этот слой необходим для создания высокого поля у катода, которое сокращает «мертвую зону» и улучшает эффективность диода. Температура кристаллической решетки  $T_0 = 300$  К.



Чтобы найти напряжение смещения, при котором эффективность диода была бы максимальной, рассчитали зависимость к. п. д. прибора от отношения напряжения смещения к пороговому напряжению  $U_n$  (0,82 В) на частоте, близкой к пролетной 45 ГГц. Оптимальное постоянное смещение исследуемых образцов  $U_0 = 5U_n = 4,1$  В, при амплитуде переменного сигнала  $U_1 = 2$  В получено значение к. п. д. 8,3 % на частоте 45 ГГц.

Частотная зависимость эффективности генерации при оптимальной амплитуде сигнала на каждой частоте приведена на рисунке (кривая 1). Рассчитанный частотный диапазон, в котором может работать исследуемый образец, составляет 30—60 ГГц.

Как известно, от величины амплитуды  $U_1$  в длинных диодах зависит режим работы диода. В наших расчетах диоды генерировали в определенном интервале значений  $U_1$ , соответствующих пролетным модам колебаний. Получить генерацию в режиме гашения или гибридом не удалось ни на какой частоте, ни при каких значениях  $U_1$ . Это свидетельствует о невозможности гашения доменов в диодах такой длины [3].

Для исследования возможности расширения частотного диапазона и увеличения к. п. д. генераторов Ганна проводили расчеты при действии на диоде напряжения сложной формы. Напряжение



задавали в виде  $U(t) = U_0 + U_1 \sin \omega t - U_2 \cos 2\omega t$ ; здесь  $U_1$ ,  $U_2$  — амплитуды первой и второй гармоник. Чтобы получить наибольший к. п. д. при действии такого напряжения, оптимизировали значения  $U_0$ ,  $U_1$  и  $U_2$  на каждой частоте. На частоте, близкой к пролетной, эффективность генератора на первой гармонике возросла более, чем в два раза (рисунки): с 8,3 % при отсутствии в форме напряжения второй гармоники до 17 % при напряжении, содержащем две гармоники (кривая 2). Значения амплитуд напряжения обеих гармоник и постоянного смещения в этом оптимальном случае равны:  $U_0 = 6U_n$ ,  $U_1 = 0,7U_0$ ,  $U_2 = 0,4U_1$ .

Экспериментально в пролетном режиме [5] на частоте 35—40 ГГц получено увеличение эффективности с 5 до 9 % при помещении диода в сложный резонатор. Качественно эти данные подтверждают приведенные результаты расчетов. Различие в к. п. д. объясняется тем, что при расчетах не учитывался разогрев активной области диода.

Аналогичные результаты получены для диодов с меньшей длиной.

Отсюда следует: использование напряжения, содержащего две гармоники, позволяет увеличить эффективность генерации в диапазоне частот; на частотах выше 30—40 ГГц диоды работают в пролетном режиме; диод генерирует на основной гармонике в полосе частот, близких к пролетной ( $\Delta f/f \sim 0,5$ ).

**Список литературы:** 1. Прохоров Э. Д., Белецкий Н. И., Дядченко А. В. О возможности увеличения высокочастотного предела работы диодов Ганна. — Радиотехника и электроника, 1972, № 5, с. 1103—1106. 2. Прохоров Э. Д., Дядченко А. В. Исследование эффекта увеличения максимальной частоты генерации приборов с междолинным переносом электронов. — Радиотехника и электроника, 1983, № 5, с. 1016—1018. 3. *Electron-Relaxation Effects in Transferred-Electron Devices Revealed by New Simulation Method.* — D. Jones, H. D. Rees. — Electron. Letters, 1972, 8, p. 363—364. 4. Голант Е. И., Кальфа А. А., Пореш С. Б., Тагер А. С. Моделирование на ЭВМ диодов Ганна миллиметрового диапазона длин волн. — Электрон. техника: Электроника СВЧ, 1981, вып. 7, с. 23—28. 5. Дядченко А. В., Прохоров Э. Д. Исследование эффекта увеличения максимальной частоты генерации приборов с междолинным переносом электронов на первой гармонике. — Вестн. Харьк. ун-та. Генерирование и распространение ЭВМ, 1981, вып. 10, с. 68—71.

Поступила в редколлегию 16.12.84.

## SUMMARY

The influence of the shape of voltage to efficiency of short Gunn diode's are considered theoretically, taking into account the inertia of the intervalley distribution of the electrons. It is shown, that the presence of second harmonic in the shape of diode's voltage allow to rise the generation efficiency from 8,3 to 17 %. This obtaining datas agree qualitatively with experimental results.



**ДИНАМИКА ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ РЕЗОНАНСНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ  
О-ТИПА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ**

В целях стабилизации частоты колебаний генераторов, повышения мощности генерации используются системы, состоящие из нескольких связанных друг с другом автогенераторов. Следует выделить взаимосвязанные генераторы на основе автоколебательных систем ЛОВ [1], взаимосвязанные молекулярные генераторы [2], двухрезонаторные МЦР-генераторы [3], двухкаскадные усилители [4].

Статья посвящена исследованию системы связанных между собой двух резонансных генераторов с распределенным взаимодействием типа генератор дифракционного излучения (ГДИ), оротрон, ладдер-трон. Каждый парциальный генератор состоит из высокодобротной автоколебательной системы (открытый или объемный резонатор, на одном из зеркал которого нанесена дифракционная отражательная решетка) и электронного потока (нелинейной среды), движущегося с начальной скоростью  $v_0$ .

Наличие высокодобротной избирательной системы позволяет считать амплитуду и фазу колебаний медленно меняющимися функциями времени, а пространственную структуру поля — фиксированной. Специфической особенностью рассматриваемой системы является распределенный характер взаимодействия электронного пучка и собственного поля резонатора. Связь резонаторов осуществляется через волноводный элемент и характеризуется коэффициентом связи по мощности. При описании динамики частиц, движущихся в заданном поле, полагаем, что время установления колебаний в генераторе заметно превышает время пролета электронов через резонатор. Это условие, с одной стороны, устанавливает грубую оценку для нагруженной добротности генератора  $Q$  и длины области взаимодействия  $L$  при заданной частоте колебаний и скорости электронов  $v_0$ , а с другой — позволяет отделить микроскопические процессы, происходящие в электронном потоке в случае воздействия на него высокочастотного поля резонатора и кулоновского поля частиц, от макроскопических, наблюдаемых при возбуждении колебаний в резонаторе. С учетом поля пространственного заряда, определяющего коллективный характер электронно-волнового взаимодействия в генераторе, ограничимся одной временной гармоникой поля. Генераторы связаны между собой посредством волноводного тракта с заданными коэффициентами связи  $M_j$ .

Тогда динамика взаимосвязанных автогенераторов определяется следующей системой интегродифференциальных уравнений относительно амплитуд  $F_j$  и фаз  $\gamma_j$  колебаний в каждом генераторе  $j = 1, 2$ :



$$\frac{dF_1}{d\tau} + F_1(1 - (G_1/F_1) \operatorname{Re} S_1(F_1)) = -M_1 F_2 \cos(\gamma_1 - \gamma_2), \quad (1)$$

$$\frac{dF_2}{d\tau} + F_2(1 - (G_2/F_2) \operatorname{Re} S_2(F_2)) = -M_2 F_1 \cos(\gamma_1 - \gamma_2), \quad (2)$$

$$\frac{d\gamma_1}{d\tau} - \Delta\omega_1 + (G_1/F_1) \operatorname{Im} S_1(F_1) = M_1 (F_2/F_1) \sin(\gamma_1 - \gamma_2), \quad (3)$$

$$\frac{d\gamma_2}{d\tau} - \Delta\omega_2 + (G_2/F_2) \operatorname{Im} S_2(F_2) = M_2 (F_1/F_2) \sin(\gamma_1 - \gamma_2). \quad (4)$$

Здесь  $\Delta\omega_j = (2Q_j/\omega'_{mj})(\omega'_{mj} - \omega_j)$  — электронное смещение частоты автоколебаний  $\omega_j$  в каждом резонаторе  $j = 1, 2$  относительно собственной частоты  $\omega'_{mj}$  фиксированного вида колебаний  $m$  «холодного» резонатора;  $M_j = (\beta_j \omega_j \cdot 2Q_j)/(\omega'_{mj} \cdot Q_{pj})$ ; ( $j = 1, 2$ ;  $j' = 2, 1$ );  $\beta_j$  — модуль коэффициента обратной связи, характеризующей ослабление амплитуды при прохождении сигнала по волноводному тракту из одного генератора в другой;  $Q_{pj}$  — добротность связи волноводного вывода с парциальным резонатором;  $G_j = (L_j^2 I_j 2Q_j)/(U_j N_{mj} \omega'_{mj})$  — параметр эффективности взаимодействия [5];  $I_j$ ,  $U_j$  — ток и ускоряющий потенциал электронных потоков;  $L_j$  — длина области взаимодействия;  $N_{mj}$  — норма  $m$ -го вида.

Комплексная величина  $S_j(F_j) = \operatorname{Re} S_j(F_j) + i \operatorname{Im} S_j(F_j)$  имеет смысл колебательной характеристики, введенной Кобзаревым Ю. Б. [6] применительно к генераторам с сосредоточенными параметрами. В данном случае нелинейность распределена по пространству взаимодействия и зависит от микроскопических процессов, происходящих в электронном потоке под воздействием электромагнитного поля. Однако, как и в случае источников с сосредоточенными параметрами, колебательная характеристика является интегральным параметром, характеризующим зависимость наведенного высокочастотного тока в системе от амплитуды высокочастотного напряжения:

$$S_j(F_j) = \frac{1}{4\pi} \int_0^1 f_j(\xi) e^{-i\Phi_j b_j \xi} i_{j\omega}(\xi) d\xi. \quad (5)$$

Здесь  $f_j(\xi)$  — нормированная функция, описывающая пространственную структуру поля в резонаторе;

$$i_{j\omega}(\xi) = (1/\pi) \int_0^{2\pi} \exp[i\theta_j(\xi, \varphi_j) + i\varphi_j] d\varphi_j - \quad (6)$$

комплексная амплитуда конвекционного тока электронного пучка в области взаимодействия  $0 \leq \xi \leq 1$ ;  $\Phi_j = \omega'_{mj} L_j / v_{0j}$  — угол пролета невозмущенного электрона через резонатор;  $b_j = (v_{0j} - v_{\varphi j}) / v_{\varphi j}$  — рассинхронизм между начальной скоростью электронов  $v_{0j}$  и фазовой скоростью  $v_{\varphi j}$  синхронной с пучком замедленной простран-

венной гармонике поля;  $\theta_i(\xi, \varphi_i) = \omega_i t - \Phi_i \xi - \varphi_i$  — фаза электрона на траектории в области  $0 \leq \xi \leq 1$  в любой момент времени  $t$ , если на входе в резонатор он имел фазу  $\varphi_i = \omega_i t_0$ .

Местоположение электронов при их взаимодействии с высокочастотным и кулоновским полями полностью характеризуется функцией  $\theta_i(\xi, \varphi_i)$ , которую находят из уравнения движения

$$\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial \xi^2} = \left( 1 + \frac{1}{\Phi_i} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \xi} \right)^3 \operatorname{Re} \left\{ \left[ \frac{\Phi_i}{4} F_{ifj}(\xi) \exp(i\Phi_i b_i \xi + \right. \right. \\ \left. \left. + i p_{ij}^2 (i\omega_i - i(p_{11j}^2/\Phi_i) \frac{\partial i\omega_i}{\partial \xi}) \right] \exp(-i(\theta_i + \varphi_i)) \right\}, \quad (7)$$

где  $p_{ij}$ ,  $p_{11j}$  — параметры пространственного заряда [5]. Для простоты анализа ограничимся случаем, когда на вход каждого из резонаторов поступает немодулированный по скорости и плотности заряда электронный пучок, что соответствует нулевым начальным условиям

$$\theta_i(\varphi_i, \xi) = \partial \theta_i(\varphi_i, \xi) / \partial \xi = 0 \big|_{\xi=0}. \quad (8)$$

Система уравнений (1) — (8) по математической постановке и физическому содержанию относится к нелинейным томсоновским системам четвертого порядка с двумя степенями свободы.

Вид нелинейности в дифференциальных уравнениях (1) — (4) определен колебательной характеристикой системы  $S_j(F_j)$  и обусловлен режимом работы генератора (значения тока  $I$  и ускоряющего напряжения  $U$ ). В существенно-нелинейных режимах генераторов, когда смещение фазы электронов  $\theta_i$  в поле волны является нелинейной функцией амплитуды колебаний  $F_j$ , необходимо решать уравнение (7) численным методом. При умеренных токах пучка  $\theta_i$  — линейная функция амплитуды  $F_j$ . В этом случае линеаризуя нелинейное уравнение (7) по  $F_j$ , получаем равенство для  $\theta_i$ , решение которого имеет вид

$$\theta_i(\xi) = (F_i \Phi_i / 4 p_{ij}) \int_0^\xi f_i(\xi') \sin p_{ij}(\xi - \xi') \cos(\Phi_i b_i \xi' + \varphi_i) d\varphi_i. \quad (9)$$

При вычислении высокочастотного тока  $i_{\omega_i}(\xi)$  ограничимся кубической нелинейностью.

