

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Бердник Сергій Леонідович

УДК 537.87: 621.396.677

ДИСЕРТАЦІЯ

**«ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ КОМБІНОВАНИМИ
ВІБРАТОРНО-ЩІЛИННИМИ ВИПРОМІНЮЮЧИМИ СТРУКТУРАМИ В
ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄМАХ З ІМПЕДАНСНИМИ ГРАНИЦЯМИ»**

Спеціальність 01.04.03 – «Радіофізика»
(Фізико-математичні науки)

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ С. Л. Бердник

Науковий консультант: Катрич Віктор Олександрович,
доктор фізико-математичних наук, професор

Харків – 2021

АНОТАЦІЯ

Бердник С.Л. Формування електромагнітних полів комбінованими вібраторно-щілинними випромінюючими структурами в електродинамічних об'ємах з імпедансними границями. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика (Фізико-математичні науки). – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, Харків, 2021.

Дисертацію присвячено розвитку теорії комбінованих вібраторно-щілинних випромінюючих структур, побудові фізично коректних математичних моделей та удосконаленню числово-аналітичних методів розв'язання відповідних крайових задач електродинаміки, які дозволяють провести теоретичний аналіз фізичних властивостей полів збудження (випромінювання, розсіяння) та функціональних характеристик комбінованих вібраторно-щілинних структур, що містять імпедансні вібраторні (у загальному випадку з нерегулярними геометричними й електрофізичними параметрами) та щілинні випромінювачі, а також їх багатoelementних систем, розташованих у різних електродинамічних об'ємах з імпедансними границями (включаючи покриття з метаматеріалу) та заповнених матеріальним середовищем.

У роботі запропоновано нові аспекти в розвитку теорії електрично тонких випромінювачів: введено до електродинамічного аналізу електрично тонких випромінювачів нові поняття ефективних наведених імпедансів електричного та магнітного типів, що дозволило сформулювати струмові інтегральні рівняння для випромінювачів електричного та магнітного типів у дуально-симетричній формі. Розв'язано задачу конструктивної реалізації імпедансу магнітного типу.

Уперше розв'язано задачі збудження та випромінювання електромагнітних полів поперечною та поздовжньою щілинами в широкій стінці прямокутного хвилеводу, усередині та зовні якого розташовано вібратори (монополі) зі змінним

уздовж них поверхневим імпедансом, з урахуванням повної взаємодії між усіма елементами вібраторно-щілинних структур. Визначено умови реалізації коефіцієнта випромінювання структури, близького до одиниці, керування частотними характеристиками. Визначено оптимальні параметри випромінювача типу Клевіна з імпедансними вібраторами при випромінюванні у півпростір над нескінченною площиною для формування полів із заданими характеристиками. Вперше отримано рівняння параметричного типу щодо визначення реактивного імпедансу настроювального монополя всередині хвильоводу для структури з поперечною щілиною, при якому забезпечується резонансний режим випромінювання.

Уперше розв'язано задачі збудження електромагнітних полів у хвильовідних зчленуваннях (трійниках) з вібраторно-щілинними структурами в області зв'язку прямокутних хвильоводів та імпедансним покриттям торця бічного плеча. Визначено умови збільшення коефіцієнта передачі за потужністю в бічний хвильовід, поділу потужностей хвиль, що пройшли, у заданому співвідношенні на певній довжині хвилі всього робочого діапазону хвильоводу, умови рівного поділу потужності між хвильовідними модами в бічному хвильоводі (за умови його багатомодового функціонування) в інтервалах частот та між усіма фізичними каналами поділу потужності на окремих частотах при доброму узгодженні. Виявлено, що покриття торця бічного хвильовідного плеча метаматеріалом LR-5I, яке має частотно залежний різнотипний імпеданс забезпечує трьохрезонансний режим передачі потужності з основного хвильоводу в бічний.

Уперше розв'язано задачі збудження електромагнітних полів у хвильовідних зчленуваннях з діелектричними вставками й імпедансними поверхнями, де в якості бічних плечей пристроїв розглянуто Т-орієнтований напівнескінченний хвильовід з імпедансним торцем; напівнескінченний співвісний хвильовід; перпендикулярно схрещений нескінченний прямокутний хвильовід. Визначено, що для заданої довжини хвилі підбором електричних параметрів хвильовідних пристроїв можна забезпечити необхідний рівень передачі потужності з основного хвильоводу в бічний (в інтервалі від 0 до 0,84). Уперше сформульовано загальну резонансну

умову для хвилевідних зчленувань з діелектричною вставкою в області щілини зв'язку та встановлено точність визначення резонансної довжини хвилі з цієї умови.

Уперше розв'язано задачі збудження та випромінювання електромагнітних хвиль вузькою резонансною щілиною, прорізаною в ідеально провідній сфері довільного радіуса, збуджуваною напівнескінченим прямокутним хвилеводом з імпедансним торцем; прямокутним хвилеводом з одно- і двохщілинним прохідним резонатором. Задачі розв'язано узагальненим методом наведених МРС за умови збудження хвилевідної секції хвилею типу H_{10} . Особливостями розв'язку задач є використання в якості єдиної базисної функції функціональної залежності аналітичного розв'язку інтегрального рівняння, попередньо отриманого асимптотичним методом усереднення для задачі дифракції хвиль на поперечній щілині, прорізаний в торці напівнескінченного прямокутного хвилеводу, яка випромінює в півпростір над ідеальним екраном і використання поняття еквівалентної ширини щілини. Виявлено, що зміна значень матеріальних параметрів магнітодіелектрика, з якого виконано імпедансне покриття торця хвилеводу, а отже, і значень його поверхневого імпедансу дозволяє перебудову довжини хвилі резонансного випромінювання випромінювача при збереженні його вхідного узгодження в межах (30-36)%, що відповідає половині діапазону одномодового режиму хвилеводу. Визначено, що розміщення у хвилевідному тракті прохідного резонатора суттєво підвищує добротність системи, при цьому резонансна крива має велику крутість, а її форма наближається до прямокутної, наявність у діафрагмі другої щілини приводить до звуження смуги пропускання за рівнем половинної потужності випромінювання до 50 %.

Уперше розв'язано задачу формування електромагнітних полів структурою, що складається з резонансної щілини в ідеально провідній сфері довільного радіуса та двох радіальних імпедансних вібраторів. Визначено умови реалізації випромінювача типу Клевіна на сфері.

Уперше узагальненим методом наведених ЕМРС визначено розподіли струмів

у багатoelementній комбінованій щілинно-вібраторній решітці з імпедансними випромінювачами, що поєднує щілину, прорізану у стінці прямокутного хвилеводу та систему пасивних імпедансних вібраторів, розміщених над щілиною у вільному півпросторі. Виявлено, що така система дозволяє отримати діаграму спрямованості, подібну до діаграми спрямованості директорної антени (решітки Ягі-Уда) при забезпеченні доброго узгодження з хвилевідним трактом.

Уперше реалізовано багаточастотний випромінювач на основі електрично довгої щілини у вузькій стінці скінченної товщини багатомодового прямокутного хвилеводу при збудженні хвилеводу вищими типами хвиль на різних частотах.

Запропоновано новий метод імпедансного синтезу діаграми спрямованості випромінювання антенних решіток з імпедансними вібраторними та щілинними елементами. Вперше отримано аналітичні формули для дійсної і уявної частин поверхневих імпедансів елементів решіток, які забезпечують формування максимуму діаграми спрямованості випромінювання решіток в заданному напрямку.

Відповідність побудованих моделей реальним фізичним процесам підтверджено порівнянням з експериментальними даними, відомими з літературних джерел, і оригінальними результатами експериментальних досліджень для вібраторних, щілинних і комбінованих структур.

Побудовані в роботі математичні моделі та розвинені електродинамічні методи розрахунку характеристик різноманітних комбінованих вібраторно-щілинних випромінюючих структур і їх багатoelementних систем, ефективні для застосування в системах автоматизованого проектування, які дозволяють провести багатопараметричний аналіз фізичних властивостей електромагнітних полів у таких системах і дати чітку фізичну інтерпретацію теоретичних і експериментальних даних, отриманих при їх дослідженні, є подальшим розвитком важливого наукового напрямку прикладної електродинаміки, орієнтованого на розробку високоточних швидкодіючих алгоритмів проектування сучасних антенних систем і пристроїв різного призначення. Ці результати, а також виявлені нові фізичні закономірності й особливості у формуванні просторово-частотних і

енергетичних характеристик електромагнітних полів, збуджуваних комбінованими вібраторно-щілинними структурами з імпедансними вібраторними та щілинними випромінювачами у різних електродинамічних об'ємах, зокрема з імпедансними границями, складають основу для розробки та створення нової елементної бази радіоелектронних засобів метрового та мікрохвильового діапазонів, яка дозволяє значно розширити їхні функціональні можливості. Вони перспективні для застосування при вирішенні проблеми забезпечення електромагнітної сумісності радіоелектронних засобів, завадозахищеності, селекції сигналів, мініатюризації, створення випромінювачів зі спеціальними вимогами до характеристик спрямованості й випромінювання, при розробці апаратури спеціального призначення.

Ключові слова: електромагнітне поле, комбінована вібраторно-щілинна структура, тонкий імпедансний вібратор, вузька щілина, поверхневий імпеданс, інтегральне рівняння, узагальнений метод наведених електро-магніторушійних сил, метод усереднення, хвилевідне зчленування, сферичний випромінювач, метод імпедансного синтезу.

ABSTRACT

Berdnik S.L. Formation of electromagnetic fields by combined vibrator-slot radiating structures in electrodynamic volumes with impedance boundaries. – Manuscript of qualifying scientific work.

Thesis for a Doctor degree in physical and mathematical sciences: Speciality 01.04.03 – radiophysics (Physical and mathematical sciences). – V.N. Karazin Kharkiv National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2021.

The dissertation is devoted to the development of the theory of combined vibrator-slot radiating structures, creation of physically correct mathematical models, and improvement of numerical-analytical methods for solving corresponding boundary value problems of electrodynamics, which allow a theoretical analysis of physical properties of excitation fields (the radiation, scattering) and functional characteristics of combined vibrator-slot structures containing impedance vibrators (generally with irregular geometric and electrophysical parameters) and slot radiators, as well as their multi-element systems located in different electrodynamic volumes with impedance boundaries (including coating of metamaterial) and filled with material.

The scientific work proposes new aspects in the development of the theory of electrically thin radiators: new concepts of effective induced impedances of electric and magnetic types are introduced into electrodynamic analysis of electrically thin radiators, which allowed to formulate of current integral equations for radiators of electric and magnetic types in dual-symmetric form. The problem of constructive realization of magnetic type impedance is solved.

For the first time, the problems of excitation and radiation of electromagnetic fields by transverse and longitudinal slots in the wide wall of a rectangular waveguide, inside and outside of which there are vibrators (monopoles) with variable surface impedance have been solved by taking into account the full interaction between all elements of the vibrator-slot structures. The conditions for the realization of the radiation coefficient of the structures close to unity and the conditions for controlling the frequency characteristics are determined. The optimal parameters of a Klevin-type radiator with

impedance vibrators when radiating into half-space over an infinite plane for the formation of fields with given characteristics are determined. For the first time, an equation of parametric type was obtained to determine the reactive impedance of the tuning monopole inside the waveguide for a structure with a transverse slot, which provides a resonant mode of radiation.

For the first time, the problems of excitation of electromagnetic fields in waveguide joints (tees) with vibrator-slot structures in the area of communication of rectangular waveguides and impedance coating of the end face of the sidearm were solved. The conditions for an increase in the power transmission coefficient in the side waveguide, the separation of the powers of the waves transmitted in a given ratio at a certain wavelength of the entire operating range of the waveguide, the conditions for equal power separation between waveguide modes in the side waveguide (provided its multimode operation) in frequency intervals and between all physical channels of power-sharing at separate frequencies with good matching were determined. It was found that the coating of the end of the side waveguide arm with metamaterial LR-5I, which has a frequency-dependent different impedance provides a three-resonant mode of power transmission from the main waveguide to the side waveguide.

For the first time, the problems of excitation of electromagnetic fields in waveguide joints with dielectric inserts and impedance surfaces were solved. The following are considered as side arms of the devices: T-oriented semi-infinite waveguide with impedance end; semi-infinite coaxial waveguide; perpendicularly crossed infinite rectangular waveguide. It is determined that for a given wavelength by a selection of electrical parameters of waveguide devices can provide the required level of power transmission from the main waveguide to the side waveguide (in the range from 0 to 0.84). For the first time, the general resonance condition for waveguide joints with a dielectric insert in the region of the communication slot was formulated and accuracy of determining the resonant wavelength from this condition was established.

For the first time, the problems of excitation and radiation of electromagnetic waves by a narrow resonant slot cut in an ideally conducting sphere of the arbitrary radius when a slot is excited by a semifinite rectangular waveguide with impedance end wall; by a

rectangular waveguide with single- and double-slot through resonator. The problems were solved by the generalized method of induced magnetomotive forces with excitation of the waveguide section by a wave of the H_{10} type. The peculiarities of solving the problems is the use as a single basic function of the functional dependence of the analytical solution of the integral equation, previously obtained by the asymptotic averaging method for the problem of wave diffraction by a transverse slot cut at the end of a semi-infinite rectangular waveguide, which radiates into the half-space above an ideal screen, and the use of the concept of the equivalent slot width. It was revealed that the change in the values of the material parameters of the magnetodielectric from which the impedance coating of the end of the waveguide is made (and, consequently, the values of its surface impedance), makes it possible to tune the wavelength of the resonant radiation of the radiator while maintaining its input matching within (30-36)%, which corresponds to a half range of single-mode waveguide mode. It is determined that the placement of the passage resonator in the waveguide path significantly increases the quality factor of the system, while the resonance curve has a large steepness, and its shape is close to rectangular. The presence of the second slit in the diaphragm leads to a narrowing of the bandwidth by half the radiation power to 50%.

For the first time, the problem of forming electromagnetic fields by a structure consisting of a resonant slot in an ideally conducting sphere of arbitrary radius and two radial impedance vibrators was solved. The conditions for the implementation of a Klevin-type radiator on a sphere were determined.

For the first time by the generalized method of induced magnetomotive forces, the distributions of currents in a multi-element combined slot-vibrator array with impedance radiators are determined. The array combines a slot cut in the wall of a rectangular waveguide and a system of passive impedance vibrators placed above the slot in a free half-space. It was found that such a system allows one to obtain a radiation pattern similar to the pattern of the Yagi-Uda array while ensuring good matching with the waveguide path.

For the first time, a multifrequency radiator has been implemented based on an

electrically long slot in a narrow wall of finite thickness of a multimode rectangular waveguide when the waveguide is excited by higher types of waves at different frequencies.

A new method of impedance synthesis of the radiation pattern of antenna arrays with impedance vibrator and slot elements is proposed. For the first time, analytical formulas are obtained for the real and imaginary parts of the surface impedances of the array elements, which ensure the formation of the radiation pattern of the array with a maximum in the given direction.

The correspondence of the constructed models to real physical processes is confirmed by comparison with the experimental data known from the literature and the original results of experimental studies for vibrator, slot and combined structures.

The mathematical models constructed in this work and the developed electrodynamic methods for calculating the characteristics of various combined vibrator-slot radiating structures and their multi-element systems are effective for use in computer-aided design systems. They make it possible to carry out a multivariate analysis of the physical properties of electromagnetic fields in such systems and to give a clear physical interpretation of the theoretical and experimental data obtained in their study and are a further development of an important scientific direction of applied electrodynamics, focused on the development of high-precision high-speed algorithms for the design of modern antenna systems and devices of different destination. These results, as well as the discovered new physical regularities and features in the formation of spatial-frequency and energy characteristics of electromagnetic fields excited by combined vibrator-slot structures with impedance vibrator and slot radiators in different electrodynamic volumes, in particular, with impedance boundaries, constitute the basis for the development and the creation of a new element base for VHF and microwave radio-electronic equipment, which allows to significantly expand its functionality. They are promising for use in solving the problem of ensuring the electromagnetic compatibility of radio electronic devices, noise immunity, signal selection, miniaturization of radio electronic devices, creating radiators with special requirements for directivity and radiation characteristics, in the development of special-purpose

equipment.

Keywords: electromagnetic field, combined vibrator-slot structure, thin impedance vibrator, narrow slot, surface impedance, integral equation, generalized method of induced electro-magnetomotive forces, averaging method, waveguide junction, spherical radiator, method of impedance synthesis.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Монографії, розділи монографій:

1. Thin Impedance Vibrators. Theory and Applications / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin, V. M. Dakhov, **S. L. Berdnik**. – New York: Springer Science+Business Media, 2011. – 223 p. (Scopus)
Внесок здобувача: розв'язання задач збудження електромагнітних полів, визначення розподілу електричних струмів узагальненим методом наведених МРС, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих результатів.
2. Теория волноводно-щелевых излучающих структур : монография / В.А. Катрич, В. А. Лященко, М. В. Нестеренко, Л. П. Яцук, **С. Л. Бердник** – Х.: ХНУ имени В. Н. Каразина. – 2014. – 400 с.
Внесок здобувача: розв'язання задач збудження та випромінювання для електрично довгих щілин та антенних решіток, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих результатів.
3. Формирование электромагнитных полей комбинированными вибраторно-щелевыми структурами: монография / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин – Х.: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2018. – 336 с.
Внесок здобувача: постановка та розв'язання граничних задач, вибір методу їхнього розв'язання, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
4. Electromagnetic Fields Excited in Volumes with Spherical Boundaries // Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, V. M. Dakhov. – Springer. – 2019. – 198 p. (Scopus).
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження і випромінювання для комбінованих вібраторно-щілинних випромінювачів на сферичних поверхнях, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

5. Combined Vibrator-Slot Structures: Theory and Applications / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin, **S. L. Berdник**, O. M. Dumin. – Springer, Cham, Switzerland, 2020. – 344 p. (Scopus).

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження та випромінювання для вібраторно-щілинних структур у прямокутному хвилеводі, хвилевідних зчленуваннях, на сфері, проведення комп'ютерного моделювання, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

6. Electromagnetic Waves Excitation by Thin Impedance Vibrators and Narrow Slots in Electrodynamic Volumes / M. V. Nesterenko, **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin. Chapter in book “Advanced Electromagnetic Waves”, S. O. Bashir (ed.), Rijeka: InTech. – 2015. – Chapter 6. – P. 147–175.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання граничних задач, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

7. Створення вібраторних та щілинних випромінюючих структур із заданими частотно-просторово-енергетичними характеристиками / В. О. Катрич, М. В. Нестеренко, **С. Л. Бердник**, Ю. М. Пенкін // Випромінюючі структури багатофункціональних радіоелектронних систем: теорія і застосування / за ред. В.О. Катрич. – Lambert Academic Publishing. – 2017. – Розд. 2. – С. 35–70.

Внесок здобувача: розв'язання задач щодо електрично довгих щілин, хвилевідно-щілинних антенних решіток, комбінованих вібраторно-щілинних структур, проведення комп'ютерних розрахунків, узагальнення отриманих результатів.

Наукові праці у фахових виданнях України:

8. **Бердник С. Л.** Система вибраторов с переменным поверхностным импедансом в свободном пространстве / **С. Л. Бердник** // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Радіофізика та електроніка. – 2012. – Вип. 20, №1010. – С. 23–27.
9. **Бердник С. Л.** Излучение электромагнитных волн электрически длинной щелью с диэлектрическим заполнением в узкой стенке многомодового

прямоугольного волновода / **С. Л. Бердник** // Радиотехника. Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. – 2012. – Вып. 171. – С. 322–326.

10. Использование концепции поверхностного импеданса в задачах электродинамики (75 лет спустя) / **С. Л. Бердник**, Д. Ю Пенкин, В. А. Катрич, Ю. М. Пенкин, М. В. Нестеренко // Радиофизика и радиоастрономия. – 2014. – Т. 19, № 1. – С. 57–80.

Внесок здобувача: огляд літературних джерел щодо використання імпедансного підходу, аналіз меж коректного застосування імпедансних граничних умов, формулювання висновків.

11. Щелевая сферическая антенна с многоэлементной резонансной диафрагмой в волноводе / **С. Л. Бердник**, В. С. Васильковский, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Радіофізика та електроніка. – 2014. – №1115, Вип. 24. – С. 35–40.

Внесок здобувача: постановка задачі, розв'язання граничної задачі, отримання виразів для зовнішньої провідності щілини, аналіз отриманих числових результатів, формулювання висновків.

12. Рассеяние электромагнитных волн системой вибраторов с переменным импедансом в прямоугольном волноводе / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, В. И. Кийко, М. В. Нестеренко // Радиофизика и радиоастрономия. – 2015. – Т. 20, №1. – С. 64–75.

Внесок здобувача: постановка задачі, розв'язання задачі збудження, аналіз отриманих числових та експериментальних результатів, формулювання висновків.

13. Электродинамические характеристики щелевых сферических излучателей / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Прикладная радиоэлектроника. – 2015. – Том 14, № 1. – С. 24–35.

Внесок здобувача: постановка задачі, розв'язання граничної задачі, отримання виразів для зовнішньої провідності щілини, проведення

комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих числових результатів, формулювання висновків.

Наукові праці у зарубіжних спеціалізованих виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз:

14. Combined vibrator-slot structures in electrodynamic volumes / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, Y. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, and V. I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2012. – PIERB 37. – P. 237–256. (Scopus)
Внесок здобувача: розв'язання задач збудження електромагнітних полів у хвилеводі, участь у проведенні комп'ютерних і експериментальних досліджень, аналіз отриманих результатів.
15. Electromagnetic waves scattering and radiation by vibrator-slot structure in a rectangular waveguide / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, D. Y. Penkin, **S. L. Berdnik**, and V. I. Kijko // Progress In Electromagnetics Research M. – 2012. – Vol. 24. – P. 69–84. (Scopus)
Внесок здобувача: розв'язання задачі випромінювання електромагнітних полів, участь у проведенні комп'ютерних і експериментальних досліджень, аналіз отриманих результатів.
16. Electromagnetic waves radiation into the space over a sphere by a slot in the end-wall of a semi-infinite rectangular waveguide / **S. L. Berdnik**, Y. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, V. I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2013. – Vol 46. – P. 139–158. (Scopus)
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження і випромінювання, отримання виразів для коефіцієнтів СЛАР, проведення комп'ютерних розрахунків та участь в експериментальних дослідженнях, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
17. Electromagnetic fields excitation by a multielement vibrator-slot structures in coupled electrodynamic volumes / D. Y. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich,

M V. Nesterenko, V. I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2013. – Vol 49. – P. 235–252. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження, проведення комп'ютерних розрахунків та участь в експериментальних дослідженнях, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

18. Energy Characteristics of a Slot Cut in an Impedance End-wall of a Rectangular Waveguide and Radiating into the Space over a Perfectly Conducting Sphere / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin, M. V. Nesterenko, S. V. Pshenichnaya // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA.– 2014. – Vol. 34. – P. 89–97. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження і випромінювання, отримання виразів для коефіцієнтів СЛАР, проведення комп'ютерних розрахунків енергетичних характеристик, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

19. Electrodynamic Characteristics of a Radial Impedance Vibrator on a Perfect Conduction Sphere / D Yu. Penkin, V A. Katrich, Yu M. Penkin, M V. Nesterenko, V M. Dakhov, and **S L. Berdnik** // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA.– 2015. – Vol. 62. – P. 137–151. (Scopus)

Внесок здобувача: участь у розв'язанні задач збудження і випромінювання, отримання розрахункових формул, проведення комп'ютерних розрахунків електродинамічних характеристик, аналіз отриманих результатів.

20. E-Plane T-Junction of Rectangular Waveguides with Vibrator-Slot Coupling Between Arms / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Telecommunications and Radio Engineering. – 2015. – Vol. 74, Issue 14. – P. 1225–1240. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання електродинамічних задач, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

Переклад англійською мовою статті у фаховому виданні:

Е-плоскостное сочленение прямоугольных волноводов с вибраторно-щелевой связью между плечами / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и электроника. – 2015. – Т.6(20), № 1. – С.85–93.

21. Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves by a Multi-Element Vibrator-Slot Structure in a Rectangular Waveguide / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin, and D. Yu. Penkin // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2015. – Vol. 63, No. 9. – P. 4256–4259. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

22. Power Characteristics of a T-Junction of Rectangular Waveguides with a Multi-Element Monopole-Slotted Coupling Structure / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, V. I. Kiyko, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Telecommunications and Radio Engineering. – 2016. – Vol. 75, Issue 6. – P. 489–506. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

Переклад англійською мовою статті:

Энергетические характеристики Т-образного сочленения прямоугольных волноводов с многоэлементной вибраторно-щелевой структурой в области связи / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, В. И. Кийко, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и электроника. – 2016. – Т.7(21), № 1, – С.4–14.

23. Electromagnetic Waves Radiation by a Vibrators System with Variable Surface Impedance / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2016. – Vol. 51. – P. 157 – 163. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

24. Waveguide T-junctions with Resonant Coupling between Sections of Different Dimensions/ **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // International Journal of Microwave and Wireless Technologies, Cambridge University Press and the European Microwave Association. – 2017. – Vol. 9 (5). – P. 1059–1065. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, отримання розрахункових формул, аналіз та узагальнення результатів розрахунків.

25. Analytical Solution of Impedance Synthesis Problem for a 2D Array of Thin Vibrators / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik** / Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2018. – Vol. 65. – P. 43–49. (Scopus)

Внесок здобувача: розв'язок задачі імпедансного синтезу для вібраторної решітки, отримання розрахункових формул для імпедансів вібраторів, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих результатів.

26. Impedance Synthesis of Plane Diffraction Vibrator Arrays / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, S. V. Pshenichnaya // Progress In Electromagnetics Research M. – 2020. – Vol. 89. – P. 31–41. (Scopus)

Внесок здобувача: розв'язок задачі імпедансного синтезу для дифракційних решіток, отримання розрахункових формул для імпедансів, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих результатів.

27. Analysis of Resonant Characteristics of E- and H-Plane Waveguide Junctions with Local Dielectric Inclusions / Y. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, N. K. Blinova // Progress In Electromagnetics Research Letters. – 2020. – Vol. 91. – P. 17–24. (Scopus)

Внесок здобувача: формулювання загальної резонансної умови для хвилевідних зчленувань з діелектричною вставкою в області щілини зв'язку, проведення комп'ютерного моделювання.

28. Yagi-Uda Combined Radiating Structures of Centimeter and Millimeter Wave Bands / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Y. M. Penkin, and O. M. Dumin // Progress In Electromagnetics Research M. – 2020. – Vol. 93. – P. 89–97. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

29. Slotted spherical antenna with a multi-element diaphragm in the waveguide / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, V. I. Kijko, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M. – 2020. – Vol. 95. - P. 1–12. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

30. Waveguide Radiation of The Combined Vibrator-Slot Structures / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Progress In Electromagnetics Research B. – 2020. – Vol. 87. – P. 151–170. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, отримання розрахункових формул, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

31. Щелевой излучатель в торце прямоугольного волновода с двухщелевой резонансной диафрагмой / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, В. И. Кийко, М. В. Нестеренко // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии : 21-я Международная Крымская конференция, 12-16 сент. 2011 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2011. – С. 565–566. *Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.*
32. Многомодовое возбуждение волноводно-щелевого излучателя вытекающей волны / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, С.В. Пшеничная // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии: 22-я Международная

Крымская конференция, 10-14 сент. 2012 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2012. – С. 483–484.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

33. Electromagnetic waves excitation by vibrator-slot structure in rectangular waveguide / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, D. Y. Penkin, S. V. Pshenichnaya // 6-th International Conference Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 17-21 Sept. 2012: proceedings. – Sevastopol (Ukraine). – 2012. – P. 195–197.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

34. System of impedance vibrators in free space / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and V.I. Kiyko // XVII-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Sept. 24-27, 2012: proceedings.– Tbilisi (Georgia). – 2012. – P. 53–56.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

35. Возбуждение электромагнитных полей многоэлементной вибраторно-щелевой структурой в прямоугольном волноводе / Д. Ю. Пенкин, **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, В. И. Кийко // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии : 23-я Международная Крымская конференция, 8-14 сент. 2013 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2013. – С. 708–709.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, побудові й аналізі графічних матеріалів.

36. Резонансная щелевая сферическая антенна / **С. Л. Бердник**, Ю. М. Пенкин, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, С. В. Пшеничная // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии : 23-я Международная Крымская конференция, 8-14 сент. 2013 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2013. – С. 610–611.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

37. Radiation fields of radial impedance monopole mounted on a perfectly conducting sphere / D. Yu. Penkin, V. A. Katrich, V. M. Dakhov, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik** // IX International Conference on Antenna Theory and Techniques, September 16-20, 2013, Odessa, Ukraine: proceedings. – Odessa. – 2013. – P.123-125.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналізі та узагальненні отриманих результатів.

38. Electrodynamic characteristics of a three-element vibrator-slot structure in a rectangular waveguide / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and S. V. Pshenichnaya // XVIII-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Sept. 23-26, 2013: proceedings. – Lviv (Ukraine). – 2013. – P. – 45–48.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

39. Spherical antenna excited by a slot in an impedance end-wall of a rectangular waveguide // **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // XVIII-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Sept. 23-26, 2013: proceedings. – Lviv (Ukraine). – 2013. – P. – 111–114.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

40. Сферическая антенна, возбуждаемая щелью в импедансном торце с потерями прямоугольного волновода / **С. Л. Бердник**, Ю. М. Пенкин, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Н. К. Блинова // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии: 24-я Международная Крымская конференция, 7-13 сент. 2014 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2014. – С. 491–492.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення

комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

41. Radiation fields of the spherical slot antenna in a material medium / **S. L. Berdnik**, V. S. Vasylovskiy, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // X Anniversary International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT'2015, April 21-24, 2015, Kharkiv, Ukraine : proceedings. – Kharkiv. – 2015. – P. 282–284.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

42. Waveguide E-plane T-junction with Resonance Coupling between Shoulders / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // X Anniversary International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT'2015, April 21-24, 2015, Kharkiv, Ukraine : proceedings. – Kharkiv. – 2015. – P. 306–308.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

43. Radiation Fields of Radial Monopole Array Mounted on a Perfectly Conducting Sphere / V. M. Dakhov, V. A. Katrich, **S. L. Berdnik**, M. V. Nesterenko, D. Yu. Penkin // 2015 XX-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015), Sept. 21-24, 2015: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2015. – P. – 66–70.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні комп'ютерного моделювання, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

44. Clavin Element with Impedance Monopoles / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin, S. V. Pshenichnaya // 2015 XX-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015), Sept. 21-24, 2015: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2015. – P. – 61–65.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

45. Spherical Antenna with a Clavin Radiator / **S. L. Berdnik**, N. K. Blinova, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // 2015 XX-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015), Sept. 21-24, 2015: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2015. – P. – 75–77.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

46. Waveguide Junction with Controllable Power Division / Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich and M. V. Nesterenko // 9-th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW-2016), June 21–24, 2016: Proc. – Kharkiv, 2016. – P. 1–4.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналіз отриманих результатів.

47. Yagi-Uda Antennas with Impedance Wires / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin, and S. V. Pshenichnaya // 16-th Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2016), July 5–7, 2016: Proc. – Lviv, 2016. – P. 403–406.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

48. E-plane T-junctions of Rectangular Waveguides with Vibrator-Slot Coupling between Arms of Different Dimensions / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // 2016 8th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 5-11 September, 2016 – Odessa, Ukraine: Proc. – Odessa, 2016. – P. 68–72.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

49. Energy Characteristics of a T-Shaped Waveguide Junction with a Dielectric Insert / Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, S. V. Pshenichnaya // 2016 8th International Conference on Ultrawideband and

Ultrashort Impulse Signals, 5-11 September, 2016, Odessa, Ukraine: Proc. – Odessa, 2016. – P. 73–76.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналіз отриманих результатів.

50. Influence of a dielectric insert on energy characteristics of a cruciform waveguide junction / Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich and M. V. Nesterenko // XXIth International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), Sept. 26–29, 2016. – Tbilisi, Georgia: Proc. – Tbilisi, 2016. – P. 42–45.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналіз отриманих результатів.

51. Radiation Fields of a Radial Dipole Located on a Metal Sphere Coated by a Layer of Metamaterial / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, S. V. Pshenichnaya / 2017 XI International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT), 24-27 May 2017, Kyiv, Ukraine: Proc. – 2017. – P. 92–95.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, отримання розрахункових формул, аналіз та узагальнення результатів.

52. Radiation Field of a Dipole Placed at Impedance Sphere / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, N. K. Blinova // 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), May 29 – June 2: proceedings. – 2017. – P. 29–32.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналізі та узагальненні отриманих результатів.

53. T-junction of rectangular waveguides with monopole-slot coupling structure and elements coated by a metamaterial / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, V. I. Kiyko, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Proc. XXIIth Intern. Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2017. – Dnipro (Ukraine). – 2017. – P. 123–127.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

54. Diffraction radiation of a slot into a space over an impedance screen / **S. L. Berdnik**, Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko // Proc. XXIIth Intern. Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2017. – Dnipro (Ukraine). – 2017. – P. 64–67.
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі дифракції, отримання виразів для провідності щілини в імпедансному екрані.
55. Combined Wide-Angle Scanning by a Two-Dimensional Dipole Array / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and **S. L. Berdnik** // 2018 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 4-7 September, Odessa, Ukraine: Proc. – Odessa, 2018. – P. 300–303.
Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведення розрахунків, аналіз отриманих результатів.
56. Dual-symmetric of integral equations for antenna currents / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik** // Proc. XXIIIth Intern. Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2018. – Tbilisi (Georgia). – 2018. – P.55–59.
Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, визначення ефективного наведеного імпедансу магнітного типу.
57. General Resonance Condition for Waveguide Junctions with Natural Dielectric Inserts / **S. Berdnik**, Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko // Proc. XXIVth Intern. Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2019, September 12-14, 2019, Lviv, Ukraine. – 2019. – P. 103–107.
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
58. Impedance synthesis of flat slot antenna arrays / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdnik** // Proceedings of the 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week. Kharkiv, Ukraine. - 2020. – P. 89–92.
Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведення розрахунків, аналіз отриманих результатів.

59. Dual-band combined vibrator-slot radiating structures / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdник**, O. Dumin // Proceedings of the 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week. – Kharkiv, Ukraine. – 2020. – P. 149–153.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, визначення розподілів електромагнітних полів, участь у проведенні розрахунків, аналіз отриманих результатів.

60. Masking effect of a dielectric inclusion in a coupling slotted cavity cut in an infinite screen / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdник** // Proceedings of the 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week. – Kharkiv, Ukraine. – 2020. – P. 672–675.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, аналіз отриманих результатів.

61. Natural regularization of the kernels of integral equations for currents on impedance surfaces / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdник** // Proceedings of the XXV th International Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory. – Tbilisi, Georgia. – 2020. – P. 87–91.

Внесок здобувача: участь у постановці задачі, аналіз коректності задачі дифракції на вузькій лінійній щілині, прорізаний у двосторонній імпедансній площині.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

62. Возбуждение электромагнитных полей продольной щелью в широкой стенке прямоугольного волновода в присутствии пассивных импедансных вибраторов вне волновода / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и радиоастрономия. –2016. – Т.21, №3. – С. 198–215.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

63. Управление энергетическими характеристиками волноводных сочленений с диэлектрическим включением / Ю. М Пенкин, **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич,

М. В. Нестеренко, С. В. Пшеничная // Прикладная радиоэлектроника. – 2017. – Том 16, № 1,2. – С. 51–60.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задач, проведення розрахунків, аналіз отриманих результатів.

64. Пат. 120298, Україна, МПК H01Q 7/08 (2006.01) / Магнітний шлейф-вібратор // О. І. Карпов, В. О. Катрич, **С. Л. Бердник**, М. В. Нестеренко, Є. О. Антоненко; власник ХНУ імені В.Н. Каразіна. – № а201710295; заявл. 17.10.2017; опублік. 11.11.2019, Бюл. № 21/2019.

Внесок здобувача: пошук та аналіз аналогів, складання формули винаходу.

65. Пат. 119283, Україна, ПК H01Q 1/48 (2006.01), H01Q 7/08(2006.01), H01Q 9/26 (2006.01) / Антена широкосмугова портативна // О. І. Карпов, В. О. Катрич, **С.Л. Бердник**, М. В. Нестеренко, Є. О. Антоненко; власник ХНУ імені В.Н. Каразіна. – № а201710066; заявл. 17.10.2017; опублік. 27.05.2019, Бюл. № 10/2019.

Внесок здобувача: пошук та аналіз аналогів, складання формули винаходу.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	34
ВСТУП	35
РОЗДІЛ 1 ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ ТЕОРІЇ ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ СИСТЕМАМИ ТОНКИХ ІМПЕДАНСНИХ ВІБРАТОРІВ І ВУЗЬКИХ ЩІЛИН В ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄМАХ З ІДЕАЛЬНО ПРОВІДНИМИ Й ІМПЕДАНСНИМИ ГРАНИЦЯМИ.....	46
1.1 Постановка задачі та вихідні інтегральні рівняння.....	46
1.1.1 Функція Гріна як ядро інтегрального рівняння.....	46
1.1.2 Інтегральні рівняння для електричного та магнітного струмів у тонких вібраторах і вузьких щілинах	57
1.1.3 Імпедансні граничні умови та межі їх коректного застосування.....	61
1.2 Методи розв'язання інтегральних рівнянь для струмів	66
1.2.1 Основи застосування методу моментів	67
1.2.2 Наближені аналітичні методи розв'язання інтегральних рівнянь для струмів.....	73
1.2.2.1 Метод розкладання шуканої функції в ряд за степенями малого параметра.....	74
1.2.2.2 Метод послідовних ітерацій.....	77
1.2.2.3 Математичні аспекти асимптотичного методу усереднення.....	80
1.2.2.4 Особливості застосування узагальненого методу наведених ЕМРС для комбінованих вібраторно- щілинних структур	84
1.3 Дуально-симетрична форма інтегральних рівнянь для струмів в електрично тонких випромінювачах.....	86
1.3.1 Характеристика основних теоретичних положень	91

1.3.2 Аналіз формулювання імпедансних граничних умов.....	87
1.3.3 Аналіз інтегральних рівнянь для струмів.....	91
Висновки до розділу 1	98

РОЗДІЛ 2 ЗБУДЖЕННЯ ТА ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ КОМБІНОВАНИМИ ВІБРАТОРНО-ЩІЛИННИМИ СТРУКТУРАМИ В ПРЯМОКУТНОМУ ХВИЛЕВОДІ.....	100
2.1 Двоелементна вібраторно-щілинна структура.....	100
2.1.1 Постановка задачі та розв'язання рівнянь для струмів	100
2.1.2 Числові й експериментальні результати	105
2.2 Трьохелементна вібраторно-щілинна структура без взаємодії між вібраторами та щілиною.....	113
2.2.1 Постановка задачі та розв'язання рівнянь для струмів	113
2.2.2 Числові й експериментальні результати	117
2.3 Трьохелементна вібраторно-щілинна структура у випадку взаємодії між вібраторами й щілиною	120
2.3.1 Постановка задачі та розв'язання рівнянь для струмів	120
2.3.2 Числові й експериментальні результати	123
2.4 Хвильовідні випромінюючі комбіновані вібраторно-щілинні структури типу елемента Клевіна	125
2.4.1 Постановка задачі та вихідні рівняння в загальному випадку для поздовжнього щілинного елемента з імпедансними монополями	127
2.4.2 Комбінований щілинно-вібраторний випромінювач типу Клевіна з імпедансними елементами.....	131
2.4.3 Вібраторно-щілинний випромінювач на основі порожнистого прямокутного хвильоводу.....	137
2.4.3.1 Числові й експериментальні результати	141
2.5 Вібраторно-щілинний випромінювач на основі поздовжньої щілини з настроювальним монополем усередині хвильоводу (числові результати).....	152

2.6 Вібраторно-щілинний випромінювач на основі поперечної щілини з імпедансними монополями	155
2.6.1 Постановка задачі й вихідні рівняння в загальному випадку ...	155
2.6.2 Умови резонансного випромінювання структури з елементом Клевіна й поперечною щілиною	157
Висновки до розділу 2	162

РОЗДІЛ 3 ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ У ХВИЛЕВІДНИХ ЗЧЛЕНУВАННЯХ З ВІБРАТОРНО-ЩІЛИННИМИ СТРУКТУРАМИ В ОБЛАСТІ ЗВ'ЯЗКУ, ДІЕЛЕКТРИЧНИМИ ВСТАВКАМИ Й ІМПЕДАНСНИМИ ПОВЕРХНЯМИ.....165

3.1 Е-площинне зчленування рівнорозмірних хвилеводів із двоелементною вібраторно-щілинною структурою.....	165
3.1.1 Постановка задачі й розв'язання інтегральних рівнянь для струмів	166
3.1.2 Числові й експериментальні результати	170
3.2 Е-площинне зчленування різнорозмірних прямокутних хвилеводів з вібраторно-щілинною структурою в області зв'язку	178
3.2.1 Особливості постановки задачі	178
3.2.2 Числові й експериментальні результати	179
3.3 Енергетичні характеристики Т-подібного зчленування хвилеводів з трьохелементною вібраторно-щілинною структурою	185
3.3.1 Постановка задачі та розв'язання інтегральних рівнянь для струмів	187
3.3.2 Числові та експериментальні результати	192
3.4 Аналіз резонансних характеристик E - та H -площинних щілинних зчленувань з локальними діелектричними включеннями	203
3.4.1 Аналіз дифракційної задачі	204
3.4.2 Числові та експериментальні результати	209
Висновки до розділу 3	215

РОЗДІЛ 4	ВИПРОМІНЮВАННЯ ТА РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ ВІБРАТОРНО-ЩІЛИННИМИ СТРУКТУРАМИ НА СФЕРИЧНИХ ПОВЕРХНЯХ.....	217
4.1	Формування електромагнітних полів щілиною, прорізаною в ідеально провідній сфері та збуджуваною напівнескінченим прямокутним хвилеводом з імпедансним торцем	217
4.1.1	Постановка задачі та розв'язання інтегрального рівняння для струму	220
4.1.2	Поля випромінювання щілинного сферичного випромінювача	229
4.1.3	Числові й експериментальні результати	231
4.1.3.1	Сферичний випромінювач з ідеально провідними поверхнями.....	231
4.1.3.2	Сферичний випромінювач з імпедансною торцевою стінкою хвилевідної секції	237
4.2	Дослідження процесів розсіяння електромагнітних хвиль щілиною, прорізаною в ідеально провідній сфері та збуджуваною напівнескінченим прямокутним хвилеводом через прохідний резонатор з однощілинною та двохщілинною резонансною діафрагмою	241
4.2.1	Постановка задачі й розв'язання інтегральних рівнянь для струмів	242
4.2.2	Числові результати	247
4.3	Розподіли електромагнітних полів випромінювання щілини, прорізаної в ідеально провідній сфері, у присутності двох радіальних імпедансних вібраторів.....	249
4.3.1	Постановка задачі	250
4.3.2	Розв'язання зовнішньої електродинамічної задачі	252
4.3.3	Поля випромінювання сферичної антени.....	254
4.3.4	Числові результати	255

Висновки до розділу 4	258
РОЗДІЛ 5 ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ АНТЕННИМИ РЕШІТКАМИ З ІМПЕДАНСНИМИ ВІБРАТОРНИМИ ТА ЩІЛИННИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ ТА БАГАТОЧАСТОТНИМИ ВИПРОМІНЮВАЧАМИ.....	
5.1 Система вібраторів зі змінним поверхневим імпедансом у вільному просторі.....	260
5.1.1 Постановка задачі та розв'язання інтегральних рівнянь для струмів	261
5.1.2 Числові результати	264
5.2 Комбіновані випромінюючі структури типу Ягі-Уда.....	269
5.2.1 Постановка задачі та вихідні рівняння в загальному випадку..	269
5.2.2 Електродинамічні характеристики комбінованого випромінювача	271
5.3 Двочастотні антенні решітки з комбінованих вібраторно-щілинних випромінювачів	276
5.3.1 Концепція режимів комутації елементів у випромінювачах	277
5.3.2 Електромагнітні поля поодиноких випромінювачів двох типів	280
5.3.3 Числові й експериментальні результати	283
5.3.4 Двочастотна АР із випромінювачів типу Клевіна.....	286
5.4 Випромінювання електромагнітних хвиль електрично довгою щілиною з діелектричним заповненням у вузькій стінці багатомодового прямокутного хвилеводу.....	291
5.4.1 Постановка задачі та її розв'язання	292
5.4.2 Результати числового моделювання.....	296
Висновки до розділу 5	299
РОЗДІЛ 6 ІМПЕДАНСНИЙ СИНТЕЗ АНТЕННИХ РЕШІТОК.....	
6.1 Аналітичне розв'язання задачі імпедансного синтезу для двомірної решітки із тонких вібраторів	301

6.1.1	Постановка задачі імпедансного синтезу	302
6.1.2	Розв'язок задачі імпедансного синтезу	305
6.2	Розв'язок задачі імпедансного синтезу для дифракційних вібраторних решіток	308
6.2.1	Постановка задачі імпедансного синтезу для дифракційної решітки	309
6.2.2	Розв'язок задачі імпедансного синтезу	312
6.2.3	Результати числового моделювання	317
6.3	Імпедансний синтез плоскої щілинної антенної решітки	325
6.3.1	Імпедансна модель щілинного випромінювача	326
6.3.2	Розв'язання задачі імпедансного синтезу	330
6.3.3	Результати числових розрахунків	332
6.4	Маскувальний режим функціонування матеріального включення в порожнині щілинного елемента зв'язку	334
6.4.1	Загальний підхід до аналізу дифракційної задачі	335
6.4.2	Аналіз вібраторно-щілинної структури	339
6.4.3	Результати числового моделювання	341
	Висновки до розділу 6	343
	ВИСНОВКИ	345
	СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	353
	ДОДАТОК А Список публікацій здобувача за темою дисертації	384
	ДОДАТОК Б Тензорні функції Гріна електродинамічних об'ємів	400
	ДОДАТОК В Поверхневий імпеданс вібраторів	408

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АР – Антенна решітка;

ДС – Діаграма спрямованості;

ЕРС – Електрорушійні сили;

ЕМРС – Електромагніторушійні сили;

ЕМС – Електромагнітна сумісність;

КП – Коефіцієнт підсилення;

КСД – Коефіцієнт спрямованої дії;

КСХН – Коефіцієнт стоячої хвилі за напругою;

МОМ – Метод моментів;

МРС – Магніторушійні сили;

РЕЗ – Радіоелектронні засоби;

СЛАР – Система лінійних алгебраїчних рівнянь;

НВЧ – Надвисока частота;

ЩСА – Щілинна сферична антена.

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. У наш час у радіотехнічних і радіоелектронних комплексах різного призначення широко використовуються лінійні вібраторні та щілинні випромінювачі (й отвори зв'язку електродинамічних об'ємів), як у якості самостійних приймально-передавальних структур, так і елементів антенних систем і пристроїв антенно-фідерного тракту. Їхнє масове та різнофункціональне використання, включаючи багатoelementні структури, стало об'єктивною передумовою для розвитку теоретичних методів аналізу електродинамічних характеристик таких систем. Розширення елементної бази метрового, сантиметрового та міліметрового діапазонів довжин хвиль можливе при застосуванні як елементів випромінюючих структур комбінованих вібраторно-щілинних випромінюючих структур, зокрема розташованих в електродинамічних об'ємах з імпедансними границями та таких, що містять імпедансні вібратори зі змінним поверхневим імпедансом. Використання таких комбінованих магнітно-електричних випромінювачів і їх багатoelementних систем відкривають нові можливості для формування просторових розподілів полів із зазначеними параметрами в ближній і дальній зонах випромінювання, що може в значній мірі сприяти розширенню функціональних властивостей радіотехнічних і радіоелектронних пристроїв, а також дозволяє забезпечити розв'язання значного кола задач сучасної радіофізики для багатьох наукових напрямків досліджень і різних галузей застосування. Використання імпедансних структур дозволяє вирішити проблему мініатюризації випромінювачів.

Велика кількість наукових робіт (включаючи публікації авторів Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна) за останні десятиліття, що стосується досліджень тонких вібраторних і щілинних випромінювачів дозволила у своїй сукупності сформувати сучасну теорію таких випромінювачів, яка об'єднує як асимптотичні методи для розрахунків характеристик окремих елементів і числово-аналітичні підходи, що розвивають ці методи, так і прямі числові методи електродинамічного аналізу. Однак вважати електродинаміку лінійних

вібраторних і щілинних випромінювачів, а також їх комбінованих вібраторно-щілинних структур закінченою теорією не є можливим. Насамперед, це пов'язано з подальшим розвитком сучасної техніки антенних систем і пристроїв антенно-фідерних трактів, який можна охарактеризувати такими основними вимогами практики: багатофункціональність; багатoelementність; інтеграція й модифікація структурних складових для мінімізації масогабаритних параметрів і забезпечення електромагнітної сумісності (ЕМС) радіоелектронних засобів (РЕЗ); використання композитних і метаматеріалів; формування електромагнітних полів з необхідними просторово-енергетичними, поляризаційними та частотними характеристиками.

Однак у рамках розроблених числово-аналітичних методів не визначено способи розв'язання граничних задач для цілого класу перспективних для практичних застосувань комбінованих вібраторно-щілинних випромінюючих структур. Це насамперед: комбіновані випромінюючі вібраторно-щілинні структури в хвилевідних трактах з імпедансними вібраторними елементами (з нерегулярними геометричними й електрофізичними параметрами) всередині та зовні хвилеводу, щілинні, вібраторні й комбіновані вібраторно-щілинні структури на сферичних поверхнях та у електродинамічних об'ємах з імпедансними поверхнями, хвилевідні зчленування з вібраторно-щілинними структурами в області зв'язку й імпедансними поверхнями, антенні решітки з імпедансними вібраторними та комбінованими вібраторно-щілинними елементами, тощо.

Тому **актуальною** є проблема подальшого розвитку теорії, створення математичних моделей та електродинамічних методів розрахунку частотно-енергетичних, частотно-просторових, поляризаційних характеристик полів комбінованих магнітно-електричних випромінюючих структур, що не потребують апіорних обмежень на їх геометричні та матеріальні параметри, параметри середовища їх розташування, а також проведення багатопараметричних досліджень процесів збудження, випромінювання та поширення електромагнітних хвиль у таких структурах, спрямованих на виявлення основних фізичних закономірностей формування випромінюваного електромагнітного поля,

виробленню рекомендацій і наступне проектування на цій основі нових або модернізації існуючих технічних пристроїв.

Фундаментальною *проблемою*, на вирішення якої спрямовано дослідження є розвиток теорії комбінованих випромінювачів магнітно-електричного типу, а також їх багатоелементних систем, побудова на основі інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки фізично коректних математичних моделей для їхнього дослідження, розробка й узагальнення числово-аналітичних методів розв'язання відповідних крайових задач математичної фізики, що дозволяє провести строгий електродинамічний аналіз комбінованих структур, які складаються з електричних і магнітних випромінювачів, зокрема тонких імпедансних вібраторів (у загальному випадку з нерегулярними вздовж них геометричними й електрофізичними параметрами) і вузьких щілин у різних електродинамічних об'ємах, у тому числі й таких, які мають імпедансні границі. Вирішення зазначеної проблеми розкриває додаткові можливості для формування електромагнітних полів із заданими характеристиками у всіх зонах випромінювання, а також сприяє розвитку новітньої елементної бази антенно-хвилевідних пристроїв метрового, дециметрового та міліметрового діапазонів довжин хвиль, створенню нових або істотного поліпшення робочих характеристик діючих радіотехнічних і радіоелектронних пристроїв для різних галузей застосування й обумовлює актуальність теми дисертаційної роботи та вибір напрямків досліджень.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота є узагальненням результатів досліджень, проведених автором на кафедрі фізичної і біомедичної електроніки та комплексних інформаційних технологій Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна за період з 2011 р. по 2021 р. Тематика роботи пов'язана із затвердженими Кабінетом Міністрів України пріоритетними напрямками розвитку науки і техніки «Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку

суспільства і держави», «Фундаментальні дослідження у вищих навчальних закладах та наукових установах» і з пріоритетними напрямками фундаментальних наукових досліджень, затвердженими Національною академією наук України та Міністерством освіти і науки України. Матеріали дисертації є складовими частинами держбюджетних науково-дослідних робіт (НДР) (номери держреєстрації: 0111U002465 (2011-2013р.), 0114U002584 (2014-2016р.), 0117U004848 (2017-2019р.), 0110U001425 (2010-2012р.), 0112U006929 (2013-2015р.), 0116U000814 (2016-2018р.), 0115U000464 (2015-2017р.), 0117U004852 (2017-2019р.), 0119U002522 (2019-2020р.), 0118U002021 (2018-2020р.).

Мета і завдання дослідження. *Метою роботи є розвиток теорії комбінованих вібраторно-щілинних випромінюючих структур, побудова фізично коректних математичних моделей та удосконалення числово-аналітичних методів розв'язання відповідних крайових задач електродинаміки, які дозволяють провести теоретичний аналіз фізичних властивостей полів збудження (випромінювання, розсіяння) та функціональних характеристик комбінованих вібраторно-щілинних структур, що містять імпедансні вібраторні (у загальному випадку з нерегулярними геометричними й електрофізичними параметрами) та щілинні випромінювачі, а також їх багатoelementних систем, розташованих у різних електродинамічних об'ємах з імпедансними границями (включаючи покриття з метаматеріалу) та заповнених матеріальним середовищем.*

Основні завдання дослідження:

- розв'язання граничних задач електродинаміки для комбінованих вібраторно-щілинних структур, які складаються з імпедансних вібраторів (із довільними геометричними параметрами та живленням), хвилевідно-резонаторно-щілинних елементів, розташованих в електродинамічних об'ємах з ідеально провідними й імпедансними границями (включаючи покриття з метаматеріалу), з використанням у методах наведених електрорушійних сил (ЕРС), магніторушійних сил (МРС) і електро-магніторушійних сил (ЕМРС) для

електричного та магнітного струмів випромінювачів асимптотичних виразів, отриманих методом усереднення;

- узагальнення принципів використання асимптотичних розв'язків інтегро-диференціальних рівнянь щодо електричного та магнітного струмів у методі наведених ЕМРС щодо комбінованих вібраторно-щілинних структур;
- побудова фізично коректних математичних моделей комбінованих випромінюючих структур, складовими елементами яких є щілинні випромінювачі в стінці прямокутного хвилеводу й імпедансні вібратори (монополі), розташовані усередині та зовні хвилеводу; різного типу хвилевідних з'єднань з вібраторно-щілинними структурами в області зв'язку, діелектричними вставками й імпедансними поверхнями (включаючи покриття з метаматеріалу); вібраторно-щілинних структур на сферичних поверхнях; багатоелементних антенних решіток з імпедансними вібраторними, щілинними та комбінованими елементами;
- розв'язання задачі імпедансного синтезу для антенних решіток із тонких лінійних випромінювачів: імпедансних вібраторів і вузьких щілин;
- вивчення, електродинамічна інтерпретація й узагальнення фізичних закономірностей процесів збудження та формування електромагнітних полів комбінованими вібраторно-щілинними структурами, а також багатоелементними системами.

Об'єкт та предмет дослідження.

Об'єкт дослідження – фізичні процеси збудження, випромінювання та розсіювання електромагнітних полів комбінованими вібраторно-щілинними структурами, включаючи багатоелементні системи, в електродинамічних об'ємах з ідеально провідними й імпедансними границями.

Предмет дослідження – електромагнітні поля й багатопараметричні залежності їхніх характеристик (просторово-частотних, просторово-поляризаційних, частотно-енергетичних) від умов збудження, геометричних розмірів, а також матеріальних параметрів комбінованих вібраторно-щілинних випромінюючих структур і збуджуваних електродинамічних об'ємів.

Методи дослідження. Для розв'язання поставлених задач використано наступні методи: метод інтегральних рівнянь, метод функції Гріна, узагальнені методи наведених ЕРС, МРС і ЕМРС, метод усереднення, метод послідовних ітерацій, метод розкладання шуканої функції в ряд за степенями малого параметра, метод моментів, метод імпедансного синтезу антенних решіток.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в подальшому розвитку теорії комбінованих структур, що містять імпедансні вібраторні та щілинні випромінювачі, розробці й узагальненні фізично коректних і математично строгих числово-аналітичних методів розв'язання відповідних граничних задач електродинаміки, зокрема, застосування в узагальнених методах наведених ЕРС, МРС і ЕМРС асимптотичних розв'язків для струмів, отриманих асимптотичним методом усереднення. Розвинені методи є основою для проведення теоретичних досліджень комбінованих вібраторно-щілинних електродинамічних структур з новими фізичними та функціональними якостями. А саме:

- ◆ запропоновано нові аспекти в розвитку теорії електрично тонких випромінювачів: введено до електродинамічного аналізу електрично тонких випромінювачів нові поняття ефективних наведених імпедансів електричного та магнітного типів, що дозволило сформулювати струмові інтегральні рівняння для випромінювачів електричного та магнітного типів у дуально-симетричній формі. Розв'язано задачу конструктивної реалізації імпедансу магнітного типу;

- ◆ уперше розв'язано задачі збудження та випромінювання електромагнітних полів поперечною та поздовжньою щілинами в широкій стінці прямокутного хвилеводу, усередині та зовні якого розташовано вібратори (монополі) зі змінним уздовж них поверхневим імпедансом, з урахуванням повної взаємодії між усіма елементами вібраторно-щілинних структур. Визначено умови реалізації коефіцієнта випромінювання структури, близького до одиниці, керування частотними характеристиками. Визначено оптимальні параметри випромінювача типу Клевіна з імпедансними вібраторами при випромінюванні у півпростір над нескінченною площиною для формування полів із заданими характеристиками.

Вперше отримано рівняння параметричного типу щодо визначення реактивного імпедансу настроювального монополя всередині хвилеводу для структури з поперечною щілиною, при якому забезпечується резонансний режим випромінювання;

♦ уперше розв'язано задачі збудження електромагнітних полів у хвилевідних зчленуваннях (трійниках) з вібраторно-щілинними структурами в області зв'язку прямокутних хвилеводів та імпедансним покриттям торця бічного плеча. Визначено умови збільшення коефіцієнта передачі за потужністю в бічний хвилевід, поділу потужностей хвиль, що пройшли, у заданому співвідношенні на певній довжині хвилі всього робочого діапазону хвилеводу, умови рівного поділу потужності між хвилевідними модами в бічному хвилеводі (за умови його багатомодового функціонування) в інтервалах частот та між усіма фізичними каналами поділу потужності на окремих частотах при доброму узгодженні. Виявлено, що покриття торця бічного хвилевідного плеча метаматеріалом LR-5I, яке має частотно залежний різнотипний імпеданс забезпечує трьохрезонансний режим передачі потужності з основного хвилеводу в бічний;

♦ уперше розв'язано задачі збудження електромагнітних полів у хвилевідних зчленуваннях з діелектричними вставками й імпедансними поверхнями, де в якості бічних плечей пристроїв розглянуто Т-орієнтований напівнескінченний хвилевід з імпедансним торцем; напівнескінченний співвісний хвилевід; перпендикулярно схрещений нескінченний прямокутний хвилевід. Визначено, що для заданої довжини хвилі підбором електричних параметрів хвилевідних пристроїв можна забезпечити необхідний рівень передачі потужності з основного хвилеводу в бічний (в інтервалі $0 \leq |S_e|^2 \leq 0,84$). Уперше сформульовано загальну резонансну умову для хвилевідних зчленувань з діелектричною вставкою в області щілини зв'язку та встановлено точніть визначення резонансної довжини хвилі з цієї умови;

♦ уперше розв'язано задачі збудження та випромінювання електромагнітних хвиль вузькою резонансною щілиною, прорізаною в ідеально провідній сфері довільного радіуса, збуджуваною напівнескінченим прямокутним хвилеводом з

імпедансним торцем; прямокутним хвилеводом з одно- і двохщілинним прохідним резонатором. Виявлено, що зміна значень матеріальних параметрів магнітодіелектрика, з якого виконано імпедансне покриття торця хвилеводу, а отже, і значень його поверхневого імпедансу дозволяє перебудову довжини хвилі резонансного випромінювання випромінювача при збереженні його вхідного узгодження в межах (30-36) %, що відповідає половині діапазону одномодового режиму хвилеводу. Визначено, що розміщення у хвилевідному тракті прохідного резонатора суттєво підвищує добротність системи, при цьому резонансна крива має велику крутість, а її форма наближається до прямокутної, наявність у діафрагмі другої щілини приводить до звуження смуги пропускання за рівнем половинної потужності випромінювання до 50 %;

- ◆ уперше розв'язано задачу формування електромагнітних полів структурою, що складається з резонансної щілини в ідеально провідній сфері довільного радіуса та двох радіальних імпедансних вібраторів. Визначено умови реалізації випромінювача типу Клевіна на сфері;

- ◆ уперше узагальненим методом наведених ЕМРС визначено розподіли струмів у багатoelementній комбінованій щілинно-вібраторній решітці з імпедансними випромінювачами, що поєднує щілину, прорізану у стінці прямокутного хвилеводу та систему пасивних імпедансних вібраторів, розміщених над щілиною у вільному півпросторі. Виявлено, що така система дозволяє отримати діаграму спрямованості (ДС), подібну до ДС директорної антени (решітки Ягі-Уда) при забезпеченні доброго узгодження з хвилевідним трактом;

- ◆ уперше реалізовано багаточастотний випромінювач на основі електрично довгої щілини у вузькій стінці скінченної товщини багатомодового прямокутного хвилеводу при збудженні хвилеводу вищими типами хвиль на різних частотах;

- ◆ запропоновано новий метод імпедансного синтезу ДС випромінювання антенних решіток з імпедансними вібраторними та щілинними елементами. Вперше отримано аналітичні формули для дійсної і уявної частин поверхневих

імпедансів елементів решіток, які забезпечують формування максимуму ДС випромінювання решіток в заданому напрямку.

Практичне значення отриманих результатів. Результати роботи значно підвищують розуміння процесів формування електромагнітних полів вібраторними, щілинними й комбінованими вібраторно-щілинними структурами в різноманітних електродинамічних об'ємах, у тому числі з імпедансними границями. Розв'язання складних задач розсіяння та випромінювання електромагнітних хвиль у строгій самоузгодженій постановці, що забезпечує достовірність одержаних результатів, розкриває потенційні можливості розробки пропозицій щодо цілеспрямованого вибору електродинамічних принципів і способів технічної реалізації випромінюючих структур із заданими просторово-енергетичними та частотними характеристиками.

Побудовані в роботі математичні моделі та розвинені електродинамічні методи розрахунку характеристик різноманітних комбінованих вібраторно-щілинних випромінюючих структур і їх багатоелементних систем, які дозволяють провести багатопараметричний аналіз фізичних властивостей електромагнітних полів у таких системах і дати чітку фізичну інтерпретацію теоретичних і експериментальних даних, отриманих при їх дослідженні, є подальшим розвитком важливого наукового напрямку прикладної електродинаміки, орієнтованого на розробку високоточних швидкодіючих алгоритмів проєктування сучасних антенних систем і пристроїв різного призначення мікрохвильового діапазону. Ці результати, а також виявлені нові фізичні закономірності й особливості у формуванні просторово-частотних і енергетичних характеристик електромагнітних полів, збуджуваних комбінованими вібраторно-щілинними структурами з імпедансними вібраторними та щілинними випромінювачами у різних електродинамічних об'ємах, зокрема з імпедансними границями, складають основу для розробки та створення нової елементної бази радіоелектронних засобів метрового та мікрохвильового діапазонів, яка дозволяє значно розширити їхні функціональні можливості. Вони перспективні для застосування при вирішенні проблеми забезпечення електромагнітної сумісності РЕЗ, завадозахищеності,

селекції сигналів, мініатюризації РЕЗ, створення випромінювачів зі спеціальними вимогами до характеристик спрямованості й випромінювання, при розробці апаратури спеціального призначення.

Значна частина отриманих у роботі результатів використана в практичних розробках, які є складовою частиною науково-дослідних робіт, і впроваджена при їх виконанні. Отримані результати увійшли також до циклу наукових праць «Створення випромінюючих структур багатофункціональних радіоелектронних систем», відзначеного Державною премією України в галузі науки і техніки у 2016 році.

Публікації. Результати дисертації опубліковано в 65 наукових працях: 5 монографіях [1–5] (3 з яких – англomовні, у видавництві “Springer”), 2 розділах монографій [6–7], 25 статтях [8–32], із них 6 публікацій – у фахових виданнях України [8–13], 17 публікацій – у зарубіжних спеціалізованих виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз [14–30], 2 патентах України [33, 34], а також у 31 публікації (30 з яких входять до наукометричної бази “Scopus”) у матеріалах 21 міжнародної наукової конференції [35–65].

Особистий внесок здобувача. У дисертації узагальнено матеріали самостійних досліджень автора [12, 13], а також результати, які отримані й опубліковані ним у співавторстві. Особистий внесок здобувача при проведенні спільних робіт полягає в постановці задач, виборі методу їхнього розв'язання, участі в одержанні розв'язків і виконанні розрахунків, проведенні експериментальних досліджень, в аналізі числових і експериментальних результатів, виявленні, інтерпретації й узагальненні фізичних закономірностей. Розрахункові формули, наведені в роботі, та наукові висновки належать авторові особисто.

Апробація результатів дисертації. Результати роботи оприлюднено в 31 доповіді на 21 міжнародній науковій конференції та семінарі: 6-th International Conference Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (Sevastopol, Ukraine, 2012); 21, 22, 23, 24 Международные Крымские конференции “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии” (Севастополь, Украина, 2011, 2012, 2013,

2014); XVII-th, XVIII-th, XX-th, XXIth, XXIIth, XXIVth International Seminars/Workshops on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (Tbilisi, Georgia, 2012, 2016; Lviv, Ukraine, 2013, 2015, 2019; Dnipro, Ukraine, 2017; Tbilisi, Georgia, 2020); IX, X, XI International Conferences on Antenna Theory and Techniques, (Odessa, Ukraine, 2013; Kharkiv, Ukraine, 2015; Kyiv, Ukraine, 2017); 9-th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (Kharkiv, Ukraine, 2016.); 16-th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Lviv, Ukraine, 2016); 8-th, 9-th International Conferences Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (Odessa, Ukraine, 2016, 2018); IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (Kyiv, Ukraine, 2017); 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (Kharkiv, Ukraine, 2020).

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, 6 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та 3 додатків. Загальний обсяг дисертації складає 409 сторінок, із них 310 сторінок основного тексту. Робота ілюстрована 9 таблицями та 112 рисунками. Список використаних джерел містить 280 найменувань.

РОЗДІЛ 1

ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ ТЕОРІЇ ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ СИСТЕМАМИ ТОНКИХ ІМПЕДАНСНИХ ВІБРАТОРІВ І ВУЗЬКИХ ЩІЛИН В ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄМАХ З ІДЕАЛЬНО ПРОВІДНИМИ Й ІМПЕДАНСНИМИ ГРАНИЦЯМИ

1.1.1 Функція Гріна як ядро інтегрального рівняння

Ключовою задачею аналізу збудження електромагнітних хвиль перешкодами скінченних розмірів є визначення полів, збуджуваних точковими джерелами. Одним із класичних методів розв'язання цієї задачі є метод функції Гріна. Визначення функцій Гріна для конкретних просторових областей забезпечує можливість побудови аналітичних розв'язків крайових задач макроскопічної електродинаміки [66, 70–80]. Як відомо, у випадку векторних полів функція Гріна є тензорною (симетричний тензор другого рангу – афінор) функцією взаємного розташування двох точок: точки спостереження, що має радіус-вектор \vec{r} , і точки джерела з радіус-вектором \vec{r}' .

Функції Гріна неоднорідних векторних рівнянь Гельмгольца для електричного й магнітного полів або для векторних потенціалів електричного і магнітного типів, до яких зводяться рівняння Максвелла, визначаються розв'язком одного з наступних тензорних рівнянь:

$$\text{rot} \text{rot} \hat{G}_{E(H)}(\vec{r}, \vec{r}') - k_1^2 \hat{G}_{E(H)}(\vec{r}, \vec{r}') = 4\pi \hat{I} \delta(|\vec{r} - \vec{r}'|), \quad (1.1)$$

$$\Delta \hat{G}_A^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') + k_1^2 \hat{G}_A^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = -4\pi \hat{I} \delta(|\vec{r} - \vec{r}'|) \quad (1.2)$$

і задовольняють усім граничним умовам конкретної крайової задачі. Тут $\hat{G}_{E(H)}(\vec{r}, \vec{r}')$ – функції Гріна для електричного й магнітного полів відповідно, а $\hat{G}_A^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$ – функції Гріна для векторного потенціалу електричного або магнітного типів. Використання рівнянь (1.2) є коректним для систем координат, у яких довільне електромагнітне поле може бути подане у вигляді суми полів

електричного й магнітного типів. У випадку прямокутної системи координат $\delta(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z')$ – тривимірна дельта-функція Дірака; $\hat{I} = (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) + (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'})$ – одиничний афінор; $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – орти декартової системи координат; Δ – оператор Лапласа; \otimes – знак тензорного множення.

Функції Гріна дозволяють у замкненій формі одержати вирази для електромагнітних полів у вигляді (1.11) довільного векторного джерела в будь-якій точці простору. Наприклад, якщо в якості джерела задано деякий об'ємний розподіл щільності електричного струму $\vec{J}^e(\vec{r})$, то електричне поле визначається за одним із виразів

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k_1^2}{i\omega} \int_V \hat{G}_E(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}^e(\vec{r}') d\vec{r}', \quad (1.3)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega} (\text{grad div} + k_1^2) \int_V \hat{G}_A^e(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}^e(\vec{r}') d\vec{r}', \quad (1.4)$$

де прийняте для спрощення $\vec{E}_0(\vec{r}) = 0$. Наявність цих двох подань формально можна зв'язати з різним калібруванням потенціалів електромагнітного поля й установити співвідношення

$$\hat{G}_E(\vec{r}, \vec{r}') = \left(\hat{I} + \frac{1}{k_1^2} \{ \text{grad} \otimes \text{grad} \} \right) \hat{G}_A^e(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (1.5)$$

розуміючи під операцією $\{ \text{grad} \otimes \text{grad} \}$ тензорний добуток двох символічних векторів. Відмітимо, що формула (1.5) є застосовною тільки для систем прямокутних і циліндричних координат [3, 80]

Для нескінченного простору єдиною граничною умовою, що накладається на функцію Гріна, є умова випромінювання Зоммерфельда, і функцію Гріна можна записати у вигляді

$$\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I} \frac{e^{-ik_1|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \hat{I} G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}'). \quad (1.6)$$

Якщо $\vec{r} = \vec{r}'$, то функції (1.6) і (1.5) обертаються в нескінченність і інтеграли в (1.3), (1.4) не можна визначати як межу інтегральної суми у звичайному значенні,

оскільки її не існує. Тому, строго кажучи, формули (1.3), (1.4) є справедливими для тих точок простору, де відсутні джерела. У тому випадку, коли точка спостереження \vec{r} збігається з однією із точок джерела \vec{r}' , об'ємні інтеграли в (1.3), (1.4) повинні розуміти як невластні, тобто $\int_V = \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{V-\nu}$, де ν – об'єм, що виключається, який міститься в сфері нескінченно малого радіуса ρ із центром у точці \vec{r}' . Основна відмінність двох типів інтегралів полягає в тому, що невластний інтеграл в (1.4) може бути модифіковано в абсолютно збіжний [76], тоді як інтеграл в (1.3) принципово є умовно збіжним [76], і його значення залежить від форми області, що виключається, і що містить особливу точку $\vec{r} = \vec{r}'$. Для фізично коректного визначення поля в області джерела необхідно розглядати головне значення інтеграла в (1.3), яке вносить основний вклад у результат інтегрування. Можна, однак, розуміти інтеграли й у звичайному сенсі, виділяючи сингулярну частину у функціях Гріна. Поведінку тензорної функції Гріна (1.5) в околиці точок джерела поля досліджувати досить важко. Строгий розгляд цих питань вимагає залучення математичного апарата узагальнених функцій [78]. У зв'язку із цим слід зазначити перевагу використання виразу для поля (1.4), що базується на функції Гріна для векторного потенціалу, у порівнянні з (1.3) і (1.5), а саме: поле (1.4) має інтегровану особливість і обчислення головного значення інтеграла вдається уникнути.

Це обґрунтування повною мірою стосується й до обмежених областей, оскільки функція Гріна обмеженої області має таку ж особливість при співпадінні аргументів, як і у випадку вільного простору [71]. Підкреслимо ще раз, що під функцією Гріна обмеженої області розуміється розв'язок рівняння (1.1) або (1.2) поле, що визначає поле (1.3) або (1.4), яке повинне задовольняти відповідним умовам на граничній поверхні S_1 (S_2). У кожному з розглянутих об'ємів $V_{1(2)}$ загальний розв'язок рівняння (1.2) можна записати у вигляді [1, 66, 81]:

$$\hat{G}_{V_{1(2)}}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{g}_{V_{1(2)}}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (1.7)$$

де $G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-ik_{1(2)}|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, а $\hat{g}_{V_{1(2)}}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$ – регулярна всюди функція, що задовольняє однорідному рівнянню

$$\Delta \hat{g}_{V_{1(2)}}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') + k_{1(2)}^2 \hat{g}_{V_{1(2)}}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = 0 \quad (1.8)$$

та забезпечує разом з $\hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$ виконання граничних умов на поверхні S_1 (S_2) об'єму V_1 (V_2) для поля точкового джерела електричного або магнітного типу, розташованого в точці \vec{r}' .

Подання (1.7) є принципово важливим для загальності розв'язання інтегральних рівнянь у системі рівнянь (1.11). Воно є природнім, якщо функції Гріна для конкретних об'ємів будуються за допомогою методу дзеркальних зображень. Так, у прямокутній системі координат (x, y, z) для вільного півпростору над ідеально провідною площиною XOY функції Гріна можна визначити в такий спосіб (додаток Б):

$$\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{g}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') - (+) \begin{vmatrix} g_{xx}(R_1) & 0 & 0 \\ 0 & g_{yy}(R_1) & 0 \\ 0 & 0 & -g_{zz}(R_1) \end{vmatrix}, \quad (1.9)$$

$$\text{де} \quad G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-ikR}}{R}, \quad R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2},$$

$$g_{xx}(R_1) = g_{yy}(R_1) = g_{zz}(R_1) = \frac{e^{-ikR_1}}{R_1}, \quad R_1 = \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z-z')^2}.$$

Подібна структура має місце й для виразів компонент функцій Гріна для кутової області (додаток Б). Тобто, у будь-якому разі, подання функції Гріна буде містити в явному вигляді доданок $\hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$. Однак цей метод не завжди вдається застосувати для більш складних геометрій об'ємів V_1 (V_2), і необхідно одержувати функції Гріна за допомогою інших методів, що використовують базиси власних функцій розглянутих просторових областей.

Серед цих методів можна виділити спосіб побудови функції Гріна електричного типу безпосередньо у витокоподібному поданні (1.7) для круглих

хвилеводу й резонатора з розв'язку задачі дифракції тензорних розбіжних сферичної й квазісферичної хвиль на стінках електродинамічних об'ємів [82]. Однак отримані в цих роботах аналітичні вирази для компонент функцій Гріна виявляються досить складними для їхнього подальшого використання.

Альтернативним підходом є початкова побудова повної функції Гріна для розглянутої області $\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$ яким-небудь методом з наступним штучним виділенням її витокоподібної складової. Тут, як найбільш загальна, може використовуватися методика «примусового форматування» функції. Вона полягає в тому, що до отриманої повної функції Гріна одночасно додається й віднімається тензор $\hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$:

$$\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I} \frac{e^{-ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') - \hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}'). \quad (1.10)$$

При цьому перший доданок містить функцію Гріна для необмеженого простору в традиційній (витокоподібній) формі, а від'ємник – подання цієї функції в тому базисі координат і власних функцій, у якому була побудована повна функція $\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$. Подання для $G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$ у чотирьох основних ортогональних системах координат, виведення яких є в монографії [83], наведені в додатку Б. Далі, враховуючи (1.8), а саме: $(\Delta + k_{1(2)}^2)(\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') - \hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')) = 0$, необхідно перевизначити коефіцієнти при власних функціях у виразах для компонент $\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$, вимагаючи для $\hat{g}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$ виконання умови на граничній поверхні S у вигляді: $\hat{g}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')|_S = -\hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')|_S$. Така вимога забезпечує у виразах для векторних потенціалів Герца (згідно з [71]) рівність нулю суми двох поверхневих інтегралів, що відповідають витокоподібній і регулярній складовим функції Гріна.

Слід зазначити, що при використанні в розрахунках тотожності (1.10) для малих відстаней $|\vec{r} - \vec{r}'|$ поблизу джерела доданки $\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') - \hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$ не можна обчислювати паралельно один одному й лише потім робити підсумкове

віднімання. Це неминуче приведе до обчислювальних помилок, оскільки кожен із доданків у цьому випадку буде являти собою повільно збіжний ряд (або інтеграл), які неможливо обчислити з однаковою точністю. Характер різниці типу $(\infty - \infty)$ унеможливорює правильну інтерпретацію регулярної функції. Тому складові $\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') - \hat{I}G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$ попередньо повинні бути об'єднані в рамках загального базисного розкладання, відповідно до якого й необхідно робити числові розрахунки.

Зрозуміло, що методика «примусового форматування» функції Гріна застосовна при конфігураціях об'ємів V_1 і V_2 з координатними границями, для яких побудовані (або можуть бути побудовані) функції Гріна $\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$, включаючи й розглянуті далі в роботі прямокутні резонатори й нескінченні (напівнескінченні) прямокутні хвилеводи. Однак і в більш загальних випадках складних електродинамічних об'ємів для розв'язання задачі збудження може бути використана витокоподібна функція Гріна у вигляді $G_0^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-ik_{1(2)}|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$. При цьому, зрозуміло, у співвідношеннях для векторних потенціалів [71] необхідно буде враховувати як об'ємний, так і поверхневий інтеграли.

1.2 Постановка задачі та вихідні інтегральні рівняння

Сформулюємо в найбільш загальному вигляді задачу про збудження (розсіювання, випромінювання) електромагнітних полів матеріальними тілами скінченних розмірів у присутності отворів зв'язку двох електродинамічних об'ємів. Нехай є деякий довільний об'єм V_1 , обмежений ідеально провідною (або імпедансною, або частково імпедансною) поверхнею S_1 , ділянки якої можуть бути віддалені на нескінченність. У цій поверхні прорізано отвори Σ_n ($n = 1, 2, \dots, N$), що з'єднують об'єм V_1 з іншим довільним об'ємом V_2 . Границя між зв'язаними об'ємами V_1 і V_2 в області отворів зв'язку має нескінченно малу товщину.

Діелектрична й магнітна проникності середовищ в об'ємах V_1 і V_2 дорівнюють ε_1, μ_1 і ε_2, μ_2 . Нехай в об'ємі V_1 знаходяться матеріальні тіла, укладені в локальні об'єми V_{m_1} ($m_1 = 1, 2, \dots, M_1$), які обмежені гладкими замкненими поверхнями S_{m_1} . Тіла характеризуються однорідними матеріальними параметрами: діелектричною проникністю ε_{m_1} , магнітною проникністю μ_{m_1} й провідністю σ_{m_1} . Подібним чином припускаємо наявність в об'ємі V_2 матеріальних тіл у локальних об'ємах V_{m_2} ($m_2 = 1, 2, \dots, M_2$), обмежених гладкими замкненими поверхнями S_{m_2} , які характеризуються однорідними матеріальними параметрами: діелектричною проникністю ε_{m_2} , магнітною проникністю μ_{m_2} й провідністю σ_{m_2} (Рис. 1.1).

Зауважимо, що поле сторонніх джерел може бути заданим як поле електромагнітної хвилі що падає на тіла й отвори (задача про розсіювання), або як поля прикладених до тіл електрорушійних сил, відмінних від нуля лише в деяких областях об'ємів V_{m_1} і V_{m_2} (задача про випромінювання), або, у загальному випадку, як комбінація цих полів. Не втрачаючи загального підходу, будемо вважати, що тільки усередині об'єму V_1 існує електромагнітне поле заданих сторонніх джерел $\{\vec{E}_0(\vec{r}), \vec{H}_0(\vec{r})\}$, що залежить від часу t як $e^{i\omega t}$ (\vec{r} – радіус-вектор точки спостереження, $\omega = 2\pi f$ – кругова частота, f – частота, вимірювана в Герцах). Необхідно знайти повні електромагнітні поля $\{\vec{E}_{V_1}(\vec{r}), \vec{H}_{V_1}(\vec{r})\}$ й $\{\vec{E}_{V_2}(\vec{r}), \vec{H}_{V_2}(\vec{r})\}$ в об'ємах V_1 і V_2 , що задовольняють рівнянням Максвелла й граничним умовам на поверхнях S_{m_1} , S_{m_2} , Σ_n , S_1 і S_2 .