Рассмотрим синхронный режим  $dF_j/d\tau = 0$ ;  $d(\gamma_1 - \gamma_2)/d\tau = 0$ . В результате преобразований укороченных формул (1) — (4) получим уравнения, определяющие семейство амплитудных резонансных кривых (зависимость амплитуды стационарных синхронных колебаний от расстройки частот  $\Delta\omega = \Delta\omega_1 - \Delta\omega_2$ ), и соответствующую им фазовую характеристику системы:

$$\Delta\omega = a_1 - a_2 - b_1'' F_1^2 + b_2'' F_2^2 \pm \left[ \left( M_1 \frac{F_2}{F_1} + M_2 \frac{F_1}{F_2} \right)^2 - \right. \\ \left. - (\alpha_1 + \alpha_2 + b_1' F_1^2 + b_2' F_2^2)^{1/2} \right], \quad (10)$$



$$\varphi = \arctg [(\Delta\omega - a_1 + a_2 + b_1''F_1^2 - b_2''F_2^2) / (\alpha_1 + \alpha_2 + b_1'F_1^2 + b_2'F_2^2)]. \quad (11)$$

Здесь  $\varphi = \gamma_1 - \gamma_2$ ;  $S_j = a_j F_j - b_j F_j^3$ ;  $b_j = b_j' + ib_j''$ ;  $\alpha_j$  — инкремент нарастания колебаний в парциальных генераторах [7];  $a_j, b_j$  — коэффициенты разложения  $S_j$  [8]. Между стационарными значениями  $F_1$  и  $F_2$  существует простая связь

$$M_2 F_1^2 (\alpha_1 + b_1' F_1^2) = M_1 F_2^2 (\alpha_2 + b_2' F_2^2). \quad (12)$$

Из уравнений (10), (12) следует, что для фиксированного значения амплитуды  $F_j$  всегда существует два значения расстройки частот симметрично расположенных по обе стороны от скелетной кривой  $\Delta\omega_c = a_1 - a_2 - b_1'' F_1^2 + b_2'' F_2^2$ . Для взаимосвязанных генераторов неизохронность колебательной системы в целом выражена более сильно по сравнению с парциальным генератором.

При малой связи двух генераторов  $M_j \ll 1$  полуширина области синхронизации

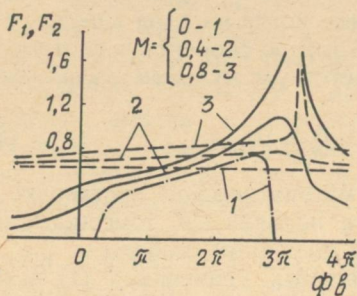


Рис. 1

$$\Delta_c = \frac{F_2}{F_1} M_1 + \frac{F_1}{F_2} M_2.$$

Система уравнений (1) — (8) при равенстве нулю одного из коэффициентов связи  $M_j$  описывает нелинейную колебательную систему с внешним гармоническим воздействием, которая применительно к указанному классу автогенераторов достаточно полно изучена в [8]. Приведем численный пример расчета амплитудных резонансных кривых для взаимосвязанных автогенераторов с открытым резонатором, распределение амплитуды поля в котором для основного вида  $m = 0$  характеризуется гауссианом

$$f_j(\xi) = A \exp [-(\xi - 0.5)^2 / \omega^2],$$

где  $2\omega$  — безразмерная ширина пятна поля;  $A$  — нормировочная постоянная. Считаем для простоты одинаковыми резонаторы, а также коэффициенты связи между ними, т. е.  $M_1 = M_2$ .

На рис. 1 приведены зависимости максимальных амплитуд колебаний  $F_j$  (сплошные линии для  $F_1$ , штрихованные — для  $F_2$ ) от величины относительного рассинхронизма в первом генераторе  $b_1 \Phi_1$  при фиксированном его значении в другом  $b_2 \Phi_2$  для коэффициентов связи —  $M_1 = 0$  — кривые 1,  $M_1 = 0.4$  — кривые 2,  $M_1 = 0.8$  — кривые 3. Штрих-пунктирная кривая — зона генерации парциального генератора. Расчеты проводились при следующих значениях параметров:  $\omega = 0.25$ ;  $\Phi_j = 100$ ;  $p_j = 1.9$ . Из рисунка



видно, что колебания в системе могут существовать и за пределами зоны генерации автономного генератора.

Генератор, в котором отсутствуют колебания в автономном режиме, является дополнительным пассивным нелинейным контуром, за счет чего происходит самосинхронизация колебаний на частоте, несколько отличной от частоты генерации автономного генератора. На этих участках наблюдается регенеративное усиление колебаний.

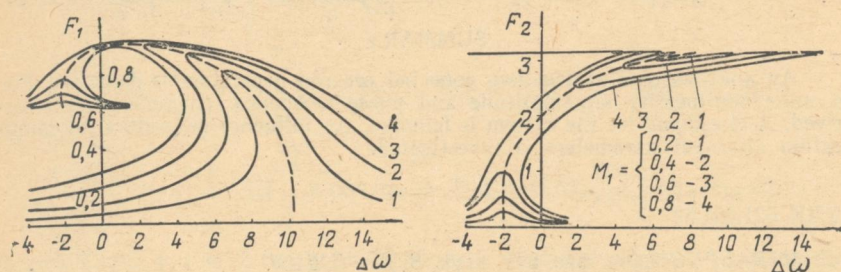


Рис. 2

На рис. 2 изображены амплитудные резонансные кривые для первого (рис. 2,а) и второго генераторов (рис. 2,б) при различных  $M_1 = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ . На рис. 3 представлена зависимость  $F_1$  от  $F_2$ , рассчитанная по уравнению (12). Анализ показывает, что в каждом генераторе при различных расстройках частот  $\Delta\omega$  существует две резонансные кривые, указывающие на возможность существования в рассматриваемой системе двухчастотного режима.

Изменение режима работы генераторов приводит не только к количественному увеличению или уменьшению амплитуд колебаний, но и к существенному качественному изменению колебательного процесса. Ряд наблюдаемых явлений, таких как захват частоты, биения колебаний, подавление колебаний в указанных системах требует проведения дополнительных исследований в рамках рассматриваемой математической модели и соответствующей ей системы уравнений (1) — (8).

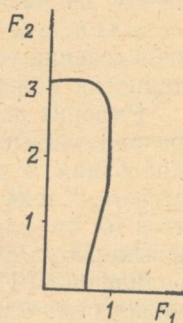


Рис. 3

Список литературы: 1. Рапопорт Г. Н. К вопросу о взаимной синхронизации автогенераторов сравнимой мощности. — Радиотехника, 1951, 6, № 4, с. 53—59. 2. Марченко Ю. И., Рубаник В. П. О взаимной синхронизации молекулярных генераторов. — Изв. вузов. Радиофизика, 1965, 8, № 4, с. 679—684. 3. Ергаков В. С., Моисеев М. А., Эрм Р. Э. Двухрезонаторный МЦР-генератор с внешней обратной связью. — Изв. вузов. Радиофизика, 1979, 22, № 8, с. 1011—1020. 4. Рапопорт Г. Н., Денисов А. Н. Двухкаскадный усилитель обратной волны в режиме сильных сигналов. — Радиотехника и электроника, 1962, 7, № 8, с. 1361—1366. 5. Ваерис Д. М., Третьяков О. А., Шматко А. А. Влияние поля пространственного заряда на выходные характеристики генераторов с распределенным взаимодействием О-типа. — Радиотехника и элект-



троники, 1984, № 8, с. 1571—1580. 6. Кобзарев Ю. Б. О нелинейном методе трактовки явлений в ламповом генераторе (почти синусоидальных колебаний).— Журн. техн. физики, 1935, № 5, с. 216. 7. Вавриш Д. М., Третьяков О. А., Шматко А. А. Теория резонансных генераторов с длительным взаимодействием.— Х., 1978.— 60 с. (Препринт, ФТИНТ АН УССР). 8. Шматко А. А. Воздействие высокочастотного сигнала на резонансный автогенератор с распределенным взаимодействием.— Радиотехника и электроника, 1985, № 3, с. 835—844.

Поступила в редколлегию 17.12.84.

## SUMMARY

An analysis of a system two connected orotron generators is described. For a cubic nonlinearity an amplitude and phase resonance characteristics is derived. A clockband for the system is founded. An influence generators communication an input parameters is investigated.

УДК 621.385.62

Д. М. ВАВРИШ, канд. физ.-мат. наук, В. А. РОЩИН

## ДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ В РЕЗОНАНСНЫХ СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Рассмотрим двухрезонаторную схему делителя частоты на основе распределенных резонаторов (объемных или открытых). Внешний сигнал поступает во входной резонатор и модулирует электронный пучок на частоте  $\Omega$ . Выходной резонатор настроен на частоту  $\omega \simeq \Omega/n$ , где  $n$  — целое число. Цель последующего анализа — определение условий реализации режима деления частоты и характеристик колебания на частоте  $\omega$  в выходном резонаторе.

Решение поставленной задачи может быть проведено на основе разработанных в работе [1] методов анализа неавтономных режимов колебаний в резонансных системах с распределенным взаимодействием. Характерной особенностью режима деления частоты является то, что для эффективного возбуждения колебаний на частоте  $\omega$  в выходном резонаторе его режим работы должен быть существенно нелинейным. При этом уровень предварительной модуляции пучка может быть малым. Здесь проявляется качественное различие между рассматриваемым случаем и режимом умножения частоты, который существует и при других условиях: конечный уровень модуляции пучка и линейный режим работы выходного резонатора.

Если не рассматривать переходные процессы в делителе частоты, то определение амплитуды и фазы колебаний сводится к решению системы автономных дифференциальных уравнений второго порядка, которая в обозначениях работы [1] сводится к виду

$$\frac{dF}{d\tau} = \alpha(F)F - \frac{G\theta_0}{n} [R_1(F) \cos n\gamma + R_2(F) \sin n\gamma]; \quad (1a)$$

$$F \frac{d\gamma}{d\tau} = \delta(F)F - \frac{G\theta_0}{n} [R_3(F) \cos n\gamma + R_4(F) \sin n\gamma], \quad (16)$$

где  $\alpha(F) = GS_1(F) - 1$ ;  $\delta(F) = \delta_r - GS_2(F)$ ;  $\theta_0$  — амплитуда модуляции пучка по плотности на выходе из входного резонатора ( $\theta_0^2 \ll 1$ ). Модуляцией частиц по скорости пренебрегаем. Интегральные характеристики выходного резонатора  $S_i$ ,  $R_j$  находятся из соотношений

$$\begin{aligned}\left\{ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{4\pi F} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} (\varphi_0 + \Phi_s \xi + U/n) d\varphi_0 d\xi; \\ \left\{ \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} Z \sin(\varphi_0 + \Phi_s \xi + U/n) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} n\varphi_0 d\varphi_0 d\xi; \\ \left\{ \begin{matrix} R_3 \\ R_4 \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} Z \cos(\varphi_0 + \Phi_s \xi + U/n) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} n\varphi_0 d\varphi_0 d\xi.\end{aligned}$$

Здесь  $U(\varphi_0, \xi)$  и  $Z(\varphi_0, \xi)$  — фазовые характеристики движения частиц пучка, определяемые из решения связанной системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\frac{d^2 U}{d\xi^2} &= \frac{nF\Phi_0}{4} \left( 1 + \frac{1}{n\Phi_0} \frac{dU}{d\xi} \right)^3 f(\xi) \cos(\varphi_0 + \Phi_s \xi + U/n); \\ \frac{d^2 Z}{d\xi^2} - A F \frac{dZ}{d\xi} + B F Z &= 0\end{aligned}$$

с начальными условиями при  $\xi = 0$ :

$$U = 0; \quad \frac{dU}{d\xi} = 0; \quad Z = 1; \quad \frac{dZ}{d\xi} = 0,$$

где

$$\begin{aligned}A(\varphi_0, \xi) &= \frac{3}{4} f(\xi) \left( 1 + \frac{1}{n\Phi_0} \frac{dU}{d\xi} \right)^2 \cos(\varphi_0 + \Phi_s \xi + U/n); \\ B(\varphi_0, \xi) &= (\Phi_0/4) f(\xi) \left( 1 + \frac{1}{n\Phi_0} \frac{dU}{d\xi} \right)^3 \sin(\varphi_0 + \Phi_s \xi + U/n).\end{aligned}$$

При работе на основной частоте входного и выходного каскадов ( $n = 1$ ) решение системы уравнений (1) проведено численными и аналитическими методами [2]. Приведем ее аналитическое решение в режиме деления частоты при  $n = 2$ . Выделяя первые нелинейные члены в функциях  $S_i$ ,  $R_j$ , получаем уравнения для определения  $F$  и  $\gamma$  в явном виде:

$$\frac{dF}{d\tau} = F\alpha_0 - F^3 G\Phi_0^3 \Psi_3 - \frac{F}{2} G\Phi_0 \theta_0 (\Psi_5 \cos 2\gamma + \Psi_6 \sin 2\gamma); \quad (2a)$$

$$F \frac{d\gamma}{d\tau} = F\delta_0 + F^3 G\Phi_0^3 \Psi_4 - \frac{F}{2} G\Phi_0 \theta_0 (\Psi_6 \cos 2\gamma - \Psi_5 \sin 2\gamma). \quad (2б)$$

Здесь

$$\begin{aligned}\Psi_5(\Phi_s) &= (2\Phi_s \cos \Phi_s - \sin 2\Phi_s)/32\Phi_s^3; \\ \Psi_6(\Phi_s) &= (1 - \cos 2\Phi_s - 2\Phi_s \sin \Phi_s)/32\Phi_s^3; \\ \alpha_0 &= G\Phi_0 \Psi_1(\Phi_s) - 1; \quad \delta_0 = \delta_r - G\Phi_0 \Psi_2(\Phi_s).\end{aligned}$$



Функции  $\Psi_i(\Phi_s)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) не зависят от номера  $n$ , выражения для них приведены в работе [3].