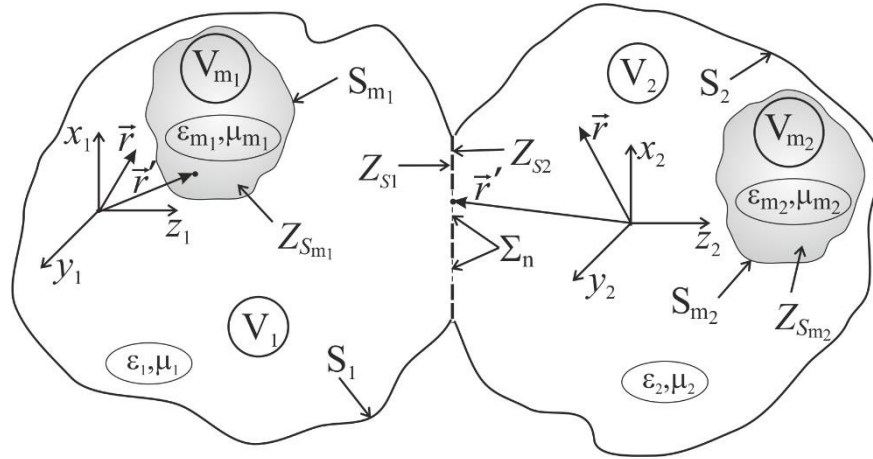


Рис. 1.1 Геометрія задачі й прийняті позначення

При розв'язанні задач подібного типу повні електромагнітні поля в об'ємах V_1 і V_2 виявляється доцільним виразити через тангенціальні складові полів на поверхнях S_{m_1} , S_{m_2} і Σ_n . У Гаусовій системі одиниць CGS вони можуть бути записані у вигляді інтегральних рівнянь Кірхгофа-Котлера [6, 66]:

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_{V_1}(\vec{r}) &= \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi i k \epsilon_1} (\text{grad div} + k_1^2) \sum_{m_1=1}^{M_1} \int_{S_{m_1}} \hat{G}_{V_1}^e(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}_{m_1}, \vec{H}_{V_1}(\vec{r}')_{m_1}] d\vec{r}'_{m_1} - \\
 &- \frac{1}{4\pi} \text{rot} \left\{ \sum_{m_1=1}^{M_1} \int_{S_{m_1}} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}_{m_1}, \vec{E}_{V_1}(\vec{r}')_{m_1}] d\vec{r}'_{m_1} + \sum_{n=1}^N \int_{\Sigma_n} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}_n, \vec{E}_{V_1}(\vec{r}')_n] d\vec{r}'_n \right\}, \\
 \vec{H}_{V_1}(\vec{r}) &= \vec{H}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi i k \mu_1} (\text{grad div} + k_1^2) \left\{ \sum_{m_1=1}^{M_1} \int_{S_{m_1}} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}_{m_1}, \vec{E}_{V_1}(\vec{r}')_{m_1}] d\vec{r}'_{m_1} + \right. \\
 &+ \left. \sum_{n=1}^N \int_{\Sigma_n} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}_n, \vec{E}_{V_1}(\vec{r}')_n] d\vec{r}'_n \right\} + \\
 &+ \frac{1}{4\pi} \text{rot} \sum_{m_1=1}^{M_1} \int_{S_{m_1}} \hat{G}_{V_1}^e(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}_{m_1}, \vec{H}_{V_1}(\vec{r}')_{m_1}] d\vec{r}'_{m_1},
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

$$\begin{aligned}
\vec{E}_{V_2}(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi i k \epsilon_2} (\text{grad div} + k_2^2) \sum_{m_2=1}^{M_2} \int_{S_{m_2}} \hat{G}_{V_2}^e(\vec{r}, \vec{r}'_{m_2}) [\vec{n}_{m_2}, \vec{H}_{V_2}(\vec{r}'_{m_2})] d\vec{r}'_{m_2} - \\
&- \frac{1}{4\pi} \text{rot} \left\{ \sum_{m_2=1}^{M_2} \int_{S_{m_2}} \hat{G}_{V_2}^m(\vec{r}, \vec{r}'_{m_2}) [\vec{n}_{m_2}, \vec{E}_{V_2}(\vec{r}'_{m_2})] d\vec{r}'_{m_2} + \sum_{n=1}^N \int_{\Sigma_n} \hat{G}_{V_2}^m(\vec{r}, \vec{r}'_n) [\vec{n}_n, \vec{E}_{V_2}(\vec{r}'_n)] d\vec{r}'_n \right\}, \\
\vec{H}_{V_2}(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi i k \mu_2} (\text{grad div} + k_2^2) \left\{ \sum_{m_2=1}^{M_2} \int_{S_{m_2}} \hat{G}_{V_2}^m(\vec{r}, \vec{r}'_{m_2}) [\vec{n}_{m_2}, \vec{E}_{V_2}(\vec{r}'_{m_2})] d\vec{r}'_{m_2} + \right. \\
&\left. + \sum_{n=1}^N \int_{\Sigma_n} \hat{G}_{V_2}^m(\vec{r}, \vec{r}'_n) [\vec{n}_n, \vec{E}_{V_2}(\vec{r}'_n)] d\vec{r}'_n \right\} + \\
&+ \frac{1}{4\pi} \text{rot} \sum_{m_2=1}^{M_2} \int_{S_{m_2}} \hat{G}_{V_2}^e(\vec{r}, \vec{r}'_{m_2}) [\vec{n}_{m_2}, \vec{H}_{V_2}(\vec{r}'_{m_2})] d\vec{r}'_{m_2}.
\end{aligned}$$

Тут $k = 2\pi / \lambda$ – хвильове число, λ – довжина хвилі у вільному просторі; $k_1 = k\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ і $k_2 = k\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$ – хвильові числа в середовищах, якими заповнено об'єми; $\vec{r}'_{m_1, m_2, n}$ – радіус-вектори точок джерел, розташованих на поверхнях S_{m_1} , S_{m_2} і Σ_n ; $\vec{n}_{m_1, m_2, n}$ – орти зовнішніх нормалей до цих поверхонь; $\hat{G}_{V_1, V_2}^e(\vec{r}, \vec{r}')$ і $\hat{G}_{V_1, V_2}^m(\vec{r}, \vec{r}')$ – тензорні функції Гріна електричного й магнітного типів для векторних потенціалів Герца зв'язуваних об'ємів, що задовольняють векторному рівнянню Гельмгольца при виконанні відповідних граничних умов на поверхнях S_1 і S_2 . Для ділянок поверхонь S_1 (або S_2), віддалених на нескінченність, граничні умови для $\hat{G}_{V_1, V_2}^{e, m}(\vec{r}, \vec{r}')$ переходять в умову випромінювання Зоммерфельда.

Інтерпретація полів, що стоять ліворуч у рівняннях (1.11), змінюється залежно від положення точки спостереження \vec{r} , у якій необхідно визначити шукане поле. Якщо точка \vec{r} знаходиться на поверхнях S_{m_1} , S_{m_2} тіл V_{m_1} і V_{m_2} або на апертурах Σ_n отворів, то поля $\vec{E}(\vec{r})$ і $\vec{H}(\vec{r})$ являють собою ті ж поля, що й під знаками інтегралів праворуч. У цьому випадку рівняння (1.11) є неоднорідними лінійними інтегральними рівняннями Фредгольма другого роду й мають єдиний математично коректний розв'язок. Якщо ж точка \vec{r} , у якій визначається поле, лежить поза областями V_{m_1} , V_{m_2} і Σ_n , то рівняння (1.11) стають рівностями, які визначають повне електромагнітне поле через задане поле сторонніх джерел. Ці

рівності в найбільш загальному вигляді вирішують задачу про збудження електромагнітних полів перешкодами скінченних розмірів, якщо відомі поля на поверхнях цих перешкод. Зрозуміло, що для визначення цих полів спочатку необхідно розв'язати інтегральні рівняння.

Відзначимо, що подання (1.11) використовується при розв'язанні електродинамічних задач і в тих випадках, коли для визначення полів на поверхнях матеріальних тіл застосовуються які-небудь додаткові фізичні розуміння. Так, для добре провідних тіл ($\sigma \rightarrow \infty$) наведений у них струм концентрується біля поверхні тіла. Тоді, нехтуючи товщиною скін-шару, можна скористатися наближеною імпедансною граничною умовою Щукіна-Леонтовича [67, 68, 69], записавши її у загальному випадку при змінному від точки до точки на поверхні матеріального тіла імпедансу:

$$[\vec{n}, \vec{E}(\vec{r})] = \bar{Z}_s(\vec{r})[\vec{n}, [\vec{n}, \vec{H}(\vec{r})]], \quad (1.12)$$

де $\bar{Z}_s(\vec{r}) = \bar{R}_s(\vec{r}) + i\bar{X}_s(\vec{r}) = Z_s(\vec{r}) / Z_0$ – змінний розподілений поверхневий імпеданс.

Імпедансна гранична умова (1.12) дозволяє в інтегральних рівняннях (1.11) здійснити перехід від невідомих полів до нових невідомих – густин поверхневих струмів. Не втрачаючи загального підходу, зробимо в системі рівнянь (1.11) цей перехід для випадку, коли в об'ємі V_1 розташовано два матеріальні тіла, і він є зв'язаним з об'ємом V_2 через один отвір зв'язку. Поміщаючи точку спостереження на поверхні S_{1i} й S_{2i} імпедансних тіл (далі індекси для струмів 1,2), а також використовуючи умову безперервності тангенціальних складових магнітних полів на отворі Σ (індекс для струму 3), одержуємо таку систему інтегральних рівнянь:

$$\begin{aligned} & Z_{s1}(\vec{r}_1) \vec{J}_1^e(\vec{r}_1) + \frac{k}{\omega} \operatorname{rot} \int_{\Sigma} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}_3') \vec{J}_3^m(\vec{r}_3') d\vec{r}_3' = \vec{E}_0(\vec{r}) + \\ & + \frac{1}{i\omega\epsilon_1} (\operatorname{grad} \operatorname{div} + k_1^2) \left\{ \int_{S_{1i}} \hat{G}_{V_1}^e(\vec{r}, \vec{r}_1') \vec{J}_1^e(\vec{r}_1') d\vec{r}_1' + \int_{S_{2i}} \hat{G}_{V_1}^e(\vec{r}, \vec{r}_2') \vec{J}_2^e(\vec{r}_2') d\vec{r}_2' \right\} + \\ & + \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \left\{ \int_{S_{1i}} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}_1') Z_{s1}(\vec{r}_1') [\vec{n}_1, \vec{J}_1^e(\vec{r}_1')] d\vec{r}_1' + \int_{S_{2i}} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}_2') Z_{s2}(\vec{r}_2') [\vec{n}_2, \vec{J}_2^e(\vec{r}_2')] d\vec{r}_2' \right\}, \end{aligned} \quad (1.13a)$$

$$\begin{aligned}
& Z_{s_2}(\vec{r}_2) \vec{J}_2^e(\vec{r}_2) + \frac{k}{\omega} \operatorname{rot} \int_{\Sigma} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}_3') \vec{J}_3^m(\vec{r}_3') d\vec{r}_3' = \vec{E}_0(\vec{r}) + \\
& + \frac{1}{i\omega\epsilon_1} (\operatorname{grad} \operatorname{div} + k_1^2) \left\{ \int_{S_{2_1}} \hat{G}_{V_1}^e(\vec{r}, \vec{r}_2') \vec{J}_2^e(\vec{r}_2') d\vec{r}_2' + \int_{S_{1_1}} \hat{G}_{V_1}^e(\vec{r}, \vec{r}_1') \vec{J}_1^e(\vec{r}_1') d\vec{r}_1' \right\} + \\
& + \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \left\{ \int_{S_{2_1}} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}_2') Z_{s_2}(\vec{r}_2') [\vec{n}_2, \vec{J}_2^e(\vec{r}_2')] d\vec{r}_2' + \int_{S_{1_1}} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}_1') Z_{s_1}(\vec{r}_1') [\vec{n}_1, \vec{J}_1^e(\vec{r}_1')] d\vec{r}_1' \right\}, \quad (1.136)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \vec{H}_0(\vec{r}) + \frac{1}{i\omega\mu_1} (\operatorname{grad} \operatorname{div} + k_1^2) \int_{\Sigma} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}_3') \vec{J}_3^m(\vec{r}_3') d\vec{r}_3' + \\
& + \frac{1}{i\omega\mu_2} (\operatorname{grad} \operatorname{div} + k_2^2) \int_{\Sigma} \hat{G}_{V_2}^m(\vec{r}, \vec{r}_3') \vec{J}_3^m(\vec{r}_3') d\vec{r}_3' = \\
& = \frac{1}{i\omega\epsilon_1} (\operatorname{grad} \operatorname{div} + k_1^2) \left\{ \int_{S_{1_1}} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}_1') Z_{s_1}(\vec{r}_1') [\vec{n}_1, \vec{J}_1^e(\vec{r}_1')] d\vec{r}_1' + \right. \\
& \left. + \int_{S_{2_1}} \hat{G}_{V_1}^m(\vec{r}, \vec{r}_2') Z_{s_2}(\vec{r}_2') [\vec{n}_2, \vec{J}_2^e(\vec{r}_2')] d\vec{r}_2' \right\} - \\
& - \frac{k}{\omega} \operatorname{rot} \left\{ \int_{S_{1_1}} \hat{G}_{V_1}^e(\vec{r}, \vec{r}_1') \vec{J}_1^e(\vec{r}_1') d\vec{r}_1' + \int_{S_{2_1}} \hat{G}_{V_1}^e(\vec{r}, \vec{r}_2') \vec{J}_2^e(\vec{r}_2') d\vec{r}_2' \right\} \quad (1.13B)
\end{aligned}$$

відносно густин поверхневих струмів: електричних $\vec{J}_{1,2}^e(\vec{r}_{1,2})$ на $S_{1,2}$ й еквівалентного магнітного $\vec{J}_3^m(\vec{r}_3)$ на Σ

$$\vec{J}_{1,2}^e(\vec{r}_{1,2}) = \frac{c}{4\pi} [\vec{n}_{1,2}, \vec{H}(\vec{r}_{1,2})], \quad \vec{J}_3^m(\vec{r}_3) = \frac{c}{4\pi} [\vec{n}_3, \vec{E}(\vec{r}_3)]. \quad (1.14)$$

Таким чином, задачу про збудження електромагнітних хвиль імпедансними тілами скінченних розмірів і отворами зв'язку електродинамічних об'ємів сформульовано як строгу крайову задачу макроскопічної електродинаміки й зведено до інтегральних рівнянь для струмів, розв'язання яких є самостійною задачею, нерідко зв'язаною зі значними математичними складнощами. Якщо характерні розміри перешкод у багато разів перевищують довжину хвилі (високочастотна область), то розв'язок поставленої задачі зазвичай знаходиться у вигляді розкладань у ряди за зворотними степенями хвильового числа. У низькочастотній (квазістатичній) області, коли перешкоди мають розміри набагато менші за довжину хвилі, подання невідомих функцій у вигляді рядів за степенями хвильового числа зводить задачу до розв'язання послідовності

електростатичних задач. На відміну від асимптотичних випадків, резонансна область, у якій хоча б один із розмірів перешкод порівняний з довжиною хвилі, є найбільш складною для аналізу, тому що тут потрібне строге розв'язання рівнянь поля. Відзначимо, що із практичної точки зору перешкоди у вигляді тонких імпедансних вібраторів і вузьких щілин становлять особливий інтерес саме в такій частотній області.

1.2.1 Інтегральні рівняння для електричного та магнітного струмів у тонких вібраторах і вузьких щілинах

При безпосередньому розв'язанні системи рівнянь (1.13) для матеріальних тіл зі складною формою поверхні й отвору зв'язку Σ з довільною геометрією виникають відомі математичні труднощі. Однак для імпедансних циліндрів, периметр поперечного перерізу яких є малим у порівнянні з їхньою довжиною й довжиною хвилі в навколишньому просторі (тонкі вібратори), і для отворів, один з розмірів яких задовольняє тим же умовам (вузькі щілини), розв'язок системи значно спрощується [1, 84]. Крім того, при цьому вдається поширити граничну умову (1.12) на циліндричні поверхні вібраторів з довільним розподілом комплексного імпедансу незалежно від структури поля збудження й електрофізичних характеристик матеріалів, з яких вони виготовлені [69].

Перетворимо систему рівнянь (1.13) стосовно тонких вібраторів, що являють собою обмежені кругові циліндричні дроти з радіусами $r_{1,2}$ й довжиною $2L_{1,2}$, і вузької прямолінійної щілини шириною d й довжиною $2L_3$, для яких виконуються такі співвідношення:

$$\frac{r_{1,2}}{2L_{1,2}} \ll 1, \quad \frac{r_{1,2}}{\lambda_{1,2}} \ll 1, \quad \frac{d}{2L_3} \ll 1, \quad \frac{d}{\lambda_{1,2}} \ll 1, \quad (1.15)$$

де $\lambda_{1,2}$ – довжини хвиль у відповідних середовищах. Ці нерівності дозволяють вважати, що наведені у вібраторах електричні струми й еквівалентний магнітний струм у щілині можна подати в такому вигляді:

$$\vec{J}_{1(2)}^e(\vec{r}_{1(2)}) = \vec{e}_{s_{1(2)}} J_{1(2)}(s_{1(2)}) \psi_{1(2)}(\rho_{1(2)}, \phi_{1(2)}), \quad \vec{J}_3^m(\vec{r}_3) = \vec{e}_{s_3} J_3(s_3) \chi(\xi), \quad (1.16)$$

де $\vec{e}_{s_{1(2)}}$ й \vec{e}_{s_3} – одиничні вектори, спрямовані уздовж осей вібраторів і щілини відповідно; $s_{1(2)}$ і s_3 – локальні координати, пов'язані з осями вібраторів і щілини; $\psi_{1(2)}(\rho_{1(2)}, \phi_{1(2)})$ – функції поперечних ($\perp_{1(2)}$) полярних координат $\rho_{1(2)}, \phi_{1(2)}$ для вібраторів; $\chi(\xi)$ – функція поперечної координати ξ для щілини. Функції $\psi_{1(2)}(\rho_{1(2)}, \phi_{1(2)})$ й $\chi(\xi)$ задовольняють умовам нормування:

$$\int_{\perp_{1(2)}} \psi_{1(2)}(\rho_{1(2)}, \phi_{1(2)}) \rho_{1(2)} d\rho_{1(2)} d\phi_{1(2)} = 1, \quad \int_{\xi} \chi(\xi) d\xi = 1, \quad (1.17)$$

а шукані струми (індекси «e» і «m» опускаємо) $J_{1(2)}(s_{1(2)})$ і $J_3(s_3)$ задовольняють крайовим умовам:

$$J_{1(2)}(\pm L_{1(2)}) = 0, \quad J_3(\pm L_3) = 0. \quad (1.18)$$

Приймаючи все це до уваги й проектуючи рівняння (1.13а) і (1.13б) на осі вібраторів з урахуванням того, що згідно (1.15) $[\vec{n}_{1(2)}, \vec{J}_{1(2)}(\vec{r}_{1(2)})] \ll 1$, а рівняння (1.13в) на вісь щілини, одержуємо систему інтегро-диференціальних рівнянь щодо струмів у вібраторах і щілині з урахуванням їх взаємодії між собою:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k_1^2 \right) \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{V_1}(s_1, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{V_1}(s_1, s'_2) ds'_2 \right\} - \\ & - ik \vec{e}_{s_1} \text{rot} \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{V_1}(s_1, s'_3) ds'_3 = -i\omega \epsilon_1 [E_{0s_1}(s_1) - z_{i1}(s_1) J_1(s_1)], \\ & \left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k_1^2 \right) \left\{ \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{V_1}(s_2, s'_2) ds'_2 + \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{V_1}(s_2, s'_1) ds'_1 \right\} - \\ & - ik \vec{e}_{s_2} \text{rot} \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{V_1}(s_2, s'_3) ds'_3 = -i\omega \epsilon_1 [E_{0s_2}(s_2) - z_{i2}(s_2) J_2(s_2)], \\ & \frac{1}{\mu_1} \left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k_1^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{V_1}(s_3, s'_3) ds'_3 + \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k_2^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{V_2}(s_3, s'_3) ds'_3 + \\ & + ik \vec{e}_{s_3} \text{rot} \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{V_1}(s_3, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{V_1}(s_3, s'_2) ds'_2 \right\} = -i\omega H_{0s_3}(s_3). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Тут $z_{il(2)}(s_{l(2)})$ – внутрішні погонні ([Ом/м]) імпеданси вібраторів ($Z_{sl(2)}(\vec{r}_{l(2)}) = 2\pi r_{l(2)} z_{il(2)}(\vec{r}_{l(2)})$), $E_{0s_1}(s_1)$ і $H_{0s_3}(s_3)$ – проекції полів сторонніх джерел на осі вібраторів і щілини, $G_{s_{1,2}}^{V_1}(s_{1,2,3}, s'_{l(2)})$ і $G_{s_3}^{V_{l(2)}}(s_{1,2,3}, s'_3)$ – відповідні компоненти тензорів функцій Гріна розглянутих об'ємів.

У випадку відсутності взаємодії між вібраторами й щілиною система рівнянь (1.19) суттєво спрощується й має такий вигляд:

$$\left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k_1^2 \right) \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{V_1}(s_1, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{V_1}(s_1, s'_2) ds'_2 \right\} = -i\omega \epsilon_1 [E_{0s_1}(s_1) - z_{il}(s_1) J_1(s_1)],$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k_1^2 \right) \left\{ \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{V_1}(s_2, s'_2) ds'_2 + \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{V_1}(s_2, s'_1) ds'_1 \right\} = -i\omega \epsilon_1 [E_{0s_2}(s_2) - z_{i2}(s_2) J_2(s_2)],$$
(1.20)

$$\frac{1}{\mu_1} \left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k_1^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{V_1}(s_3, s'_3) ds'_3 + \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k_2^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{V_2}(s_3, s'_3) ds'_3 = -i\omega H_{0s_3}(s_3).$$

Для одиночних вібратора (індекси « v » і 1) або щілини (індекси « sl » і 2) система рівнянь (1.20) розпадається на два незалежні рівняння:

$$\left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k_1^2 \right) \int_{-L_v}^{L_v} J_v(s'_1) G_{s_1}^{V_1}(s_1, s'_1) ds'_1 = -i\omega \epsilon_1 [E_{0s_1}(s_1) - z_i(s_1) J_v(s_1)], \quad (1.21)$$

$$\frac{1}{\mu_1} \left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k_1^2 \right) \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} J_{sl}(s'_2) G_{s_2}^{V_1}(s_2, s'_2) ds'_2 +$$

$$+ \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k_2^2 \right) \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} J_{sl}(s'_2) G_{s_2}^{V_2}(s_2, s'_2) ds'_2 = -i\omega H_{0s_2}(s_2). \quad (1.22)$$

У найбільш загальному випадку вібратор або щілина можуть мати криволінійну осьову конфігурацію. Тоді, якщо радіус кривизни осі вібратора або середньої лінії щілини великий у порівнянні з їхніми поперечними розмірами, рівняння для електричного струму у вібраторі й магнітного струму в щілині з урахуванням (1.7) мають вигляд:

$$\int_{L_v} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial s_1} \frac{\partial J_v(s'_1)}{\partial s'_1} + k_1^2 (\vec{e}_{s_1} \vec{e}_{s'_1}) J_v(s'_1) \right] G_v(s_1, s'_1) + \right. \\ \left. + J_v(s'_1) \left[\frac{\partial^2}{\partial s_1^2} + k_1^2 \right] \vec{e}_{s_1} \left(\hat{g}_{s_1}^{eV_1}(s_1, s'_1) \vec{e}_{s'_1} \right) \right\} ds'_1 = -i\omega \epsilon_1 \left[E_{0s_1}(s_1) - z_i(s_1) J_v(s_1) \right], \quad (1.23)$$

$$\int_{L_{sl}} \left\{ \frac{1}{\mu_1} \left[\frac{\partial}{\partial s_2} \frac{\partial J_{sl}(s'_2)}{\partial s'_2} + k_1^2 (\vec{e}_{s_2} \vec{e}_{s'_2}) J_{sl}(s'_2) \right] G_{sl}^{V_1}(s_2, s'_2) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mu_2} \left[\frac{\partial}{\partial s_2} \frac{\partial J_{sl}(s'_2)}{\partial s'_2} + k_2^2 (\vec{e}_{s_2} \vec{e}_{s'_2}) J_{sl}(s'_2) \right] G_{sl}^{V_2}(s_2, s'_2) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mu_1} J_{sl}(s'_2) \left[\frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + k_1^2 \right] \vec{e}_{s_2} \left(\hat{g}_{s_2}^{mV_1}(s_2, s'_2) \vec{e}_{s'_2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mu_2} J_{sl}(s'_2) \left[\frac{\partial^2}{\partial s_2^2} + k_2^2 \right] \vec{e}_{s_2} \left(\hat{g}_{s_2}^{mV_2}(s_2, s'_2) \vec{e}_{s'_2} \right) \right\} ds'_2 = -i\omega H_{0s_2}(s_2), \quad (1.24)$$

де $\vec{e}_{s'_1}$ й $\vec{e}_{s'_2}$ – одиничні вектори, пов'язані з осями вібратора й щілини в місці розташування джерел,

$$G_v(s_1, s'_1) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-ik_1 \sqrt{(s_1 - s'_1)^2 + [2r \sin(\varphi/2)]^2}}}{\sqrt{(s_1 - s'_1)^2 + [2r \sin(\varphi/2)]^2}} \psi(r, \varphi) r d\varphi, \quad (1.25a)$$

$$G_{sl}^{V_{1,2}}(s_2, s'_2) = \int_{-d/2}^{d/2} \frac{e^{-ik_{1,2} \sqrt{(s_2 - s'_2)^2 + (\xi)^2}}}{\sqrt{(s_2 - s'_2)^2 + (\xi)^2}} \chi(\xi) d\xi. \quad (1.25b)$$

Точні вирази (1.25) для ядер інтегральних рівнянь вносять значні складнощі при їхньому розв'язанні, тому надалі ми будемо користуватися наближеними виразами [85, 86] (так звані «квазіодномірні» ядра)

$$G_v(s_1, s'_1) = \frac{e^{-ik_1 \sqrt{(s_1 - s'_1)^2 + r^2}}}{\sqrt{(s_1 - s'_1)^2 + r^2}}, \quad (1.26a)$$

$$G_{sl}^{V_{1,2}}(s_2, s'_2) = \frac{e^{-ik_{1,2} \sqrt{(s_2 - s'_2)^2 + (d/4)^2}}}{\sqrt{(s_2 - s'_2)^2 + (d/4)^2}}, \quad (1.26b)$$

які припускають розміщення точок джерела на геометричних осях вібратора й щілини, а точок спостереження на фізичній поверхні вібратора й на осі щілини з координатами $\{s_2, \xi/2\}$. У цьому випадку функції $G_v(s_1, s'_1)$ й $G_{sl}^{V,2}(s_2, s'_2)$ усюди безперервні, а рівняння для струмів значно спрощуються без помітного погіршення точності [87, 88].

Відзначимо, що в розглянутих рівняннях не конкретизувався вигляд функцій Гріна. Тому рівняння (1.19)–(1.24) є справедливими для будь-яких електродинамічних об'ємів за умови, що для цих об'ємів відомі або можуть бути побудовані відповідні функції Гріна.

Таким чином, задача про збудження електромагнітних хвиль тонкими імпедансними вібраторами й вузькими щілинами, що зв'язують два електродинамічні об'єми, звелася до деяких інтегральних рівнянь щодо електричних струмів у вібраторах і еквівалентних магнітних струмів у щілинах. Розв'язок цих рівнянь є завершальним етапом поставленої задачі, оскільки, коли знайдені струми, повні електромагнітні поля в розглянутих об'ємах знаходяться за допомогою виразів (1.11) (з урахуванням (1.14)), що не зустрічає принципових труднощів.

1.2.2 Імпедансні граничні умови та межі їх коректного застосування

Застосування в постановці граничної задачі електродинаміки наближених однобічних граничних умов імпедансного типу дозволяє «скоротити» кількість сполучених електродинамічних об'ємів, які враховуються в розв'язанні задачі. Можливість виключення на рівні постановки задачі необхідності визначати поля усередині металодіелектричних елементів є головною перевагою застосування імпедансного підходу. Імпедансна умова Леонтовича на граничній поверхні S зазвичай записують у такому вигляді [68, 69]:

$$[\vec{n}, \vec{E}]_S = -\bar{Z}_S[\vec{n}, [\vec{n}, \vec{H}]]_S, \quad (1.27)$$

де \vec{E} і \vec{H} – вектори напруженостей електричного й магнітного гармонічних полів; \vec{n} – нормаль до імпедансної поверхні, спрямована усередину імпедансної області, а коефіцієнт \bar{Z}_S – нормований поверхневий імпеданс ($\bar{Z}_S = Z_S / Z_0$, де $Z_0 = 120\pi$ Ом – опір вільного простору).

Неважко переконатися, що формула (1.27) є інваріантною до вибору вигляду часової залежності полів $e^{\pm i\omega t}$ і при вимозі $\bar{Z}_S = 0$ на ідеально провідній поверхні переходить до відомої граничної умови – рівності нулю тангенціальної складової електричного поля. Слід зазначити, що гранична умова (1.27) є наближеною в тому розумінні, що розв'язок електродинамічної задачі з її використанням являє собою перший член асимптотичного розкладання точного розв'язку [92] за степенями малого параметра

$$|\bar{Z}_S| \ll 1. \quad (1.28)$$

Та обставина, що в граничній умові (1.27) фігурують тангенціальні складові електромагнітного поля, приводить до необхідності обмежень і на геометрію поверхні S . Виявляється, що умова (1.27) має місце для плоскої границі розділення середовищ або такої границі, радіуси кривизни якої є набагато більшими за довжину падаючої хвилі. Більш загальними умовами, що враховують кривизну граничної поверхні S , є умови [68, 89]:

$$\begin{aligned} E_{\tau 1} &= \bar{Z}_S \left(1 + \frac{\chi_1 - \chi_2}{2ik\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} \right) H_{\tau 2} \Big|_S, \\ E_{\tau 2} &= -\bar{Z}_S \left(1 + \frac{\chi_2 - \chi_1}{2ik\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} \right) H_{\tau 1} \Big|_S, \end{aligned} \quad (1.29)$$

де χ_1 й χ_2 – головні гаусові кривизни поверхні S , а E_τ й H_τ – тангенціальні складові електромагнітних полів на цій поверхні, розташовані у відповідних площинах.

У трактуванні енциклопедичних видань [90] поверхневим імпедансом електромагнітного поля є співвідношення, яке визначає зв'язок між тангенціальними компонентами комплексних амплітуд гармонічного

електричного й магнітного полів на деякій поверхні S . Якщо значення імпедансу не залежить від кута падіння й поляризації падаючої хвилі, то імпеданс називають стороннім [69]. Якщо його значення не залежить від кута падіння хвилі, але залежить від її поляризації та просторової орієнтації S , то поверхневий імпеданс є двовимірним тензором другого рангу. При цьому компоненти тензора залишаються по суті сторонніми імпедансами. У загальному випадку аналогічно результатам роботи [91] вводиться поняття анізотропного поверхневого імпедансу у вигляді матриці:

$$\hat{\bar{Z}}_S = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{S11} & \bar{Z}_{S12} \\ \bar{Z}_{S21} & \bar{Z}_{S22} \end{bmatrix}, \bar{Z}_{Sjk} = \bar{R}_{Sjk} + i\bar{X}_{Sjk}, \quad (1.30)$$

де j й k — індекси, що приймають значення 1,2. При цьому необхідним є виконання низки нерівностей:

$$\bar{R}_{S11} \geq 0, \quad \bar{R}_{S22} \geq 0, \quad 4\bar{R}_{S11}\bar{R}_{S22} \geq |\bar{Z}_{S12} + \bar{Z}_{S21}^*|^2, \quad (1.31)$$

де \bar{Z}_{S21}^* — комплексно-спряжена величина складової \bar{Z}_{S21} . Нерівності (1.31) забезпечують відсутність на імпедансній поверхні джерел додаткової енергії або потоків енергії через поверхню усередину розглянутої області. Зрозуміло, що при цьому у формулюваннях умов (1.27) і (1.30) постійне значення (або скалярна функція) імпедансу \bar{Z}_S повинні бути замінені на тензор $\hat{\bar{Z}}_S$. Слід підкреслити, що поверхня S , на якій потрібне виконання імпедансної граничної умови, не зобов'язана збігатися з реальною граничною поверхнею імпедансної області й може розглядатися як умовна гранична поверхня.

У спектральному аналізі складних структур і середовищ виникає необхідність введення парціального імпедансу, значення якого в загальному випадку залежить як від частоти, так і від номера просторових гармонік подання електромагнітного поля. Такий тип імпедансних задач не буде аналізуватися в роботі, оскільки вимагає окремого розгляду.

Насамперед дамо характеристики можливих варіантів формулювань імпедансних умов і точності розв'язків задач, які вони забезпечують. Опираючись

на результати роботи [92], можна стверджувати, що гранична умова (1.27) застосовна при виконанні наступних вимог: глибина проникнення в імпедансну область і довжина хвилі в ній малі в порівнянні з довжиною хвилі в навколишньому просторі, у порівнянні з відстанями від джерел поля й у порівнянні з радіусами кривизни граничної поверхні S . Зміни матеріальних параметрів середовища імпедансної області на довжині хвилі (або на довжині, що дорівнює глибині проникнення) малі. При цьому в загальному випадку точність формули (1.27) була оцінена як $\sim |\bar{Z}_s|^2$, оскільки в ній використовується тільки перший член з отриманого розв'язку у вигляді асимптотичного ряду по нормованому імпедансу \bar{Z}_s . Аналогічну оцінку М. А. Леонтович одержав в [67] іншим способом, порівнюючи коефіцієнт відбиття плоскої хвилі, отриманий в імпедансному наближенні, з точним розв'язком Френеля. Однак, як зазначено в статті [92], для певного класу моделей розповсюдження електромагнітних хвиль поправки до (1.27) починаються не із квадратичного, а з кубічного члена ($\sim |\bar{Z}_s|^3$) по малому параметру $|\bar{Z}_s|$.

Незважаючи на те, що в роботах [67, 92] оцінки точності застосування умови (1.27) були зроблені на підставі теорії скін-ефекту для поверхонь провідних тіл, вони однозначно поширюються й на більш загальний випадок імпедансних областей [69]. При цьому всі перераховані вище вимоги можуть бути інтегровані в одну (суто фізичного характеру): поле в імпедансній області повинне мати структуру плоскої хвилі, що розповсюджується в напрямку нормалі до границі S . Слід зазначити, що ця вимога завжди виконується для електрично тонких імпедансних структур, у тому числі покриттів плівкового типу.

Однак наведена вимога не може бути строго виконана для режимів збудження імпедансної поверхні хвилями, що падають на неї під малими кутами й під кутом Брюстера. У першому випадку відбиті й заломлені промені є ковзними поблизу поверхні, у другому – відбитий і заломлений промені повинні бути взаємно перпендикулярними. В обох випадках напрямки заломлених променів принципово не збігаються з напрямком нормалі до граничної поверхні. Тому

прийнято розрізняти три окремі випадки формулювання імпедансних умов, коли імпеданс другого середовища береться таким, що дорівнює знайденому імпедансу при падінні хвилі: 1) по нормалі (умова Леонтовича), 2) під кутом Брюстера й 3) по дотичній до поверхні розділення. Очевидно, уперше для випадку відбиття електромагнітних хвиль від поверхні реального ґрунту при кутах, близьких до кута ковзного падіння умову (1.27) було уточнено й використано в монографії [93]. Надалі подібні ситуації досліджувалися й для низки інших середовищ (включаючи неоднорідну плазму). Результати аналізу різних варіантів наближених граничних умов імпедансного типу наведено в роботах [94, 95, 96, 97, 98].

Обґрунтування точності імпедансної граничної умови у вигляді (1.27) не є повною відповіддю на запитання: з якою точністю можна обчислювати конкретні характеристики хвильових полів при його використанні для довільних кутів падіння плоскої хвилі на границю розділення середовищ? Загальні висновки наочно демонструють результати роботи [99], а саме: для хвилі перпендикулярної (щодо площини граничної поверхні) поляризації найменшу похибку (стосовно точних значень) у всьому діапазоні кутів падіння хвилі дає обчислення коефіцієнтів відбиття на основі наближених граничних умов Леонтовича. Для хвилі паралельної поляризації більш кращим є задавання поверхневого імпедансу при куті Брюстера. Підставою для порівняльних розрахунків у роботі [99] були точні формули з монографії [100].

Аналізуючи точність граничної умови (1.27), дотепер малося на увазі те, що з можливого подання поверхневого імпедансу \bar{Z}_s у вигляді степеневого ряду враховується тільки його лінійний доданок. Однак це спрощення, по-перше, змушує обмежуватися тільки малими значеннями \bar{Z}_s , а по-друге, не забезпечує потрібну точність розв'язку задачі дифракції при падінні хвилі під кутом Брюстера або по дотичній до поверхні розділення. Ці недоліки усунуто в роботі [101], де було сформульовано узагальнене імпедансне наближення у вигляді:

$$\vec{E}_\tau + \bar{Z}_s [\vec{H}_\tau, \vec{n}] + \frac{1}{2} \bar{Z}_s^3 n^2 \left(N_1 + \sum_{s=1}^{\infty} (\bar{Z}_s n)^{2s} \frac{(2s-1)!!}{2^s (s+1)!} N_{2s+1} \right) \vec{H}_\tau = 0. \quad (1.32)$$

Тут серія матриць N_m ($m = 2s + 1$) визначена виразом

$$N_m = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ m & 0 \end{vmatrix}, \quad (1.33)$$

а $n = k/k_0$ – безрозмірний параметр рефракції, де k й k_0 – хвильові числа в середовищі імпедансної області й зовнішнього простору відповідно. Рівняння (1.32) для лінійного доданка збігається із граничною умовою (1.27), але має якісно інший характер: у матричному зв'язку між тангенціальними компонентами векторів \vec{E}_τ і \vec{H}_τ в явному вигляді з'являється фактор рефракції n , який у задачі відбиття виявляється однозначно пов'язаним з кутом падіння хвилі.

Таким чином, наближену умову Леонтовича (1.27), яка є слушною при малому нормованому поверхневому імпедансі \bar{Z}_s , узагальнено у вигляді (1.32) для випадку довільних значень \bar{Z}_s , що дозволяє суттєво розширити діапазон застосовності імпедансного підходу. Знайдену точну граничну умову (1.32) розкладено в ряд по непарних степенях параметра \bar{Z}_s . При цьому умова Леонтовича, лінійна по \bar{Z}_s , відрізняється від точної в головному порядку лише членами $\sim |Z_s|^3$. Тобто при описі хвильових полів у наближенні умови (1.27) коректними виявляються не тільки лінійні члени, але й члени $\sim |Z_s|^2$. Тим самим точність умови (1.27) виявляється вищою, ніж можна було вважати на підставі результатів роботи [92].

1.3 Методи розв'язання інтегральних рівнянь для струмів

Починаючи з фундаментальних робіт Г. Поклінгтона [102], Є. Халлена [103], Л. Бріллюена [104], М. Леонтовича й М. Левіна [105], Р. Кінга [85], Л. Вайнштейна [106, 107], К. Мея [108] і до теперішнього часу, теорії тонких вібраторів, розташованих у різних електродинамічних об'ємах і матеріальних

середовищах, присвячено велику кількість публікацій. Відзначимо серед них роботи, пов'язані з дослідженнями характеристик імпедансних вібраторів [109, 110, 111–138], які здебільшого присвячено урахуванню скінченної провідності металу, з якого виготовлено вібратор (на відміну від робіт авторського колективу ХНУ імені В.Н. Каразіна: М. Нестеренка, В. Катрича, М. Пенкіна та автора цієї дисертаційної роботи, у яких досліджуються вібратори з комплексним поверхневим імпедансом [139–155]. Основними в теорії щілинних випромінювачів і отворів зв'язку електродинамічних об'ємів є роботи [73, 81, 86, 156–162]. І нарешті, серед публікацій, присвячених дослідженню комбінованих вібраторно-щілинних структур, можна виділити роботи [88, 164–187]. У перерахованих і інших роботах для розв'язання поставлених крайових задач використовуються як прямі числові методи, так і числово-аналітичні, а також наближені аналітичні методи розв'язання відповідних інтегральних рівнянь. Незважаючи на те, що аналітичні методи фізично більш наочні в порівнянні із числовими й дозволяють більш ефективно розпоряджатися наявними обчислювальними ресурсами, у переважній більшості робіт застосовується числовий метод моментів у його різних модифікаціях. У зв'язку із цим зупинимося більш докладно на основах застосування методу моментів як найбільш універсального в теорії тонких вібраторів і вузьких щілин, а також їх систем.

1.3.1 Основи застосування методу моментів

Суть методу моментів (МOM) розв'язання інтегральних рівнянь досить проста: вона полягає у зведенні досліджуваного рівняння до системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Для цього шукану функцію подають у вигляді лінійної комбінації відомих функцій з невідомими комплексними амплітудами й підставляють у вихідне рівняння. Тобто розв'язок для електричного (магнітного) струму шукають у вигляді:

$$\vec{J}(s) = \sum_{m=-M}^M J_m \vec{\Phi}_m(s), \quad (1.34)$$

де s – координата уздовж осі вібратора (щілини); J_m – невідомі комплексні амплітуди; $\vec{\phi}_m(s)$ – векторні базисні функції, які повинні складати частину деякої системи лінійно незалежних функцій. Якщо система функцій $\{\vec{\phi}_m(s)\}$ є повною у функціональному просторі, що цікавить нас, то при $|M| \rightarrow \infty$ можна прийти до точного розв'язку поставленої задачі. Для знаходження наближеного розв'язку M вибирають скінченним на підставі попереднього обґрунтування.

Права частина вихідного рівняння також подається у вигляді суми: $\sum_{\mu=-L}^L E_\mu \vec{\psi}_\mu(s)$, де векторні функції $\vec{\psi}_\mu(s)$ називають ваговими, або пробними. Вони також повинні бути лінійно незалежними. Подальший розв'язок задачі може бути отриманий в кілька етапів: 1) обидві частини рівняння необхідно скалярно помножити на вагові функції $\vec{\psi}_\mu(s)$; 2) обидві частини рівняння потрібно проінтегрувати по поверхні вібратора (щілини). У результаті цього обчислюються внутрішні добутки (що одержали назви моментів), і тим самим рівняння приводяться до матричного вигляду СЛАР; 3) знаходиться розв'язок СЛАР для невідомих комплексних амплітуд J_m у поданні (1.34).

На другому етапі розв'язання одержують СЛАР із $(2L+1)$ рівнянь із $(2M+1)$ невідомими амплітудами J_m . При $M=L$ матриця СЛАР є квадратною й амплітуди J_m знаходять будь-яким способом розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь. У випадку, коли вагові функції збігаються з базисними функціями ($\vec{\psi}_\mu = \vec{\phi}_m$), метод моментів називають методом Гальоркіна. Слід зазначити, що розв'язок, отриманий методом Гальоркіна, має стаціонарні властивості, а сам метод еквівалентний варіаційному методу Релея-Рітца.

У теорії вібраторних випромінювачів метод Гальоркіна відомий як узагальнений метод наведених електрорушійних сил. Цей термін пов'язаний з розвитком теорії вібраторних антен, яка була частиною радіотехніки. Тут невідома функція у вихідному інтегральному рівнянні – електричний струм, а ядро рівняння має сенс деякого опору. Тому внутрішні добутки (матричні коефіцієнти СЛАР)

являють собою ЕРС, що наводиться в даному місці антени струмами інших її ділянок або інших випромінювачів. Права частина вихідного рівняння зазвичай відповідає сторонній ЕРС. Назва «узагальнений метод наведених ЕРС» вдало розкриває фізичний зміст використовуваних формул. Аналогічно в теорії щілинних випромінювачів і отворів зв'язку метод Гальоркіна називають узагальненим методом наведених магніторушійних сил.

Відзначимо, що числовий розв'язок СЛАР може бути отриманий за правилом Крамера або за допомогою обернення матриці системи рівнянь. Останнім часом метод обернення матриці дуже розповсюджений при розв'язанні задач дифракції полів. Однак слід мати на увазі, що процес обернення може виявитися малоефективним і тривалим, особливо при оберненні дуже великих матриць або при необхідності розгляду значного числа варіантів, наприклад при дослідженні залежності розв'язку задачі від декількох параметрів. Крім того, важливу роль відіграє ступінь обумовленості матриці. Обернення погано обумовленої матриці (тобто матриці, детермінант якої близький до нуля), як правило, досягається із труднощами й легко може привести до великих помилок округлення. Відзначимо, що такі ситуації виникають у задачах для ідеально провідних вібраторів, а також щілин у стінках електродинамічних об'ємів, які базуються на використанні інтегральних рівнянь Фредгольма I роду. Цей тип задач відносять до некоректних задач електродинаміки, і для їхнього числового розв'язання потрібні додаткові спеціальні процедури його регуляризації.

У методі моментів першорядне значення має вибір базисних функцій. Принципово існує нескінченно велика кількість наборів базисних і вагових функцій. Однак для кожної конкретної електродинамічної задачі доцільно вибирати ці функції так, щоб вони відповідали фізичній сутності й приводили до ефективних обчислювальних алгоритмів. Види базисних і вагових функцій (або для антенних випромінювачів види просторових гармонік струму) можна умовно розділити на дві групи: 1) гармоніки, визначені на всьому випромінювачі (базисні функції повної області); 2) гармоніки, відмінні від нуля тільки в межах деякої

області випромінювача (базисні функції підобластей або сегментні базисні функції).

Наведемо найбільш часто вживані гармоніки першої групи:

- *гармоніки ряду Фур'є* $J(s) = \sum_m J_m e^{2\pi i m s / T}$. Апарат рядів Фур'є є класичним

апаратом апроксимації функцій. Його властивості добре вивчені, формули для знаходження коефіцієнтів СЛАР відносно прості, є оцінки точності при рівномірному й середньоквадратичному наближенні. Гармоніки ряду Фур'є дуже часто використовують для зображення струмів у прямолінійних випромінювачах. Коли струм на випромінювачі перетворюється на нуль на його краях, природно брати розкладання за тригонометричними (синусоїдальними або косинусоїдальними) функціями, якщо початок координат збігається із серединою випромінювача;

- *степеневі багаточлени* $J(s) = \sum_m J_m s^m$. Апарат степеневих багаточленів

також належить до класичних способів наближення функцій. Добре відомі інтерполяційні формули й оцінки точності. При використанні степеневих багаточленів як базисних функцій зручно використовувати в ролі вагових функцій дельта-функції Дірака, тобто проводити поточкове зшивання. Це дозволяє при обчисленні взаємних опорів позбутися одного із двох інтегралів. Застосовують також і модифікації степеневих розкладань, наприклад поліноми вигляду

$$\left(1 - \frac{|s|}{L}\right)^m, \text{ де } L - \text{половина довжини вібратора (щілини);}$$

- *поліноми Чебишева* $J(s) = \sum_m J_m T_m(s)$. Їх застосовують як базисні функції для

зображення струмів у випромінювачах, де спостерігається сильний кромковий ефект (наприклад, смужкових вібраторів або щілин у нескінченно тонких стінках електродинамічних об'ємів). Різке зростання значень поліномів Чебишева на краях заданого інтервалу дозволяє коректно описати крайовий ефект (дифракцію на крайці випромінювача) і прискорює збіжність до точного розв'язку;

- *функції Бесселя* $J(s) = \sum_m J_m I_m(s)$. Ці функції також досить добре вивчені, є стандартні програми для їхніх обчислень. Зазвичай використовують їх як базисні у випромінювачах з осьовою симетрією, таких як діелектричні стрижні, спіралі і т. п.

Розглянемо деякі базисні функції підобластей або сегментні базисні функції, які в загальному вигляді можна записати як: $\varphi_m(s) = \begin{cases} f_m(s), & s \in \Delta s_m; \\ 0, & s \notin \Delta s_m. \end{cases}$

Найчастіше використовують такі види гармонік підобластей:

- *дельта-функції Дірака* $J(s) = \sum_m J_m \delta(s - s_m)$. Вибір цього базису означає виконання граничних умов в окремих локальних точках випромінювача, що називають ще поточковим зшиванням або методом колокації. Завдяки властивостям дельта-функції всі інтеграли зникають, і обчислення взаємних опорів (коефіцієнтів СЛАР) і правих частин СЛАР стає найпростішим. Відомо багато прикладів успішного застосування такого базису. Однак, часто доводиться враховувати досить багато точок зшивання й розв'язувати СЛАР високого порядку. Компроміс між простотою обчислювальних алгоритмів матриці системи й складністю розв'язання СЛАР з більшим числом рівнянь необхідно оцінювати при аналізі конкретних задач;

- *кусково-постійні або імпульсні функції*

Коефіцієнти апроксимуючої функції J_m у цьому випадку дорівнюють значенням $J(s)$ у центрах інтервалів Δs_m . Цей базис за своїми властивостями близький до попереднього. Його універсальність і простота при інтегруванні компенсуються менш швидкою збіжністю до точного розв'язку й труднощами розв'язання СЛАР високого порядку.

- *кусково-лінійні функції* $f_m(s)\Delta s_m = J_m(s_{m+1} - s) + J_{m+1}(s - s_m)$. Цей базис при відносній простоті обчислення інтегралів прискорює збіжність до точного розв'язку порівняно з попередніми базисами;

$$\blacksquare \quad \text{трикутні функції} \quad \varphi_m(s) = \begin{cases} 1 - \frac{2|s - s_{0m}|}{s_{m+1} - s_{m-1}}, & s_{m-1} < s < s_{m+1}, \\ 0, & s < s_{m-1}, s > s_{m+1}, \end{cases} \quad s_{0m} = \frac{s_{m+1} + s_{m-1}}{2}.$$

Припускається, що інтервал визначення функції $J(s)$ розбитий на підінтервали, які можуть мати різну довжину. Дані базисні функції отримали широке розповсюдження в методі моментів. В англomовній літературі для них використовується термін, дослівний переклад якого звучить як «кришкові» функції. Застосування таких базисних функцій приводить до кусково-ламаної апроксимації функції $J(s)$, яка точніше апроксимації імпульсними функціями й не має розривів.

■ *кусково-синусоїдальні функції*

$f_m(s) \sin k\Delta s_m = J_m \sin k(s_{m+1} - s) + J_{m+1} \sin k(s - s_m)$. Перевагами цього базису є відносно невеликий об'єм обчислень, оскільки для багатьох інтегралів можуть бути отримані замкнені вирази, і дуже швидка збіжність до точного розв'язку;

■ *параболічні функції* $f_m(s) = A_m + B_m(s - s_m) + C_m(s - s_m)^2$, де A_m, B_m і C_m – дійсні константи. Тут підобласті можуть перетинатися й характер апроксимації, по суті, близький до апроксимації сплайнами;

■ *сплайн-функція* $f_n(\Delta_m; s)$, визначена на відрізку $[a, b]$, збігається на часткових відрізках $[s_i; s_{i+1}]$, утворених сіткою $\Delta_m: a = s_0 < s_1 < \dots < s_n = b$, з деякими алгебраїчними багаточленами ступеня не вище m , та має на $[a, b]$ безперервну $(n-1)$ -у похідну. Для сплайн-функції справедливе подання

$$f_n(\Delta_m; s) = P_{n-1}(s) + \sum_{k=0}^{m-1} C_k (s - s_k)_+^n, \quad \text{де } C_k - \text{дійсні числа, } P_{n-1}(s) - \text{багаточлен}$$

ступеня не вище $(n-1)$ і $(s-t)_+^n = [\max(0; s-t)]^n$. Точки $(s_i)_{i=1}^{m-1}$ називаються вузлами сплайна. Якщо сплайн-функція $f_n(\Delta_m; s)$ має на $[a, b]$ безперервну $(n-k)$ -у похідну ($k \geq 1$), а $(n-k+1)$ -а похідна у вузлах сплайна розривна, то говорять, що він має дефект k . У цей час знайшли широке застосування кубічні сплайни.

Останнім часом у числовому розв'язанні задач електродинаміки (і, зокрема,

задач теорії тонких вібраторів і вузьких щілин) методом моментів як базисні і вагові функції все ширше використовують вейвлети. Такий підхід у низці випадків дозволяє суттєво підвищити ефективність числового моделювання й скоротити час розрахункових процедур. При цьому також оптимізується перехід між просторово-частотним і часовим зображеннями шуканого розв'язку. Ці функції можуть використовуватися в методі моментів і як базисні функції повних областей, і як сегментні базисні функції. У першому випадку успішно використовується сімейство ортогональних вейвлетів Добеши, а в другому – локальні тригонометричні базиси (вейвлети Малвара).

1.3.2 Наближені аналітичні методи розв'язання інтегральних рівнянь для струмів

Строгий розв'язок наведених вище рівнянь для електричного струму в імпедансному вібраторі (магнітного струму в щілині) у замкненому вигляді одержати не вдається, однак із цього не випливає, що дійсний розподіл струму не можна досить точно апроксимувати наближеним розв'язком. Для цього природньо скористатися відомими методами, розвиненими раніше для ідеально провідних вібраторів, а також щілин у нескінченному екрані. Так, для прямолінійних вібраторів у вільному просторі можна виділити методи: послідовних ітерацій (далі скорочено метод ітерацій) [85, 103], розкладання шуканої функції в ряд за степенями малого параметра (далі метод малого параметра) [105], варіаційний метод [85], метод пошуку «ключового» рівняння [106, 107]. Так само й для щілини в нескінченно тонкому необмеженому екрані можна застосувати метод малого параметра [159, 160, 162, 163], варіаційний метод [161] або метод ітерацій [158, 163]. З метою визначення переваг і недоліків того або іншого наближеного аналітичного методу знайдемо розв'язки рівняння (1.19) методом розкладання шуканої функції в ряд за степенями малого параметра й методом послідовних

ітерацій для випадку падіння електромагнітної хвилі на ідеально провідний вібратор ($z_i = 0$), що перебуває в деякому об'ємі V_1 при $\epsilon_1 = \mu_1 = 1$.

1.3.2.1 Метод розкладання шуканої функції в ряд за степенями малого параметра

Вихідним для аналізу є рівняння:

$$\left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) \int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ikR(s,s')}}{R(s,s')} ds' = -i\omega E_{0s}(s) - f_0[s, J(s)], \quad (1.35)$$

де $R(s, s') = \sqrt{(s - s')^2 + r^2}$,

$$f_0[s, J(s)] = \left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) \int_{-L}^L J(s') g_s^{V_1}(s, s') ds' \quad (1.36)$$

– проекція на вісь вібратора регулярної частини його власного поля випромінювання, обумовлена геометрією об'єму V_1 у випадку розташування вібратора уздовж довільно обраної осі декартової системи координат.

Замінивши в (1.35) диференціал ds' на dR й враховуючи, що

$$\left. \begin{aligned} s' &= s - \sqrt{R^2 - r^2}, & \text{if } s' \leq s \\ s' &= s + \sqrt{R^2 - r^2}, & \text{if } s' \geq s \end{aligned} \right\},$$

перетворимо рівняння (1.35) до вигляду

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) \left\{ - \int_{-L}^s J(s') e^{-ikR} d \ln[C(R + \sqrt{R^2 - r^2})] + \right. \\ \left. + \int_s^L J(s') e^{-ikR} d \ln[C(R + \sqrt{R^2 - r^2})] \right\} = -i\omega E_{0s}(s) - f_0[s, J(s)], \end{aligned} \quad (1.37)$$

де C – довільна постійна. Здійснивши в (1.37) інтегрування вроздріб з використанням крайових умов для струму (1.18), одержуємо

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) \left\{ J(s) e^{-ikr} \ln Cr + \int_{-L}^s \ln[C(R + \sqrt{R^2 - r^2})] d[J(s') e^{-ikR}] - \right. \\ \left. - \int_s^L \ln[C(R + \sqrt{R^2 - r^2})] d[J(s') e^{-ikR}] \right\} = i\omega E_{0s}(s) + f_0[s, J(s)]. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Вважаючи з урахуванням (1.15) $e^{-ikr} = 1$ і вибираючи $C = 1 / 2L$ (на відміну від [105], де $C = k$), приводимо рівняння (1.35) до наступного інтегрального рівняння для струму з малим параметром:

$$\frac{d^2 J(s)}{ds^2} + k^2 J(s) = \alpha \{ i\omega E_{0s}(s) + f[s, J(s)] + f_0[s, J(s)] \}. \quad (1.39)$$

Тут $\alpha = \frac{1}{2 \ln[r / (2L)]}$ – малий параметр,

$$f[s, J(s)] = - \left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) \int_{-L}^L \text{sign}(s-s') \ln \frac{R+(s-s')}{2L} \frac{d}{ds'} [J(s') e^{-ikR}] ds' \quad (1.40)$$

– власне поле вібратора у вільному просторі.

Подамо $J(s)$ у вигляді степеневого ряду за малим параметром $|\alpha| \ll 1$:

$$J(s) = J_0(s) + \alpha J_1(s) + \alpha^2 J_2(s) + \dots \quad (1.41)$$

Підстановка (1.41) в (1.36) і (1.40) дозволяє розкласти в аналогічний ряд

$$f_{\Sigma}[s, J(s)] = f_{\Sigma}[s, J_0(s)] + \alpha f_{\Sigma}[s, J_1(s)] + \alpha^2 f_{\Sigma}[s, J_2(s)] + \dots, \quad (1.42)$$

де $f_{\Sigma}[s, J(s)] = f[s, J(s)] + f_0[s, J(s)]$ – сумарне власне поле вібратора.

Підставивши тепер (1.41) і (1.42) у рівняння (1.39) і прирівнявши між собою в правій і лівій частинах рівняння множники при однакових степенях α , одержуємо наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 J_0(s)}{ds^2} + k^2 J_0(s) &= 0, \\ \frac{d^2 J_1(s)}{ds^2} + k^2 J_1(s) &= i\omega E_{0s}(s) + f_{\Sigma}[s, J_0(s)], \\ \frac{d^2 J_2(s)}{ds^2} + k^2 J_2(s) &= f_{\Sigma}[s, J_1(s)], \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d^2 J_n(s)}{ds^2} + k^2 J_n(s) &= f_{\Sigma}[s, J_{n-1}(s)], \end{aligned} \quad (1.43)$$

яку можна розв'язувати методом послідовних наближень. При цьому розв'язок кожного з рівнянь шукається при крайових умовах у вигляді (1.18), а саме:

$$J_0(\pm L) = 0, J_1(\pm L) = 0, J_2(\pm L) = 0, \dots, J_n(\pm L) = 0.$$

Перше рівняння системи (1.43) має розв'язок, що не залежить від поля збудження $E_{0s}(s)$:

$$J_0(s) = C_1 \cos ks + C_2 \sin ks, \quad (1.44)$$

яке задовольняє крайовим умовам лише при виконанні співвідношень

$$C_1 = 0 \text{ при } 2L = m\lambda; \quad C_2 = 0 \text{ при } 2L = (2n+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (1.45)$$

де m й n – цілі числа. При довжині вібратора $2L$, що не задовольняє умовам (1.45), $J_0 \equiv 0$, $f_\Sigma[s, J_0(s)] \equiv 0$ і в першому наближенні струм дорівнює:

$$J(s) = \alpha J_1(s) = -\alpha \frac{i\omega/k}{\sin 2kL} \left\{ \sin k(L-s) \int_{-L}^s E_{0s}(s') \sin k(L+s') ds' + \right. \\ \left. + \sin k(L+s) \int_s^L E_{0s}(s') \sin k(L-s') ds' \right\}. \quad (1.46)$$

Як видно, у вираз для струму не входять функції власного поля вібратора $f[s, J(s)]$ й $f_0[s, J(s)]$, які, головним чином, і визначають резонансні й енергетичні характеристики вібратора. Очевидно, що для урахування $f_\Sigma[s, J(s)]$ необхідно одержувати наступні наближення, що, однак, зустрічає істотні математичні труднощі, і в цей час відоме $J_2(0)$ лише для вібратора у вільному просторі, збуджуваного в центрі δ -генератором напруги [105].

Як приклад, розглянемо задачу про розсіювання хвилі основного типу H_{10} вібратором, розташованим у площині поперечного перерізу стандартного прямокутного хвильоводу паралельно вузькій стінці. У цьому випадку стороннє поле дорівнює:

$$E_{0s}(s) = E_0 \sin(\pi x_0 / a). \quad (1.47)$$

Тут E_0 – амплітуда падаючої хвилі H_{10} , a – розмір широкої стінки хвильоводу, x_0 – відстань від вузької стінки хвильоводу до осьової лінії вібратора. Тоді наведений у вібраторі струм згідно з (1.46) буде дорівнювати

$$J(s) = -\alpha E_0 \sin \frac{\pi x_0}{a} \frac{i\omega}{k^2} \frac{(\cos ks - \cos kL)}{\cos kL}. \quad (1.48)$$

І нарешті, розв'язок класичної задачі про нормальне падіння плоскої електромагнітної хвилі на вібратор у вільному просторі методом малого параметра в першому наближенні дає такий результат ($E_{0s}(s) = E_0$):

$$J(s) = -\alpha E_0 \frac{i\omega (\cos ks - \cos kL)}{k^2 \cos kL}. \quad (1.49)$$

На закінчення відзначимо, що умовою застосовності формул (1.48) і (1.49) є нерівність [105]

$$|kL - n(\pi/2)| \gg |\alpha|, \quad (1.50)$$

яка разом зі співвідношеннями (1.45) у значній мірі обмежує можливості використання отриманого розв'язку на практиці.

1.3.2.2 Метод послідовних ітерацій

З метою усунення зазначених вище недоліків розв'язку інтегрального рівняння для струму методом малого параметра скористаємося методом послідовних ітерацій, запропонованим Е. Халеном [103] і розвиненим Р. Кінгом [85], для дослідження характеристик вібраторів у вільному просторі.

Обертаючи диференціальний оператор у лівій частині (1.35), одержимо таке інтегральне рівняння

$$\int_{-L}^L J(s') G_s^\Sigma(s, s') ds' = C_1 \cos ks + C_2 \sin ks - \frac{i\omega}{k} \int_{-L}^s E_{0s}(s') \sin k(s-s') ds', \quad (1.51)$$

у якому враховано, що $G_s^\Sigma(s, s') = G_s(s, s') + g_s^{V_1}(s, s')$. Для знаходження однієї з довільних постійних C_1 і C_2 необхідно скористатися умовами симетрії [85], які однозначно пов'язані зі способом збудження вібратора. Інакше кажучи, уже на цьому етапі розв'язання вихідного рівняння методом ітерацій потрібно конкретизувати поле сторонніх джерел $E_{0s}(s)$. Покладемо згідно (1.47) $E_{0s}(s) = E_0$, що відповідає збудженню вібратора в прямокутному хвилеводі хвилею основного типу у випадку, коли вісь вібратора розташована при $x_0 = a/2$.

Тоді

$$\int_{-L}^L J(s') G_s^{\Sigma}(s, s') ds' = C_1 \cos ks + \frac{i\omega}{k^2} E_0 (\cos ks \cos kL - 1). \quad (1.52)$$

Відзначимо, що для $G_s^{\Sigma}(s, s') = e^{-ikR} / R$ рівняння (1.52) є аналогічним до лінеаризованого інтегрального рівняння Халена [85, 103], яке є основою багатьох робіт у теорії тонких вібраторних антен.

На поверхні вібратора ядро інтегрального рівняння (1.52) має особливість квазістаціонарного типу. Виділимо її, використовуючи малість поперечного розміру вібратора в порівнянні з його довжиною й довжиною хвилі, для чого перепишемо ліву частину (1.52) у такий спосіб:

$$\int_{-L}^L J(s') G_s^{\Sigma}(s, s') ds' = \int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ikR(s, s')}}{R(s, s')} ds' + \int_{-L}^L J(s') g_s^{V_1}(s, s') ds' \quad (1.53)$$

Тоді

$$\int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ikR(s, s')}}{R(s, s')} ds' = \Omega(s) J(s) + \int_{-L}^L \left[J(s') \frac{e^{-ikR(s, s')}}{R(s, s')} - \frac{J(s)}{R(s, s')} \right] ds', \quad (1.54)$$

де

$$\Omega(s) = \int_{-L}^L \frac{ds'}{\sqrt{(s-s')^2 + r^2}}. \quad (1.55)$$

Перший доданок у правій частині виразу (1.54) логарифмічно великий у порівнянні із другим регулярним членом, а функція $\Omega(s)$ відрізняється від свого середнього значення $\bar{\Omega}(s) = 2\ln(2L/r) - 0.614$ лише на кінцях вібратора, де струм зникає: $J(\pm L) = 0$. З урахуванням цього рівняння (1.52) перетвориться до вигляду:

$$J(s) = -\alpha \left[C_1 \cos ks + \frac{i\omega}{k^2} E_0 (\cos ks \cos kL - 1) \right] + \alpha \int_{-L}^L \left[J(s') G_s^{\Sigma}(s, s') - \frac{J(s)}{R(s, s')} \right] ds', \quad (1.56)$$

де $\alpha = \frac{1}{2\ln[r/(2L)]}$ – малий параметр, що збігається з отриманим вище в пп. 1.3.2.1

при виборі постійної інтегрування $C = 1/2L$.

Далі, відповідно до методики, викладеної в [85, 103], покладемо в (1.56) $s = L$ і віднімемо отриманий вираз із (1.56) (фактично ми віднімаємо 0, тому що $J(L) \equiv 0$). При цьому рівняння (1.56) перетвориться до такого:

$$J(s) = -\alpha \left[C_1 (\cos ks - \cos kL) + \frac{i\omega}{k^2} E_0 \cos kL (\cos ks - \cos kL) \right] + \\ + \alpha \left\{ \int_{-L}^L \left[J(s') G_s^\Sigma(s, s') - \frac{J(s)}{R(s, s')} \right] ds' - \int_{-L}^L J(s') G_s^\Sigma(L, s') ds' \right\}. \quad (1.57)$$

Вибираючи в якості нульового наближення для струму $J_0(s)$ доданки, що стоять у першому рядку правої частини рівняння (1.57), і використовуючи умову (1.18) для визначення константи C_1 , одержуємо:

$$J_0(s) = -\alpha E_0 \frac{i\omega (\cos ks - \cos kL)}{k^2 \cos kL}, \quad (1.58)$$

що тотожно збігається з виразом (1.48) при $x_0 = a/2$, отриманим методом малого параметра в першому наближенні. Підставляючи тепер (1.58) в (1.57), з точністю до членів порядку α^2 знаходимо перше наближення для струму:

$$J_1(s) = -\alpha E_0 \frac{i\omega (\cos ks - \cos kL)}{k^2 \cos kL + \alpha F(kr, kL)}, \quad (1.59)$$

де

$$F(kr, kL) = \int_{-L}^L [(\cos ks' - \cos kL) G_s^\Sigma(L, s')] ds' \quad (1.60)$$

– функція власного поля вібратора, що дає можливість уже в першому наближенні по α (на відміну від методу малого параметра) за допомогою однієї формули аналізувати як настроєні ($\cos kL = 0$), так і ненастроєні ($\cos kL \neq 0$) вібратори.

Таким чином, розв'язок квазіодномірного інтегрального рівняння для електричного струму в тонких вібраторах методом малого параметра приводить до різних виразів для струму у випадку настроєного (частота стороннього поля мало відрізняється від власної частоти вібратора) і ненастроєного (коли ця умова не виконується) вібраторів, хоча в першому наближенні для ненастроєного вібратора розв'язок можна одержати при довільному його збудженні. Розв'язок

інтегрального рівняння для струму методом ітерацій дається у вигляді однієї формули, придатної як для настроєного, так і ненастроєного вібраторів, однак застосування цього методу можливе лише при конкретизації поля сторонніх джерел на початковому етапі аналізу. Відзначимо, що розв'язання інтегрального рівняння (1.22) для магнітного струму в щілинних отворах зв'язку методом малого параметра й методом ітерацій приводять до аналогічних результатів [2, 84, 159, 161]. У наступному підрозділі асимптотичним методом усереднення буде отримано загальний аналітичний вираз для струму у вигляді однієї формули, придатної як для настроєних, так і для ненастроєних вібраторів без конкретизації поля сторонніх джерел і електродинамічних об'ємів, у яких вони перебувають.

1.3.2.3 Математичні аспекти асимптотичного методу усереднення

Питання строгого обґрунтування асимптотичного методу усереднення є суто математичною проблемою, яку докладно досліджено в монографіях [188, 189], де доведено відповідні теореми про усереднення. Зупинимося коротко на тих його принципах, які знадобляться надалі.

Нехай задано систему звичайних диференціальних рівнянь у стандартній формі (x – n -мірний вектор, $0 < \alpha \ll 1$ – малий параметр)

$$\frac{dx}{ds} = \alpha X(s, x), \quad (1.61)$$

яка характеризується тим, що перші похідні $\frac{dx}{ds}$ пропорційні до малого параметра, тобто змінні x змінюються повільно. Існують різні способи зведення рівнянь до вигляду (1.61), при цьому найчастіше використовується метод варіації довільних постійних [189]. Уважаючи, що приведення вихідної системи рівнянь до стандартної форми вже виконане, зробимо в (1.61) заміну змінних

$$x = \xi + \alpha \tilde{X}(s, \xi), \quad (1.62)$$

де ξ розглядаються як нові невідомі, $\frac{\partial \tilde{X}}{\partial s} = X(s, \xi) - \bar{X}(\xi)$, а риска позначає усереднення по змінній s що міститься у явному вигляді

$$\bar{X}(\xi) = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{l} \int_0^l X(s, \xi) ds. \quad (1.63)$$

Тоді після низки перетворень можна одержати [188]

$$\frac{d\xi}{ds} = \alpha \bar{X}(\xi) + \alpha^2 \dots, \quad (1.64)$$

тобто, якщо ξ задовольняє рівнянням (1.64), права частина яких відрізняється від правої частини усереднених рівнянь

$$\frac{d\xi}{ds} = \alpha \bar{X}(\xi) \quad (1.65)$$

на величини порядку α^2 , то вираз (1.62) являє собою точний розв'язок вихідних рівнянь (1.61). Тому в якості першого наближення можна прийняти $x = \xi$, взявши за ξ розв'язок рівнянь (1.65), що задовольняє рівнянням (1.61) з точністю до величин другого порядку малості. Відзначимо, що вираз (1.62), у якому ξ задовольняє рівнянню (1.64), називається покращеним першим наближенням.

Таким чином, рівняння першого наближення (1.65) виходять із точних рівнянь (1.61) шляхом усереднення останніх по змінній s , при цьому ξ трактуються як постійні. Цей формальний процес, що полягає в заміні точних рівнянь усередненими, називають принципом усереднення. Суть його виявлена Н. Боголюбовим і Ю. Митропольским у монографії [188], які показали, що метод усереднення пов'язаний з існуванням деякої заміни змінних, що дозволяє виключити s із правих частин рівнянь із будь-яким ступенем точності щодо малого параметра α . Це дає можливість побудувати не тільки систему першого наближення (1.65), але й знайти усереднені системи вищих порядків, розв'язки яких апроксимують розв'язки (1.61) з довільно заданою точністю, хоча практично через швидке ускладнення формул ефективно може бути використане головним чином перше наближення. Доказ малості похибки першого наближення також

отримано в [188], де встановлено, що при досить загальних умовах різниця $x(s) - \xi(s)$ може бути зроблена як завгодно малою для досить малого α на як завгодно великому, але скінченному інтервалі $0 < s < l$. Так, має місце наступна основна теорема про усереднення [188, 189].

Теорема. Нехай функція $X(s, x)$ є визначеною і неперервною в області Q ($s \geq 0, x \in D$) і нехай у цій області:

1. $X(s, x) \in \text{Lip}_x(\lambda, Q)$, тобто $X(s, x)$ задовольняє по x умові Ліпшиця с константою λ ;
2. $\|X(s, x)\| < M$, тобто $X(s, x)$ є обмеженою;
3. в кожній точці $x \in D$ існує границя (1.63);
4. розв'язок $\xi(s)$ усередненої системи (1.65) визначено для всіх $s \geq 0$ в області D з деяким ρ -околом.

Тоді для будь-якого як завгодно малого $\eta > 0$ і як завгодно великого $L > 0$ можна вказати таке α_0 , що при $0 < \alpha < \alpha_0$ на відрізку $0 \leq s \leq L\alpha^{-1}$ буде виконуватись нерівність $\|x(s) - \xi(s)\| < \eta$, де $x(s)$ і $\xi(s)$ – розв'язки систем (1.61) і (1.65) відповідно, що збігаються при $s = 0$.

Ця теорема узагальнюється й на системи інтегро-диференціальних рівнянь у стандартній формі

$$\frac{dx}{ds} = \alpha X \left(s, x, \int_0^s \phi(s, s', x(s')) ds' \right), \quad (1.66)$$

для яких можлива наступна схема усереднення [188]. Обчислимо інтеграл

$$\psi(s, x) = \int_0^s \phi(s, s', x) ds' \quad (1.67)$$

по змінній s' , що входить явно (при цьому s і x вважаються параметрами). Тепер поряд з (1.66) розглянемо систему диференціальних рівнянь

$$\frac{dy}{ds} = \alpha X(s, y, \psi(s, y)), \quad (1.68)$$

яку піддамо усередненню, а саме: нехай існує границя

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{l} \int_0^l X(s, y, \psi(s, y)) ds = \bar{X}(y). \quad (1.69)$$

Тоді отримаємо наступну систему диференціальних рівнянь

$$\frac{d\xi}{ds} = \alpha \bar{X}(\xi). \quad (1.70)$$

Система (1.70) є усередненою і відповідає системі інтегро-диференціальних рівнянь (1.66). Таким чином, ідея усереднення в системах у вигляді (1.66) полягає в тому, щоб апроксимувати розв'язки цієї системи розв'язками спеціально підібраної системи диференціальних рівнянь у вигляді (1.70), досліджувати яку, вочевидь, набагато легше, ніж вихідну систему інтегро-диференціальних рівнянь. Умови, при яких має місце близькість розв'язків (1.66), (1.68) і (1.70), наведено в монографії [189]. У системах інтегро-диференціальних рівнянь (на відміну від усереднення в системах диференціальних рівнянь) допускаються різні варіанти усереднення. У загальному випадку одній системі інтегро-диференціальних рівнянь можна поставити у відповідність кілька різних систем усереднених рівнянь. Одні із цих усереднених систем є системами диференціальних рівнянь, інші – системами інтегро-диференціальних рівнянь. Можливість вибору найбільш прийнятної усередненої системи й визначає високу ефективність методу усереднення при розв'язанні прикладних задач.

Розглянемо наступну систему інтегро-диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{ds} = \alpha X \left(s, x, \frac{dx}{ds}, \int_0^s \phi \left(s, s', x(s'), \frac{dx(s')}{ds'} \right) ds' \right), \quad (1.71)$$

яка є системою стандартного вигляду, що не розв'язана відносно похідній. На практиці спроба розв'язати систему відносно $\frac{dx}{ds}$ часто наштовхується на необхідність виконання громіздких і трудомістких викладень. Тому розроблено відповідні схеми усереднення, які дозволяють уникнути цього [189]. Так, у першому наближенні замість (1.71) можна розглядати спрощену систему

$$\frac{dy}{ds} = \alpha X \left(s, y, 0, \int_0^s \phi(s, s', y(s'), 0) ds' \right), \quad (1.72)$$

оскільки наявність похідних у правій частині (1.71) починає позначатися в другому й наступних асимптотичних наближеннях, а також покращеному першому наближенні. При досить загальних умовах і малому α розв'язки (1.71) і (1.72) є як завгодно близькими на відрізку порядку $L\alpha^{-1}$.

У системах інтегро-диференціальних рівнянь, як і в системах диференціальних рівнянь, можливі різні варіанти часткового усереднення, тобто усереднення зазнають, наприклад, тільки деякі складові або окремі рівняння в заданій системі [189]. Зокрема, якщо вихідну систему можна подати у вигляді

$$\frac{dx}{ds} = \alpha X_1(s, x) + \alpha X_2(s, x) \quad (1.73)$$

і існує границя

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{l} \int_0^l X_1(s, x) ds = \overline{X}_1(x), \quad (1.74)$$

то системі (1.74) ставиться у відповідність частково усереднена система

$$\frac{d\xi}{ds} = \alpha \overline{X}_1(\xi) + \alpha X_2(s, \xi). \quad (1.75)$$

Варіанти часткового усереднення досить різноманітні й поширюються також на системи у вигляді (1.66) і (1.71).

1.3.2.4 Особливості застосування узагальненого методу наведених ЕМРС для комбінованих вібраторно-щілинних структур

Для багатоелементних комбінованих вібраторно-щілинних структур системи зв'язаних інтегральних рівнянь дуже ускладнюються, що різко обмежує можливості використання модифікацій числового методу моментів, розглянутого в п. 1.3.1. Тут бачиться перспективним для аналізу вібраторно-щілинних систем застосування саме аналітичної реалізації узагальненого методу наведених ЕМРС,

коли в якості базисних функцій на елементах системи будуть використовуватись попередньо побудовані асимптотичні розв'язки для струмів.

Спочатку метод наведених ЕРС, як окремий випадок методу наведених ЕМРС, був запропонований для систем лінійних ідеально провідних вібраторів. У наближенні цього методу струм у кожному m -му вібраторі системи описується однією базисною функцією $\vec{\phi}_m(s_m) = \vec{e}_{s_m} \sin k(L_m - |s_m|)$, а в якості вагових функцій використовуються аналогічні функції $\vec{\psi}_\mu(s) = \vec{\phi}_m(s)$. При цьому кількість рівнянь у загальній системі визначається кількістю вібраторів, невідомими є комплексні амплітуди в пучностях базисних функцій, а значення правих частин рівнянь є напругами джерел, прикладеними в центрі кожного з вібраторів і перерахованими до значення струму в пучності. Такий вибір вагових функцій пов'язаний з наступними фізичними міркуваннями. При наближеному поданні струму у вигляді однієї безперервної базисної функції неминуче порушується відповідність між струмом у пучності, що в основному визначає характеристики випромінювання вібратора, і струмом на вході вібратора, що визначає потужність, яка віддається джерелом живлення. Значення комплексної амплітуди струму можна підібрати таким чином, щоб або потужність випромінювання, або інша потужність, що обчислюється за цим значенням, дорівнювала або, принаймні, була близькою до своєї дійсної величини. Однак при цьому баланс між випромінюваною вібратором потужністю й потужністю, що віддається йому джерелом, виявиться порушеним. Вибір як вагові функції $\vec{\psi}_\mu(s) = \vec{\phi}_m(s)$ відповідає такому підбору комплексних амплітуд, при якому баланс зазначених потужностей виконується, хоча обидві потужності й визначаються з деякою помилкою. Такий вибір вагових функцій не у всіх випадках є оптимальним, хоча в якості $\vec{\phi}_m(s)$ й $\vec{\psi}_\mu(s)$ завжди бажано використовувати функції, що не дуже відрізняються від точних розв'язків, особливо якщо вібратори мають розподілений поверхневий імпеданс.

Найбільш уразливим місцем розглянутого підходу є те, що в реальних вібраторних системах через взаємодію вібраторів через навколишній простір або несиметричне власне збудження розподіл струму в кожному з них у загальному випадку буде несиметричним. При цьому використання тільки розглянутих вище симетричних базисних і вагових функцій стає недоречним. Тобто в систему базисних функцій, що описують струм у кожному вібраторі, слід уводити функції, несиметричні щодо центру вібратора, що приводить до необхідності подальшого узагальнення методу ЕРС на випадки використання в якості адекватних базисних і вагових функцій складних функціональних струмових розподілів. Подібні аргументи мають місце й для методу наведених МРС, і в загальному випадку для гібридного методу наведених ЕМРС.

1.4 Дуально-симетрична форма інтегральних рівнянь для струмів в електрично тонких випромінювачах

У сучасній електродинаміці широко використовуються рівняння Максвелла в дуально-симетричній формі, які мають низку переваг, принаймні, в методологічній площині. При цьому магнітні струми та заряди, що насправді не існують, включаються в рівняння з формальних міркувань з метою спрощення моделювання полів, які збуджуються джерелами зі складними структурами. Поряд із цим, замість загального принципу дуальності в теорії антен використовується принцип двоїстості за умов перестановок [190]. Цей принцип (або теорема двоїстості), як правило, використовується в формулюванні Л. А. Вайнштейна [191] та встановлює зв'язок між двома дифракційними задачами: 1) дифракція у вільному просторі на плоскій нескінченно тонкій і ідеально провідній пластині; 2) дифракція у вільному просторі на плоскому нескінченно тонкому і ідеально провідному екрані, що має отвір, який точно відтворює за формою і розмірами пластинку в першій задачі. Зрозуміло, що фігурування в формулюванні теореми понять: ідеально провідна пластина та екран, а також вільного простору, визначає її нетиповий характер. Не усунувши

методологічну обмеженість і додатковий аналіз особливостей застосування принципу двоїстості в областях з імпедансними поверхнями, який було проведено в [192]. Початковою причиною зазначеної теоретичної неузгодженості, є відсутність симетрії щодо електричного і магнітного струмів у формулі для імпедансних умов. Метою цього підрозділу є обґрунтування можливості та узагальнення формулювання інтегральних рівнянь для струмів в електрично тонких імпедансних вібраторах і випромінювачах щілинного типу, які на відміну від традиційних, будуть задовольняти принципу двоїстості за умов відповідних перестановок.

1.4.1 Аналіз формулювання імпедансних граничних умов

Дійсно, протягом багатьох років в теорії тонких антен відсутнє формулювання інтегральних рівнянь для випромінювачів електричного і магнітного типів у дуально симетричній формі. Це призводить до необхідності розглядати для вібраторних і щілинних випромінювачів крайові задачі, як задачі методично різних класів (наприклад, [8, 84]). При цьому констатується, що абсолютна більшість методів їх розв'язання є математично еквівалентними або подібними. Таку ситуацію, як можна припустити, викликають дві основні причини: відсутність (як зазначалося вище) переставної двоїстості в формулюванні імпедансної умови (1.97), а також необхідність розглядати у крайових задачах для випромінювачів вібраторного і щілинного типів різних електродинамічних об'ємів (щілину прорізають в поверхні екрана). По черзі проаналізуємо вплив цих факторів на форму інтегральних струмових рівнянь з метою їх симетрування щодо базисних перестановок.

Попередньо розглянемо класичну задачу падіння плоскої електромагнітної хвилі на плоску границю розділу двох середовищ [8]. Припускаємо, що площина $(x, y, z = 0)$ в прямокутній системі координат є границею розділу двох середовищ з параметрами $(\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1)$ і $(\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2)$ відповідно, при цьому провідність другого

середовища $\sigma_2 \gg 1$. Нехай на границю розділу з першої області падає плоска електромагнітна хвиля, електричний вектор якої спрямований уздовж осі $\{0x\}$. Визначимо в середовищах «ефективні» електромагнітні поля наступним чином:

$$\vec{\tilde{E}}_1 = \sqrt{\varepsilon'_1} \vec{E}_1; \vec{\tilde{H}}_1 = \sqrt{\mu_1} \vec{H}_1; \vec{\tilde{E}}_2 = \sqrt{\varepsilon'_2} \vec{E}_2; \vec{\tilde{H}}_2 = \sqrt{\mu_2} \vec{H}_2, \quad (1.76)$$

де $\{\vec{E}_1, \vec{H}_1\}$ і $\{\vec{E}_2, \vec{H}_2\}$ – істинні поля, величини $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 - i\sigma_1/\omega$ і $\varepsilon_2 = \varepsilon'_2 - i\sigma_2/\omega$ – комплексні діелектричні проникності середовищ. Падаючу під кутом θ_1 (що відлічується від нормалі до границі розділу) плоску хвилю можна подати у вигляді: $\vec{\tilde{E}}_1 = (\tilde{E}_1, 0, 0)$, де $\tilde{E}_1 = E_0 e^{ik_1(y \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)}$. У випадку плоскої хвилі:

$$\vec{\tilde{H}}_1 = \frac{1}{ik_1} \text{rot } \vec{\tilde{E}}_1 = \frac{1}{k_1} [\vec{k}_1, \vec{\tilde{E}}_1], \quad (1.77)$$

де $\vec{k}_1 = (0, \sin \theta_1, -\cos \theta_1)$, $k_1 = \omega \sqrt{\varepsilon'_1 \mu_1}$, $|\vec{\tilde{E}}_1| = |\vec{\tilde{H}}_1|$.

У другому середовищі збуджується плоска хвиля тієї ж поляризації, а щільність поверхневого струму дорівнює нулю. Відтак:

$$\vec{\tilde{E}}_2 = (\tilde{E}_2, 0, 0) \text{ і } \vec{\tilde{H}}_2 = \frac{1}{k_2} [\vec{k}_2, \vec{\tilde{E}}_2], \quad (1.78)$$

де $\vec{k}_2 = (0, \sin \theta_2, -\cos \theta_2)$, $k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon'_2 \mu_2}$, $|\vec{\tilde{E}}_2| = |\vec{\tilde{H}}_2|$.

Дотичні складові електромагнітного поля в другому середовищі будуть відповідно дорівнювати: $\tilde{E}_{2\tau} = \tilde{E}_{2x} = \tilde{E}_2$ і $\tilde{H}_{2\tau} = \tilde{H}_{2y} = \tilde{H}_2 \cos \theta_2$, де θ_2 – кут поширення хвилі у цьому середовищі. Звідси відразу можна визначити відношення дотичних складових електромагнітного поля в другому середовищі як:

$$\frac{\tilde{E}_{2x}}{\tilde{H}_{2y}} = \frac{\tilde{E}_2}{\tilde{H}_2 \cos \theta_2} = \frac{1}{\cos \theta_2}. \quad (1.79)$$

Для визначення $\cos \theta_2$ використовуємо закон Снелліуса: $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n = \sqrt{\frac{\epsilon'_2 \mu_2}{\epsilon'_1 \mu_1}}$,

де n – показник заломлення за умови переходу з першого середовища у друге.

Оскільки $\sigma_2 \gg 1$, то $|\epsilon'_2| \gg 1$ і $n \gg 1$, тому:

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \theta_1}. \quad (1.80)$$

Як і у разі $\theta_1 \approx 0$, так і в загальному випадку виконання співвідношення

$\left| \frac{\sin \theta_1}{n} \right| \ll 1$, в (1.80) отримуємо $\cos \theta_2 \approx 1$ та переходимо до класичної умови

Леонтовича. Тобто згідно (1.79):

$$\frac{\tilde{E}_{2x}}{\tilde{H}_{2y}} \approx 1. \quad (1.81)$$

Повертаючись до істинних полів, знаходимо:

$$\frac{\tilde{E}_{2x}}{\tilde{H}_{2y}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon'_2}}. \quad (1.82)$$

Далі, використовуючи безперервність дотичних складових електричного і магнітного полів за умови відсутності поверхневих струмів, отримуємо граничну умову для полів у першому середовищі:

$$E_{1x} = z_i^e H_{1y}, \quad (1.83)$$

де

$$z_i^e = \sqrt{\mu_2 / \epsilon'_2} - \quad (1.84)$$

традиційний поверхневий імпеданс електричного типу для другого середовища.

Зауважимо, що оскільки $\epsilon'_2 = \epsilon_2 + i\sigma_2/\omega$, величина z_i^e є квадратним коренем з комплексної величини. Тут варто вибирати гілку кореня, для якої уявна частина $\text{Im } z_i^e < 0$. Такий вибір відповідає тому, що $\text{Im } \sqrt{\epsilon'_2} > 0$, та забезпечує згасання хвиль, що поширюються у другому середовищі. Якщо розглянути випадок іншої поляризації падаючої хвилі, то отримаємо співвідношення:

$$E_{1y} = -z_i^e H_{1x}. \quad (1.85)$$

Узагальнюючи (1.84) і (1.85) на випадок довільного поля легко отримати граничну умову (1.97), у якій $z_i = z_i^e$. Звернемо увагу, що (залишаючись коректними) співвідношення (1.81) і (1.82) можуть бути записані в іншому вигляді

шляхом зміни місцями їх чисельників і знаменників: $\frac{\tilde{H}_{2y}}{\tilde{E}_{2x}} \approx 1$ і $\frac{\tilde{H}_{2y}}{\tilde{E}_{2x}} = \sqrt{\frac{\epsilon'_2}{\mu_2}}$. У

цьому випадку, використовуючи безперервність дотичних компонент електричного і магнітного полів за умови відсутності поверхневих струмів, отримуємо граничну умову для полів у першому середовищі:

$$H_{1y} = z_i^m E_{1x}, \quad (1.86)$$

де

$$z_i^m = \sqrt{\epsilon'_2 / \mu_2}, \quad (1.87)$$

прийнятий тут поверхневий імпеданс магнітного типу для другого середовища. Для іншої поляризації падаючої хвилі отримуємо:

$$H_{1x} = -z_i^m E_{1y}, \quad (1.88)$$

для довільного поля, подібно (1.97):

$$[\vec{n}, \vec{H}] = -z_i^m [\vec{n}, \vec{E}] \Big|_S. \quad (1.89)$$

Також з урахуванням співвідношень $[\vec{E}, \vec{n}] = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_S^m$ і $[\vec{n}, \vec{H}] = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_S^e$

виявляється справедливим тотожність:

$$\vec{j}_S^e = z_i^m [\vec{n}, \vec{j}_S^m] \Big|_S. \quad (1.90)$$

Як видно з прямого порівняння виразів (1.97) для $z_i = z_i^e$ і (1.89), а також (1.98) і (1.90) запровадження в аналіз поверхневого імпедансу магнітного типу (1.87) дозволило отримати дуально-симетричну форму імпедансних граничних умов. При цьому перестановка $z_i^e \Leftrightarrow z_i^m$ ґрунтується на множині базисних дуальних відповідностей з Табл. 1.1.

1.4.2 Характеристика основних теоретичних положень

У разі гармонічних у часі коливань за умови вибору залежності від часу t у вигляді $e^{i\omega t}$ (ω – кругова частота монохроматичного процесу) в загальній теорії електродинаміки зазвичай використовують рівняння Максвелла в такому вигляді:

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = -ik\mu\vec{H} - \frac{4\pi}{c}\vec{j}^m; \\ \text{rot } \vec{H} = ik\varepsilon\vec{E} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}^e, \end{cases} \quad (1.91)$$

де \vec{E} і \vec{H} – комплексні векторні амплітуди напруженостей електричного та магнітного полів, відповідно; ε – діелектрична проникність, μ – магнітна проникність однорідного середовища; $\vec{j}^{e(m)}$ – об'ємні густини електричних (індекс «e») і магнітних (індекс «m») сторонніх струмів; $k = \omega/c$ – хвильове число; $c = 2.998 \cdot 10^{10}$ [см/с] – швидкість світла у вакуумі. Зауважимо, що рівняння (1.91) записано в дуально-симетричній формі, яку, по суті, запропоновано О. Хевісайдом у 1893 році щодо табличних перестановок (Табл. 1.1):

Таблиця 1.1

Дуальні відповідності між базисними поняттями

Вихідні поняття	\vec{E}	\vec{H}	ε	μ	\vec{j}^e	\vec{j}^m
Поняття подвійності	\vec{H}	\vec{E}	$-\mu$	$-\varepsilon$	$-\vec{j}^m$	$-\vec{j}^e$

Ці перестановки, поряд з $\vec{B} \Leftrightarrow \vec{D}$ і $\rho^e \Leftrightarrow \rho^m$ (де \vec{B} – комплексна амплітуда вектора магнітної індукції, \vec{D} – комплексна амплітуда вектора електричної індукції, $\rho^{e(m)}$ – об'ємні густини електричних і магнітних зарядів, відповідно) прийнято вважати базисними. Інші попарні відповідності, які виникають між новими поняттями, що з'являються у процесі застосування різних підходів до розв'язання рівнянь Максвелла (1.91), класифікуються як небазисні. Зрозуміло, перелік небазисних дуальних відповідностей не може бути подано в завершеному

вигляді, так як розвиток електродинамічних методів постійно продукує появу нових теоретичних понять.

Подвійна симетрія рівнянь (1.91) ґрунтується на інваріантності рівнянь Максвелла щодо лінійних перетворень полів, які здійснюються за наступними правилами:

$$\begin{aligned}\vec{E}^* &= \vec{E} \cos \theta + \vec{H} \sin \theta; & \vec{H}^* &= \vec{H} \cos \theta + \vec{E} \sin \theta; \\ \vec{D}^* &= \vec{D} \cos \theta + \vec{B} \sin \theta; & \vec{B}^* &= \vec{B} \cos \theta + \vec{D} \sin \theta.\end{aligned}\quad (1.92)$$

У співвідношеннях (1.92) θ – довільний кутовий параметр. Зокрема, для $\theta = 0$ виходять тотожні перетворення, а для $\theta = \pi/2$ – стандартні перетворення з дуальними перестановками. Тобто перестановки в Табл. 1.1 слід визначити як базисні стандартні перетворення. Тут використовується Гаусова абсолютна система одиниць. Зручність її використання полягає в тому, що всі чотири векторні характеристики електромагнітного поля $(\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B})$ мають в ній однакові розмірності $[сек^{-1} \cdot \sqrt{г/см}]$. Тому для класичного вакууму, враховуючи $\vec{E} = \vec{D}$ і $\vec{H} = \vec{B}$, можна уникнути введення додаткових констант і безрозмірні діелектрична і магнітна проникності дорівнюють одиниці $\epsilon_0 = 1, \mu_0 = 1$.

Задачі теорії електрично тонких випромінювачів є крайовими задачами, які формулюються на підставі граничних умов для електричного та магнітного полів:

$$[\vec{n}_1, \vec{E}_1] + [\vec{n}_2, \vec{E}_2] = \frac{4\pi}{c} \vec{j}^m; \quad (1.93a)$$

$$[\vec{n}_1, \vec{H}_1] + [\vec{n}_2, \vec{H}_2] = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}^e; \quad (1.93b)$$

де $\vec{n}_{1(2)}$ – одиничні вектори нормалі до граничної поверхні між суміжними електродинамічними областями 1 і 2, які звернено всередину області, де визначається поле. Для областей матеріальні параметри покладаються $\epsilon_{1(2)}$ і $\mu_{1(2)}$, відповідно. Як видно з (1.93a) і (1.93b) граничні умови також, як і рівняння (1.91), мають дуально-симетричну форму щодо базисних перестановок.

Для функціонального зв'язку сторонніх струмів із збуджуваними ними

полями в теорії електродинаміки вводяться допоміжні векторні потенціали Герца (вектори Герца) електричного $\vec{\Pi}^e$ і $\vec{\Pi}^m$ магнітного типів, через які вектори \vec{E} і \vec{H} визначаються наступним чином:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \text{grad div } \vec{\Pi}^e + k^2 \epsilon \mu \vec{\Pi}^e - ik\mu \text{rot } \vec{\Pi}^m; \\ \vec{H} &= \text{grad div } \vec{\Pi}^m + k^2 \epsilon \mu \vec{\Pi}^m + ik\mu \text{rot } \vec{\Pi}^e.\end{aligned}\quad (1.94)$$

З іншого боку, в якості рішень неоднорідних рівнянь Гельмгольца, яким задовольняють векторні потенціали:

$$\begin{aligned}\Delta \vec{\Pi}^e + k^2 \epsilon \mu \vec{\Pi}^e &= -\frac{4\pi}{i\omega\epsilon} \vec{j}^e; \\ \Delta \vec{\Pi}^m + k^2 \epsilon \mu \vec{\Pi}^m &= -\frac{4\pi}{i\omega\mu} \vec{j}^m;\end{aligned}\quad (1.95)$$

де $\Delta \equiv \text{grad div} - \text{rot rot}$ – оператор Лапласа, за допомогою функцій Гріна отримують формульні залежності:

$$\vec{\Pi}^{e(m)}(\vec{r}) = -\frac{1}{ik\epsilon(\mu)} \int_V \vec{j}^{e(m)}(\vec{r}') \hat{G}^{e(m)}(\vec{r}; \vec{r}') dV; \quad (1.96)$$

де V – об'єм, у якому зосереджено сторонні струми; \vec{r}, \vec{r}' – радіуси-вектори точок спостереження і джерела, відповідно; $\hat{G}^e(\vec{r}; \vec{r}')$ – тензорна функція Гріна електричного типу, а $\hat{G}^m(\vec{r}; \vec{r}')$ – тензорна функція Гріна магнітного типу для даної просторової області. Як видно з виразів (1.94)-(1.96) принцип дуальної симетрії виконується для небазисних відповідностей $\vec{\Pi}^e \Leftrightarrow \vec{\Pi}^m$ і $\hat{G}^e \Leftrightarrow \hat{G}^m$ за умови коректних перестановок у функціях Гріна власних функцій електричного і магнітного типів.

У загальному випадку при розв'язанні крайових задач потрібне визначення електромагнітних полів в обох суміжних областях. Проте така задача є більш складною, ніж задача визначення поля в одній із областей за умови заданої для неї граничної умови на поверхні розділу. Тому виявляється доцільним умови (1.93а) і (1.93б) замінити єдиною граничною умовою, що зв'язує значення векторів поля на поверхні розділу (зі сторони області, де визначається поле). Такими граничними умовами є наближені граничні умови Щукіна-Леонтовича (наприклад, [1, 191,

192]) або імпедансні граничні умови:

$$\left[\vec{n}, \vec{E} \right] = -z_i \left[\vec{n}, \vec{H} \right] \Big|_S; \quad (1.97)$$

де \vec{n} – орт нормалі до поверхні, який спрямовано всередину імпедансного тіла, а z_i – розподілений комплексний імпеданс на поверхні. З урахуванням (1.93а) і (1.93б) з (1.97) отримуємо співвідношення для еквівалентних поверхневих струмів:

$$\left[\vec{E}, \vec{n} \right] = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_S^m; \quad \left[\vec{n}, \vec{H} \right] = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_S^e; \quad \vec{j}_S^m = -z_i \left[\vec{n}, \vec{j}_S^e \right] \Big|_S, \quad (1.98)$$

де $\vec{j}_S^{e(m)}$ – поверхневі густини струмів. Умови (1.97) та (1.98) не є симетричними відносно базисних дуальних перестановок, що є однією з причин обмеженого використання принципу переставної двоїстості в теорії електрично тонких антен.

1.4.3 Аналіз інтегральних рівнянь для струмів

У випадку електрично тонкого вібратора у вигляді обмеженого кругового циліндричного дроту з радіусом r і довжиною $2l$, припускаємо виконання наступних співвідношень: $\frac{r}{2l} \ll 1$ і $\frac{r}{\lambda} \ll 1$, де λ – довжина хвилі у зовнішньому середовищі. На його поверхні вимагатимемо виконання граничних співвідношень (1.93а) за умови рівності нулю стороннього магнітного струму. Далі дію внутрішнього поля вібратора \vec{E}_1 надамо за допомогою еквівалентного поверхневого магнітного струму (1.98), який, у свою чергу, з урахуванням імпедансної умови замістимо електричним струмом. Тоді отримаємо:

$$\left[\vec{n}, \vec{E}_2 \right] - \tilde{z}_i^e \left[\vec{n}, \vec{j}_S^e \right] \Big|_S = 0, \quad (1.99)$$

де $\tilde{z}_i^e = \frac{4\pi}{c} z_i^e$, S – поверхня вібратора, \vec{n} – нормаль до цієї поверхні, що спрямована в область 2. Попередньо відокремивши первинне поле збудження \vec{E}_0 та враховуючи співвідношення (1.94), (1.96), на підставі (1.99) можемо записати

рівняння щодо струму в імпедансному вібраторі у наступному вигляді:

$$-\frac{1}{ik\varepsilon_2} \left[\vec{n}, (\text{grad div} + k^2 \varepsilon_2 \mu_2) \int_V \vec{j}^e(\vec{r}') \hat{G}_2^e(\vec{r}; \vec{r}') dv \right] + \tilde{z}_i^e [\vec{n}, \vec{j}_s^e] \Big|_S = [\vec{n}, \vec{E}_0]. \quad (1.100)$$

Зрозуміло, що у загальному випадку зовнішню область 2 необхідно розглядати як область, яку обмежено в просторі додатковою поверхнею S_2 . Тому функцію Гріна для області 2 доцільно представити сумою двох доданків [1, 193, 194]:

$$\hat{G}_2^e(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I}G(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{G}_2^{ev}(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (1.101)$$

де \hat{I} - одиничний тензор; $G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-i|\vec{r}-\vec{r}'|k\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ - функція Гріна необмеженого простору; а $\hat{G}_2^{ev}(\vec{r}, \vec{r}')$ - регулярна всюди функція, яка задовольняє однорідному рівнянню:

$$\Delta \hat{G}_2^{ev}(\vec{r}, \vec{r}') + k^2 \varepsilon_2 \mu_2 \hat{G}_2^{ev}(\vec{r}, \vec{r}') = 0 \quad (1.102)$$

і забезпечує разом з $\hat{I}G(\vec{r}, \vec{r}')$ виконання граничних умов на поверхні S_2 для поля точкового джерела, що розташоване в точці \vec{r}' . Відтак (1.100) можна переписати в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{ik\varepsilon_2} \left[\vec{n}, (\text{grad div} + k^2 \varepsilon_2 \mu_2) \int_V \vec{j}^e(\vec{r}') \hat{I}G(\vec{r}, \vec{r}') dv \right] - \\ & -\frac{1}{ik\varepsilon_2} \left[\vec{n}, (\text{grad div} + k^2 \varepsilon_2 \mu_2) \int_V \vec{j}^e(\vec{r}') \hat{G}_2^{ev}(\vec{r}, \vec{r}') dv \right] + \tilde{z}_i^e [\vec{n}, \vec{j}_s^e] \Big|_S = [\vec{n}, \vec{E}_0]. \end{aligned} \quad (1.103)$$

Якщо відповідно до [193, 194] ввести у розгляд z_{ext}^e - зовнішній ефективний наведений імпеданс електричного типу на підставі співвідношення:

$$z_{ext}^e \vec{j}_s^e = -(\text{grad div} + k^2 \varepsilon_2 \mu_2) \frac{1}{ik\varepsilon_2} \int_V \vec{j}^e(\vec{r}') \hat{G}_2^{ev}(\vec{r}, \vec{r}') dv, \quad (1.104)$$

то рівняння (1.103) може бути записано у вигляді:

$$\frac{1}{ik\varepsilon_2} \left[\vec{n}, (\text{grad div} + k^2 \varepsilon_2 \mu_2) \int_V \vec{j}^e(\vec{r}') \hat{I}G(\vec{r}, \vec{r}') dv \right] + Z^e [\vec{n}, \vec{j}_s^e] \Big|_S = [\vec{n}, \vec{E}_0], \quad (1.105)$$

де $Z^e = (z_{ext}^e + \tilde{z}_i^e)$ - загальний ефективний імпеданс електричного типу, що

розподілений на поверхні вібратора.

У разі вузької щілини довжиною $2l$ і шириною d вважаємо, що вона прорізана у граничній поверхні S_2 екранного типу, яка розділяє області 1 і 2, а її розміри задовольняють вимогам: $\frac{d}{2l} \ll 1$ і $\frac{d}{\lambda} \ll 1$. Не втрачаючи загального підходу, вважаємо поверхню S_2 ідеально тонкою. На поверхні щілини вимагатимемо виконання граничних співвідношень (1.93б) за умови рівності нулю стороннього електричного струму: $[\vec{n}_1, \vec{H}_1] = -[\vec{n}_2, \vec{H}_2]$. Як і в разі імпедансного вібратора, поле щілини \vec{H}_1 подамо за допомогою еквівалентного поверхневого електричного струму $[\vec{n}, \vec{H}] = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_s^e$, який далі з урахуванням імпедансної умови замінимо магнітним струмом (1.90). В результаті отримуємо:

$$[\vec{n}, \vec{H}_2] + \tilde{z}_i^m [\vec{n}, \vec{j}_s^m] \Big|_S = 0, \quad (1.106)$$

де $\tilde{z}_i^m = \frac{4\pi}{c} z_i^m$, S – поверхня щілини, \vec{n} – нормаль до цієї поверхні, що спрямована до області 2. Тут умовно припускається, що еквівалентні струми «протікають» по апертурі щілини S , яку закрито таким же матеріалом, з якого виконано екранну поверхню. Попередньо виділивши первинне поле збудження \vec{H}_0 , на підставі (1.106), із урахуванням співвідношення (1.94), (1.96), можемо записати рівняння щодо магнітного струму в щілині:

$$\frac{1}{ik\mu_2} \left[\vec{n}, \left(\text{grad div} + k^2 \epsilon_2 \mu_2 \right) \int_V \vec{j}^m(\vec{r}') \hat{G}_2^m(\vec{r}; \vec{r}') dv \right] + \tilde{z}_i^m [\vec{n}, \vec{j}_s^m] \Big|_S = -[\vec{n}, \vec{H}_0]. \quad (1.107)$$

Магнітну функцію Гріна для області 2, подібно (1.101), можна записати у вигляді суми двох доданків:

$$\hat{G}_2^m(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I}G(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{G}_2^{mv}(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (1.108)$$

де $\hat{G}_2^{mv}(\vec{r}, \vec{r}')$ – регулярна всюди функція, яка задовольняє однорідному рівнянню:

$$\Delta \hat{G}_2^{mv}(\vec{r}, \vec{r}') + k^2 \varepsilon_2 \mu_2 \hat{G}_2^{mv}(\vec{r}, \vec{r}') = 0 \quad (1.109)$$

і забезпечує разом з $\hat{I}G(\vec{r}, \vec{r}')$ виконання граничних умов на поверхні S_2 для поля точкового джерела, що розташовано в точці \vec{r}' . Тоді (1.107) можна переписати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{ik\mu_2} \left[\vec{n}, (\text{grad div} + k^2 \varepsilon_2 \mu_2) \int_V \vec{j}^m(\vec{r}') \hat{I}G(\vec{r}, \vec{r}') dv \right] + \\ & + \frac{1}{ik\mu_2} \left[\vec{n}, (\text{grad div} + k^2 \varepsilon_2 \mu_2) \int_V \vec{j}^m(\vec{r}') \hat{G}_2^{mv}(\vec{r}, \vec{r}') dv \right] + \tilde{z}_i^m [\vec{n}, \vec{j}_s^m] \Big|_S = -[\vec{n}, \vec{H}_0]. \end{aligned} \quad (1.110)$$

Уведемо до розгляду z_{ext}^m – зовнішній ефективний (який наведено на апертурі щілини) імпеданс магнітного типу на підставі співвідношення:

$$z_{ext}^m \vec{j}_s^m = (\text{grad div} + k^2 \varepsilon_2 \mu_2) \frac{1}{ik\mu_2} \int_V \vec{j}^m(\vec{r}') \hat{G}_2^{mv}(\vec{r}, \vec{r}') dv, \quad (1.111)$$

тоді рівняння (1.107) може бути записане у вигляді:

$$\frac{1}{ik\mu_2} \left[\vec{n}, (\text{grad div} + k^2 \varepsilon_2 \mu_2) \int_V \vec{j}^m(\vec{r}') \hat{I}G(\vec{r}, \vec{r}') dv \right] + Z^m [\vec{n}, \vec{j}_s^m] \Big|_S = -[\vec{n}, \vec{H}_0], \quad (1.112)$$

де $Z^m = (z_{ext}^m + \tilde{z}_i^m)$ – загальний ефективний імпеданс магнітного типу, що розподілений на апертурі щілини. Як видно з безпосереднього порівняння виразів (1.105) і (1.112) введення до аналізу запропонованим способом ефективних наведених імпедансів електричного і магнітного типів дозволило сформулювати струмові інтегральні рівняння (1.105) і (1.112) в дуально-симетричній формі для різних геометрії електродинамічних областей, що розглядаються.

Таким чином, у підрозділі введено до електродинамічного аналізу електрично тонких антен нові поняття: $z_{i(ext)}^{e(m)}$ – ефективних наведених імпедансів електричного і магнітного типів. Обґрунтування такого запровадження базується на необхідності формулювання струмових інтегральних рівнянь для випромінювачів електричного і магнітного типів у дуально-симетричній формі. Слід зазначити, що вирази інтегральних струмових рівнянь у такій формі в

класичній теорії випромінювання електромагнітних полів відсутні. Запропонований підхід дозволив усунути вплив двох існуючих методологічних чинників: не симетричність в традиційному формулюванні імпедансних граничних умов щодо дуальних базисних перестановок, а також необхідність використання в постановках крайових задач для вібраторних і щілинних антен різнотипних електродинамічних областей. В результаті отримано єдину форму інтегральних рівнянь для струмів в електрично тонких антенах у вигляді:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{ik \begin{pmatrix} \epsilon_2 \\ \mu_2 \end{pmatrix}} \left[\vec{n}, (\text{grad div} + k^2 \epsilon_2 \mu_2) \int_V \begin{pmatrix} \vec{j}^e(\vec{r}') \\ -\vec{j}^m(\vec{r}') \end{pmatrix} \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') dv \right] + \\ & + \begin{pmatrix} Z^e \\ Z^m \end{pmatrix} \left[\vec{n}, \begin{pmatrix} \vec{j}_s^e \\ -\vec{j}_s^m \end{pmatrix} \right] \Big|_S = \left[\vec{n}, \begin{pmatrix} \vec{E}_0 \\ \vec{H}_0 \end{pmatrix} \right], \end{aligned} \quad (1.113)$$

яка є симетричною відносно базисних і додаткових дуальних перестановок. Рівняння (1.113) складають методологічну основу для теоретичного об'єднання методів аналізу, відомих окремо як для випромінювачів електричного, так і магнітного типів.

Висновки до розділу 1

У загальній постановці сформульовано задачу про збудження (розсіювання, випромінювання) електромагнітних полів матеріальними тілами скінченних розмірів у присутності отворів зв'язку двох електродинамічних об'ємів. Виходячи з імпедансної граничної умови Щукіна-Леонтовича на поверхнях тіл і умови безперервності тангенціальних складових магнітних полів на отворах зв'язку, отримано вихідну система інтегральних рівнянь відносно густин поверхневих електричних (на тілах) і еквівалентних магнітних (на отворах зв'язку) струмів. Показана доцільність використання в ядрах інтегральних рівнянь не польових функцій Гріна, а функцій для векторних потенціалів Герца. Обґрунтовано загальний підхід до побудови асимптотичних розв'язків рівнянь у різних

електродинамічних об'ємах шляхом виділення з функції Гріна її нерегулярної частини (функції Гріна вільного простору. Обґрунтовано і здійснено фізично коректний перехід від отриманих інтегральних рівнянь до одновимірних рівнянь для струмів у тонких лінійних імпедансних вібраторах (у загальному випадку з нерегулярними по довжині вібраторів геометричними й електрофізичними параметрами) і вузьких щілинах (координатних і некоординатних щодо границь розглянутих просторових областей) у комбінованих вібраторно-щілинних структурах. Подано особливості застосування методу моментів, проаналізовано переваги й недоліки різних наближених аналітичних методів для розв'язання отриманих інтегральних рівнянь, а також проаналізовано особливості застосування узагальненого методу наведених ЕМРС для дослідження багатоеlementних вібраторно-щілинних структур.

Запропоновано нові аспекти в розвитку теорії електрично тонких випромінювачів: введено до електродинамічного аналізу електрично тонких випромінювачів нові поняття ефективних наведених імпедансів електричного і магнітного типів. Обґрунтування такого запровадження базується на необхідності формулювання струмових інтегральних рівнянь для випромінювачів електричного і магнітного типів у дуально-симетричній формі. Слід зазначити, що вирази інтегральних струмових рівнянь в такій формі в класичній теорії антен відсутні. Запропонований підхід дозволив усунути вплив двох існуючих методологічних чинників: не симетричність в традиційному формулюванні імпедансних граничних умов щодо дуальних базисних перестановок, а також необхідність використання в постановках крайових задач для вібраторних і щілинних антен різнотипних електродинамічних областей. В результаті отримано єдину форму інтегральних рівнянь для струмів в електрично тонких антенах.

Результати цього розділу опубліковані в роботах автора [1, 2, 3, 5, 6, 8, 35].

РОЗДІЛ 2

ЗБУДЖЕННЯ ТА ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ КОМБІНОВАНИМИ ВІБРАТОРНО-ЩІЛИННИМИ СТРУКТУРАМИ В ПРЯМОКУТНОМУ ХВИЛЕВОДІ

2.1 Двоелементна вібраторно-щілинна структура

2.1.1 Постановка задачі та розв'язання рівнянь для струмів

Розглянемо задачу про розсіювання електромагнітних хвиль на вузькій прямолінійній поперечній щілині в широкій стінці прямокутного хвильоводу, усередині якого розташовано пасивний імпедансний вібратор і знаходяться сторонні джерела поля (Рис. 2.1). Нехай у порожнистому ($\epsilon_1 = \mu_1 = 1$) нескінченному прямокутному хвильоводі з ідеально провідними стінками (індекс області «Wg»), де в площині поперечного перерізу розміром $\{a \times b\}$ розташований несиметричний (монополь) тонкий вібратор з радіусом r і довжиною $2L_v$ ($[r / (2L_v)] \ll 1$, $[r / \lambda] \ll 1$) зі змінним поверхневим імпедансом, з області $z = -\infty$ поширюється хвиля основного типу H_{10} . У широкій стінці хвильоводу товщиною h симетрично щодо поздовжньої осі хвильоводу прорізана вузька поперечна щілина шириною d й довжиною $2L_{sl}$ ($[d / (2L_{sl})] \ll 1$, $[d / \lambda] \ll 1$), що випромінює у вільний півпростір над нескінченною ідеально провідною площиною (індекс області «Hs»). Відстань між осями вібратора й щілини дорівнює z_0 .

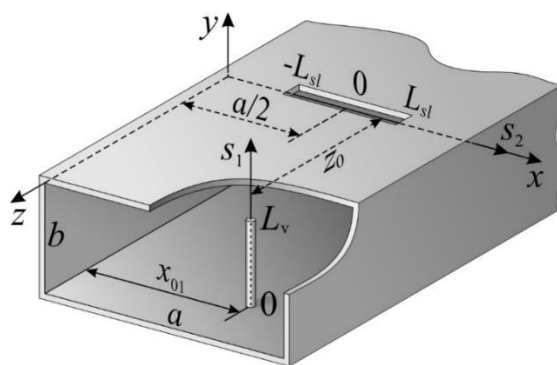


Рис.2.1 Геометрія вібраторно-щілинної структури й прийняті позначення

Для такої структури вихідна система інтегральних рівнянь щодо електричного струму у вібраторі $J_v(s_1)$ й еквівалентного магнітного струму в щілині $J_{sl}(s_2)$ згідно (1.19) буде мати такий вигляд:

$$\left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k^2 \right) \int_{-L_v}^{L_v} J_v(s'_1) G_{s_1}^{Wg}(s_1, s'_1) ds'_1 - ik \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} J_{sl}(s'_2) \tilde{G}_{s_2}^{Wg}(s_1, s'_2) ds'_2 = -i\omega [E_{0s_1}(s_1) - z_i(s_1) J_v(s_1)], \quad (2.1a)$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k^2 \right) \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} J_{sl}(s'_2) [G_{s_2}^{Wg}(s_2, s'_2) + G_{s_2}^{Hs}(s_2, s'_2)] ds'_2 - ik \int_{-L_v}^{L_v} J_v(s'_1) \tilde{G}_{s_1}^{Wg}(s_2, s'_1) ds'_1 = -i\omega H_{0s_2}(s_2). \quad (2.1b)$$

Тут s_1 і s_2 – локальні координати, пов'язані з осями вібратора й щілини відповідно, $E_{0s_1}(s_1)$ і $H_{0s_2}(s_2)$ – проекції полів сторонніх джерел на осі вібратора й щілини, $G_{s_1}^{Wg}(s_1, s'_1)$, $G_{s_2}^{Wg}(s_2, s'_2)$ і $G_{s_2}^{Hs}(s_2, s'_2)$ – відповідні компоненти тензорних функцій Гріна прямокутного хвильоводу й півпростору над площиною (додаток А), « $-L_v$ » – координата кінця дзеркального (щодо нижньої широкої стінки хвильоводу)

зображення вібратора, $\tilde{G}_{s_1}^{Wg}(s_2, s'_1) = \frac{\partial}{\partial z} G_{s_1}^{Wg}[x(s_2), 0, z; x'(s'_1), y'(s'_1), z_0]$,

$\tilde{G}_{s_2}^{Wg}(s_1, s'_2) = \frac{\partial}{\partial z} G_{s_2}^{Wg}[x(s_1), y(s_1), z; x'(s'_2), 0, 0]$ за умови підстановки значень $z = 0$ у $\tilde{G}_{s_1}^{Wg}$ і $z = z_0$ у $\tilde{G}_{s_2}^{Wg}$ після узяття похідної.

У випадку відсутності взаємодії між вібратором і щілиною ($z_0 = 0$) $\tilde{G}_{s_1}^{Wg} = \tilde{G}_{s_2}^{Wg} = 0$ і система зв'язаних рівнянь (2.1) перетвориться у два незалежні рівняння:

$$\left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k^2 \right) \int_{-L_v}^{L_v} J_v(s'_1) G_{s_1}^{Wg}(s_1, s'_1) ds'_1 = -i\omega [E_{0s_1}(s_1) - z_i(s_1) J_v(s_1)], \quad (2.2a)$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k^2 \right) \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} J_{sl}(s'_2) [G_{s_2}^{Wg}(s_2, s'_2) + G_{s_2}^{Hs}(s_2, s'_2)] ds'_2 = -i\omega H_{0s_2}(s_2). \quad (2.2b)$$

Розв'язок системи рівнянь (2.1) будемо шукати узагальненим методом наведених ЕМРС, використовуючи в якості апроксимуючих виразів для струмів функції $J_v(s_1) = J_{0v} f_v(s_1)$ й $J_{sl}(s_2) = J_{0sl} f_{sl}(s_2)$ (тут J_{0v} і J_{0sl} розглядаються як

невідомі амплітуди струмів, $f_v(s_1)$ і $f_{sl}(s_2)$ – задані функції розподілу струмів), які можна одержати з розв'язку рівнянь (2.2) асимптотичним методом усереднення. У загальному випадку довільних вібраторно-щілинних структур і зв'язаних електродинамічних об'ємів функції розподілу струмів будуть мати симетричні ($f_v^s(s_1)$, $f_{sl}^s(s_2)$) і антисиметричні ($f_v^a(s_1)$, $f_{sl}^a(s_2)$) складові щодо центрів вібратора ($s_1 = 0$) і щілини ($s_2 = 0$). Вирази для $f_v^{s,a}(s_1)$ й $f_{sl}^{s,a}(s_2)$ відповідно до загальних виразів для електричного струму в симетричному імпедансному вібраторі в хвилеводі та для магнітного струму в щілині, прорізаний в широкій стінці прямокутного хвилеводу, можна знайти з таких співвідношень [1, 5, 195, 196], отриманих асимптотичним методом усереднення:

$$f_v^{s,a}(s_1) \sim \left\{ \sin \tilde{k}(L_v - s_1) \int_{-L_v}^{s_1} E_{0s_1}^{s,a}(s'_1) \sin \tilde{k}(L_v + s'_1) ds'_1 + \sin \tilde{k}(L_v + s_1) \int_{s_1}^{L_v} E_{0s_1}^{s,a}(s'_1) \sin \tilde{k}(L_v - s'_1) ds'_1 \right\}, \quad (2.3a)$$

$$f_{sl}^{s,a}(s_2) \sim \left\{ \sin k(L_{sl} - s_2) \int_{-L_{sl}}^{s_2} H_{0s_2}^{s,a}(s'_2) \sin k(L_{sl} + s'_2) ds'_2 + \sin k(L_{sl} + s_2) \int_{s_2}^{L_{sl}} H_{0s_2}^{s,a}(s'_2) \sin k(L_{sl} - s'_2) ds'_2 \right\}, \quad (2.3b)$$

у яких $E_{0s_1}^{s,a}(s_1)$ і $H_{0s_2}^{s,a}(s_2)$ – проекції симетричних і антисиметричних (щодо центрів вібратора й щілини) складових полів сторонніх джерел на осі вібратора й щілини відповідно, а знак пропорційності « \sim » означає, що у виразах (2.3) після інтегрування необхідно залишити тільки співмножники, що функціонально залежать від координат s_1 і s_2 .

Для розглянутої вібраторно-щілинної структури при збудженні хвилею основного типу H_{10} згідно з (2.3):

$$f_v(s_1) = f_v^s(s_1) = \cos \tilde{k}s_1 - \cos \tilde{k}L_v, \quad (2.4a)$$

$$f_{sl}(s_2) = f_{sl}^s(s_2) = \cos ks_2 - \cos kL_{sl}, \quad (2.4b)$$

де, як і раніше, $\tilde{k} = k - \frac{i2\pi z_i^{av}}{Z_0\Omega}$, $z_i^{av} = \frac{1}{2L_v} \int_{-L_v}^{L_v} z_i(s_1) ds_1$ – середнє значення внутрішнього імпедансу по довжині вібратора, $\Omega = 2\ln(2L_v / r)$.

Помножимо далі рівняння (2.1а) на функцію $f_v(s_1)$, а рівняння (2.1б) на функцію $f_{sl}(s_2)$ й проінтегруємо рівняння (2.1а) по довжині вібратора а рівняння (2.1б) – по довжині щілини. У результаті одержимо СЛАР, розв'язавши яку знайдемо амплітуди струмів J_{0v} і J_{0sl} :

$$\begin{aligned} J_{0v}[Z_{11}(kr, \tilde{k}L_v) + F_z(\tilde{k}r, \tilde{k}L_v)] + J_{0sl}Z_{12}(z_0, \tilde{k}L_v, kL_{sl}) &= -\frac{i\omega}{2k} E_1(\tilde{k}L_v), \\ J_{0sl}Z_{22}^\Sigma(kd_e, kL_{sl}) + J_{0v}Z_{21}(z_0, kL_{sl}, \tilde{k}L_v) &= -\frac{i\omega}{2k} H_2(kL_{sl}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Тут

$$\begin{aligned} Z_{11}(kr, \tilde{k}L_v) &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n(k^2 - k_y^2)\tilde{k}^2}{kk_z(\tilde{k}^2 - k_y^2)^2} e^{-k_z r} \sin^2 k_x x_{01} [\sin \tilde{k}L_v \cos k_y L_v - (\tilde{k}/k_y) \cos \tilde{k}L_v \sin k_y L_v]^2, \\ F_z(\tilde{k}r, \tilde{k}L_v) &= -\frac{i}{r} \int_0^{L_v} f_v(s_1) \bar{Z}_s(s_1) ds_1, \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} Z_{22}^{Hs}(kd_e, kL_{sl}) &= (\text{Si}4kL_{sl} - i\text{Cin}4kL_{sl}) - 2\cos kL_{sl} \times \\ &\times \left[2(\sin kL_{sl} - kL_{sl} \cos kL_{sl}) \left(\ln \frac{16L_{sl}}{d_e} - \text{Cin}2kL_{sl} - i\text{Si}2kL_{sl} \right) + \sin 2kL_{sl} e^{-ikL_{sl}} \right], \\ Z_{22}^{Wg}(kd_e, kL_{sl}) &= \frac{8\pi}{ab} \sum_{m=1,3..}^{\infty} \sum_{n=0,1..}^{\infty} \frac{\varepsilon_n k}{k_z(k^2 - k_x^2)} e^{-k_z \frac{d_e}{4}} \times \\ &\times [\sin kL_{sl} \cos k_x L_{sl} - (k/k_x) \cos kL_{sl} \sin k_x L_{sl}]^2, \\ Z_{22}^\Sigma(kd_e, kL_{sl}) &= Z_{22}^{Wg}(kd_e, kL_{sl}) + Z_{22}^{Hs}(kd_e, kL_{sl}), \end{aligned}$$

а також

$$\begin{aligned} Z_{12}(z_0, \tilde{k}L_v, kL_{sl}) &= -Z_{21}(z_0, kL_{sl}, \tilde{k}L_v) = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3..}^{\infty} \sum_{n=0,1..}^{\infty} \frac{\varepsilon_n k \tilde{k} e^{-k_z z_0}}{i(k^2 - k_x^2)(\tilde{k}^2 - k_y^2)} \sin k_x x_{01} \times \\ &\times [\sin \tilde{k}L_v \cos k_y L_v - (\tilde{k}/k_y) \cos \tilde{k}L_v \sin k_y L_v] \times \\ &\times [\sin kL_{sl} \cos k_x L_{sl} - (k/k_x) \cos kL_{sl} \sin k_x L_{sl}], \\ E_1(\tilde{k}L_v) &= 2H_0 \frac{k}{k_g \tilde{k}} \sin \frac{\pi}{a} x_{01} e^{-ik_g z_0} f(\tilde{k}L_v), f(\tilde{k}L_v) = \sin \tilde{k}L_v - \tilde{k}L_v \cos \tilde{k}L_v, \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$H_2(kL_{sl}) = 2H_0 \frac{1}{k} f(kL_{sl}), \quad f(kL_{sl}) = \frac{\sin kL_{sl} \cos(\pi L_{sl} / a) - (ka / \pi) \cos kL_{sl} \sin(\pi L_{sl} / a)}{1 - [\pi / (ka)]^2}.$$

Аналітичний розв'язок системи рівнянь (2.5) має такий вигляд:

$$\begin{aligned} J_{0v} &= -\frac{i\omega}{2k} \frac{E_1(\tilde{k}L_v)Z_{22}^\Sigma(kd_e, kL_{sl}) - H_2(kL_{sl})Z_{12}(z_0, \tilde{k}L_v, kL_{sl})}{[Z_{11}(kr, \tilde{k}L_v) + F_z(\tilde{k}r, \tilde{k}L_v)]Z_{22}^\Sigma(kd_e, kL_{sl}) - Z_{21}(z_0, kL_{sl}, \tilde{k}L_v)Z_{12}(z_0, \tilde{k}L_v, kL_{sl})} = -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_{0v}, \\ J_{0sl} &= -\frac{i\omega}{2k} \frac{H_2(kL_{sl})[Z_{11}(kr, \tilde{k}L_v) + F_z(\tilde{k}r, \tilde{k}L_v)] - E_1(\tilde{k}L_v)Z_{21}(z_0, kL_{sl}, \tilde{k}L_v)}{[Z_{11}(kr, \tilde{k}L_v) + F_z(\tilde{k}r, \tilde{k}L_v)]Z_{22}^\Sigma(kd_e, kL_{sl}) - Z_{21}(z_0, kL_{sl}, \tilde{k}L_v)Z_{12}(z_0, \tilde{k}L_v, kL_{sl})} = -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_{0sl}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Використовуючи формули (2.4) і (2.8), одержуємо підсумкові вирази для струмів у вібраторі й щілині:

$$\begin{aligned} J_v(s_1) &= -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_{0v} (\cos \tilde{k}s_1 - \cos \tilde{k}L_v), \\ J_{sl}(s_2) &= -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_{0sl} (\cos ks_2 - \cos kL_{sl}). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Коефіцієнти відбиття й проходження по полю розглянутої вібраторно-щілинної структури (S_{11} і S_{12} – відповідно) будуть визначатися такими виразами:

$$S_{11} = \frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ \frac{2k_g^2}{k} \tilde{J}_{0sl} f(kL_{sl}) - \frac{kk_g}{\tilde{k}} \tilde{J}_{0v} \sin(\pi x_{01} / a) e^{-ik_g z_0} f(\tilde{k}L_v) \right\} e^{2ik_g z}, \quad (2.10)$$

$$S_{12} = 1 + \frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ \frac{2k_g^2}{k} \tilde{J}_{0sl} f(kL_{sl}) + \frac{kk_g}{\tilde{k}} \tilde{J}_{0v} \sin(\pi x_{01} / a) e^{-ik_g z_0} f(\tilde{k}L_v) \right\}. \quad (2.11)$$

Коефіцієнт випромінювання щілини в півпростір над площиною за потужністю $|S_\Sigma|^2$ дорівнює:

$$|S_\Sigma|^2 = \frac{P_\Sigma}{P_{10}}, \quad (2.12)$$

де P_Σ – середня потужність, випромінювана через апертуру щілини (потік вектора Пойнтинга через щілину), а P_{10} – потужність, що підводиться, хвильовідної моди H_{10} . Неважко переконатися, що в розглянутому випадку:

$$|S_\Sigma|^2 = \frac{16\pi k_g}{abk} |\tilde{J}_{0sl}|^2 |\operatorname{Im} Z_{22}^{Hs}(kd_e, kL_{sl})|, \quad (2.13)$$

де $\operatorname{Im} Z_{22}^{Hs}(kd_e, kL_{sl})$ – уявна частина зовнішньої провідності щілини.

Для визначення потужності втрат P_σ в імпедансному вібраторі (у випадку, коли $\bar{R}_s \neq 0$) скористаємося умовою виконання енергетичного балансу:

$$|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_\Sigma|^2 + P_\sigma = 1. \quad (2.14)$$

Рівність (2.14) буде також використовуватися для перевірки правильності числових алгоритмів розрахунків характеристик хвилевідно-щілинного випромінювача у випадку суто уявних значень поверхневого імпедансу \bar{Z}_s , коли $P_\sigma = 0$ й втрати в імпедансному вібраторі відсутні.

В розрахунках будемо використовувати три функції розподілу уявної частини поверхневого імпедансу уздовж вібратора: $\phi_0(s_1) = 1$, $\phi_1(s_1) = 2[1 - (s_1 / L_v)]$ і $\phi_2(s_1) = 2(s_1 / L_v)$. Вирази для $F_{z_{0,1,2}}(\tilde{k}r, \tilde{k}L_v)$, отримані згідно з (2.6) наведено в [1].

2.1.2 Числові й експериментальні результати

На підставі побудованої математичної моделі для вібраторно-щілинної структури проведено числовий аналіз діапазону можливої зміни енергетичних характеристик системи в порівнянні з випадком одиночної випромінюючої щілини (без вібратора). На Рис. 2.2–2.6 наведено залежності коефіцієнтів випромінювання $|S_\Sigma|^2(\lambda)$, відбиття $|S_{11}|(\lambda)$ й проходження $|S_{12}|(\lambda)$ в діапазоні одномодового режиму роботи хвилеводу при наступних загальних параметрах: $a = 58,0$ мм, $b = 25,0$ мм, $h = 0,5$ мм, $r = 2,0$ мм, $L_v = 15,0$ мм, $\bar{R}_s = 0$, $d = 4,0$ мм, $2L_{sl} = 40,0$ мм. Такий вибір розмірів щілини був обґрунтований її власним резонансом (без вібратора) на $\lambda_{sl}^{res} = 86,0$ мм – середній довжині хвилі для розглянутого діапазону. Вибір розміру монополя також пов'язаний з тим, щоб його власна резонансна довжина хвилі λ_v^{res} знаходилася в межах робочого діапазону хвилеводу. Величина z_0 зсуву поздовжньої осі вібратора щодо поздовжньої осі щілини варіювалася в частках $\lambda_{sl}^{gres} = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi / \lambda_{sl}^{res})^2 - (\pi / a)^2}} = \lambda_G$ – резонансної

довжини щілини у хвилеводі, оскільки формули для енергетичних параметрів системи (2.10)–(2.14) містять періодичні функції від хвильового числа k_g . Слід також указати, що результати розрахунків наведено тільки для вібраторів з імпедансами індуктивного типу ($\bar{X}_s > 0$), які дозволяють зменшувати електричну довжину вібраторів, тобто збільшувати λ_v^{res} у порівнянні з випадком, коли $\bar{Z}_s = 0$, зберігаючи величину зазору між торцями вібраторів і верхньою широкою стінкою хвилеводу, що особливо важливо при урахуванні величини пробивної потужності для хвилевідного пристрою в цілому.

Із наведених на рисунках даних випливає, що й ідеально провідний вібратор (Рис. 2.2), й імпедансні монополі істотно можуть впливати на зміну коефіцієнта випромінювання вібраторно-щілинної системи. Причому у випадку імпедансних вібраторів цей вплив виявляється більш значним, оскільки наявність імпедансу дозволяє наближати значення їхніх власних резонансних довжин хвиль до значення резонансної довжини хвилі щілини. Однак, просте суміщення цих двох резонансів (Рис. 2.3) не є оптимальним для забезпечення максимальної їхньої взаємодії. Як видно, для реалізації максимального коефіцієнта випромінювання щілини, близького до одиниці, який згідно з теорією хвилевідно-щілинних випромінювачів принципово недосяжний у порожнистому нескінченному хвилеводі, необхідно використовувати монополі зі змінними уздовж їхніх осей індуктивними імпедансами (Рис. 2.4–2.5). При цьому власні резонансні довжини хвиль щілини й монополів виявляються дещо рознесеними по діапазону, а загальний резонанс вібраторно-щілинної системи зміщується до значення резонансної довжини хвилі для монополя. Як і слід було сподіватися з фізичних міркувань, зсуви z_0 , при яких спостерігається максимальний взаємний вплив елементів вібраторно-щілинної структури, є кратними величині $\lambda_G / 4$. При цьому максимальні значення коефіцієнта випромінювання щілини, близькі до одиниці, мають місце при зсувах z_0 , кратних величині $\lambda_G / 2$.

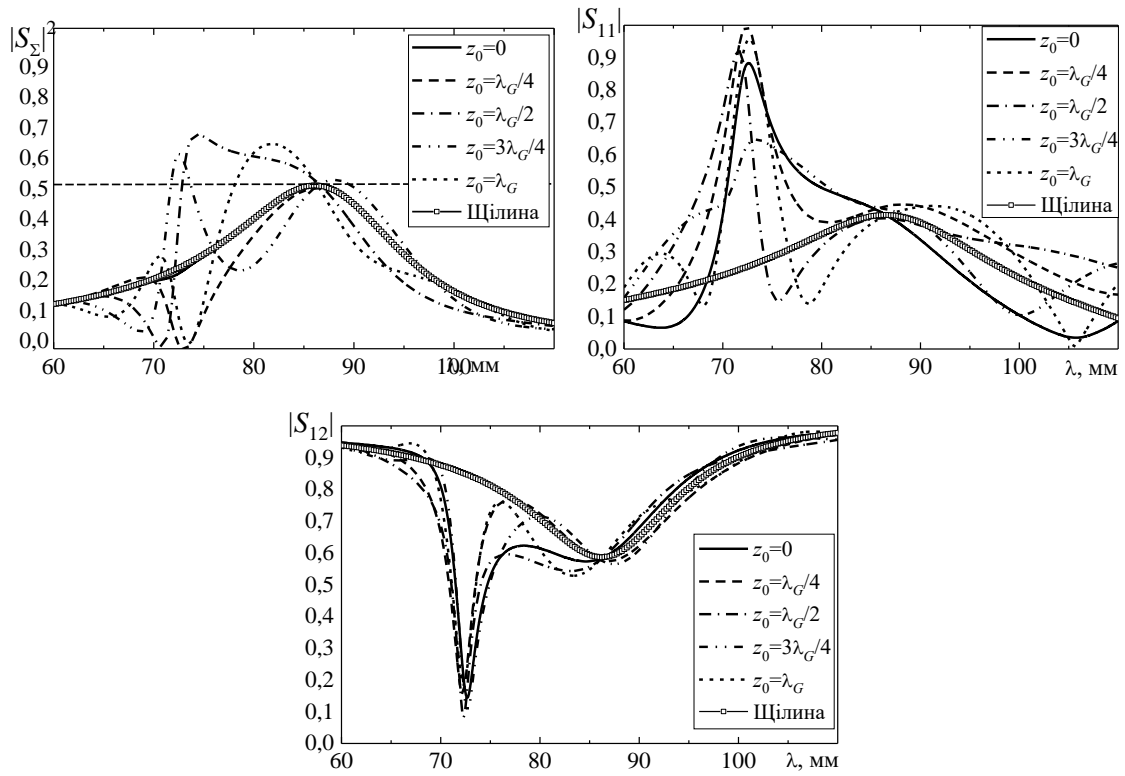


Рис.2.2 Залежності енергетичних характеристик системи щілина–вібратор від довжини хвилі при $x_{01} = a/8$, $\bar{Z}_s = 0$

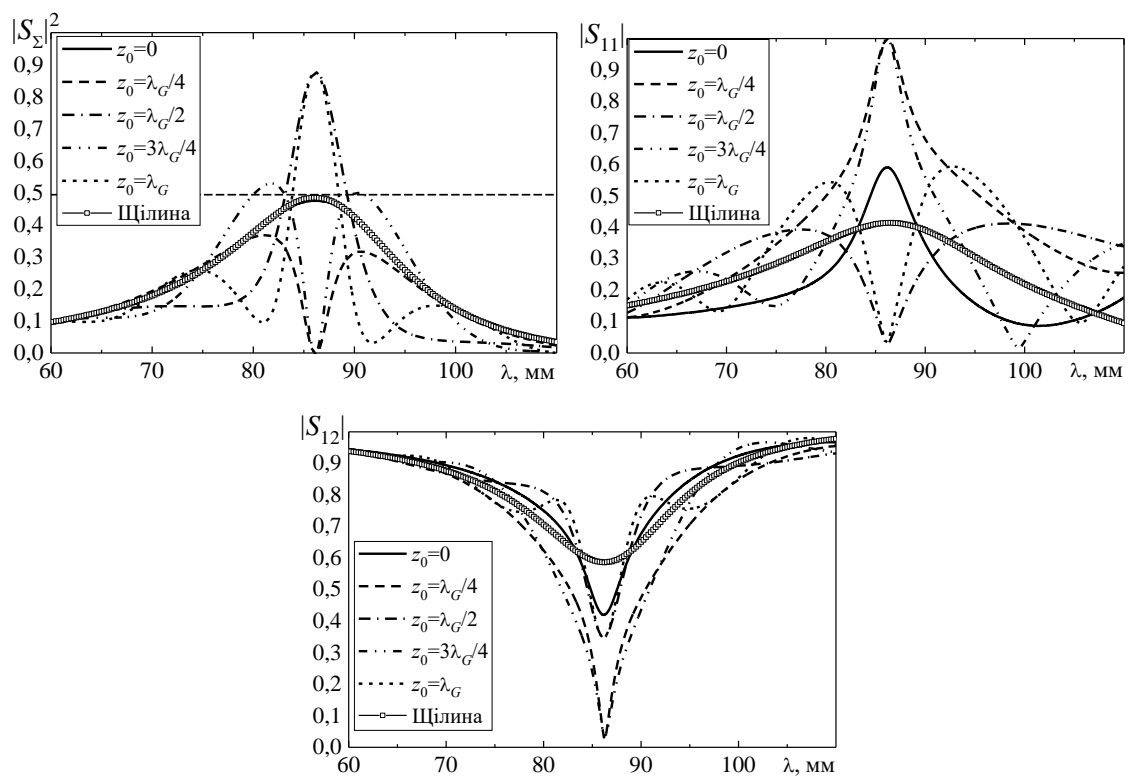


Рис.2.3 Залежності енергетичних характеристик системи щілина–вібратор від довжини хвилі при $x_{01} = a/8$, $\bar{Z}_s = ikr \ln(5.5)$

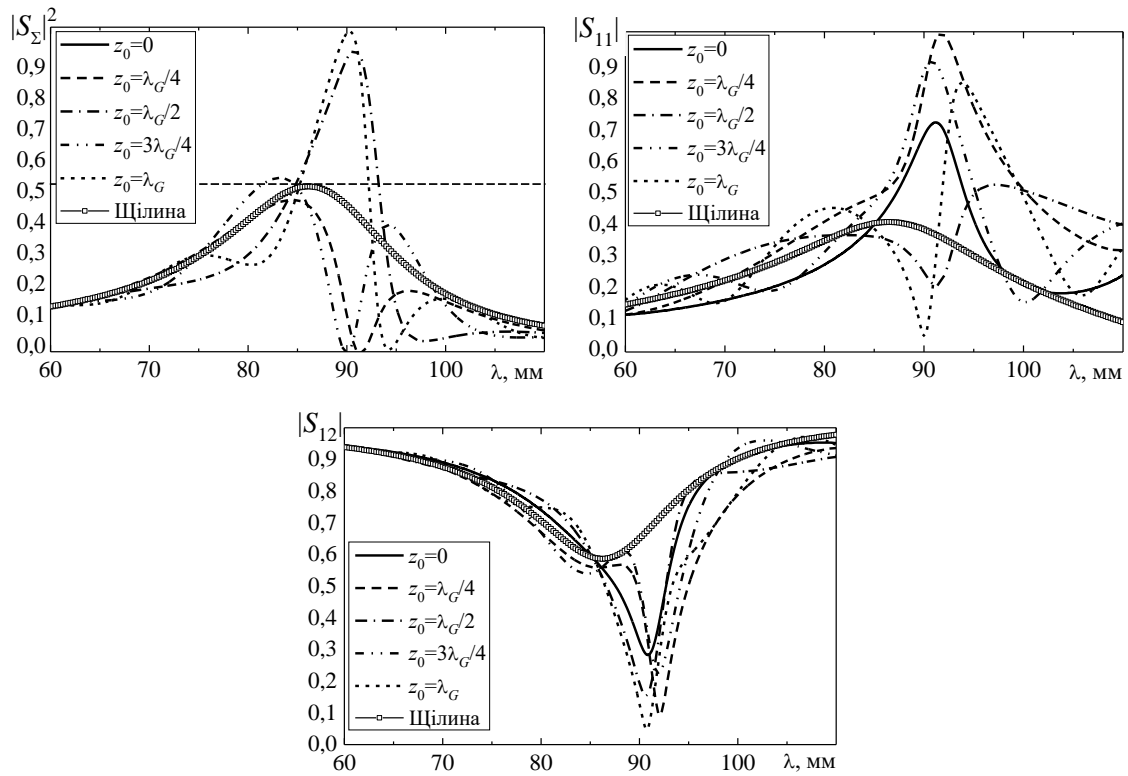


Рис.2.4 Залежності енергетичних характеристик системи щілина–вібратор від довжини хвилі при $x_{01} = a/8$, $\bar{Z}_s(s_1) = ikr \ln(5,5)\phi_1(s_1)$

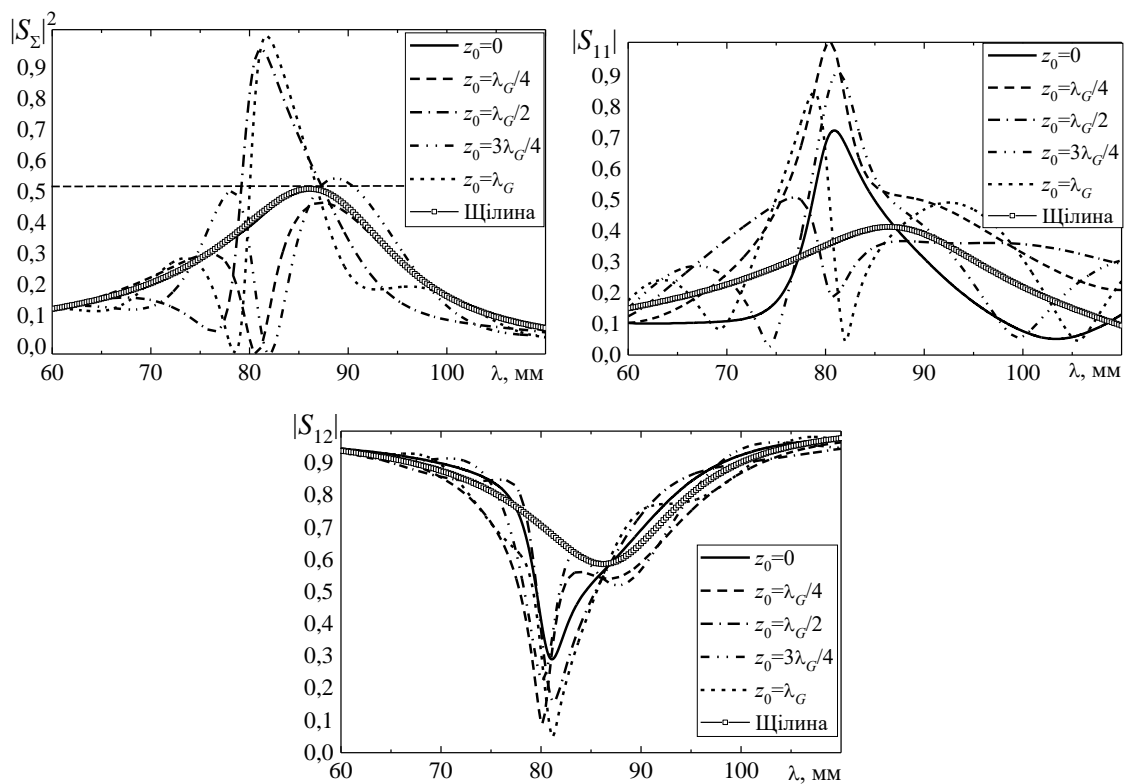


Рис.2.5 Залежності енергетичних характеристик системи щілина–вібратор від довжини хвилі при $x_{01} = a/8$, $\bar{Z}_s(s_1) = ikr \ln(5,5)\phi_2(s_1)$

Зсув монополя в поперечному напрямку до поздовжньої осі хвилеводу (Рис. 2.6) при фіксованому значенні $z_0 = \lambda_G / 2$ приводить до незначного збільшення максимального значення коефіцієнта випромінювання системи й до досить істотного розширення робочої смуги $|S_\Sigma|^2$ (λ). Так, при $x_{01} = a/2$ за рівнем $|S_\Sigma|^2 = 0,6$ смуга коефіцієнта випромінювання вібраторно-щілинної структури збільшується у 3 рази в порівнянні з її величиною при $x_{01} = a/8$. Цікаво відзначити, що при цьому максимальне значення коефіцієнта випромінювання системи має місце на довжині хвилі, що не збігається з довжиною хвилі власних резонансів щілини й вібратора.

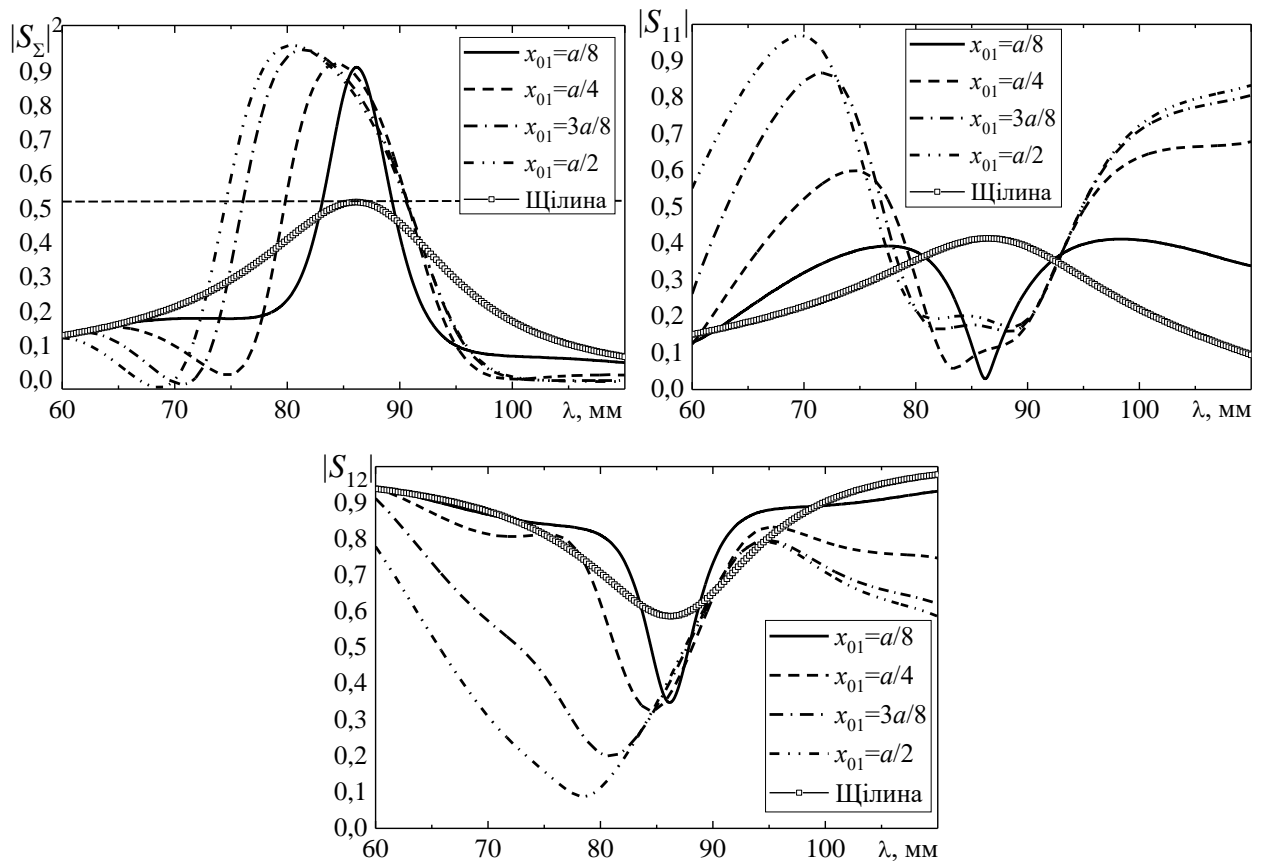


Рис.2.6 Залежності енергетичних характеристик системи щілина–вібратор від довжини хвилі при $z_0 = \lambda_G / 2 = 64.0$ мм, $\bar{Z}_s = ikr \ln(5,5)$

З метою мініатюризації хвилевідних пристроїв на практиці часто використовують низькопрофільні хвилеводи, у яких висота b є значно меншою,

ніж у хвильоводів зі стандартним поперечним перерізом. Зрозуміло, що в таких занижених хвильоводах накладаються ще більші обмеження на довжину монополя. Наприклад, при $b=12.5$ мм можна вибрати прийнятну довжину вібратора $L_v = 10.0$ мм. У цьому випадку $\lambda_{sl}^{res} = 83.0$ мм і $\lambda_{sl}^{gres} = 118.0$ мм. Як показали розрахунки, при збереженні інших геометричних параметрів вібраторно-щілинної структури такий короткий ідеально провідний вібратор виявляється нездатним вплинути на характеристики щілини для істотного збільшення її коефіцієнта випромінювання $|S_\Sigma|^2$. Причиною цього є велика різниця між власними резонансними довжинами хвиль елементів системи. Збільшення електричної довжини вібратора, як і раніше, можна досягти шляхом використання монополя з імпедансом індуктивного типу. Ефективність застосування імпедансних монополів для низькопрофільного хвильоводу може бути оцінена із результатів розрахунків, наведених на Рис. 2.7 Як видно, монополь із постійним імпедансом при співпадінні резонансних довжин хвиль вібратора й щілини дає збільшення значення коефіцієнта випромінювання системи до 0.7, хоча при цьому звужується робоча смуга $|S_\Sigma|^2(\lambda)$ випромінювача. Однак зауважимо, що необхідну при цьому величину імпедансу $\bar{Z}_s = ikr \ln(51,0)$ досить важко реалізувати на практиці. Монополь зі змінним імпедансом, що змінюється за законом $\phi_1(s_1)$, забезпечує практично ті ж енергетичні характеристики випромінювача, що й у випадку вібратора з постійним імпедансом, однак уже при більш прийнятному (з погляду практичного виготовлення) значенні логарифмічного коефіцієнта $\ln(17,0)$. У той же час закон зміни імпедансу згідно з функцією $\phi_2(s_1)$ дозволяє досягти величини $|S_\Sigma|^2$, близької до 1,0.

Достовірність результатів числового моделювання була перевірена на експериментальному макеті (Рис. 2.8) для випадків ідеально провідного вібратора, вібратора з постійним імпедансом $\bar{Z}_s(s_1) = ikr \ln(4,0)$ і вібратора з імпедансом, що змінюється за законом $\bar{Z}_s(s_1) = ikr \ln(4,0)\phi_1(s_1)$.

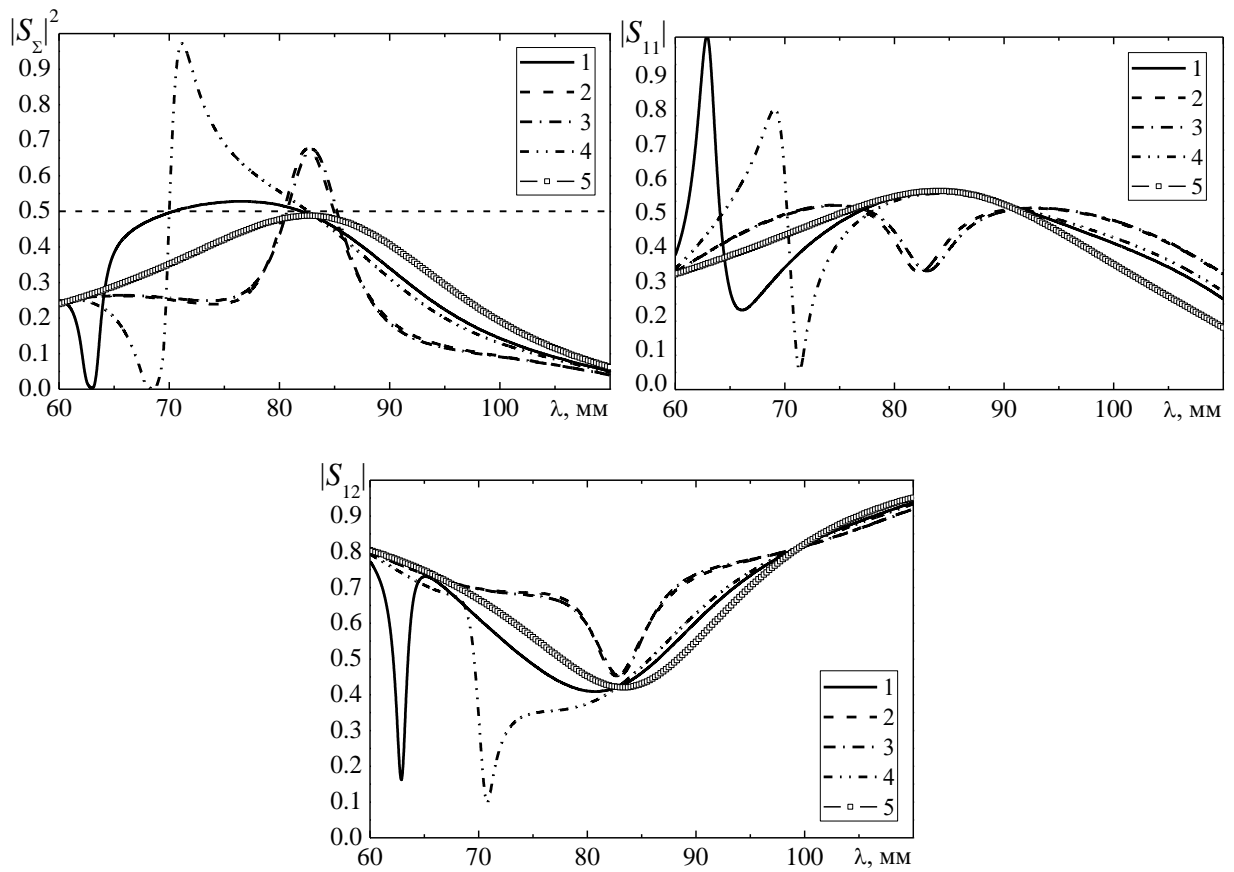


Рис.2.7 Залежності енергетичних характеристик системи щілина–вібратор від довжини хвилі при $a=58,0$ мм, $b=12,5$ мм, $2L_{sl}=40,0$ мм, $L_v=10,0$ мм,

$x_{01} = a/8$, $z_0 = \lambda_{sl}^{gres} / 2 = 59,0$ мм: **1** – $\bar{Z}_s = 0$; **2** – $\bar{Z}_s = ikr \ln(51,0)$; **3** – $\bar{Z}_s(s_1) = ikr \ln(17,0)\phi_1(s_1)$; **4** – $\bar{Z}_s(s_1) = ikr \ln(17,0)\phi_2(s_1)$; **5** – одиночна щілина

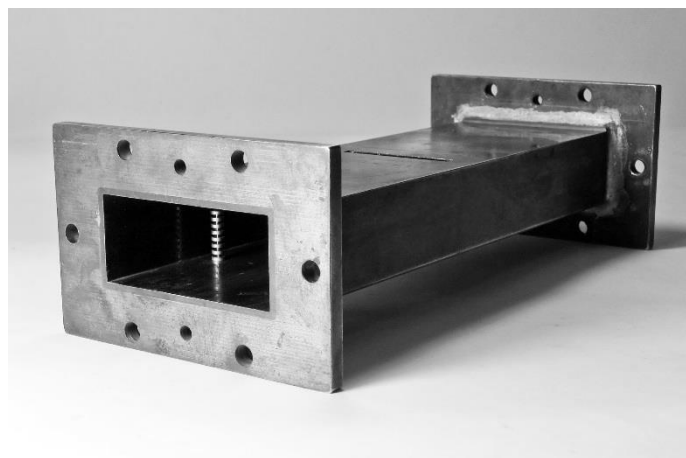


Рис. 2.8 Експериментальний макет вібраторно-щілинної структури

Вимірювання проводилися з використанням широкосмугового аналізатора антенно-фідерного тракту Site Master S810D. На Рис. 2.9 наведено розрахункові й експериментальні залежності енергетичних характеристик вібраторно-щілинної структури від довжини хвилі для різних імпедансних монополів при фіксованому значенні $z_0 = \lambda_G / 2$. Досить задовільне узгодження розрахункових і експериментальних даних підтверджує фізичну адекватність побудованої математичної моделі, правильність отриманого розв'язку електродинамічної задачі й коректність проведення числових розрахунків.

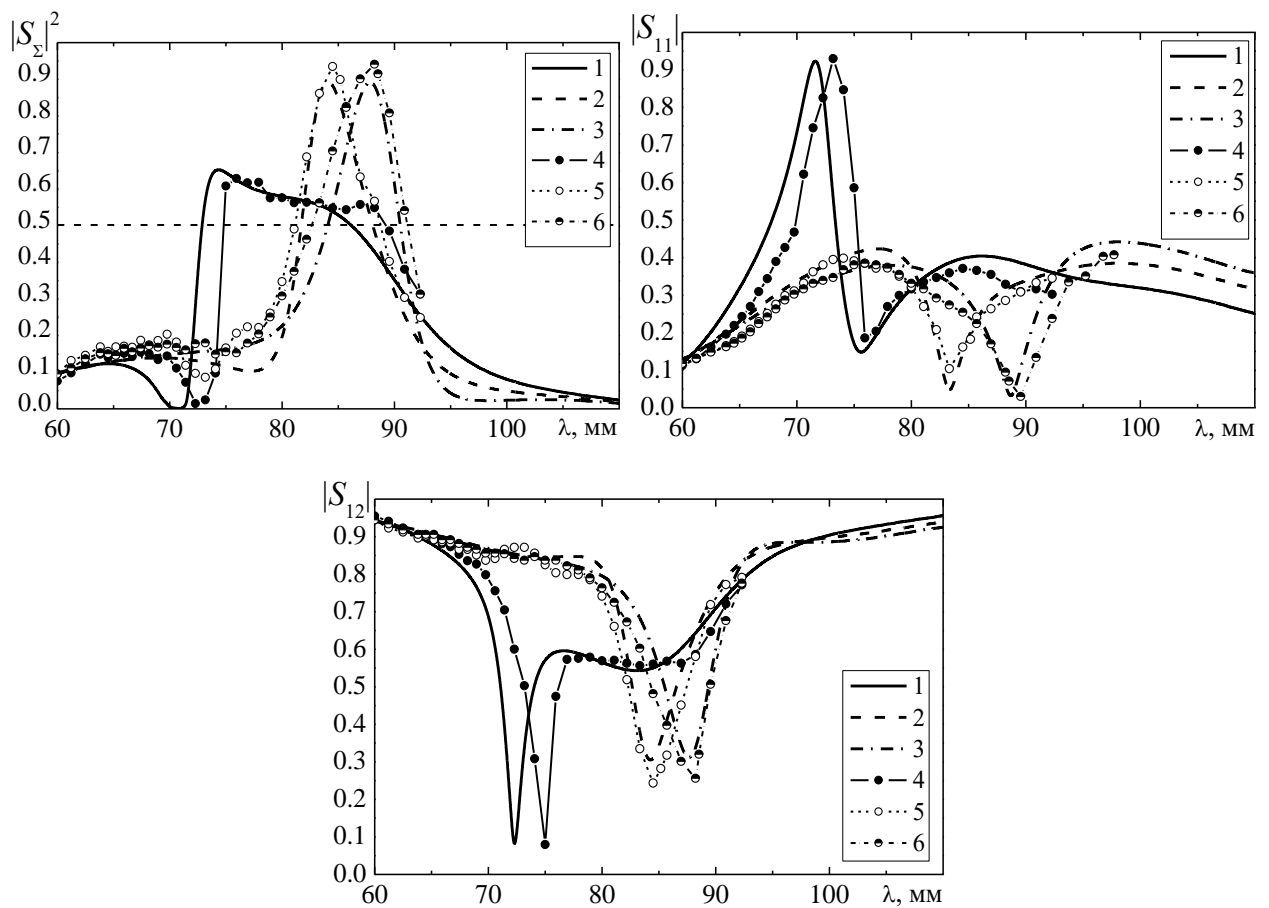


Рис. 2.9 Залежності енергетичних характеристик системи щілина–вібратор від довжини хвилі при $a=58,0$ мм, $b=25,0$ мм, $h=0,5$ мм, $2L_{sl}=40,0$ мм, $d=4,0$ мм, $L_v=15,0$ мм, $r=2,0$ мм, $x_{01}=a/8$, $z_0=64,0$ мм: **1** – $\bar{Z}_s = 0$; **2** – $\bar{Z}_s = ikr \ln(4,0)$; **3** – $\bar{Z}_s(s_1) = ikr \ln(4,0) \phi_1(s_1)$; **4, 5, 6** – експериментальні дані

Відзначимо, що поверхневий імпеданс вібратора розраховувався за формулою: $\bar{Z}_s = i\bar{X}_s = ikr \ln(r/r_i)$. При цьому реалізацію змінного уздовж вібратора імпедансу можна здійснити плавною зміною внутрішнього радіуса гофрованого провідника (Додаток В) за законом $r_i(s) = re^{-\ln(r/r_i)\phi_n(s)}$, де r і r_i – відповідно зовнішній і внутрішній радіуси гофра.

Таким чином, виявлено можливість і визначено умови досягнення в такій вібраторно-щілинній структурі максимального коефіцієнта випромінювання щілини, близького до одиниці, що, згідно з теорією хвилевідно-щілинних випромінювачів, є принципово недосяжним в порожнистому нескінченному прямокутному хвилеводі [2, 84]. Показано ефективність застосування імпедансних монополів для забезпечення заданого рівня випромінювання вібраторно-щілинних систем у низькопрофільних прямокутних хвилеводах.

2.2 Трьохелементна вібраторно-щілинна структура без взаємодії між вібраторами та щілиною

2.2.1 Постановка задачі та розв'язання рівнянь для струмів

Розглянемо далі задачу про розсіювання електромагнітних хвиль на вузькій прямолінійній поперечній щілині в широкій стінці прямокутного хвилеводу, усередині якого розташовано пасивні імпедансні вібратори у випадку відсутності взаємодії між вібраторами й щілиною.

Нехай у порожнистому ($\epsilon_1 = \mu_1 = 1$) нескінченному прямокутному хвилеводі з ідеально провідними стінками (індекс області «Wg»), де в площині поперечного перерізу з розмірами $\{a \times b\}$ розташовано несиметричні тонкі вібратори (монополі) з радіусами $r_{1,2}$ й довжинами $2L_{1,2}$ зі змінними поверхневими імпедансами, з області $z = -\infty$ поширюється хвиля основного типу H_{10} . У широкій стінці хвилеводу товщиною h симетрично щодо поздовжньої осі хвилеводу

прорізана вузька поперечна щілина шириною d й довжиною $2L_3$, що випромінює у вільний півпростір ($\varepsilon_2 = \mu_2 = 1$) над нескінченною ідеально провідною площиною (індекс області « HS »). Осі вібраторів і щілини розташовані в площині $\{xOy\}$, тобто між вібраторами й щілиною немає взаємодії по внутрішньому простору хвилеводу (Рис. 2.10).