Уравнения (2) имеют стационарные решения, которые находятся в виде:

$$F^2 = \frac{\alpha_0 \Psi_3 - \delta_0 \Psi_4 \pm \sqrt{G^2 \Phi_0^2 \theta_0^2 (\Psi_5^2 + \Psi_6^2) (\Psi_3^2 + \Psi_4^2) / 4 - (\alpha_0 \Psi_4 + \delta_0 \Psi_3)^2}}{G \Phi_0^3 (\Psi_3^2 + \Psi_4^2)}, \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \left[ \arctg \frac{\alpha_0 - F^2 G \Phi_0^3 \Psi_3}{\delta_0 + F^2 G \Phi_0^3 \Psi_4} - \arctg \frac{\Psi_5}{\Psi_6} \right] + \pi m \quad (m = 0, \pm 1). \quad (4)$$

Таким образом, для каждого значения амплитуды поля в выходном резонаторе могут возбуждаться колебания с двумя различными значениями фазы.  $\gamma$  в стационарном режиме определяется начальными значениями для поля [4]. Легко показать, что в рассматриваемом случае фазу возбуждаемых колебаний можно регулировать путем изменения ускоряющего напряжения, т. е. такие системы могут использоваться в качестве логических элементов.

Для определения области существования решений (3), (4) их необходимо дополнить условиями устойчивости. Они находятся из системы уравнений (2) и сводятся к двум неравенствам:

$$\alpha_0 < 2G\Phi_0^3\Psi_3F^2; \quad (5a)$$

$$G\Phi_0^3(\Psi_3^2 + \Psi_4^2)F^2 - (\alpha_0\Psi_3 - \delta_0\Psi_4) > 0. \quad (5b)$$

Анализ выражений (3) — (5) показывает, что режим деления частоты существует только в ограниченной области изменения параметров резонаторов и пучка (двойная штриховка —  $\theta_0 = 0,2$ ; одианная —  $\theta_0 = 0,5$ ;  $f(\xi) = 1$ ;  $\Phi_0 = 100$ ;  $\Phi_s = -\pi$ ). На рис. 1 приведены такие области на плоскости параметров: нормированный ток пучка  $I = I_0/I_{\text{пуск}}$ , расстройка частоты  $\delta_r$ . Колебания на частоте  $\omega = \Omega/n$  возбуждаются только при токах пучка больших пускового тока автоколебаний или при  $I_0$ , достаточно близких к  $I_{\text{пуск}}$ . С увеличением уровня модуляции пучка область существования устойчивых колебаний возрастает пропорционально  $\theta_0$ . Важным является то, что частота возбуждаемых колебаний в определенной области изменения  $\delta_r$  не зависит от частоты входного сигнала. Тем самым показано, что рассматриваемые системы можно эффективно синхронизировать на унтертонах внешнего сигнала. Ширина полосы синхронизации

$$\Delta\omega = G\Phi_0\theta_0 \sqrt{(\Psi_5^2 + \Psi_6^2)(\Psi_3^2 + \Psi_4^2)} / |\Psi_3|.$$

Следует отметить увеличение ширины полосы синхронизации с ростом тока пучка ( $G \sim I_0$ ) и длины пространства взаимодействия ( $\Phi_0 \sim L$ ).

Зависимость амплитуды возбуждаемых колебаний от нормированной частоты внешнего сигнала приведена на рис. 2 (сплошные линии — устойчивые состояния, пунктирные — неустойчивое ре-

шение;  $f(\xi) = 1$ ;  $\Phi_0 = 100$ ;  $\Phi_s = -\pi$ ;  $\theta_0 = 0,2$ ). В пределах области синхронизации, согласно (2), для каждого  $\delta_r$  существует два значения амплитуды поля, которые являются решениями системы уравнений (2) при  $\tau \rightarrow \infty$ . Большее значение амплитуды поля — устойчиво, а меньшее — неустойчиво. Максимальная амплитуда поля, возбуждаемая в выходном резонаторе в режиме деления частоты, определяется выражением

$$F^2 = (\alpha_0 + (1/2)\Phi_0 G \theta_0 \sqrt{\Psi_5^2 + \Psi_6^2}) / G \Phi_0^3 \Psi_3. \quad (6)$$

При токах пучка  $I_0$ , больших  $I_{\text{пучк}}$ ,

$$F_a^2 = \alpha_0 / G \Phi_0^3 \Psi_3 \quad (7)$$

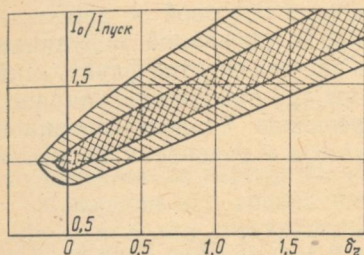


Рис. 1

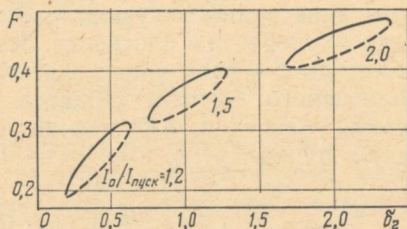


Рис. 2

определяет амплитуду колебаний автономного генератора. Сравнение выражений (6) и (7) показывает, что в режиме деления частоты амплитуда колебаний превосходит значение амплитуды поля в автономном режиме. Следовательно, предварительная модуляция пучка на частоте, в кратное число раз большей собственной частоты выходного резонатора, как и модуляция на основной частоте [2], позволяет повысить выходную мощность колебаний резонансных генераторов с распределенным взаимодействием.

**Список литературы:** 1. Вавриш Д. М., Третьяков О. А. Неавтономный режим колебаний в резонансных генераторах с распределенным взаимодействием. — Радиотехника и электроника, 1984, № 8, с. 1580—1588. 2. Вавриш Д. М., Третьяков О. А. Синхронизация колебаний в резонансных системах с распределенным взаимодействием. — Радиотехника и электроника, 1984, № 9, с. 1798—1805. 3. Вавриш Д. М., Третьяков О. А. Теория вынужденных колебаний в резонансных системах с длительным взаимодействием. — Х., 1982. — 50 с. (Препринт ИРЭ АН УССР № 206). 4. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. — М.: Наука, 1980. — 360 с.

Поступила в редколлегию 20.12.84.

## SUMMARY

The problem of frequency dividing in resonant systems with extended interaction has been investigated theoretically. The analytical expressions for the amplitude and phase of the excited field are obtained. The frequency dividing conditions of existence and output characteristics of the oscillation are determined.



## РАСЧЕТ ЕСТЕСТВЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ РЕЗОНАНСНОГО УСИЛИТЕЛЯ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Объект исследования в данной работе — однокаскадный регенеративный усилитель, в котором в качестве колебательной системы используется распределенный резонатор, возбуждаемый прямолинейным электронным пучком, например усилитель, выполненный на основе колебательной системы ГДИ [1]. Основными источниками естественных флуктуаций рассматриваются тепловой и дробовый шумы электронного пучка, приводящие к случайной модуляции пучка по скорости и плотности. Задача расчета спектра флуктуаций амплитуды  $F$  и фазы  $\gamma$  поля в резонаторе при наличии регулярного усиливаемого сигнала сводится к решению самосогласованной системы уравнений возбуждения резонатора и уравнения движения частиц пучка:

$$\frac{dF}{d\tau} = -F + \frac{G}{4\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \cos(\Phi_s \xi + \theta + \varphi) d\varphi d\xi - A \cos \gamma; \quad (1a)$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \delta_r - \frac{G}{4\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \sin(\Phi_s \xi + \theta + \varphi) d\varphi d\xi + \frac{A}{F} \sin \gamma; \quad (1б)$$

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + p^2\theta = \frac{F\Phi_0}{4} f(\xi) \cos(\Phi_s \xi + \theta + \varphi) \quad (1в)$$

с начальными условиями на входе в пространство взаимодействия  $\xi = 0$ ;

$$\theta = \xi_1(t); \quad \frac{d\theta}{d\xi} = \xi_2(t). \quad (1г)$$

Здесь  $A^2 = P_{\text{вх}} G / P_0$ ;  $P_{\text{вх}}$  — мощность усиливаемого сигнала;  $\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$  — случайные функции, определяющие флуктуации тока пучка и скорости частиц. В силу высокой добротности колебательной системы можно полагать, что их время корреляции значительно меньше характерного времени изменения поля в резонаторе. Остальные обозначения в (1) и далее соответствуют обозначениям, принятым в работе [2].

Решение системы (1) для линейного режима усиления проведем в корреляционном приближении, полагая, что интенсивность регулярного сигнала значительно превосходит интенсивность шумов в резонаторе. В этом случае неизвестные  $F$  и  $\gamma$  можно представить следующим образом:  $F = F_0 + \tilde{F}$ ;  $\gamma = \gamma_0 + \tilde{\gamma}$ , где  $F_0$ ,  $\gamma_0$  — значения амплитуды и фазы для регулярной задачи, определяемые из (1) при  $\xi_2 = \xi_1 = 0$ ;  $\tilde{F}(t)$  и  $\tilde{\gamma}(t)$  — малые флуктуационные слагаемые.

Уравнения для флуктуационных компонент амплитуды  $\tilde{F}$  и фазы  $\tilde{\gamma}$  поля находятся из (1) стандартным образом [3] и сводятся к линейной системе дифференциальных уравнений

$$\frac{d\tilde{F}}{d\tau} = \alpha_0 \tilde{F} - \delta_0 F_0 \tilde{\gamma} - \frac{G}{2} (C_1 \eta_{12} + R_1 \eta_{22} + C_2 \eta_{11} + R_2 \eta_{21}); \quad (2a)$$

$$F_0 \frac{d\tilde{\gamma}}{d\tau} = \delta_0 \tilde{F} - \alpha_0 F_0 \tilde{\gamma} - \frac{G}{2} (C_2 \eta_{12} + R_2 \eta_{22} - C_1 \eta_{11} - R_1 \eta_{21}), \quad (2b)$$

где

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{p} \int_0^1 f(\xi) \sin p \xi \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} \Phi_s \xi d\xi;$$

$$\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \int_0^1 f(\xi) \cos p \xi \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} \Phi_s \xi d\xi;$$

$$\begin{Bmatrix} \eta_{11} \\ \eta_{12} \end{Bmatrix} = \xi_1(t) \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} \varphi; \quad \begin{Bmatrix} \eta_{21} \\ \eta_{22} \end{Bmatrix} = \xi_2(t) \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} \varphi -$$

усредненные за период колебаний источники флуктуаций.

Совершая над уравнениями (2) преобразование Фурье, найдем выражения для спектральных плотностей флуктуаций амплитуды и фазы усилителя:

$$S_F(\Omega) = \frac{G^2}{8} (N_1^2 C^2 + N_2^2 R^2) \left[ \frac{1}{(\Omega + \delta_0)^2 + \alpha_0^2} + \frac{1}{(\Omega - \delta_0)^2 + \alpha_0^2} \right]; \quad (3)$$

$$S_\gamma(\Omega) = S_F(\Omega)/F_0^2; \quad (4)$$

где  $C^2 = C_1^2 + C_2^2$ ;  $R^2 = R_1^2 + R_2^2$ ;  $N_1 = (\eta_{11}^2)_{\Omega=0} = (\eta_{12}^2)_{\Omega=0}$ ;  $N_2 = (\eta_{21}^2)_{\Omega=0} = (\eta_{22}^2)_{\Omega=0}$ ;  $\Omega = 2Q\omega/\omega_r$  — безразмерная частота.

$N_1$  и  $N_2$  определяют вклад соответственно дробового и теплового шумов электронного пучка в спектральные плотности  $S_F$  и  $S_\gamma$ . При выводе выражения (3) учитывалось, что эти источники шумов не коррелированы на входе в пространство взаимодействия. Значения  $N_1$  и  $N_2$  выражаются через спектральные плотности флуктуаций тока  $S_i$  и скорости частиц  $S_v$  пучка при  $\xi = 0$ :

$$N_1 = S_i/2I_0^2; \quad N_2 = S_v\Phi_0/v_0^2. \quad (5)$$

Например, если катод работает в режиме температурного ограничения тока пучка, тогда для  $S_i$  и  $S_v$  справедливы следующие выражения:

$$S_i = eI_0/2\pi; \quad S_v = (4 - \pi)ekT_k/4\pi mI_0, \quad (6)$$

где  $e$ ,  $m$  — заряд и масса электрона;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T_k$  — температура катода.

Полученные соотношения позволяют провести достаточно точный анализ естественных флуктуаций резонансного усилителя, работающего в линейном режиме, для произвольного типа колебаний, воз-



буждаемого в распределенном резонаторе. В общем случае спектр амплитудных и фазовых флуктуаций состоит из суммы двух лоренцевых линий с ширинами, равными полосе пропускания горячего резонатора  $\Delta\Omega = 2\alpha_0$ . Наименьшая ширина спектров  $S_F$  и  $S_\gamma$  реализуется, если частота внешнего регулярного сигнала равняется собственной частоте резонатора  $\delta_0 = 0$ , тогда, согласно (3) и (5), имеем

$$S_F(\Omega) = \frac{G^2 (C^2 S_i / 2I_0 + R^2 \Phi_0^2 S_v / v_0^2)}{4 (\Omega^2 + \alpha_0^2)}. \quad (7)$$

Легко показать, что при  $\delta_0 = 0$  достигаются максимальные значения амплитуды поля  $F$  и коэффициента усиления [4].