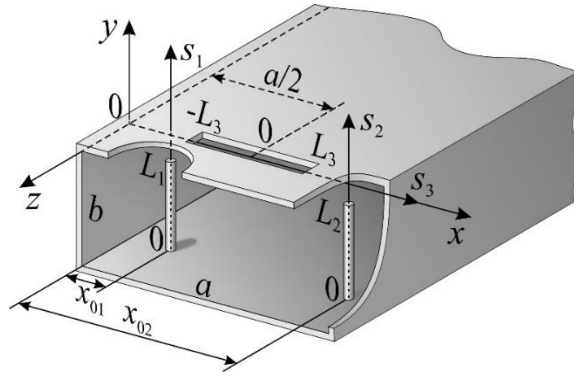


Рис.2.10 Геометрія трохелементної вібраторно-щілинної структури

У цьому випадку система рівнянь (1.20) перетвориться до вигляду:

$$\left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k^2 \right) \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{Wg}(s_1, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{Wg}(s_1, s'_2) ds'_2 \right\} = -i\omega [E_{0s_1}(s_1) - z_{i1}(s_1) J_1(s_1)], \quad (2.15a)$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k^2 \right) \left\{ \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{Wg}(s_2, s'_2) ds'_2 + \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{Wg}(s_2, s'_1) ds'_1 \right\} = -i\omega [E_{0s_2}(s_2) - z_{i2}(s_2) J_2(s_2)], \quad (2.15b)$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k_1^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) [G_{s_3}^{Wg}(s_3, s'_3) + G_{s_3}^{Hs}(s_3, s'_3)] ds'_3 = -i\omega H_{0s_3}(s_3). \quad (2.15b)$$

Розв'язок системи рівнянь (2.15) також будемо шукати узагальненим методом наведених ЕМРС, використовуючи в якості апроксимуючих виразів для струмів функції $J_{1(2)}(s_{1(2)}) = J_{1(2)}^0 f_{1(2)}(s_{1(2)})$ й $J_3(s_3) = J_3^0 f_3(s_3)$. Тут $J_{1(2)}^0$ і J_3^0 – невідомі амплітуди струмів, $f_{1(2)}(s_{1(2)})$ і $f_3(s_3)$ – задані функції розподілу струмів. Для розглянутої вібраторно-щілинної структури при її збудженні хвилею основного типу H_{10} аналогічно з (2.4) маємо

$$f_1(s_1) = \cos \tilde{k}_1 s_1 - \cos \tilde{k}_1 L_1, \quad (2.16a)$$

$$f_2(s_2) = \cos \tilde{k}_2 s_2 - \cos \tilde{k}_2 L_2, \quad (2.16б)$$

$$f_3(s_3) = \cos k s_3 - \cos k L_3. \quad (2.16в)$$

Відповідно до узагальненого методу наведених ЕМРС, помножимо рівняння (2.15а) на функцію $f_1(s_1)$, рівняння (2.15б) на функцію $f_2(s_2)$, а рівняння (2.15в) на функцію $f_3(s_3)$ й проінтегруємо рівняння (2.15а) і (2.15б) по довжинах вібраторів, а рівняння (2.15в) – по довжині щілини. У результаті одержуємо СЛАР щодо амплітуд струмів $J_{1,2}^0$ і J_3^0 :

$$\begin{aligned} J_1^0 [Z_{11}(kr_1, \tilde{k}_1 L_1) + F_1^z(\tilde{k}_1 r_1, \tilde{k}_1 L_1)] + J_2^0 Z_{12}(\tilde{k}_1 L_1, \tilde{k}_2 L_2) &= -\frac{i\omega}{2k} E_1(\tilde{k}_1 L_1), \\ J_2^0 [Z_{22}(kr_2, \tilde{k}_2 L_2) + F_2^z(\tilde{k}_2 r_2, \tilde{k}_2 L_2)] + J_1^0 Z_{21}(\tilde{k}_2 L_2, \tilde{k}_1 L_1) &= -\frac{i\omega}{2k} E_2(\tilde{k}_2 L_2), \\ J_3^0 [Z_{33}^{Wg}(kd_e, kL_3) + Z_{33}^{Hs}(kd_e, kL_3)] &= -\frac{i\omega}{2k} H_3(kL_3). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Тут

$$\begin{aligned} Z_{11(22)}(kr_{1(2)}, \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_{1(2)}^2}{kk_z (\tilde{k}_{1(2)}^2 - k_y^2)^2} e^{-k_z r_{1(2)}} \sin^2 k_x x_{01(02)} \times \\ &\times [\sin \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} \cos k_y L_{1(2)} - (\tilde{k}_{1(2)} / k_y) \cos \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} \sin k_y L_{1(2)}]^2, \\ Z_{12(21)}(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}, \tilde{k}_{2(1)} L_{2(1)}) &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_1 \tilde{k}_2 e^{-k_z r_{2(1)}}}{kk_z (\tilde{k}_1^2 - k_y^2) (\tilde{k}_2^2 - k_y^2)} \sin k_x x_{01} \sin k_x x_{02} \times \\ &\times [\sin \tilde{k}_1 L_1 \cos k_y L_1 - (\tilde{k}_1 / k_y) \cos \tilde{k}_1 L_1 \sin k_y L_1] \times \\ &\times [\sin \tilde{k}_2 L_2 \cos k_y L_2 - (\tilde{k}_2 / k_y) \cos \tilde{k}_2 L_2 \sin k_y L_2], \\ Z_{33}^{Wg}(kd_e, kL_3) &= \frac{8\pi}{ab} \sum_{m=1,3,..}^{\infty} \sum_{n=0,1,..}^{\infty} \frac{\varepsilon_n k}{k_z (k^2 - k_x^2)} e^{-k_z \frac{d_e}{4}} \times \\ &\times [\sin kL_3 \cos k_x L_3 - (k / k_x) \cos kL_3 \sin k_x L_3]^2, \\ Z_{33}^{Hs}(kd_e, kL_3) &= (\text{Si}4kL_3 - i\text{Cin}4kL_3) - 2\cos kL_3 \times \\ &\times \left[2(\sin kL_3 - kL_3 \cos kL_3) \left(\ln \frac{16L_3}{d_e} - \text{Cin}2kL_3 - i\text{Si}2kL_3 \right) + \sin 2kL_3 e^{-ikL_3} \right], \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned}
E_{1(2)}(\tilde{k}_{1(2)}L_{1(2)}) &= 2H_0 \frac{k}{k_g \tilde{k}_{1(2)}} \sin \frac{\pi}{a} x_{01(02)} f(\tilde{k}_{1(2)}L_{1(2)}), \\
f(\tilde{k}_{1(2)}L_{1(2)}) &= \sin \tilde{k}_{1(2)}L_{1(2)} - \tilde{k}_{1(2)}L_{1(2)} \cos \tilde{k}_{1(2)}L_{1(2)}, \\
H_3(kL_3) &= 2H_0 \frac{1}{k} f(kL_3), f(kL_3) = \frac{\sin kL_3 \cos(\pi L_3 / a) - (ka / \pi) \cos kL_3 \sin(\pi L_3 / a)}{1 - [\pi / (ka)]^2}, \\
F_{1(2)}^z(\tilde{k}_{1(2)}r_{1(2)}, \tilde{k}_{1(2)}L_{1(2)}) &= -\frac{i}{r_{1(2)}} \int_0^{L_{1(2)}} f_{1(2)}^2(s_{1(2)}) \bar{Z}_{s1(2)}(s_{1(2)}) ds_{1(2)}.
\end{aligned}$$

Аналітичний розв'язок системи рівнянь (2.17) має такий вигляд:

$$\begin{aligned}
J_1^0 &= -\frac{i\omega}{2k} \frac{E_1(Z_{22} + F_2^z) - E_2Z_{12}}{(Z_{11} + F_1^z)(Z_{22} + F_2^z) - Z_{21}Z_{12}} = -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_1^0, \\
J_2^0 &= -\frac{i\omega}{2k} \frac{E_2(Z_{11} + F_1^z) - E_1Z_{21}}{(Z_{11} + F_1^z)(Z_{22} + F_2^z) - Z_{21}Z_{12}} = -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_2^0, \\
J_3^0 &= -\frac{i\omega}{2k} \frac{H_3(kL_3)}{Z_{33}^{wg} + Z_{33}^{Hs}} = -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_3^0.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Використовуючи формули (2.16) і (2.19), одержуємо підсумкові вирази для струмів у вібраторах і щілині:

$$\begin{aligned}
J_{1(2)}(s_{1(2)}) &= -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_{1(2)}^0 (\cos \tilde{k}_{1(2)}s_{1(2)} - \cos \tilde{k}_{1(2)}L_{1(2)}), \\
J_3(s_3) &= -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_3^0 (\cos ks_3 - \cos kL_3).
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Енергетичні характеристики розглянутої трьохелементної вібраторно-щілинної структури (S_{11} і S_{12} – коефіцієнти відбиття й проходження за полем відповідно) будуть визначатися такими виразами:

$$S_{11} = \frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ \frac{2k_g^2}{k^2} \frac{f^2(kL_3)}{Z_{33}^{wg} + Z_{33}^{Hs}} - \frac{k^2}{\tilde{k}_1} \tilde{J}_1^0 \sin\left(\frac{\pi x_{01}}{a}\right) f(\tilde{k}_1 L_1) - \frac{k^2}{\tilde{k}_2} \tilde{J}_2^0 \sin\left(\frac{\pi x_{02}}{a}\right) f(\tilde{k}_2 L_2) \right\} e^{2ik_g z}, \tag{2.21}$$

$$S_{12} = 1 + \frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ \frac{2k_g^2}{k^2} \frac{f^2(kL_3)}{Z_{33}^{wg} + Z_{33}^{Hs}} + \frac{k^2}{\tilde{k}_1} \tilde{J}_1^0 \sin\left(\frac{\pi x_{01}}{a}\right) f(\tilde{k}_1 L_1) + \frac{k^2}{\tilde{k}_2} \tilde{J}_2^0 \sin\left(\frac{\pi x_{02}}{a}\right) f(\tilde{k}_2 L_2) \right\}, \tag{2.22}$$

а коефіцієнт випромінювання за потужністю $|S_{\Sigma}|^2$ обчислюється за формулою (2.13).

2.2.2 Числові й експериментальні результати

На підставі побудованої математичної моделі для трьохелементної вібраторно-щілинної структури було проведено числовий аналіз енергетичних характеристик такої системи в порівнянні з випадками одиночної випромінюючої щілини (без вібраторів) і системи «щілина+один вібратор». Були розглянуті, як і в п. 2.1.1, три функції розподілу уявної частини імпедансу уздовж вібраторів: $\phi_0(s_{1(2)})=1$ – постійний розподіл імпедансу, $\phi_1(s_{1(2)})=2[1-(s_{1(2)}/L_{1(2)})]$ – лінійно спадаючий до кінців вібраторів розподіл і $\phi_2(s_{1(2)})=2(s_{1(2)}/L_{1(2)})$ – лінійно зростаючий розподіл.

На Рис. 2.11–2.14 наведені залежності від довжини хвилі величин коефіцієнта випромінювання $|S_\Sigma|^2(\lambda)$, а також модулів коефіцієнтів відбиття $|S_{11}|(\lambda)$ й проходження $|S_{12}|(\lambda)$ в діапазоні одномодового режиму роботи хвилеводу при таких параметрах: $a=58.0$ мм, $b=25.0$ мм, $h=0.5$ мм, $r_{1,2}=2.0$ мм, $L_{1,2}=15.0$ мм, $\bar{R}_{s1(2)}=0$, $d=4.0$ мм, $2L_3=40.0$ мм. Як і слід було сподіватися з постановки задачі, криві залежностей $|S_\Sigma|^2(\lambda)$ для різних відстаней між двома вібраторами й $|S_\Sigma|^2(\lambda)$ щілини без вібраторів практично збігаються (Рис. 2.11). Тобто коефіцієнт випромінювання системи щілини й вібраторів у випадку відсутності взаємодії між ними визначається в першу чергу розмірами щілини. Очевидно, що поляризаційна розв'язка між щілиною й вібраторами має місце й при інших законах зміни імпедансів уздовж вібраторів. Тому на Рис. 2.12, 2.13 наведено тільки залежності $|S_{11}|(\lambda)$ й $|S_{12}|(\lambda)$ усередині хвилеводу.

Як видно із графіків на Рис. 2.11–2.14, розміщення у хвилеводі пасивних вібраторів фіксованої довжини, але з різними значеннями й законами зміни поверхневого імпедансу уздовж них, дозволяє суттєво варіювати залежності $|S_{11}|(\lambda)$ і $|S_{12}|(\lambda)$ у порівнянні з аналогічними для одиночних щілин і для щілин з одним пасивним вібратором. При цьому існують можливості як оптимізувати

вхідне узгодження хвилевідно-щілинного випромінювача на заданій довжині хвилі, так і реалізувати однобічну фільтрацію сигналу (на вхід або на вихід) при необхідності забезпечення додаткових умов електромагнітної сумісності.

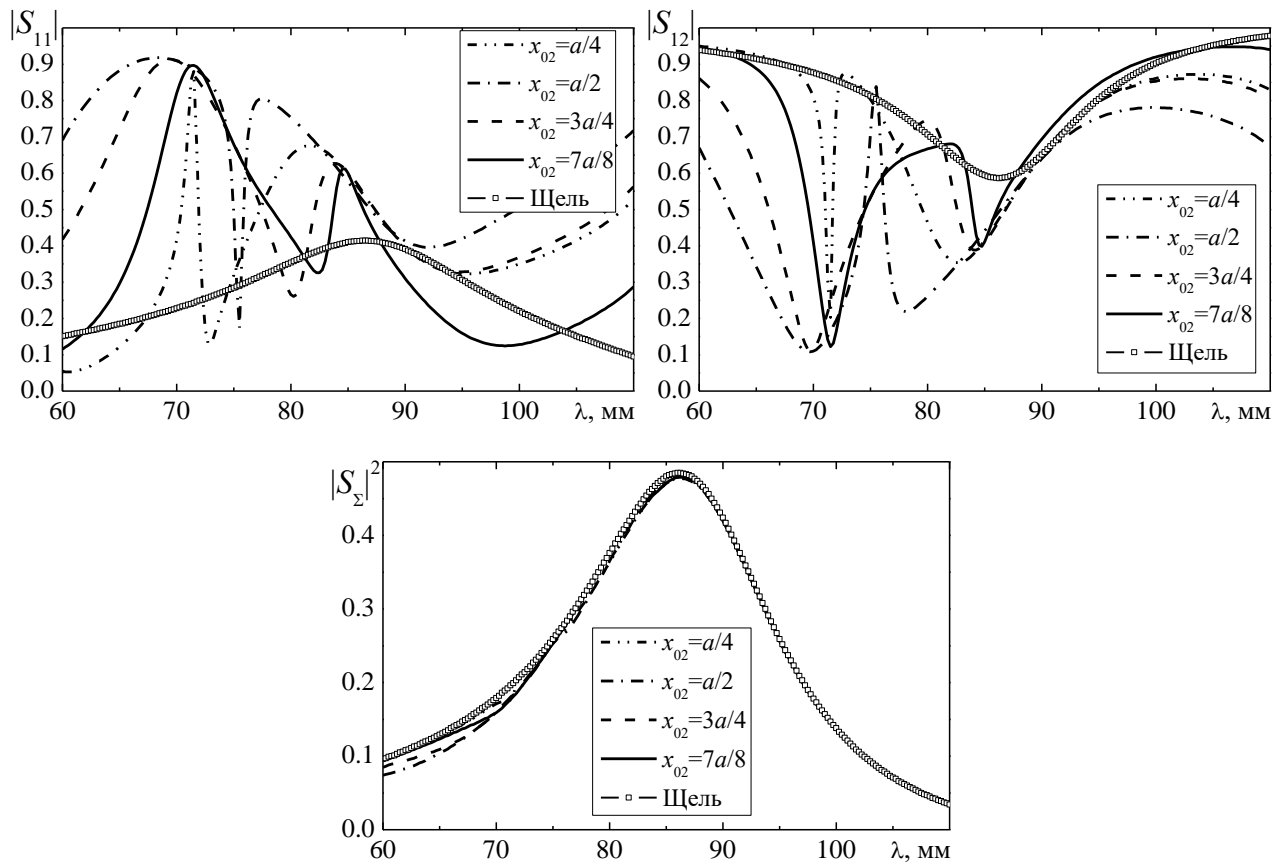


Рис.2.11 Залежності енергетичних характеристик системи

щілина-вібратори від довжини хвилі при $x_{01} = a/8$, $\bar{Z}_{S1} = 0$, $\bar{Z}_{S2} = ikr_2 \ln(4,0)$

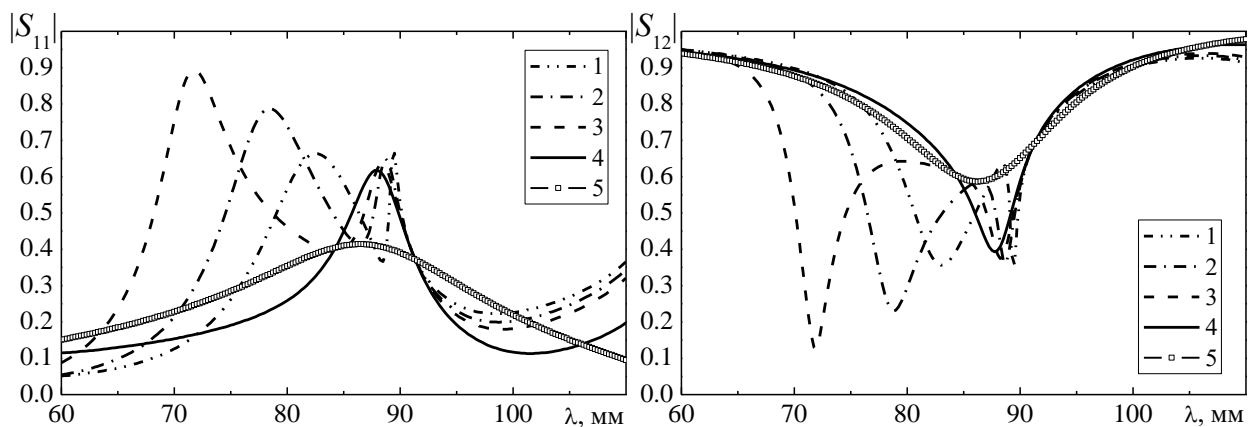


Рис.2.12 Залежності енергетичних характеристик системи

щілина-вібратори від довжини хвилі при $x_{01} = a/8$, $x_{02} = 7a/8$ (симетричне розташування вібраторів), $\bar{Z}_{S1}(s_1) = ikr_1 \ln(4,0)\phi_1(s_1) : \mathbf{1} - \bar{Z}_{S2} = ikr_2 \ln(4,0)$;

2 – $\bar{Z}_{s_2}(s_2) = ikr_2 \ln(4,0)\phi_2(s_2)$; **3** – $\bar{Z}_{s_2} = 0$; **4** – щілина+один вібратор;
5 – одиночна щілина

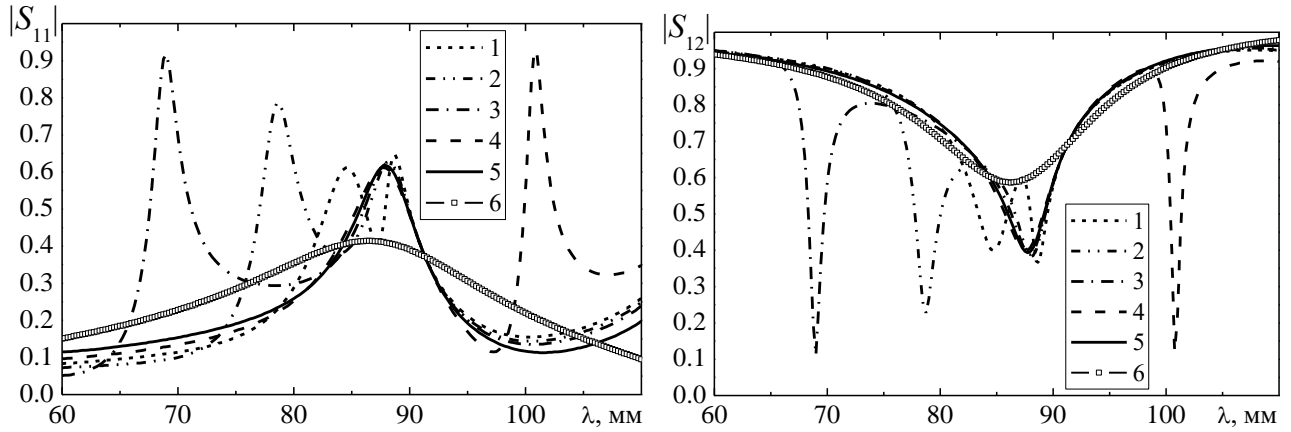


Рис.2.13 Залежності енергетичних характеристик системи щілина-вібратори від довжини хвилі при $x_{01} = a/8$, $x_{02} = 15a/16$ (асиметричне розташування вібраторів), $\bar{Z}_{s1}(s_1) = ikr_1 \ln(4,0)\phi_1(s_1)$: **1** – $\bar{Z}_{s2} = ikr_2 \ln(4,0)$; **2** – $\bar{Z}_{s2}(s_2) = ikr_2 \ln(4,0)\phi_2(s_2)$; **3** – $\bar{Z}_{s2} = 0$; **4** – $\bar{Z}_{s2}(s_2) = ikr_2 \ln(8,0)\phi_1(s_2)$; **5** – щілина+один вібратор; **6** – одиночна щілина

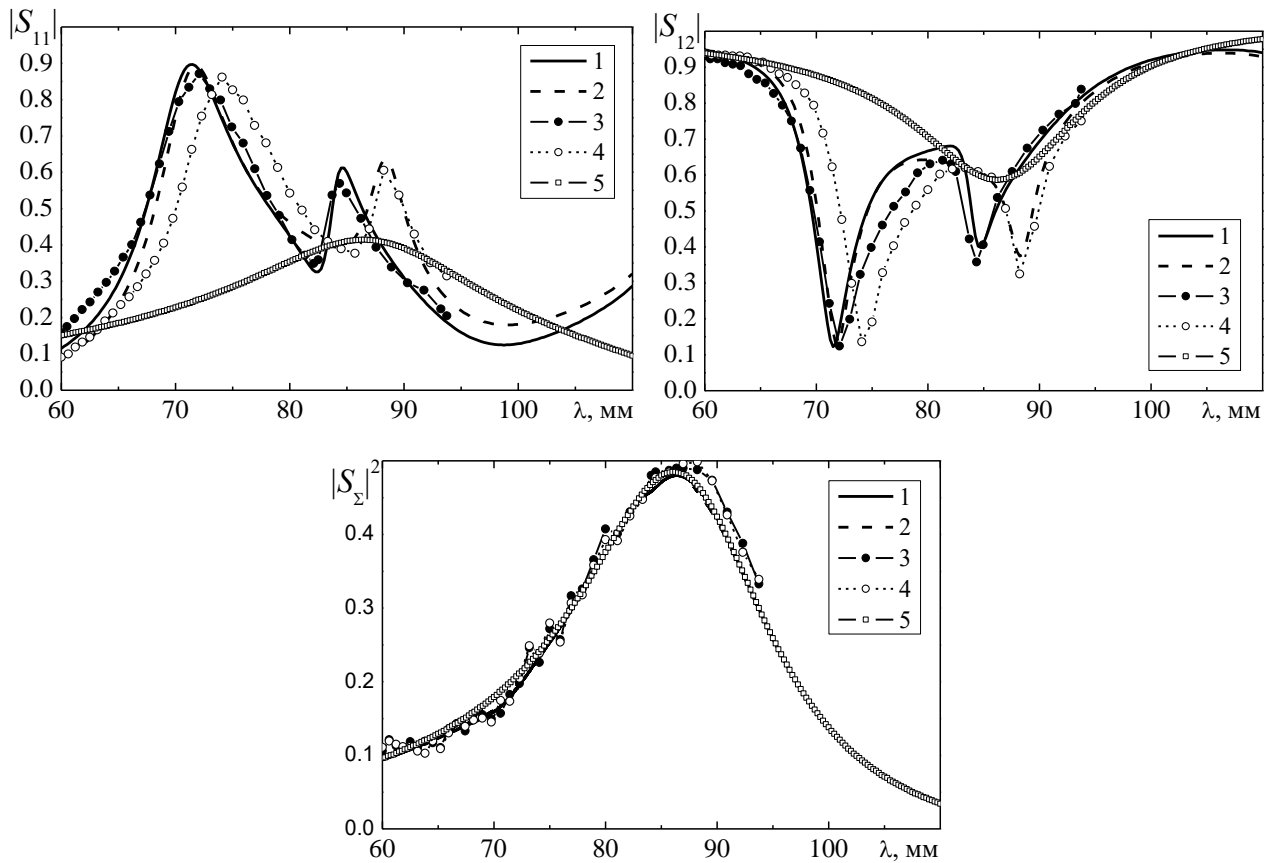


Рис.2.14. Залежності енергетичних характеристик системи щілина–вібратори від довжини хвилі при $x_{01} = a/8$, $\bar{Z}_{s1} = 0$, $x_{02} = 7a/8$:

1 – $\bar{Z}_{s2} = ikr_2 \ln(4,0)$; **2** – $\bar{Z}_{s2}(s_2) = ikr_2 \ln(4,0)\phi_1(s_2)$; **3, 4** – експериментальні дані;
5 – одиночна щілина

Порівняння теоретичних і експериментальних результатів між собою на Рис. 2.14 свідчить про достовірність розв'язку системи інтегральних рівнянь для випадку багатoelementної вібраторно-щілинної структури й правомірності застосування для її аналізу узагальненого методу наведених ЕМРС із використанням апроксимуючих функцій для струмів в одиночному імпедансному вібраторі й одиночній щілині, отриманих методом усереднення.

Таким чином, апробований раніше в підрозділі 2.1 підхід до розв'язання електродинамічної задачі для системи щілина–вібратор розвинено на багатoelementні вібраторно-щілинні структури. Як перший етап, що дозволяє використовувати для аналізу спрощену систему рівнянь, було розглянуто випадок розташування вібраторів перпендикулярно до осі щілини в площині поперечного перерізу хвилеводу, при якому взаємодія між вібраторами й щілиною відсутня, оскільки вони є розв'язаними за поляризацією. Показано можливість керування в широких межах значеннями коефіцієнтів відбиття й проходження розглянутої вібраторно-щілинної структури шляхом використання пасивних вібраторів заданої довжини з різними значеннями й законами зміни їх поверхневого імпедансу.

2.3 Трьохелементна вібраторно-щілинна структура у випадку взаємодії між вібраторами й щілиною

2.3.1 Постановка задачі та розв'язання рівнянь для струмів

Розглянемо трьохелементну вібраторно-щілинну структуру зображену на Рис. 2.15. Для такої структури вихідною для аналізу згідно (1.19) при

$\varepsilon_1 = \mu_1 = \varepsilon_2 = \mu_2 = 1$ є наступна система інтегральних рівнянь щодо електричних струмів у вібраторах і еквівалентного магнітного струму в щілині:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k^2 \right) \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{Wg}(s_1, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{Wg}(s_1, s'_2) ds'_2 \right\} \\
 & - ik \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) \tilde{G}_{s_3}^{Wg}(s_1, s'_3) ds'_3 = -i\omega [E_{0s_1}(s_1) - z_{i1}(s_1) J_1(s_1)], \\
 & \left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k^2 \right) \left\{ \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{Wg}(s_2, s'_2) ds'_2 + \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{Wg}(s_2, s'_1) ds'_1 \right\} \\
 & = -i\omega [E_{0s_2}(s_2) - z_{i2}(s_2) J_2(s_2)], \\
 & \left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k_1^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) [G_{s_3}^{Wg}(s_3, s'_3) + G_{s_3}^{Hs}(s_3, s'_3)] ds'_3 \\
 & - ik \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) \tilde{G}_{s_1}^{Wg}(s_3, s'_1) ds'_1 = -i\omega H_{0s_3}(s_3).
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Тут z_0 – відстань від осі першого вібратора до осі щілини,

$$\tilde{G}_{s_1}^{Wg}(s_3, s'_1) = \frac{\partial}{\partial z} G_{s_1}^{Wg}[x(s_3), 0, z; x'(s'_1), y'(s'_1), z_0], \quad \tilde{G}_{s_3}^{Wg}(s_1, s'_3) = \frac{\partial}{\partial z} G_{s_3}^{Wg}[x(s_1), y(s_1), z; x'(s'_3), 0, 0]$$

за умови підстановки $z=0$ в $\tilde{G}_{s_1}^{Wg}$ і $z=z_0$ в $\tilde{G}_{s_3}^{Wg}$ після узяття похідної, інші позначення в (2.23) такі ж, як і п. 2.2.

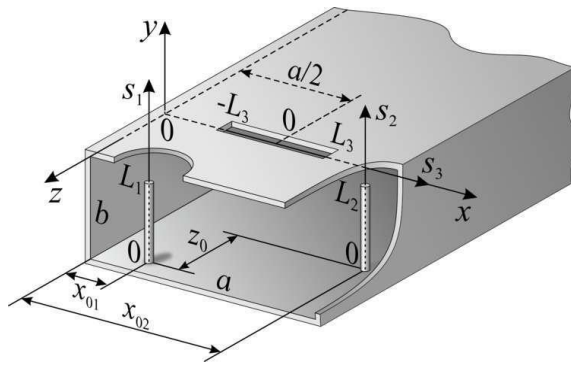


Рис.2.15 Геометрія вібраторно-щілинної структури й прийняті позначення

Застосовуючи далі узагальнений метод наведених ЕМРС із використанням функцій розподілу струмів вигляду (2.16), одержуємо СЛАР щодо невідомих амплітуд струмів:

$$\begin{cases} J_1^0 Z_{11}^\Sigma + J_2^0 Z_{12} + J_3^0 Z_{13} = -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_1}^{L_1} f_1(s_1) E_{0s_1}(s_1) ds_1, \\ J_2^0 Z_{22}^\Sigma + J_1^0 Z_{21} = -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_2}^{L_2} f_2(s_2) E_{0s_2}(s_2) ds_2, \\ J_3^0 Z_{33}^\Sigma + J_1^0 Z_{31} = -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_3}^{L_3} f_3(s_3) H_{0s_3}(s_3) ds_3, \end{cases} \quad (2.24)$$

де $Z_{11(22)}^\Sigma = Z_{11(22)} + F_{1(2)}^z$, $Z_{33}^\Sigma = Z_{33}^{Hs} + Z_{33}^{Wg}$ й, на відміну від (2.18),

$$\begin{aligned} Z_{12} = Z_{21} &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_1 \tilde{k}_2 e^{-k_z z_0}}{k k_z (\tilde{k}_1^2 - k_y^2) (\tilde{k}_2^2 - k_y^2)} \sin k_x x_{01} \times \right. \\ &\times \sin k_x x_{02} \left[\sin \tilde{k}_1 L_1 \cos k_y L_1 - (\tilde{k}_1 / k_y) \cos \tilde{k}_1 L_1 \sin k_y L_1 \right] \times \\ &\times \left[\sin \tilde{k}_2 L_2 \cos k_y L_2 - (\tilde{k}_2 / k_y) \cos \tilde{k}_2 L_2 \sin k_y L_2 \right] \Big\}, \\ Z_{13} = -Z_{31} &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{\varepsilon_n k \tilde{k}_1 e^{-k_z z_0}}{i(\tilde{k}_1^2 - k_y^2)(k^2 - k_x^2)} \times \right. \\ &\times \sin k_x x_{01} \sin \frac{k_x a}{2} \left[\sin \tilde{k}_1 L_1 \cos k_y L_1 - \frac{\tilde{k}_1}{k_y} \cos \tilde{k}_1 L_1 \sin k_y L_1 \right] \times \\ &\times \left[\sin k L_3 \cos k_x L_3 - (k / k_x) \cos k L_3 \sin k_x L_3 \right] \Big\}. \end{aligned}$$

Після аналітичного розв'язання системи рівнянь (2.24) одержуємо вирази для струмів у вібраторах і щілині, а далі електродинамічні характеристики розглянутої структури, такі як коефіцієнт відбиття S_{11} й коефіцієнт проходження S_{12} за полем:

$$S_{11} = \frac{4\pi i}{ab k k_g} \left\{ J_3 \frac{2k_g^2}{k^2} f(kL_3) - J_1 \frac{k_g}{\tilde{k}_1} \sin\left(\frac{\pi x_{01}}{a}\right) f(\tilde{k}_1 L_1) e^{-ik_g z_0} - J_2 \frac{k_g}{\tilde{k}_2} \sin\left(\frac{\pi x_{02}}{a}\right) f(\tilde{k}_2 L_2) \right\} e^{2ik_g z}, \quad (2.25)$$

$$S_{12} = 1 + \frac{4\pi i}{ab k k_g} \left\{ J_3 \frac{2k_g^2}{k^2} f(kL_3) + J_1 \frac{k_g}{\tilde{k}_1} \sin\left(\frac{\pi x_{01}}{a}\right) f(\tilde{k}_1 L_1) e^{ik_g z_0} + J_2 \frac{k_g}{\tilde{k}_2} \sin\left(\frac{\pi x_{02}}{a}\right) f(\tilde{k}_2 L_2) \right\}. \quad (2.26)$$

Коефіцієнт випромінювання за потужністю $|S_\Sigma|^2$, як і раніше, обчислюється за формулами (2.12) і (2.13). У формулах (2.25) і (2.26) прийняті позначення:

$$\begin{aligned}
J_1 &= \frac{1}{\left(Z_{11}^\Sigma Z_{22}^\Sigma Z_{33}^\Sigma - Z_{21} Z_{12} Z_{33}^\Sigma - Z_{31} Z_{13} Z_{22}^\Sigma \right)} \left[\frac{k^2}{k_g \tilde{k}_1} \sin \frac{\pi x_{01}}{a} f_1(\tilde{k}_1 L_1) e^{-ik_g z_0} Z_{22}^\Sigma Z_{33}^\Sigma - \right. \\
&\quad \left. - \frac{k^2}{k_g \tilde{k}_2} \sin \frac{\pi x_{02}}{a} f_2(\tilde{k}_2 L_2) Z_{12} Z_{33}^\Sigma - f_3(k L_3) Z_{13} Z_{22}^\Sigma \right], \\
J_2 &= \frac{1}{\left(Z_{11}^\Sigma Z_{22}^\Sigma Z_{33}^\Sigma - Z_{21} Z_{12} Z_{33}^\Sigma - Z_{31} Z_{13} Z_{22}^\Sigma \right)} \left[\frac{k^2}{k_g \tilde{k}_2} \sin \frac{\pi x_{02}}{a} f_2(\tilde{k}_2 L_2) (Z_{11}^\Sigma Z_{33}^\Sigma - Z_{31} Z_{13}) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{k^2}{k_g \tilde{k}_1} \sin \frac{\pi x_{01}}{a} f_1(\tilde{k}_1 L_1) e^{-ik_g z_0} Z_{21} Z_{33}^\Sigma + f_3(k L_3) Z_{13} Z_{21} \right], \\
J_3 &= \frac{1}{\left(Z_{11}^\Sigma Z_{22}^\Sigma Z_{33}^\Sigma - Z_{21} Z_{12} Z_{33}^\Sigma - Z_{31} Z_{13} Z_{22}^\Sigma \right)} \left[f_3(k L_3) (Z_{11}^\Sigma Z_{22}^\Sigma - Z_{21} Z_{12}) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{k^2}{k_g \tilde{k}_2} \sin \frac{\pi x_{02}}{a} f_2(\tilde{k}_2 L_2) Z_{12} Z_{31} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{k^2}{k_g \tilde{k}_1} \sin \frac{\pi x_{01}}{a} f_1(\tilde{k}_1 L_1) e^{-ik_g z_0} Z_{31} Z_{22}^\Sigma \right], \\
f_{1(2)}(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) &= \sin \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} - \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} \cos \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}, \\
f_3(k L_3) &= \frac{\sin k L_3 \cos(\pi L_3 / a) - (ka / \pi) \cos k L_3 \sin(\pi L_3 / a)}{1 - [\pi / (ka)]^2}.
\end{aligned}$$

2.3.2 Числові й експериментальні результати

Як відзначалося вище в підрозділі 2.1, найбільший взаємний вплив між першим вібратором і щілиною буде спостерігатися при відстанях z_0 , кратних до $\lambda_G / 4$. Тут $\lambda_G = 2\pi / \sqrt{(2\pi / \lambda_{sl}^{res})^2 - (\pi / a)^2}$ – резонансна довжина хвилі щілини у хвилеводі, λ_{sl}^{res} – резонансна довжина щілини у вільному просторі над площиною. Криві на Рис. 2.16–2.18 відповідають таким параметрам: $a=58$ мм, $b=25$ мм, $h=0.5$ мм, $2L_3=40$ мм, $d=4$ мм, $L_{1,2}=15$ мм, $r_{1,2}=2$ мм, $x_{01}=a/8$, $x_{02}=7a/8$. Як випливає із Рис. 2.16, прийнятний коефіцієнт відбиття не може бути досягнуто при високому коефіцієнті випромінювання у випадку, коли вібратори мають однакові значення розподілених поверхневих імпедансів $\bar{Z}_{s1} = \bar{Z}_{s2}$. Максимальне значення коефіцієнта випромінювання при задовільному узгодженні у хвилевідному тракті

досягається за наявності в одного з вібраторів змінного вздовж нього поверхневого імпедансу (Рис. 2.17, 2.18). Поверхневий імпеданс вібратора, як і раніше, розраховувався за формулою: $\bar{Z}_s = i\bar{X}_s = ikr \ln(r/r_i)$. При цьому реалізацію змінного уздовж вібратора імпедансу можна здійснити плавною зміною внутрішнього радіуса гофрованого провідника (Додаток В) за законом $r_i(s) = re^{-\ln(r/r_i)\phi_n(s)}$, де r і r_i – відповідно зовнішній і внутрішній радіуси гофра. З Рис. 2.19 також випливає, що результати математичного моделювання досить добре узгоджуються з експериментальними даними (фото експериментального макета презентовано на Рис. 2.9).

На закінчення відзначимо, що розглянуті трьохелементні вібраторно-щілинні структури можуть бути використані й у низкопрофільних прямокутних хвильоводах з метою зменшення ймовірності електричного пробоя між кінцем монополя й верхньою стінкою хвильоводу при роботі на значних потужностях.

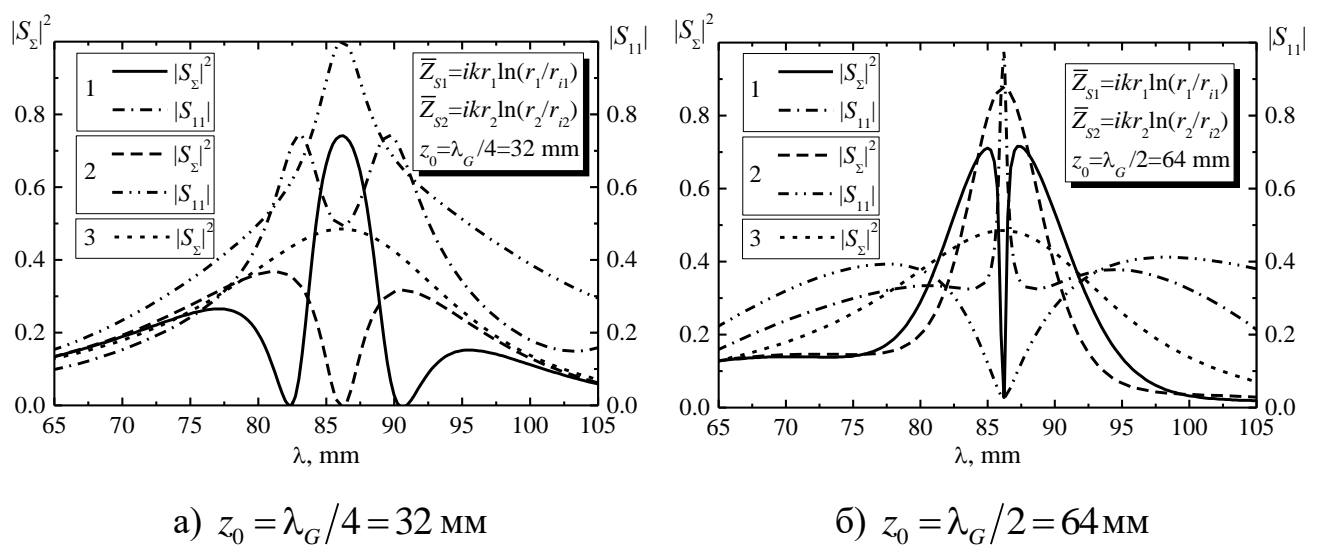


Рис.2.16 Електродинамічні характеристики залежно від довжини хвилі при $\bar{Z}_{s1} = \bar{Z}_{s2} = ikr_{1(2)} \ln(5,5)$: **1** – щілина+два вібратори; **2** – щілина+один вібратор; **3** – одиночна щілина.

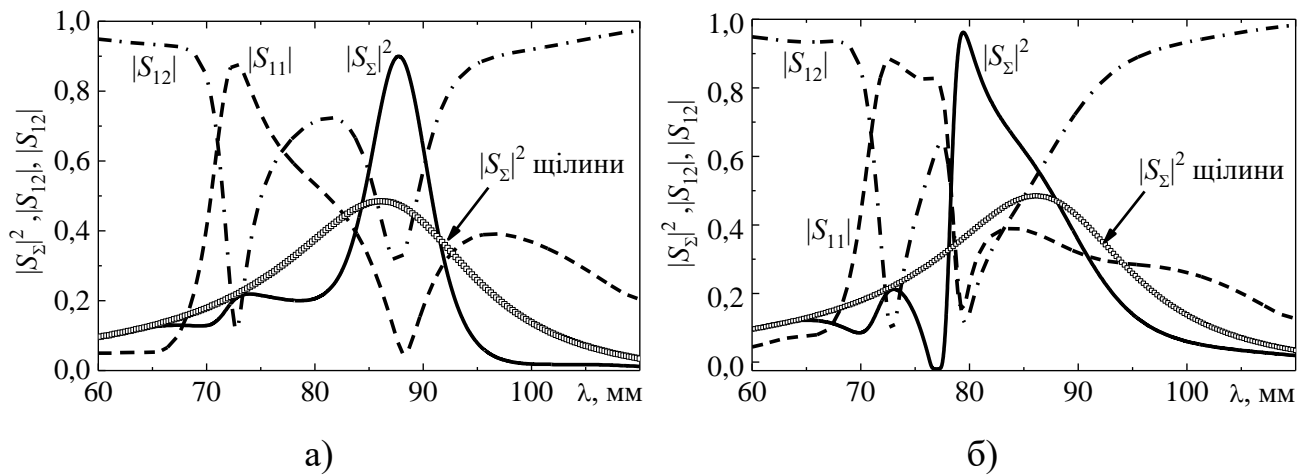


Рис.2.17 Електродинамічні характеристики системи щілина–вібратори залежно від довжини хвилі при $z_0 = \lambda_G / 2 = 64.0$ мм, $\bar{Z}_{s1} \neq \bar{Z}_{s2}$ ($\bar{Z}_{s2} = 0$), $r_{i1}(s_1) = r_1 \exp[-\ln(4,0)\phi_{1(2)}(s_1)]$: а) $\bar{Z}_{s1}(s_1) = ikr_1 \ln(4,0)\phi_1(s_1)$; б) $\bar{Z}_{s1}(s_1) = ikr_1 \ln(4,0)\phi_2(s_1)$

2.4 Хвилевідні випромінюючі комбіновані вібраторно-щілинні структури типу елемента Клевіна

Як показано в попередніх підрозділах, для збудження щілинних випромінювачів і керування їх електродинамічними характеристиками можуть бути використані тонкі вібратори. Вони розташовуються як у півпросторі над нескінченною ідеально провідною площиною, у якій прорізаний отвір зв'язку з іншим електродинамічним об'ємом (півпростір над площиною, хвилевід, резонатор) [88, 164, 166, 167, 171, 174, 180, 181, 184, 197–199], так і в різноманітних хвилевідних трактах і резонаторах [165, 169, 172, 175–179, 182, 183, 185–187]. Особливе місце серед комбінованих вібраторно-щілинних структур займають елементи Клевіна (названі так на ім'я їх винахідника [200, 201]), що являють собою випромінюючу вузьку щілину, по обидві сторони якої на однаковій відстані від центру щілини розташовано два ідентичні пасивні вібратори (монополі) [168, 170, 173, 202]. Елементи Клевіна характеризуються тим, що мають однакові діаграми спрямованості (ДС) в E - і H -площинах і використовуються в якості окремих випромінювачів, опромінювачів дзеркальних антен, у складі багатoelementних фазованих решіток і т.д. Слід зазначити, що в

перерахованих та інших закордонних публікаціях на цю тематику розглядалися ідеально провідні вібратори. Для одержання нових можливостей керування характеристиками вібраторно-щілинних випромінюючих структур необхідно застосовувати монополі з розподіленим поверхневим імпедансом, зокрема, змінним уздовж вібраторів [1].

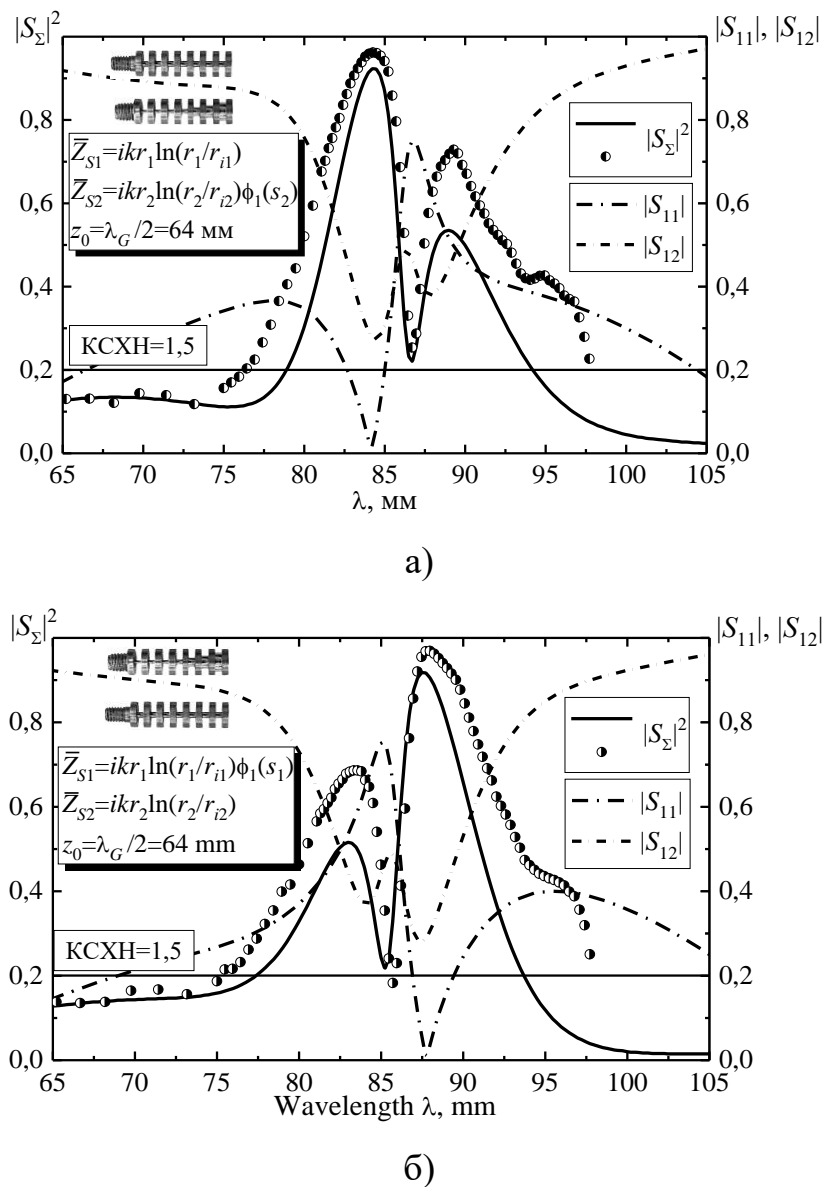


Рис.2.18 Електродинамічні характеристики системи щілина–вібратори залежно від довжини хвилі при $z_0 = \lambda_G / 2 = 64,0$ мм, $\bar{Z}_{s1} \neq \bar{Z}_{s2}$,

$r_{i1(2)}(s_{1(2)}) = r_{1(2)} \exp[-\ln(4,0)\phi_1(s_{1(2)})]$ (кружки – експериментальні дані) а); б)

$$\bar{Z}_{s1(2)}(s_{1(2)}) = ikr_{1(2)} \ln(4,0)\phi_1(s_{1(2)})$$

2.4.1 Постановка задачі та вихідні рівняння в загальному випадку для поздовжнього щілинного елемента з імпедансними монополями

Нехай у прямокутному хвилеводі з поперечним перерізом $\{a \times b\}$ (індекс області “Wg”, матеріальні параметри середовища ϵ_1, μ_1), у якому з напрямку $z = -\infty$ поширюється хвиля основного типу H_{10} , у широкій стінці товщиною h прорізана поздовжня щілина довжиною $2L_3$ й шириною d . Центр щілини розташований у точці $z = 0$, а вісь щілини знаходиться на відстані x_{0sl} від вузької стінки хвилеводу. Щілина випромінює в півпростір над нескінченною ідеальною провідною площиною (індекс області “Hs”, матеріальні параметри ϵ_2, μ_2), у якому в площині $\{x0y\}$ розташовано два несиметричні імпедансні вібратори (монополі) довжиною L_1, L_2 з радіусами r_1, r_2 на відстанях від осі щілини x_{d1} та x_{d2} . У середині хвилеводу паралельно вузьким стінкам у площині $\{x0y\}$ розміщений імпедансний несиметричний вібратор (монополь) довжиною L_4 з радіусом r_4 . Зсув його осі уздовж напрямку $\{0x\}$ становить x_{0v} (Рис. 2.19).

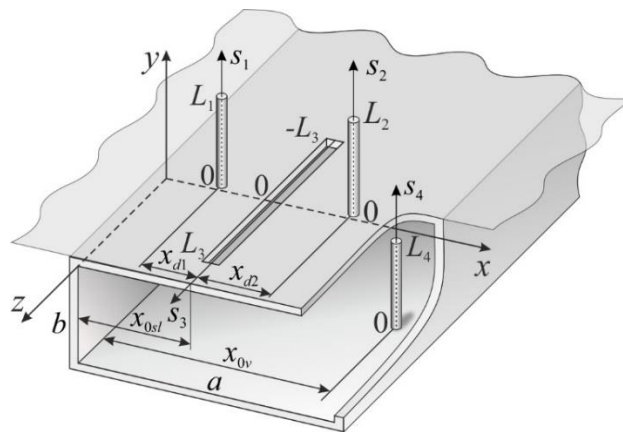


Рис.2.19 Геометрія задачі й прийняті позначення

Для геометричних розмірів щілини й вібраторів виконуються такі співвідношення: $\frac{r_m}{2L_m} \ll 1, \frac{r_m}{\lambda_{1,2}} \ll 1, m=1,2,4, \frac{d}{2L_3} \ll 1, \frac{d}{\lambda_{1,2}} \ll 1$, де $\lambda_{1,2}$ – довжини хвиль у відповідних середовищах, а електричні струми у вібраторах і

еквівалентний магнітний струм у щілині задовольняють крайовим умовам $J_m(\pm L_m)=0$, $J_3(\pm L_3)=0$ ($-L_m$ – координати кінців дзеркальних зображень монополів щодо площини й нижньої стінки хвилеводу). Тоді вихідною для аналізу є наступна система інтегральних рівнянь щодо невідомих струмів у вібраторах і щілині:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k_2^2 \right) \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{HsE}(s_1, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{HsE}(s_1, s'_2) ds'_2 \right\} \\
 & - ik\vec{e}_{s_1} \text{rot} \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{HsM}(s_1, s'_3) ds'_3 = i\omega\epsilon_2 z_{i1}(s_1) J_1(s_1), \\
 & \left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k_2^2 \right) \left\{ \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{HsE}(s_2, s'_2) ds'_2 + \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{HsE}(s_2, s'_1) ds'_1 \right\} \\
 & - ik\vec{e}_{s_2} \text{rot} \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{HsM}(s_2, s'_3) ds'_3 = i\omega\epsilon_2 z_{i2}(s_2) J_2(s_2), \\
 & \frac{1}{\mu_1} \left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k_1^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{WgM}(s_3, s'_3) ds'_3 + \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k_2^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{HsM}(s_3, s'_3) ds'_3 \\
 & + ik\vec{e}_{s_3} \text{rot} \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{HsE}(s_3, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{HsE}(s_3, s'_2) ds'_2 + \right. \\
 & \left. + \int_{-L_4}^{L_4} J_4(s'_4) G_{s_4}^{WgE}(s_3, s'_4) ds'_4 \right\} = -i\omega H_{0s_3}(s_3), \\
 & \left(\frac{d^2}{ds_4^2} + k_1^2 \right) \left\{ \int_{-L_4}^{L_4} J_4(s'_4) G_{s_4}^{WgE}(s_4, s'_4) ds'_4 \right\} \\
 & - ik\vec{e}_{s_4} \text{rot} \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) G_{s_3}^{HsM}(s_4, s'_3) ds'_3 = -i\omega\epsilon_1 [E_{0s_4}(s_4) - z_{i4}(s_4) J_4(s_4)].
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Тут $z_{im}(s_m)$ – внутрішні погонні ([Ом/м]) імпеданси монополів, $H_{0s_3}(s_3)$ і $E_{0s_4}(s_4)$ – проекції поля сторонніх джерел на осі щілини й монополя, $G_{s_{1,2}}^{HsE}(s_{1,2,3}, s'_{1,2})$, $G_{s_4}^{WgE}(s_3, s'_4)$ і $G_{s_3}^{HsM, WgM}(s_{1,2,3,4}, s'_3)$ – відповідні компоненти тензорів електричної (“E”) і магнітної (“M”) функцій Гріна для векторного потенціалу розглянутих електродинамічних об’ємів, $k = 2\pi / \lambda$ (λ – довжина хвилі у вільному просторі),

$k_{1,2} = k\sqrt{\varepsilon_{1,2}\mu_{1,2}} = 2\pi / \lambda_{1,2}$, \vec{e}_{s_m} і \vec{e}_{s_3} – одиничні вектори, спрямовані уздовж осей вібраторів і щілини, s_m і s_3 – локальні координати, пов'язані з осями вібраторів і щілини.

При $\varepsilon_{1,2} = \mu_{1,2} = 1$ з урахуванням того, що

$$H_{0s_3}(s_3) = H_0 \cos \frac{\pi x_{0sl}}{a} e^{-ik_g s_3} = H_0^s(s_3) + H_0^a(s_3), \quad E_{0s_4}(s_4) = H_0 \frac{k}{k_g} \sin \frac{\pi x_{0V}}{a} \quad (H_0 -$$

амплітуда H_{10} -хвилі) і, отже, $J_3(s_3) = J_3^s(s_3) + J_3^a(s_3)$, де $J_3^s(s_3)$ й $J_3^a(s_3)$ – симетрична й антисиметрична складові струмів щілини щодо її центра, рівняння (2.27) перетворюються до вигляду:

$$\left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k^2 \right) \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{HsE}(s_1, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{HsE}(s_1, s'_2) ds'_2 \right\} + ik \int_{-L_3}^{L_3} J_3^s(s'_3) \tilde{G}_{s_3}^{HsM}(s_1, s'_3) ds'_3 = i\omega z_{i1}(s_1) J_1(s_1), \quad (2.28a)$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k^2 \right) \left\{ \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{HsE}(s_2, s'_2) ds'_2 + \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{HsE}(s_2, s'_1) ds'_1 \right\} + ik \int_{-L_3}^{L_3} J_3^s(s'_3) \tilde{G}_{s_3}^{HsM}(s_2, s'_3) ds'_3 = i\omega z_{i2}(s_2) J_2(s_2), \quad (2.28б)$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3^s(s'_3) \left[G_{s_3}^{WgM}(s_3, s'_3) + G_{s_3}^{HsM}(s_3, s'_3) \right] ds'_3 - ik \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) \tilde{G}_{s_1}^{HsE}(s_3, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) \tilde{G}_{s_2}^{HsE}(s_3, s'_2) ds'_2 + \int_{-L_4}^{L_4} J_4(s'_4) \tilde{G}_{s_4}^{WgE}(s_3, s'_4) ds'_4 \right\} = -i\omega H_0^s(s_3), \quad (2.28в)$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3^a(s'_3) \left[G_{s_3}^{WgM}(s_3, s'_3) + G_{s_3}^{HsM}(s_3, s'_3) \right] ds'_3 = -i\omega H_0^a(s_3), \quad (2.28г)$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_4^2} + k^2 \right) \int_{-L_4}^{L_4} J_4(s'_4) G_{s_4}^{WgE}(s_4, s'_4) ds'_4 - ik \int_{-L_3}^{L_3} J_3^s(s'_3) \tilde{G}_{s_3}^{WgM}(s_4, s'_3) ds'_3 = -i\omega [E_0(s_4) - z_{i4}(s_4) J_4(s_4)]. \quad (2.28д)$$

Розв'язок системи рівнянь (2.28) будемо шукати узагальненим методом наведених ЕМРС, використовуючи в якості апроксимуючих виразів для струмів функції $J_m(s_m) = J_{0m} f_m(s_m)$ й $J_3^{s,a}(s_3) = J_{03}^{s,a} f_3^{s,a}(s_3)$. Тут J_{0m} і $J_{03}^{s,a}$ розглядаються як невідомі амплітуди струмів, $f_m(s_m)$ і $f_3^{s,a}(s_3)$ – задані функції розподілу струмів, які можуть бути отримані з розв'язання рівнянь для струмів в окремих вібраторі й щілині методом усереднення. Для розглянутої вібраторно-щілинної структури згідно [1, 84] маємо

$$f_1(s_1) = \cos \tilde{k}_1 s_1 - \cos \tilde{k}_1 L_1, \quad (2.29a)$$

$$f_2(s_2) = \cos \tilde{k}_2 s_2 - \cos \tilde{k}_2 L_2, \quad (2.29б)$$

$$f_3^s(s_3) = \cos k s_3 \cos k_g L_3 - \cos k L_3 \cos k_g s_3, \quad (2.29в)$$

$$f_3^a(s_3) = \sin k s_3 \sin k_g L_3 - \sin k L_3 \sin k_g s_3, \quad (2.29г)$$

$$f_4(s_4) = \cos \tilde{k}_4 s_4 - \cos \tilde{k}_4 L_4, \quad (2.29д)$$

де $k_g = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \sqrt{k^2 - k_c^2}$, $k_c = \frac{2\pi}{\lambda_c} = \frac{\pi}{a}$ (λ_g – довжина хвилі у хвилеводі, λ_c –

критична довжина хвилі H_{10}) $\tilde{k}_m = k + \frac{i\alpha 2\pi z_{im}^{av}}{Z_0}$, $z_{im}^{av} = \frac{1}{2L_m} \int_{-L_m}^{L_m} z_{im}(s_m) ds_m$ – середні

значення внутрішніх імпедансів вздовж вібраторів, $Z_0 = 120\pi$ Ом,

$\alpha_m = 1 / \{2 \ln[r_m / (2L_m)]\}$.

Згідно з узагальненим методом наведених ЕМРС, помножимо рівняння (2.28a) на функцію $f_1(s_1)$, рівняння (2.28б) на функцію $f_2(s_2)$, рівняння (2.28в) на функцію $f_3^s(s_3)$, рівняння (2.28г) на функцію $f_3^a(s_3)$, а рівняння (2.28д) на функцію $f_4(s_4)$ й проінтегруємо рівняння (2.28a), (2.28б) і (2.28д) по довжинах вібраторів, а рівняння (2.28в) і (2.28г) по довжині щілини. У результаті одержимо наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{01}(Z_{11} + F_1^{\bar{Z}}) + J_{02}Z_{12} + J_{03}^s Z_{13} = 0, \\ J_{02}(Z_{22} + F_2^{\bar{Z}}) + J_{01}Z_{21} + J_{03}^s Z_{23} = 0, \\ J_{03}^s (Z_{33}^{sWg} + Z_{33}^{sHs}) + J_{01}Z_{31} + J_{02}Z_{32} + J_{04}Z_{34} = -\frac{i\omega}{2k} H_3^s, \\ J_{03}^a (Z_{33}^{aWg} + Z_{33}^{aHs}) = -\frac{i\omega}{2k} H_3^a, \\ J_{04}(Z_{44} + F_4^{\bar{Z}}) + J_{03}^s Z_{43} = -\frac{i\omega}{2k} E_4, \end{array} \right. \quad (2.30)$$

де $H_3^s = H_0 \cos \frac{\pi x_{0sl}}{a} \int_{-L_3}^{L_3} \cos k_g s_3 f_3^s(s_3) ds_3$, $H_3^a = -iH_0 \cos \frac{\pi x_{0sl}}{a} \int_{-L_3}^{L_3} \sin k_g s_3 f_3^a(s_3) ds_3$,

$E_4 = H_0 \frac{k}{k_g} \sin \frac{\pi x_{0V}}{a} \int_{-L_4}^{L_4} f_4(s_4) ds_4$, Z_{mn} ($m, n = 1, 2, 3, 4$) і $F_m^{\bar{Z}}$ – безрозмірні коефіцієнти.

Розв'язуючи систему рівнянь (2.30), знаходимо амплітуди струмів J_{0m} та $J_{03}^{s,a}$, і далі всі електродинамічні характеристики розглянутої вібраторно-щілинної структури.

2.4.2 Комбінований щілинно-вібраторний випромінювач типу Клевіна з імпедансними елементами

Для елемента Клевіна виконуються такі співвідношення: $2L_1 = 2L_2 = 2L_v$, $r_1 = r_2 = r$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, $2L_4 = 2L_v$, $r_4 = r_v$, $\alpha_4 = \alpha_v$, $\bar{Z}_{s1}(s_1) = \bar{Z}_{s2}(s_2) = \bar{Z}_s(s_v) = 2\pi r_v z_{iv}(s_v) / Z_0$, $\bar{Z}_{s4}(s_4) = \bar{Z}_{sv}(s_v) = 2\pi r_v z_{iv}(s_v) / Z_0$, $\tilde{k}_1 = \tilde{k}_2 = \tilde{k} = k + i(\alpha / r) \bar{Z}_s^{av}$, $\tilde{k}_4 = \tilde{k}_v = k + i(\alpha_v / r_v) \bar{Z}_{sv}^{av}$, $x_{d1} = x_{d2} = x_d$, $F_1^{\bar{Z}} = F_2^{\bar{Z}} = F_v^{\bar{Z}}$, $F_4^{\bar{Z}} = F_v^{\bar{Z}}$, $H_3^{s,a} = H_{sl}^{s,a}$, $(Z_{33}^{sWg} + Z_{33}^{sHs}) = Z_{sl}^{s,\Sigma}$, $f_1(s_1) = f_2(s_2) = f_v(s_v)$, $f_4(s_4) = f_v(s_v)$, $f_3^{s,a}(s_3) = f_{sl}^{s,a}(s_{sl})$, $Z_{11} + F_1^{\bar{Z}} = Z_{22} + F_2^{\bar{Z}} = Z_v + F_v^{\bar{Z}} = Z_v^{\Sigma}$, $Z_{44} + F_4^{\bar{Z}} = Z_v^{\Sigma}$, $Z_{12} = Z_{21} = Z_{vv}$, $Z_{13} = Z_{23} = -2Z_{31} = -2Z_{32} = Z_c$, $Z_{34} = -Z_{43} = Z_{wg}$.

У цьому випадку СЛАР (2.30) перетворюється до вигляду:

$$\begin{cases} J_{0v}Z_v^\Sigma + J_{0v}Z_{vv} + J_{0sl}Z_c = 0, \\ J_{0sl}Z_{sl}^{s\Sigma} - J_{0v}Z_c + J_{0v}Z_{Wg} = -\frac{i\omega}{2k}H_{sl}^s, \\ J_{0sl}Z_{sl}^{a\Sigma} = -\frac{i\omega}{2k}H_{sl}^a, \\ J_{0v}Z_v^\Sigma - J_{0sl}Z_{Wg} = -\frac{i\omega}{2k}E_v. \end{cases} \quad (2.31)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2.31), отримуємо:

$$J_{0v} = \frac{i\omega}{2k}HE \frac{Z_c}{\tilde{Z}_{sl}\tilde{Z}_v + Z_c^2}, \quad J_{0v} = -\frac{i\omega}{2k} \left[E_v \frac{1}{Z_v^\Sigma} + HE \frac{\tilde{Z}_v Z_{Wg}}{(\tilde{Z}_{sl}\tilde{Z}_v + Z_c^2)Z_v^\Sigma} \right],$$

$$J_{0sl}^s = -\frac{i\omega}{2k}HE \frac{\tilde{Z}_v}{\tilde{Z}_{sl}\tilde{Z}_v + Z_c^2}, \quad J_{0sl}^a = -\frac{i\omega}{2k}H_{sl}^a \frac{1}{Z_{sl}^{a\Sigma}}. \quad (2.32)$$

Тут прийнято позначення: $\tilde{Z}_v = Z_v^\Sigma + Z_{vv}$, $\tilde{Z}_{sl} = Z_{sl}^{s\Sigma} + Z_{Wg}^2 / Z_v^\Sigma$,
 $HE = H_{sl}^s - E_v Z_{Wg} / Z_v^\Sigma$.

Компоненти тензорів функцій Гріна для елемента Клевіна будуть такі:

$$G_{s_v(vv)}^{HsE}(s_v, s'_v) = \frac{e^{-ik\sqrt{(s_v-s'_v)^2 + r^2(4x_d^2)}}}{\sqrt{(s_v-s'_v)^2 + r^2(4x_d^2)}}, \quad G_{s_{sl}}^{HsM}(s_{sl}, s'_{sl}) = 2 \frac{e^{-ik\sqrt{(s_{sl}-s'_{sl})^2 + (d_e/4)^2}}}{\sqrt{(s_{sl}-s'_{sl})^2 + (d_e/4)^2}},$$

$$G_{s_{sl}}^{WgM}(s_{sl}, s'_{sl}) = \frac{2\pi}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k_z} e^{-k_z |s_{sl}-s'_{sl}|} \cos k_x x_0 \cos k_x \left(x_0 + \frac{d_e}{4} \right),$$

$$\tilde{G}_{s_v}^{HsE}(s_{sl}, s'_v) = \frac{\partial}{\partial x_{Hs}} G_{s_v}^{HsE}[x_{Hs}, 0, z_{Hs}(s_{sl}); x_d, y'_{Hs}(s'_v), 0] \text{ при } x_{Hs} = 0,$$

$$\tilde{G}_{s_{sl}}^{HsM}(s_v, s'_{sl}) = \frac{\partial}{\partial x_{Hs}} G_{s_{sl}}^{HsM}[x_{Hs}, y_{Hs}(s_v), 0; 0, 0, z'_{Hs}(s'_{sl})] \text{ при } x_{Hs} = x_d,$$

$$\tilde{G}_{s_v}^{WgE}(s_{sl}, s'_v) = \frac{\partial}{\partial x_{Wg}} G_{s_v}^{WgE}[x_{Wg}, 0, z_{Wg}(s_{sl}); \cos k_x x_{0v}, y_{Wg}(s'_v), 0] \text{ при } x_{Wg} = x_{0sl},$$

$$\tilde{G}_{s_{sl}}^{WgM}(s_v, s'_{sl}) = \frac{\partial}{\partial x_{Wg}} G_{s_{sl}}^{WgM}[x_{Wg}, y_{Wg}(s_v), 0; \cos k_x x_{0sl}, 0, z'_{Wg}(s'_{sl})] \text{ при } x_{Wg} = x_{0v}.$$

Тут $\varepsilon_n = \begin{cases} 1, n=0 \\ 2, n \neq 0 \end{cases}, k_x = \frac{m\pi}{a}, k_y = \frac{n\pi}{b}, k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$, m і n – цілі числа; d_e – ефективна ширина щілини [84], введення якої дозволяє враховувати реальну товщину h стінки хвилеводу.

Далі визначаємо всі величини у виразах для амплітуд струмів (2.32):

$$\begin{aligned} Z_{v(vv)} &= \frac{1}{2k} \int_{-L_v}^{L_v} f_v(s) \left[\int_{-L_v}^{L_v} f_v(s') \left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) G_{s_{v(vv)}}^{HsE}(s, s') ds' \right] ds \\ &= \left(\frac{\tilde{k}}{k} \right) \sin \tilde{k} L_v F_{v(vv)}(L_v) - \frac{k}{2} \cos \tilde{k} L_v \int_{-L_v}^{L_v} F_{v(vv)}(s) ds + \frac{k^2 - \tilde{k}^2}{2k} \int_{-L_v}^{L_v} \cos \tilde{k} s F_{v(vv)}(s) ds, \\ F_{v(vv)}(s) &= \int_{-L_v}^{L_v} f_v(s') \frac{e^{-ik\sqrt{(s-s')^2 + r^2(4x_d^2)}}}{\sqrt{(s-s')^2 + r^2(4x_d^2)}} ds', \\ F_v^{\bar{Z}} &= -\frac{i}{r} \int_0^{L_v} f_v^2(s) \bar{Z}_s(s) ds, \quad F_V^{\bar{Z}} = -\frac{i}{r_v} \int_0^{L_v} f_v^2(s) \bar{Z}_{SV}(s) ds, \end{aligned} \quad (2.33)$$

де $\bar{Z}_s(s) = \bar{R}_s + i\bar{X}_s\phi(s)$, $\bar{Z}_{SV}(s) = \bar{R}_{SV} + i\bar{X}_{SV}\phi_V(s)$, $\phi(s)$ і $\phi_V(s)$ – задані функції,

$$\begin{aligned} Z_c &= ix_d \int_{-L_v}^{L_v} f(s) \left\{ \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} f_{sl}^s(s') \left[\frac{e^{-ik\sqrt{s^2 + s'^2 + x_d^2}}}{(s^2 + s'^2 + x_d^2)^{3/2}} \left(ik\sqrt{s^2 + s'^2 + x_d^2} + 1 \right) \right] ds' \right\} ds, \\ Z_{sl}^{s(a)Hs\{Wg\}} &= \frac{1}{2k} \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} f_{sl}^{s(a)}(s) \left[\int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} f_{sl}^{s(a)}(s') \left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) G_{s_{sl}}^{Hs\{Wg\}M}(s, s') ds' \right] ds, \\ Z_{sl}^{sHs} &= 2 \left\{ \left[\left(\frac{k_g}{k} \right) \cos k L_{sl} \sin k_g L_{sl} - \sin k L_{sl} \cos k_g L_{sl} \right] F_{sl}^s(L_{sl}) \right. \\ &\quad \left. + k \cos k_g L_{sl} \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} \cos ks F_{sl}^s(s) ds - \frac{k^2 + k_g^2}{2k} \cos k L_{sl} \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} \cos k_g s F_{sl}^s(s) ds \right\}, \\ Z_{sl}^{aHs} &= 2 \left\{ \left[\left(\frac{k_g}{k} \right) \sin k L_{sl} \cos k_g L_{sl} - \cos k L_{sl} \sin k_g L_{sl} \right] F_{sl}^a(L_{sl}) \right. \\ &\quad \left. + k \sin k_g L_{sl} \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} \sin ks F_{sl}^a(s) ds - \frac{k^2 - k_g^2}{2k} \sin k L_{sl} \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} \sin k_g s F_{sl}^a(s) ds \right\}, \end{aligned}$$

$$F_{sl}^{s(a)}(s) = \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} f_{sl}^{s(a)}(s') \frac{e^{-ik\sqrt{(s-s')^2 + (d_e/4)^2}}}{\sqrt{(s-s')^2 + (d_e/4)^2}} ds',$$

$$Z_{sl}^{sWg} = \frac{2\pi}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k^2} \cos k_x x_0 \cos k_x \left(x_0 + \frac{d_e}{4} \right) \\ \times \left\{ \left[\cos k_g L_{sl} \left(\frac{k}{k_z} \sin k L_{sl} - \cos k L_{sl} \right) \right] F_e^s \right. \\ \left. - \frac{\cos k L_{sl}}{k_z^2 + k_g^2} \left[(k_z^2 + k^2) \left(\frac{k_g}{k_z} \sin k_g L_{sl} - \cos k_g L_{sl} \right) F_e^s + k_c^2 F_k^s \right] \right\},$$

$$F_e^s = \frac{k \cos k_g L_{sl}}{k_z^2 + k^2} \left[k_z \cos k L_{sl} (1 - e^{-2k_z L_{sl}}) + k \sin k L_{sl} (1 + e^{-2k_z L_{sl}}) \right] \\ - \frac{k \cos k L_{sl}}{k_z^2 + k_g^2} \left[k_z \cos k_g L_{sl} (1 - e^{-2k_z L_{sl}}) + k_g \sin k_g L_{sl} (1 + e^{-2k_z L_{sl}}) \right],$$

$$F_k^s = 2 \cos k_g L_{sl} \frac{\sin k L_{sl} \cos k_g L_{sl} - (k_g / k) \cos k L_{sl} \sin k_g L_{sl}}{1 - (k_g / k)^2} - \cos k L_{sl} \frac{\sin 2k_g L_{sl} + 2k_g L_{sl}}{2(k_g / k)},$$

$$Z_{sl}^{aWg} = \frac{2\pi}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k^2} \cos k_x x_0 \cos k_x \left(x_0 + \frac{d_e}{4} \right) \\ \times \left\{ \left[-\sin k_g L_{sl} \left(\frac{k}{k_z} \cos k L_{sl} + \sin k L_{sl} \right) \right] F_e^a \right. \\ \left. + \frac{\sin k L_{sl}}{k_z^2 + k_g^2} \left[(k_z^2 + k^2) \left(\frac{k_g}{k_z} \cos k_g L_{sl} + \sin k_g L_{sl} \right) F_e^a + k_c^2 F_k^a \right] \right\},$$

$$F_e^a = \frac{k \sin k_g L_{sl}}{k_z^2 + k^2} \left[k_z \sin k L_{sl} (1 + e^{-2k_z L_{sl}}) - k \cos k L_{sl} (1 - e^{-2k_z L_{sl}}) \right] \\ - \frac{k \sin k L_{sl}}{k_z^2 + k_g^2} \left[k_z \sin k_g L_{sl} (1 + e^{-2k_z L_{sl}}) - k_g \cos k_g L_{sl} (1 - e^{-2k_z L_{sl}}) \right],$$

$$F_k^a = 2 \sin k_g L_{sl} \frac{\cos k L_{sl} \sin k_g L_{sl} - (k_g / k) \sin k L_{sl} \cos k_g L_{sl}}{1 - (k_g / k)^2} - \sin k L_{sl} \frac{\sin 2k_g L_{sl} - 2k_g L_{sl}}{2(k_g / k)},$$

$$Z_V = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_V^2}{k k_z (\tilde{k}_V^2 - k_y^2)^2} e^{-k_z r_V} \sin^2 k_x x_{0V} [\sin \tilde{k}_V L_V \cos k_y L_V - (\tilde{k}_V / k_y) \cos \tilde{k}_V L_V \sin k_y L_V]^2,$$

$$Z_{wg} = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n k_x \tilde{k}_v}{k k_z (\tilde{k}_v^2 - k_y^2)} e^{k_z L_{sl}} \sin k_x x_{0v} \cos k_x x_{0sl} ,$$

$$\times F_e^s [\sin \tilde{k}_v L_v \cos k_y L_v - (\tilde{k}_v / k_y) \cos \tilde{k} L_v \sin k_y L_v] ,$$

$$H_{sl}^{s(a)} = \frac{1(-i)}{k} H_0 \cos \frac{\pi x_{0sl}}{a} F_k^{s(a)} ,$$

$$E_v = H_0 \frac{k}{k_g \tilde{k}_v} \sin \frac{\pi x_{0v}}{a} f(\tilde{k}_v L_v) , \quad F_v = \sin \tilde{k}_v L_v - \tilde{k}_v L_v \cos \tilde{k}_v L_v .$$

Тоді остаточні вирази для струмів у вібраторах і щілині з урахуванням (2.29) будуть мати вигляд:

$$J_v(s_v) = -\frac{i\omega}{2k^2} H_0 J_v f_v(s_v) , \quad J_v(s_v) = -\frac{i\omega}{2k^2} H_0 J_v f_v(s_v) ,$$

$$J_{sl}(s_{sl}) = -\frac{i\omega}{2k^2} H_0 \left[J_{sl}^s f_{sl}^s(s_{sl}) + i J_{sl}^a f_{sl}^a(s_{sl}) \right] , \quad (2.34)$$

де

$$J_v = -\frac{Z_c F_{sl,v}}{\tilde{Z}_{sl} \tilde{Z}_v + Z_c^2} , \quad J_v = \frac{k^2 \sin(\pi x_{0v} / a) F_v}{k_g \tilde{k}_v Z_v^\Sigma} + \frac{\tilde{Z}_v Z_{wg} F_{sl,v}}{(\tilde{Z}_{sl} \tilde{Z}_v + Z_c^2) Z_v^\Sigma} ,$$

$$J_{sl}^s = \frac{\tilde{Z}_v F_{sl,v}}{\tilde{Z}_{sl} \tilde{Z}_v + Z_c^2} , \quad J_{sl}^a = -\cos \frac{\pi x_{0sl}}{a} \frac{F_k^a}{Z_{sl}^{a\Sigma}} , \quad F_{sl,v} = \cos \frac{\pi x_{0sl}}{a} F_k^s - \frac{k^2}{k_g \tilde{k}_v} \sin \frac{\pi x_{0v}}{a} F_v .$$

Ці вирази дозволяють розрахувати електродинамічні характеристики вібраторно-щілинної структури типу елемента Клевіна. Так, для коефіцієнтів відбиття S_{11} й проходження S_{12} за полем у хвилеводі й коефіцієнта випромінювання за потужністю $|S_\Sigma|^2$ (припускаючи амплітуду $H_0=1$ й нехтуючи втратами у вібраторах) одержуємо наступні формули:

$$S_{11} = -\frac{2\pi}{iabk_g k} \left[\frac{k_c^2}{k^2} \cos \frac{\pi x_{0sl}}{a} (J_{sl}^s F_k^s + J_{sl}^a F_k^a) - \frac{2k_g}{\tilde{k}_v} \sin \frac{\pi x_{0v}}{a} J_v F_v \right] e^{2ik_g z} , \quad (2.35)$$

$$S_{12} = 1 - \frac{2\pi}{iabk_g k} \left[\frac{k_c^2}{k^2} \cos \frac{\pi x_{0sl}}{a} (J_{sl}^s F_k^s - J_{sl}^a F_k^a) + \frac{2k_g}{\tilde{k}_v} \sin \frac{\pi x_{0v}}{a} J_v F_v \right] , \quad (2.36)$$

$$|S_\Sigma|^2 = 1 - |S_{11}|^2 - |S_{12}|^2 . \quad (2.37)$$

Електричне поле розглянутої вібраторно-щілинної структури для дальньої зони в сферичній системі координат, зображеної на Рис. 2.20, буде визначатися виразом:

$$\vec{E}(R, \theta, \varphi) = \frac{ik^2}{\omega} \frac{e^{-ikR}}{R} \left[\vec{\theta}^0 \sin \theta \left(\tilde{E}_1 e^{-ikx_{d1} \sin \theta \sin \varphi} + \tilde{E}_2 e^{ikx_{d2} \sin \theta \sin \varphi} \right) + \left(\vec{\varphi}^0 \cos \theta \cos \varphi + \vec{\theta}^0 \sin \varphi \right) 2\tilde{E}_3 \right], \quad (2.38)$$

де $\vec{\theta}^0$ й $\vec{\varphi}^0$ – одиничні вектори, $\tilde{E}_1 = J_{01} f_{C1}$, $\tilde{E}_2 = J_{02} f_{C2}$, $\tilde{E}_3 = J_{03}^s f_{C3}^s + J_{03}^a f_{C3}^a$;

$$f_{C1} = \int_{-L_1}^{L_1} f_1(z) e^{ikz \cos \theta} dz, \quad f_{C2} = \int_{-L_2}^{L_2} f_2(z) e^{ikz \cos \theta} dz, \quad f_{C3}^{s(a)} = \int_{-L_3}^{L_3} f_3^{s(a)}(x) e^{ikx \sin \theta \cos \varphi} dx.$$

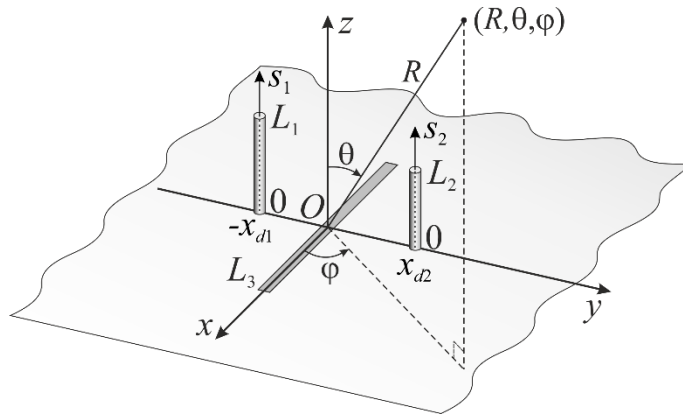


Рис.2.20 Система координат для визначення електричного поля вібраторно-щілинної структури

Тоді відповідно до формул (2.29), одержуємо:

$$f_{Cm} = \frac{2}{\tilde{k}_m^2 - (k \cos \theta)^2} \left[\tilde{k}_m \cos(kL_m \cos \theta) \sin(\tilde{k}_m L_m) - k \sin(kL_m \cos \theta) \cos(\tilde{k}_m L_m) \cos \theta \right] - 2L_m \cos(\tilde{k}_m L_m) \frac{\sin(kL_m \cos \theta)}{kL_m \cos \theta}, \quad m = 1, 2;$$

$$\begin{aligned}
f_{c3}^s &= \frac{2\cos(k_g L_3)}{k - k(\sin\theta\cos\varphi)^2} \left[\cos(kL_3 \sin\theta\cos\varphi) \sin(kL_3) - \sin(kL_3 \sin\theta\cos\varphi) \cos(kL_3) \sin\theta\cos\varphi \right] \\
&\quad - \frac{2\cos(kL_3)}{k_g^2 - (k \sin\theta\cos\varphi)^2} \left[k_g \cos(kL_3 \sin\theta\cos\varphi) \sin(k_g L_3) \right. \\
&\quad \left. - k \sin(kL_3 \sin\theta\cos\varphi) \cos(k_g L_3) \sin\theta\cos\varphi \right], \\
f_{c3}^a &= \frac{2i\sin(k_g L_3)}{k - k(\sin\theta\cos\varphi)^2} \left[-\sin(kL_3 \sin\theta\cos\varphi) \cos(kL_3) + \cos(kL_3 \sin\theta\cos\varphi) \sin(kL_3) \sin\theta\cos\varphi \right] \\
&\quad - \frac{2i\sin(kL_3)}{k_g^2 - (k \sin\theta\cos\varphi)^2} \left[-k_g \sin(kL_3 \sin\theta\cos\varphi) \cos(k_g L_3) \right. \\
&\quad \left. + k \cos(kL_3 \sin\theta\cos\varphi) \sin(k_g L_3) \sin\theta\cos\varphi \right].
\end{aligned}$$

2.4.3 Вібраторно-щілинний випромінювач на основі порожнистого прямокутного хвилеводу

У випадку порожнього хвилеводу (коли вібраторний елемент усередині хвилеводу відсутній (Рис. 2.21)), СЛАР (2.30) спрощується й перетворюється до такого вигляду:

$$\begin{cases} J_{01} Z_{11}^\Sigma + J_{02} Z_{12} + J_{03}^s Z_{13} = 0, \\ J_{02} Z_{11}^\Sigma + J_{01} Z_{21} + J_{03}^s Z_{23} = 0, \\ J_{03}^s Z_{33}^\Sigma + J_{01} Z_{31} + J_{02} Z_{32} = -\frac{i\omega}{2k} H_3^s, \\ J_{03}^a Z_{33}^{a\Sigma} = -\frac{i\omega}{2k} H_3^a, \end{cases} \quad (2.39)$$

де введені позначення: $Z_{11}^\Sigma = Z_{11} + F_1^{\bar{Z}}$, $Z_{22}^\Sigma = Z_{22} + F_2^{\bar{Z}}$, $Z_{33}^{s(a)\Sigma} = Z_{33}^{s(a)Wg} + Z_{33}^{s(a)Hs}$.