Рассмотрим зависимости интенсивности спектра естественных флуктуаций амплитуды и фазы от рассинхронизма скоростей пучка и синхронной волны  $\Phi_s$  и параметра пространственного заряда  $\rho$ , полагая, что в открытом резонаторе возбуждается основной тип колебаний с гауссовым распределением поля вдоль пространства взаимодействия. Для этого функции  $C(\Phi_s, \rho)$  и  $R(\Phi_s, \rho)$ , входящие в выражение (7), находятся в явном виде:

$$\begin{aligned} C^2(\Phi_s, \rho) &= \frac{V\sqrt{2\pi}}{2} \omega [\operatorname{ch}(\omega^2 \Phi_s \rho) + \cos \rho] e^{-\omega^2(\Phi_s^2 + \rho^2)/2}; \\ R^2(\Phi_s, \rho) &= \frac{V\sqrt{2\pi}}{2\rho^2} \omega [\operatorname{ch}(\omega^2 \Phi_s \rho) - \cos \rho] e^{-\omega^2(\Phi_s^2 + \rho^2)/2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\omega$  — радиус пятна поля, нормированный на длину пространства взаимодействия.

При конечных значениях поля пространственного заряда с изменением длины пространства взаимодействия вклад дробового и теплового шумов в спектральную плотность флуктуаций  $F$  и  $\gamma$  изменяется. Минимальное влияние дробового шума, согласно (7), (8) оказывается при выполнении условия  $L \simeq \pi v_0 / \omega'_p$ , а теплового — при  $L = 2\pi v_0 / \omega'_p$ , где  $\omega'_p$  — редуцированная плазменная частота электронного пучка.

В случае слабых полей пространственного заряда максимальная величина спектральной плотности амплитуды равняется

$$S_F(0) = \frac{V\sqrt{2\pi} G^2 \omega \exp(-\Phi_s^2 \omega^2 / 2)}{8 [1 - G \Phi_0 \Psi_1(\Phi_s)]^2} \left( \frac{S_i}{I_0^2} + \frac{\Phi_0^2 S_v}{2v_0^2} \right). \quad (9)$$

Здесь  $\Psi_1(\Phi_s) = -\frac{V\sqrt{2\pi}}{32} \omega^3 \Phi_s \exp(-\Phi_s^2 \omega^2 / 2)$ . При записи соотношения (9) учитывалось условие  $\omega^4 \Phi_s^2 \ll 1$ .

Из анализа выражения для  $S_F(0)$  следует, что при малых токах пучка  $(I_0 / I_{\text{пуск}})^2 \ll 1$  спектральная плотность флуктуаций амплитуды, а также фазы колебаний достигает максимального значения в случае равенства фазовой скорости синхронной волны и средней

скорости частиц пучка, что соответствует условию  $\Phi_s = 0$ . Увеличение тока пучка приводит к смещению максимума  $S_F(0)$  и  $S_\gamma(0)$  по ускоряющему напряжению в область значений  $\Phi_s \simeq -1/\omega$ .

Численные оценки, проведенные на основании соотношений (6) и (9), показывают, что параметры, типичные для колебательных систем ГДИ [5], при небольших полях пространственного заряда имеют вклад дробового и теплового шумов пучка в спектр флуктуаций усилителя примерно одинаковый. С увеличением поля пространственного заряда влияние теплового шума пучка заметно уменьшается. Это непосредственно следует из выражения для  $S_F(0)$  при  $p \gg 1$ :

$$S_F(0) = \frac{\sqrt{2\pi} G^2 \omega \exp [-(\Phi_s + p)^2 \omega^2 / 2]}{16 [1 - G \Phi_0 \Psi_1(\Phi_s)]^2} \left( \frac{S_i}{2I_0} + \frac{S_0 \Phi_0^2}{p^2 v_0} \right),$$

$$\text{где } \Psi_1 = -\frac{\sqrt{2\pi}}{32p^2} \omega \exp [-(\Phi_s + p)^2 \omega^2 / 2].$$

Следовательно, спектральная плотность флуктуаций амплитуды и фазы, обусловленная тепловым шумом пучка, убывает как  $p^{-2}$ . Отметим, что условие  $\Phi_s \simeq -p$  определяет ускоряющее напряжение, где реализуются максимальные значения  $S_F$  и  $S_\gamma$ .

Область применимости полученных соотношений определяется, во-первых, условием существования линейного режима усиления  $F_0^2 \ll 1$ , во-вторых, условиями применимости корреляционного приближения [3]  $\langle \tilde{F}^2 \rangle / F_0^2 \ll 1$  и  $\langle \tilde{\gamma}^2 \rangle \ll 1$ , где  $\langle \tilde{F}^2 \rangle$  и  $\langle \tilde{\gamma}^2 \rangle$  — дисперсии флуктуаций амплитуды и фазы. Условие  $F_0^2 \ll 1$  приводит к ограничению сверху уровня мощности входного сигнала

$$P_{\text{вх}} \ll (1 - J)^2 P_0 / G, \quad (10)$$

а применимость корреляционного приближения налагает ограничение на  $P_{\text{вх}}$  снизу, которое при  $p \ll 1$  сводится к требованию

$$P_{\text{вх}} \gg \frac{\omega_r (1 - J) J}{\pi Q \omega \Phi_0} [eU_0 + \Phi_0^2 (4 - \pi) kT_k / 8], \quad (11)$$

где  $J = I_0 / I_{\text{пуск}}$  — отношение рабочего тока пучка к пусковому току автоколебаний.

Для оценки реально допустимых изменений мощности входного сигнала рассмотрим численный пример, задавая параметры усилителя, характерные для колебательных систем ГДК:  $\Phi_0 = 400$ ;  $Q = 10^3$ ;  $I_0 = 100$  мА;  $U_0 = 2,5 \cdot 10^3$  В;  $\omega = 0,25$ ;  $\lambda = 5$  мм;  $T_k = 1100^\circ$ . Тогда соотношения (10), (11) позволяют определить условие применимости результатов теории  $5 \cdot 10^{-11} B_m \ll P_{\text{вх}} \ll 10 B_m$ , которое не является слишком жестким и вполне приемлемо для большинства практически реализуемых случаев.

Список литературы: 1. Корнеев В. К., Мирошниченко В. С. Усилитель миллиметрового диапазона на базе электродинамической системы генератора дифракционного излучения. — Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1983, 26, № 3, с. 93—95. 2. Вавриш Д. М., Третьяков О. А. Неавтономный режим колеба-



ний в резонансных генераторах с распределенным взаимодействием.— Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 8, с. 1580—1588. 3. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы.— М.: Наука, 1980.— 360 с. 4. Ваерис Д. М., Третьяков О. А. Теория резонансных усилителей с длительным взаимодействием. 1.— Изв. вузов. Радиофизика, 1984, 29, № 2, с. 238—249. 5. Шестопалов В. П. Дифракционная электроника — Х.: Высш. шк. 1976.— 231 с.

Поступила в редколлегию 20.12.84.

## SUMMARY

Theoretical calculation of noise characteristics for a resonant extended interaction amplifier with diffraction radiation oscillator resonator is discussed. The fluctuation spectrum for the amplitude and phase with the space charge field effects is obtained. The specifications of the shot and thermal — velocity noise influence at the spectrum of the resonant amplifier are found.

УДК 621.396.677.

И. Ю. СЕРГИЕНКО, И. М. ЕФАНОВ, В. Н. ШЕВЧЕНКО

### МОДУЛЯЦИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ПОМОЩЬЮ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК

Для обеспечения помехозащищенности РЛС, эффективной локации целей с произвольной ориентацией в пространстве, методов неразрушающего контроля материалов и изделий необходимы электромагнитные волны, модулированные по поляризационным параметрам. Для поляризационной модуляции электромагнитных волн (особенно в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах) могут быть использованы периодические структуры, составленные из металлических элементов (дифракционные решетки) [1], которые широко применяются в качестве поляризаторов [2, 3].

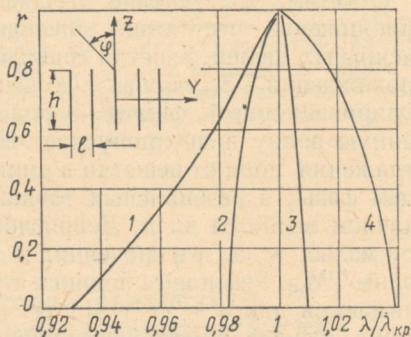
Модель поляризационного модулятора представляет собой бесконечную периодическую структуру из тонких идеально проводящих металлических лент шириной  $h$ , расположенных параллельно друг другу. Сечение рассматриваемой структуры плоскостью  $YOZ$ , перпендикулярной к лентам решетки, показано на рисунке. Решетка симметрична относительно плоскости  $Z = 0$ , бесконечна вдоль оси  $X$  и периодична вдоль оси  $Y$  с периодом  $l$  ( $-\infty < Y < \infty$ ). На решетку со стороны  $Z = \infty$  падает плоская линейно поляризованная волна, частота которой изменяется в заданных пределах. Волновой вектор падающей волны лежит в плоскости  $YOZ$  и образует угол  $\varphi$  с осью  $OZ$  (нормальному падению соответствует  $\varphi = 0$ ).

Для определенности будем считать, что электрический вектор падающего поля составляет угол  $45^\circ$  с образующими решетки, это обеспечит равенство амплитуд ортогональных компонент на входе решетки. Рассматриваемая модель достаточно близка к реальной конструкции поляризационного модулятора, так как электромагнит-

ное поле, возбуждающее решетку, обычно с высокой точностью носит характер плоской волны, а размеры решетки гораздо больше длины волны [3].

Дифракция падающей на решетку волны описывается двумя скалярными задачами, случаями  $E$ - и  $H$ -поляризаций [1]. Полное поле определяется через единственную, отличную от нуля составляющую электрического поля, вектор которой при  $E$ -поляризации параллелен пластинам решетки, а при  $H$ -поляризации — перпендикулярен. Для определения амплитуд рассеянных полей и их поляризационных характеристик воспользуемся результатами работы [3], где получено решение исходной электродинамической задачи, позволяющее вести аналитический и численный анализ с любой степенью точности. Ограничимся рассмотрением тех случаев,

при которых в щелях решетки являясь распространяющимися нулевыми и первая волноводные волны в случае  $H$ -поляризации и первая волноводная волна — в случае  $E$ -поляризации, а волны с более высокими индексами оказывают ничтожно малое влияние на взаимодействие полей над и под решеткой. Кроме того, будем полагать, что длина волны  $\lambda$  и угол падения  $\varphi$  таковы, что над и под решеткой нет высших распространяющихся пространственных гармоник, т. е. диапазон изменения длины волны  $\lambda$  при фиксированных размерах решетки ограничен пределами  $0,5 < l/\lambda < (1 \pm \sin \varphi)^{-1}$ .



Модуляция поляризационных параметров волны осуществляется за счет использования режимов полного резонансного отражения  $H$ -поляризованных компонент поля. Эти режимы появляются в результате интерференционного взаимодействия полей за решеткой, порожденных разными волнами внутри щелей в тех случаях, когда в щелях решетки существуют две распространяющиеся волны (ТЕМ, не имеющая частоты отсечки, и первая волноводная волна ТМ<sub>10</sub>), а размеры и условия возбуждения решетки удовлетворяют уравнению

$$\delta = \frac{\kappa}{2\omega_1\pi} (n\pi - \alpha_1(\omega_1)), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\text{где } \alpha_1(\omega_1) = -4\omega_1 \ln 2 - 2 \operatorname{arctg} \frac{\omega_1}{|\omega_1|} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \operatorname{arccotg} \frac{\omega_1}{|\omega_m|} + \right. \\ \left. + \operatorname{arccotg} \frac{(\kappa \sin \varphi)^2 + (1/2)^2}{2\omega_1 |\Gamma|} \right], \quad \kappa = l/\lambda, \quad \delta = h/\lambda, \quad \omega_m = \sqrt{\kappa^2 - (m/2)^2}, \\ \Gamma = \kappa \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}.$$



При нормальном падении внутри щелей возбуждается только волна ТЕМ (несимметричная относительно нормали  $TM_{10}$  волна не возбуждается вследствие симметрии возбуждения) и падающее поле полностью проходит через решетку. При  $\varphi \neq 0$  в щелях решетки появляется  $TM_{10}$  волна, которая переотражается от раскрывов щелей и суммарно создает в дальней зоне слабое поле. В момент резонанса, когда все составляющие частичных переотражений  $TM_{10}$  волн складываются в фазе, это поле резко возрастает и может полностью компенсировать поле ТЕМ волны. Это происходит тогда, когда с учетом фазовых поправок на коэффициенты отражения от раскрывов вдоль лент решетки шириной  $h$  укладывается целое число полувольт  $TM_{10}$  волны.

Отметим, что условие отражения  $H$ -поляризованной волны в приближении отсутствия преобразования волн  $ТЕМ \rightleftharpoons TM_{10}$  на раскрывах щелей решетки совпадает по форме с условием полного прохождения  $TE_{10}$  волны, т. е. решетка в этом случае работает как поляризационный фильтр — полностью пропускает  $E$ -поляризованную волну и не пропускает  $H$ -поляризованную. Факт полного отражения поля от решетки в минимуме подтверждается исследованием фазы; в резонансных точках фаза  $H$ -поляризованной волны скачком меняется на  $\pi$ . Добротность резонансов наиболее высокая при малых углах  $\varphi$  и значениях  $\kappa \approx 0,5$ , близких к частоте отсечки волны  $TM_{10}$ . Резонансы полного отражения  $H$ -поляризованных волн срываются при  $\kappa = (1 + \sin \varphi)^{-1}$ , соответствующих возникновению минус первой пространственной гармоники.

Эти резонансные явления обуславливают поведение поляризационных характеристик решеток, а также поведение коэффициента эллиптичности по полю  $r$  при изменении длины волны (рисунок). Существуют области параметров  $\kappa$ ,  $\delta$ , для которых на соответствующих значениях  $\lambda = \lambda_{кр}$  выполняются условия получения круговой поляризации [2,3]. Так, в случае  $\varphi = 10^\circ$  эти условия выполняются для  $\delta_{кр}$ , приведенных на рисунке при длине волны  $\lambda/\lambda_{кр} = 1$  ( $\kappa_{кр} = l/\lambda_{кр}$  соответственно равны:  $\delta_{кр} = 1,08$  (кривые 1,3),  $\kappa_{кр} = 0,543$ ;  $\delta_{кр} = 0,67$  (кривая 2),  $\kappa_{кр} = 0,653$ ;  $\delta_{кр} = 0,95$  (кривая 4),  $\kappa_{кр} = 0,778$ ). Если изменить длину волны от  $\lambda_{кр}$  до точки возникновения резонанса по  $H$ -поляризации, кругополяризованная волна трансформируется в волну с линейной поляризацией, так как рельеф функции  $r$  на координатной поверхности  $\kappa$ ,  $\delta$  представляет собой чередующиеся «хребты» с  $r \rightarrow r_{\max}$  в вершинах и с  $r = 0$  во «впадинах» [3].

Для решетки с  $\delta = 1,08$  модуляция коэффициента эллиптичности в пределах  $0 \leq r \leq 1$  происходит при уменьшении частотного параметра  $\kappa$  от  $\kappa_{кр} = 0,543$  на  $\approx 7\%$  или увеличении на  $\approx 1\%$ .

Как видно из рисунка, добротность зависимостей коэффициента эллиптичности от  $\lambda$  ( $\varphi = 10^\circ$ ) изменяется в широких пределах при различных значениях  $\kappa$ ,  $\delta$ , а с увеличением угла падения добротность  $r(\lambda)$  ухудшается. Направление вращения векторов поля при



модуляции эллиптичности от круговой до линейной не изменяется, а угол ориентации поляризационного эллипса в этом случае совпадает с плоскостью поляризации линейно поляризованной волны на выходе решетчатой, параллельной плоскостям ее пластин.

**Список литературы:** Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках — Х: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1973—28 с. 2. Кириленко А. А., Масалов С. А., Рудь Л. А. Поляризационные свойства решеток волноводного типа — Х., 1977—55 с. (Препринт ИРЭ АН УССР: № 88) 3. Анализ и оптимизация поляризационных решеток волноводного типа / А. А. Кириленко, С. А. Масалов, Л. А. Рудь, Ю. И. Сергиенко, В. П. Шестопалов. — М.: Высш. шк., 1980, вып. 4, с. 29—86,

Поступила в редколлегию 15.12.84.

## SUMMARY

In this work we investigated the possibility of modulation of polarised parameters of electromagnetic waves with the aid of diffraction grating. Modulation of polarised parameters is carried out the expense of using the regime of resonance reflection H-polarised components of the field under asymmetric excitation of gratings. We have obtained dependence of the coefficient of ellipticity when changing frequency of the wave exciting the grating.

УДК 621.385.6

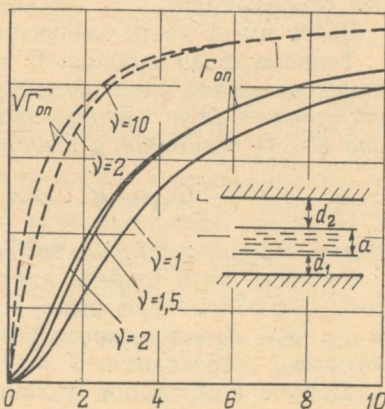
Ю. А. РОМАНЦОВ

## РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЕПРЕССИИ ЛЕНТОЧНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ДВУХРЯДНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Двухрядная периодическая структура — одна из наиболее распространенных конструкций замедляющей системы (ЗС) резонансных генераторов с длительным взаимодействием 0-типа [1]. В нелинейной теории таких приборов [2] при записи поля пространственного заряда пучка наличие металлических поверхностей, а также ограниченность размеров потока электронов учитывается введением коэффициентов депрессии  $\Gamma_{оп}$ .

Нами получены аналитические выражения  $\Gamma_{оп}$  для однородного ленточного электронного пучка толщиной  $a$ , движущегося на произвольных расстояниях  $d_1$  и  $d_2$  от поверхностей двухрядной ЗС (рисунок).

В силу локального действия поля пространственного заряда поверхности периодической структуры можно рассматривать как





идеальнопроводящие однородные экраны. Обоснованность такой замены доказана в работе [3].

Подобная задача расчета коэффициентов редукций плазменной частоты  $R_n \simeq \sqrt{\Gamma_{\text{оп}}}$  для пучка с плоскими экранами проводилась в работе [1], где значения  $R_n$  находятся на основе решения трансцендентного уравнения. Предложенный в работе [4] метод расчета  $\Gamma_{\text{оп}}$  позволяет найти их в аналитическом виде. Согласно [4] коэффициенты  $\Gamma_{\text{оп}}$  определены выражением

$$\Gamma_{\text{оп}} = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \bar{G}(\mu) \exp(in\beta_e\mu) d\mu, \quad (1)$$

где  $\beta_e = \omega/v_0$ ;  $\bar{G}(\mu)$  — функция Грина данной области  $G(y - y', r_{\perp}, r'_{\perp})$ , усредненная по поперечным координатам точек наблюдения  $r_{\perp}$  и источника  $r'_{\perp}$ ;  $\mu = y - y'$ ;

$$\bar{G}(\mu) = -\varepsilon_0 S_{\text{эф}} \iint_{S_e} \psi(r_{\perp}) \psi(r'_{\perp}) \Delta_{\perp} G(\mu, r_{\perp}, r'_{\perp}) dS' dS; \quad (2)$$

$S_{\text{эф}} = \left[ \int_{S_e} |\psi|^2 dS \right]^{-1}$  — эффективная площадь поперечного сечения пучка;  $\psi(r_{\perp})$  — распределение плотности пучка по его поперечному сечению  $S_e$ ;  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ .

Однородный пучок имеет  $\psi = 1$ , поэтому его  $S_{\text{эф}}$  совпадает с  $S_e$ . Функция  $G$  должна удовлетворять уравнению

$$\Delta G = -\frac{1}{\varepsilon_0} \delta(y - y') \delta(r_{\perp} - r'_{\perp})$$

и условию на границе  $G|_{S_{\text{обл}}} = 0$ . При построении  $G$  для двухмерных моделей области взаимодействия эффективен метод конформных отображений.

Здесь имеет место следующая [5]

**Теорема.** Если функция  $W = f(\xi, \xi')$  осуществляет конформное отображение заданной области  $D$  плоскости комплексной переменной  $\xi = y + ix$  на внутренность единичного круга  $W < 1$  так, что  $\xi' \in D$  переходит в центр  $W = 0$  этого круга, то

$$G(y - y', x, x') = \frac{1}{2\pi} \ln [1/|f(\xi, \xi')|] \quad (3)$$

является функцией Грина задачи Дирихле в области  $D$ .

Согласно этой теореме для отыскания функции Грина необходимо построить конформное отображение полосы шириной  $b = a + d_1 + d_2$  в плоскости  $\xi$  на внутренность круга  $|W| < 1$ , при котором  $\xi'$  переходит в  $W = 0$ .

Данное конформное отображение осуществляет функция

$$f(\xi, \xi') = \frac{\exp(\pi\xi/b) - \exp(\pi\xi'/b)}{\exp(\pi\xi/b) - \exp(\pi\xi'/b)^*}.$$

В результате преобразований находим искомое выражение

$$G(\mu, x, x') = \frac{1}{4\pi} \ln \left| \frac{\operatorname{ch}(\pi\mu/b) - \cos[\pi(x+x')/b]}{\operatorname{ch}(\pi\mu/b) - \cos[\pi(x-x')/b]} \right|. \quad (4)$$

Выполняя последовательно операции, определенные соотношениями (2) и (1), получаем

$$\Gamma_{\text{оп}} = 1 - \frac{\operatorname{ch}(\tilde{v}a_n) + \operatorname{ch}(\tilde{a}_n) \operatorname{ch}(\tilde{d}_1 - \tilde{d}_2) - 2 \operatorname{ch}(\tilde{d}_1) \operatorname{ch}(\tilde{d}_2)}{\tilde{a}_n \operatorname{sh}(\tilde{v}a_n)}, \quad (5)$$

где  $v = 1 + \frac{d_1 + d_2}{a}$ ;  $\tilde{a}_n = n\beta_e a$ ;  $\tilde{d}_i = n\beta_e d_i$ .

Формула (5) позволяет легко определить коэффициенты депрессии и производных от них величин для любого взаимного расположения пучка и поверхностей ЗС. Например, в случае симметричных экранов вычисление коэффициентов редукции плазменной частоты  $\sqrt{\Gamma_{\text{оп}}}$  по формуле (5) дало результаты, совпадающие с приведенными в работе [1] (на рисунке — пунктирные линии).

Для реальных конструкций генераторов и усилителей представляет интерес случай, когда пучок расположен в непосредственной близости от одного из экранов  $d_1 \equiv 0$ . Из приведенного анализа (сплошные линии на рисунке) следует, что продольное поле пространственного заряда имеет наименьшую величину, если верхний экран размещен на расстоянии  $d_2 \ll a$  ( $v = 1$ ). При этом выражение для коэффициентов депрессии имеет простой вид:

$$\Gamma_{\text{оп}} = 1 - \operatorname{th}[0.5\tilde{a}_n]/[0.5\tilde{a}_n]. \quad (6)$$

Расчеты показали, что при выполнении условия  $d_2 \geq a$  ( $v \geq 2$ ) верхний экран практически не влияет на значения  $\Gamma_{\text{оп}}$ . В пределе  $d_2 \rightarrow \infty$  для коэффициентов депрессии получаем выражение  $\Gamma_{\text{оп}} = 1 - [1.5 + 0.5 \exp(-2\tilde{a}_n) - 2 \exp(-\tilde{a}_n)]/\tilde{d}_n$ , которое совпадает с известной формулой в случайной однорядной замедляющей системе [2].

Список литературы: 1. Белявский Б. А., Цейтлин М. Б. Сопоставление результатов расчета высокoeffективных режимов фотрона на основе одномерной и двумерной теорий. — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 6, с. 1171. 2. Вавриш Д. М., Третьяков О. А., Шматько А. А. Влияние поля пространственного заряда на выходные характеристики генераторов с распределенным взаимодействием. — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 6, с. 1171. 3. Роу Дж. Теория нелинейных явлений в приборах СВЧ. — М.: Сов. радио, 1969. — 616 с. 4. Солнцев В. А. Ослаб, действующих на электронный пучок в лампе с бегущей волной. — Журн. техн. физики, 1968, 38, № 1, с. 109. 5. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. — М.: Наука, 1979. — 320 с.

Поступила в редколлегию 30.12.84.

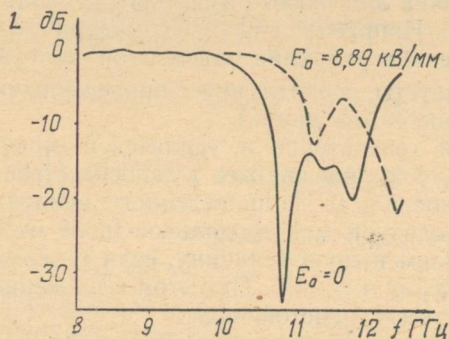
#### SUMMARY

The analytic expression for the depression coefficients of the electron beam exciting doublerow periodical structure was obtained with the help of conformal mapping technique.



## ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРАВЛЯЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА С СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛЕНКОЙ

Интенсивные исследования сегнетоэлектрических материалов в СВЧ диапазоне обусловлены такими их преимуществами: малой управляемой мощностью, быстродействием, технологичностью нанесения компланарных электродов, возможностью использования высокой крутизны амплитудно-частотных характеристик (АЧХ)<sup>1</sup>.



Имея в виду реализацию эффективного аттенюатора и фазовращателя в сантиметровом диапазоне длин волн, в работе исследован пленочный сегнетодиэлектрик  $(\text{Ba}_x\text{Sr}_{1-x})\text{TiO}_3$ , полученный методом ВЧ-плазменного распыления порошковой мишени. Пленки осаждались на поликоровые подложки толщиной 0,5 мм. Толщина пленки 1,0 мкм. Электроды  $(\text{Cu} + \text{Cr})$  наносились методами вакуумного

напыления с последующим гальваническим наращиванием толщины. В качестве защитного покрытия использовался гальванически наращенный слой олово-висмут. Определенная конфигурация электродов достигалась методами прецизионной фотолитографии.

Контроль диэлектрических свойств образца проводился на частоте 1 кГц по изменению межэлектродной емкости прибором типа Е12-1А. При увеличении управляющей напряженности поля  $E_0$  от 0 до 11,1 кВ/мм емкость изменялась на 23 % (при  $t = 23,5^\circ\text{C}$ ). Токи утечки при максимальной напряженности не превысят  $10^{-8}\text{ А}$ .