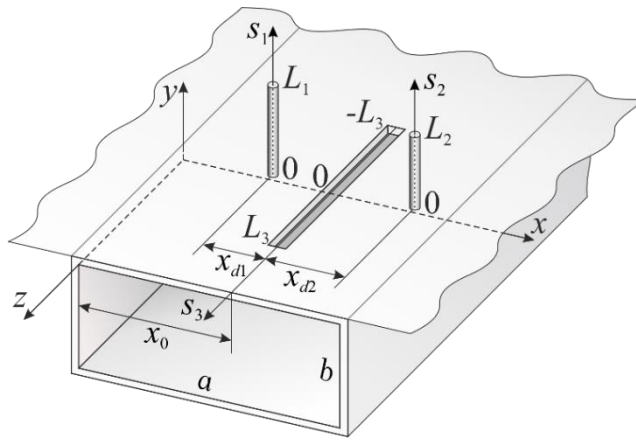


Рис.2.21 Геометрія задачі й прийняті позначення

Розв'язуючи систему рівнянь (2.39), одержуємо:

$$J_{01} = \frac{i\omega}{2k} H_3^s \frac{Z_{22}^\Sigma Z_{13} - Z_{23} Z_{12}}{Z_{33}^{s\Sigma} \tilde{Z}_{12} + Z_{31} \tilde{Z}_{22} + Z_{32} \tilde{Z}_{11}}, J_{02} = \frac{i\omega}{2k} H_3^s \frac{Z_{11}^\Sigma Z_{23} - Z_{13} Z_{21}}{Z_{33}^{s\Sigma} \tilde{Z}_{12} + Z_{31} \tilde{Z}_{22} + Z_{32} \tilde{Z}_{11}}, \quad (2.40a)$$

$$J_{03}^s = -\frac{i\omega}{2k} H_3^s \frac{\tilde{Z}_{12}}{Z_{33}^{s\Sigma} \tilde{Z}_{12} + Z_{31} \tilde{Z}_{22} + Z_{32} \tilde{Z}_{11}}, J_{03}^a = -\frac{i\omega}{2k} H_3^s \frac{1}{Z_{33}^{a\Sigma}}. \quad (2.40b)$$

Тоді з урахуванням того, що $H_3^{s(a)} = \frac{1(-i)}{k} H_0 \cos \frac{\pi x_0}{a} F_k^{s(a)}$, знаходимо остаточні

вирази для струмів:

$$J_1(s_1) = \frac{i\omega}{2k^2} H_0 J_1 f_1(s_1), J_2(s_2) = \frac{i\omega}{2k^2} H_0 J_2 f_2(s_2), \quad (2.41a)$$

$$J_3(s_3) = -\frac{i\omega}{2k^2} H_0 \left[J_3^s f_3^s(s_3) + i J_3^a f_3^a(s_3) \right], \quad (2.41b)$$

де

$$J_1 = \cos \frac{\pi x_0}{a} F_k^s \frac{Z_{22}^\Sigma Z_{13} - Z_{23} Z_{12}}{Z_{33}^{s\Sigma} \tilde{Z}_{12} + Z_{31} \tilde{Z}_{22} + Z_{32} \tilde{Z}_{11}}, J_2 = \cos \frac{\pi x_0}{a} F_k^s \frac{Z_{11}^\Sigma Z_{23} - Z_{13} Z_{21}}{Z_{33}^{s\Sigma} \tilde{Z}_{12} + Z_{31} \tilde{Z}_{22} + Z_{32} \tilde{Z}_{11}}, \quad (2.42a)$$

$$J_3^s = \cos \frac{\pi x_0}{a} F_k^s \frac{\tilde{Z}_{12}}{Z_{33}^{s\Sigma} \tilde{Z}_{12} + Z_{31} \tilde{Z}_{22} + Z_{32} \tilde{Z}_{11}}, J_3^a = -\cos \frac{\pi x_0}{a} F_k^a \frac{1}{Z_{33}^{a\Sigma}}, \quad (2.42b)$$

$$\tilde{Z}_{12} = Z_{11}^\Sigma Z_{22}^\Sigma - Z_{12} Z_{21}, \tilde{Z}_{11} = Z_{13} Z_{21} - Z_{11}^\Sigma Z_{23}, \tilde{Z}_{22} = Z_{23} Z_{12} - Z_{22}^\Sigma Z_{13}.$$

Для енергетичних характеристик розглянутої структури, покладаючи у формулах (2.41a) і (2.41b) амплітуду $H_0 = 1$, одержуємо такі вирази:

$$S_{11} = -\frac{2\pi k_c^2}{iabk_g k^3} \cos \frac{\pi x_0}{a} \left(J_3^s F_k^s + J_3^a F_k^a \right) e^{2ik_g z}, \quad (2.43)$$

$$S_{12} = 1 - \frac{2\pi k_c^2}{iabk_g k^3} \cos \frac{\pi x_0}{a} \left(J_3^s F_k^s - J_3^a F_k^a \right), \quad (2.44)$$

$$|S_\Sigma|^2 = 1 - |S_{11}|^2 - |S_{12}|^2, \quad (2.45)$$

а поле випромінювання визначається за формулою (2.38).

Компоненти функцій Гріна для цього випадку запишемо у вигляді:

$$G_{s_{1(2)}}^{HsE}(s_{1(2)}, s'_{1(2)}) = \frac{e^{-ik\sqrt{(s_{1(2)}-s'_{1(2)})^2+r_{1(2)}^2}}}{\sqrt{(s_{1(2)}-s'_{1(2)})^2+r_{1(2)}^2}}, G_{s_{1(2)}}^{HsE}(s_{1(2)}, s'_{2(1)}) = \frac{e^{-ik\sqrt{(s_{1(2)}-s'_{2(1)})^2+(x_{d1}+x_{d2})^2}}}{\sqrt{(s_{1(2)}-s'_{2(1)})^2+(x_{d1}+x_{d2})^2}},$$

$$G_{s_3}^{HsM}(s_3, s'_3) = 2 \frac{e^{-ik\sqrt{(s_3-s'_3)^2+(d_e/4)^2}}}{\sqrt{(s_3-s'_3)^2+(d_e/4)^2}},$$

$$\tilde{G}_{s_{1(2)}}^{HsE}(s_3, s'_{1(2)}) = \frac{\partial}{\partial x_{Hs}} G_{s_{1(2)}}^{HsE}[x_{Hs}, 0, z_{Hs}(s_3); x_{d1(2)}, y'_{Hs}(s'_{1(2)}), 0] \text{ при } x_{Hs} = 0,$$

$$\tilde{G}_{s_3}^{HsM}(s_{1(2)}, s'_3) = \frac{\partial}{\partial x_{Hs}} G_{s_3}^{HsM}[x_{Hs}, y_{Hs}(s_{1(2)}), 0; 0, 0, z'_{Hs}(s'_3)] \text{ при } x_{Hs} = x_{d1(2)}.$$

Тоді відповідні коефіцієнти у формулах (2.40) і (2.42) будуть такими:

$$\begin{aligned} Z_{11(22)} &= \frac{1}{2k} \int_{-L_{1(2)}}^{L_{1(2)}} f_{1(2)}(s_{1(2)}) \left[\int_{-L_{1(2)}}^{L_{1(2)}} f_{1(2)}(s'_{1(2)}) \left(\frac{d^2}{ds_{1(2)}^2} + k^2 \right) G_{s_{1(2)}}^{HsE}(s_{1(2)}, s'_{1(2)}) ds'_{1(2)} \right] ds_{1(2)} \\ &= \left(\frac{\tilde{k}_{1(2)}}{k} \right) \sin \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} F_{1(2)}(L_{1(2)}) - \frac{k}{2} \cos \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} \int_{-L_{1(2)}}^{L_{1(2)}} F_{1(2)}(s_{1(2)}) ds_{1(2)} \\ &\quad + \frac{k^2 - \tilde{k}_{1(2)}^2}{2k} \int_{-L_{1(2)}}^{L_{1(2)}} \cos \tilde{k}_{1(2)} s_{1(2)} F_{1(2)}(s_{1(2)}) ds_{1(2)}, \end{aligned}$$

$$F_{1(2)}(s_{1(2)}) = \int_{-L_{1(2)}}^{L_{1(2)}} f_{1(2)}(s'_{1(2)}) \frac{e^{-ik\sqrt{(s_{1(2)}-s'_{1(2)})^2+r_{1(2)}^2}}}{\sqrt{(s_{1(2)}-s'_{1(2)})^2+r_{1(2)}^2}} ds'_{1(2)},$$

$$\begin{aligned} Z_{12} = Z_{21} &= \frac{1}{2k} \int_{-L_1}^{L_1} f_1(s_1) \left[\int_{-L_2}^{L_2} f_2(s'_2) \left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k^2 \right) G_{s_2}^{HsE}(s_1, s'_2) ds'_2 \right] ds_1 \\ &= \left(\frac{\tilde{k}_1}{k} \right) \sin \tilde{k}_1 L_1 F_{12}(L_1) - \frac{k}{2} \cos \tilde{k}_1 L_1 \int_{-L_1}^{L_1} F_{12}(s_1) ds_1 + \frac{k^2 - \tilde{k}_1^2}{2k} \int_{-L_1}^{L_1} \cos \tilde{k}_1 s_1 F_{12}(s_1) ds_1, \end{aligned}$$

$$F_{12}(s_{12}) = \int_{-L_2}^{L_2} f_2(s'_2) \frac{e^{-ik\sqrt{(s_1-s'_2)^2+(x_{d1}+x_{d2})^2}}}{\sqrt{(s_1-s'_2)^2+(x_{d1}+x_{d2})^2}} ds'_2,$$

$$F_{1(2)}^{\bar{Z}} = -\frac{i}{r_{1(2)}} \int_0^{L_{1(2)}} f_{1(2)}^2(s_{1(2)}) \bar{Z}_{s1(2)}(s_{1(2)}) ds_{1(2)}, \quad (2.46)$$

де $\bar{Z}_{s1(2)}(s_{1(2)}) = \bar{R}_{s1(2)} + i\bar{X}_{s1(2)}\phi_{1(2)}(s_{1(2)})$, $\phi_{1(2)}(s_{1(2)})$ – задані функції,

$$Z_{1(2)3} = 2ix_{d1(2)} \int_{-L_{1(2)}}^{L_{1(2)}} f_{1(2)}(s_{1(2)}) \left\{ \int_{-L_3}^{L_3} f_3^s(s'_3) \left[\frac{e^{-ik\sqrt{s_{1(2)}^2+s_3'^2+x_{d1(2)}^2}}}{(s_{1(2)}^2+s_3'^2+x_{d1(2)}^2)^{3/2}} \times \left(ik\sqrt{s_{1(2)}^2+s_3'^2+x_{d1(2)}^2} + 1 \right) \right] ds'_3 \right\} ds_{1(2)},$$

$$Z_{31(2)} = ix_{d1(2)} \int_{-L_3}^{L_3} f_3(s_3) \left\{ \int_{-L_{1(2)}}^{L_{1(2)}} f_{1(2)}(s'_{1(2)}) \left[\frac{e^{-ik\sqrt{s_3^2+s_{1(2)}'^2+x_{d1(2)}^2}}}{(s_3^2+s_{1(2)}'^2+x_{d1(2)}^2)^{3/2}} \times \left(ik\sqrt{s_3^2+s_{1(2)}'^2+x_{d1(2)}^2} + 1 \right) \right] ds'_{1(2)} \right\} ds_3,$$

Вирази для $Z_{33}^{s(a)\Sigma} = Z_{33}^{s(a)Wg} + Z_{33}^{s(a)Hs}$ й $F_k^{s(a)}$ залишаються аналогічними тим, що наведені у п. 2.4.2 при заміні індексу “ sl ” на індекс “33”.

Таким чином, для елемента Клевіна в цьому випадку маємо:

$$\begin{cases} J_{0v}Z_v^\Sigma - J_{0v}Z_{vv} + J_{0sl}^s Z_c = 0, \\ J_{0sl}^s Z_{sl}^{s\Sigma} - J_{0v}Z_c = -\frac{i\omega}{2k} H_{sl}^s, \\ J_{0sl}^a Z_{sl}^{a\Sigma} = -\frac{i\omega}{2k} H_{sl}^a. \end{cases} \quad (2.47)$$

У результаті розв'язання системи рівнянь (2.47) щодо комплексних амплітуд струмів, остаточно одержуємо:

$$J_{0v1} = -\frac{i\omega}{2k} H_{sl}^s \frac{Z_c}{Z_{sl}^{s\Sigma} (Z_v^\Sigma - Z_{vv}) - Z_c^2}, J_{0v2} = -J_{0v1},$$

$$J_{0sl}^s = -\frac{i\omega}{2k} H_{sl}^s \frac{Z_v^\Sigma - Z_{vv}}{Z_{sl}^{s\Sigma} (Z_v^\Sigma - Z_{vv}) - Z_c^2}, J_{0sl}^a = -\frac{i\omega}{2k} H_{sl}^a \frac{1}{Z_{sl}^{a\Sigma}}. \quad (2.48)$$

Відповідно розподіли струмів у вібраторах і щілині тут будуть визначатися виразами:

$$J_v(s) = \frac{i\omega}{2k^2} H_0 \cos \frac{\pi x_0}{a} J_v f_v(s), \quad J_{sl}(s) = -\frac{i\omega}{2k^2} H_0 \cos \frac{\pi x_0}{a} \left[J_{sl}^s f_{sl}^s(s) + i J_{sl}^a f_{sl}^a(s) \right], \quad (2.49)$$

$$\text{де } J_v = \frac{Z_c F_k^s}{Z_{sl}^{s\Sigma} (Z_v^\Sigma + Z_{vv}) + Z_c^2}, \quad J_{sl}^s = \frac{(Z_v^\Sigma + Z_{vv}) F_k^s}{Z_{sl}^{s\Sigma} (Z_v^\Sigma + Z_{vv}) + Z_c^2}, \quad J_{sl}^a = -\frac{F_k^a}{Z_{sl}^{a\Sigma}}.$$

Слід відмітити, що в розглянутому випадку для визначення всіх коефіцієнтів, наведених у п. 2.4.2, і енергетичних характеристик структури зберігаються вирази (2.43)-(2.45) за умови заміни в них індексу “33” на індекс “sl”.

2.4.3.1 Числові й експериментальні результати

Відомий у літературних джерелах [200] комбінований випромінювач Клевіна складається з ідентичних ідеально провідних монополів довжиною $L_v = 0.375\lambda$, симетрично розташованих щодо осі напівхвильової щілини на відстанях $x_d = 0.086\lambda$. Такі розміри, при яких спостерігаються приблизно однакові діаграми спрямованості (ДС) в основних площинах: H -площині ($\varphi = 0^\circ$) і E -площині ($\varphi = 90^\circ$), були встановлені Клевіном у результаті експериментальних досліджень. Відмітимо, що згідно з виразом (2.38) при $\varphi = 0^\circ$ ДС випромінювача в H -площині має тільки E_φ -складову й збігається з ДС поодинокі щілини внаслідок рівності амплітуд струмів у вібраторах і їх протифазності. Розрахунки такої ДС у припущенні нескінченного екрана наведені на Рис. 2.22а суцільною кривою з маркуванням: $\varphi = 0^\circ$. В E -площині згідно (2.38) при $\varphi = 90^\circ$ ДС випромінювача має тільки E_θ -компоненту, зміна якої за рахунок струмів вібраторів і приводить до можливості наблизити її форму до ДС випромінювача в H -площині. На Рис. 2.22а розрахунки цієї ДС показані пунктирною кривою 1. Деяке покращення збігу ДС випромінювача у двох площинах, у порівнянні з наведеним на Рис. 2.22а, в [200] було досягнуто за рахунок застосування Г-подібних вібраторів.

В [168] на підставі розв'язку зовнішньої задачі при використанні тригонометричних апроксимацій для струмів у щілині й вібраторі були отримані

такі параметри випромінювача: $L_v = 0.375\lambda$, $x_d = 0.086\lambda$, які дещо відрізняються від установлених у публікаціях Клевіна [200, 201]. Їхня оптимальність визначалася досягненням більш низького, ніж в [200], рівня випромінювання уздовж площини (бічного випромінювання). За допомогою такого ж методу розв'язання зовнішньої задачі в [202] була реалізована спроба визначення залежності між параметрами L_v/λ й x_d/λ , при яких забезпечуються однопелюсткові ДС із рівнем бічного випромінювання не більше -16 дБ. Однак, як показали проведені розрахунки, можуть бути виявлені різні пари параметрів L_v/λ і x_d/λ , при яких ДС будуть різнитися за формою при однаковому рівні бічного випромінювання (наприклад, криві 2 і 5 на Рис. 2.22а). У зв'язку із цим розглянуті вище результати не можуть претендувати на повноту й потребують істотного доповнення.

При дослідженні впливу відносних довжин вібраторів L_v/λ і відстані між ними $2x_d/\lambda$ на характеристики спрямованості випромінювання елементів типу Клевіна, одночасно фіксувалися як відносний рівень бічного випромінювання δ (рівень ДС при $\theta = 90^\circ$ в E -площині), так і величина $\Delta\theta$ (різниця ширин ДС за рівнем -3 дБ в E - і H -площинах). На Рис. 2.22б наведені залежності між параметрами L_v/λ й x_d/λ , де величина δ подана колірною шкалою, а величина $\Delta\theta$ – серією рівневих кривих. Системне подання розрахункових даних на Рис. 2.22б дозволяє вибрати довжину монополів і відстань між ними для одержання ДС із однаковою шириною в E - і H -площинах, ДС із найбільш низьким рівнем бічного випромінювання або для забезпечення максимально близьких за шириною ДС в E - і H -площинах при заданому рівні бічного випромінювання. Відповідні останнім двом випадкам ДС наведені на Рис. 2.22а: крива 2 ($L_v = 0.3125\lambda$, $x_d = 0.086\lambda$) – для найбільш близьких за шириною ДС при рівні бічного випромінювання -20 дБ; крива 3 ($L_v = 0.3\lambda$, $x_d = 0.086\lambda$) – для найменшого рівня бічного випромінювання ($\delta = -31$ дБ) при тій же відстані між вібраторами. Пари параметрів (L_v, x_d) , для яких на Рис. 2.22а наведені ДС, для наочності на Рис. 2.22б показані у вигляді кружків.

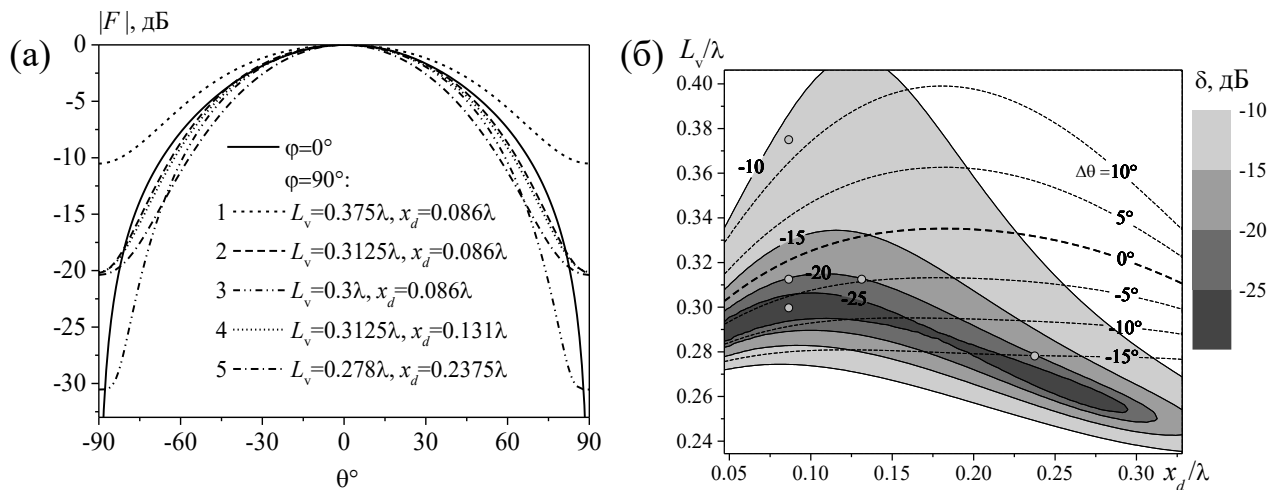


Рис.2.22 ДС випромінювача Клевина (а), залежності відносного рівня бічного випромінювання δ й різниці в ширині ДС в ортогональних площинах від електричної довжини монополів і їх віддалення від щілини (б)

При моделюванні енергетичних характеристик випромінювачів покладалося: $\lambda = 32$ мм, $a \times b = 23 \times 10$ мм², $h = 1$ мм, $2L_s = 16$ мм ($2L_s = 0,5\lambda$), $d = 1,5$ мм, $x_0 = 2,5$ мм, $r = 0,17$ мм. У розрахунках, згідно вимог для прийнятих наближень, відношення параметрів $2r_v / L_v$ і $[d / (2L_s)]$ не перевищували значення 0,1. Для зручності порівняльного аналізу окремо приведемо значення енергетичних характеристик комбінованих випромінювачів, ДС яких наведені на Рис. 2.22а. Для випромінювача Клевина з геометрією ($L_v = 0,375\lambda$, $x_d = 0,086\lambda$): $|S_{11}| = 0,281$, $|S_{12}| = 0,874$, $|S_{\Sigma}|^2 = 0,157$, $D = 6,366$; у випадку параметрів ($L_v = 0,3125\lambda$, $x_d = 0,086\lambda$): $|S_{11}| = 0,207$, $|S_{\Sigma}|^2 = 0,074$, $D = 7,485$; а для ($L_v = 0,3\lambda$, $x_d = 0,086\lambda$): $|S_{11}| = 0,184$, $|S_{\Sigma}|^2 = 0,057$, $D = 7,854$. Загальні результати розрахунків зображені на Рис. 2.23, де за допомогою шкал відтінків сірого кольору показані коефіцієнти випромінювання й відбиття, коефіцієнт спрямованого дії (D) і коефіцієнт підсилення (G) випромінювача залежно від електричної довжини монополів і їх віддалення від щілини. Ці зведені дані дозволяють одночасно підібрати геометричні параметри випромінювача для одержання необхідних енергетичних характеристик і характеристик

спрямованості випромінювання. Тут кружками відзначені ті ж характерні пари параметрів (L_v, x_d) , як і на Рис. 2.22б.

Як виявилося, для випадку $(L_v = 0,3\lambda, x_d = 0,086\lambda)$, досягнення найменшого рівня бічного випромінювання ($\delta = -31$ дБ) приводить до досить низького коефіцієнта випромінювання. Це можна пояснити загальними умовами фазування полів випромінювання щілини й вібраторів. Дійсно, для повної компенсації поля випромінювання щілини уздовж площини в дальній зоні пара вібраторів повинна наводити в геометричному центрі антени еквівалентне електричне поле, що дорівнює по амплітуді полю щілини й протилежне йому за фазою. Отже, одночасно буде відбуватися й компенсація власного поля в щілині, що суттєво зменшує її випромінюючу здатність. Як впливає з Рис.2.23б, для підвищення рівня $|S_\Sigma|^2$ необхідно збільшувати відстань між вібраторами (порушуючи оптимальність фазових співвідношень і зменшуючи вимогу до рівня бічного випромінювання). Як приклад, розглянемо ДС випромінювача з параметрами $L_v = 0,3\lambda, x_d = 0,131\lambda$, наведену на Рис.2.22а (крива 4). У порівнянні з випадком $x_d = 0,086\lambda$ (крива 1), при збереженні рівня $\delta = -20$ дБ тут коефіцієнт випромінювання збільшився до $|S_\Sigma|^2 = 0,184$, при цьому $|S_{11}| = 0,335, D = 7,649$ і звузилася ДС в E -площині ($\Delta\theta = -5^\circ$). При подальшому збільшенні відстані між вібраторами й зменшенні довжини вібраторів (за умови збереження рівня $\delta = -20$ дБ), наприклад при $L_v = 0,278\lambda, x_d = 0,2375\lambda$, одержуємо характеристики випромінювача з відносно великим коефіцієнтом випромінювання $|S_\Sigma|^2 = 0,403, |S_{11}| = 0,525, D$ при цьому також зростає ($D = 8,273$) за рахунок звуження ДС в E -площині (крива 5 на Рис.2.22а), різниця в ширині ДС $\Delta\theta = -15^\circ$. На Рис.2.22б, Рис.2.23 кружками позначені точки, що відповідають значенням L_v і x_d , при яких розраховано ДС на Рис.2.22а.

Із аналізу залежностей, наведених на Рис. 2.23, впливає, що за допомогою зміни електричної довжини вібраторів можна керувати енергетичними характеристиками комбінованого випромінювача. Як відомо [1], необхідну зміну

електричної довжини вібратора можна забезпечити шляхом нанесення на його поверхню уявного постійного імпедансу певної величини. При цьому можна вважати, що форма ДС випромінювача суттєво не зміниться, оскільки монополі з електричними довжинами $0 < L_v/\lambda < 0,3$ характеризуються ДС, подібними до випадку дипольного випромінювача. Для постійного розподілу імпедансу на вібраторі можна вважати достатньою перевірку цього припущення, зроблену для одного апріорі обраного значення імпедансу.

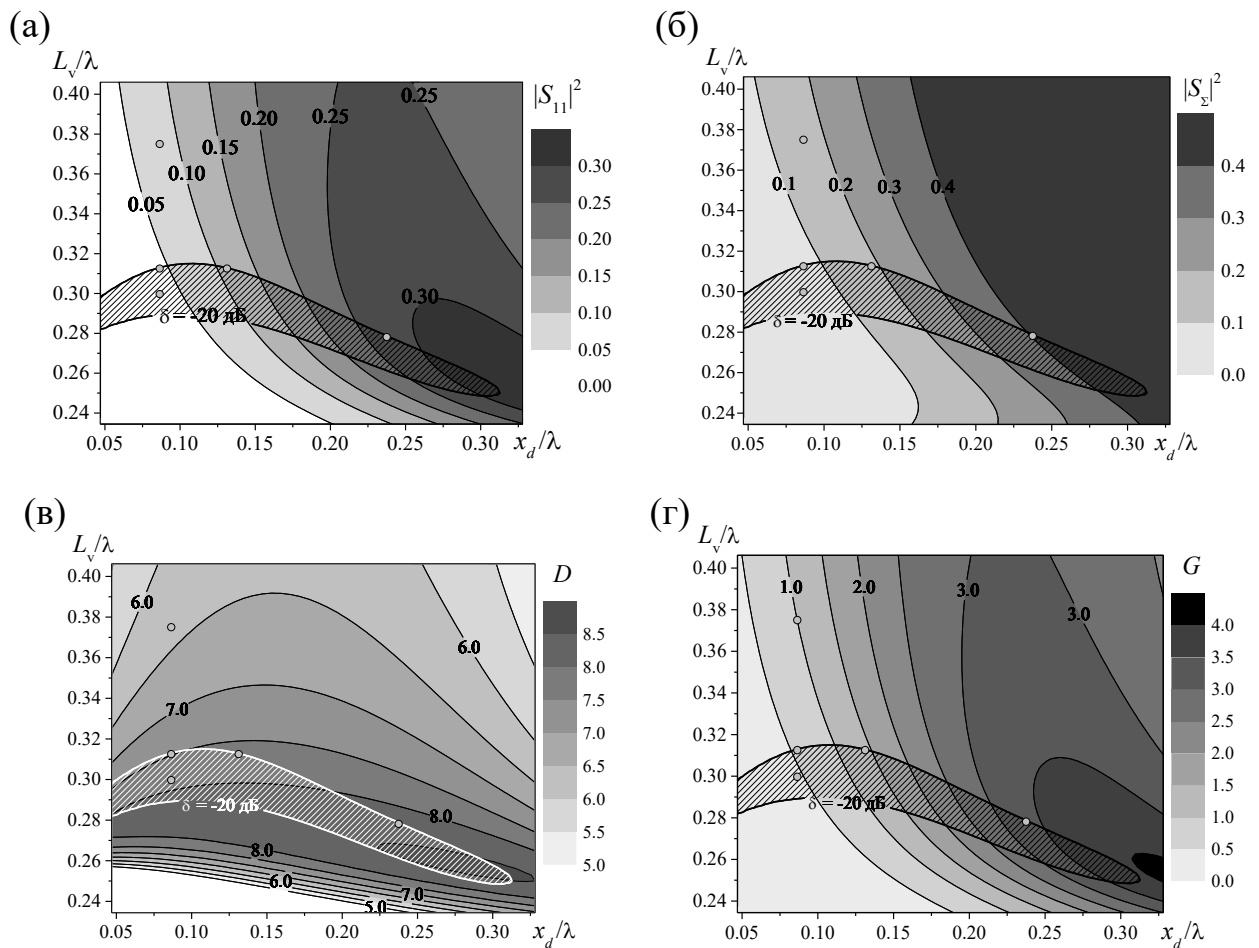


Рис.2.23 Залежності коефіцієнтів $|S_{11}|$ (а), $|S_2|^2$ (б), D (в) і G (г) випромінювача від електричної довжини монополів і їх віддалення від щілини

Як показали числові розрахунки, застосування імпедансних монополів з поверхневим імпедансом індуктивного типу дозволяє реалізувати випромінювачі із заданими характеристиками при меншій довжині монополів. Наприклад, при постійному імпедансі $\bar{Z}_s = 0,1i$, зберігаючи електричну довжину монополів, їх

фізичну довжину можна зменшити приблизно на 30%. Результати дослідження характеристик такого випромінювача наведено на Рис. 2.24 і Рис. 2.25. Так само, як і у випадку з ідеально провідними монополями, змінюючи довжину монополів і відстань між ними, виявилось можливим одержати мінімальну різницю $\Delta\theta$ в ширині ДС при заданому рівні бічного випромінювання, наприклад, $\delta = -20$ дБ (крива 1 на Рис. 2.24а – $\Delta\theta = -7^\circ$, $|S_{11}| = 0,17$, $|S_\Sigma|^2 = 0,05$, $D = 7,74$), ДС із мінімальним рівнем $\delta = -32,5$ дБ (крива 2 на Рис. 2.24а – $\Delta\theta = -11,3^\circ$, $|S_{11}| = 0,15$, $|S_\Sigma|^2 = 0,04$, $D = 8,1$). При цьому, збільшивши відстань між вібраторами й відповідно зменшивши довжину монополів, згідно з Рис. 2.25, можна збільшити як коефіцієнт випромінювання, так і D (отже, і G) випромінювача. Але при цьому зростає величина $\Delta\theta$ за рахунок звуження ДС у площині вібраторів (крива 3 на Рис. 2.24а – $\Delta\theta = -23,7^\circ$, $|S_{11}| = 0,54$, $|S_\Sigma|^2 = 0,41$, $D = 8,74$). Таким чином, варіюючи довжину вібраторів (і/або значення поверхневого імпедансу вібраторів) і відстань між ними маємо можливість змінювати значення коефіцієнтів випромінювання й відбиття в широких межах при збереженні низького рівня бічного випромінювання.

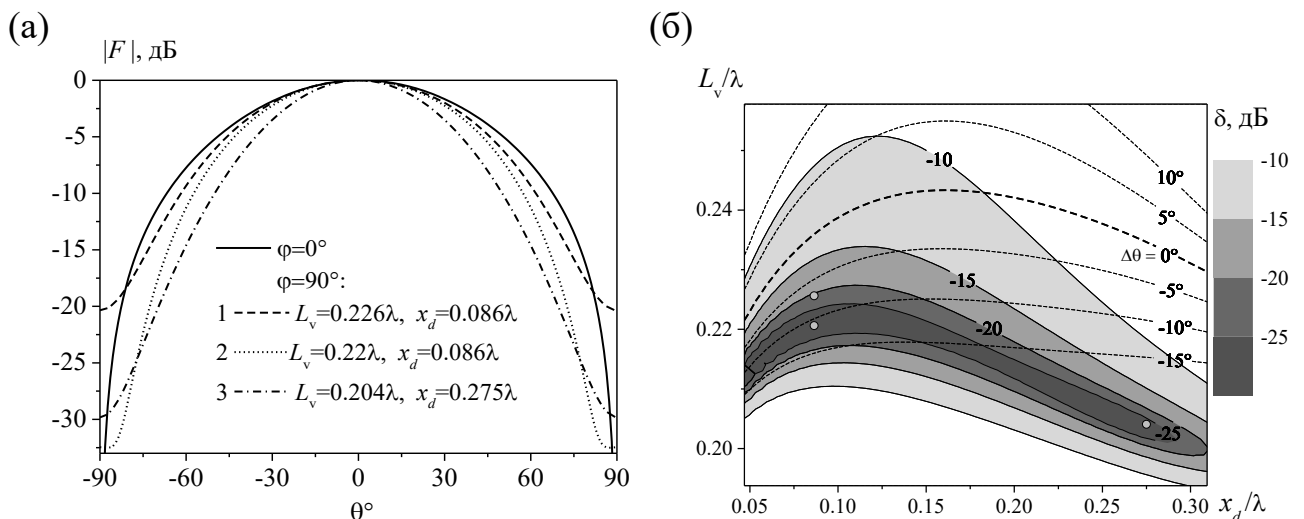


Рис. 2.24 ДС ($|F|$) випромінювача Клевина з імпедансними монополями (а) і залежності відносного рівня бічного випромінювання δ й різниці в ширині ДС в ортогональних площинах від електричної довжини монополів і їх віддалення від щілини (б) при $\bar{Z}_s = 0,1i$

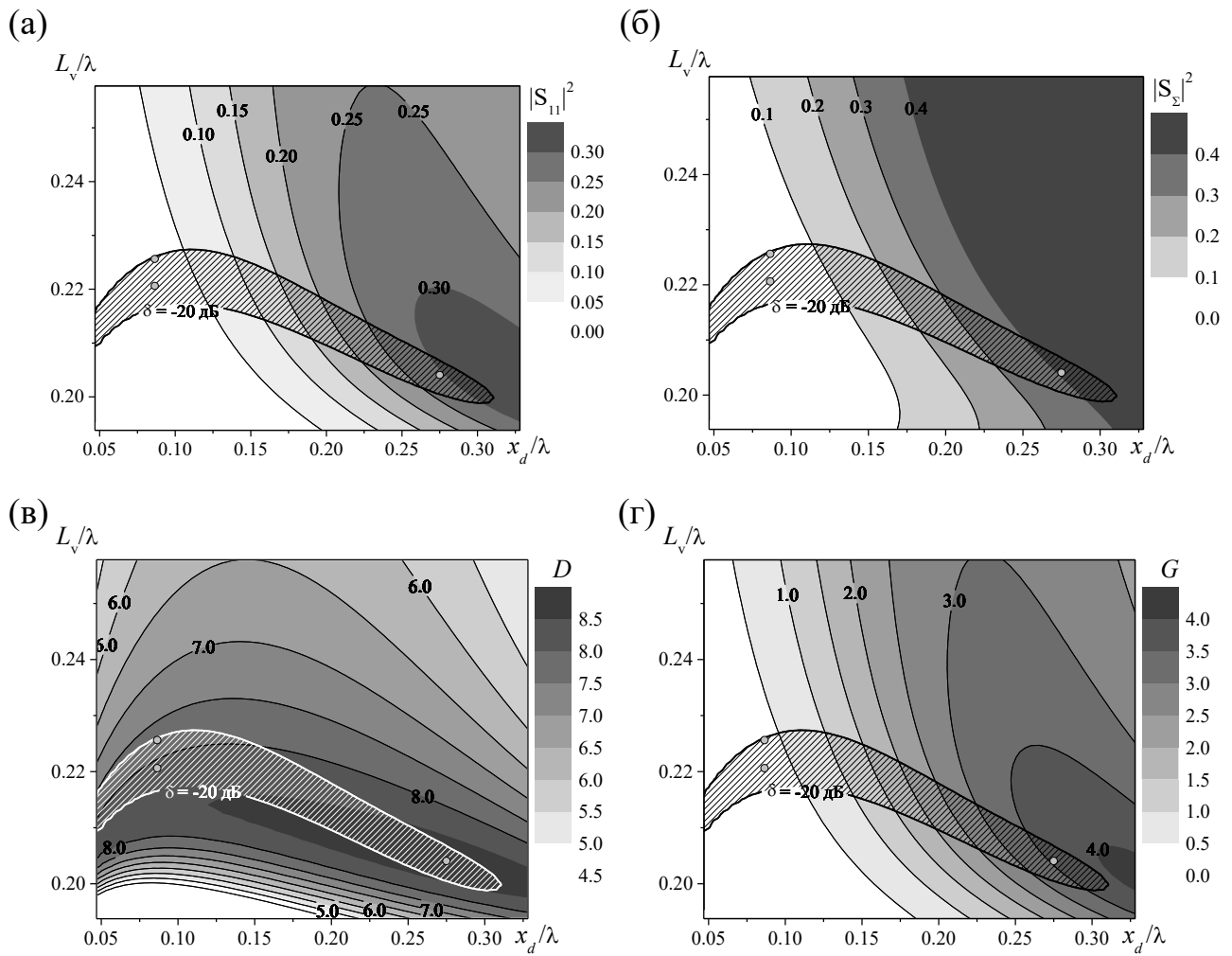


Рис. 2.25. Залежності коефіцієнтів відбиття $|S_{11}|$ (а), випромінювання $|S_\Sigma|^2$ (б), D (в) і G (г) від електричної довжини монополів і їх віддалення від щілини при $\bar{Z}_s = 0,1i$

Змінити фазові співвідношення полів у хвильовідному комбінованому випромінювачі можна не тільки при зміні геометрії вібраторів, але й при зміні довжини щілини, яка при «відході» від резонансних розмірів буде характеризуватися асиметрією власного поля через умови поздовжнього збудження. Як показали проведені дослідження, збільшити коефіцієнт випромінювання й при цьому зберегти однакову ширину ДС в E - і H -площинах можна при деякому збільшенні довжини щілини $2L_s$ в порівнянні з $0,5\lambda$. На Рис. 2.26–2.29 наведено енергетичні характеристики й характеристики

спрямованості випромінювача Клевіна ($\lambda = 32$ мм, $a \times b = 23 \times 10$ мм², $h = 1$ мм $d = 1$ мм, $x_0 = a/4$, $r = 0.17$ мм) з ідеально провідними й імпедансними вібраторами ($\bar{Z}_s = 0,1i$) залежно від електричної довжини щілини й вібраторів при фіксованому значенні $x_d = 0,086\lambda$. Так, однакові за шириною ДС в E - і H -площинах і значенні $\delta = -20$ дБ можна одержати у випадку ідеально провідних монополів при $L_v = 0,3\lambda$, $2L_s = 0,57\lambda$ (крива 1 на Рис. 2.29а) і найбільш близькі за шириною ($\Delta\theta = -3,4^\circ$) у випадку імпедансних монополів при $L_v = 0,22\lambda$, $2L_s = 0,595\lambda$ (крива 1 на Рис. 2.29б). При цьому $|S_\Sigma|^2 = 0,493$ і $|S_\Sigma|^2 = 0,497$ у першому й другому випадку відповідно. Криві 2 на Рис. 2.29 відповідають ДС із найменшими рівнями бічного випромінювання при максимальному значенні $|S_\Sigma|^2$, а криві 3 – ДС випромінювачів з найбільшими значеннями коефіцієнта підсилення. Відповідні значення L_v/λ і $2L_s/\lambda$, при яких розраховано ДС, позначено на Рис. 2.26 кружками.

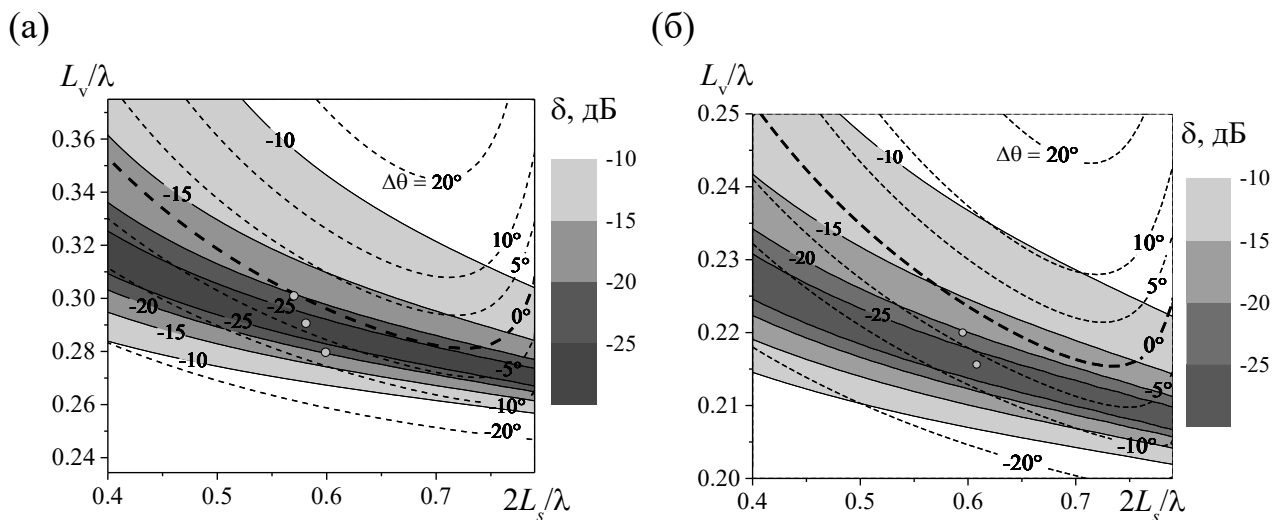


Рис. 2.26 Залежності відносного рівня бічного випромінювання δ й різниці в ширині ДС $\Delta\theta$ (пунктирні криві) в ортогональних площинах від електричної довжини щілини й монополів: (а) – $\bar{Z}_s = 0$, (б) – $\bar{Z}_s = 0,1i$

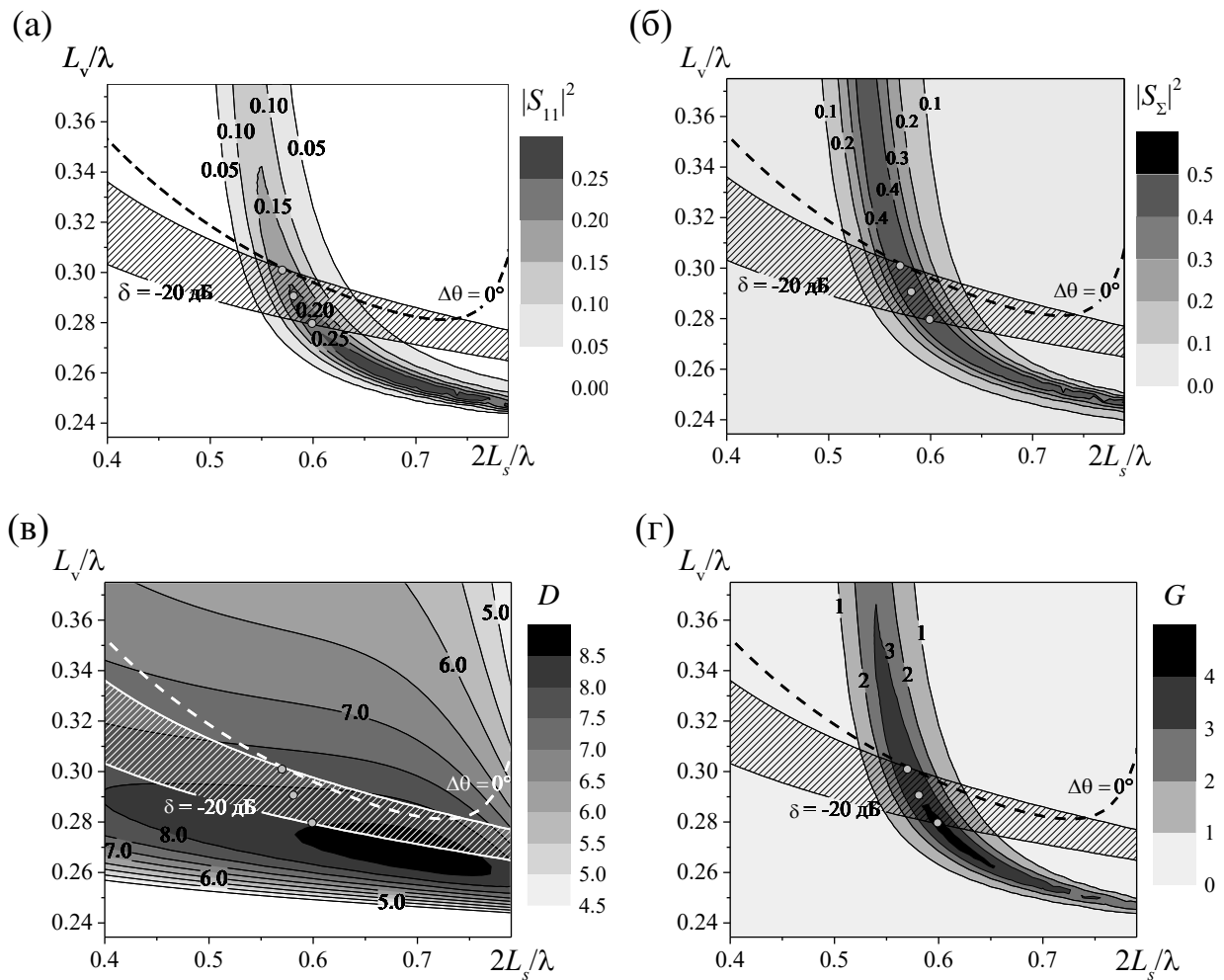


Рис. 2.27 Залежності коефіцієнтів відбиття $|S_{11}|$ (а), випромінювання $|S_{\Sigma}|^2$ (б), D (в) і G (г) випромінювача від електричної довжини щілини й монополів при $\bar{Z}_s = 0$

Слід підкреслити, що всі залежності, наведені на рисунках, побудовані для відносних параметрів (відносно довжини хвилі у вільному просторі). Це забезпечує їхнє просте використання для оцінки характеристик випромінювачів у робочому діапазоні довжин хвиль. Достовірність результатів і коректність запропонованої математичної моделі випромінювача Клевина підтверджено тестовими порівняльними розрахунками (з результатами раніше відомими в літературних джерелах для окремих випадків) і зіставленням з експериментальними даними. Наприклад, на Рис. 2.30 наведено розрахункові й експериментальні значення коефіцієнта відбиття хвильовідного випромінювача, які

добре узгоджуються між собою. Для порівняння на Рис. 2.30 також наведено залежність коефіцієнта відбиття від відносної довжини хвилі для поодинокі щілини, з тими ж геометричними параметрами.

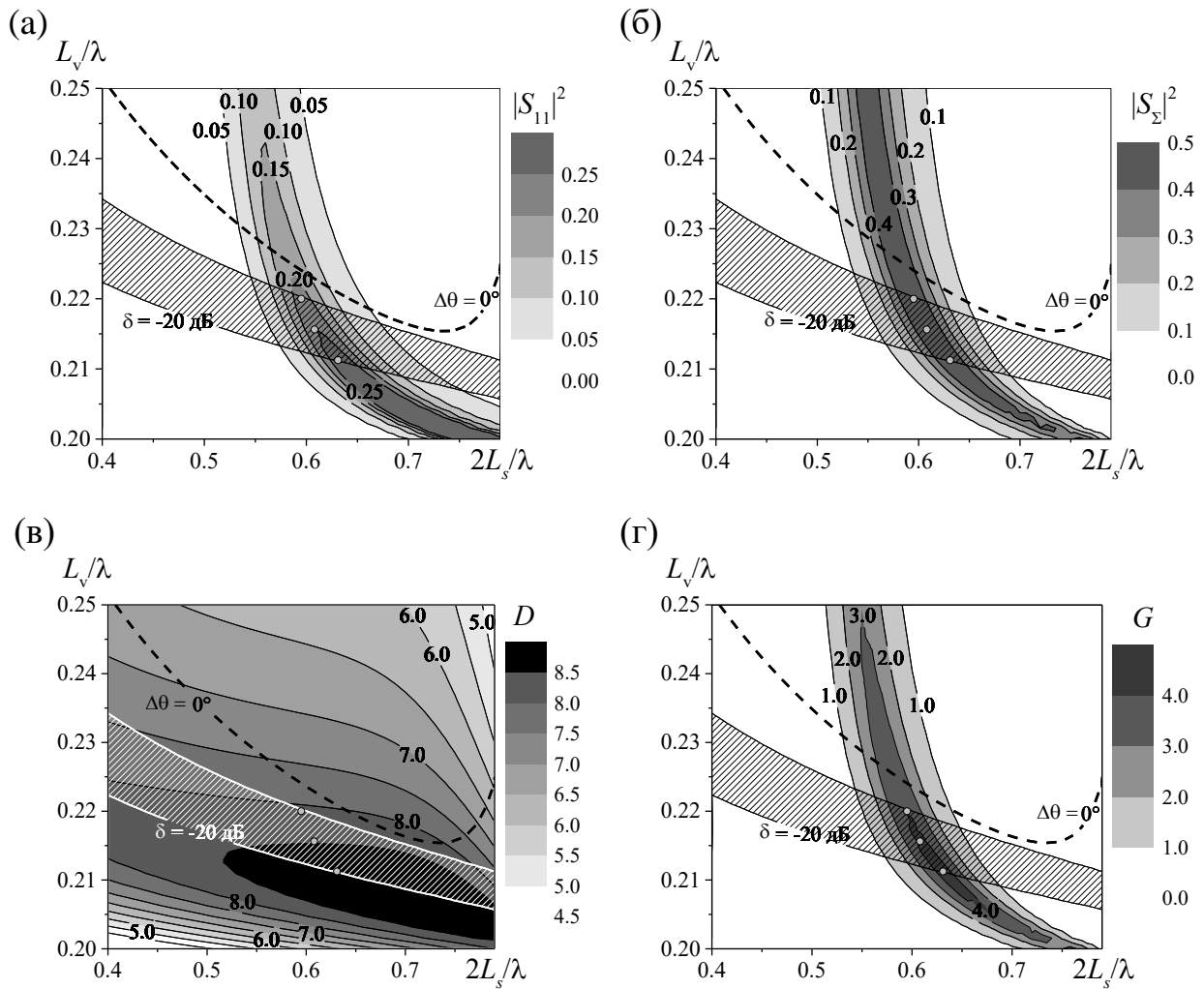


Рис. 2.28 Залежності коефіцієнтів відбиття $|S_{11}|$ (а), випромінювання $|S_\Sigma|^2$ (б), D (в) і G (г) від електричної довжини щілини й монополів при $\bar{Z}_s = 0,1i$

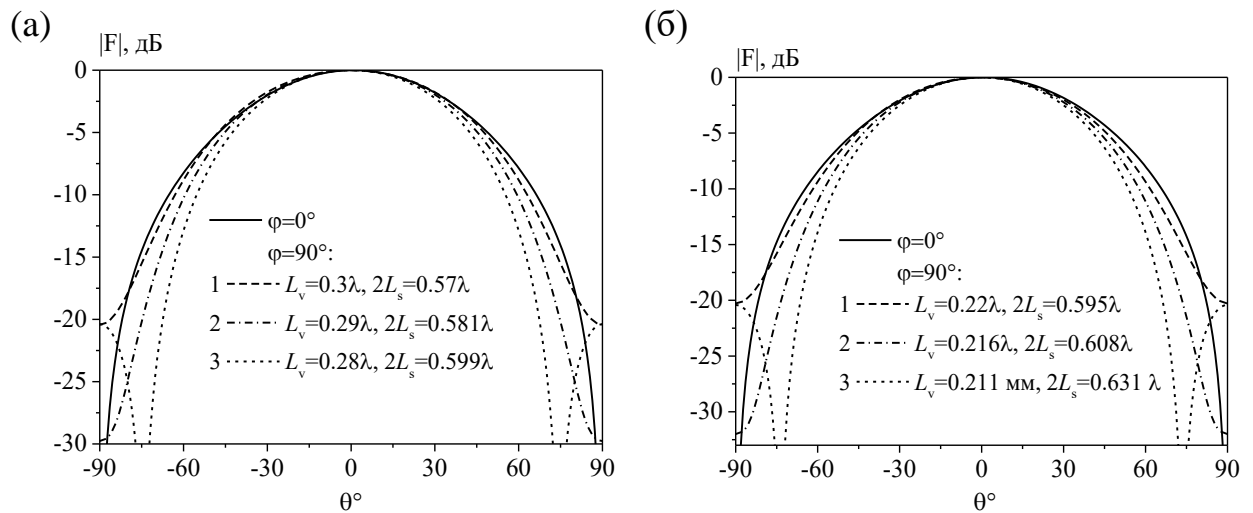


Рис. 2.29 ДС ($|F|$) випромінювача Клевїна в площинах $\varphi = 0^\circ$ (суцільні лінії) і $\varphi = 90^\circ$: (а) – $\bar{Z}_s = 0$; (б) – $\bar{Z}_s = 0,1i$

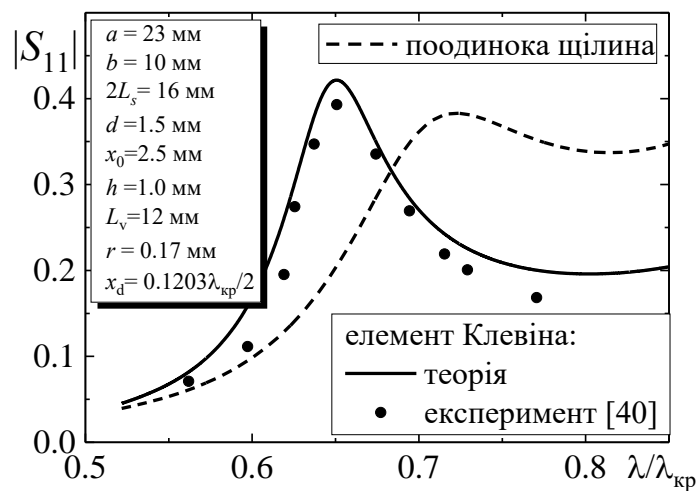


Рис. 2.30 Діапазонні залежності коефіцієнта відбиття випромінювача Клевїна ($\lambda_{кр}$ – критична довжина H_{10} -хвилі)

Узагальнюючи отримані результати моделювання, не можна не відзначити, що оптимальна ДС комбінованої вібраторно-щілинної структури може бути реалізована тільки при досить малому коефіцієнті випромінювання, оскільки компенсація в дальній зоні поля випромінювання щілини (уздовж площини) дифракційними полями вібраторів одночасно супроводжується придушенням власного поля в щілині. З іншого боку, зменшення впливу вібраторів (за рахунок зміни їх геометричних або електрофізичних параметрів) на щілину, що підвищує

її випромінюючу здатність, порушує умови одержання оптимальної форми ДС. При цьому для комбінованого випромінювача, який у будь-якому разі залишається по своїй фізичній суті у хвилеводі навантаженому щілинною неоднорідністю, збільшення коефіцієнта випромінювання буде приводити й до зростання величини коефіцієнта відбиття. Подолати це протиріччя й одержати випромінюючу структуру з оптимальною ДС, з високим коефіцієнтом випромінювання й малим коефіцієнтом відбиття можливо (згідно з результатами, наведеними у попередніх підрозділах) при розташуванні усередині хвилеводу додаткового вібраторного настроювального елемента [175]. Зрозуміло, що в цьому випадку максимальний коефіцієнт випромінювання буде спостерігатися на частоті, близькій до частоти, на якій виконується умова $\arg S_{11} = 0$, де S_{11} визначається виразом (2.43).

2.5 Вібраторно-щілинний випромінювач на основі поздовжньої щілини з настроювальним монополем усередині хвилеводу (числові результати)

На Рис. 2.31 наведено енергетичні коефіцієнти випромінювача Клевіна на основі поздовжньої щілини в широкій стінці прямокутного хвилеводу з вібратором усередині хвилеводу залежно від параметрів монополя x_{0v} , L_v , розташованого усередині хвилеводу паралельно його вузьким стінкам у площині $\{x_0y\}$ (Рис. 2.19). Параметри випромінювача такі: $a \times b = 23 \times 10 \text{ мм}^2$, $h = 1 \text{ мм}$, $\lambda = 32 \text{ мм}$, $2L_s = 16 \text{ мм}$, $d = 1,5 \text{ мм}$, $x_0 = 2,5 \text{ мм}$, $r = 0,17 \text{ мм}$, $L_v = 0,3125\lambda$, $x_d = 0,086\lambda$, радіус монополя, розташованого у хвилеводі, $r_v = 0,25 \text{ мм}$.

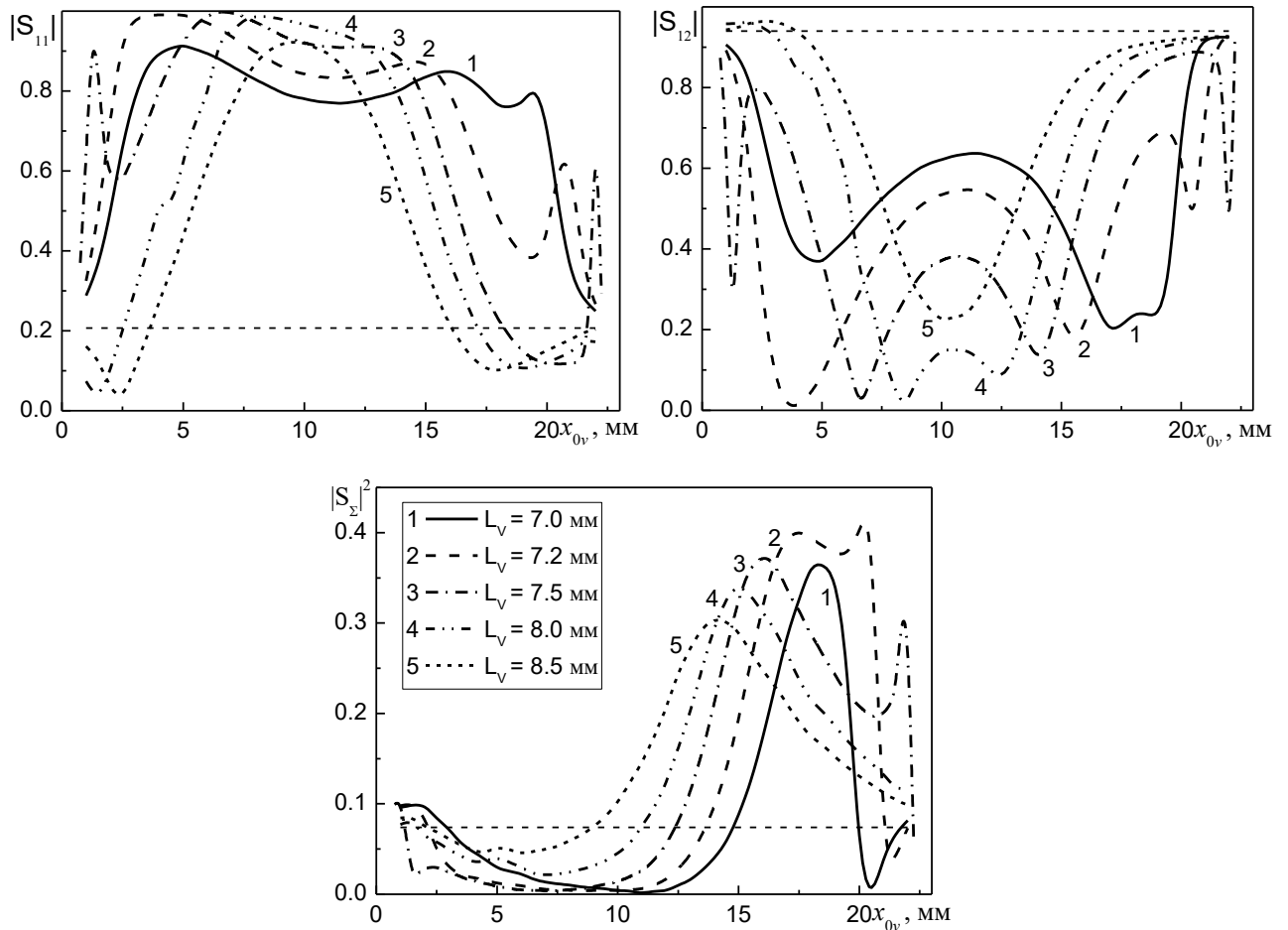


Рис. 2.31 Коефіцієнти відбиття $|S_{11}|$, проходження $|S_{12}|$ й випромінювання $|S_{\Sigma}|^2$ елемента Клевіна залежно від розташування монополя x_{0v} усередині хвилеводу при різних довжинах монополя L_v : 1 – $L_v = 7$ мм; 2 – $L_v = 7,2$ мм; 3 – $L_v = 7,5$ мм; 4 – $L_v = 8,0$ мм; 5 – $L_v = 8,5$ мм; пунктирні лінії відображають значення відповідних коефіцієнтів у випадку порожнього хвилеводу

У п. 2.4.3.1 було показано, що випромінювач зазначеної геометрії на $\lambda = 32$ мм формує оптимальні ДС із однаковою шириною в E - і H -площинах, але при цьому у випадку порожнього хвилеводу має місце низький коефіцієнт випромінювання $|S_{\Sigma}|^2 = 0,074$ при досить високому рівні коефіцієнта проходження. Як і слід було сподіватися, розташування усередині хвилеводу монополя (при певній його довжині L_v й зсуві x_{0v} щодо стінки хвилеводу) дозволяє суттєво змінити таке співвідношення енергетичних характеристик.

Результати розрахунків також показали, що пасивний монополь впливає на щілину, знаходячись безпосередньо в області хвилеводу під її апертурою. При цьому позначається загальна електродинамічна властивість тонких вібраторів: відсутність випромінювання (розсіювання) у напрямку їх поздовжніх осей. Причому, чим довший монополь, тим меншим є здійснюваний вплив на щілину. Як видно з Рис. 2.31 в інтервалі $1,75 \text{ мм} \leq x_{0v} \leq 3,25 \text{ мм}$ монополь довжиною $L_v = 8,5 \text{ мм}$ несуттєво зменшує величину коефіцієнта $|S_{12}|$ випромінювача: у межах $\approx 5\%$. Однак, покращує узгодження випромінювача із хвилеводом практично в 10 раз. Спостережуваний ефект є важливим для використання комбінованих випромінювачів у багатoelementних антенних лінійних решітках значних розмірів (порядку сотень λ), наприклад, що використовуються на космічних апаратах.

Просторовий поділ щілини й монополя усередині хвилеводу дозволяє значно збільшити коефіцієнт випромінювання, зберігши характеристики спрямованості випромінювача Клевіна. Так, для монополя з параметрами $L_v = 7,2 \text{ мм}$, $x_{0v} = 17,5 \text{ мм}$ коефіцієнт випромінювання збільшується до $|S_\Sigma|^2 = 0,4$ (Рис. 2.31). У цьому випадку наявність додаткової неоднорідності у хвилеводі (у вигляді монополя) приводить до збільшення коефіцієнта відбиття (щодо ізольованої резонансної щілини) до рівня $|S_{11}| = 0,55$.

У цілому, розрахунки підтверджують можливість ефективного керування енергетичними коефіцієнтами випромінювача Клевіна шляхом введення у хвилевід настроювального імпедансного монополя. Однак, багатопараметричне настроювання випромінювача в резонанс, якого важко досягти експериментально, залишається окремою проблемою. У наступному розділі це питання обговорюється більш докладно для випадку поперечного положення щілини щодо поздовжньої осі хвилеводу, коли коефіцієнт випромінювання $|S_\Sigma|^2$ може бути значно збільшений у порівнянні з аналізованим випадком поздовжнього розташування щілини, як показано в [15].

2.6 Вібраторно-щілинний випромінювач на основі поперечної щілини з імпедансними монополями

2.6.1 Постановка задачі й вихідні рівняння в загальному випадку

Розглянемо електродинамічну задачу для випромінюючої структури з елементом Клевіна й поперечною щілиною, прорізаною в широкій стінці прямокутного хвильоводу симетрично щодо його поздовжньої осі (Рис. 2.32). Тут $2L_1 = 2L_2 = 2L_v = 2L$ – довжини зовнішніх вібраторів, розташованих на однакових відстанях $x_{d1} = x_{d2} = x_d = \Delta z$ від поздовжньої осі щілини, $2L_4 = 2L_0$ – довжина вібратора усередині хвильоводу, зсув поздовжньої осі якого уздовж напрямку $\{0x\}$ становить $x_{0v} = x_0 = a/2$, а уздовж напрямку осі $\{0z\}$ є z_0 . Імпеданс вібратора, розташованого усередині хвильоводу, $\bar{Z}_{s4}(s_4) = \bar{Z}_{sv}(s_0) = 2\pi r_v z_{iv}(s_0) / Z_0$. Довжина щілини дорівнює $2L_3 = 2L_{sl}$, її ширина (як і раніше) – d , центр щілини розташований у точці $z = 0$ на відстані $x_{0sl} = a/2$ від вузької стінки хвильоводу. При цьому введено перепозначення: $s_3 = s$, $s_4 = s_0$. Хвильовід і півпростір над площиною характеризуються як просторові області з повітряним заповненням.

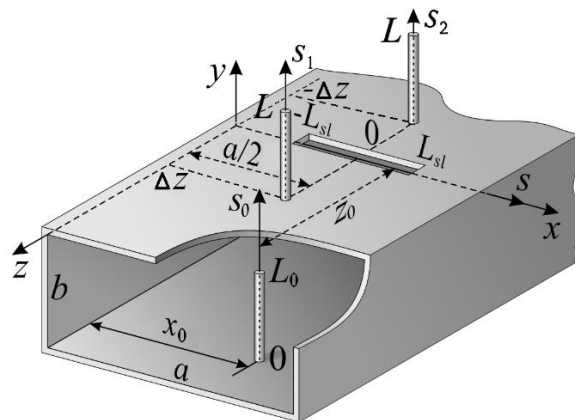


Рис. 2.32 Геометрія хвильовідної вібраторно-щілинної структури

Відзначимо, що при аналізі такої структури відсутня необхідність урахування антисиметричної складової струму в щілині ($J_{0sl}^a(s) = 0$), оскільки

конструкція хвильовідного випромінювача є симетричною щодо вектора поля збудження. У зв'язку із цим система рівнянь (2.32) трохи спрощується

$$\begin{cases} J_{0v}Z_v^\Sigma + J_{0v}Z_{vv} + J_{0sl}Z_c = 0, \\ J_{0sl}Z_{sl}^{s\Sigma} - J_{0v}Z_c + J_{0v}Z_{wg} = -\frac{i\omega}{2k}H_{sl}^s, \\ J_{0v}Z_v^\Sigma - J_{0sl}Z_{wg} = -\frac{i\omega}{2k}E_v, \end{cases} \quad (2.50)$$

і в ній через зміну орієнтації щілини змінюються наступні коефіцієнти:

$$Z_{sl}^{s\Sigma} = \frac{8\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots} \sum_{n=0,1,\dots} \frac{\varepsilon_n k e^{-k_z \frac{d_e}{4}}}{k_z (k^2 - k_x^2)} \left[\sin kL_{sl} \cos k_x L_{sl} - \frac{k}{k_x} \cos kL_{sl} \sin k_x L_{sl} \right]^2 +$$

$$+ (\text{Si}4kL_{sl} - i\text{Cin}4kL_{sl}) - 2 \cos kL_{sl} \left[\begin{aligned} & 2(\sin kL_{sl} - kL_{sl} \cos kL_{sl}) \\ & \times \left(\ln \frac{16L_{sl}}{d_e} - \text{Cin}2kL_{sl} - i\text{Si}2kL_{sl} \right) + \sin 2kL_{sl} e^{-ikL_{sl}} \end{aligned} \right],$$

$$Z_{wg} = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots} \sum_{n=0,1,\dots} \frac{\varepsilon_n k \tilde{k}_v e^{-k_z z_0}}{i(k^2 - k_x^2)(\tilde{k}_v^2 - k_y^2)} \sin k_x x_0 \times$$

$$\times \left[\sin \tilde{k}_v L_0 \cos k_y L_0 - (\tilde{k}_v / k_y) \cos \tilde{k}_v L_0 \sin k_y L_0 \right] \left[\sin kL_{sl} \cos k_x L_{sl} - \frac{k}{k_x} \cos kL_{sl} \sin k_x L_{sl} \right],$$

$$Z_v^\Sigma = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1} \sum_{n=0} \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_v^2}{k k_z (\tilde{k}_v^2 - k_y^2)^2} e^{-k_z r_v} \left[\sin \tilde{k}_v L_0 \cos k_y L_0 - \frac{\tilde{k}_v}{k_y} \cos \tilde{k}_v L_0 \sin k_y L_0 \right]^2 \sin^2 k_x x_0 -$$

$$- \frac{i}{r_v} \int_0^{L_0} (\cos \tilde{k}_v s_0 - \cos \tilde{k}_v L_0) \bar{Z}_{sv}(s_0) ds_0,$$

$$H_{sl}^s = \frac{2H_0}{k} (\sin kL_{sl} - kL_{sl} \cos kL_{sl}), \quad E_v = \frac{2kH_0}{k_g \tilde{k}_v} e^{-ik_g z_0} \sin \frac{\pi}{a} x_0 (\sin \tilde{k}_v L_0 - \tilde{k}_v L_0 \cos \tilde{k}_v L_0).$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2.50) знаходимо невідомі амплітуди струмів в елементах структури, які дозволяють визначити коефіцієнти відбиття й проходження у хвильоводі вібраторно-щілинного випромінювача (S_{11} і S_{12} – відповідно) згідно з наступними виразами:

$$S_{11} = \frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ \frac{2k_g^2}{k} \tilde{J}_{0sl} f(kL_{sl}) - \frac{kk_g}{\tilde{k}_v} \tilde{J}_{0v} \sin(\pi x_0 / a) e^{-ik_g z_0} f(\tilde{k}_v L_0) \right\} e^{2ik_g z},$$

$$S_{12} = 1 + \frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ \frac{2k_g^2}{k} \tilde{J}_{0sl} f(kL_{sl}) + \frac{kk_g}{\tilde{k}_v} \tilde{J}_{0v} \sin(\pi x_0 / a) e^{-ik_g z_0} f(\tilde{k}_v L_0) \right\}, \quad (2.51)$$

де $\tilde{J}_{0v} = \frac{2ik_1}{\omega} J_{0v}$, $\tilde{J}_{0sl} = \frac{2ik}{\omega} J_{0sl}^s$, а також $f(kL_{sl}) = \sin kL_{sl} - kL_{sl} \cos kL_{sl}$ і $f(\tilde{k}_v L_0) = \sin \tilde{k}_v L_0 - \tilde{k}_v L_0 \cos \tilde{k}_v L_0$.

2.6.2 Умови резонансного випромінювання структури з елементом Клевїна й поперечною щілиною

Зрозуміло, що використовуючи вирази (2.51), можна коректно моделювати діапазонні залежності енергетичних коефіцієнтів комбінованого випромінювача. На підставі аналізу екстремумів цих залежностей можуть бути встановлені умови резонансного випромінювання для розглянутої структури. Однак визначення цих умов (при переборі досить великої кількості параметрів електродинамічної задачі) пов'язано зі значними труднощами. Альтернативним підходом є одержання умов у вигляді аналітичних співвідношень. Припускаючи, що керування резонансним випромінюванням структури реалізується за допомогою зміни величини імпедансу вібратора усередині хвилеводу, такі співвідношення можуть бути отримані на основі розв'язку системи рівнянь (2.50).

Методом послідовного виключення невідомих систему рівнянь (2.50) не важко привести до одного рівняння відносно J_{0sl}^s :

$$J_{0sl}^s \left(Z_{sl}^{s\Sigma} - \frac{Z_c^2}{Z_v^\Sigma + Z_{vv}} + \frac{Z_{wg}^2}{Z_v^\Sigma} \right) = -\frac{i\omega}{2k} \left(H_{sl}^s + \frac{E_v Z_{wg}}{Z_v^\Sigma} \right). \quad (2.52)$$

Якщо сумарний співмножник, що стоїть усередині дужок у лівій частині рівняння (2.52), інтерпретувати як загальну провідність щілини, то відому з теорії щілин [84] резонансну умову можна записати в такому вигляді:

$$\operatorname{Im}\left(Z_{sl}^{s\Sigma} - \frac{Z_c^2}{Z_v^\Sigma + Z_{vv}} + \frac{Z_{wg}^2}{Z_v^\Sigma}\right) = 0. \quad (2.53)$$

Враховуючи, що доданки $Z_{sl}^{s\Sigma}$ й $\frac{Z_c^2}{Z_v^\Sigma + Z_{vv}}$ не містять залежностей від величини імпедансу $\bar{Z}_{sv}(s_0)$, співвідношення (2.53) запишемо в наступному вигляді:

$$\operatorname{Im}\left(\frac{Z_{wg}^2}{Z_v^\Sigma}\right) = -P_1 + P_2, \quad (2.54)$$

$$\text{де } P_2 = \operatorname{Im}\left(\frac{Z_c^2}{Z_v^\Sigma + Z_{vv}}\right),$$

$$P_1 = \operatorname{Im}(Z_{sl}^{s\Sigma}) = -\frac{8\pi}{ab} \frac{k \cos\left(\frac{d_e}{4} \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}\right)}{\left(k^2 - (\pi/a)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \left[\sin kL_{sl} \cos\left(\frac{\pi L_{sl}}{a}\right) - \frac{2a}{\lambda} \cos kL_{sl} \sin k_x L_{sl} \right] -$$

$$- \left[\operatorname{Cin} 4kL_{sl} - 2\left(\sin(2kL_{sl}) - 2kL_{sl} \cos^2 kL_{sl}\right) \operatorname{Si} 2kL_{sl} + \sin^2 2kL_{sl} \right].$$

Далі одержимо вирази для Z_{wg} і Z_v^Σ у вигляді $Z_{wg} = RD + i \cdot JD$ і $Z_v^\Sigma = RDz + i \cdot JDz$, де будуть виділені реальні й уявні частини в явному вигляді. При цьому будемо вважати, що імпеданс вібратора $\bar{Z}_{sv}(s_0) = i\bar{X}_{sv}$ є суто реактивною постійною величиною. Таке припущення не обмежує загальності задачі, оскільки на практиці керуючий вібраторний елемент не повинен вносити втрати у випромінюючу структуру. А, отже, реальна частина його імпедансу повинна бути дуже малою. Тоді з урахуванням реального значення параметра $\tilde{k}_v = k - \alpha 2\pi \bar{X}_{sv}$, де $\alpha = -1/\Omega_v$ – малий параметр, маємо:

$$RD = \frac{4\pi}{ab\tilde{k}_v} \frac{k \sin\left(z_0 \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}\right)}{k^2 - (\pi/a)^2} f(\tilde{k}_v L_0) \times$$

$$\times \left[\sin kL_{sl} \cos\left(\frac{\pi L_{sl}}{a}\right) - \frac{2a}{\lambda} \cos kL_{sl} \sin \frac{\pi L_{sl}}{a} \right], \quad (2.55a)$$

$$\begin{aligned}
JD = & -\frac{4\pi}{ab\tilde{k}_v} \frac{k \cos\left(z_0 \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}\right)}{k^2 - (\pi/a)^2} f(\tilde{k}_v L_0) \times \\
& \times \left[\sin k L_{sl} \cos\left(\frac{\pi L_{sl}}{a}\right) - \frac{2a}{\lambda} \cos k L_{sl} \sin \frac{\pi L_{sl}}{a} \right] - \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_n k \tilde{k}_v e^{-k_z z_0}}{(k^2 - k_x^2)(\tilde{k}_v^2 - k_y^2)} \times \\
& \times \left[\sin \tilde{k}_v L_0 \cos k_y L_0 - (\tilde{k}_v / k_y) \cos \tilde{k}_v L_0 \sin k_y L_0 \right] \left[\begin{aligned} & \sin k L_{sl} \cos k_x L_{sl} - \\ & - \frac{k}{k_x} \cos k L_{sl} \sin k_x L_{sl} \end{aligned} \right],
\end{aligned} \quad (2.55б)$$

$$\begin{aligned}
RDz = & \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_v^2}{k k_z (\tilde{k}_v^2 - k_y^2)^2} e^{-k_z r_v} \left(\begin{aligned} & \sin \tilde{k}_v L_0 \cos k_y L_0 - \\ & - \frac{\tilde{k}_v}{k_y} \cos \tilde{k}_v L_0 \sin k_y L_0 \end{aligned} \right)^2
\end{aligned} \quad (2.55в)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4\pi}{ab\tilde{k}_v^2} \frac{k \sin\left(r_v \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}\right)}{\sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}} f^2(\tilde{k}_v L_0) + \frac{\bar{X}_{sv}}{\tilde{k}_v^3 r_v} f(\tilde{k}_v L_0), \\
JDz = & \frac{4\pi}{ab\tilde{k}_v^2} \frac{k \cos\left(r_v \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}\right)}{\sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}} f^2(\tilde{k}_v L_0).
\end{aligned} \quad (2.55г)$$

Відмітимо, що в (2.55б) і (2.55в) підсумовування проводиться тільки по непарних індексах m . Неважко переконатися, що має місце рівність

$$\operatorname{Im}\left(\frac{Z_{Wg}^2}{Z_v^2}\right) = \frac{2RD \cdot JD \cdot RDz - JDz \cdot \left[(RD)^2 - (JD)^2\right]}{(RDz)^2 - (JDz)^2}.$$

Тоді:

$$\frac{2RD \cdot JD \cdot RDz - JDz \cdot \left[(RD)^2 - (JD)^2\right]}{(RDz)^2 - (JDz)^2} = P_2 - P_1. \quad (2.56)$$

Тотожність (2.56) є параметричним рівнянням щодо дійсної невідомої \bar{X}_{sv} . Оскільки (2.56) має тільки дійсні коефіцієнти, а невідома обмежена інтервалом $-0,35 < \bar{X}_{sv} < 0,35$ (на підставі умови коректності застосування імпедансної концепції [1]), рівняння піддається ефективному числовому розв'язанню.

Проаналізуємо отримані співвідношення з метою з'ясування можливості наближеного аналітичного розв'язання поставленої задачі в окремих випадках (при конкретизації вибору параметрів вібраторно-щілинної структури). Насамперед, не втрачаючи фізичної коректності, з урахуванням уведення обмежень для відстані між щілиною й керуючим монополем: $z_0 \gg r_v$, $z_0 \gg d$, $z_0 > 0,1\lambda$, можна багатомодову взаємодію між щілинним і вібраторним елементами моделювати в наближенні тільки основної моди. У цьому випадку (2.55б) приймає такого вигляду:

$$JD \approx -\frac{4\pi}{ab\tilde{k}_v} \frac{k \cos\left(z_0 \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}\right)}{k^2 - (\pi/a)^2} f(\tilde{k}_v L_0) \times \\ \times \left[\sin kL_{sl} \cos\left(\frac{\pi L_{sl}}{a}\right) - \frac{2a}{\lambda} \cos kL_{sl} \sin \frac{\pi L_{sl}}{a} \right]. \quad (2.57)$$

Далі, розглядаючи вирази (2.55а) і (2.57) неважко помітити, що при виконанні умови $z_0 \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2} = \frac{\pi}{2}$ значення уявної частини $JD=0$, а величина реальної частини буде визначатися як

$$RD = \frac{4\pi}{ab\tilde{k}_v} \frac{k f(\tilde{k}_v L_0)}{k^2 - (\pi/a)^2} \left[\sin kL_{sl} \cos\left(\frac{\pi L_{sl}}{a}\right) - \frac{2a}{\lambda} \cos kL_{sl} \sin \frac{\pi L_{sl}}{a} \right]. \quad (2.58)$$

При таких припущеннях одержуємо

$$\text{Im}\left(\frac{Z_{wg}^2}{Z_v^\Sigma}\right) = \text{Im}\left(\frac{RDz \cdot (RD)^2 - iJDz \cdot (RD)^2}{(RDz)^2 - (JDz)^2}\right) = -\frac{JDz \cdot (RD)^2}{(RDz)^2 - (JDz)^2}. \quad (2.59)$$

Далі проаналізуємо чисельник виразу (2.59)

$$JDz \cdot (RD)^2 = \left(\frac{4\pi}{ab}\right)^3 \frac{k^3 \cos\left(r_v \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}\right)}{\tilde{k}_v^4 \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}} f^4(\tilde{k}_v L_0) \times \\ \times \left[\sin kL_{sl} \cos\left(\frac{\pi L_{sl}}{a}\right) - \frac{2a}{\lambda} \cos kL_{sl} \sin \frac{\pi L_{sl}}{a} \right]^2 \quad (2.60)$$

з урахуванням фіксації довжини монополя $L_0 = \lambda/4$, а також малості параметра $\alpha \ll 1$. Тоді, нехтуючи додатками, пропорційними α^2 , одержуємо для співмножників в (2.60) такі вирази:

$$\begin{aligned}\tilde{k}_V^4 &\approx k^3 \left(k - \alpha 8\pi \bar{X}_{SV} \right), \sin \tilde{k}_V L_0 \approx \sin k L_0 + \alpha 2\pi L_0 \bar{X}_{SV} \cos k L_0 \Big|_{L_0=\lambda/4} = 1, \\ \cos \tilde{k}_V L_0 &\approx \cos k L_0 - \alpha 2\pi L_0 \bar{X}_{SV} \sin k L_0 \Big|_{L_0=\lambda/4} = -\alpha 2\pi L_0 \bar{X}_{SV},\end{aligned}\quad (2.61)$$

$$\left(\sin \tilde{k}_V L_0 - \tilde{k}_V L_0 \cos \tilde{k}_V L_0 \right) \approx 1 + \alpha \frac{\pi^3}{2} \bar{X}_{SV}, \left(\sin \tilde{k}_V L_0 - \tilde{k}_V L_0 \cos \tilde{k}_V L_0 \right)^4 \approx 1 + \alpha 2\pi^3 \bar{X}_{SV}.$$

Увівши позначення $RDz = RDz(\bar{X}_{SV})$ і $JDz = JDz(\bar{X}_{SV})$, на підставі виразів (2.54) і (2.60) одержуємо:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{SV} = & -\frac{1}{2\alpha\pi^3} + \left(\frac{ab}{4\pi} \right)^3 \frac{(k - \alpha 8\pi \bar{X}_{SV}) \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}}{2\alpha\pi^3 \cos\left(r_V \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}\right)} \times \\ & \times \frac{(P_1 - P_2) \left[(RDz(\bar{X}_{SV}))^2 - (JDz(\bar{X}_{SV}))^2 \right]}{\left[\sin k L_{sl} \cos\left(\frac{\pi L_{sl}}{a}\right) - \frac{2a}{\lambda} \cos k L_{sl} \sin \frac{\pi L_{sl}}{a} \right]^2}.\end{aligned}\quad (2.62)$$

Оскільки $\tilde{k}_V = k - \alpha 2\pi \bar{X}_{SV}$, природнім методом розв'язання рівняння (2.62) є метод послідовних ітерацій [1], при яких величина \bar{X}_{SV} , знайдена в попередній ітерації, підставляється в праву частину рівняння й дозволяє знайти уточнене значення невідомого імпедансу. При цьому нульове наближення буде мати такий вигляд:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{SV_0} = & -\frac{1}{2\alpha\pi^3} + \left(\frac{ab}{4\pi} \right)^3 \frac{k \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}}{2\alpha\pi^3 \cos\left(r_V \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}\right)} \times \\ & \times \frac{(P_1 - P_2) \left[(RDz(0))^2 - (JDz(0))^2 \right]}{\left[\sin k L_{sl} \cos\left(\frac{\pi L_{sl}}{a}\right) - \frac{2a}{\lambda} \cos k L_{sl} \sin \frac{\pi L_{sl}}{a} \right]^2},\end{aligned}\quad (2.63)$$

де

$$RD_z(0) = \frac{8\pi}{ab} \sum_{m=1,3,..}^{\infty} \sum_{n=1,2,..}^{\infty} \frac{k}{k_z(k^2 - k_y^2)} e^{-k_z r_V} \left(\sin kL_0 \cos k_y L_0 - \frac{k}{k_y} \cos kL_0 \sin k_y L_0 \right)^2$$

$$- \frac{4\pi}{abk^2} \frac{k \sin \left(r_V \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2} \right)}{\sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}} f^2(kL_0),$$

$$JD_z(0) = \frac{4\pi}{abk} \frac{\cos \left(r_V \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2} \right)}{\sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}} f^2(kL_0).$$

Висновки до розділу 2

Уперше розв'язано задачі збудження та випромінювання електромагнітних полів поперечною та поздовжньою щілинами в широкій стінці прямокутного хвилеводу, усередині й зовні якого розташовано імпедансні вібратори (монополі), з урахуванням повної взаємодії між усіма елементами вібраторно-щілинних структур. Особливостями розв'язання задач є використання в методі наведених ЕМРС для визначення розподілу електричних і магнітних струмів на елементах структур розв'язків, попередньо отриманих асимптотичним методом усереднення та врахування змінного вздовж вібраторів поверхневого імпедансу.