Измерение фазы и ослабления СВЧ сигнала проводилось панорамным измерителем КСВн типа Р2-61. Подложка с пленкой и электродами размещалась внутри волновода сечением  $(23 \times 10)$  мм параллельно его узкой стенке. Между одним из электродов и корпусом волновода обеспечивался надежный электрический контакт, а на второй электрод через отверстие в узкой стенке подавалось управляющее напряжение. Частотная зависимость затухания  $L$  при  $E_0 = 0$  показана на рисунке. Ее характер отражает резонансное запираание волны в слабодобротной резонансной системе, какой представляется исследуемый образец. При подаче управляющего

<sup>1</sup> Сегнетоэлектрики в технике СВЧ / Под ред. О. Г. Вендика. — М.: Сов. радио, 1979. — 272 с.

напряжения полоса запираания смещается в сторону более высоких частот, поэтому область скатов частотной характеристики можно использовать для управления уровнем прошедшей мощности. Например, на частоте 10,93 ГГц при нулевом управляющем напряжении ( $E_0 = 0$ ) затухание равно 34 дБ, а  $E_0 = 8,89$  кВ/мм — 3,5 дБ.

Фазовые измерения проводились на дискретных частотах в области минимального затухания на установке с разделением каналов и компенсацией фазового сдвига с помощью калиброванного фазовращателя. В полосе частот 9,1—10,4 ГГц при  $E_0 = 8,89$  кВ/мм фазовый сдвиг составил 15—32° в зависимости от частоты.

Для оперативного контроля фазового сдвига использовался модифицированный метод, в котором измерительная ячейка с подключенным поршнем подсоединялась к шлейфовому плечу Т-образного соединения волноводов. Свободные плечи Т-образного соединения присоединялись к генератору и детектору, сигнал с которого подавался на индикатор. Перемещением поршня добивались минимального уровня сигнала на выходе детектора. При подаче управляющего напряжения разбаланс схемы компенсировался смещением поршня на  $\Delta x$ , связанной с фазовым сдвигом  $\Delta\varphi = 2\pi\Delta x/\lambda_g$ , где  $\lambda_g$  — длина волны в волноводе.

Из анализа данных следует возможность улучшения управляемости системы за счет повышения добротности АЧХ, снижения потерь и увеличения плотности размещения электродов.

*Поступила в редколлегию 20.02.85.*

## SUMMARY

Interaction of electromagnetic waves with thin ferroelectric film on the substrate in the rectangular waveguide is investigated. This system can be used as attenuator and phase shifter.

УДК 621.372.413

Н. А. ЧУМАЧЕНКО

## РАССЕЯНИЕ $H_{10}$ -ВОЛНЫ НА ТРЕХ ДИАФРАГМАХ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Пусть на препятствие в прямоугольном волноводе, состоящее из трех диафрагм конечной толщины, слева набегают  $H_{10}$ -волны. Зависимость от времени электромагнитного поля принимается равной  $\exp(-i\omega t)$  и в дальнейшем для краткости записи опускается, а материал, из которого сделан волновод с диафрагмами, не имеет потерь.

Компоненту магнитного поля, ориентированную вдоль оси в рассматриваемом волноводе, запишем так:

$$H_x = \psi(y, z) 2i \sin \frac{\pi x}{a}. \quad (1)$$



Остальные компоненты находим из уравнений Максвелла. Для каждой из 7 областей запишем функцию  $\psi(y, z)$ :

$$\psi_1(y, z) = e^{i\gamma z} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{n1} e^{-i\gamma_n z + i h_n y}, \quad (2)$$

$$\psi_2(y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} [a_{m1} \operatorname{sh} q_m z + b_{m1} \operatorname{ch} q_m (z - a_1)] \varphi_m, \quad (3)$$

$$\psi_3(y, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{n2} e^{i\gamma_n (z-a_1)} + B_{n2} e^{-i\gamma_n (z-a_2)}] e^{i h_n y}, \quad (4)$$

$$\psi_4(y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} [a_{m2} \operatorname{sh} q_m (z - a_2) + b_{m2} \operatorname{ch} q_m (z - a_3)] \varphi_m, \quad (5)$$

$$\psi_5(y, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{n3} e^{i\gamma_n (z-a_3)} + B_{n3} e^{-i\gamma_n (z-a_4)}] e^{i h_n y}, \quad (6)$$

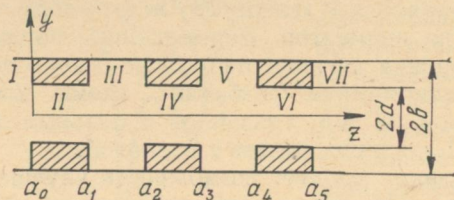


Рис. 1

$$\psi_6(y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} [a_{m3} \operatorname{sh} q_m (z - a_4) + b_{m3} \operatorname{ch} q_m (z - a_5)] \varphi_m, \quad (7)$$

$$\psi_7(y, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{n4} e^{i\gamma_n (z-a_5)} e^{i h_n y}, \quad (8)$$

$$h_n = \pi n / b, \quad \gamma_n = [k^2 - (\pi/a)^2 - (\pi n/b)^2]^{1/2};$$

$$q_m = i [k^2 - (\pi/a)^2 - (\pi m/2d)^2]^{1/2}, \quad \varphi_m = \cos \frac{\pi m}{2d} (y + d).$$

Используя граничные условия для соответствующих компонент поля при  $z = a_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4, 5$  (рис. 1), получаем систему функциональных уравнений [1, 2], из которой следует бесконечная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\gamma_n B_{n1} - \gamma_n \delta_n^0 = i \sum_{m=0}^{\infty} q_m [a_{m1} - b_{m1} \operatorname{sh} q_m a_1] L_{mn}, \quad (9)$$

$$\gamma_n [A_{n2} - B_{n2} e^{-i\gamma_n (a_1 - a_2)}] = -i \sum_{m=0}^{\infty} q_m a_{m1} \operatorname{ch} q_m a_1 L_{mn}, \quad (10)$$

$$\gamma_n [A_{n2} e^{i\gamma_n (a_2 - a_1)} - B_{n2}] = -i \sum_{m=0}^{\infty} q_m [a_{m2} + b_{m2} \operatorname{sh} q_m (a_2 - a_3)] L_{mn}, \quad (11)$$

$$\gamma_n [A_{n3} - B_{n3} e^{-i\gamma_n (a_3 - a_4)}] = -i \sum_{m=0}^{\infty} q_m a_{m2} \operatorname{ch} q_m (a_3 - a_2) L_{mn}, \quad (12)$$

$$\gamma_n [A_{n3} e^{i\gamma_n(a_4 - a_3)} - B_{n3}] =$$

$$= -i \sum_{m=0}^{\infty} q_m [a_{m3} + b_{m3} \operatorname{sh} q_m (a_4 - a_5)] L_{mn}, \quad (13)$$

$$\gamma_n A_{n4} = -i \sum_{m=0}^{\infty} q_m a_{m3} \operatorname{ch} q_m (a_5 - a_4) L_{mn}, \quad (14)$$

$$b_{m1} \operatorname{ch} q_m a_1 = K_{m0} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} B_{s1} K_{ms}, \quad (15)$$

$$a_{m1} \operatorname{sh} q_m a_1 + b_{m1} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} [A_{s2} + B_{s2} e^{-i\gamma_s(a_1 - a_2)}] K_{ms}, \quad (16)$$

$$b_{m2} \operatorname{ch} q_m (a_2 - a_3) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} [A_{s2} e^{i\gamma_s(a_2 - a_1)} + B_{s2}] K_{ms}, \quad (17)$$

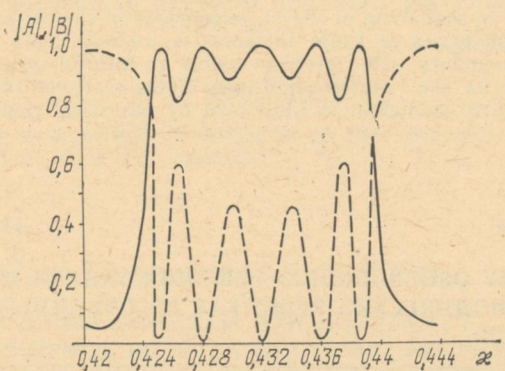


Рис. 2

$$a_{m2} \operatorname{sh} q_m (a_3 - a_2) + b_{m2} =$$

$$= \sum_{s=-\infty}^{\infty} [A_{s3} + B_{s3} e^{-i\gamma_s(a_3 - a_4)}] K_{ms}, \quad (18)$$

$$b_{m3} \operatorname{ch} q_m (a_4 - a_5) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} [A_{s3} e^{i\gamma_s(a_4 - a_3)} + B_{s3}] K_{ms}, \quad (19)$$

$$a_{m3} \operatorname{sh} q_m (a_5 - a_4) + b_{m3} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} A_{s4} K_{ms}, \quad (20)$$

$m = 0, 1, 2, 3, \dots, n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , где приняты обозначения:

$$L_{mn} = \frac{1}{2b} \int_{-d}^d e^{-i\frac{\pi n}{b} y} \cos \frac{\pi m}{2d} (y + d) dy,$$

$$K_{mn} = \frac{\epsilon_m}{2d} \int_{-d}^d e^{i\frac{\pi n}{b} y} \cos \frac{\pi m}{2d} (y + d) dy,$$

$\delta_n^0$  — символ Кронекера;  $\epsilon_m$  — число Неймана.



Учитывая, что распространяющимися являются только основные гармоники рассеянного поля, для случая  $(d/l)^2 \ll 1$  на рис. 2 приведены зависимости коэффициентов прохождения и отражения от частоты падающего поля, которые были получены в результате численного решения СЛАУ на вычислительной машине.

**Список литературы:** 1. Сологуб В. Г., Шестопалов В. П., Половников Г. Г. Дифракция электромагнитных волн на металлических решетках с узкими щелями. — Журн. техн. физики, 1967, 37, № 4, с. 666—679. 2. Чумаченко Н. А. Распространение электромагнитных волн в многогребневом волноводе. — Вестн. Харьк. ун-та, 1976, № 138. Радиофизика и электроника, вып. 5, с. 28—32.

Поступила в редколлегию 12.12.84.

## SUMMARY

The problem of scattering of the  $H_{10}$ -eigenmode of the rectangular waveguide on three diaphragms of finite thickness is treated. Exact solution of the electrodynamic boundary value problem yields an infinite system of linear algebraic equations for the Fourier amplitudes of the scattered field. The case of low values of filling coefficient is illustrated by numerical results.

УДК 621.396.67

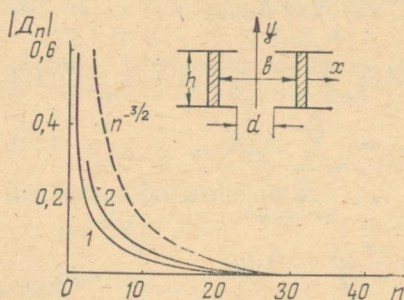
С. А. ОБЛЫВАЧ

## К ЧИСЛЕННОМУ ОБОСНОВАНИЮ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕТКАХ ИЗ ОБЪЕМНЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ

Решение задач дифракции волн на периодических решетках со сложной формой элементов, как правило, представляется бесконечными системами линейных алгебраических уравнений первого рода. Поскольку последние не охвачены хорошо разработанными теориями, то возникают определенные трудности при их численной реализации, связанные с выбором порядка усечения в подсистемах. В этих условиях для обоснования решения приходится использовать внутренние критерии численного исследования: выполнение закона сохранения, граничных условий, поведение поля на ребре.

Приведем результаты исследования поля, рассеянного периодической решеткой из элементов двутаврового профиля в поперечном сечении с узкой щелью.

На рисунке изображены зависимости модуля амплитуд простран-



ственных гармоник от порядка усечения системы. Расчеты выполнены для структуры с параметрами:  $\frac{b}{l} = 0,5$ ,  $\frac{h}{l} = 1$ ,  $\frac{d}{l} = 0,1$ .

Кривые 1, 2 относятся к частотам  $\kappa = 0,33$  и  $\kappa = 0,7$ . График функции  $f(n) = |D_n|$  с увеличением номера гармоники  $n$  стремится к нулю как  $O(n^{-3/2})$  (кривая — пунктир), что свидетельствует о выполнении условия на ребре<sup>1</sup>.

Кроме того, исследована зависимость внутреннего поля от расстояния до ребра для разных порядков усечения ( $n = 5, 11, 21, 41$ ) систем с комплексными матричными элементами. В этом случае с уменьшением расстояния  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  поле убывает как  $\rho^{-\frac{1}{2}}$ , что также доказывает правильность решения задачи дифракции.

Таким образом, проведенные исследования подтверждают достоверность численных расчетов амплитуд рассеянного поля.

Поступила в редколлегию 30.12.81.

### SUMMARY

The results of numerical investigation of field behaviour near I-element periodic structure edges are presented.

УДК 621.371.334

Н. Н. ГОРОБЕЦ, д-р физ.-мат. наук, Н. П. ЕЛИСЕЕВА

### ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ НАКЛОННОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ

На идеально проводящую наклонную полуплоскость  $Y = 0$ ,  $X > 0$  (рис. 1) падает плоская монохроматическая электромагнитная волна с произвольной поляризацией  $\vec{E}_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t} = (\vec{E}_{z0} \vec{z}^0 + \vec{E}_{\varphi 0} \vec{y}^0) e^{-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)} e^{-i\omega t}$ . Вектор направления распространения  $\vec{k}$  перпендикулярен к краю полуплоскости:  $\varphi_0$  — угол между  $\vec{k}$  и осью  $X$ ;  $r, \varphi$  — полярные координаты точки наблюдения  $A_2$ , зафиксированной на линии визирования  $A_1 A_2$ . По нормали к  $A_1 A_2$ , под углом  $\gamma$  ( $-\frac{\pi}{2} < \gamma < \frac{\pi}{2}$ ) к ней в пределах от  $-h$  до  $h$  перемещается идеально проводящая полуплоскость. Исследуем влияние идеально проводящего экрана на поляризационные характеристики волны на конечном расстоянии за экраном в зависимости от  $h$

<sup>1</sup> Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов.—М.: Мир, 1974.— 323 с.



при различных значениях угла  $\gamma$ . Аналогичная задача при ограничении углов  $\gamma$  от 0 до  $\frac{\pi}{2}$  для области тени рассмотрена в [1].

В основе анализа лежит строгое решение двумерной задачи дифракции плоской волны на полуплоскости [2]. Для случая  $E$ -поляризации падающей волны ( $\vec{E}_0 = \vec{z}^0 \dot{E}_{z0}$ ) электрическое поле описывается в любой точке пространства выражением

$$\dot{E}_z = \dot{E}_{z0} [\dot{E}_{\text{го}} F(\xi) + \dot{E}_{\text{го}}^* F(\xi^*)], \quad (1)$$

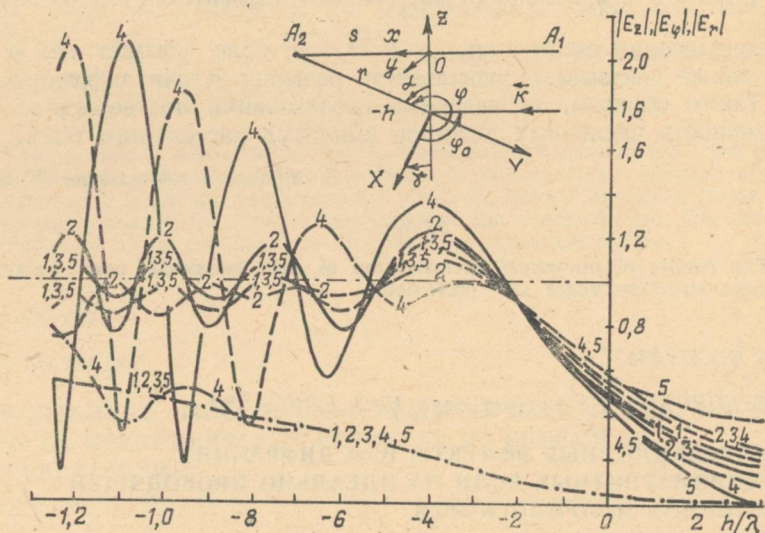


Рис. 1

для  $H$ -поляризации ( $\vec{E}_0 = \vec{y}^0 \dot{E}_{\varphi_0}$ )

$$\begin{aligned} \dot{E}_\varphi &= \dot{E}_{\varphi_0} [\dot{E}_{\text{го}} F(\xi) + \dot{E}_{\text{го}}^* F(\xi^*) - \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{i(kr + \frac{\pi}{4})} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi_0}{2}], \\ \dot{E}_r &= \dot{E}_{\varphi_0} [\dot{E}_{\text{го}} F(\xi) + \dot{E}_{\text{го}}^* F(\xi^*) - \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{i(kr + \frac{\pi}{4})} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi_0}{2}], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $F(\xi) = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} e^{it^2} dt$  — комплексный интеграл Френеля,  $\xi = \sqrt{2kr} \cos[(\varphi - \varphi_0)/2]$ ,  $\xi^* = \sqrt{2kr} \cos[(\varphi + \varphi_0)/2]$ .

Рассмотрим особенности выписанных решений. Для  $E$ -поляризации полное поле является суммой двух слагаемых, каждое из которых имеет вид геометрикооптического (ГО) поля волны, умноженного на интеграл Френеля. В случае  $H$ -поляризации в компонентах электрического поля, нормальных к краю, в соответствии с условием

Мейкснера появляется слагаемое, обеспечивающее разрыв поля на ребре. Исходя из представлений геометрической теории дифракции [3], каждое из первых двух слагаемых можно представить в общем случае как суперпозицию геометрооптического и дифрагированного полей падающей ( $\dot{E}_{го} + \dot{E}_д$ ) и отраженной волн ( $\dot{E}_{го}^* + \dot{E}_д^*$ ) соответственно.

Для расчета дифрагированных полей используем их строгое представление согласно [4] в виде

$$\dot{E}_д = \pm \frac{[\Phi(|\xi|/\sqrt{i}) - 1]}{2} \dot{E}_{го}, \quad \dot{E}_д^* = \pm \frac{[\Phi(|\xi^*|/\sqrt{i}) - 1]}{2} \dot{E}_{го}^*, \quad (3)$$

где верхний знак берется в области света, нижний — в области тени ГО поля;  $\Phi(\xi/\sqrt{i}) = \frac{-i\pi}{2e} \int_0^{\xi} e^{it^2} dt$  — комплексный интеграл вероятности.

ГО поля имеют вид для  $E$ -поляризации

$$\dot{E}_{zго} = e^{-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)}, \quad \dot{E}_{zго}^* = -e^{-ikr \cos(\varphi + \varphi_0)}; \quad (4)$$

для  $H$ -поляризации

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\varphiго} &= -e^{-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)} \cos(\varphi - \varphi_0); \quad \dot{E}_{\varphiго}^* = -e^{-ikr \cos(\varphi + \varphi_0)} \times \\ &\quad \times \cos(\varphi + \varphi_0); \\ \dot{E}_{rго} &= -e^{-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)} \sin(\varphi - \varphi_0); \\ \dot{E}_{rго}^* &= -e^{ikr \cos(\varphi + \varphi_0)} \sin(\varphi + \varphi_0). \end{aligned} \quad (5)$$

При перемещении экрана угол наблюдения  $\varphi$  изменяется, и в область рассмотрения попадают область света падающей волны ( $h < 0$ ), область ее тени ( $h > 0$ ) и полутеневая область при границе свет — тень падающей волны, которой является линия визирования  $A_1A_2(h = 0)$ . Картина ГО поля отраженной волны при фиксированном значении  $s$  зависит от угла ориентации экрана  $\gamma$  (или от угла падения прямой волны  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} + \gamma$ ) и изменяется при перемещении последнего вдоль нормали к линии визирования. Согласно геометрии задачи при  $\gamma > 0$  и  $\gamma \in [0 - -45^\circ]$  точка наблюдения находится в области тени ГО поля отраженной волны при любом  $h$ . Если  $\gamma \in [-45 - -90^\circ]$ , полное ГО поле включает и поле отраженной волны.

Для учета ГО поля отраженной волны удобно ввести угол  $\alpha = \arctg(s/|h|)$ , определяющий прямую, проходящую через край полуплоскости и точку наблюдения в плоскости  $XY$  (рис. 1). При  $\alpha = \alpha_{гп} = 2|\gamma| - \frac{\pi}{2}$  ( $\alpha_{гп}$  — угол между отраженным лучом и нормалью к линии визирования) эта прямая является границей свет — тень отраженного поля, т. е. определяет крайний видимый отраженный луч.



Таким образом, в случае фиксированных  $s$  и  $\gamma$  существует граничное значение  $h_{\text{гp}}$ , до которого распространяется область света отраженной волны. Очевидно, что  $h_{\text{гp}} = s/\text{tg } \alpha_{\text{гp}}$ . При  $\alpha < \alpha_{\text{гp}}$  точка наблюдения находится в области света отраженной волны, при  $\alpha > \alpha_{\text{гp}}$  — в области ее тени. Из определений  $h_{\text{гp}}$  и  $\alpha_{\text{гp}}$  видно, что сектор углов, приходящихся на область света отраженного поля, определяется положением точки наблюдения  $s$  и ориентацией полуплоскости.

При одном и том же  $s$  увеличение  $|\gamma|$  приводит к уменьшению  $|h_{\text{гp}}|$ , а с ростом  $s$  увеличивается и  $|h_{\text{гp}}|$ .

Увеличение наклона полуплоскости приводит к скользящему падению волны на полуплоскость, которое требует отдельного рассмотрения, поэтому ограничимся  $\gamma \in [-80^\circ; 80^\circ]$ . В случае  $\gamma > 0$  полуплоскость размещается влево от нормали (рис. 1) и при перемещении по ней в области тени прямой волны возможен случай попадания точки наблюдения на саму полуплоскость, где  $E_z = 0$ . Отношение ортогональных компонент  $\dot{E}_\varphi/\dot{E}_z$  при этом стремится к  $\infty$ .

Глубина области тени прямой волны определяется  $h_{\text{гp}} = s/\text{tg } \gamma$ . Как видно, граничное значение  $h_{\text{гp}}$  увеличивается с ростом  $s$  и уменьшением  $\gamma$ .

Анализ геометрооптической картины поля задачи приводит к необходимости выделения трех областей: 1 — область света прямой и отраженной волн (определена при  $\alpha < \alpha_{\text{гp}}$  или  $h < h_{\text{гp}} < 0$ ); полное поле в ней записывается как

$$\dot{E} = \dot{E}_{\text{го}} + \dot{E}_{\text{го}}^* + \dot{E}_{\text{д}} + \dot{E}_{\text{д}}^*; \quad (6)$$

2 — область света прямой волны и тени отраженной (определена при  $\alpha > \alpha_{\text{гp}}$  или  $0 > h > h_{\text{гp}}$ ); полное поле в ней

$$\dot{E} = \dot{E}_{\text{го}} + \dot{E}_{\text{д}} + \dot{E}_{\text{д}}^*; \quad (7)$$

3 — область тени прямой и отраженной волн (определена при  $h > 0$ ); — полное поле здесь

$$\dot{E} = \dot{E}_{\text{д}} + \dot{E}_{\text{д}}^*. \quad (8)$$

Угол наблюдения определяется при  $h < 0$  как  $\varphi = \varphi_0 + \frac{\pi}{2} + \alpha$ , а в случае  $h > 0$  — как  $\varphi = \varphi_0 + \frac{3\pi}{2} - \alpha$ , для  $h = 0$   $\varphi = \varphi_0 + \pi$ ;  $r = \sqrt{s^2 + h^2}$ . В каждой из областей для расчета полей обеих поляризаций используются соотношения (1) — (5).

Выражения (1), (2) определяют связь между поляризационным отношением прошедшей волны  $\dot{p} = \dot{E}_\varphi/\dot{E}_z$  и падающей  $\dot{p}_0 = \dot{E}_{\varphi_0}/\dot{E}_{z_0}$  как непрерывную функцию  $\dot{p}/\dot{p}_0(h)$  для различных  $\gamma$  в областях света, полутени, тени падающей волны для любой зоны наблюдения. В области тени —  $\dot{p}/\dot{p}_0$  определяется только дифрагированными полями. Здесь при  $kr \gg 1$  для анализа  $\dot{p}/\dot{p}_0$

как функции угла ориентации полуплоскости  $\gamma$  можно перейти неравномерным асимптотическим представлениям для дифрагированных полей [3], которые позволяют записать отношение двух ортогональных компонент простой формулой:

$$p = p_0 \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2} \right) \operatorname{ctg} \left( \frac{\gamma - \alpha}{2} \right). \quad (9)$$

В этом приближении отношение  $p/p_0$  — действительная величина, так как разность фаз компонент сохраняется.

Разрешая (9) относительно  $\gamma$ , получаем

$$\gamma = 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{(1-a)(1-\hat{p}) \mp \sqrt{(1-a)^2(1-\hat{p})^2 - 4(\hat{p}-a)(1-a\hat{p})}}{2(\hat{p}-a)} \right], \quad (10)$$

$$\text{где } \hat{p} = p/p_0, \quad a = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1+(s/h)^2}-1}{s/h}.$$

Таким образом, выбрав поляризацию падающей волны линейной и ориентируя ее плоскость поляризации под углом  $\beta_0 = 45^\circ$  к кромке экрана ( $p_0 = 1$ ), по известному поляризационному отношению прошедшей волны в зоне тени легко определяем угол ориентации полуплоскости. Отметим, что одно значение  $p$  может наблюдаться при двух значениях  $\gamma$ . Чтобы определить правильный угол ориентации полуплоскости, надо взять несколько значений  $p$  при близких значениях  $h$ . Используя (9), можем определить и угол наклона  $\beta_0$  плоскости поляризации падающего поля по отношению к кромке экрана.

Учитывая, что  $\dot{E}_{z0} = \cos \beta_0 e^{i\varphi_2}$ ,  $\dot{E}_{\varphi_0} = \sin \beta_0 e^{i\varphi_1}$  и разность фаз компонент дифрагированного поля в области тени сохраняется, из (9) с учетом  $p_0 = \operatorname{tg} \beta_0 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$  получаем

$$\beta_0 = \operatorname{arctg} \left[ p \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2} \right) \operatorname{tg} \frac{\gamma - \alpha}{2} \right]. \quad (11)$$

На ЭВМ по формулам (6) — (8) с учетом (1) — (5) произведен расчет амплитуд и фаз компонент поля и поляризационных характеристик. Коэффициент эллиптичности  $\sigma$  и угол ориентации поляризационного эллипса  $\beta$  рассчитывались по следующим соотношениям:

$$\sigma = \left[ \frac{1 + |\dot{p}|^2}{2|\dot{p}| \sin \psi} - \sqrt{\left( \frac{1 + |\dot{p}|^2}{2\dot{p} \sin \psi} \right)^2 - 1} \right]^{\pm 1}, \quad (12)$$

$$\beta = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\dot{p} \cos \psi}{|\dot{p}|^2 - 1}, \quad (13)$$

где  $\psi = \operatorname{Arg} \dot{p} = \operatorname{Arg} \dot{E}_\varphi - \operatorname{Arg} \dot{E}_z$ .