У випадку поперечної щілини в широкій стінці прямокутного хвилеводу, усередині якого розташовано два імпедансних монополі, вперше:

- виявлено, що при розташуванні монополів безпосередньо під щілиною, вони практично не впливають на коефіцієнт випромінювання структури, в той же час вібратори з різними значеннями поверхневого імпедансу або з різними розподілами імпедансу вздовж них дозволяють оптимізувати вхідне узгодження випромінювача або отримати високочастотні резонанси відбиття від структури на заданій довжині хвилі, за допомогою чого можна реалізувати однобічну фільтрацію сигналу.

- визначено умови реалізації максимального коефіцієнта випромінювання, близького до одиниці, який спостерігається при зміщенні осі одного з вібраторів

відносно осі щілини на величину кратну $z_0 = \lambda_G / 2$ та забезпеченні близьких значень резонансних частот щілини й вібратора, що реалізується при використанні монополів зі змінними уздовж них індуктивними імпедансами.

- виявлено що зміщення монополя у площині поперечного перерізу хвилеводу при $z_0 = \lambda_G / 2$ зумовлює зміну ширини смуги частотної залежності коефіцієнта випромінювання структури яка змінюється майже втричі при незначній (біля 5 %) зміні максимального значення коефіцієнта випромінювання.

Узагальненим методом наведених ЕМРС розв'язано задачі з визначення струмів в елементах хвилевідних комбінованих вібраторно-щілинних структур, які містять два монополі, в загальному випадку зі змінним уздовж них поверхневим імпедансом, розміщені поза хвилеводом по обидва боки щілини, на певній відстані від неї, які дозволяють сформувати поля випромінювання, як у випадку випромінювача Клевіна. Для таких структур вперше:

- визначено оптимальні параметри випромінювача (L_v , x_d , \bar{Z}_s) при випромінюванні у півпростір над нескінченною площиною для одержання ДС із однаковою шириною в E - і H -площинах, ДС із найбільш низьким рівнем бічного випромінювання, для забезпечення максимально близьких за шириною ДС в E - і H -площинах при заданому рівні бічного випромінювання;

- показано, що оптимальна ДС випромінювача Клевіна з напівхвильовою щілиною може бути реалізована тільки при досить малому коефіцієнті випромінювання $|S_\Sigma|^2 < 0,1$, оскільки компенсація в дальній зоні поля випромінювання щілини (уздовж площини) дифракційними полями вібраторів одночасно супроводжується придушенням власного поля в щілині;

- визначено, що підвищити коефіцієнт випромінювання структури з поздовжньою щілиною до $|S_\Sigma|^2 \approx 0,4 \div 0,49$ при збереженні подібних ДС в E - і H -площинах дозволяє збільшення довжини щілини на (15-20) % у порівнянні з її резонансною довжиною при відповідній зміні довжин вібраторів та розташування усередині хвилеводу додаткового імпедансного вібраторного настроювального елемента.

– вперше отримано рівняння параметричного типу щодо визначення реактивного імпедансу настроювального монополя всередині хвилеводу для структури з поперечною щілиною, при якому забезпечується резонансний режим випромінювання структури та побудовано наближений аналітичний розв'язок такого рівняння в окремому випадку.

Результати цього розділу опубліковані в роботах автора [1–3, 5–7, 9, 14–18, 31, 38–41]

РОЗДІЛ 3

ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ У ХВИЛЕВІДНИХ ЗЧЛЕНУВАННЯХ З ВІБРАТОРНО-ЩІЛИННИМИ СТРУКТУРАМИ В ОБЛАСТІ ЗВ'ЯЗКУ, ДІЕЛЕКТРИЧНИМИ ВСТАВКАМИ Й ІМПЕДАНСНИМИ ПОВЕРХНЯМИ

3.1 Е-площинне зчленування рівнорозмірних хвильоводів із двоелементною вібраторно-щілинною структурою

У цей час різноманітні E - і H -площинні зчленування хвильовідних трактів знаходять широке застосування в антенно-хвильовідній техніці НВЧ і крайвисокочастотних (КВЧ) діапазонів радіохвиль [203–208]. Для зміни електродинамічних характеристик зчленувань використовуються як індуктивні і ємнісні діафрагми (в основному з метою поліпшення узгодження в магістральному хвильоводі) [209, 210], так і резонансні металеві стрижні (монополі), що не перегороджують повністю поперечний переріз хвильоводу [210, 211]. Однак у перелічених й інших публікаціях за цією тематикою монополі передбачаються ідеально провідними й розташованими симетрично щодо стінок хвильоводів в області зв'язку. У цьому підрозділі узагальненим методом наведених ЕМРС розв'язано задачу про зв'язок через резонансну щілину нескінченного прямокутного хвильоводу, у якому розміщено несиметричний імпедансний вібратор, і напівнескінченного хвильоводу, торець якого характеризується імпедансним (у загальному випадку магнітодіелектричним) покриттям. В одномодовому режимі роботи хвильоводів досліджено енергетичні характеристики E -площинного Т-подібного зчленування запропонованої конструкції для оцінки можливостей використання імпедансних покриттів як керуючих елементів немеханічного типу.

3.1.1 Постановка задачі й розв'язання інтегральних рівнянь для струмів

Нехай у порожнистому нескінченному прямокутному хвилеводі з ідеально провідними стінками (індекс області $Wg1$), де в площині поперечного перерізу з розмірами $\{a \times b\}$ паралельно вузьким стінкам розташовано тонкий несиметричний вібратор (монополь) з радіусом r і довжиною L_v ($r/2L_v \ll 1$, $r/\lambda \ll 1$, λ – довжина хвилі у вільному просторі) зі змінним поверхневим імпедансом, з області $z = -\infty$ падає хвиля основного типу H_{10} . У широкій стінці хвилеводу товщиною h ($h/\lambda \ll 1$) симетрично щодо його поздовжньої осі прорізана вузька поперечна щілина шириною d й довжиною $2L_{sl}$ ($d/(2L_{sl}) \ll 1$, $d/\lambda \ll 1$), що випромінює в напівнескінченний прямокутний хвилевід, торець якого має імпедансне покриття (індекс області $Wg2$). Зсув вібратора в площині поперечного перерізу магістрального хвилеводу становить x_0 , а щілини в торці бічного хвилеводу – $y'_0 = y_0$. Відстань між осями вібратора й щілини дорівнює z_0 (Рис. 3.1).

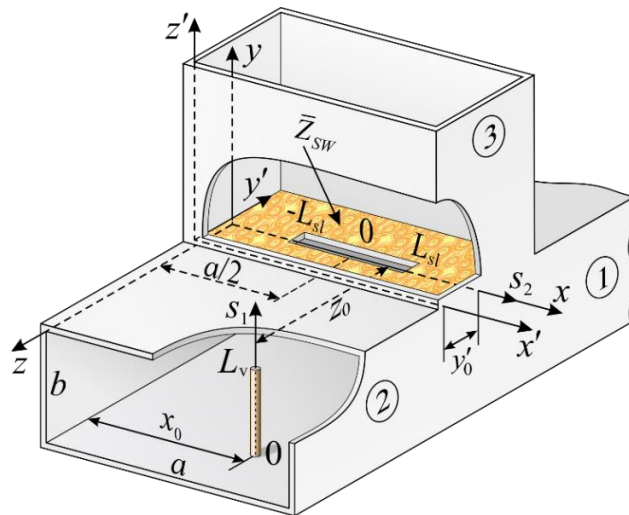


Рис. 3.1 Геометрія структури й прийняті позначення

Вихідна система інтегральних рівнянь щодо електричного струму у вібраторі $J_v(s_1)$ й еквівалентного магнітного струму в щілині $J_{sl}(s_2)$ при

залежності електромагнітних полів від часу t як $e^{i\omega t}$ (ω – кругова частота) буде мати такий вигляд:

$$\left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k^2\right) \int_{-L_v}^{L_v} J_v(s'_1) G_{s_1}^{Wg1}(s_1, s'_1) ds'_1 - ik \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} J_{sl}(s'_2) \tilde{G}_{s_2}^{Wg1}(s_1, s'_2) ds'_2 =$$

$$= -i\omega E_{0s_1}(s_1) + i\omega z_i(s_1) J_v(s_1), \quad (3.1a)$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k^2\right) \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} J_{sl}(s'_2) \left[G_{s_2}^{Wg1}(s_2, s'_2) + G_{s_2}^{Wg2}(s_2, s'_2) \right] ds'_2 - ik \int_{-L_v}^{L_v} J_v(s'_1) \tilde{G}_{s_1}^{Wg1}(s_2, s'_1) ds'_1 = -i\omega H_{0s_2}(s_2). \quad (3.1b)$$

Тут s_1 і s_2 – локальні координати, пов'язані з осями вібратора й щілини відповідно; $z_i(s_1)$ – внутрішній погонний імпеданс вібратора, [Ом/м]; $E_{0s_1}(s_1)$ і $H_{0s_2}(s_2)$ – проекції полів сторонніх джерел на осі вібратора й щілини; $k = 2\pi / \lambda$; $G_{s_1}^{Wg1}(s_1, s'_1)$ і $G_{s_2}^{Wg1,2}(s_2, s'_2)$ – відповідні компоненти тензорних функцій Гріна електричного й магнітного типів нескінченного прямокутного хвилеводу й напівнескінченного хвилеводу з імпедансним торцем (додаток Б); $-L_v$ – координата кінця дзеркального (щодо широкої стінки хвилеводу) зображення вібратора

$$(J_v(\pm L_v) = 0, \quad J_{sl}(\pm L_{sl}) = 0);$$

$$\tilde{G}_{s_1}^{Wg1}(s_2, s'_1) = \frac{\partial}{\partial z} G_{s_1}^{Wg1}[x(s_2), 0, z; x'(s'_1), y'(s'_1), z_0],$$

$$\tilde{G}_{s_2}^{Wg1}(s_1, s'_2) = \frac{\partial}{\partial z} G_{s_2}^{Wg1}[x(s_1), y(s_1), z; x'(s'_2), 0, 0] \text{ за умови підстановки значень } z = 0 \text{ у}$$

$\tilde{G}_{s_1}^{Wg1}$ и $z = z_0$ в $\tilde{G}_{s_2}^{Wg1}$ після узяття похідної.

Розв'язок системи рівнянь (3.1), як знайдемо узагальненим методом наведених ЕМРС, $J_v(s_1) = J_{0v} f_v(s_1)$ і $J_{sl}(s_2) = J_{0sl} f_{sl}(s_2)$ (тут J_{0v} і J_{0sl} розглядаються як невідомі амплітуди струмів, $f_v(s_1)$ і $f_{sl}(s_2)$ – задані функції розподілу струмів) вигляду (2.4):

$$f_v(s_1) = \cos \tilde{k} s_1 - \cos \tilde{k} L_v, \quad (3.2a)$$

$$f_{sl}(s_2) = \cos k s_2 - \cos k L_{sl}, \quad (3.2b)$$

де $\tilde{k} = k - \frac{i2\pi z_i^{av}}{Z_0 \Omega}$; $z_i^{av} = \frac{1}{2L_v} \int_{-L_v}^{L_v} z_i(s_1) ds_1$ – середнє значення внутрішнього імпедансу

уздовж вібратора, $Z_0 = 120\pi$ [Ом], $\Omega = 2\ln(2L_v / r)$.

Помножимо далі рівняння (3.1а) на функцію $f_v(s_1)$, а рівняння (3.1б) – на функцію $f_{sl}(s_2)$ та проінтегруємо рівняння (3.1а) по довжині вібратора, а рівняння (3.1б) – по довжині щілини. У результаті одержимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь, з розв'язку якої знайдемо амплітуди струмів J_{0v} і J_{0v} :

$$\begin{aligned} J_{0v}(Z_{11} + F_z) + J_{0sl}Z_{12} &= -\frac{i\omega}{2k} E_1, \\ J_{0sl}(Z_{22}^{wg1} + Z_{22}^{wg2}) + J_{0v}Z_{21} &= -\frac{i\omega}{2k} H_2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Тут, як і раніше в підрозділі 2.1,

$$Z_{11} = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}^2}{kk_z (\tilde{k}^2 - k_y^2)^2} e^{-k_z r} \sin^2 k_x x_0 \times \left[\sin \tilde{k} L_v \cos k_y L_v - (\tilde{k} / k_y) \cos \tilde{k} L_v \sin k_y L_v \right]^2 \right],$$

$$\begin{aligned} Z_{12} = Z_{21} &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\varepsilon_n k \tilde{k} e^{-k_z z_0}}{i(k^2 - k_x^2)(\tilde{k}^2 - k_y^2)} \times \right. \\ &\times \sin k_x x_0 \left[\sin \tilde{k} L_v \cos k_y L_v - (\tilde{k} / k_y) \cos \tilde{k} L_v \sin k_y L_v \right] \times \\ &\times \left. \left[\sin k L_{sl} \cos k_x L_{sl} - (k / k_x) \cos k L_{sl} \sin k_x L_{sl} \right] \right], \end{aligned}$$

$$Z_{22}^{wg1} = \frac{8\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\varepsilon_n k e^{-k_z (d_e/4)}}{k_z (k^2 - k_x^2)} \times \left[\sin k L_{sl} \cos k_x L_{sl} - (k / k_x) \cos k L_{sl} \sin k_x L_{sl} \right]^2 \right], \quad (3.4)$$

$$E_1 = 2H_0 \frac{k}{k_g \tilde{k}} \sin \frac{\pi}{a} x_0 e^{-ik_g z_0} f(\tilde{k} L_v), \quad E_1 = 2H_0 \frac{k}{k_g \tilde{k}} \sin \frac{\pi}{a} x_0 e^{-ik_g z_0} f(\tilde{k} L_v),$$

$$H_2 = 2H_0 (1/k) f(k L_{sl}),$$

$$f(k L_{sl}) = \frac{\sin k L_{sl} \cos \frac{\pi L_{sl}}{a} - \frac{ka}{\pi} \cos k L_{sl} \sin \frac{\pi L_{sl}}{a}}{1 - [\pi / (ka)]^2}, \quad F_z = -\frac{i}{r} \int_0^{L_v} f_v^2(s_1) \bar{Z}_{sv}(s_1) ds_1,$$

а також

$$Z_{22}^{wg2} = \frac{16\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\varepsilon_n k F(\bar{Z}_{sw})}{k_z (k^2 - k_x^2)} \cos k_y y_0 \cos k_y \left(y_0 + \frac{d_e}{4} \right) \times \right. \\ \left. \times [\sin k L_{sl} \cos k_x L_{sl} - (k / k_x) \cos k L_{sl} \sin k_x L_{sl}]^2 \right],$$

$$Z_{22}^{\Sigma} = Z_{22}^{wg1} + Z_{22}^{wg2}, \quad (3.5)$$

$$F(\bar{Z}_{sw}) = \frac{k k_z (1 + \bar{Z}_{sw}^2)}{(ik + k_z \bar{Z}_{sw})(k \bar{Z}_{sw} - ik_z)} \left(1 - i \frac{k k_z \bar{Z}_{sw}}{k^2 - k_x^2} \right).$$

У формулах (3.4), (3.5) прийняті позначення: $\varepsilon_n = \begin{cases} 1, n=0 \\ 2, n \neq 0 \end{cases}$; $k_x = \frac{m\pi}{a}$; $k_y = \frac{n\pi}{b}$; m

і n – цілі числа; $k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$; $k_g = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$; $\bar{Z}_{sv}(s_1) = \bar{R}_{sv} + i\bar{X}_{sv}\phi(s_1)$ – комплексний розподілений поверхневий імпеданс, нормований на Z_0 ($\bar{Z}_{sv}(s_1) = 2\pi r z_i(s_1)$; $\phi(s_1)$ – задана функція; $|\bar{Z}_{sv}(s_1)|^2 \ll 1$); \bar{Z}_{sw} – нормований поверхневий імпеданс торця хвилевідної секції 3 ($|\bar{Z}_{sw}|^2 \ll 1$); $d_e = d \exp(-\pi h / 2d)$ – “еквівалентна” ширина щілини, введення якої дозволяє враховувати реальну товщину h стінки хвилеводу, H_0 – амплітуда хвилі H_{10} .

Розв'язок системи рівнянь (3.3) має вигляд

$$J_{0v} = -\frac{i\omega}{2k} \frac{E_1 Z_{22}^{\Sigma} - H_2 Z_{12}}{(Z_{11} + F_z) Z_{22}^{\Sigma} - Z_{21} Z_{12}} = -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_{0v},$$

$$J_{0sl} = -\frac{i\omega}{2k} \frac{H_2 (Z_{11} + F_z) - E_1 Z_{21}}{(Z_{11} + F_z) Z_{22}^{\Sigma} - Z_{21} Z_{12}} = -\frac{i\omega}{2k} \tilde{J}_{0sl}. \quad (3.6)$$

Використовуючи формули (3.2) і (3.6), одержуємо вирази для струмів у вібраторі й щілині:

$$J_v(s_1) = -H_0 (i\omega / k) \tilde{J}_{0v} (\cos \tilde{k} s_1 - \cos \tilde{k} L_v),$$

$$J_{sl}(s_2) = -H_0 (i\omega / k) \tilde{J}_{0sl} (\cos k s_2 - \cos k L_{sl}), \quad (3.7)$$

Коефіцієнти відбиття й проходження за полем у магістральному хвилеводі будуть визначатися виразами:

$$S_{11} = \frac{4\pi i}{abk} \left\{ \frac{2k_g}{k} \tilde{J}_{0sl} f(k L_{sl}) - \frac{k}{\tilde{k}} \tilde{J}_{0v} \sin \frac{\pi x_0}{a} e^{-ik_g z_0} f(\tilde{k} L_v) \right\} e^{2ik_g z}; \quad (3.8)$$

$$S_{12} = 1 + \frac{4\pi i}{abk} \left\{ \frac{2k_g}{k} \tilde{J}_{0sl} f(kL_{sl}) + \frac{k}{\tilde{k}} \tilde{J}_{0v} \sin \frac{\pi x_0}{a} e^{ik_g z_0} f(\tilde{k}L_v) \right\}. \quad (3.9)$$

Енергетичні характеристики структури P_{11} й P_{12} – коефіцієнти відбиття й проходження за потужністю в магістральному хвилеводі, P_{13} – коефіцієнт проходження у бічний хвилевід) знаходяться із наступних співвідношень:

$$P_{11} = |S_{11}|^2, \quad P_{12} = |S_{12}|^2, \quad P_{13} = 1 - P_{11} - P_{12} - P_{\sigma v} - P_{\sigma w}. \quad (3.10)$$

Відзначимо, що потужності втрат у вібраторі $P_{\sigma v}$ й покритті торця хвилевідної секції $P_{\sigma w}$ автоматично враховуються в коефіцієнтах P_{11} і P_{12} . Визначити їх окремо для кількісної оцінки можна з умов енергетичного балансу в

допоміжних задачах ($q=1, 2, 3$): 1) при металізації щілини $\sum_{q=1}^2 P_{1q} + P_{\sigma v} = 1$; 2) при відсутності вібратора $\sum_{q=1}^3 P_{1q} + P_{\sigma w} = 1$, де коефіцієнт P_{13} буде визначатися виразом

$$P_{13} = \left| \frac{16\pi k_g f^2(kL_{sl})(1 + \bar{Z}_{sw}^2)}{abk^3 Z_{22}^\Sigma [1 + (k_g / k) \bar{Z}_{sw}]} \right|^2 \quad (3.11)$$

3.1.2 Числові й експериментальні результати

На Рис. 3.2 наведено залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі $P_{1q} = f(\lambda)$ одиночної щілини (без вібратора) при її розміщенні в області зв'язку нескінченного й напівнескінченного (з ідеально провідним торцем) хвилеводів з перерізом $\{58,0 \times 25,0\}$ мм². Тут і далі в підрозділі $2L_{sl}=40,0$ мм, $d=4,0$ мм, $h=0,5$ мм. На цьому рисунку й наступних відзначений рівень P_{11} , що відповідає значенню коефіцієнта стоячої хвилі за напругою (КСХН)=2. Як видно, у цьому випадку потужності хвиль, що пройшли, є однаковими на резонансній довжині хвилі щілини $\lambda_{sl}^{res}=83,5$ мм і в сумі становлять $\approx 90\%$ від потужності падаючої хвилі. При цьому відбивається $\approx 10\%$ потужності.

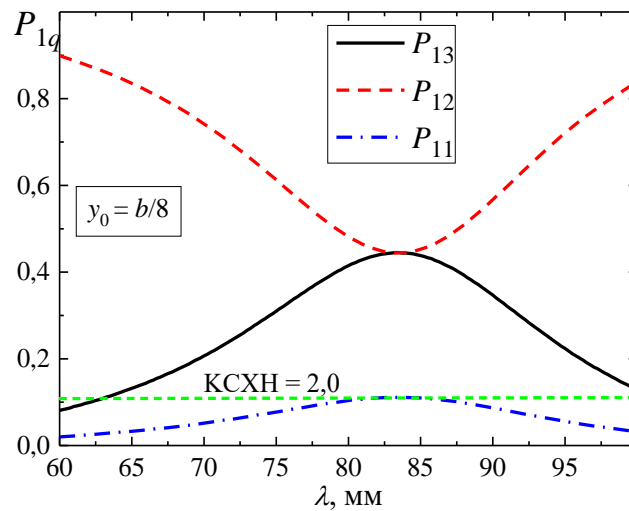


Рис. 3.2 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі для
одиночної щілини

Розташування ідеально провідного монополя в області зв'язку (площина $\{x0y\}$, $z_0 = 0,0$ мм), що має при $L_v = 18,0$ мм і $r = 2,0$ мм таку ж резонансну довжину хвилі $\lambda_v^{res} = 83,5$ мм, приводить до зменшення P_{12} й збільшення P_{11} при незмінному значенні P_{13} (Рис. 3.3а).

При зміні величини зсуву z_0 поздовжньої осі вібратора щодо поздовжньої осі щілини в частках, кратних $\lambda_G^{Sres} / 8$, де $\lambda_G^{Sres} = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi / \lambda_{sl}^{res})^2 - (\pi / a)^2}}$ – резонансна довжина хвилі щілини у хвилеводі, спостерігається істотне зростання потужності хвилі, що пройшла в плече 3 (до 90 %) при одночасному зменшенні величин P_{12} і P_{11} на резонансній довжині хвилі щілини й монополя (Рис. 3.3б, $z_0 = \lambda_G^{Sres} / 2 = 60,0$ мм). Також з'являється можливість поділу потужностей хвиль, що пройшли, у заданому співвідношенні на певній довжині хвилі робочого діапазону (у межах $60,0 \div 77,0$ мм) при практично повному узгодженні в плечі 1 (Рис. 3.3, в, $z_0 = 3\lambda_G^{Sres} / 8 = 45,0$ мм).

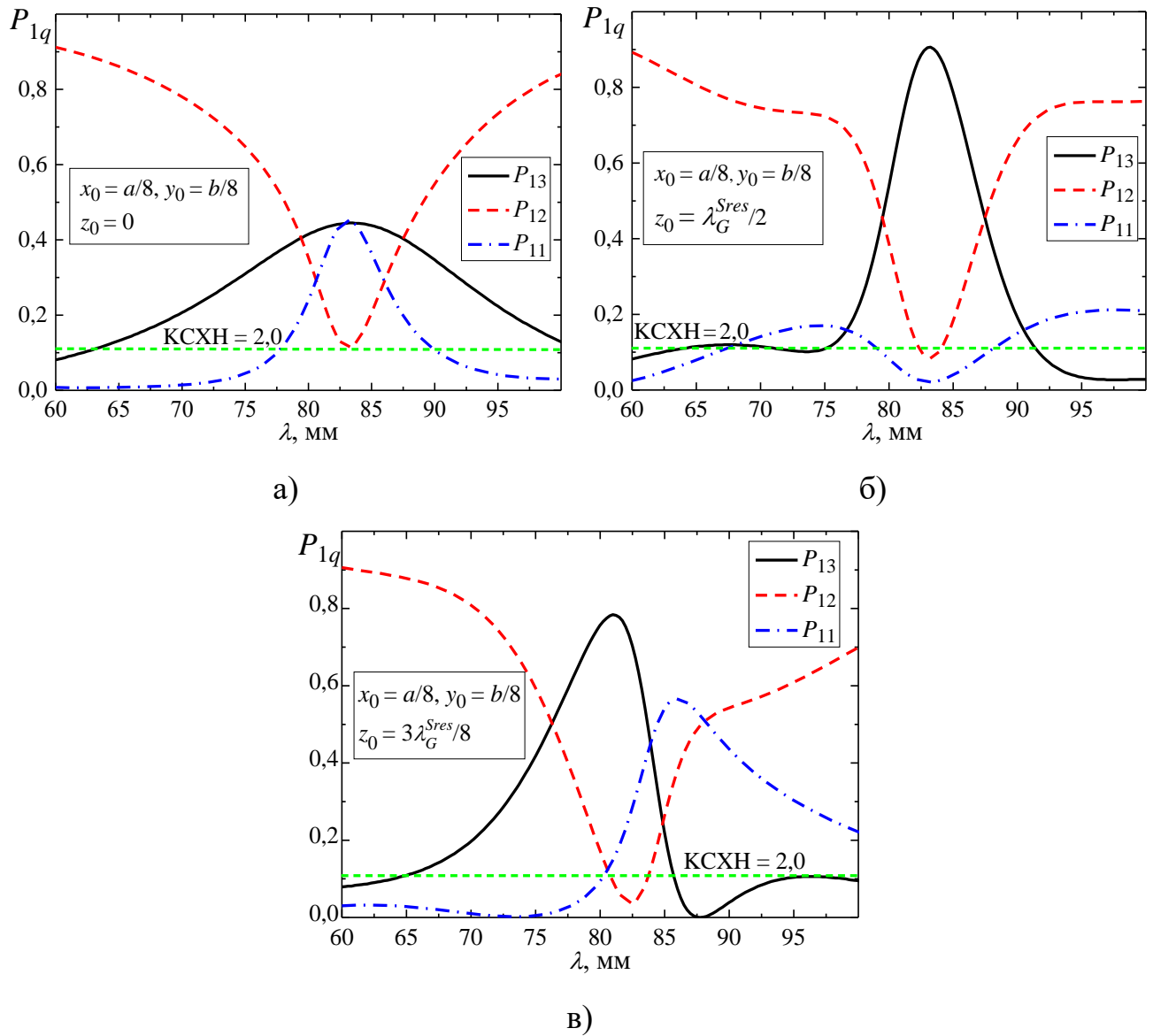


Рис. 3.3 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі
при $L_v = 18,0$ мм, $\bar{Z}_{sv} = 0$

Зсув монополя в площині поперечного перерізу хвильоводу приводить до розширення передатної характеристики за рівнем половинної потужності $0,5P_{13}$ зі значення $\Delta\lambda \approx 7,5$ мм (Рис. 3.3, б) до величини $\Delta\lambda \approx 12,5$ мм (Рис. 3.4). Як показали розрахунки, зміна положення щілини в торці напівнескінченного хвильоводу практично не впливає на енергетичні характеристики структури.

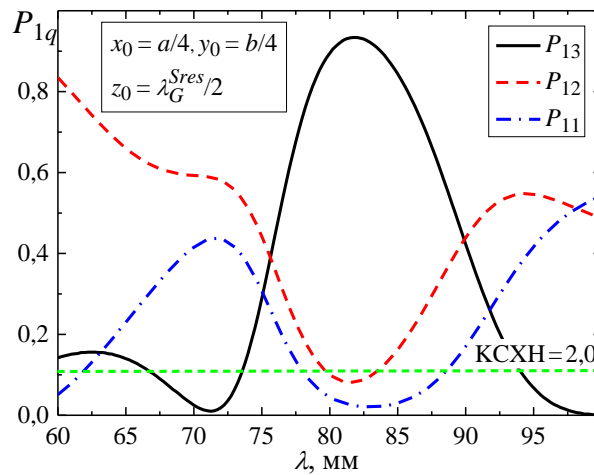


Рис. 3.4 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі
при $L_v = 18,0$ мм, $\bar{Z}_{sv} = 0$, $x_0 = a/4$, $y_0 = b/4$

Якщо виникає необхідність передачі в плече 3 заданої величини потужності на певній довжині хвилі, то можна використовувати монополі з активним розподіленням імпедансом. У цьому випадку $P_{12} \approx 0$ й $P_{11} \approx 0$, а втрати в матеріалі вібратора відмінні від нуля в порівнянні з ідеально провідним монополем (Рис. 3.5).

Як вказувалося вище, при роботі на великих потужностях зростає ймовірність електричного пробоя між кінцем монополя й стінкою хвилеводу [203]. Тоді доцільно використовувати вібратори з розподіленням уздовж них поверхневим імпедансом індуктивного типу ($\bar{X}_{sv} > 0$), що змінюється уздовж вібратора за певним законом, визначеним функцією $\phi(s_1)$. Такі монополі залежно від величини й закону зміни імпедансу можуть бути настроєними в резонанс при довжинах, менших, ніж в ідеально провідних вібраторів. Тут, як і раніше, будуть розглянуті монополі із трьома функціями розподілу імпедансу уздовж них: $\phi_0(s_1) = 1$ – постійної, $\phi_1(s_1) = 2[1 - (s_1 / L_v)]$ – лінійно спадної до кінця вібратора й $\phi_2(s_1) = 2(s_1 / L_v)$ – лінійно зростаючої. Усі три функції мають однакове середнє значення по довжині вібратора $\overline{\phi_{0,1,2}(s_1)} = 1$. У випадку постійного імпедансу вираз для $F_z^{\phi_0}$ згідно (3.5) має вигляд:

$$F_z^{\phi_0} = -\frac{2i(\bar{R}_{SV} + i\bar{X}_{SV})}{\tilde{k}^2 L_v r} \times \left[\left(\frac{\tilde{k} L_v}{2} \right)^2 (2 + \cos 2\tilde{k} L_v) - \frac{3}{8} \tilde{k} L_v \sin 2\tilde{k} L_v \right] = F_z^c (\bar{R}_{SV} + i\bar{X}_{SV}) \Phi_z^c.$$

Для двох інших розглянутих законів зміни імпедансу одержуємо формули:

$$F_z^{\phi_1} = F_z^c \left\{ \bar{R}_{SV} \Phi_z^c + i\bar{X}_{SV} \left[\left(\frac{\tilde{k} L_v}{2} \right)^2 (2 + \cos 2\tilde{k} L_v) - \frac{7}{4} \sin^2 \tilde{k} L_v - 2(\cos \tilde{k} L_v - 1) \right] \right\};$$

$$F_z^{\phi_2} = F_z^c \left\{ \bar{R}_{SV} \Phi_z^c + i\bar{X}_{SV} \left[\left(\frac{\tilde{k} L_v}{2} \right)^2 (2 + \cos 2\tilde{k} L_v) + \frac{7}{4} \sin^2 \tilde{k} L_v - \frac{3}{4} \tilde{k} L_v \sin 2\tilde{k} L_v + 2(\cos \tilde{k} L_v - 1) \right] \right\}.$$

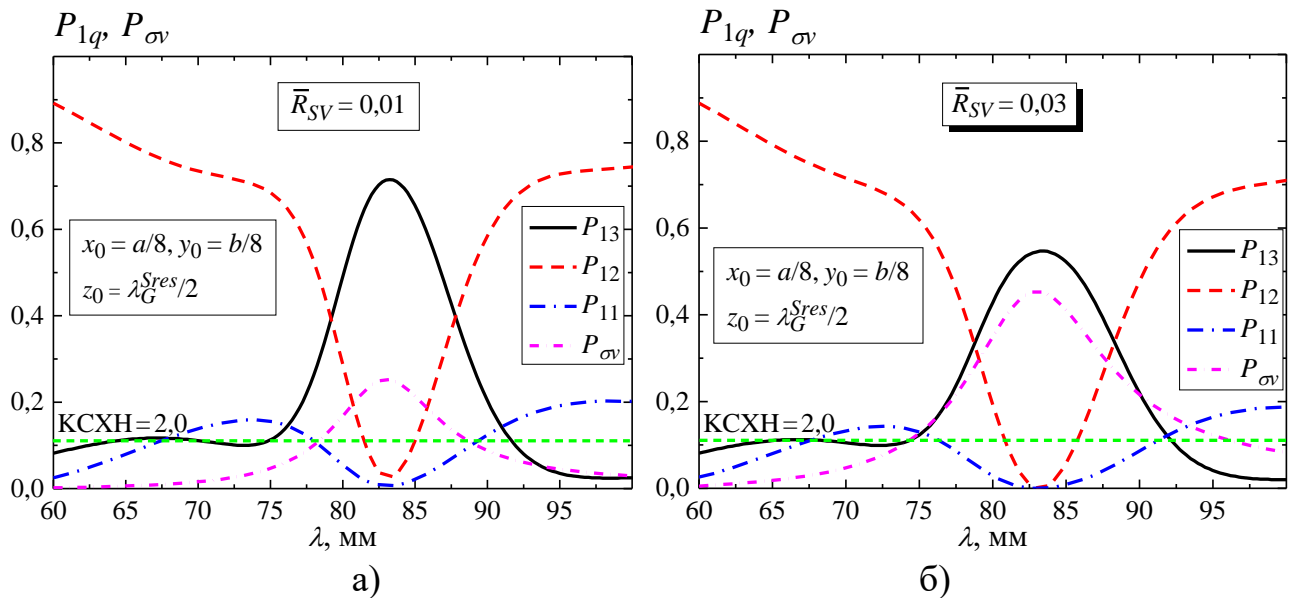


Рис. 3.5 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі при $L_v = 18,0$ мм, $\bar{Z}_{SV} = \bar{R}_{SV}$: а) – $\bar{R}_{SV} = 0,01$; б) – $\bar{R}_{SV} = 0,03$

На Рис. 3.6 наведено енергетичні характеристики структури при використанні монополів, що мають однакові довжини $L_v = 15,0$ мм ($r = 2,0$ мм), але різні резонансні довжини хвиль. У цьому випадку можна реалізувати поділ потужностей хвиль, що пройшли, у заданому співвідношенні на певній довжині хвилі всього робочого діапазону хвилеводу (у межах $60,0 \div 91,5$ мм, Рис. 3.6, б, і $76,5 \div 110,0$ мм, Рис. 3.6, в) при задовільному ($KCXH \leq 2,0$) узгодженні в плечі 1.

Якщо на торець хвилевідної секції 3 нанести шар магнітодіелектрика з матеріальними параметрами ϵ й μ (імпедансне покриття) товщиною h_d ($(h+h_d)/\lambda_{\epsilon\mu} \ll 1$, де $\lambda_{\epsilon\mu}$ – довжина хвилі в матеріалі покриття), то резонансна довжина хвилі щілини зміниться залежно від товщини покриття [212]. Поверхневий імпеданс торця в цьому випадку буде визначатися виразом $\bar{Z}_{sw} = i \frac{k}{k_g} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (k_g \sqrt{\epsilon\mu} h_d)$, який при виконанні нерівності $|k_g \sqrt{\epsilon\mu} h_d| \ll 1$ переходить у формулу $\bar{Z}_{sw} \approx i k \mu h_d$. Як видно, для електрично тонкого шару поверхневий імпеданс не залежить від діелектричної проникності ϵ і є імпедансом індуктивного типу ($\bar{X}_{sw} > 0$), внаслідок чого λ_{sl}^{res} буде збільшуватися зі зростанням μ і h_d .

На Рис. 3.7 наведено енергетичні характеристики зчленування $P_{1q} = f(\lambda)$ для різних товщин імпедансного покриття з $\mu=4.7$ [137] (тут $P_{sw}=0$). При цьому змінюється λ_{sl}^{res} й, відповідно, λ_G^{Sres} : на Рис. 3.7а ($h_d = 0,0$ мм) $\lambda_{sl}^{res} = 78,5$ мм, $\lambda_G^{Sres} / 2 = 54,0$ мм; на Рис. 3.7, б ($h_d = 0,3$ мм) $\lambda_{sl}^{res} = 88,0$ мм, $\lambda_G^{Sres} / 2 = 68,0$ мм; на Рис. 3.7, в ($h_d = 1,0$ мм) $\lambda_{sl}^{res} = 96,0$ мм, $\lambda_G^{Sres} / 2 = 85,0$ мм. Тоді, підбираючи відповідним чином величину й закон зміни поверхневого імпедансу монополя, а також відстань z_0 для одержуваних значень $\lambda_G^{Sres} / 2$, ми маємо можливість варіювання енергетичними характеристиками розглянутого хвилевідного зчленування в широкому діапазоні довжин хвиль при незмінних геометричних розмірах вібратора й щілини (Рис. 3.7).

Виявлені фізичні закономірності були підтверджені експериментальними дослідженнями, результати яких для ідеально провідного (суцільний латунний циліндр із радіусом $r=2,0$ мм) і імпедансного (гофрований латунний циліндр із зовнішнім радіусом $r=2,0$ мм і внутрішнім радіусом $r=0,5$ мм; товщина гребеня $L_1=1,0$ мм, ширина вирізу гофра $L_2=1,0$ мм) монополів наведені на Рис. 3.8. Досить задовільне узгодження експериментальних і розрахункових даних також

підтверджує фізичну коректність використовуваних наближень при побудові аналітичного розв'язку дифракційної задачі.

Вирази для конкретних реалізацій поверхневого імпедансу тонких вібраторів наведено в Додатку В, а для магнітодіелектричних покриттів з однорідними й неоднорідними за товщиною матеріальними параметрами в [3, 5, 8]

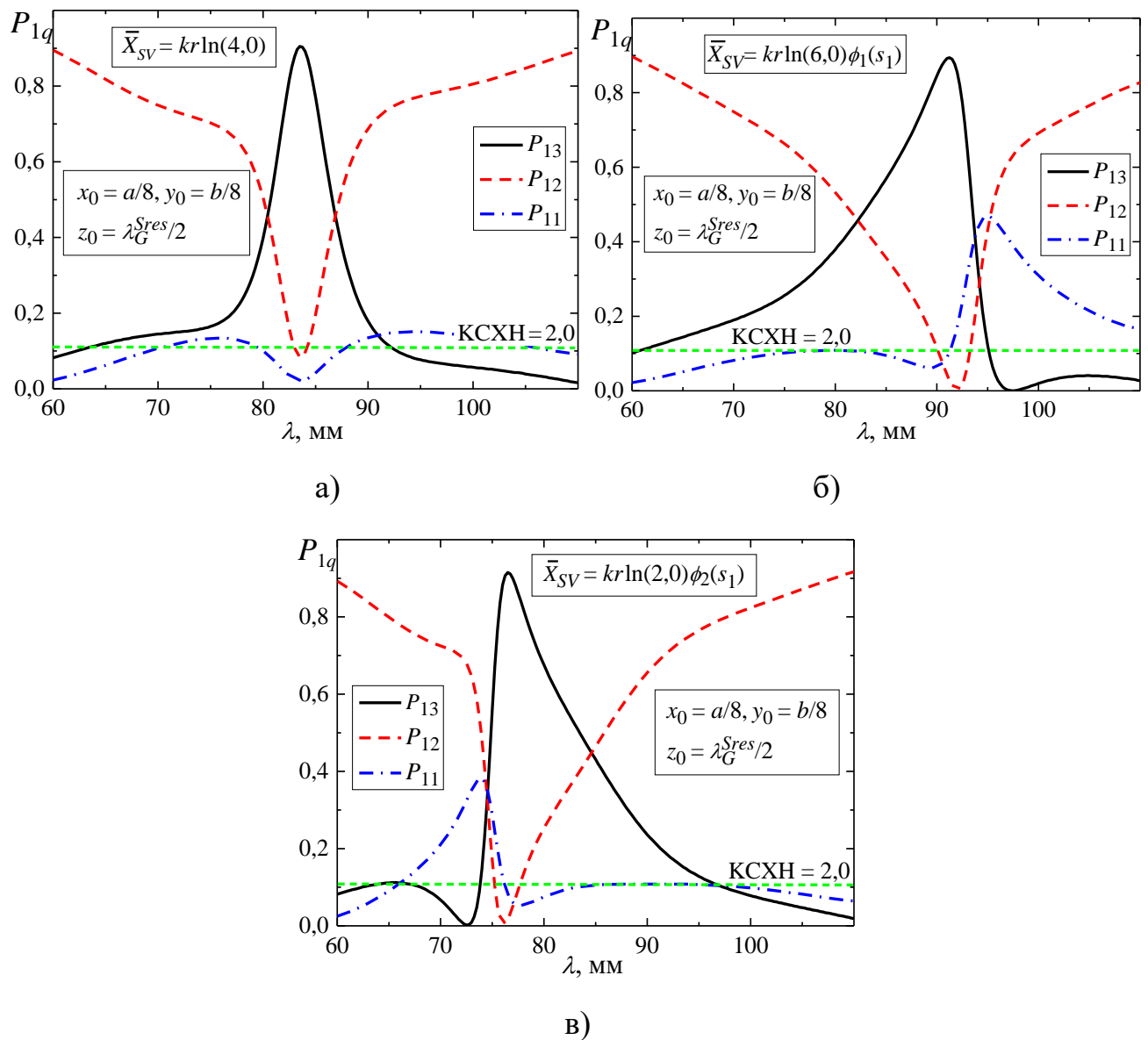


Рис. 3.6 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі при $L_v = 15,0$ мм, $\bar{Z}_{SV} = i\bar{X}_S$: а) – $\lambda_v^{res} = 83,5$ мм, б) – $\lambda_v^{res} = 91,5$ мм, в) – $\lambda_v^{res} = 76,5$ мм

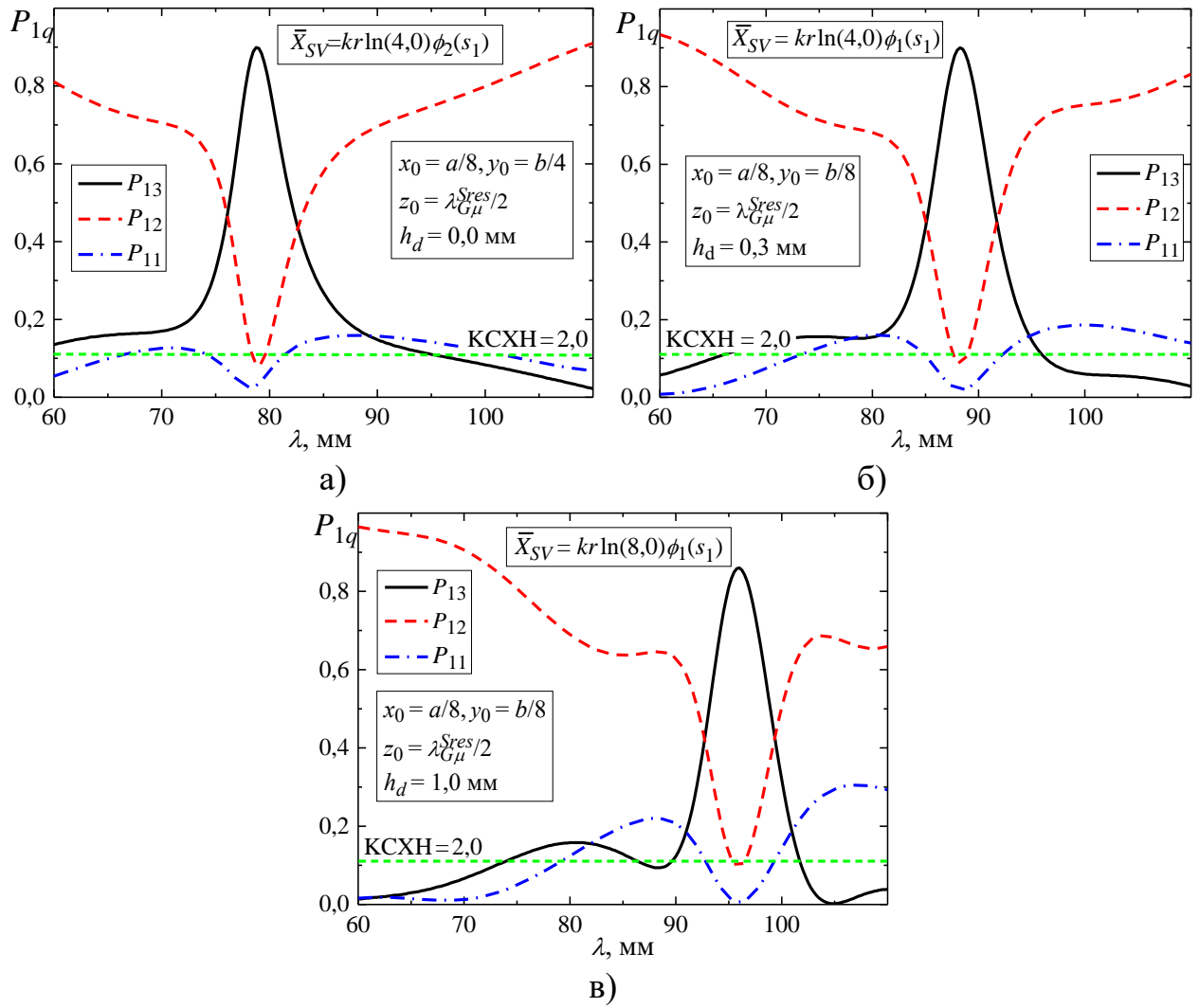


Рис. 3.7 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі при $L_v = 15.0$ мм, $\bar{Z}_{SV} = i\bar{X}_{SV}$, $\bar{Z}_{SW} = i\bar{X}_{SW}$

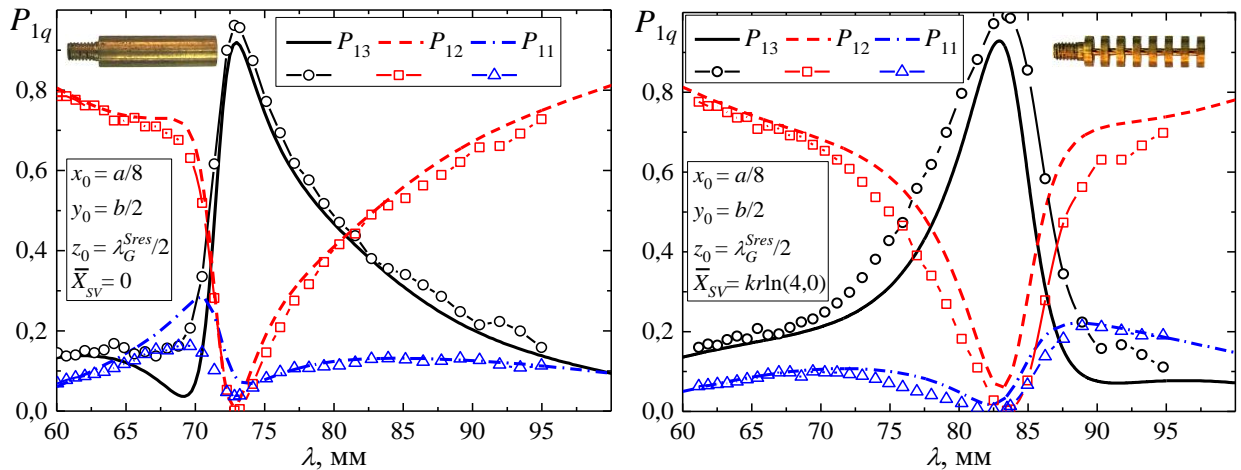


Рис. 3.8 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі при $a = 58.0$ мм, $b = 25.0$ мм, $2L_{sl} = 40.0$ мм, $d = 4.0$ мм, $h = 0.5$ мм, $L_v = 15.0$ мм, $r = 2.0$ мм, $x_0 = a/8$, $y_0 = b/2$, $z_0 = 54.0$ мм, $\bar{Z}_{SV} = i\bar{X}_S$ (значки – експериментальні дані)

3.2 Е-площинне зчленування різнорозмірних прямокутних хвильоводів з вібраторно-щілинною структурою в області зв'язку

3.2.1 Особливості постановки задачі

Розглянемо структуру, зображену на Рис. 3.9. На відміну від підрозділу 3.1 тут поряд з постійним розподілом імпедансу уздовж вібратора ($\phi_0(s_1)=1$), буде також використаний розподіл імпедансу за законом косинуса – $\phi_3(s_1)=\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi s_1}{2L_v}$.

Для таких розподілів згідно (3.4) одержуємо такі формули:

$$F_z^{\phi_0} = -\frac{iL_v(\bar{R}_{SV} + i\bar{X}_{SV})}{2r} \left[(2 + \cos 2\tilde{k}L_v) - 3\frac{\sin 2\tilde{k}L_v}{2\tilde{k}L_v} \right] = F_z^c (\bar{R}_{SV} + i\bar{X}_{SV}) \Phi_z^c \quad (3.12)$$

– для постійного розподілу;

$$F_z^{\phi_3} = F_z^c \left\{ \bar{R}_{SV} \Phi_z^c + i\bar{X}_{SV} \left[\frac{\pi^2 \cos 2\tilde{k}L_v}{\pi^2 - (4\tilde{k}L_v)^2} - 2\cos \tilde{k}L_v \frac{\pi^2 + (2\tilde{k}L_v)^2}{\pi^2 - (2\tilde{k}L_v)^2} + 1 \right] \right\} \quad (3.13)$$

– для розподілу за законом косинуса.

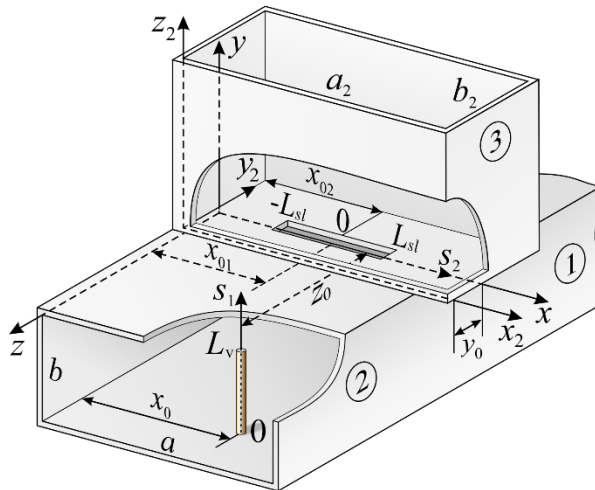


Рис. 3.9 Геометрія структури й прийняті позначення

Кількість типів хвиль, що поширюються M у бічній хвильовідній секції (Wg2) буде залежати від розмірів її поперечного перерізу $\{a_2 \times b_2\}$. Відповідно до цього загальна матриця розсіювання хвильовідного зчленування разом з

коефіцієнтами відбиття й проходження за потужністю $P_{11}=|S_{11}|^2$, $P_{12}=|S_{12}|^2$ (коефіцієнти $|S_{11}|$ й $|S_{12}|$ визначаються виразами (3.8) і (3.9)) у магістральному хвилеводі буде містити певну кількість елементів – коефіцієнтів проходження за потужністю P_{13}^{mn} типів хвиль, що поширюються, у бічному хвилеводі. Їх можна знайти у такий спосіб: $P_{13}^{mn} = P_{13} \frac{P_{sl}^{mn}}{P_{\Sigma sl}^{mn}}$, де $P_{13} = 1 - P_{11} - P_{12} - P_{\sigma v}$, $\frac{P_{sl}^{mn}}{P_{\Sigma sl}^{mn}}$ – відношення потужності парціальної хвилі до загальної потужності хвиль, що поширюються, у плечі Wg2 (нормованих на потужність H_{10} -хвилі, що надходить від генератора), $P_{\sigma v}$ – потужність втрат у монополі, що визначається із вимоги виконання енергетичного балансу $P_{11v} + P_{12v} + P_{\sigma v} = 1$ в допоміжній задачі за умови металізації щілини.

У загальному випадку несиметричного зчленування хвилеводів (при збереженні умови $y_0 = b_2 / 2$, Рис. 3.9) вирази для хвиль магнітного типу, що поширюються усередині бічного хвилевідного плеча мають вигляд:

$$P_{sl}^{m0} = \frac{a_2 b_2 k_g}{a b k_g^{m0}} \left| \frac{16 \pi k_g^{m0} \sin \frac{\pi x_{01}}{a} f(kL_{sl}) \sin \frac{m \pi x_{02}}{a_2} f^{m0}(kL_{sl})}{a_2 b_2 k^3 Z_{22}^{\Sigma}} \right|^2, \quad (3.14)$$

$$\text{де } k_g^{m0} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}, \quad f^{m0}(kL_{sl}) = \frac{\sin kL_{sl} \cos \frac{m\pi L_{sl}}{a_2} - \frac{ka_2}{m\pi} \cos kL_{sl} \sin \frac{m\pi L_{sl}}{a_2}}{1 - [m\pi / (ka_2)]^2}, \quad P_{\Sigma sl}^{m0} = \sum_{m=1}^M P_{sl}^{m0}.$$

3.2.2 Числові й експериментальні результати

На Рис. 3.10 наведено залежності енергетичних характеристик зчленування від довжини хвилі $P_{1q} = f(\lambda)$, де $q = 1, 2, 3$, для одиночної щілини (без монополя), що зв'язує нескінченний і напівнескінченний хвилеводи, які працюють в одномодовому режимі. Тут і далі зафіксовано геометричні параметри структури: $a = 58.0$ мм, $b = 25.0$ мм, $d = 4.0$ мм, $h = 0.5$ мм, $r = 2.0$ мм, $x_0 = a / 8$, $y_0 = b_2 / 2$ (на

відміну від п. 3.1). Як видно, у цьому випадку потужності пройдених хвиль у плечі 2 й 3 є однаковими на резонансній довжині хвилі щілини $\lambda_{sl}^{res} \approx 80.0$ мм й у сумі становлять $\approx 90\%$ від потужності падаючої хвилі. При цьому $\approx 10\%$ потужності відбивається назад до генератора. Довжину щілини вибрано з урахуванням знаходження її резонансної довжини хвилі в середині діапазону зміни довжин хвиль. Підкреслимо три особливості хвилевідної структури, що моделюється, які впливають із загальної теорії щілинних випромінювачів: 1) у зовнішній хвилевід може бути відведено не більше 50% потужності падаючої хвилі, хоча необхідний рівень поділу потужності в межах $\frac{1}{6} \leq \frac{P_{13}^{10}}{P_{12}} \leq 1$ може бути забезпечений підбором робочої довжини хвилі; 2) режим рівного поділу потужності між плечима може бути забезпечений тільки на резонансній довжині хвилі щілини, якому відповідає максимально великий рівень P_{11} коефіцієнта відбиття в магістральному хвилеводі; 3) резонансний тип зв'язку хвилеводів визначає відносну (стосовно зчленувань мостового типу) вузькосмуговість роботи структури в будь-якому обраному режимі ділення потужності між плечима. Перші два обмеження можуть бути зняті введенням імпедансного монополя в магістральний хвилевід в області розташування щілини.

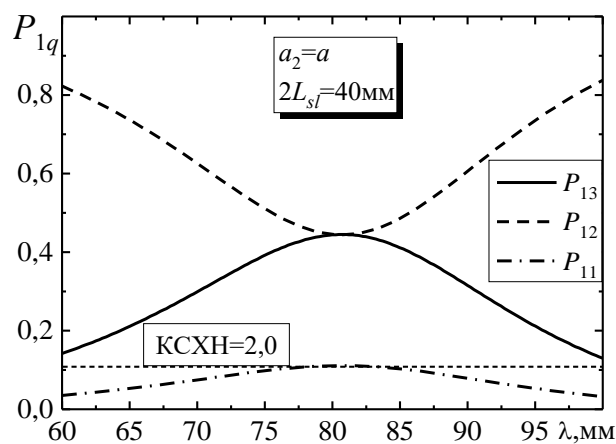


Рис.3.10 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі для
одиначної щілини при $b_2 = b$, $x_{01} = x_{02} = a/2$

Дійсно, при розміщенні монополя з постійним уздовж нього імпедансом на певній відстані z_0 від поздовжньої осі щілини, що дорівнює $\lambda_G^{Sres} / 2$ (де

$$\lambda_G^{Sres} = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi / \lambda_{sl}^{res})^2 - (\pi / a)^2}} - \text{резонансна довжина хвилі щілини у хвилеводі)},$$

спостерігається істотне зростання потужності пройденої в плече 3 хвилі (до 90%) при одночасному зменшенні величин P_{12} і P_{11} на резонансній довжині хвилі щілини й монополя $\lambda_{sl}^{res} = \lambda_v^{res} \approx 80.0 \text{ мм}$ (Рис. 3.11а, $z_0 = 54.0 \text{ мм}$). Відзначимо можливість поділу потужностей пройдених хвиль у заданому співвідношенні на певній довжині хвилі робочого діапазону (у межах $60 \div 80 \text{ мм}$) при досить задовільному узгодженні в плечі 1.

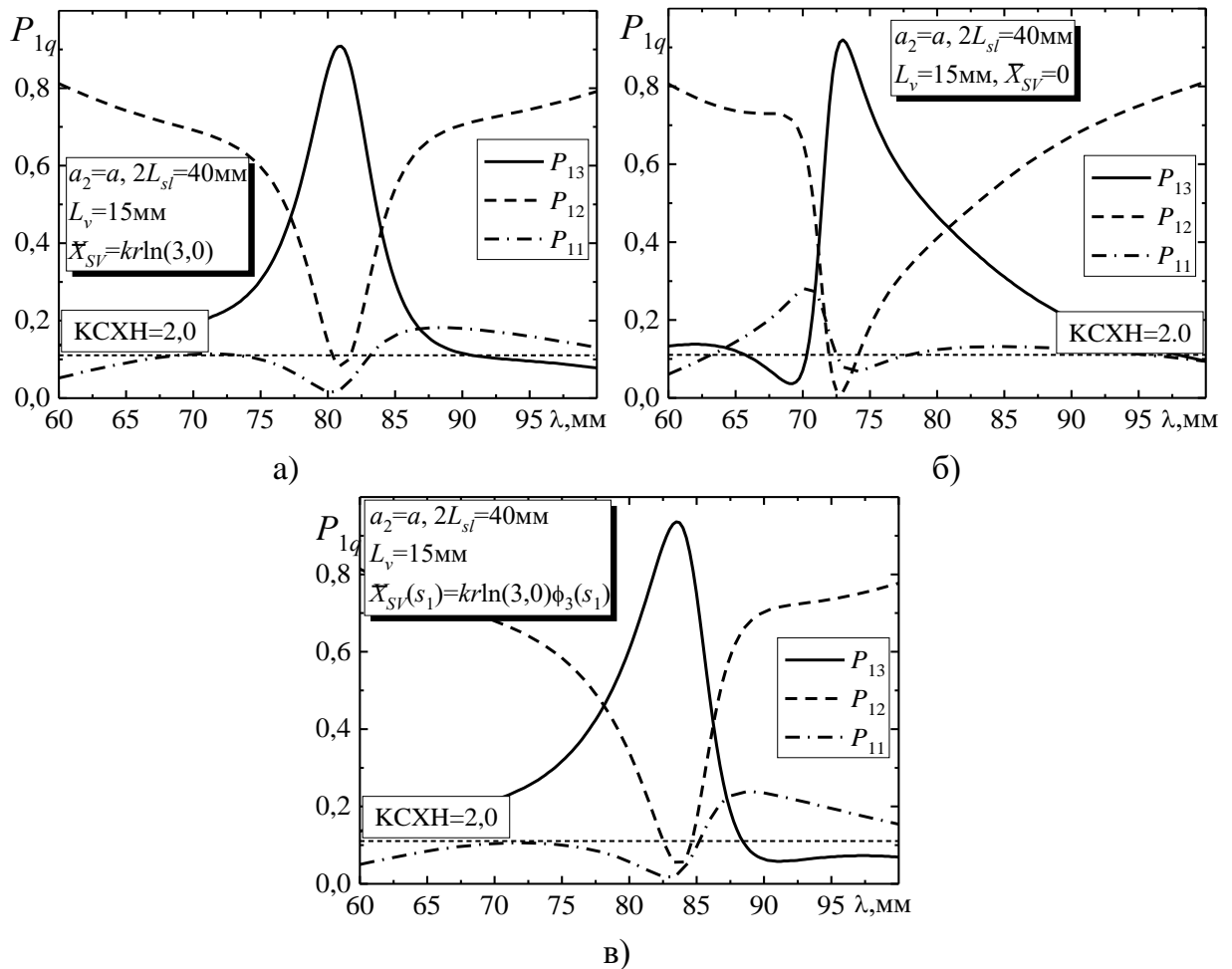


Рис. 3.11 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі для вібраторно-щілинної структури при $b_2 = b$, $z_0 = 54.0 \text{ мм}$, $x_{01} = x_{02} = a / 2$

На Рис. 3.11б,в наведено енергетичні характеристики монополів, що мають таку ж довжину $L_v=15.0$ мм, як і монополь на Рис. 3.11а, але різні резонансні довжини хвиль: б) – $\lambda_v^{res} \approx 72,0$ мм (ідеально провідний монополь), в) – $\lambda_v^{res} \approx 88.0$ мм (монополь зі змінним по довжині імпедансом). У цих випадках можна реалізувати поділ потужностей пройдених хвиль у заданому співвідношенні на певній довжині хвилі для всього робочого діапазону хвилеводу (у межах $73,0 \div 100,0$ мм, Рис. 3.11б, і $60,0 \div 85,0$ мм, Рис. 3.11в) при задовільному для практики узгодженні в плечі 1 (коефіцієнт стоячої хвилі за напругою $K_{СХН} \leq 2,0$). Виявлені фізичні закономірності були підтверджені експериментальними дослідженнями, результати яких для імпедансного монополя зі змінним імпедансом наведено на Рис. 3.12. Досить задовільне узгодження експериментальних і розрахункових даних також підтверджує фізичну коректність використовуваних наближень при побудові аналітичного розв'язку дифракційної задачі.

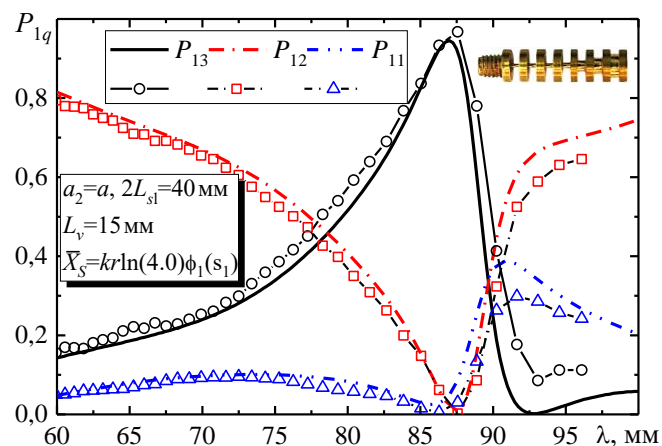


Рис. 3.12 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі для вібраторно-щілинної структури при $b_2 = b$, $z_0 = 54.0$ мм, $x_{01} = x_{02} = a/2$ (кружки – експериментальні дані)

Можливість, що з'явилася для передачі більшої частини падаючої потужності з магістрального хвилеводу в бічний хвилевід дозволяє розглянути перспективи реалізації в зовнішньому хвилеводі додаткових каналів поділу потужності (зрозуміло, за умови його багатомодового функціонування). Для практичних

додатків особливий інтерес становлять режими рівного поділу падаючої потужності як окремо між модами в зовнішньому плечі хвилевідної структури, так і між усіма фізичними каналами поділу потужності. Проведені розрахунки показали, що такі режими можуть бути реалізовані. Так, при збільшенні розміру широкої стінки зовнішнього хвилеводу зчленування в 2 рази при $x_{01} = a/2$, $x_{02} = a_2/4$ у ньому будуть ефективно збуджуватися два типи хвиль (Рис. 3.13): H_{10} і H_{20} (амплітуда H_{30} -хвилі в цьому випадку виявляється нехтовно малою).

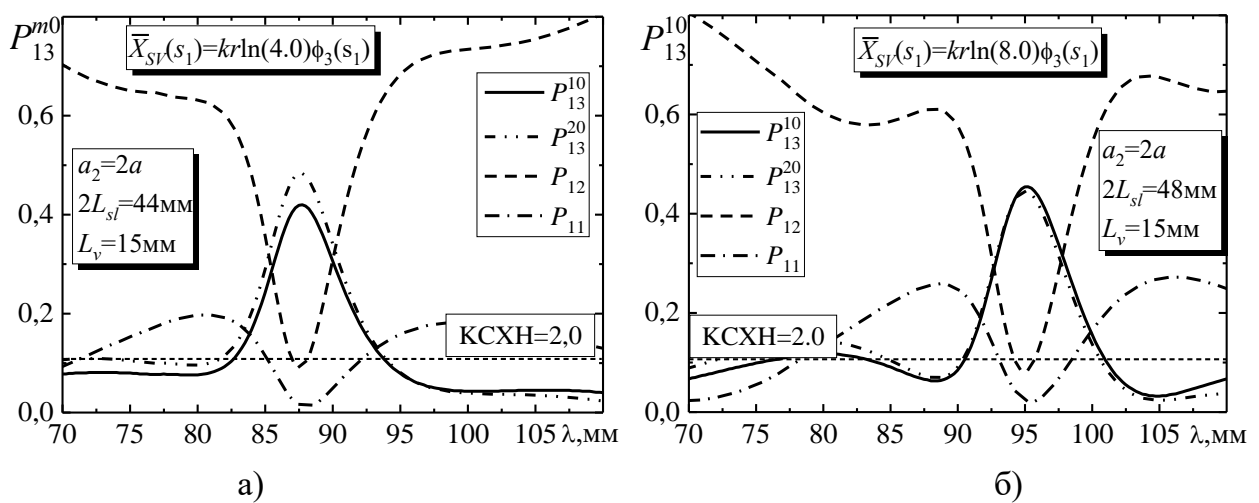


Рис. 3.13 Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі для вібраторно-щілинної структури при $b_2 = b$, $x_{01} = a/2$, $x_{02} = a_2/4$: а) $z_0 = 68,0$ мм; б) $z_0 = 85,0$ мм

Тут варіюванням значень довжини щілини й поверхневого імпедансу монополя може бути забезпечений приблизно рівний поділ потужності $P_{13}^{10} \approx P_{13}^{20}$ між хвилями H_{10} й H_{20} , що пройшли в бічний хвилевід в інтервалах довжин хвиль $\lambda \in [85,0; 92,5]$ мм (Рис. 3.13а) і $\lambda \in [93,0; 98,5]$ мм (Рис. 3.13б) при $KCXH \leq 2,0$. На довжинах хвиль $\lambda \approx 87,5$ мм й $\lambda \approx 95,0$ мм при оптимальному узгодженні з магістрального хвилеводу в зовнішнє плече передається 90% падаючої потужності за умови її приблизно рівного поділу між збуджуваними модами ($P_{13}^{10} = P_{13}^{20} \approx 0,45$). Залежно від геометричних й електрофізичних параметрів щілини й монополя на довжинах хвиль 85,0 мм і 90,0 мм (Рис. 3.13а), а також

92,5 мм і 97,5 мм (Рис. 3.13б) реалізується режим рівного поділу між усіма фізичними каналами поділу потужності ($P_{12} = P_{13}^{10} = P_{13}^{20} \approx 0,3$).

Цікаво відзначити, що виявлені особливості поділу потужності зберігаються й при зниженні розміру бічних стінок хвильоводу, до якого вдаються із метою зменшення масо-габаритних параметрів хвильовідних структур. При цьому виявляється можливим реалізувати режими рівного поділу потужності на більш коротких хвилях. Наприклад, для хвильоводів нестандартного поперечного перерізу зі зниженим у два рази розміром бічної стінки (залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі наведено на Рис. 3.14) величини P_{13}^{10} й P_{13}^{20} приблизно однакові в діапазоні довжин хвиль $\lambda \in [69,0; 74,0]$ мм і діляться в різних співвідношеннях з величиною. На резонансній довжині монополя й щілини $\lambda_{\nu}^{res} = \lambda_{sl}^{res} \approx 71,5$ мм коефіцієнт відбиття в P_{12} магістральному хвильоводі P_{11} практично дорівнює нулю, а пройдені в бічне хвильовідне плече 90% падаючої потужності порівну ($P_{13}^{10} = P_{13}^{20} \approx 0,45$) розподіляються між модами, що поширюються.

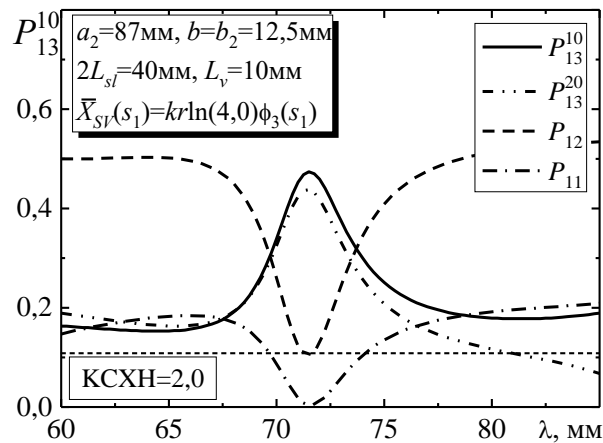


Рис. 3.14. Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі для вібраторно-щілинної структури при $z_0=46.0$ мм, $x_{01} = a/2$, $x_{02} = a_2/4$

Якщо в досліджуваній хвильовідній структурі зменшити довжину щілини й змістити її центр до вузької стінки магістрального хвильоводу на відстань

$x_{01} = a/3$, тоді зсув $x_{02} = a_2/6$, і центр щілини буде знаходитись в пучності поля H_{30} -хвилі. У цьому випадку в бічній секції поряд із хвилями типу H_{10} й H_{20} буде ефективно збуджуватися й хвиля типу H_{30} . Результати моделювання такої хвилевідної структури наведено на Рис. 3.15. При цьому величини P_{13}^{10} й P_{13}^{30} у середині діапазону практично однакові й досягають рівня P_{12} при двох значеннях λ . При цьому потужність другої моди P_{13}^{20} виявляється практично вдвічі більшою за цей рівень. Однак, можна стверджувати, що й тут можливий режим рівності потужностей усіх каналів, для забезпечення якого необхідний певний зсув центра осі щілини в торці бічної хвилевідної секції, що дозволить зробити необхідне корегування умов збудження для мод, що поширюються.

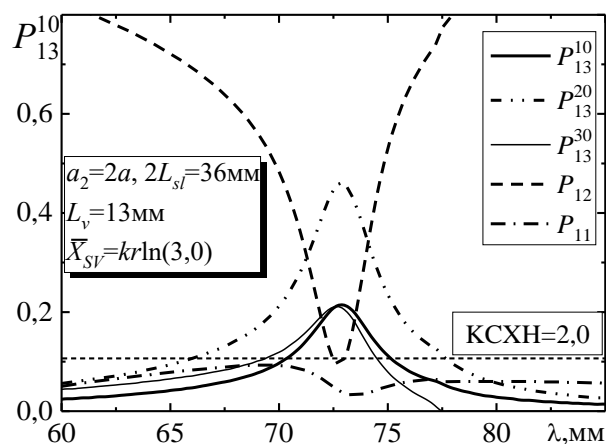


Рис. 3.15. Залежності енергетичних характеристик від довжини хвилі для вібраторно-щілинної структури при $b_2 = b$, $z_0 = 46.0$ мм, $x_{01} = a/3$, $x_{02} = a_2/6$

3.3 Енергетичні характеристики Т-подібного зчленування хвилеводів з трьохелементною вібраторно-щілинною структурою

У підрозділах 3.1 і 3.2 було розв'язано задачі про зв'язок через резонансну щілину нескінченного прямокутного хвилеводу, у якому розміщено несиметричний імпедансний вібратор, і напівнескінченного хвилеводу (у загальному випадку іншого поперечного перерізу), торець якого характеризується

імпедансним (у загальному випадку магнітодіелектричним) покриттям. Шляхом числового моделювання було показано, що для E -площинного Т-подібного зчленування запропонованої конструкції можливе використання імпедансних покриттів як керуючих елементів немеханічного типу. Причому, якщо за допомогою імпедансу торця хвилевідного плеча можна забезпечити варіювання резонансної довжини щілини, то за допомогою імпедансного монополя (розподіл потужності в заданій пропорції між вихідними плечима зчленування (у тому числі режим однакового розподілу) при задовільному узгодженні магістрального хвилеводу на вході. Слід підкреслити, що на відміну від пристроїв, які застосовуються на практиці, запропоноване Т-подібне зчленування дозволяє перенаправляти практично всю потужність із магістрального хвилеводу в сполучений напівнескінченний бічний хвилевід.

Однак у підрозділах 3.1 і 3.2 були розглянуті не всі аспекти можливої реалізації вібраторно-щілинного зв'язку в Т-подібному зчленуванні прямокутних хвилеводів. Так, не досліджено умови, що допускають імовірний дворезонансний режим роботи пристрою при розміщенні усередині хвилеводу пари імпедансних вібраторів [6, 9, 15–17]. Також лишилося поза межами аналізу питання оптимальності діапазону зміни імпедансу покриття торця бічного хвилеводу при варіюванні резонансної довжини щілини. Справа в тому, що поверхневий імпеданс шару товщиною h_d із природнього магнітодіелектрика з матеріальними параметрами $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$ й $\mu = \mu' - i\mu''$ у цьому випадку буде визначатися виразом

$$\bar{Z}_{sw} = i \frac{k_d}{k_w} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \operatorname{tg}(k_w h_d),$$
 який при виконанні нерівності $|k_w h_d| \ll 1$ переходить у

формулу $\bar{Z}_{sw} \approx ik\mu h_d$. Тут $k_d = k\sqrt{\varepsilon\mu}$ і $k_w = \sqrt{k_d^2 - (\pi/a)^2}$. Як видно, для електрично тонкого шару поверхневий імпеданс не залежить від діелектричної проникності ε матеріалу покриття і є імпедансом індуктивного типу, внаслідок чого виявляється можливим тільки збільшення резонансної довжини щілини за рахунок збільшення значень μ або h_d . З іншого боку, у цей час відомі штучні метаматеріали [213–215], які в розглянутому діапазоні частот характеризуються

від'ємними значеннями реальних частин ($\epsilon' < 0$ і (або) $\mu' < 0$) матеріальних параметрів і забезпечують для покривного шару імпеданс ємнісного типу.

У даному підрозділі побудовано математичну модель для дифракційних полів E -площинного T -подібного зчленування однорозмірних прямокутних хвильоводів, що містить трьохелементну вібраторно-щілинну структуру зв'язку, особливістю якої є одночасне урахування змінних уздовж осей монополів поверхневих імпедансів і постійного імпедансу шару магнітодіелектрика (зокрема, метаматеріалу), розподіленого на торці бокового напівнескінченного хвильоводу, а також проведення на їх основі досліджень енергетичних характеристик T -зчленування в діапазоні одномодового режиму роботи хвильоводів.

3.3.1 Постановка задачі та розв'язання інтегральних рівнянь для струмів

Нехай у порожнистому нескінченному прямокутному хвильоводі з ідеально провідними стінками й поперечним перерізом розміром $a \times b$ (індекс об'єму $Wg1$), де паралельно вузьким стінкам розташовано два тонкі несиметричні вібратори (монополі) з радіусами $r_{1(2)}$ й довжиною $L_{1(2)}$ ($r_{1(2)} / L_{1(2)} \ll 1$, $r_{1(2)} / \lambda \ll 1$) зі змінними уздовж їхніх осей поверхневими імпедансами, зі сторони $z = -\infty$ (плече 1 зчленування) розповсюджується хвиля основного типу H_{10} (Рис. 3.16). У широкій стінці хвильоводу товщиною h симетрично щодо його поздовжньої осі прорізана вузька поперечна щілина шириною d й довжиною $2L_3$ ($d / (2L_3) \ll 1$, $d / \lambda \ll 1$), що випромінює в напівнескінченний прямокутний хвильовід (індекс об'єму $Wg2$) з поперечним перерізом розміром також $a \times b$ і імпедансним торцем із щілиною. Зсув вібраторів у площині поперечного перерізу основного хвильоводу становить $x_{01(02)}$, а щілини в торці бічного хвильоводу – $y'_0 = y_0$. Відстань між осями

першого вібратора й щілини дорівнює z_0 . Другий вібратор розташований на осі щілини, безпосередньо під нею, і розв'язаний із щілиною за поляризацією.

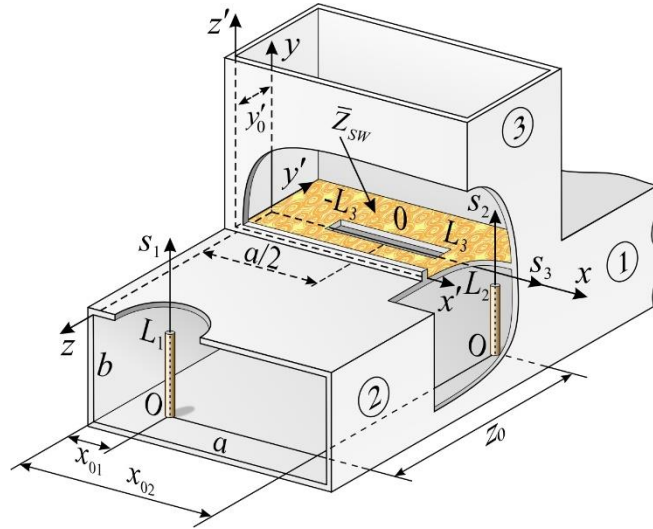


Рис. 3.16 Геометрія структури і прийняті позначення

Для такої структури вихідна система інтегральних рівнянь щодо електричних струмів у вібраторах $J_{1(2)}(s_{1(2)})$ і еквівалентного магнітного струму в щілині $J_3(s_3)$ буде мати такий вигляд:

$$\left(\frac{d^2}{ds_1^2} + k^2 \right) \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{wg1}(s_1, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{wg1}(s_1, s'_2) ds'_2 \right\} - \quad (3.15a)$$

$$-ik \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) \tilde{G}_{s_3}^{wg1}(s_1, s'_3) ds'_3 = -i\omega [E_{0s_1}(s_1) - z_{i1}(s_1) J_1(s_1)],$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_2^2} + k^2 \right) \left\{ \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{wg1}(s_2, s'_2) ds'_2 + \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{wg1}(s_2, s'_1) ds'_1 \right\} = \quad (3.15b)$$

$$= -i\omega [E_{0s_2}(s_2) - z_{i2}(s_2) J_2(s_2)],$$

$$\left(\frac{d^2}{ds_3^2} + k^2 \right) \int_{-L_3}^{L_3} J_3(s'_3) [G_{s_3}^{wg1}(s_3, s'_3) + G_{s_3}^{wg2}(s_3, s'_3)] ds'_3 - \quad (3.15b)$$

$$-ik \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) \tilde{G}_{s_1}^{wg1}(s_3, s'_1) ds'_1 = -i\omega H_{0s_3}(s_3),$$

Тут $s_{1(2)}$ і s_3 – локальні координати, пов'язані з осями вібраторів і щілини; $z_{i1(i2)}(s_{1(2)})$ – внутрішні погонні ([Ом/м]) імпеданси вібраторів; $E_{0s_{1(2)}}(s_{1(2)})$ і $H_{0s_3}(s_3)$ – проекції полів сторонніх джерел на осі вібраторів і щілини; $G_{s_1}^{Wg1}(s_1, s'_1)$, $G_{s_2}^{Wg1}(s_2, s'_2)$, $G_{s_2}^{Wg1}(s_1, s'_2)$, $G_{s_1}^{Wg1}(s_2, s'_1)$ і $G_{s_3}^{Wg1,2}(s_3, s'_3)$ – відповідні компоненти тензорних функцій Гріна електричного й магнітного типів нескінченного прямокутного хвильоводу й напівнескінченного хвильоводу з торцем, що характеризується нормованим імпедансом \bar{Z}_{SW} ; “ $-L_{1(2)}$ ” – координати кінців дзеркальних (щодо широкої стінки хвильоводу) зображень вібраторів ($J_{1(2)}(\pm L_{1(2)}) = 0$, $J_3(\pm L_3) = 0$); $\tilde{G}_{s_1}^{Wg1}(s_3, s'_1) = \frac{\partial}{\partial z} G_{s_1}^{Wg1}[x(s_3), 0, z; x'(s'_1), y'(s'_1), z_0]$, $\tilde{G}_{s_3}^{Wg1}(s_1, s'_3) = \frac{\partial}{\partial z} G_{s_3}^{Wg1}[x(s_1), y(s_1), z; x'(s'_3), 0, 0]$ за умови підстановки значень $z = 0$ у $\tilde{G}_{s_1}^{Wg1}$ і $z = z_0$ в $\tilde{G}_{s_3}^{Wg1}$ після узяття похідної.

Розв'язок системи рівнянь (3.15), як і раніше, будемо шукати узагальненим методом наведених ЕМРС, використовуючи як апроксимуючі вирази для струмів у вібраторі й щілини функції $J_{1(2)}(s_{1(2)}) = J_{1(2)}^0 f_{1(2)}(s_{1(2)})$ й $J_3(s_3) = J_3^0 f_3(s_3)$, де $J_{1(2)3}^0$ розглядаються як невідомі амплітуди струмів. Для розглянутої вібраторно-щілинної структури при збудженні хвилею основного типу H_{10} маємо:

$$f_{1(2)}(s_{1(2)}) = \cos \tilde{k}_{1(2)} s_{1(2)} - \cos \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}, \quad (3.16a)$$

$$f_3(s_3) = \cos k s_3 - \cos k L_3, \quad (3.16b)$$

$$\text{де } \tilde{k}_{1(2)} = k - \frac{i2\pi z_{i1(i2)}^{av}}{Z_0 \Omega_{1(2)}}, \quad \Omega_{1(2)} = 2 \ln(2L_{1(2)} / r_{1(2)}), \quad z_{i1(i2)}^{av} = \frac{1}{2L_{1(2)}} \int_{-L_{1(2)}}^{L_{1(2)}} z_{i1(i2)}(s_{1(2)}) ds_{1(2)} -$$

середні значення внутрішніх імпедансів вздовж вібраторів. Далі згідно з узагальненим методом наведених ЕМРС зводимо систему інтегральних рівнянь (3.15) до СЛАР щодо невідомих амплітуд струмів:

$$\begin{aligned}
J_1^0 Z_{11}^\Sigma + J_2^0 Z_{12} + J_3^0 Z_{13} &= -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_1}^{L_1} f_1(s_1) E_{0s_1}(s_1) ds_1, \\
J_2^0 Z_{22}^\Sigma + J_1^0 Z_{21} &= -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_2}^{L_2} f_2(s_2) E_{0s_2}(s_2) ds_2, \\
J_3^0 Z_{33}^\Sigma + J_1^0 Z_{31} &= -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_{sl}}^{L_{sl}} f_3(s_3) H_{0s_3}(s_3) ds_3,
\end{aligned} \tag{3.17}$$

де матричні коефіцієнти визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}
Z_{11(22)} &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_{1(2)}^2}{kk_z (\tilde{k}_{1(2)}^2 - k_y^2)^2} e^{-k_z r_{1(2)}} \sin^2 k_x x_{01(2)} \times \right. \\
&\quad \left. \times \left[\sin \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} \cos k_y L_{1(2)} - (\tilde{k}_{1(2)} / k_y) \cos \tilde{k} L_{1(2)} \sin k_y L_{1(2)} \right]^2 \right], \\
F_{z1(2)} &= -\frac{i}{r_{1(2)}} \int_0^{L_{1(2)}} f_{1(2)}^2(s_{1(2)}) \bar{Z}_{SV1(V2)}(s_{1(2)}) ds_{1(2)}, \\
Z_{12(21)} &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_y^2) \tilde{k}_1 \tilde{k}_2 e^{-k_z r_{2(1)}}}{kk_z (\tilde{k}_1^2 - k_y^2) (\tilde{k}_2^2 - k_y^2)} \sin k_x x_{01} \sin k_x x_{02} \times \\
&\quad \times [\sin \tilde{k}_1 L_1 \cos k_y L_1 - (\tilde{k}_1 / k_y) \cos \tilde{k}_1 L_1 \sin k_y L_1] \times \\
&\quad \times [\sin \tilde{k}_2 L_2 \cos k_y L_2 - (\tilde{k}_2 / k_y) \cos \tilde{k}_2 L_2 \sin k_y L_2], \\
Z_{13} = Z_{31} &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\varepsilon_n k \tilde{k}_1 e^{-k_z z_0}}{i(k^2 - k_x^2) (\tilde{k}_1^2 - k_y^2)} \times \right. \\
&\quad \times \sin k_x x_{01} [\sin \tilde{k} L_1 \cos k_y L_1 - (\tilde{k} / k_y) \cos \tilde{k} L_1 \sin k_y L_1] \times \\
&\quad \times [\sin k L_3 \cos k_x L_3 - (k / k_x) \cos k L_3 \sin k_x L_3] \Big], \\
Z_{33}^{wg1} &= \frac{8\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\varepsilon_n k e^{-k_z (d_e/4)}}{k_z (k^2 - k_x^2)} \times \right. \\
&\quad \times [\sin k L_3 \cos k_x L_3 - (k / k_x) \cos k L_3 \sin k_x L_3]^2 \Big], \\
Z_{33}^{wg2} &= \frac{16\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\varepsilon_n k F(\bar{Z}_{sw})}{k_z (k^2 - k_x^2)} \cos k_y y_0 \cos k_y \left(y_0 + \frac{d_e}{4} \right) \times \right. \\
&\quad \times [\sin k L_3 \cos k_x L_3 - (k / k_x) \cos k L_3 \sin k_x L_3]^2 \Big],
\end{aligned}$$

$$F(\bar{Z}_{SW}) = \frac{kk_z(1 + \bar{Z}_{SW}^2)}{(ik + k_z \bar{Z}_{SW})(k\bar{Z}_{SW} - ik_z)} \left(1 - i \frac{kk_z \bar{Z}_{SW}}{k^2 - k_x^2} \right),$$

$$Z_{11(22)}^\Sigma = Z_{11(22)} + F_{z1(2)}, \quad Z_{33}^\Sigma = Z_{33}^{Wg1} + Z_{33}^{Wg2},$$

У цих формулах прийняті позначення: $\varepsilon_n = \begin{cases} 1, n=0 \\ 2, n \neq 0 \end{cases}$; m і n – цілі числа; $k_x = \frac{m\pi}{a}$,

$k_y = \frac{n\pi}{b}$, $k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$; $d_e = d \exp(-\pi h / 2d)$ – “еквівалентна” ширина щілини.

Невідомі амплітуди струмів із системи рівнянь (3.17) визначаються аналітично. Далі, використовуючи відомі електродинамічні співвідношення, знаходимо коефіцієнти відбиття й проходження за полем S_{11} й S_{12} у магістральному хвилеводі:

$$S_{11} = \frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ J_3 \frac{2k_g^2}{k^2} f(kL_3) - J_1 \frac{k_g}{\tilde{k}_1} \sin\left(\frac{\pi x_{01}}{a}\right) f(\tilde{k}_1 L_1) e^{-ik_g z_0} - \right. \\ \left. - J_2 \frac{k_g}{\tilde{k}_2} \sin\left(\frac{\pi x_{02}}{a}\right) f(\tilde{k}_2 L_2) \right\} e^{2ik_g z}, \quad (3.18a)$$

$$S_{12} = 1 + \frac{4\pi i}{abk k_g} \left\{ J_3 \frac{2k_g^2}{k^2} f(kL_3) + J_1 \frac{k_g}{\tilde{k}_1} \sin\left(\frac{\pi x_{01}}{a}\right) f(\tilde{k}_1 L_1) e^{ik_g z_0} + \right. \\ \left. + J_2 \frac{k_g}{\tilde{k}_2} \sin\left(\frac{\pi x_{02}}{a}\right) f(\tilde{k}_2 L_2) \right\}, \quad (3.18b)$$

де $k_g = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$,

$$J_1 = \tilde{J}_0 \left[\frac{k^2}{k_g \tilde{k}_1} \sin \frac{\pi x_{01}}{a} f_1(\tilde{k}_1 L_1) e^{-ik_g z_0} Z_{22}^\Sigma Z_{33}^\Sigma - \right. \\ \left. - \frac{k^2}{k_g \tilde{k}_2} \sin \frac{\pi x_{02}}{a} f_2(\tilde{k}_2 L_2) Z_{12} Z_{33}^\Sigma - f_3(kL_3) Z_{13} Z_{22}^\Sigma \right], \\ J_2 = \tilde{J}_0 \left[\frac{k^2}{k_g \tilde{k}_2} \sin \frac{\pi x_{02}}{a} f_2(\tilde{k}_2 L_2) (Z_{11}^\Sigma Z_{33}^\Sigma - Z_{31} Z_{13}) - \right. \\ \left. - \frac{k^2}{k_g \tilde{k}_1} \sin \frac{\pi x_{01}}{a} f_1(\tilde{k}_1 L_1) e^{-ik_g z_0} Z_{21} Z_{33}^\Sigma + f_3(kL_3) Z_{13} Z_{21} \right],$$

$$\begin{aligned}
J_3 = \tilde{J}_0 & \left[f_3(kL_3)(Z_{11}^\Sigma Z_{22}^\Sigma - Z_{21}Z_{12}) + \frac{k^2}{k_g \tilde{k}_2} \sin \frac{\pi x_{02}}{a} f_2(\tilde{k}_2 L_2) Z_{12} Z_{31} - \right. \\
& \left. - \frac{k^2}{k_g \tilde{k}_1} \sin \frac{\pi x_{01}}{a} f_1(\tilde{k}_1 L_1) e^{-ik_g z_0} Z_{31} Z_{22}^\Sigma \right], \\
\tilde{J}_0 = & 1 / (Z_{11}^\Sigma Z_{22}^\Sigma Z_{33}^\Sigma - Z_{21}Z_{12}Z_{33}^\Sigma - Z_{31}Z_{13}Z_{22}^\Sigma), \\
f_{1(2)}(\tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}) = & \sin \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} - \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)} \cos \tilde{k}_{1(2)} L_{1(2)}, \\
f_3(kL_3) = & \frac{\sin kL_3 \cos(\pi L_3 / a) - (ka / \pi) \cos kL_3 \sin(\pi L_3 / a)}{1 - [\pi / (ka)]^2}.
\end{aligned}$$

Енергетичні характеристики структури (P_{11} і P_{12} – коефіцієнти відбиття й проходження за потужністю в основному хвилеводі, P_{13} – коефіцієнт проходження в бічному хвилеводі) знаходяться аналогічно з п. 3.1 із наступних співвідношень:

$$P_{11} = |S_{11}|^2, \quad P_{12} = |S_{12}|^2, \quad P_{13} = 1 - P_{11} - P_{12}. \quad (3.19)$$

Так як і раніше, потужності втрат у вібраторах $P_{\sigma V1(V2)}$ і покритті торця хвилевідної секції $P_{\sigma W}$ автоматично враховуються в коефіцієнтах P_{11} і P_{12} . Визначити їх окремо для кількісної оцінки можна з умов енергетичного балансу в допоміжних задачах ($q = 1, 2, 3$): 1) при металізації щілини $\sum_{q=1}^2 P_{1q} + P_{\sigma V1} + P_{\sigma V2} = 1$; 2) при

відсутності вібраторів $\sum_{q=1}^3 P_{1q} + P_{\sigma W} = 1$, де коефіцієнт P_{13} визначається за виразом

$$P_{13} = \left| \frac{16\pi k_g f_3^2(kL_3)(1 + \bar{Z}_{SW}^2)}{abk^3 Z_{33}^\Sigma [1 + (k_g / k) \bar{Z}_{SW}]} \right|^2.$$

3.3.2 Числові та експериментальні результати

У розрахунках, згідно з вимогами для прийнятих наближень, відношення параметрів $2r_{1(2)} / L_{1(2)}$ і $[d / (2L_3)]$ не перевищували значення 0,1, а кількість членів подвійних рядів у виразах для коефіцієнтів СЛАР вибиралася такою, щоб забезпечити обчислення значень матричних коефіцієнтів у кожному з об'ємів, що

зчленовуються, з точністю 0,1 %. Коректність побудованої математичної моделі, насамперед, була перевірена за допомогою тестових розрахунків для випадку зчленування, що містить один імпедансний вібратор, а також шляхом порівняння з експериментальними даними. У режимі тестової перевірки розрахункові результати збігаються з результатами підрозділу 3.1. Для другого варіанта перевірки на Рис. 3.17 наведено розрахункові й експериментальні залежності енергетичних параметрів Т-подібного зчленування двох прямокутних хвильоводів з поперечним перерізом $58,0 \times 25,0$ мм без покривного шару на торці бічного хвильоводу ($\bar{Z}_{sw} = 0$) при таких параметрах: $2L_3 = 40,0$ мм, $d = 4,0$ мм, $h = 0,5$ мм, $y_0 = b/2$, $L_{1(2)} = 15,0$ мм, $r_{1(2)} = 2,0$ мм, $x_{01} = a/8$, $x_{02} = 7a/8$, $z_0 = 54,0$ мм. Тут і далі $\bar{Z}_{SV1(V2)}(s_{1(2)}) = \bar{R}_{SV1(V2)} + i\bar{X}_{SV1(V2)}\phi(s_{1(2)})$ – комплексний розподілений поверхневий імпеданс вібраторів, нормований на Z_0 ($\bar{Z}_{SV1(V2)}(s_{1(2)}) = 2\pi r_{1(2)} z_{il(i2)}(s_{1(2)})$; $\phi(s_{1(2)})$ – задана функція; $|\bar{Z}_{SV1(V2)}(s_{1(2)})|^2 \ll 1$); $\bar{Z}_{sw} = \bar{R}_{sw} + i\bar{X}_{sw}$ – нормований поверхневий імпеданс торця бічного хвильоводу 3 ($|\bar{Z}_{sw}|^2 \ll 1$). На Рис. 3.17а наведено результати для структури, у якій зміщений від щілини вібратор характеризується постійним уявним імпедансом $\bar{X}_{SV1} = kr_1 \ln(4,0)$, а другий вібратор є ідеально провідним ($\bar{Z}_{SV2} = 0$). На Рис. 3.17б наведено результати для структури з тими ж параметрами, але коли другий вібратор характеризується змінним імпедансом $\bar{X}_{SV2} = kr_2 \ln(4,0)\phi(s_2)$ ($\phi(s_2) = 2[1 - (s_2 / L_2)]$ – лінійно спадний до кінця вібратора розподіл імпедансу. Відповідні експериментальні зразки вібраторів наведено на Рис. 3.17. Як видно із графіків, розрахункові й експериментальні результати добре узгоджуються між собою.

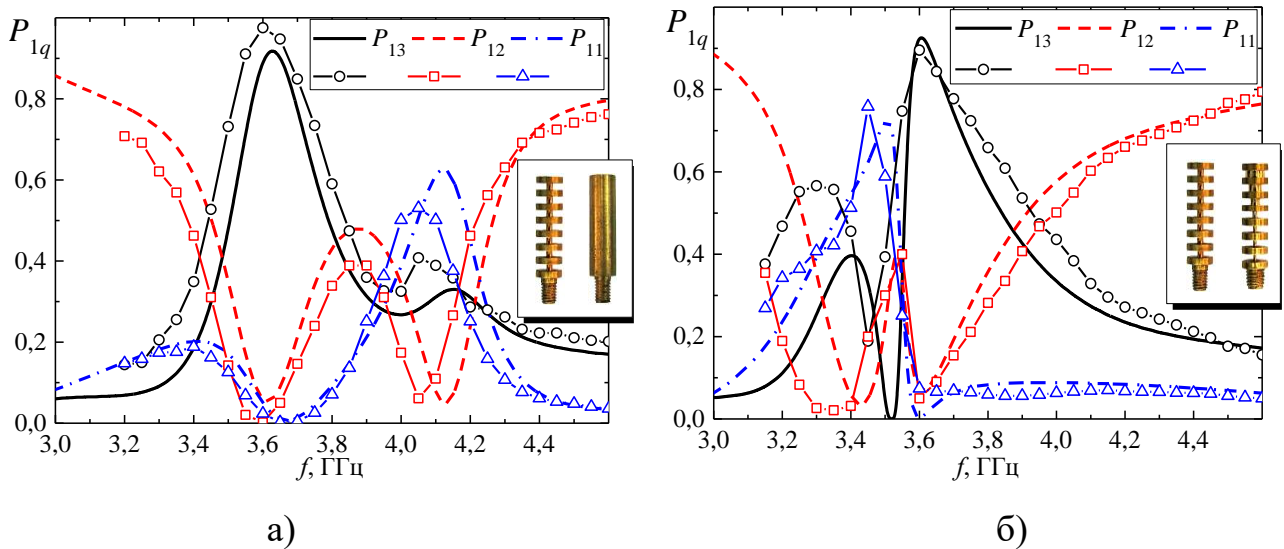


Рис. 3.17 Розрахункові (лінії) і експериментальні (значки) результати для структури з постійним (а) і змінним (б) імпедансом вібраторів: а) $\bar{X}_{sv1} = kr_1 \ln(4.0)$, $\bar{Z}_{sv2} = 0$; б) $\bar{X}_{sv1} = kr_1 \ln(4.0)$, $\bar{X}_{sv2}(s_2) = kr_2 \ln(4.0)\phi(s_2)$

Як і слід було сподіватися, на відміну від результатів п. 3.1 і п. 3.2, розміщення в основному хвилеводі двох вібраторів, настроєних на рознесені резонансні частоти, дозволяє реалізувати дворезонансний режим розподілу потужності між плечима зчленування. При спеціальному виборі геометричних і електрофізичних параметрів вібраторів, що забезпечують зближення їх резонансних частот, можливе розширення робочої смуги хвилевідного пристрою.

Для визначення поверхневого імпедансу шару метаматеріалу (на ідеально провідній площині) необхідно скористатися формулою

$\bar{Z}_{sw} = \bar{R}_{sw} + i\bar{X}_{sw} = \pm i \frac{k_d}{k_w} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \operatorname{tg}(k_w h_d)$, де знак «+» відповідає випадку $\epsilon' > 0$, а знак «-» береться при $\epsilon' < 0$. Однак у будь-якому разі формула розрахунків імпедансу електрично тонкого шару $\bar{Z}_{sw} \approx ik\mu h_d$ не змінюється. Тоді для $\mu' < 0$ поверхневий імпеданс буде мати ємнісний характер з від'ємною уявною частиною ($\bar{X}_{sw} < 0$), на відміну від природнього магнітодіелектрика, імпеданс якого завжди має індуктивний характер ($\bar{X}_{sw} > 0$). Як приклад для розрахунків був використаний метаматеріал *LR-5I* [214]. Комірка цього матеріалу являє собою систему із

чотирьох трьохвиткових спіралей з ніхромового проводу товщиною 0,4 мм із кроком між кільцями 1,0 мм. Зовнішній діаметр спіралей дорівнює 5,0 мм; вони розташовані спеціальним чином на тонкій поліуретановій підложці товщиною 0,2 мм (Рис. 3.18). Експериментальні значення електрофізичних параметрів метаматеріалу й криві апроксимації цих даних (що використовуються далі при числовому моделюванні) наведено на Рис. 3.19.

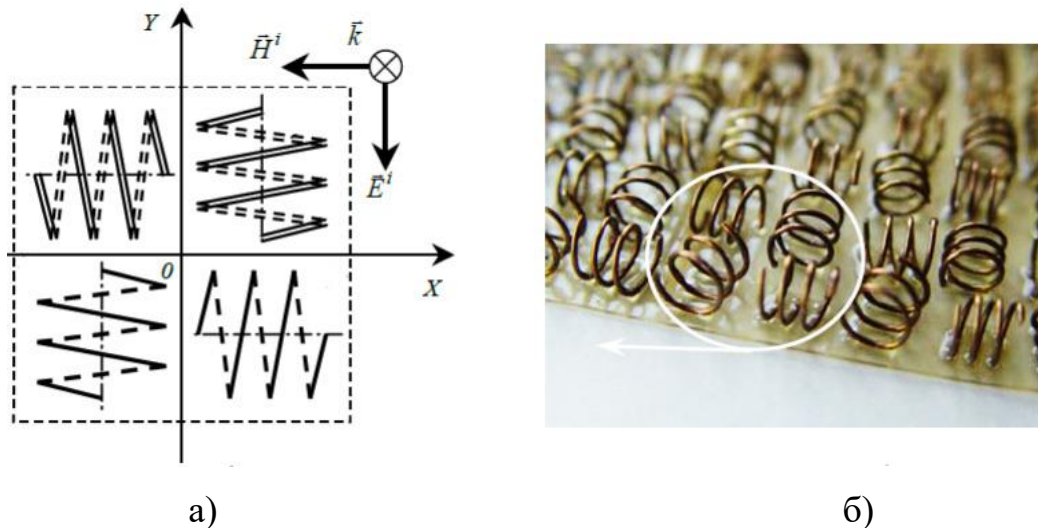


Рис. 3.18 Одиночна комірка (а) і фрагмент (б) метаматеріалу з ніхромових спіралей

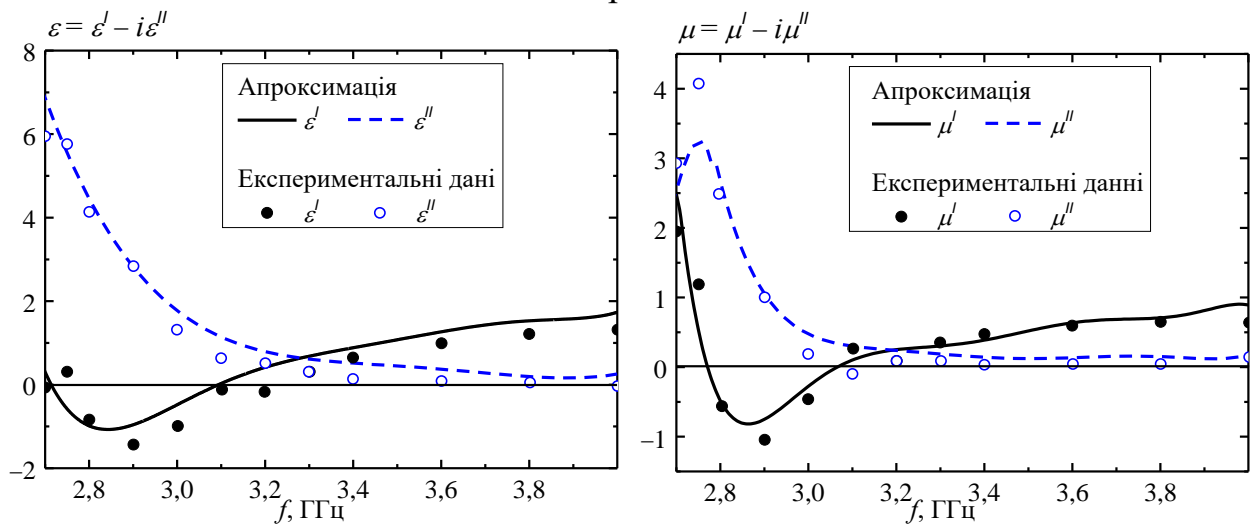


Рис. 3.19 Експериментальні дані [214] й апроксимація електрофізичних параметрів метаматеріалу *LR-5I*

На Рис. 3.20 наведено значення поверхневого імпедансу для шару *LR-5I* на поліуретановій підкладці із загальною товщиною $h_d = 5,2$ мм, обчислені за

приведеними вище формулами у діапазоні частот $f = 2,7 \dots 4,0$ ГГц для хвильоводу з перерізом $58,0 \times 25,0$ мм. Тут же наведено значення \bar{Z}_{sw} для шару такої ж товщини з матеріалу *TDK-IR-A095* [216], що має в діапазоні частот $f = 2,5 \dots 10,0$ ГГц параметри $\varepsilon = 6,2 - i0,32$, $\mu = 0,60 - i0,32$. Як видно із графіків, на відміну від традиційного магнітодіелектрика, для цього метаматеріалу існує діапазон частот, у якій уявна частина поверхневого імпедансу має від'ємні значення (аналогічно з електрично товстими покриттями із магнітодіелектрика [8]). В іншій частині діапазону шар метаматеріалу за своїми властивостями наближається до металізованого екрана із втратами, який характеризується імпедансом індуктивного типу.

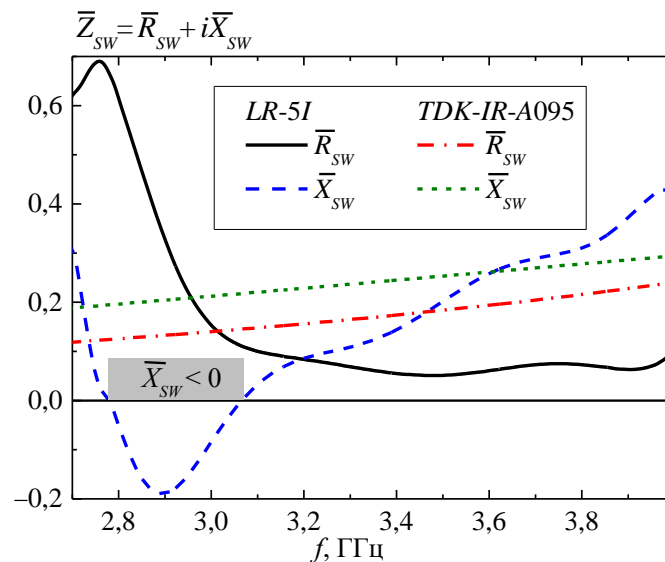


Рис.3.20. Залежності \bar{Z}_{sw} від частоти для *LR-5I* і *TDK-IR-A095*

На прикладі структури з одним вібратором розглянемо можливість зміни резонансної довжини хвилі щілини без трансформації її геометричних параметрів шляхом варіювання значення імпедансу \bar{Z}_{sw} , що має як індуктивний, так і ємнісний характер. На Рис. 3.21 наведено результати розрахунків для щілини довжиною $2L_3 = 40,0$ мм (інші конструктивні параметри зчленування без змін, $x_{01} = a/8$). У розрахунках розглянуто три випадки значення імпедансу \bar{Z}_{sw} :

1) $\bar{Z}_{SW} = 0$ – торець без покриття; 2) $\bar{X}_{SW} > 0$ – імпеданс індуктивного типу для шару магнітодіелектрика *TDK-IR-A095*; 3) $\bar{X}_{SW} < 0$ – імпеданс ємнісного типу для шару метаматеріалу *LR-5I*.

У цьому випадку довжина й зсув уздовж осі z ($z_0 = \lambda_G^{Sres} / 2$, де $\lambda_G^{Sres} = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi / \lambda_{Slot}^{res})^2 - (\pi / a)^2}}$ – довжина хвилі у хвилеводі, що відповідає резонансній довжині хвилі щілини у вільному півпросторі λ_{Slot}^{res}) ідеально провідного вібратора для кожного випадку \bar{Z}_{SW} вибиралися з умови передачі в бічне плече зчленування максимально можливого рівня потужності: у першому випадку $L_1 = 17,3$ мм і $z_0 = 54,0$ мм ($\lambda_{Slot}^{res} = 80,0$ мм); у другому – $L_1 = 21,5$ мм і $z_0 = 90,0$ мм ($\lambda_{Slot}^{res} = 97,5$ мм); у третьому – $L_1 = 20,0$ мм і $z_0 = 74,0$ мм ($\lambda_{Slot}^{res1} = 91,5$ мм). Для наочності підтвердження значення резонансної довжини щілини на Рис. 3.21а наведені характеристики зчленування за відсутності вібратора. Товщина шарів покриттів становила $h_d = 5,2$ мм і забезпечувала можливість реалізації шару метаматеріалу за технологією роботи [214]. Тут використовувалися ідеально провідні монополі для можливості коректного аналізу втрат у матеріалах покриттів імпедансного торця бічного плеча хвилевідного зчленування.

Як видно з Рис. 3.21, використання обох типів покриттів на торці бічного хвилеводу в цьому випадку забезпечує можливість перебудови резонансного режиму передачі потужності в бічне плече зчленування тільки в короткохвильову частину робочого діапазону основного хвилеводу. Це пов'язано з тим, що в частотному інтервалі, де спостерігається випромінювання щілини, обидва покриття характеризуються імпедансом індуктивного типу. При цьому, згідно Рис. 3.21, наявність втрат у матеріалах покриттів (як природнього магнітодіелектрика *TDK-IR-A095*, так і штучного метаматеріалу *LR-5I*) приводить до істотного зниження рівня потужності, переданої в бічний хвилевід. Причому в обох випадках рівні втрат виявляються зрівнянними, оскільки значення уявних частин магнітних проникностей матеріалів є близькими для більшої частини розглянутого діапазону довжин хвиль.

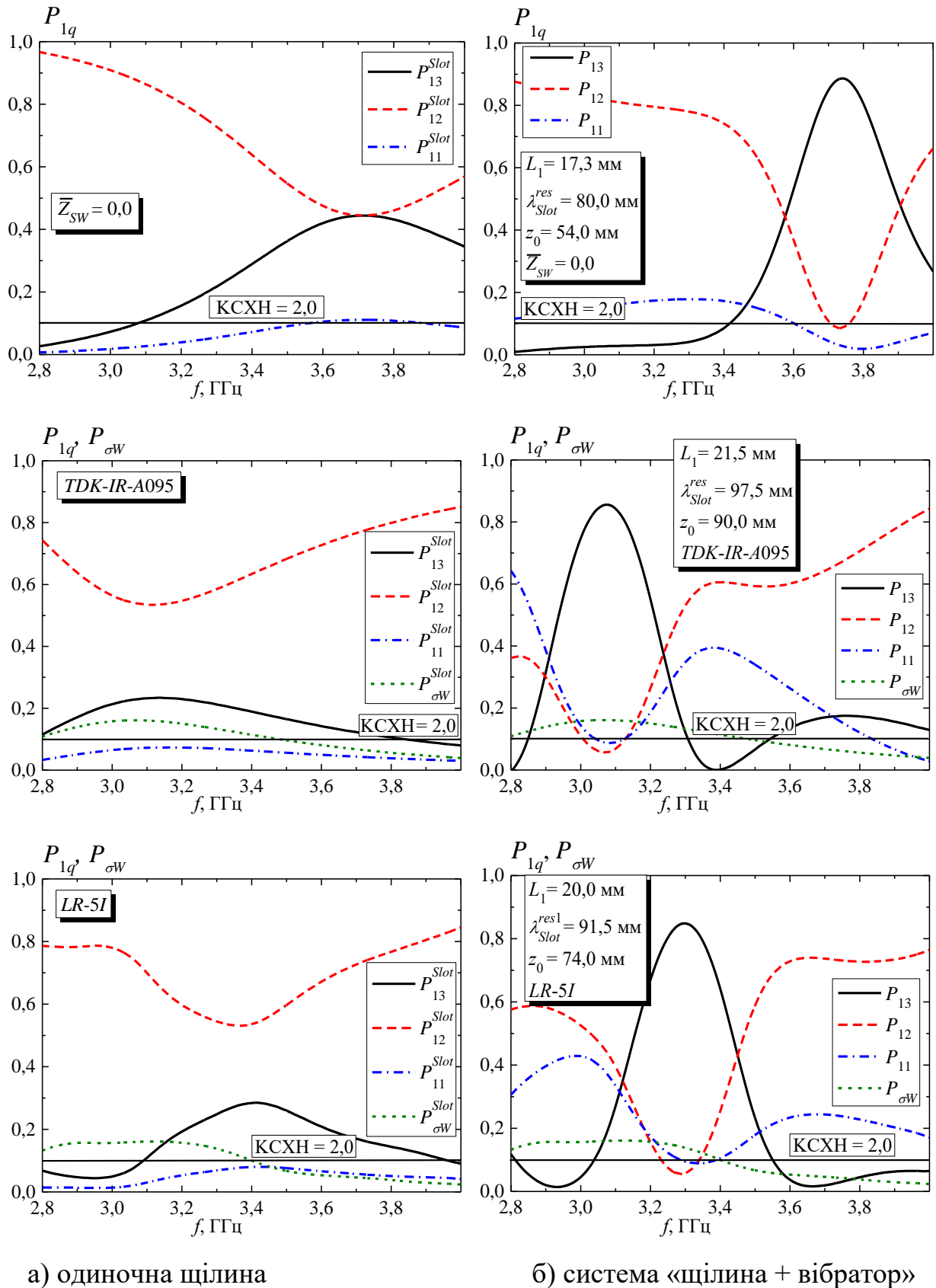


Рис. 3.21 Енергетичні характеристики зчленування із двоелементною вібраторно-щілинною структурою (тут позначено рівень P_{11} , що відповідає значенню коефіцієнта стоячої хвилі за напругою $KCXH = 2,0$).

Зрозуміло, що наявність істотних втрат в елементах керування характеристиками будь-яких НВЧ-пристроїв є неприйнятним чинником для їхнього практичного використання. Тому при виборі матеріалів для покриття на торці бічного хвильоводу, ця вимога повинна враховуватися. Тоді для покриття з поверхневим імпедансом індуктивного характеру необхідно використовувати матеріали, що характеризуються магнітною проникністю зі значенням уявної частини, близької до нуля. Що стосується метаматеріалів, то для кожного з них наявність втрат є принципово обов'язковою. Оскільки конструкція метаматеріалу відповідає конструкції дисперсного композита, відомі співвідношення Крамерса–Кроніга [217] накладають досить жорсткі обмеження на співвідношення між дійсною й уявною частиною комплексних величин діелектричної й магнітної проникностей. На підставі цих співвідношень у роботі [218] було встановлено фундаментальне обмеження – нижня межа електричних і магнітних втрат, нижче якої на частоті ω_0 метаматеріал не може бути реалізований. Однак, слід

зауважити, що критерій із [218]
$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \omega^3 \frac{\varepsilon''(\omega)\mu'(\omega) + \mu''(\omega)\varepsilon'(\omega)}{\omega^2 - \omega_0^2} d\omega \leq -1$$
 все-таки

дозволяє окремо мінімізувати значення μ'' . При цьому рівень втрат буде визначатися тільки значенням комплексної діелектричної проникності метаматеріалу, яка (як вказувалося вище) не впливає на значення поверхневого імпедансу тонкого шару покриття. Таким чином, у зчленуванні для покриття на торці бічного хвильоводу можливо й необхідно використовувати як матеріальні, так і метаматеріальні покриття, що характеризуються магнітною проникністю зі значенням уявної частини $\mu'' \rightarrow 0$. Для використовуваних тут прикладів втрати в матеріалах покриття (як природнього магнітодіелектрика *TDK-IR-A095*, так і метаматеріалу *LR-5I*) приводять до істотного зниження рівня потужності, переданої в бічний хвильовід. Уведення в структуру монополя довжиною $\lambda_{Slot}^{res} / 4$, розташованого на відстані $z_0 = \lambda_G^{Sres} / 2$ від осі щілини, дозволяє на резонансних частотах передати в плече 3 не більше 80 % підведеної потужності.

Як показали розрахунки, при виборі довжини щілини, що резонує в частотному інтервалі $2,75 \text{ ГГц} < f < 3,05 \text{ ГГц}$, де уявна частина поверхневого імпедансу має від'ємні значення, реалізується можливість перебудови резонансного режиму передачі потужності в бічне плече зчленування в довгохвильову частину робочого діапазону основного хвильоводу (до 15 %).

Окремо проаналізуємо умови реалізації резонансної передачі потужності з основного хвильоводу в бічний для випадку покриття його торця шаром метаматеріалу. При зміні довжини щілини для розглянутого метаматеріалу (на відміну від випадків ідеально провідного торця й покриття із природнього магнітодіелектрика) у вибраному частотному діапазоні можливі кілька варіантів реалізації резонансу, який будемо визначати [84, 219] із умови $\arg S_{11}^3 = 0$ ($\arg S_{11}^3$ – аргумент коефіцієнта відбиття для одиночної щілини): 1) традиційний резонанс ($2L_3 = 37,0 \text{ мм}$); 2) резонанс ($2L_3 = 43,0 \text{ мм}$), обумовлений специфічними властивостями метаматеріалу; 3) два рознесені по частоті резонанси ($2L_3 = 40,0 \text{ мм}$).

Залежності $\arg S_{11}^3$ від частоти разом з аналогічними для одиночних вібраторів $\arg S_{11}^1$ наведено на Рис. 3.22а. На Рис. 3.22б наведені відповідні енергетичні характеристики Т-подібних зчленувань для розглянутих випадків. Як випливає із графіків, для першого варіанта поведінка частотних залежностей P_{11} , P_{12} і P_{13} аналогічна до наведених на Рис. 3.21б, на відміну від другого й третього варіантів, де вони суттєво відрізняються. Так, для третього варіанта мають місце два яскраво виражені резонанси P_{13} , причому у випадку $f \approx 2,95 \text{ ГГц}$ $P_{13} \gg P_{12}$, а при $f \approx 3,45 \text{ ГГц}$ $P_{13} \approx P_{12}$.

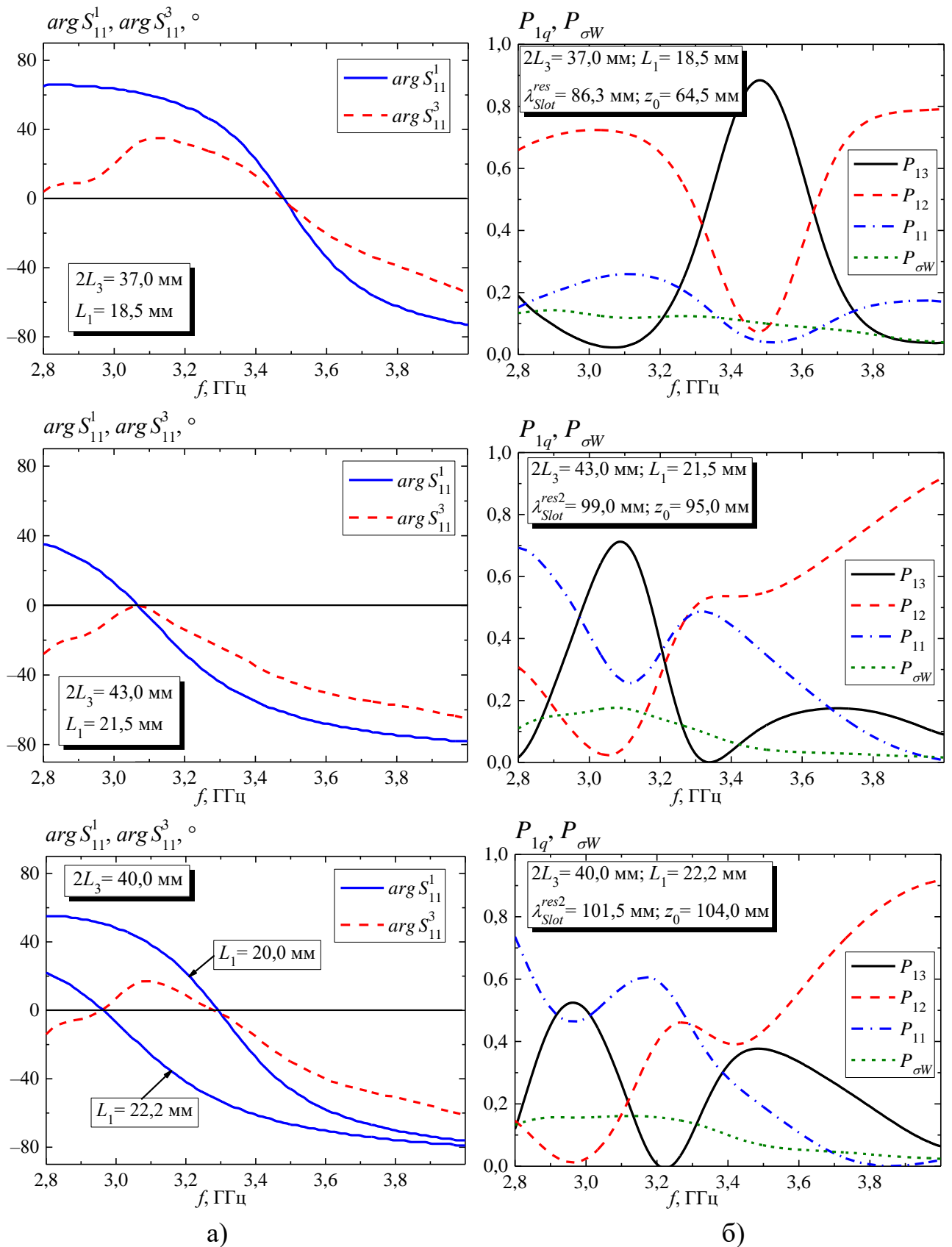


Рис. 3.22 Резонансні умови (а) і енергетичні характеристики (б) зчленування із двоелементною вібраторно-щілинною структурою й покриттям із метаматеріалу товщиною $h_d = 5,2$ мм

Якщо при $2L_3 = 40,0$ мм в основному хвилеводі розмістити два монополі, розміри яких відповідають резонансам щілини ($2L_{1(2)} = 22,2$ мм для $f = 2,96$ ГГц і $2L_{2(1)} = 20,0$ мм для $f = 3,28$ ГГц), то можна одержати специфічні характеристики хвилевідного зчленування, які не можливо реалізувати як у випадку ідеально провідного торця, так і у випадку його покриття шаром із природнього магнітодіелектрика (Рис. 3.23). Як видно із графіків, залежно від взаємного розташування вібраторів мають місце як режим трьохрезонансної передачі потужності в бічний хвилевід (Рис. 3.23а), так і режим суміщення резонансів залежності $P_{13}(f)$ на близьких частотах (Рис. 3.23б).

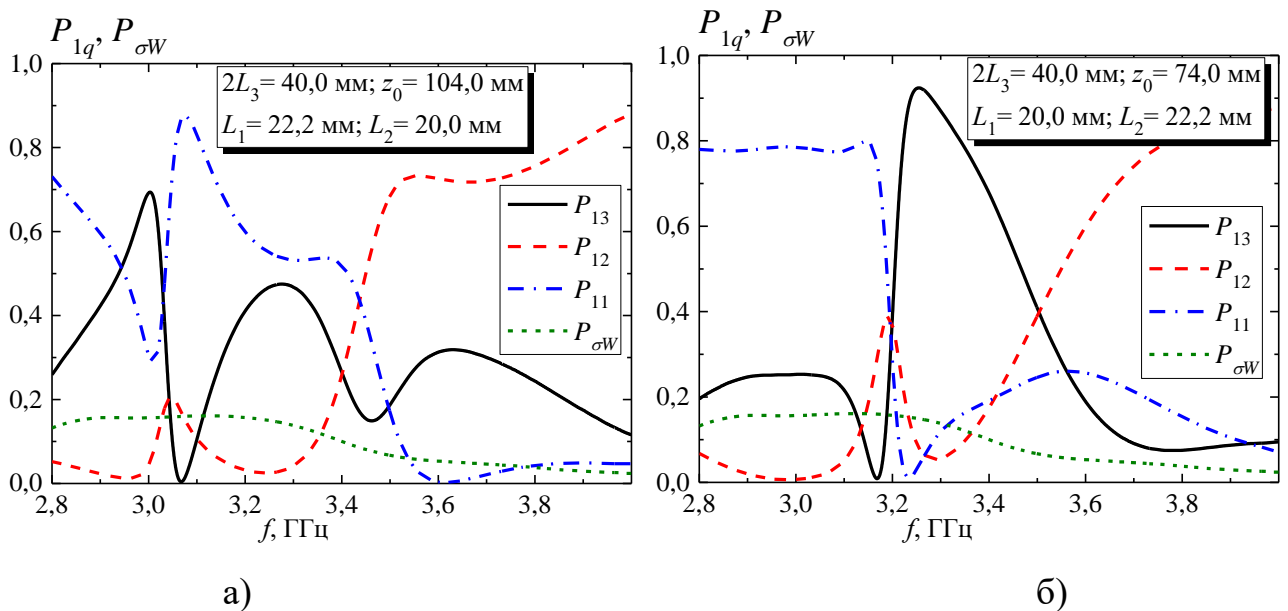


Рис. 3.23 Енергетичні характеристики зчленування із трьохелементною вібраторно-щілинною структурою й покриттям із метаматеріалу товщиною $h_d = 5,2$ мм

На закінчення відзначимо, що при розрахунках графіків, наведених на Рис. 3.21–3.23, вібратори поклалися ідеально провідними з метою наочності демонстрації їх резонансної частоти (довжини хвилі). Однак, змінити їхню геометричну довжину (наприклад, у меншу сторону з метою зменшення ймовірності електричного пробоя між кінцем монополя й верхньою стінкою

хвилеводу, а також при використанні низькопрофільного основного хвилеводу) зі збереженням резонансних властивостей можна шляхом застосування імпедансних вібраторів з розподіленим поверхневим імпедансом певного типу й значення.

3.4 Аналіз резонансних характеристик E - та H -площинних щілинних зчленувань з локальними діелектричними включеннями

Хвилевідні E - та H -площинні зчленування різних конфігурацій широко використовуються в сучасній антенній техніці НВЧ діапазону, наприклад [220-223]. У конструкціях таких зчленувань використовуються бічні плечі у вигляді об'ємів різних електродинамічних типів (нескінченні напівнескінченні хвилеводи, напівобмежені хвилеводи, резонатори з різними властивостями). Слід зазначити, що за сучасними уявленнями позамежні діапазони частот хвилевідних структур за рахунок високого згасання хвиль вважають за неробочі області частотного діапазону. Тому в традиційній техніці НВЧ позамежні хвильові секції (в складі деяких пристроїв) знайшли обмежене застосування в якості елементів навантаження імпедансних резонаторів. Зацікавленість до позамежних хвилевідних сегментів, що дозволяють зосереджувати НВЧ потужність в локальній області, знову проявилась при створенні пристроїв, призначених для досліджень впливу полів НВЧ на зразки різних речовин і біологічних матеріалів. Для цього потрібно забезпечити доступність об'єкта, що опромінюється в ході експерименту (для контролю його стану), або можливість його руху уздовж хвилеводу. Ці вимоги можуть бути задоволені за умови використання відкритої ділянки позамежного прямокутного хвилеводу, який збуджується вузькою щілиною.

У будь-якому випадку актуальним залишається питання створення хвилевідних пристроїв з характеристиками, що керуються немеханічним способом. В авторській роботі [21] було вивчено можливість використання імпедансних покриттів монопольних включень в якості керуючих елементів, призначених для поділу потужності між вихідними каналами хвилевідних

трийників із щілинним зв'язком. У роботах автора [32, 43, 45, 46] аналізувалося використання в якості керуючого елемента (енергетичними характеристиками хвилевідних зчленувань) діелектричної вставки, а в роботах [22, 48] автором було встановлено загальну умову резонансного режиму роботи хвилевідних зчленувань з локальними діелектричними включеннями.

3.4.1 Аналіз дифракційної задачі

Розглянемо пристрої трьох видів, конфігурації яких наведено на Рис. 3.24. Вважаємо, що вузька поперечна щілина, яка прорізана в широкій стінці скінченної товщини h нескінченного прямокутного хвилеводу з внутрішнім поперечним перерізом $a \times b$, випромінює в бічній прямокутний хвилевід з внутрішнім поперечним перерізом $a_1 \times b_1$. Довжина щілини $2l$, а її ширина d . Суміжні хвилеводи мають усі ідеально провідні стінки, окрім торця бічного хвилеводу в Т-подібному трійнику (Рис. 3.24а), який є імпедансним. Бічні хвилеводи є порожніми, а в основному хвилеводі під щілиною розташована діелектрична вставка скінченної довжини c із матеріалу з діелектричною проникністю $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$ і магнітною проникністю $\mu = 1$. Основний хвилевід збуджується хвилею типу H_{10} з одиничною амплітудою що поширюється із напрямку $z = -\infty$. З основним хвилеводом зв'яжемо систему прямокутних координат (x, y, z) , а з бічним – $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, як показано на Рис. 3.24.

Для визначення невідомого поля в щілині використовуємо умови безперервності тангенціальних складових магнітного поля на поверхнях щілин s_1 і s_2 , що належать основному та бічному хвилеводам, внутрішній простір яких позначено індексами " i ", " e ". Хвилеводи пов'язані щілиною через її порожнину " v ". Умови безперервності зводяться до двох функціональних рівнянь щодо тангенціальних складових векторів електричних полів \vec{e}_{s_1} , \vec{e}_{s_2} на поверхнях щілини:

$$\begin{cases} s1 \Rightarrow \vec{H}_\tau^i(\vec{e}_{s1}) + \vec{H}_{0\tau}^i = \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s1}) + \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s2}); \\ s2 \Rightarrow \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s1}) + \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s2}) = \vec{H}_\tau^e(\vec{e}_{s2}), \end{cases} \quad (3.20)$$

де $\vec{H}_\tau^i(\vec{e}_{s1})$, $\vec{H}_\tau^e(\vec{e}_{s2})$, $\vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s1})$, $\vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{s2})$ – тангенціальні щодо площини щілини складові векторів магнітного поля, збудженого полями \vec{e}_{s1} і \vec{e}_{s2} у відповідних електродинамічних об'ємах; $\vec{H}_{0\tau}^i$ – тангенціальна компонента вектора магнітного поля, що непорушене щілиною всередині діелектричної вставки, за умови падіння на неї хвилі H_{10} .

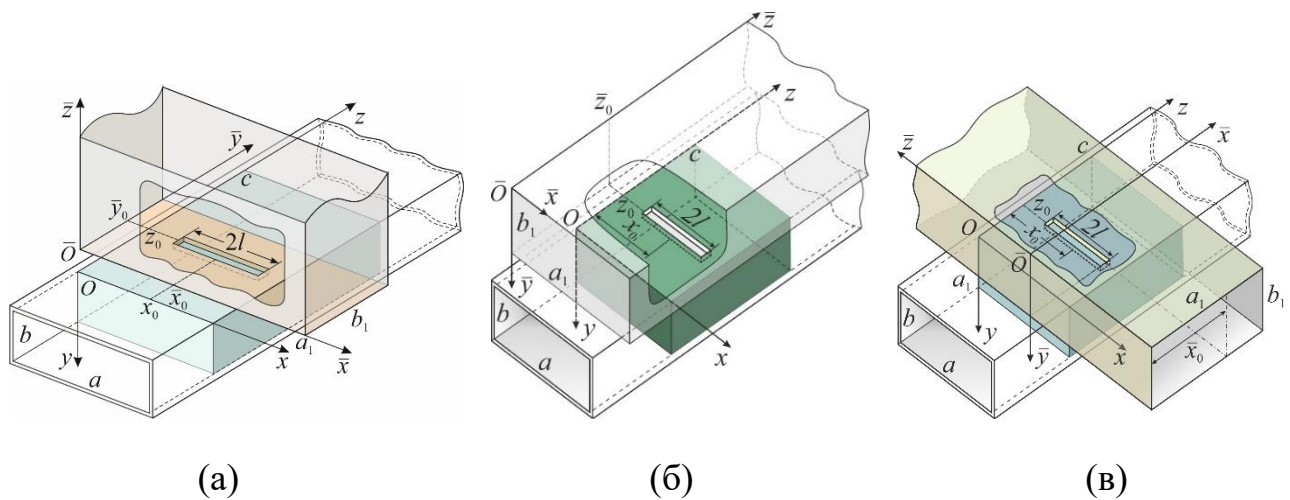


Рис.3.24 Геометрія хвилевідних секцій

Систему функціональних рівнянь (3.20) розв'язуємо методом моментів. Для апроксимації полів \vec{e}_{s1} і \vec{e}_{s2} скористаємося набором векторних базисних функцій:

$$\vec{e}_{1q} = \vec{z}^0 \frac{1}{d} \sin \frac{q\pi}{2l} (x - x_0 + l), \quad \vec{e}_{2q} = \vec{y}^0 \frac{1}{d} \sin \frac{q\pi}{2l} (\bar{x} - \bar{x}_0 + l) \quad (3.21a)$$

для хвилевідних трійників (Рис. 3.24а, Рис. 3.24б), а для випадку хрестоподібного зчленування (Рис. 3.24в)

$$\vec{e}_{1q} = \vec{z}^0 \frac{1}{d} \sin \frac{q\pi}{2l} (x - x_0 + l), \quad \vec{e}_{2q} = \vec{x}^0 \frac{1}{d} \sin \frac{q\pi \bar{z}}{2l}, \quad (3.21б)$$

де \vec{x}^0 – орт осі x , \vec{y}^0 – орт осі y , \vec{z}^0 – орт осі z і $q=1, 2 \dots Q$. Розподіл поля поперек щілини приймається сталим. Шукані поля \vec{e}_{s1} і \vec{e}_{s2} записуємо у вигляді:

$$\vec{e}_{s1(2)} = \sum_{q=1}^Q \dot{V}_{1(2)q} \vec{e}_{1(2)q}. \quad (3.22)$$

Тут \dot{V}_{1q} , \dot{V}_{2q} – невідомі комплексні амплітуди, що підлягають визначенню з системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), яка формується за допомогою методу Гальоркіна і, в даному випадку, набуває вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{q=1}^Q \dot{V}_{1q} (\dot{Y}_{11,pq}^i + \dot{Y}_{11,pq}^v) + \sum_{q=1}^Q \dot{V}_{2q} \dot{Y}_{12,pq}^v = \dot{F}_p^1, \\ p = 1, 2 \dots Q, \\ \sum_{q=1}^Q \dot{V}_{1q} \dot{Y}_{21,pq}^v + \sum_{q=1}^Q \dot{V}_{2q} (\dot{Y}_{22,pq}^v + \dot{Y}_{22,pq}^e) = 0. \end{cases} \quad (3.23)$$

Матричні елементи СЛАР (3.23) мають розмірність адмітансу, амплітудні коефіцієнти \dot{V}_{1q} і \dot{V}_{2q} – розмірність напруги, а \dot{F}_p^1 – розмірність магніторушійної сили. Елементи $\dot{Y}_{mp,pq}^{i,v}$ і \dot{F}_p^1 визначаються як і в [224]. При цьому загальне поле під щілиною представляється сумою двох полів різної структури, а саме: поля в нескінченному хвилеводі, що повністю заповнений діелектриком, і поля обумовленого багаторазовими відображеннями від границь вставки "діелектрик-вільний простір". Вирази для адмітансів щілини в бічному хвилеводі визначено в [32, 43, 45, 46]. Тут ми наведемо вираз для структури, зображеної на Рис. 3.24а, який нам знадобиться надалі:

$$\begin{aligned} Y_{22,pq}^e = & -\frac{pq}{120\pi a_1 b_1} \left(\frac{\pi}{2l} \right)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2 - \delta_{0m})}{\left(\frac{p\pi}{2l} \right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a_1} \right)^2} \frac{(2 - \delta_{0n})}{\left(\frac{q\pi}{2l} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{a_1} \right)^2} \times \\ & \times C_{mn} \left[\bar{Z}_{SW} \gamma_{mn} + \frac{k^2 - (m\pi/a_1)^2}{k} \right] \left[\sin \left(\frac{n\pi d}{2b_1} \right) / \frac{n\pi d}{2b_1} \right]^2 \cos^2 \frac{n\pi}{b_1} \left(\bar{y}_0 + \frac{d}{2} \right) \times \\ & \times \left[\sin \frac{m\pi}{a_1} \bar{x}_0 + (-1)^{p+1} \sin \frac{m\pi}{a_1} (\bar{x}_0 + 2l) \right] \left[\sin \frac{m\pi}{a_1} \bar{x}_0 + (-1)^{q+1} \sin \frac{m\pi}{a_1} (\bar{x}_0 + 2l) \right], \end{aligned} \quad (3.24)$$

де δ_{0m} , δ_{0n} – символи Кронекера; \bar{x}_0 і \bar{y}_0 – відстані між центром щілини і вузькою

і широкою стінками хвилеводу відповідно; $C_{mn} = \frac{k(1 + \bar{Z}_{SW}^2)}{k\gamma_{mn}(1 + \bar{Z}_{SW}^2) + \bar{Z}_{SW}(k^2 + \gamma_{mn}^2)}$,

$\gamma_{mn} = \sqrt{k^2 - (m\pi/a_1)^2 - (n\pi/b_1)^2}$, $k = 2\pi/\lambda$, λ - довжина хвилі у вільному просторі і $\bar{Z}_{SW} = \bar{R}_{SW} + i\bar{X}_{SW}$ - розподілений поверхневий імпеданс що нормований на $120\pi\text{Ом}$ (залежності від часу t прийнята у вигляді $e^{i\omega t}$, ω - кругова частота монохроматичного процесу).

Після визначення з СЛАР (3.23) амплітуд гармонік \dot{V}_{1q} і \dot{V}_{2q} знаходимо енергетичні характеристики хвилевідних пристроїв. Коефіцієнт відбиття S_{11} від структури "щілина-діелектрик" в основному хвилеводі визначається як сума амплітуди хвилі типу H_{10} , відбитої від діелектричної вставки, і амплітуд хвиль, збуджених усіма гармоніками функції розподілу поля в щілині в напрямку $z < 0$ та які пройшли через границю "діелектрик-вільний простір" з коефіцієнтом проходження $T_{-1} = 1 + (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10}) / (\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10})$:

$$S_{11} = -\frac{2i\left[(\gamma_{10}^\varepsilon)^2 - \gamma_{10}^2\right]\sin(\gamma_{10}^\varepsilon c)}{(\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10})^2 e^{i\gamma_{10}^\varepsilon c} - (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})^2 e^{-i\gamma_{10}^\varepsilon c}} + \sum_{q=1}^Q \frac{4V_{1q} \cdot U_1(q)}{i\omega b d \pi} \sin\left(\frac{\gamma_{10}^\varepsilon d}{2}\right) e^{-i\gamma_{10}^\varepsilon z_0} \frac{(\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10}) - (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})e^{-2i\gamma_{10}^\varepsilon(c-z_0)}}{(\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10})^2 - (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})^2 e^{-2i\gamma_{10}^\varepsilon c}}, \quad (3.25)$$

де $U_1(q) = \left[\frac{\pi}{a} \cos \frac{q\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi l}{a}\right) - \frac{q\pi}{2l} \cos\left(\frac{\pi l}{a}\right) \sin \frac{q\pi}{2} \right] \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) / \left[\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{q\pi}{2l}\right)^2 \right],$

$\gamma_{10} = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$, $\gamma_{10}^\varepsilon = \sqrt{k^2 \varepsilon - (\pi/a)^2}$. При визначенні коефіцієнта проникнення S_{12} підсумовуються амплітуда хвилі типу H_{10} , що пройшла за вставку, і сума амплітуд хвиль, які збуджені усіма гармоніками функції розподілу поля в щілині в напрямку $z > 0$ і пройшли границю "діелектрик-вільний простір" з коефіцієнтом $T_1 = 2\gamma_{10}^\varepsilon e^{-i(\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})c} / (\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10})$:

$$S_{12} = T_2 + T_1 \sum_{q=1}^Q A_{q,1}^M = \frac{4e^{-i(\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})c}}{(\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10})^2 - (\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10})^2 e^{-2i\gamma_{10}^\varepsilon c}} \left\{ \gamma_{10} \gamma_{10}^\varepsilon + \sum_{q=1}^Q \frac{V_{1q} \cdot U_1(q)}{i\omega \mu b d \pi} \sin\left(\frac{\gamma_{10}^\varepsilon d}{2}\right) \left[(\gamma_{10}^\varepsilon - \gamma_{10}) e^{-i\gamma_{10}^\varepsilon z_0} - (\gamma_{10}^\varepsilon + \gamma_{10}) e^{i\gamma_{10}^\varepsilon z_0} \right] \right\}. \quad (3.26)$$

Коефіцієнт передачі потужності у верхній хвилевід $|S_e|^2$ можна знайти за формулою:

$$|S_e|^2 = \frac{2}{\omega b \gamma_{10} \pi^2 / a_1} \operatorname{Re} \sum_p \sum_q \dot{V}_{2p} \dot{V}_{2q}^* Y_{pq}^e, \quad (3.27)$$

де "*" – знак комплексного спряження.

Сформулюємо умову резонансної роботи для розглянутих хвилевідних пристроїв. У разі припущення щодо нескінченно тонкої стінки між сполученими хвилеводами та використання в (3.22) однієї апроксимуючої функції, традиційно цю умову зводять до вимоги:

$$\operatorname{Im}(\dot{Y}_{11,11}^i + \dot{Y}_{22,11}^e) = 0. \quad (3.28)$$

Зрозуміло, що у загальному випадку реальної товщини стінок хвилеводів і набору функцій (3.22) вимога (3.28) стає непридатною. Тоді для формулювання резонансної умови необхідно застосовувати інший підхід, наприклад, що базується на використанні поняття вхідного імпедансу хвилевідних зчленувань.

В [225] для вставок в прямокутних хвилеводах з реальних діелектриків (з матеріальними параметрами $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$, $\mu = \mu' - i\mu''$) було доведено коректність співвідношення:

$$S_{11} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}, \quad (3.29)$$

де Z – хвильовий опір хвилеводу з матеріалом діелектрика, а $Z_0 = 120\pi / \sqrt{1 - (\lambda / 2a)^2}$ – хвильовий імпеданс порожнього хвилеводу за умови одномодового режиму роботи. Із (3.29) не важко отримати:

$$Z = Z_0 \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}}. \quad (3.30)$$

Вираз (3.30) може бути застосовано і для розглянутих зчленувань, якщо область вставки в основному хвилеводі (спільно зі щілинним елементом зв'язку) інтерпретувати як обсяг, який заповнено діелектриком з деякими ефективними

матеріальними параметрами $(\varepsilon_{ef}; \mu)$. Тоді на підставі (3.30) можливо виявити загальну резонансну умову в традиційній для теорії електродинаміки формі:

$$\operatorname{Im}\left(\frac{1+S_{11}}{1-S_{11}}\right)=\chi=0, \quad (3.31)$$

де S_{11} буде визначатися формулою (3.25) з використанням параметрів $(\varepsilon_{ef}; \mu)$. Зрозуміло, знайти $\varepsilon_{ef} = \varepsilon'_{ef} - i\varepsilon''_{ef}$ з розв'язання зворотної задачі не менше складно, ніж вирішити пряму задачу дифракції. Однак можна припускати, що в режимі резонансу урахування втрат на випромінювання енергії через щілину в суміжний хвилевід може бути зведений до змін тільки величини уявної частини ε''_{ef} . Тоді в рішенні (3.31) стає можливим вважати: $\varepsilon'_{ef} \approx \varepsilon'$. Іншими словами, можна вважати, що резонансна умова (3.31) залишиться коректною для наближення $\varepsilon'_{ef} \approx \varepsilon'$. Підтвердимо висунуту гіпотезу результатами числового моделювання.

3.4.2 Числові та експериментальні результати

Сформульовано умову (3.31), що за своєю суттю, є багатопараметричним трансцендентним рівнянням щодо резонансної довжини хвилі λ_{res} . Безперечно, його рішення значно ускладнюється за умови урахування комплексності величини діелектричної проникності, оскільки інші вхідні параметри рівняння є реальними величинами. Такої ситуації можна уникнути, якщо знехтувати (в силу малості) впливом величин уявних частин $\varepsilon''(\varepsilon''_{ef})$ на λ_{res} .

Дійсно, згідно до результатів числового моделювання величина λ_{res} виявляється практично незалежною від вибору значення уявної частини діелектричної проникності (що відповідає загальним фізичним принципам). Такий висновок підтверджується наведеними на Рис. 3.25 і Рис. 3.26 результатами. На Рис. 3.25 наведено діапазонні залежності енергетичних характеристик ($|S_{11}|^2$ і $|S_{12}|^2$) для ізольованих вставок з епоксидної смоли, яка характеризується досить

великими втратами: $\varepsilon = 3,0 - 0,105i$. Тут суцільні криві відповідають розрахункам для натурального діелектрика, пунктирні криві - розрахунками для діелектрика без втрат ($\varepsilon = 3,0$), а точками показано експериментальні дані. Відзначимо, що в обох розрахункових випадках екстремуми залежностей енергетичних коефіцієнтів збігаються за частотами, а амплітуди трансформацій залежностей - зменшуються. Однак біля резонансів мінімального відбиття хвилі від вставки значення $|S_{11}|^2$ збільшуються з ростом втрат в діелектрику. Це пов'язано зі зменшенням амплітуди вторинної хвилі, що пройшла вставку яка поглинає падаючу хвилю.

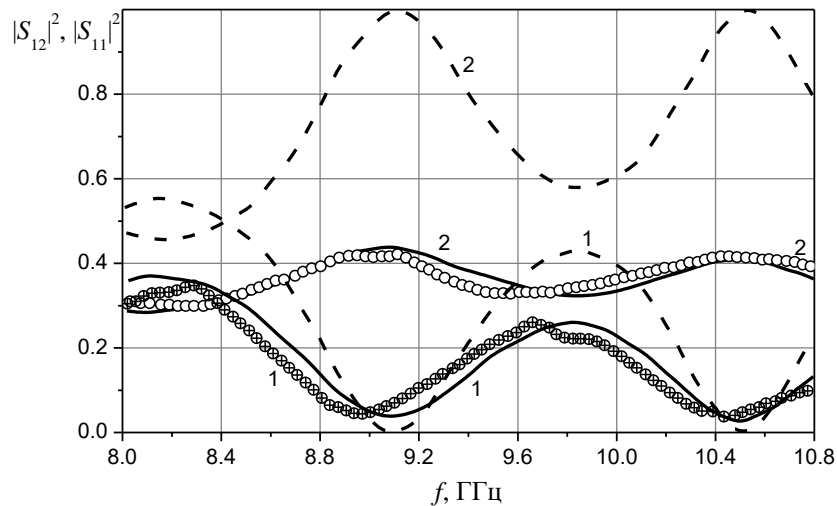


Рис. 3.25 Діапазонні залежності енергетичних коефіцієнтів ($|S_{11}|^2$ – криві 1, $|S_{12}|^2$ – криві 2) для ізолюваних вставок для $a = 23$ мм, $b = 10$ мм і $c = 54$ мм: суцільні лінії – $\varepsilon = 3,0 - 0,105i$, пунктирні лінії – $\varepsilon = 3,0$, кружечки – експериментальні дані

На Рис. 3.26 наведені залежності реальних (криві 1) та уявних (криві 2) частин часткового адмітансу щілини $\dot{Y}_{11,11}^i$ в хвилеводі з діелектричної вставкою, обчислених за формулою з [224]:

$$\begin{aligned}
Y_{11,pq}^i = & \frac{2}{i\omega\mu_0abd^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-\delta_{0n})U_m(q)U_m(p)}{(\gamma_{mn}^\varepsilon)^3} [k^2\varepsilon - \kappa_m^2] \cdot (d\gamma_{mn}^\varepsilon - \sin\gamma_{mn}^\varepsilon d + \\
& + 2i \left(\sin \frac{\gamma_{mn}^\varepsilon d}{2} \right)^2) - \frac{4}{abd^2} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_{0n})}{\gamma_{mn}^\varepsilon} \cdot \frac{U_m(q)U_m(p)}{\kappa_m^2 + \kappa_n^2} \left(\sin \frac{\gamma_{mn}^\varepsilon d}{2} \right)^2 \cdot \left\{ \kappa_m^2 \frac{R_{-\mu}^M}{\omega\mu} \times \right. \\
& \times \frac{e^{-2i\gamma_{mn}^\varepsilon(c-z_0)} - 2R_{-\mu}^M e^{-2i\gamma_{mn}^\varepsilon c} + e^{-2i\gamma_{mn}^\varepsilon z_0}}{1 - R_{-\mu}^M R_{-\mu}^M} + \kappa_n^2 \frac{\omega\varepsilon R_{-\mu}^\varepsilon}{(\gamma_{mn}^\varepsilon)^2} \cdot \frac{e^{-2i\gamma_{mn}^\varepsilon(c-z_0)} + 2R_{-\mu}^\varepsilon e^{-2i\gamma_{mn}^\varepsilon c} + e^{-2i\gamma_{mn}^\varepsilon z_0}}{1 - R_{-\mu}^\varepsilon R_{-\mu}^\varepsilon} \left. \right\}, \quad (3.32)
\end{aligned}$$

де $p = q = 1$, $\gamma_{mn}^\varepsilon = \sqrt{k^2\varepsilon - \kappa^2}$, $\kappa^2 = \kappa_m^2 + \kappa_n^2$, $\kappa_m = m\pi/a$, $\kappa_n = n\pi/b$, $R_{-\mu}^\varepsilon = \frac{\gamma_{mn}^\varepsilon - \varepsilon\gamma_{mn}}{\gamma_{mn}^\varepsilon + \varepsilon\gamma_{mn}}$,

$$\begin{aligned}
R_{-\mu}^M = \frac{\gamma_{mn}^\varepsilon - \gamma_{mn}}{\gamma_{mn}^\varepsilon + \gamma_{mn}}, \quad R_{-\mu}^{\varepsilon(M)} = R_{-\mu}^{\varepsilon(M)} e^{-2i\gamma_{mn}^\varepsilon c}, \quad U_m(v) = \left[\kappa_m \cos \frac{v\pi}{2} \sin(\kappa_m l) - \frac{v\pi}{2l} \cos(\kappa_m l) \sin \frac{v\pi}{2} \right] \times \\
\times \sin(\kappa_m x_0) / \left[\kappa_m^2 - (v\pi / (2l))^2 \right].
\end{aligned}$$

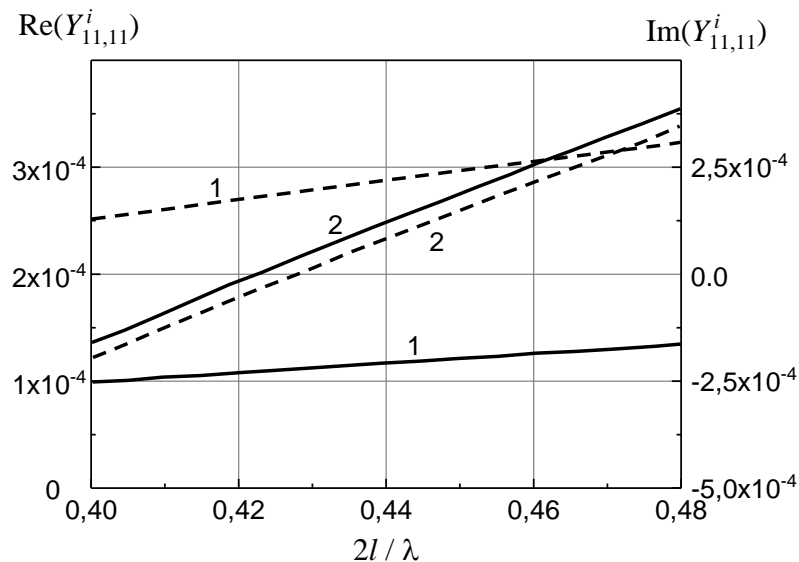


Рис. 3.26 Адмітанси щілини для $a = 23$ мм, $b = 10$ мм, $\lambda = 42$ мм, $d = 1.0$ мм, $z_0 = 2.0$ мм і $c = 17.5$ мм: $\text{Re}(\dot{Y}_{11,11}^i)$ – криві 1, $\text{Im}(\dot{Y}_{11,11}^i)$ – криві 2, суцільні – $\varepsilon = 1.2 - i0.05$, пунктирні – $\varepsilon = 1.2$.

Тут суцільні криві відповідають розрахункам для діелектрика з $\varepsilon = 1.2 - i0.05$, пунктирні криві - для діелектрика без втрат ($\varepsilon = 1.2$). Як видно з Рис. 3.26 у разі врахування втрат в діелектрику значення $\text{Re}(\dot{Y}_{11,11}^i)$ істотно змінюються на відміну від значень $\text{Im}(\dot{Y}_{11,11}^i)$, для яких зміни виявляються малими.

Такі зміни виду залежностей уявної частини адмітансу пов'язані з ефектом, подібним неідеальному «гасінню» падаючої хвилі в області розташування щілини. При цьому для фіксованих z_0 і d відбувається зміщення вздовж частотного діапазону резонансної довжини щілини (коли $\text{Im}(\dot{Y}_{11,11}^i) \rightarrow 0$). Як показали результати моделювання, для діелектриків з тангенсом кутів діелектричних втрат $tg\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \leq 0,1$ це зміщення не перевищує 1% від значення λ_{res} . Зауважимо, що така числова оцінка має порівнянну величину з точністю обчислення значення уявної частини адмітансу щілини [224]. Таким чином, для діелектриків з $tg\delta \leq 0,1$ точність визначення λ_{res} з умови (3.31) в наближенні $\varepsilon'_{ef} \approx \varepsilon'$ виявляється обмеженою інтервалом $\pm 0,01\lambda_{res}$.

Отриману оцінку точності визначення λ_{res} було підтверджено числовими дослідженнями для усіх трьох видів хвилевідних зчленувань, конфігурації яких наведено на Рис. 3.24. Для прикладу на Рис. 3.27 наведено результати розрахунків енергетичних характеристик для Т-зчленування (Рис. 3.24а). Тут кривою 1 показано залежність коефіцієнта відбиття $|S_{11}|^2$, кривою 2 – залежність коефіцієнта $|S_e|^2$, а кривою 3 – залежність значення χ з умови (3.31). Для основного хвилеводу з діелектричною вставкою ($\varepsilon = 1, 2$) залишено параметри, як і у випадку Рис. 3.26, а для бічної хвилевідної секції з ідеально провідним торцем було прийнято: $a_1 = 23$ мм, $b_1 = 10$ мм, $x_{01} = a_1/2$, $y_{01} = b_1/2$.

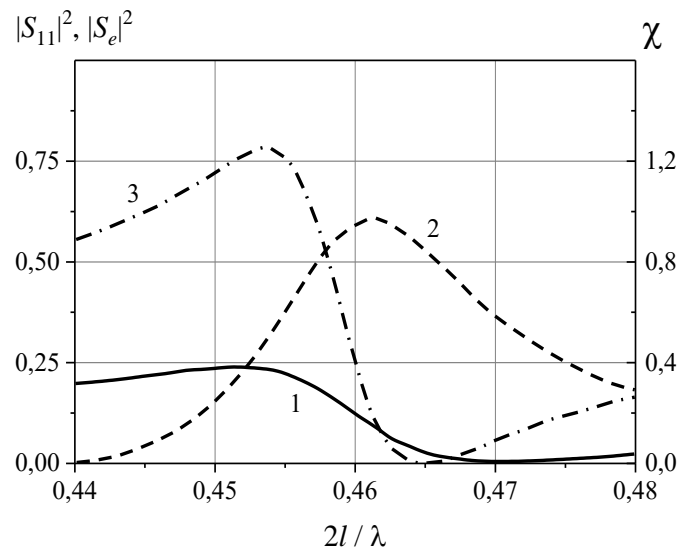


Рис. 3.27 Енергетичні характеристики зчленування в залежності від електричної довжини щілини: $|S_{11}|^2$ – крива 1, $|S_e|^2$ – крива 2, χ – крива 3

Потрібно відзначити, що використання тут наближення, по суті ігнорує можливість коректного урахування внутрішніх втрат у хвилевідному пристрої, не дозволяє безпосередньо розглядати в Т-зчленуванні випадки для покриттів торця бічного хвилеводу з довільними значеннями поверхневого імпедансу. Однак, для варіантів суто уявного імпедансу, за допомогою зміни величини якого можна коригувати рівень переданої потужності в бічний хвилевід, запропонована вище методика (в рамках встановлених обмежень) може бути успішно застосована. На підтвердження цього на Рис. 3.28 наведено результати розрахунків характеристик Т-зчленувань для випадків імпедансних торців бічних хвилеводів з імпедансами $\bar{Z}_{sw} = 0,03i$ (Рис. 3.28а) і $\bar{Z}_{sw} = 0,05i$ (Рис. 3.28б). У першому випадку величина діелектричної проникності вставки приймалася рівною $\varepsilon = 1,13$, а в другому - $\varepsilon = 1,12$ (інші параметри вставки збережені як і для Рис. 3.26).

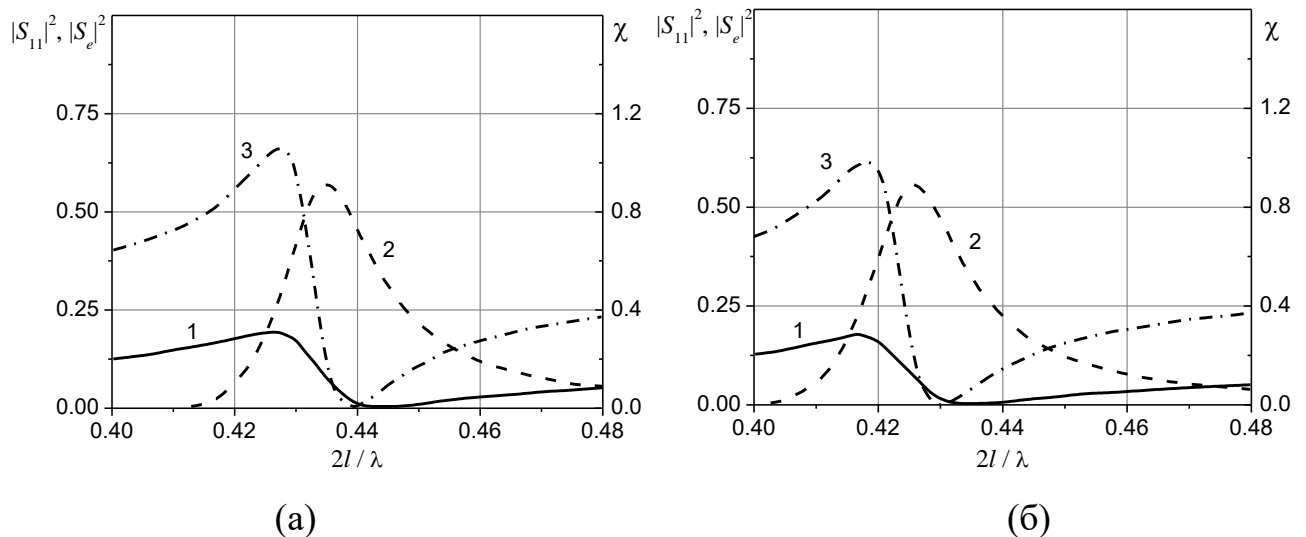


Рис. 3.28 Енергетичні характеристики зчленування в залежності від електричної довжини щілини: $|S_{11}|^2$ – крива 1, $|S_e|^2$ – крива 2, χ – крива 3; (а) $\bar{Z}_{sw} = i0,03$, $\varepsilon = 1,13$; (б) $\bar{Z}_{sw} = i0,05$, $\varepsilon = 1,12$

Таким чином, у роботі розв'язано задачі збудження електромагнітних полів у хвилевідних зчленуваннях з діелектричними вставками й імпедансними поверхнями, де в якості бічних плечей пристроїв розглянуто: Т-орієнтований напівнескінченний хвилевід з імпедансним торцем; напівнескінченний співвісний хвилевід; перпендикулярно схрещений нескінченний прямокутний хвилевід. Побудовано математичні моделі хвилевідних пристроїв, які дозволяють досліджувати енергетичні характеристики зчленувань прямокутних хвилеводів з різнорозмірними поперечними перетинами за умови забезпечення одномодового режиму роботи основного хвилеводу. Визначено, що для заданої довжини хвилі підбором електричних параметрів хвилевідних пристроїв можна забезпечити в інтервалі $0 \leq |S_e|^2 \leq 0,84$ необхідний рівень передачі потужності з основного хвилеводу в бічний та вперше сформульовано загальну резонансну умову для зазначених типів хвилевідних зчленувань з діелектричною вставкою в області щілини зв'язку та встановлено точність визначення резонансної довжини хвилі з отриманої умови у разі ігнорування діелектричних втрат.

Висновки до розділу 3

Уперше розв'язано задачі збудження електромагнітних полів у хвилевідних Е-площинних Т-подібних зчленуваннях нескінченного й напівнескінченного хвилеводів (з однаковими та різними розмірами поперечних перерізів) через поперечну щілину в широкій стінці нескінченного хвилеводу, усередині якого розміщено імпедансний монополь (пара монополів), а поверхня торця напівнескінченного хвилеводу може бути також імпедансною (включаючи покриття з метаматеріалу). В результаті числового моделювання вперше:

- визначено умови збільшення коефіцієнта передачі за потужністю в бічний хвилевід P_{13} на резонансній довжині хвилі щілини й монополя, що має місце при розташуванні імпедансного монополя усередині основного хвилеводу при величинах зсуву осі вібратора щодо осі щілини кратних $\lambda_G^{Sres} / 8$ при одночасному зменшенні величин P_{12} і P_{11} , максимальне значення P_{13} (до 90 %) спостерігається при $z_0 = \lambda_G^{Sres} / 2$;

- виявлено, що зсув монополя в площині поперечного перерізу хвилеводу приводить до розширення ширини смуги передатної характеристики $P_{13}(\lambda)$ на 70 %.

- визначено умови поділу потужностей хвиль, що пройшли, у заданому співвідношенні на певній довжині хвилі всього робочого діапазону хвилеводу при задовільному ($K_{СХН} \leq 2,0$) узгодженні в плечі 1 при використанні монополів однакової довжини, але з різними значеннями та законами розподілу поверхневого імпедансу;

- визначено умови рівного поділу падаючої потужності між модами H_{10} , H_{20} або H_{30} в бічному хвилеводі (за умови його багатомодового функціонування) в інтервалах частот (причому на окремих частотах коефіцієнт передачі за потужністю в бічне плече досягає значення 90 %) та умови рівного поділу

падаючої потужності між усіма фізичними каналами поділу потужності на окремих частотах при задовільному ($K_{СХН} \leq 2,0$) узгодженні в плечі 1;

– виявлено, що покриття торця бічного хвилевідного плеча метаматеріалом *LR-5I*, яке має частотно залежний різнотипний імпеданс може забезпечувати трьохрезонансний режим передачі потужності з основного хвилеводу в бічний.

4. Уперше розв'язано задачі збудження електромагнітних полів у хвилевідних зчленуваннях з діелектричними вставками й імпедансними поверхнями, де в якості бічних плечей пристроїв розглянуто: Т-орієнтований напівнескінченний хвилевід з імпедансним торцем; напівнескінченний співвісний хвилевід; перпендикулярно схрещений нескінченний прямокутний хвилевід.

Визначено, що для заданої довжини хвилі добором електричних параметрів хвилевідних пристроїв можна забезпечити в інтервалі $0 \leq |S_e|^2 \leq 0,84$ необхідний рівень передачі потужності з основного хвилеводу в бічний. Причому для регулювання рівня передачі потужності в зазначених межах виявляються достатніми зміни величини діелектричної проникності вставки в декілька одиниць відсотків.

Уперше сформульовано загальну резонансну умову для зазначених типів хвилевідних зчленувань з діелектричною вставкою в області щілини зв'язку та встановлено, що для діелектриків з тангенсом кутів діелектричних втрат $\operatorname{tg} \delta \leq 0,1$ похибка визначення резонансної довжини хвилі λ_{res} з отриманої резонансної умови у разі ігнорування в розрахунках уявної частини діелектричної проникності матеріалу вставки не перевищує $0,01\lambda_{res}$.

Результати цього розділу опубліковані в роботах автора [3, 5, 19–22, 32, 42–48]

РОЗДІЛ 4

ВИПРОМІНЮВАННЯ ТА РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ ВІБРАТОРНО-ЩІЛИННИМИ СТРУКТУРАМИ НА СФЕРИЧНИХ ПОВЕРХНЯХ

У цьому розділі розглянуто задачу про випромінювання електромагнітних хвиль комбінованим випромінювачем типу Клевіна (подібним до дослідженого в розділі 2) з імпедансними вібраторними елементами, але який розташовується на ідеально провідній сфері. Актуальність таких досліджень визначається практичними запитами на нові типи випромінюючих структур, що розташовуються на різних мобільних (у тому числі космічних) об'єктах, які мають сферичну або близьку до сфери форму корпусу. Розв'язок базується на результатах авторських досліджень електродинамічних характеристик сферичних антен з резонансною випромінюючою щілиною, а також радіальних імпедансних вібраторів, розміщених на сфері довільного радіуса.

4.1 Формування електромагнітних полів щілиною, прорізаною в ідеально провідній сфері та збуджуваною напівнескінченим прямокутним хвилеводом з імпедансним торцем

Як відомо [226] щілинним випромінювачам на практиці віддають перевагу при розміщенні антен на мобільних об'єктах, оскільки щілинні антени не вносять істотних змін у їхні масо-габаритні параметри й аеродинамічні властивості. Діапазон застосування таких антен дуже широкий: від космічних літальних апаратів [226] до автономних мікро-пристроїв [227]. Зазвичай, при моделюванні корпусу мобільного об'єкта (або його конструктивну частину) апроксимують сферичною поверхнею, радіус якої є порівняним з робочою довжиною хвилі антени. Тому серед розроблювачів антен інтерес до щілинних сферичних антен, що мають резонансні розміри, не зникає вже протягом декількох десятиліть.

Досить докладно в літературних джерелах досліджено характеристики кільцевих і секторіальних вузьких щілин, розташованих на сферичних розсіювачах [80, 228–235, 236]. У більшості розглянутих випадків передбачається аксіально-симетричне збудження щілинних антен. Дифракція плоскої хвилі на порожнистій провідній оболонці, що має кільцеву щілину або отвір із круговою апертурою, вивчалася відповідно в [237, 238]. Характеристики сферичних антен із щілинними випромінювачами прямокутної форми досліджувалися в [230, 239, 240, 241]. При цьому в [239, 241] були розглянуті тільки зовнішні електродинамічні характеристики щілинних антен у припущенні заданого косинусного розподілу магнітного струму уздовж осі вузького щілинного випромінювача напівхвильової довжини. Так, в [239] для дальньої зони отримані діаграми спрямованості випромінювання сферичної антени в екваторіальній площині. В [241] досліджено зовнішні власні й взаємні провідності напівхвильових щілинних випромінювачів, розташованих уздовж паралелей на поверхні провідної сфери. В [239, 240] з використанням методу моментів проаналізовано характеристики вузьких прямокутних щілин, прорізаних у провідній нескінченно тонкій сферичній оболонці. У першому випадку щілина зв'язує вільний простір поза сферичним розсіювачем і внутрішню область антени у вигляді порожнистого сферичного резонатора [239]. У другому випадку [240] – вільний простір і сферичний резонатор, усередині якого вкладена концентрично провідна сфера меншого радіуса. В обох випадках розглянуто збудження щілинного елемента за допомогою гіпотетичного точкового генератора напруги.