Расчеты всех характеристик проведены при  $s/\lambda = 20$  для углов  $\gamma$  от  $-80^\circ$  до  $80^\circ$ . На всех рисунках приведены результаты расчетов для  $\gamma = 0$  — кривые 1;  $-70^\circ$  — кривые 2;  $+70^\circ$  — кривые 3;  $-80^\circ$  — кривые 4 и  $+80^\circ$  — кривые 5.



На рис. 1 представлены результаты расчетов амплитуд ортогональных компонент электромагнитного поля  $|\dot{E}_z|$ ,  $|\dot{E}_\varphi|$ ,  $|\dot{E}_r|$  в зависимости от расстояния  $h/\lambda$  между кромкой экрана и линией визирования  $A_1A_2$  (сплошные кривые для  $E_z$ , пунктирные — для  $E_\varphi$  и штрихпунктирные — для  $E_r$ ). Анализируя зависимости амплитуд компонент поля от угла наклона полуплоскости  $\gamma$  во всей области изменения  $h/\lambda$ , отметим прежде всего очевидную зависимость их от  $\gamma$  в области 1 (для  $\gamma = -80^\circ$ , слева от  $h/\lambda = -7,28$ ), где полное поле представляет собой результат интерференции падающей и отраженной волн с дифрагированной. Амплитуда интерференционного ГО поля изменяется в зависимости от  $h/\lambda$  (или от угла  $\alpha$ ) и  $\gamma$  (или угла падения волны  $\varphi_0$ ) для  $E_z$  — компоненты по закону

$$|\dot{E}_{zго}| = 2 \sin(ks \sin \varphi_0 \cos(\varphi_0 + \alpha) / \sin \alpha). \quad (14)$$

При данной геометрии задачи  $10^\circ < \varphi_0 < 45^\circ$ ,  $\alpha_0 < \alpha < \alpha_{гp}$ , причем  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_{гp} = \frac{\pi}{2} - 2\varphi_0$ . Из (10) видно, что поле  $E_z$  — компоненты в этой области имеет осциллирующий характер, причем период осцилляции и положения их максимумов и минимумов зависит от  $\varphi_0(\gamma)$ . Закон изменения интерференционного поля  $E_\varphi$  и  $E_r$ -компонент имеет более сложный характер в зависимости от  $\varphi_0$  и  $\alpha$ .

В области 2 поле всех компонент является результатом интерференции только падающей волны с дифрагированной. В этой области ГО поле всех компонент не зависит от  $\gamma$  ( $|\dot{E}_{zго}| = 1$ ,  $|\dot{E}_{\varphiго}| = \sin \alpha$ ,  $|\dot{E}_{rго}| = \cos \alpha$ ), а малая амплитуда суммарного дифрагированного поля  $(\dot{E}_д + \dot{E}_д^*)$ , несмотря на зависимость последнего от  $\gamma$  [4], приводит к слабой зависимости компонент полного поля от этого параметра. При больших значениях  $s$  и фиксированных пределах перемещения экрана для меньшего сектора углов  $\gamma$  реализуется область 1, поэтому в дальней зоне в области света амплитуды компонент поля практически не зависят от  $\gamma$ . В области тени эта зависимость существенно проявляется для углов  $\gamma > 0$ . В этом случае, как уже отмечалось выше,  $E_z \rightarrow 0$  при  $h \rightarrow h'_{гp}$  (для  $\gamma = +80^\circ$   $h'_{гp} = 3,526$ ; для  $\gamma = +70^\circ$   $h'_{гp} = 7,28$ ), поле  $E_\varphi$ -компоненты имеет большее значение при большем  $\gamma$ . В области тени и полутени волна является локально плоской (значение  $|\dot{E}_r|$  порядка нескольких сотых от амплитуды падающей волны).

На рис. 2,3 приведены результаты расчетов зависимостей коэффициента эллиптичности  $\sigma$  и угла ориентации поляризованного эллипса  $\beta$  от  $h/\lambda$  соответственно (сплошные кривые — для случая падающей волны с круговой поляризацией, пунктирные — для линейно поляризованной падающей волны, плоскость поляризации которой ориентирована под углом  $\beta_0 = 45^\circ$  к кромке экрана). Из результатов расчетов видно, что при падении электромагнитной волны с круговой поляризацией перпендикулярно к экрану

(сплошная кривая 1 на рис. 2,3) деполяризация волны сравнительно незначительна.

При изменении  $h/\lambda$  в широких пределах коэффициент эллиптичности изменяется от 0,85 до 1, а угол ориентации поляризационного

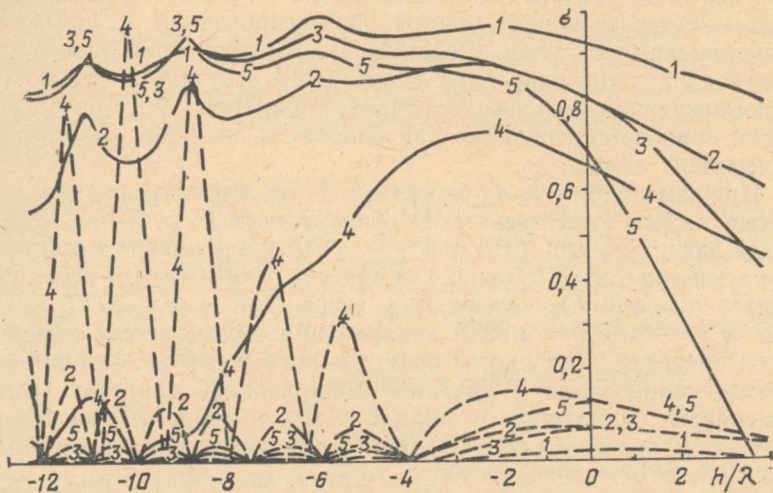


Рис. 2

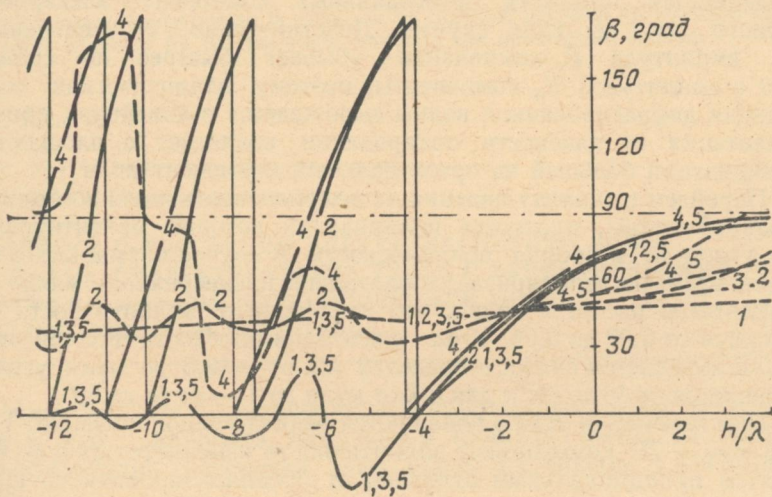


Рис. 3

эллипса  $\beta$  в пределах от  $-30^\circ$  до  $+20^\circ$ . Однако при наклонном положении полуплоскости (угол  $\gamma \neq 0$ ) эффекты деполяризации усиливаются. Для углов  $\gamma$  от 0 до  $-70^\circ$  коэффициент эллиптичности изменяется от 0,6 до 0,9, а угол  $\beta$  для того же интервала значений  $h/\lambda$  — в пределах  $360^\circ$ . При большем угле отклонения полуплоскости эти



эффекты усиливаются. В частности, при  $\gamma = -80^\circ$  коэффициент эллиптичности изменяется от 0,7 до 0 и угол  $\beta$ , как и в предыдущем случае, — в пределах  $360^\circ$ .

Подчеркнем, что преобразование кругополяризованной падающей волны в линейно поляризованную в точке наблюдения объясняется интерференцией прямой, дифрагированной и отраженной электромагнитных волн. Действительно, отраженная волна имеет противоположное направление вращения векторов поля, поэтому при сложении ее с падающей волной с примерно одинаковой амплитудой получается линейная или близкая к линейной поляризация суммарной волны.

При изменении углов  $\gamma$  от нуля до  $+70^\circ$  эффекты деполяризации также весьма существенны. В области тени ( $h > 0$ ) эти эффекты более значительные. Так, для  $\gamma = +70^\circ$  коэффициент эллиптичности  $\sigma$  изменяется от 0,8 до 0,4, а при  $\gamma = +80^\circ$  — от 0,7 до 0, и очевидно, что при  $h'_{\text{гр}}$ , указанных выше (для  $\gamma = +70^\circ h'_{\text{гр}} = 7,28$ ; для  $\gamma = +80^\circ h'_{\text{гр}} = 3,528$ ), поляризация оказывается линейной. Угол ориентации плоскости поляризации  $\beta$  в случае падения электромагнитной волны с круговой поляризацией для всех углов  $\gamma$  изменяется одинаково: от нуля при  $h/\lambda = -4$  до  $70^\circ$  на границе свет—тень падающей волны ( $h/\lambda = 0$ ) и значительно слабее в области тени ( $h/\lambda > 0$ ) — от  $70$  до  $90^\circ$ .

Физически эти эффекты легко объясняются из анализа зависимостей амплитуд ортогональных компонент электромагнитного поля в этом случае. Действительно, с увеличением  $h/\lambda$  амплитуда  $E_z$ -компоненты убывает быстрее по сравнению с амплитудой  $E_\phi$ -компоненты, поэтому эллиптическая поляризация дифрагированной волны вырождается в линейную, причем ориентация ее плоскости поляризации совпадает с плоскостью поляризации большей из ортогональных компонент поля.

Перейдем к анализу падения на полуплоскость линейно поляризованной волны, плоскость поляризации которой ориентирована под углом  $45^\circ$  к кромке полуплоскости. В случае нормального падения эффекты деполяризации оказались пренебрежимо малы. Из результатов расчетов видно, что коэффициент эллиптичности изменяется от 0,02 до 0,04. Угол ориентации плоскости поляризации также изменяется слабо: в пределах  $h/\lambda$  от  $-12,5$  до нуля угол  $\beta$  изменяется от  $40$  до  $45^\circ$  и для  $h/\lambda$  от нуля до  $4$  — от  $45$  до  $50^\circ$ .

При изменении угла  $\gamma$  появляются эффекты деполяризации. Так, при  $\gamma = -70^\circ$  коэффициент эллиптичности изменяется от 0 до 0,2, причем принципиальным отличием от проанализированного выше случая падающей волны с круговой поляризацией является изменение направления вращения векторов поля в соседних лепестках поляризационной характеристики (пунктирные кривые — рис. 2). Угол  $\beta$  изменяется от  $-30$  до  $45^\circ$  в пределах изменения  $h/\lambda$  от  $-12,5$  до нуля и в области тени — от  $45$  до  $60^\circ$ .

Особенно сильны эффекты деполяризации для углов  $\gamma$ , при которых в точку наблюдения попадает отраженная волна. В этом слу-



чае, как видно из кривых 4 на рис. 2, 3, поляризация может изменяться от линейной до круговой, и угол ориентации поляризационного эллипса в зависимости от  $h/\lambda$  изменяется в пределах  $360^\circ$ . При углах  $\gamma > 0$  угол  $\beta$  (кривые 3, 5 на рис. 3) изменяется от  $45$  до  $90^\circ$  при  $h_{гр}$ .

Таким образом, проведенные исследования показали, что при дифракции электромагнитной волны на наклонной полуплоскости наблюдается явление деполяризации падающей волны, особенно существенное, когда в точку наблюдения попадает волна, отраженная от полуплоскости.

Список литературы: 1. Jansson T. Analysis of the Polarisation states of a wave diffracted by an ideally conducting halfplane.— Acta Physica Polonica, 1969, 36, p. 803—817. 2. Борн М., Вольф. Основы оптики.— М., Наука, 1970.— 855 с. 3. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции.— М., Связь, 1978.— 247 с. 4. Асимптотические разложения и характеристики дифракционных полей в задаче дифракции излучения диполя на полуплоскости / Горобец Н. Н., Елисеева Н. П.— ЦНТИ «Информсвязь», 1983, № 202 св — Д83, 15 с.

Поступила в редколлегию 15.12.84.

#### SUMMARY

The change in polarisation of electromagnetic wave diffracted by an ideally conducting inclined halfplane is investigated by means of the geometrical theory of diffraction.

The wave depolarisation is shown to be the most essential for the case when the wave reflected by the halfplane comes to the observation station.

УДК 621.372.853

Н. И. УКРАИНЕЦ, канд. физ.-мат. наук,  
Н. А. ХИЖНЯК, д-р физ.-мат. наук

#### К ВОПРОСУ О РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА МАЛЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ С ЭКВИВАЛЕНТНЫМИ ОБЪЕМАМИ И РАВНЫМ СООТНОШЕНИЕМ ОСЕЙ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Известно, что в длинноволновом приближении такие тела, как шар и куб, эллипсоид вращения и цилиндр имеют идентичные характеристики рассеяния, если равны их объемы и отношения осей.

С этой точки зрения интересно сопоставить характеристики рассеяния электромагнитных волн для малых диэлектрических тел с эквивалентными объемами в некотором частотном диапазоне, включающем и резонансный случай, при их расположении в прямоугольном волноводе. Поскольку резонансы электрического и магнитного типов, возникающие при рассеянии электромагнитных волн на диэлектрических неоднородностях с большими  $\epsilon$  и малыми  $\text{tg } \delta$ ,