У цей час на практиці набули широкого застосування керовані НВЧ-пристрої [242], основними функціональними компонентами яких є напівпровідникові зосереджені елементи (наприклад, р-і-п діоди). Такі малопотужні керуючі пристрої досить повно досліджені теоретично й освоєні у виробництві. Однак подальший розвиток НВЧ-техніки характеризується переходом від традиційного виконання елементів і пристроїв до структур, що використовують технологію плівкових гібридних мікросхем. Це дозволяє суттєво поліпшити техніко-експлуатаційні показники НВЧ-апаратури, визначає можливість її комплексної

мініатюризації й підвищує ефективність її функціонування в режимі автоматичного керування (наприклад, при сполученні з ЕОМ або локальним процесором). Але такі елементи плівкового типу, що мають розподілений характер, вивчені ще недостатньо повно. Тому розробка керованих НВЧ-пристроїв на їх основі ускладнена через відсутність фізично адекватних математичних моделей. Особливо це стосується комбінованих випромінюючих хвилевідних пристроїв, у яких керуючий плівковий елемент є частиною поверхні, яка впливає на формування полів випромінювача. Підкреслимо, що першорядна роль математичного моделювання в цьому випадку визначається багатопараметричністю задачі створення пристрою, коли експериментальні розробка й оптимізація функціональних елементів стають тривалими й дорогими процесами, а іноді й зовсім неможливими.

Інтеграція різних елементів в одному пристрої, яка пов'язана з реалізацією нових можливостей керування їх характеристиками, вимагає й «ускладнення» математичних моделей для аналізу й проектування цих пристроїв. Як правило, для кожного з типів елементів, використовуваних у комбінованих пристроях, може бути обраний (з розвинених раніше) потрібний електродинамічно строгий числово-аналітичний метод аналізу, який ураховує геометричні й фізичні особливості локальної електродинамічної задачі. При цьому безпосереднє об'єднання таких методів для знаходження загального електромагнітного поля в більшості випадків стає неможливим, що приводить до необхідності використання прямого числового моделювання. У свою чергу, для відкритих поверхневих антенних пристроїв, застосування прямого числового моделювання також стає обмеженим їхніми електричними розмірами. У деяких випадках альтернативним виявляється використання в загальному формулюванні задачі наближених однобічних граничних умов, наприклад, умов імпедансного типу, які дозволяють «скоротити» кількість сполучених електродинамічних об'ємів, що враховуються в її розв'язанні. Можливість виключення на рівні постановки задачі необхідності визначати поля усередині метало-діелектричних структурних елементів є головною перевагою застосування граничних умов імпедансного типу [8, 69].

Конструктивне об'єднання резонаторів, які мають добре виражені частотно-селективні властивості, з щілинними випромінювачами дає можливість формування необхідних частотно-енергетичних і просторових характеристик випромінювачів подібного типу [243–246]. Однак слід зазначити, що результати, наведені в цих публікаціях, обмежені розглядом лише випадків збудження щілини δ -генератором напруги.

4.1.1 Постановка задачі та розв'язання інтегрального рівняння для струму

Нехай у порожнистому напівнескінченному прямокутному хвилеводі з ідеально провідними стінками (індекс зони “ V^i ”) і поперечним перерізом розміром $\{a \times b\}$ з напрямку $z = \infty$ розповсюджується хвиля основного типу H_{10} (Рис. 4.1). Декартова система координат, зв'язана із хвилеводом, наведена на Рис. 4.1а. У торцевій стінці хвилевідної секції симетрично щодо поздовжньої осі хвилеводу ($x_0 = a/2$) прорізана вузька поперечна щілина, що має апертуру S_i шириною d й довжиною $2L_i$ ($[d/(2L_i)] \ll 1$, $[d/\lambda] \ll 1$). Нехай внутрішня сторона торцевої стінки хвилевідної секції характеризується постійним розподіленням поверхневим імпедансом $\bar{Z}_s = Z_s/Z_0$ (нормованим до імпедансу вільного простору $Z_0 = 120\pi$ Ом). Щілина випромінює у вільний простір поза ідеально провідною сферою з радіусом R (індекс зони “ V^e ”) (Рис. 4.1б). Сферична система координат, зв'язана зі сферичним розсіювачем (фланцем), наведена на Рис. 4.1в. Геометричний центр внутрішньої апертури щілинного елемента S_i в декартовій системі координат визначається координатами $(a/2, y_0, 0)$, центр зовнішньої апертури S_e в сферичній системі координат – координатами $(R, \pi/2, 0)$. Довжина зовнішньої апертури щілини S_e по дузі в сферичній системі координат становить $2L_e$.

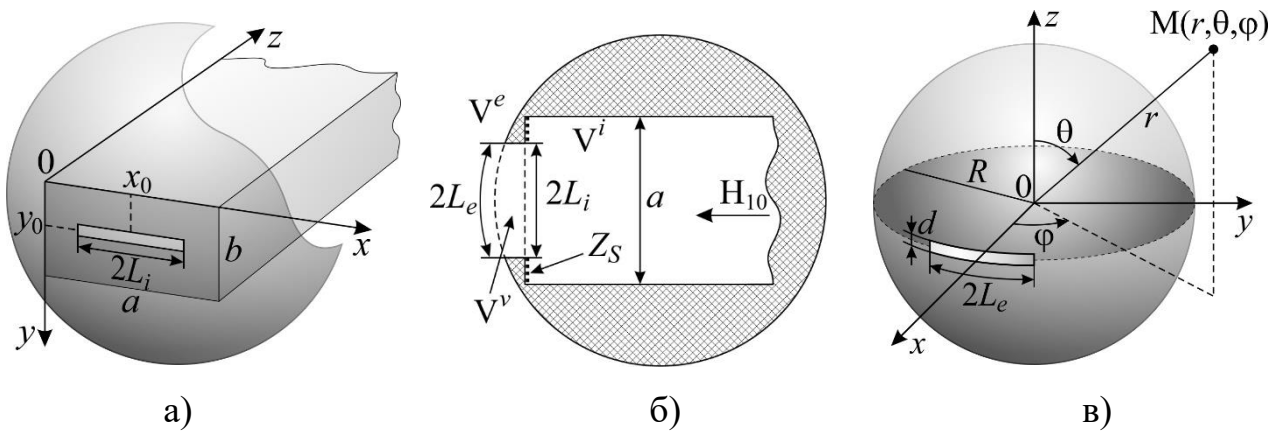


Рис. 4.1 Геометрія структури і прийняті позначення

Тунельна порожнина щілини – зона (індекс зони “ V^v ”), обмежена між апертурами S_i й S_e , являє собою резонатор складної просторової форми. Його об’єм буде змінюватися при варіюванні радіуса сфери й розмірів поперечного перерізу хвилеводу $\{a \times b\}$, оскільки ці геометричні параметри визначають можливість просторового взаємного зближення апертур щілини S_i та S_e (Рис. 4.1б).

Для розглянутої структури сферичної антени первинна система інтегральних рівнянь формулюється на основі безперервності тангенціальних складових магнітних полів на внутрішній і зовнішній апертурах щілини:

$$\begin{cases} \text{для } S_i : \vec{H}_\tau^i(\vec{e}_{si}) + \vec{H}_{0\tau}^i = \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{si}) + \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{se}), \\ \text{для } S_e : \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{si}) + \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{se}) = \vec{H}_\tau^e(\vec{e}_{se}), \end{cases} \quad (4.1)$$

де \vec{e}_{si} , \vec{e}_{se} – електричні поля на поверхнях S_i і S_e , $\vec{H}_\tau^i(\vec{e}_{si})$, $\vec{H}_\tau^e(\vec{e}_{se})$, $\vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{si})$, $\vec{H}_\tau^v(\vec{e}_{se})$ – тангенціальні компоненти магнітних полів, збуджуваних полями \vec{e}_{si} , \vec{e}_{se} у відповідних електродинамічних об’ємах, $\vec{H}_{0\tau}^i$ – компонента стороннього магнітного поля у хвилеводі. Рівняння (4.1) є зображеннями магнітних полів у довільних локальних системах координат для кожного з об’ємів, що сполучаються.

В [247] наведено фізично адекватне й математично коректне обґрунтування можливості зведення в цьому випадку системи рівнянь (4.1) до одного рівняння:

$$\vec{H}_\tau^i(\vec{e}_{si}) + \vec{H}_{0\tau}^i = \vec{H}_\tau^e(\vec{e}_{se}), \quad (4.2)$$

у якому вже відсутні поля, визначені в порожнині щілини V^v . Це обґрунтування було виконано для задачі сполучення двох довільних електродинамічних об'ємів за допомогою вузької прямокутної щілини за умови, що область V^v є прямокутним паралелепіпедом з розмірами $2L_z \times d \times h$. Також в [247] доведено, що при виконанні нерівності $(hd/\lambda^2) \ll 1$ розв'язок задачі для щілини, прорізаної в стінці скінченної товщини h ($(h/\lambda) \ll 1$), і розв'язок щілинної задачі для нескінченно тонкої стінки будуть приблизно однаковими, якщо у випадку нескінченно тонкої стінки фактичну ширину щілини d замінити еквівалентною шириною d_e . В [247] поняття d_e було введено для вузьких прямокутних щілин, прорізаних у плоских ділянках поверхні, що екранує. Було також зроблено висновок про те, що на підставі фізичних принципів можна вважати збереження подання d_e й для вигнутої вузької щілини, прорізаної на довільній гладкій поверхні, якщо тільки радіус вигину осьової лінії щілини й головні радіуси кривизни поверхні будуть значно більшими за d й h . Ці ж аргументи є доречними й для розглянутого тут випадку, коли порожнина щілини V^v являє собою частину прямокутного паралелепіпеда, геометрія однієї грані якого піддана малим збуренням, величина яких при великих радіусах сфери R стає нескінченно малою величиною.

Таким чином, не втрачаючи електродинамічної строгості, задачу для щілинної сферичної антени будемо розв'язувати, ґрунтуючись на рівнянні (4.2). Для забезпечення також і математичної коректності розв'язку задачі, це рівняння подамо в єдиній системі узагальнених координат (ξ_1, ξ_2, ξ_3) і зажадаємо його виконання на деякому уявному перерізі S , який буде віртуально розташовано в околиці апертури S_e в порожнині щілини V^v . Не втрачаючи загальності покладемо, що одиничний вектор \vec{e}_{ξ_1} координати ξ_1 збігається з напрямком поздовжньої осі цього перетину, а орт \vec{e}_{ξ_2} – з напрямком його поперечної осі.

Помноживши ліву й праву частини рівняння (4.2) на деяку задану скалярну функцію $\psi(\xi_1)$, і проінтегрувавши їх далі по поверхні перерізу S , одержимо:

$$\int_S \vec{H}_\tau^i[\vec{e}_s]\psi(\xi_1)ds + \int_S \vec{H}_{0\tau}^i(s)\psi(\xi_1)ds = \int_S \vec{H}_\tau^e[\vec{e}_s]\psi(\xi_1)ds. \quad (4.3)$$

Оскільки порожнина щілини передбачається вузькою, шукане (постійне в напрямку \vec{e}_{ξ_2}) поле в перерізі S може бути записано у вигляді: $\vec{e}_s = \vec{e}_{\xi_2}E_0f(\xi'_1)$, де (ξ'_1, ξ'_2, ξ'_3) – координати точки джерела, $f(\xi'_1)$ – невідома скалярна функція, а E_0 – її комплексна амплітуда.

Припустимо далі, що малі збурювання поверхні перерізу S будуть викликані поданнями магнітних полів для сполучених об'ємів V^i і V^e в різних локальних системах координат, для яких S не є координатною поверхнею. Тоді, використовуючи операцію підсумовування у формальному сенсі, можна ввести подання збурених поверхонь: $S_e = S + \Delta s_e$ і $S_i = S + \Delta s_i$, де $\Delta s_{e(i)}$ – символи малих збурень, і переписати рівняння (4.3) у наступному вигляді:

$$E_0 \int_{S+\Delta s_e} \vec{H}_\tau^e[\vec{e}_{\xi_2}f(\xi'_1)]\psi(\xi_1)ds - E_0 \int_{S+\Delta s_i} \vec{H}_\tau^i[\vec{e}_{\xi_2}f(\xi'_1)]\psi(\xi_1)ds = \int_{S+\Delta s_i} \vec{H}_{0\tau}^i(s)\psi(\xi_1)ds. \quad (4.4)$$

Отримане рівняння (4.4) є наближенням і тільки за умови $\Delta s_{e(i)} \rightarrow 0$ стає точним. Його фізичний зміст для малих збурень $\Delta s_{e(i)}$ легше усвідомити, використовуючи подобу розглянутої ситуації із класичною задачею збудження тонкого д्रोного вібратора, де передбачається, що електричний струм у вібраторі зосереджений на його поздовжній осі, а виконання граничних умов для електромагнітного поля потрібне на його твірній [248]. Подібно цьому, тут поверхню S можна розглядати як переріз, на якому зосереджений вторинний магнітний струм (еквівалентний полю \vec{e}_s), а виконання граничних умов для полів потрібно на поверхнях перерізів S_i і S_e .

Слід зазначити, що введення локальних систем координат в (4.4) змушує подавати магнітні поля $\vec{H}_\tau^e[\vec{e}_{\xi_2}f(\xi_1)]$, $\vec{H}_\tau^i[\vec{e}_{\xi_2}f(\xi_1)]$ також у цих координатах, а отже, збурювати й поверхню S , на якій вище ми припускали зосередження

вторинних джерел збудження цих полів. Тоді магнітні поля будуть визначатися за допомогою інтегро-диференціальних операторів, інтегрування в яких необхідно проводити по поверхнях перерізів $S_e = S + \Delta s_e$ і $S_i = S + \Delta s_i$ замість інтегрування по перерізу S , як у рівнянні (4.3). При цьому, якщо $f(\xi_1)$ буде являти собою функціональну залежність точного розв'язку рівняння (4.2) на перерізі S , то вона одночасно буде й функціональною залежністю для наближеного розв'язку рівняння (4.4) з досить малою похибкою. Але, як відомо із загальної теорії антен, малі похибки при визначенні розподілів струму не приводять до істотних похибок при обчисленні інтегральних величин, таких, як збуджувані електромагнітні поля. Тобто використання рівняння (4.4) замість рівняння (4.3), при виборі рівності базисної $f(\xi_1)$ й вагової $\psi(\xi_1)$ функцій і виконанні нерівності $|\Delta s_{e(i)}| \ll \lambda^2$, не буде порушувати коректність розв'язку електродинамічної задачі.

Вище перераховані твердження являють собою обґрунтування можливості використання для аналізу характеристик розглянутої сферичної антени узагальненого методу наведених МРС. У якості вихідного візьмемо рівняння (4.4), яке запишемо з урахуванням вибраних локальних систем координат (Рис. 4.1, \vec{e}_θ і \vec{e}_φ – одиничні вектори):

$$E_0 \int_{-L_e/R}^{L_e/R} \vec{H}_\tau^e[\vec{e}_\theta f(\varphi)]\psi(\varphi)d\varphi - E_0 \int_{x_0-L_i}^{x_0+L_i} \vec{H}_\tau^i[\vec{e}_\varphi f(x)]\psi(x)dx = \int_{x_0-L_i}^{x_0+L_i} \vec{H}_{0\tau}^i(x)\psi(x)dx. \quad (4.5)$$

Тут також враховано, що $\vec{e}_s = \vec{e}_\theta E_0 \delta(r' - R) f(\varphi')$ в сферичній системі координат і $\vec{e}_s = \vec{e}_\varphi E_0 \delta(z') f(x')$ в прямокутній системі координат (за умови сталості поля \vec{e}_s поперек щілини), а параметри $\theta_0 = \pi/2$ й $x_0 = a/2$ є фіксованими при постановці задачі.

Згідно з узагальненим методом наведених МРС у якості базисної функції f будемо використовувати функціональну залежність аналітичного розв'язку рівняння (4.3), отриманого асимптотичним методом усереднення для ключової задачі випромінювання електромагнітних хвиль через щілину в імпедансному торці напівнескінченного прямокутного хвилеводу в півпростір над ідеально

провідною площиною. Тоді в сферичній системі координат $f(\varphi) = \cos(kR\varphi)\cos(\pi L_e/a) - \cos kL_e \cos(\pi R\varphi/a)$, у прямокутній системі координат $f(x) = \cos k\left(x - \frac{a}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi L_i}{a}\right) - \cos kL_i \cos\left[\frac{\pi(x - a/2)}{a}\right]$. Тут $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число; ω – кругова частота при обраній залежності електромагнітних полів від часу t як $e^{i\omega t}$.

З рівняння (4.5) можна знайти шукану комплексну амплітуду:

$$E_0 = F_0^m / (Y^e + Y^i), \quad (4.6)$$

де магніторушійна сила визначається за виразом:

$$F_0^m = \int_{a/2-L_i}^{a/2+L_i} H_{0x}^i(x) f(x) dx, \quad (4.7)$$

а провідності щілини у відповідних електродинамічних об'ємах дорівнюють:

$$Y^e = \int_{-L_e/R}^{L_e/R} H_{\varphi}^e[\vec{e}_0 f(\varphi)] f(\varphi) d\varphi, \quad (4.8)$$

$$Y^i = - \int_{a/2-L_i}^{a/2+L_i} H_x^e[\vec{e}_y f(x)] \psi(x) dx.$$

Для знаходження виразів (4.7) і (4.8) у явному вигляді скористаємося традиційною для розв'язання щілинних задач заміною електричного поля в щілині еквівалентними одномірними магнітними струмами $\vec{J}_{se(si)}^m = -[\vec{n}, \vec{e}_{se(si)}]$, де \vec{n} – орт нормалі до поверхні щілини, звернений усередину області, у якій визначається поле. Як відомо, така заміна (при умовній металізації щілинних апертур) дозволяє використання в розв'язанні задачі функцій Гріна для об'ємів із цілісними граничними поверхнями. Далі враховуємо формульний зв'язок вектора Герца магнітного типу $\vec{\Pi}_{e(i)}^m(\vec{r})$ з магнітним полем $\vec{H}^{e(i)}(\vec{r}) = (\text{grad div} + k_1^2) \vec{\Pi}_{e(i)}^m(\vec{r})$, коректний за умови $\vec{\Pi}_{e(i)r}^m(\vec{r}) = 0$, з однієї сторони й магнітними струмами $\vec{J}_{se(si)}^m(\vec{r}')$ з іншої: $\vec{\Pi}_{e(i)}^m(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega\mu_1} \int_{S_{e(i)}} \hat{G}^{e(i)}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}_{se(si)}^m(\vec{r}') d\vec{r}'$, де $\hat{G}^{e(i)}(\vec{r}, \vec{r}')$ – тензорні функції

Гріна магнітного типу розглянутих об'ємів, \vec{r} і \vec{r}' – радіус-вектори точок спостереження й джерела відповідно, $k_1 = k\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$.

Зовнішню провідність щілини Y^e будемо знаходити за допомогою пари компонент тензора Гріна, який для простору поза ідеально провідною сферою було побудовано у монографії [80] (Додаток Б). Спочатку визначимо компоненти магнітного вектора Герца \vec{P}_e^m :

$$\begin{aligned} \Pi_{e\theta}^m(r, \theta, \varphi) &= \frac{1}{i\omega\mu_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{mQ_n(r)FS_m(\varphi)}{n(n+1)C_{nm}} \left[\frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} F_n^m + \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \Phi_n^m \right] \right\}, \\ \Pi_{e\varphi}^m(r, \theta, \varphi) &= \frac{1}{i\omega\mu_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{\epsilon_m Q_n(r)FC_m(\varphi)}{2n(n+1)C_{nm}} \left[m^2 \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} F_n^m + \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \Phi_n^m \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

де

$$\begin{aligned} Q_n(r) &= \frac{h_n^{(2)}(k_1 r)}{(n+1)h_n^{(2)}(k_1 R) - k_1 R h_{n+1}^{(2)}(k_1 R)}, F_n^m = P_n^m(\cos\theta') \Big|_{\theta'=\pi/2}, \Phi_n^m = \frac{dP_n^m(\cos\theta')}{d\theta'} \Big|_{\theta'=\pi/2}, \\ FC_m(\varphi) &= \int_{-L_e/R}^{L_e/R} f(\varphi') \cos(m(\varphi - \varphi')) d\varphi', FS_m(\varphi) = \int_{-L_e/R}^{L_e/R} f(\varphi') \sin(m(\varphi - \varphi')) d\varphi', \end{aligned}$$

$$C_{nm} = \frac{2\pi(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!}, \quad \epsilon_m = \begin{cases} 1, m=0, \\ 2, m \neq 0, \end{cases} \quad m \text{ і } n - \text{цілі числа, } P_n^m(\cos\theta) - \text{приєднані}$$

функції Лежандра першого роду, $h_n^{(2)}(k_1 r) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_1 r}} J_{n+1/2}(k_1 r) -$

$-i\sqrt{\frac{\pi}{2k_1 r}} N_{n+1/2}(k_1 r) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_1 r}} H_{n+1/2}^{(2)}(k_1 r)$ – сферична функція Ханкеля другого роду,

$J_{n+1/2}(k_1 r)$, $N_{n+1/2}(k_1 r)$ – функції Бесселя й Неймана з напівцілим індексом.

Далі, використовуючи вираз для $H_\varphi(r, \theta, \varphi)$:

$$H_{\varphi}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{i\omega\mu_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{Q_n(r) F C_m(\varphi)}{2n(n+1)C_{nm}} \left\{ \varepsilon_m k_1^2 \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \Phi_n^m - \right. \\ \left. - 2m^2 \left[\frac{1}{r^2} n(n+1) - k_1^2 \right] \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} F_n^m \right\}$$

одержимо вираз для зовнішньої провідності щілини в наступному вигляді:

$$Y^e = Y^e(k_1 L_e, k_1 R) = -\frac{4}{k_1 R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \cdot \frac{1}{(n+1) - k_1 R h_{n+1}^{(2)}(k_1 R) / h_n^{(2)}(k_1 R)} \times \\ \times \left\{ (k_1 R)^2 C_0^2 (A_n^0)^2 - 2 \sum_{m=1}^n C_m^2 \left[m^2 (n(n+1) - (k_1 R)^2) (B_n^m)^2 - (k_1 R)^2 (A_n^m)^2 \right] \right\}, \quad (4.10)$$

$$C_m = \frac{\cos(\pi L_e / a)}{m^2 - (k_1 R)^2} \left[m \sin \frac{m L_e}{R} \cos k_1 L_e - k_1 R \cos \frac{m L_e}{R} \sin k_1 L_e \right] - \\ - \frac{\cos k_1 L_e}{m^2 - (\pi R / a)^2} \left[m \sin \frac{m L_e}{R} \cos \frac{\pi L_e}{a} - \frac{\pi R}{a} \cos \frac{m L_e}{R} \sin \frac{\pi L_e}{a} \right] = C_m^I - C_m^{II},$$

$$C_m^I \Big|_{m \rightarrow k_1 R} = \left(\frac{L_e}{2R} + \frac{\sin(2k_1 L_e)}{4k_1 R} \right) \cos \frac{\pi L_e}{a}, \quad C_m^{II} \Big|_{m \rightarrow \frac{\pi R}{a}} = \left(\frac{L_e}{2R} + \frac{\sin(2\pi L_e / a)}{4\pi R / a} \right) \cos k_1 L,$$

$$\bar{P}_n^m(\cos \theta) = \frac{(2n+1)(n-m)!}{2\pi(n+m)!} P_n^m(\cos \theta) - \text{нормовані приєднані функції Лежандра}$$

першого роду.

Внутрішня провідність щілини у хвилевідній секції дорівнює:

$$Y^i = Y^i(k L_i, \bar{Z}_s) = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n (k^2 - k_x^2)}{k k_z} \cos k_y y_0 \cos k_y (y_0 + d_e / 4) F_Z(k_z, \bar{Z}_s) g^2(k L_i), \quad (4.11)$$

де

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, k_y = \frac{n\pi}{b}, k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}, \varepsilon_n = \begin{cases} 1, n=0 \\ 2, n \neq 0 \end{cases}, F_Z(k_z, \bar{Z}_s) = \frac{k k_z (1 + \bar{Z}_s^2)}{(ik + k_z \bar{Z}_s)(k \bar{Z}_s - ik_z)} \left(1 - i \frac{k k_z \bar{Z}_s}{k^2 - k_x^2} \right),$$

$$g(k L_i) = 2 \left\{ \frac{k \sin k L_i \cos k_x L_i - k_x \cos k L_i \sin k_x L_i}{k^2 - k_x^2} \cos \frac{\pi L_i}{a} - \right. \\ \left. - \frac{\left(\frac{\pi}{a} \right) \sin \frac{\pi L_i}{a} \cos k_x L_i - k_x \cos \frac{\pi L_i}{a} \sin k_x L_i}{(\pi / a)^2 - k_x^2} \cos k L_i \right\}.$$

Вважаючи, що хвилевідна секція збуджується хвилею основного типу $H_{10}(x, z) = H_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-i\gamma z}$, де H_0 – амплітуда, $\gamma = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$ – постійна розповсюдження, після виконання інтегрування в (4.4) можемо записати формулу для визначення магнітного струму на апертурі щілини:

$$J(s) = -\frac{i\omega}{k^2} H_0 F(kL_i) \frac{[\cos ks \cos(\pi L_{i(e)} / a) - \cos kL_{i(e)} \cos(\pi s / a)]}{Y^i(kL_i, \bar{Z}_s) + Y^e(kL_e, kR)}, \quad (4.12)$$

де

$$F(kL_i) = \frac{2}{\pi} \times \frac{\pi \sin kL_i \cos(\pi L_i / a) - ka \cos kL_i \sin(\pi L_i / a)}{1 - [\pi / (ka)]^2},$$

а поточна координата $s = R\varphi'$ в системі сферичних координат (при визначенні полів у просторі поза сферою) і $s = x' - a/2$ в системі прямокутних координат (при визначенні полів усередині хвилевідної секції).

Таким чином, побудований асимптотичний розв'язок (4.12) інтегрального рівняння (4.4) для магнітного струму в щілині дає можливість подальшого визначення як енергетичних, так і просторових характеристик випромінювання хвилевідно-щілинного випромінювача розглянутої геометрії. Для коефіцієнта відбиття у хвилеводі одержуємо формулу у вигляді:

$$S_{11} = \left\{ \frac{1 - (k_g / k) \bar{Z}_s}{1 + (k_g / k) \bar{Z}_s} - \frac{8\pi k_g F^2(kL_i)}{iabk [Y^i(kL_i, \bar{Z}_s) + Y^e(kL_e, kR)]} \cdot \frac{1 + \bar{Z}_s^2}{1 + \frac{k_g}{k} \bar{Z}_s} \right\} e^{-2ik_g z}. \quad (4.13)$$

Коефіцієнт випромінювання (за потужністю) антени дорівнює:

$$|S_\Sigma|^2 = \frac{P_\Sigma}{P_{10}} = \frac{|E_0|^2}{2} \operatorname{Im} Y^e(kL_e, kR), \quad (4.14)$$

де P_Σ – середня потужність випромінювання через апертуру щілини (потік вектора Пойнтинга через щілину), P_{10} – потужність хвилі H_{10} , що підводиться, $\operatorname{Im} Y^e(kL_e, kR)$ – уявна частина зовнішньої провідності щілини (4.10).

Значення еквівалентної ширини щілини d_e розраховуємо за формулою $d_e \approx d \exp\left(-\frac{\pi h_e}{2d}\right)$, де $h_e = V^v / S_i$, V^v – об'єм порожнини щілини, S_i – площа внутрішньої апертури щілини, при виконанні умови $[(h + h_{\text{ем}})d / \lambda^2] \ll 1$, де $(h + h_{\text{ем}})$ – максимальний розмір тунельної порожнини щілини в радіальному напрямку з урахуванням реальної товщини $h_{\text{ем}}$ імпедансного плівкового покриття торця хвилевідної секції.

Для визначення потужності втрат P_σ в імпедансному покритті торця хвилевідної секції використовуємо умову виконання енергетичного балансу $|S_{11}|^2 + |S_\Sigma|^2 + P_\sigma = 1$. Ця умова буде також використовуватися для перевірки правильності реалізації алгоритмів розрахунку енергетичних параметрів сферичної щілинної антени у випадку уявних значень поверхневого імпедансу \bar{Z}_s , коли втрати в імпедансному елементі антени відсутні й $P_\sigma = 0$.

4.1.2 Поля випромінювання щілинного сферичного випромінювача

Знайдений в результаті розв'язання розподіл магнітного струму в щілині (4.12) дозволяє розрахувати електродинамічні характеристики антени в просторі поза сферою. Відповідно до розглянутої раніше моделі сферичної поверхневої антени (Рис. 4.1в) її повне поле випромінювання буде визначатися двома компонентами магнітного вектора Герца $\Pi_\theta^m(r, \theta, \varphi)$ і $\Pi_\varphi^m(r, \theta, \varphi)$ (4.9). При цьому у формули (4.9) необхідно підставити знайдений розподіл струму $J(s) = J(R\varphi')$ у вигляді (4.12). Тоді вирази для компонент повного поля випромінювання сферичної поверхневої антени будуть мати вигляд:

$$E_{er}(r, \theta, \varphi) = -\frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(r) \left(\frac{FC_0(\varphi)}{2C_{n0}} P_n(\cos \theta) \frac{dP_n(\cos \theta')}{d\theta'} \Big|_{\theta'=\pi/2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{FC_m(\varphi)}{C_{nm}} P_n^m(\cos \theta) \Phi_n^m \right),$$

$$\begin{aligned}
E_{e\theta}(r, \theta, \varphi) &= \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{(2 - \delta_{0m}) Q_n^*(r) F C_m(\varphi)}{2n(n+1) C_{nm}} \left[m^2 \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} F_n^m + \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \Phi_n^m \right], \\
E_{e\varphi}(r, \theta, \varphi) &= -\frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^n \frac{m Q_n^*(r) F S_m(\varphi)}{n(n+1) C_{nm}} \left[\frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} F_n^m + \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \Phi_n^m \right], \quad (4.15) \\
H_{er}(r, \theta, \varphi) &= -\frac{1}{i\omega\mu_1 r^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{m F S_m(\varphi)}{C_{nm}} (Q_n^*(r) - 2Q_n(r)) P_n^m(\cos \theta) F_n^m \right\}, \\
H_{e\theta}(r, \theta, \varphi) &= \frac{k_1^2}{i\omega\mu_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{Q_n(r) m F S_m(\varphi)}{n(n+1) C_{nm}} \left[\frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \Phi_n^m + \left(1 - \frac{n(n+1)}{(k_1 r)^2} \right) \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} F_n^m \right] \right\}, \\
H_{e\varphi}(r, \theta, \varphi) &= \frac{k_1^2}{i\omega\mu_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{Q_n(r) F C_m(\varphi)}{2n(n+1) C_{nm}} \left[(2 - \delta_{0m}) \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \Phi_n^m + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2m^2 \left(1 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} F_n^m \right] \right\},
\end{aligned}$$

$$\text{де: } Q_n^*(r) = \frac{\partial}{\partial r} (r Q_n(r)) = \frac{(n+1) h_n^{(2)}(k_1 r) - k_1 r h_{n+1}^{(2)}(k_1 r)}{(n+1) h_n^{(2)}(k_1 R) - k_1 R h_{n+1}^{(2)}(k_1 R)}.$$

Відзначимо, що формули (4.15) дозволяють знаходити електромагнітні поля випромінювання на будь-якій відстані від антени, тобто при довільному $r \geq \tilde{R}$. Якщо зовнішнє однорідне середовище не характеризується втратами і ε_1 є суто дійсним значенням, то для дальньої зони антени ($r \gg \lambda$) формули (4.15) спростяться, оскільки в них можна буде опустити доданки, пропорційні до множників $1/r^2$ і $1/r^3$.

Як приклад, наведемо в явному вигляді вирази для складових магнітного поля випромінювання сферичної антени:

$$\begin{aligned}
H_{er}(r, \theta, \varphi) &= 0, \\
H_{e\theta}(r, \theta, \varphi) &= \frac{k_1^2}{i\omega\mu_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^n \frac{Q_n(r) m F S_m(\varphi)}{n(n+1) C_{nm}} \left[\frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \Phi_n^m + \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} F_n^m \right], \quad (4.16) \\
H_{e\varphi}(r, \theta, \varphi) &= \frac{k_1^2}{i\omega\mu_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{Q_n(r) F C_m(\varphi)}{2n(n+1) C_{nm}} \left[(2 - \delta_{0m}) \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \Phi_n^m + 2m^2 \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} F_n^m \right].
\end{aligned}$$

З огляду на те, що в дальній зоні антени виконуються співвідношення $k_1 r \rightarrow \infty$ й $|k_1 r| \gg n$ і сферичні функції Ханкеля другого роду можуть бути замінені асимптотичним поданням [249] $h_n^{(2)}(kr) \approx (i)^{n+1} \frac{e^{-ikr}}{kr}$, то в (4.15) і (4.16)

$$Q_n(r) \approx \frac{e^{-k_1 r}}{k_1 r} \cdot \frac{(i)^{n+1}}{(n+1)h_n^{(2)}(k_1 R) - k_1 R h_{n+1}^{(2)}(k_1 R)}, \quad Q_n^*(r) \approx \frac{e^{-k_1 r}}{k_1 r} \cdot \frac{(i)^{n+1}(n+1 - ik_1 r)}{(n+1)h_n^{(2)}(k_1 R) - k_1 R h_{n+1}^{(2)}(k_1 R)}.$$

4.1.3 Числові й експериментальні результати

4.1.3.1 Сферичний випромінювач з ідеально провідними поверхнями

На підставі побудованої математичної моделі для сферичної щілинної антени проведено числовий аналіз діапазону можливої зміни її енергетичних характеристик при варіюванні основних параметрів задачі. Не важко переконатися з аналізу виразу (4.10), що у випадку вільного простору поза сферою (для якого $(\epsilon\mu)^{-1/2} = c[m/s]$ – швидкість світла, $\sqrt{\mu/\epsilon} = 120\pi$ [Ом] і $k = \omega/c$ [1/м]) зовнішня провідність щілини Y^e є функцією безрозмірних параметрів (kR) і (d/R) . Ці узагальнені параметри є зручними при розрахунках і аналізі значень як зовнішніх провідностей щілини, так і енергетичних характеристик сферичної антени. Відмітимо, що параметр (kR) у задачах аналізу сферичних розсіювачів зазвичай називають дифракційним радіусом.

Для проведення коректного моделювання необхідне попереднє дослідження збіжності нескінченного ряду у виразі (4.10) при різних значеннях параметрів (kR) і (d/R) , у результаті якого потрібно визначити максимальні значення індексу підсумовування n , що забезпечують достатню точність розрахунків величини Y^e . Так, на Рис. 4.2 наведено результати розрахунків значень реальної $\text{Re}(Y^e)$ та уявної $\text{Im}(Y^e)$ частин провідності щілини Y^e (нормованих відповідно

до величин $\text{Re}(Y_{scr}^e)$ і $\text{Im}(Y_{scr}^e)$ для щілини в нескінченному ідеально провідному екрані [84]) залежно від кількості членів ряду N ($n = 0, 1, \dots, N$) у виразі (4.10) при фіксованих розмірах щілини $L = 0.45\lambda$ і $d/L = 0.05$ для сфер зі зростаючими дифракційними радіусами $kR \in [1, 20]$. Як і слід було сподіватися, збіжність ряду в (4.10) за індексом n суттєво погіршується при збільшенні значення kR . Причому, при «швидкій» стабілізації величини реальної частини провідності $\text{Re}(Y^e)$, для визначення її уявної частини $\text{Im}(Y^e)$ доводиться застосовувати принцип відносної внутрішньої збіжності ряду. Тобто обмежувати кількість членів ряду N , що враховуються, фіксуючи внесок наступних членів ряду у величину $\text{Im}(Y^e)$ у відсоткових частках, наприклад, як тут – не більше 1%.

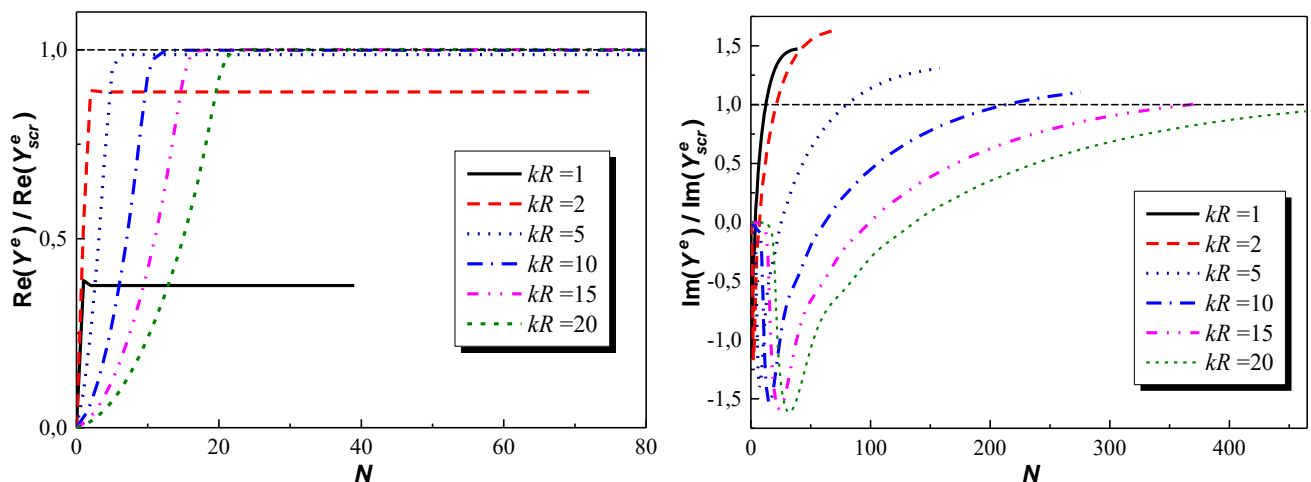


Рис. 4.2 Збіжність значення зовнішньої провідності щілинного випромінювача при зміні дифракційного радіуса сфери ($L = 0,45\lambda$, $d = 0,05L$)

Точки обривів залежностей на Рис. 4.2 відповідають значенням N , при яких досягається зазначена точність. Як видно, для визначення величини $\text{Im}Y^e$ з точністю до 1% у випадку $kR = 1$ необхідно вибрати $N = 40$, у випадку $kR = 2$ значення $N = 75$ і т.д. Відзначимо, що для $kR \geq 15$ величини зовнішньої провідності щілини Y^e , обчислені за формулою (4.10) і за формулою для випадку ідеально провідного екрана [84], мають відмінності, що не перевищують похибки

їх числового визначення. Також у результаті розрахунків було встановлено, що варіації довжини щілинного випромінювача в межах $L \in [0,4\lambda; 0,6\lambda]$ і його ширини в межах $d \in [0,025L; 0,1L]$ практично не змінюють отримані оцінки для вибору значення N . Але при цьому характер зміни значень $\text{Re}(Y^e)$ і $\text{Im}(Y^e)$ при збільшенні кількості доданків ряду, що враховуються, у виразі (4.10) залежить від довжини випромінювача.

Достатня точність і коректність реалізації числового моделювання були підтверджені порівнянням розрахункових і експериментальних даних. На Рис. 4.3 наведено фото макета, який був виготовлений для проведення експериментальних досліджень і має наступні геометричні параметри: $R=50$ мм, $2L_i=18$ мм, $d=1,5$ мм, $a=23$ мм, $b=10$ мм, $\bar{Z}_s=0$. При цьому розрахункові значення ефективної товщини внутрішньої порожнини щілини й ефективної ширини щілини становлять відповідно $h_e=0,1$ мм і $d_e=1,35$ мм.



Рис. 4.3 Макет щілинної сферичної антени

Отримані експериментальні значення для модуля коефіцієнта відбиття у хвилеводі $|S_{11}|$ й випромінюваної потужності антени $|S_2|^2$ зображені кружками на Рис. 4.4. Тут же суцільними кривими наведені розрахункові діапазонні залежності цих енергетичних характеристик. Як видно, розрахункові й експериментальні дані досить задовільно узгоджуються між собою. Максимум випромінювання антени, близький до одиниці, спостерігається на довжині хвилі

$\lambda \approx 37,5$ мм при довжині щілини $2L_i \approx 0,48\lambda$ (що відповідає $2L_e \approx 0,484\lambda$) і дифракційному радіусі сфери $kR = 8,38$. Тут максимум випромінювання забезпечується режимом оптимального узгодження сферичної антени з хвилевідним трактом. Розбіжність за довжиною хвилі розрахункової й експериментальної точок максимуму випромінювання антени може бути пояснено труднощами сполучення поздовжньої осі щілини з віссю поперечного перерізу хвилеводу при виготовленні макетного зразка. Необхідно відзначити досить значну широкосмуговість досліджуваного макета антени. Так, відношення ширини робочої смуги довжин хвиль антени за рівнем половинної потужності випромінювання $\Delta\lambda \in [29,0; 42,5]$ мм до робочої довжини хвилі $\lambda \approx 37,5$ мм становить 36%.

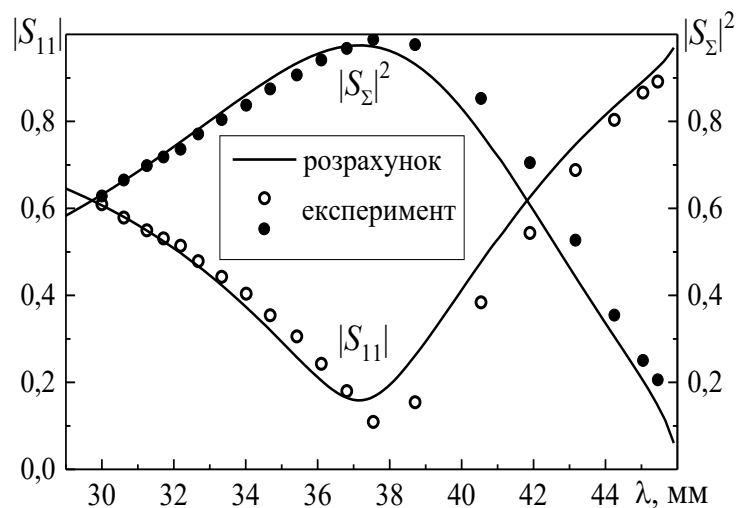


Рис. 4.4 Енергетичні характеристики антени-макета при $R=50$ мм, $a=23$ мм, $b=10$ мм, $2L_i=18$ мм, $d=1,5$ мм, $\bar{Z}_s=0$

Спостережуване зменшення резонансної довжини щілини (визначене тут за максимумом випромінюваної потужності) у порівнянні з половиною довжини хвилі пов'язане із впливом як сферичної форми розсіювача, так і розміру внутрішньої порожнини щілини. На відміну від випадку нескінченного екрана, де вплив на випромінювання щілини його реальної товщини може бути досліджений безпосередньо, у розглянутій задачі, за умови фіксації розмірів поперечного перерізу хвилеводу, це виявляється неможливим. Дійсно, у нашому випадку зміна

радіуса сферичного розсіювача одночасно спричиняє й зміну розміру внутрішньої порожнини щілинного випромінювача. Тому становить інтерес дослідження енергетичних характеристик сферичної антени при варіюванні радіуса сфери з метою визначення електричних параметрів антени, що забезпечують її максимальне випромінювання на заданій довжині хвилі в діапазоні одномодового режиму збудження хвилеводу.

На Рис. 4.5 наведено діапазонні залежності енергетичних характеристик щілинної сферичної антени при зміні радіуса сфери для хвилеводу стандартного поперечного перерізу $\{23 \times 10\}$ мм². Числові результати моделювання дозволили виявити наступні закономірності. Насамперед, слід зазначити, що добром довжини щілинного випромінювача можна забезпечити максимальний рівень його випромінювання на будь-якій заданій довжині хвилі в діапазоні одномодового режиму роботи хвилеводу (крім області, близької до критичної довжини хвилі). Для малих радіусів сфери, наприклад у випадку $\pi R / (2L_e) = 3$, резонансна довжина щілини близька до напівхвильової $2L_e \approx 0,5\lambda$, а при збільшенні радіуса зростає її вкорочення. Максимальне зменшення резонансної довжини щілини спостерігається для нескінченного екрана й відповідає довжині щілини $2L_e \approx 0,48\lambda$. Ширина смуги коефіцієнта випромінювання антени за рівнем половинної потужності є максимальною також у випадку нескінченного екрана й суттєво скорочується при зменшенні радіуса сфери й робочої довжини хвилі. В околиці резонансу сферичної антени застосування наближення ідеального екрана стає коректним уже для $kR \geq 10$. Однак удалині від резонансу, розрахунок діапазонних залежностей енергетичних характеристик сферичної антени не дозволяє використовувати наближення ідеального екрана навіть для досить великих радіусів сфери, наприклад, $kR \approx 33$. Додаткові розрахунки показали, що задовільну для практики точність моделювання сферичних щілинних випромінювачів при використанні провідності щілини в нескінченному екрані можна одержати для $kR \geq 50$. Відзначимо, що для інших співвідношень $d/(2L_e)$ (у рамках прийнятих обмежень на вузькість щілини) усі описані тенденції

зберігаються при зміні лише числової оцінки вкорочення резонансної довжини щілини.

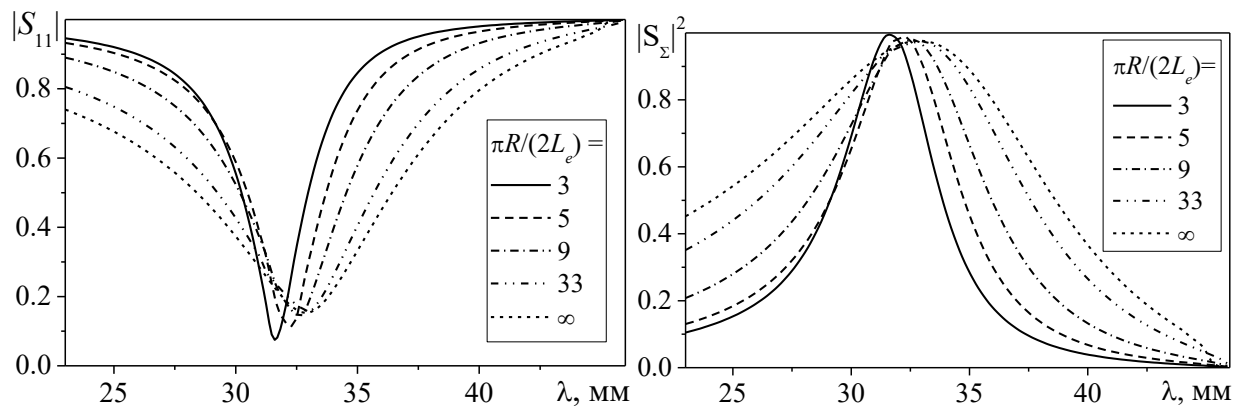


Рис. 4.5 Енергетичні характеристики сферичної антени ($2L_e = 16$ мм, $d/(2L_e) = 0.05$) з хвилевідним трактом із поперечним перерізом $\{23 \times 10\}$ мм²

Для практичного застосування запропонованої конструкції щілинної сферичної антени важливим є питання про можливість використання хвилеводів із заниженою (стосовно стандартної) висотою поперечного перерізу b . На Рис. 4.6 наведено розрахункові діапазонні залежності коефіцієнта випромінювання сферичних антен для хвилеводів з висотами: $b = 5$ мм, $b = 7,5$ мм і $b = 10$ мм. Тут зафіксоване значення дифракційного радіуса сфери $\pi R/(2L_e) = 3$ при збереженні інших параметрів, використовуваних у попередній серії розрахунків. Як видно із графіків, зменшення висоти прямокутного хвилеводу дещо зменшує резонансну довжину хвилі сферичної антени, і для забезпечення її максимального випромінювання виявляється необхідним додаткове корегування довжини щілинного елемента. Подібний вигляд мають діапазонні залежності й для інших радіусів сфери. Однак усі закономірності, властиві сферичній антені з хвилеводом стандартного поперечного перерізу, є слушними й для випадків використання хвилеводів із заниженою висотою поперечного перерізу.

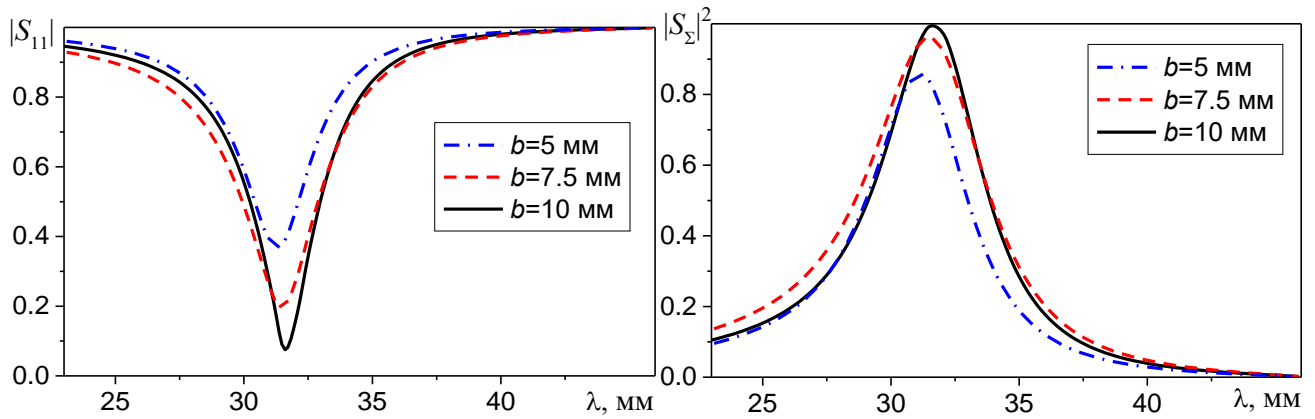


Рис. 4.6 Енергетичні характеристики сферичної антени ($2L_e = 16$ мм, $\pi R / (2L_e) = 3$) з хвилевідним трактом стандартного й заниженого поперечного перерізу $\{23 \times b\}$ мм²

4.1.3.2 Сферичний випромінювач з імпедансною торцевою стінкою хвилевідної секції

З метою з'ясування відповідності побудованої математичної моделі реальному фізичному процесу були проведені тестові розрахунки для порівняння одержуваних результатів з результатами, отриманими раніше у роботі [80] для циліндричного випромінювача в імпедансному торці прямокутного хвилеводу, що випромінює в півпростір над нескінченним ідеально провідним екраном. При цьому на підставі результатів, отриманих у попередньому підрозділі, для коректного зіставлення енергетичних параметрів двох пристроїв, які відрізняються геометрією поверхні фланця хвилевідного випромінювача, тут при розрахунках покладалося, що $10 \leq kR \leq 50$. Порівняння були проведені для залежностей коефіцієнта випромінювання (4.14) і модуля коефіцієнта відбиття (4.13) у робочому діапазоні довжин хвиль прямокутного хвилеводу стандартного поперечного перерізу $\{a \times b\} = 23 \times 10$ мм² за різних значень комплексного імпедансу

$$\bar{Z}_s = i \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} \operatorname{tg} \left(\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} k h_d \right) \quad (4.17)$$

для розташованого на металі плівкового шару (товщиною h_d) магнітодіелектрика TDK IR-E110 з матеріальними параметрами $\varepsilon_1 = 8,84 - i0,084$, $\mu_1 = 2,42 - 24,75/\lambda - i0,994$ в сантиметровому діапазоні довжин хвиль [250]. Максимальні відмінності в розрахункових значеннях енергетичних параметрів щілинних випромінювачів для обох випадків не перевищували 2.5%. Як і в [251] для плоского екрана, так і тут при різних значеннях радіуса сфери, зі збільшенням величини \bar{Z}_s потужність втрат в імпедансній поверхні торця хвилевідної секції збільшується, що викликає в цілому зменшенні коефіцієнта випромінювання щілини $|S_\Sigma|^2$. При цьому варіювання значення реальної частини поверхневого імпедансу $\text{Re}(\bar{Z}_s)$ не впливає на зміну резонансної частоти антени, на якій спостерігається максимальний рівень випромінюваної нею потужності. Тому для з'ясування можливостей перестроювання сферичної антени по частоті далі розглядалися тільки уявні імпеданси при ідеалізованій умові $\text{Re}(\bar{Z}_s) = 0$.

Як було показано вище, добором довжини щілинного випромінювача можна забезпечити максимальний рівень його випромінювання на будь-якій заданій частоті в діапазоні одномодового режиму хвилеводу (крім ділянки, що межує з критичною частотою). При цьому для малих радіусів сфери, наприклад $\pi R/(2L_e) = 3$, резонансна довжина щілини є близькою до напівхвильової $2L_e \approx 0,5\lambda$, а при збільшенні радіуса сфери зростає її вкорочення. Тому для практичних додатків виявляється важливим питання: у яких межах може бути забезпечене частотне перестроювання сферичної антени за допомогою зміни імпедансу, розподіленого на торці хвилевідної секції? Як приклад, на Рис. 4.7 наведено розрахункові діапазонні залежності енергетичних характеристик щілинної сферичної антени при двох фіксованих довжинах щілини $2L_e = 14$ мм і $2L_e = 16$ мм, розташованих на сферах з радіусами $R = 10L_e/\pi$ й $R = 20L_e/\pi$. Хвилевідна секція антенного пристрою має поперечний переріз $\{a \times b\} = 23 \times 10$ мм² і розрахунки проводилися в діапазоні її одномодового режиму.

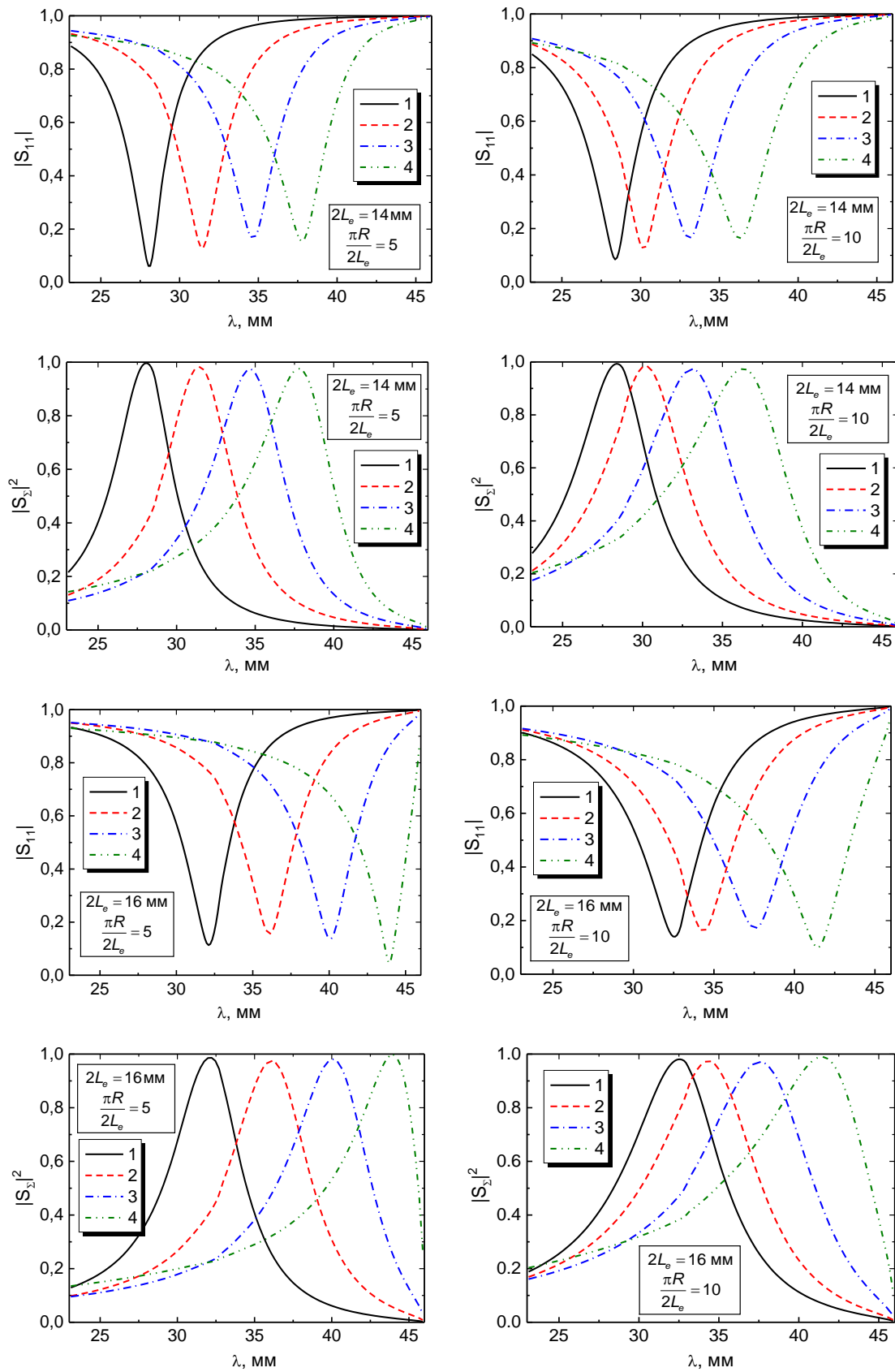


Рис. 4.7 Діапазонні залежності енергетичних характеристик щілинної сферичної антени при зміні значення уявного імпедансу: 1- $\bar{Z}_s = 0$, 2- $\bar{Z}_s = i0,01$, 3-

$$\bar{Z}_s = i0,05, 4- \bar{Z}_s = i0,2$$

Як видно з Рис. 4.7, збільшення значення \bar{Z}_s імпедансного елемента приводить до зсуву максимуму випромінюваної антеною потужності в довгохвильову частину діапазону. При цьому розглянутий інтервал зміни $\bar{Z}_s \in [0; i0,2]$ забезпечує можливість широкого перестроювання резонансної довжини хвилі сферичної антени в межах (30–35)% стосовно випадку $\bar{Z}_s = 0$. Незважаючи на те, що ширина діапазону перестроювання становить практично половину діапазону одномодового режиму хвилевідної секції, значення коефіцієнта відбиття антени істотно не зростає й рівень максимального коефіцієнта випромінювання не зменшується. Таким чином, можна констатувати факт збереження узгодження антени з трактом живлення у всьому частотному інтервалі перестроювання. Відзначимо, що при збільшенні радіуса сфери спостерігається тенденція незначного звуження діапазону перестроювання антени. Також потрібно вказати, що ширина смуги випромінювання антени на рівні половинної потужності (для будь-якого значення \bar{Z}_s імпедансного елемента) є максимальною у випадку великого радіуса сфери й істотно звужується при зменшенні радіуса сфери. З іншого боку, при збільшенні радіуса сфери резонансна довжина щілини зміщується спочатку у довгохвильову частину діапазону ($\pi R / 2L_e = 5$), а потім – у короткохвильову ($\pi R / 2L_e = 10; 20$). На Рис. 4.8 наведено результати аналізу цих тенденцій при фіксованому значенні довжини щілини $2L_e = 14$ мм і поверхневого імпедансу покриття $\bar{Z}_s = i0,05$.

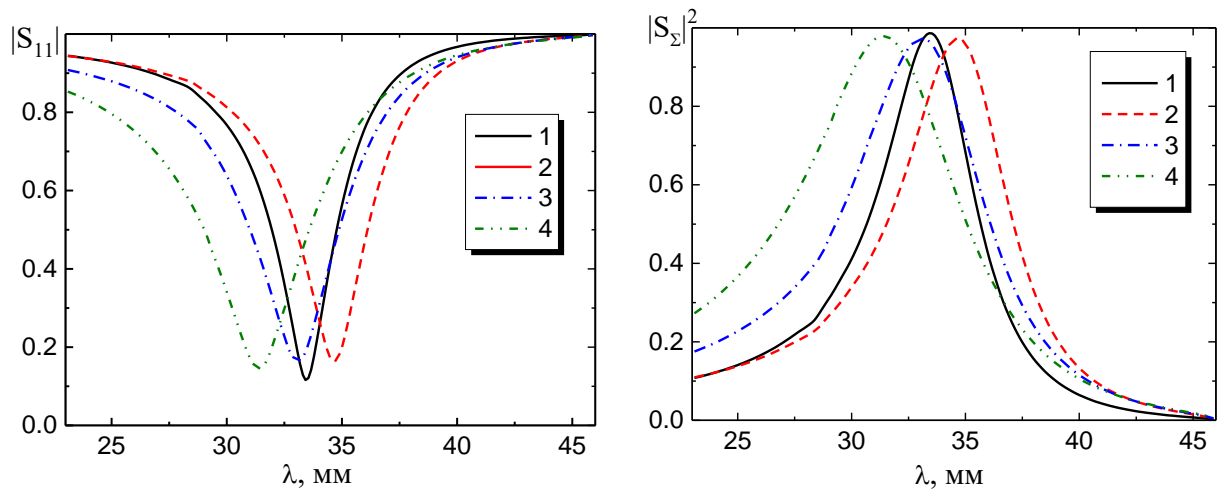


Рис. 4.8 Діапазонні залежності енергетичних характеристик щілинної сферичної антени залежно від радіуса сфери при $2L_e = 14$ мм, $\bar{Z}_s = i0.05$: 1– $\pi R / 2L_e = 3$, 2– $\pi R / 2L_e = 5$, 3– $\pi R / 2L_e = 10$, 4– $\pi R / 2L_e = 20$

4.2 Дослідження процесів розсіяння електромагнітних хвиль щілиною, прорізаною в ідеально провідній сфері та збуджуваною напівнескінченим прямокутним хвилеводом через прохідний резонатор з однощілинною та двощілинною резонансною діафрагмою

В попередньому підрозділі наведено розв'язок узагальненим методом наведених МРС задачі про випромінювання електромагнітних хвиль у простір над ідеально провідною сферою через щілину в торці напівнескінченного прямокутного (магістрального) хвилеводу (щілинна сферична антена (ЩСА)). У цьому підрозділі розв'язано задачу й досліджено електродинамічні характеристики ЩСА у випадку, коли в магістральному хвилеводі розміщено одно- або двощілинна резонансна діафрагма, що утворює разом з торцем хвилевідної секції щілинний прохідний резонатор.

4.2.1 Постановка задачі й розв'язання інтегральних рівнянь для струмів

Досліджувана резонаторно-щілинна структура й прийняті в задачі позначення наведено на Рис. 2.5. Три електродинамічні об'єми з ідеально провідними стінками, що являють собою відповідно напівнескінченний прямокутний хвильовід з перерізом $a \times b$ (індекс об'єму “Wg”), прямокутний резонатор з розмірами $a \times b \times H$ (індекс об'єму “R”) і простір над ідеально провідною сферою з радіусом R (індекс об'єму “Sp”) зв'язані між собою прямолінійними щілинами S_1, S_2, S_3 , прорізаними в спільних стінках. У магістральному хвильоводі з напрямку $z = \infty$ розповсюджується хвиля основного типу H_{10} (Рис. 2.5). Декартову систему координат, що зв'язана із хвильоводом, наведено на Рис. 2.5а. Сферичну систему координат, яка зв'язана зі сферичним розсіювачем (фланцем), показано на Рис. 2.5в. Геометричний центр внутрішньої апертури щілинного випромінювача в декартовій системі координат визначається координатами $(a/2, y_{03}, 0)$, центр зовнішньої апертури в сферичній системі координат – координатами $(R, \pi/2, 0)$. Довжина зовнішньої апертури щілини по дузі в сферичній системі координат становить $2L_3^e$.

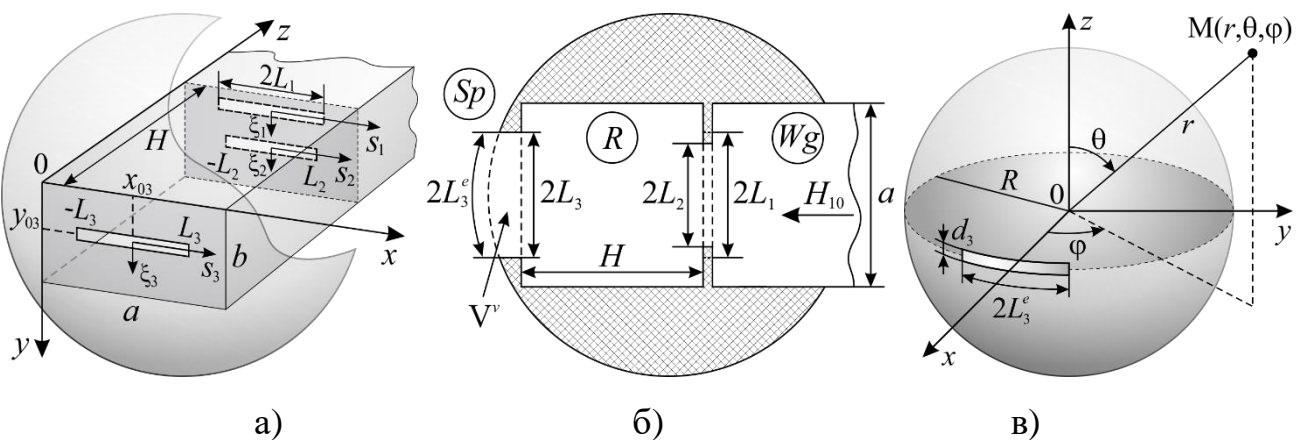


Рис. 4.9 Геометрія щілинної сферичної антени й прийняті позначення

Геометричні розміри всіх щілин задовольняють наступним умовам

$$\frac{d_m}{2L_m} \ll 1, \quad \frac{d_m}{\lambda} \ll 1, \quad m=1,2,3, \quad (4.18)$$

де $2L_m$ й d_m – відповідно довжина й ширина щілин, λ – довжина хвилі у вільному просторі. Тоді еквівалентні магнітні струми в щілинах можна зобразити у вигляді (\vec{e}_{s_m} – одиничні орти, s_m і ξ_m – локальні координати, зв'язані із щілинами (осі $\{0\xi_m\}$ розташовані в площині $x = a/2$), J_{0m} – амплітуди струмів):

$$\vec{J}_m(s_m) = \vec{e}_{s_m} J_{0m} f_m(s_m) \chi_m(\xi_m), \quad (4.19)$$

при цьому функції $f_m(s_m)$ повинні задовольняти граничним умовам $f_m(\pm L_m) = 0$, а функції $\chi_m(\xi_m)$ – умовам на ребрах щілин і умовам нормування: $\int_{\xi_m} \chi_m(\xi_m) d\xi_m = 1$.

У якості функціональних залежностей $f_m(s_m)$ від поздовжніх координат магнітних струмів у щілинах виберемо функції, отримані в результаті наближеного розв'язання інтегрального рівняння для струму в щілинній резонансній діафрагмі в прямокутному хвилеводі, збуджуваному хвилею типу H_{10} – $\{f_{1,2}(s_{1,2})\}$, і для струму в щілині в ідеально провідній сфері при падінні на неї плоскої електромагнітної хвилі, вектор \vec{H} якої паралельний вектору \vec{e}_{s_3} – $\{f_3^e(\varphi)\}$:

$$\begin{aligned} f_{1,2}(s_{1,2}) &= \cos ks_{1,2} \cos \frac{\pi L_{1,2}}{a} - \cos kL_{1,2} \cos \frac{\pi s_{1,2}}{a}, \\ f_3(s_3) &= \cos ks_3 - \cos kL_3, \quad f_3^e(\varphi) = \cos kR\varphi - \cos kL_3^e. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Виходячи із граничних умов безперервності тангенціальних складових магнітного поля на поверхнях щілин і дотримуючись узагальненого методу наведених МРС для багатощілинної структури, одержуємо систему алгебраїчних рівнянь щодо невідомих амплітуд струмів J_{0m} (за часової залежності $e^{i\omega t}$):

$$\begin{cases} J_{01}(Y_{11}^{Wg} + Y_{11}^R) + J_{02}(Y_{12}^{Wg} + Y_{12}^R) + J_{03}Y_{13}^R = -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_1}^{L_1} f_1(s_1)H_{0s_1}(s_1)ds_1, \\ J_{02}(Y_{22}^{Wg} + Y_{22}^R) + J_{01}(Y_{21}^{Wg} + Y_{21}^R) + J_{03}Y_{23}^R = -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_2}^{L_2} f_2(s_2)H_{0s_2}(s_2)ds_2, \\ J_{03}(Y_{33}^R + Y_{33}^{Sp}) + J_{01}Y_{31}^R + J_{02}Y_{32}^R = 0. \end{cases} \quad (4.21)$$

В системі рівнянь (4.21) введені позначення

$$Y_{mn}^{Wg,R} = \frac{1}{2k} \int_{-L_m}^{L_m} f_m(s_m) \left[\left(\frac{d^2}{ds_m^2} + k^2 \right) \int_{-L_m}^{L_m} f_m(s'_m) G_{s_m}^{Wg,R}(s_m, s'_m) ds'_m \right] ds_m \quad (4.22)$$

— власні провідності щілин;

$$Y_{mn}^{Wg,R} = \frac{1}{2k} \int_{-L_{m,n}}^{L_{m,n}} f_{m,n}(s_{m,n}) \left[\left(\frac{d^2}{ds_{m,n}^2} + k^2 \right) \int_{-L_{m,n}}^{L_{m,n}} f_{n,m}(s'_{n,m}) G_{s_{m,n}}^{Wg,R}(s_{m,n}, s'_{n,m}) ds'_{n,m} \right] ds_{m,n} \quad (4.23)$$

— взаємні провідності щілин;

$G_s^{Wg,R,Sp}$ — s -компоненти квазіодномірних ($|\xi_m - \xi'_m| \approx d_m/4$) функцій Гріна для векторного потенціалу відповідних об'ємів (див. Додаток Б), $H_{0s_{1,2}}(s_{1,2})$ — проекції поля сторонніх джерел на осі першої й другої щілин, $k = 2\pi/\lambda$.

Використовуючи вирази для магнітних функцій Гріна напівнескінченного прямокутного хвилеводу, прямокутного резонатора й півпростору над нескінченною ідеально провідною площиною, знаходимо згідно з (4.20), (4.22), (4.23) вирази для власних і взаємних провідностей щілин:

$$Y_{mn}^{Wg}(kL_m, kL_n) = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n(k^2 - k_x^2)}{kk_z} \cos k_y y_{0m} \cos k_y (y_{0n} + \frac{d_n}{4}) I_1(kL_m) I_1(kL_n),$$

$$Y_{mn}^R(kL_m, kL_n) = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n(k^2 - k_x^2)}{kk_z} \coth k_z H \cos k_y y_{0m} \cos k_y (y_{0n} + \frac{d_n}{4}) I_1(kL_m) I_1(kL_n),$$

$$Y_{m3}^R(kL_m, kL_3) = Y_{3m}^R(kL_3, kL_m) = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{k_z \operatorname{sh} k_z H} \cos k_y y_{0m} \cos k_y (y_{03} + \frac{d_3}{4}) I_1(kL_m) I_2(kL_3),$$

$$m = 1, 2; \quad n = 1, 2,$$

$$Y_{33}^R(kL_3) = \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n k}{k_z (k^2 - k_x^2)} \coth k_z H \cos k_y y_{03} \cos k_y (y_{03} + \frac{d_3}{4}) I_2^2(kL_3), \quad (4.24)$$

$$Y_{33}^{Sp}(kL_3^e, kR) = \frac{4R}{kd_3^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \times \frac{1}{(n+1) - kR h_{n+1}^{(2)}(kR) / h_n^{(2)}(kR)} \times \\ \times \left\{ (kR)^2 C_0^2 (A_n^0)^2 - 2 \sum_{m=1}^n C_m^2 \left[m^2 (n(n+1) - (kR)^2) (B_n^m)^2 - (kR)^2 (A_n^m)^2 \right] \right\},$$

В (4.24) прийняті позначення:

$$I_1(kL_m) = 2 \left\{ \frac{k \sin kL_m \cos k_x L_m - k_x \cos kL_m \sin k_x L_m}{k^2 - k_x^2} \cos \frac{\pi L_m}{a} - \right. \\ \left. - \frac{\left(\frac{\pi}{a} \right) \sin \frac{\pi L_m}{a} \cos k_x L_m - k_x \cos \frac{\pi L_m}{a} \sin k_x L_m}{(\pi/a)^2 - k_x^2} \cos kL_m \right\},$$

$$I_2(kL_3) = 2 \frac{k_x \sin kL_3 \cos k_x L_3 - k \cos kL_3 \sin k_x L_3}{k_x},$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}, \quad m \text{ і } n - \text{цілі числа; } \varepsilon_n = (2 - \delta_{0n}) -$$

множник Неймана; y_{0m} – координати осьових ліній щілин;

$$A_n^m \approx \sin \theta \left[\bar{P}_n^m \left(\cos \left(\theta_0 + \frac{d_3}{2R} \right) \right) - \bar{P}_n^m \left(\cos \left(\theta_0 - \frac{d_3}{2R} \right) \right) \right],$$

$$B_n^m = \int_{\theta_0 - \frac{d_3}{2R}}^{\theta_0 + \frac{d_3}{2R}} \bar{P}_n^m(\cos \theta) d\theta,$$

$$C_m = \frac{1}{m^2 - (kR)^2} \left[m \sin \frac{mL_3^e}{R} \cos kL_3^e - kR \cos \frac{mL_3^e}{R} \sin kL_3^e \right] - \frac{\cos kL_3^e}{m} \sin \frac{mL_3^e}{R} = C_m^I - C_m^{II},$$

$$C_m^I \Big|_{m \rightarrow kR} = \frac{L_3^e}{2R} + \frac{\sin(2kL_3^e)}{4kR}, \quad \bar{P}_n^m(\cos \theta) = \frac{(2n+1)(n-m)!}{2\pi(n+m)!} P_n^m(\cos \theta) \quad - \text{нормовані}$$

приєднані функції Лежандра першого роду; $h_n^{(2)}(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} H_{n+1/2}^{(2)}(kr)$ – сферичні

функції Ханкеля другого роду; $H_{n+1/2}^{(2)}(kr)$ – функції Ханкеля другого роду з напівцілим індексом.

Розв'язуючи систему рівнянь (4.21) з урахуванням того, що для хвилі типу H_{10} в напівнескінченному прямокутному хвилеводі $H_{0s_{1,2}}(s_{1,2}) = 2H_0 \cos \frac{\pi s_{1,2}}{a}$, (H_0 – амплітуда хвилі), знаходимо струми в кожній із щілин, коефіцієнти відбиття за полем S_{11} і випромінювання за потужністю $|S_\Sigma|^2$:

$$S_{11} = \left\{ 1 - \frac{8\pi\gamma}{iabk^3} [\tilde{J}_{01}F(kL_1) + \tilde{J}_{02}F(kL_2)] \right\} e^{-i2\gamma z}, \quad (4.25)$$

$$|S_\Sigma|^2 = 1 - |S_{11}|^2. \quad (4.26)$$

Тут $\tilde{J}_{0m} = \frac{J_{0m}}{\left(-\frac{i\omega}{k^2}H_0\right)}$ – нормовані амплітуди струмів у щілинах,

$\gamma = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$ – постійна розповсюдження,

$$F(kL_m) = 2 \cos \frac{\pi L_m}{a} \frac{\sin kL_m \cos \frac{\pi L_m}{a} - \frac{\pi}{ka} \cos kL_m \sin \frac{\pi L_m}{a}}{1 - (\pi/ka)^2} - \cos kL_m \frac{\sin \frac{2\pi L_m}{a} + \frac{2\pi L_m}{a}}{(2\pi/ka)}.$$

Значення еквівалентної ширини щілини d^e для торця хвилевідної секції, розраховуємо за формулою $d_3^e \approx d_3 \exp\left(-\frac{\pi h_e}{2d_3}\right)$, де $h_e = V^v / S_3$, V^v – об'єм порожнини щілини, S_i – площа внутрішньої апертури щілини, при виконанні умови $(hd_3 / \lambda^2) \ll 1$, де h – максимальний розмір тунельної порожнини щілини в радіальному напрямку. Урахування товщини h металевих стінок діафрагми проводиться за аналогічною формулою за умови $h_e = h$.

4.2.2 Числові результати

На Рис. 4.10, 4.11 наведені залежності коефіцієнта випромінювання за потужністю $|S_{\Sigma}|^2$ від довжини хвилі в одномодовому діапазоні стандартного прямокутного хвилеводу з розмірами поперечного перерізу 23×10 мм² для трьох варіантів хвилевідно-резонаторно-щілинної структури: “1 щілина” – випромінююча щілина S_3 в торці напівнескінченного прямокутного хвилеводу, “2 щілини” – щілина S_1 в діафрагмі та випромінююча щілина S_3 , “3 щілини” – щілини S_1 і S_2 у діафрагмі та щілина S_3 при фіксованому радіусі сфери $R = 80 / \pi$ мм. Параметри структури наступні: довжина щілини $2L_1 = 2L_3 = 16$ мм, $2L_2 = 14$ мм, $d_1 = d_2 = d_3 = 0,8$ мм, $y_{01} = b / 8$, $y_{02} = b / 2$, товщина діафрагми $h = 1,0$ мм, радіус сфери $R = 80 / \pi$ мм.

Як видно із графіків, розміщення у хвилевідному тракті прохідного резонатора ($H = a / 2$) суттєво підвищує добротність системи, при цьому резонансна крива має велику крутість, а її форма наближається до прямокутної. Наявність у діафрагмі другої щілини приводить до того, що на певній довжині хвилі, що залежить від довжини щілини $2L_2$ і її положення y_{02} , у системі відбувається повне відбиття ($|S_{11}| = 1,0$, $|S_{\Sigma}|^2 = 0$) падаючої на діафрагму хвилі типу H_{10} . При цьому смуга пропускання за рівнем $0,5|S_{\Sigma}|^2$ суттєво звужується в порівнянні з випадками одно- і двохщілинних структур, а в області більш коротких довжин хвиль має місце зростання коефіцієнта випромінювання, положення максимуму якого також залежить від геометричних розмірів і положення щілини S_2 в стінці діафрагми.

На Рис. 4.12 наведено залежності коефіцієнта випромінювання за потужністю $|S_{\Sigma}|^2$ від довжини хвилі в одномодовому діапазоні роботи прямокутного хвилеводу ($a = 23,0$ мм, $b = 10,0$ мм) для системи «резонансна діафрагма – прохідний резонатор – випромінююча щілина» при фіксованому радіусі сфери

$R = 80 / \pi$ мм. Параметри щілинної діафрагми такі: довжина щілини $2L_d = 2L_t$, ширина $d_d = d = 0,8$ мм, товщина $h_d = 1,0$ мм, положення $y_{0d} = b/8$.

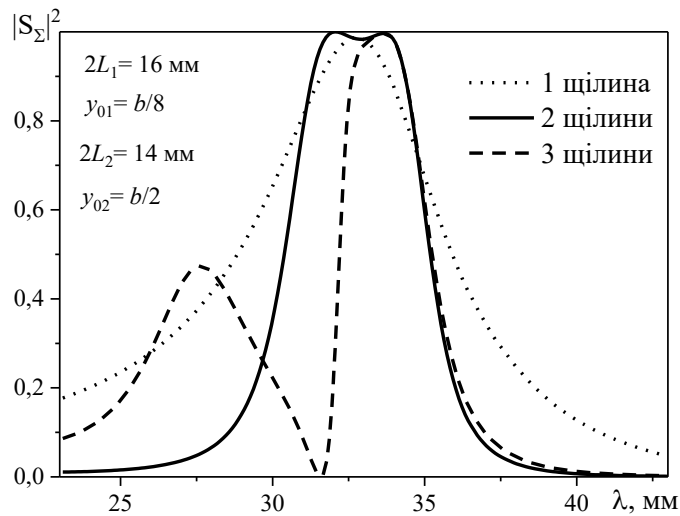


Рис. 4.10 Діапазонні залежності коефіцієнта випромінювання щілинної сферичної антени

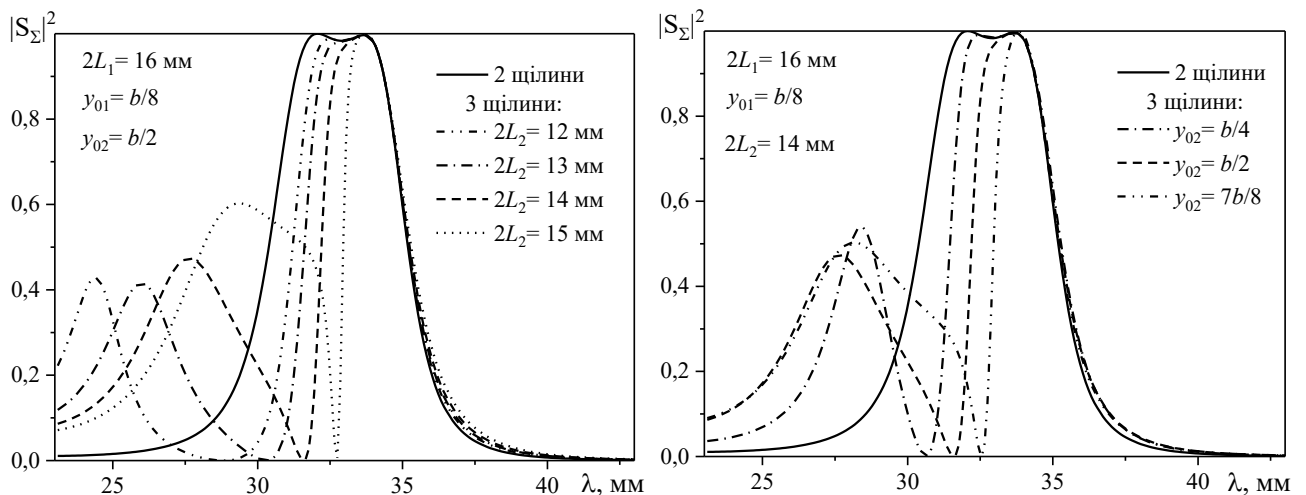


Рис. 4.11 Діапазонні залежності коефіцієнта випромінювання щілинної сферичної антени з однощілинним і двощілинним прохідним резонатором

Як видно з Рис. 4.12, розміщення у хвилевідному тракті прохідного резонатора (довжиною $H = a/2$) суттєво підвищує добротність системи. При цьому резонансна крива частотної залежності коефіцієнта випромінювання має велику крутість, а її форма наближається до прямокутної (Рис. 4.12а). Відмітимо, що каскадне з'єднання декількох прохідних резонаторів приведе до ще більшої крутості схилів частотної характеристики. Варіюванням довжини прохідного

резонатора ($H = 3a/4$, $H = 3a/2$) можна добитися максимального випромінювання антени (без урахування скінченної провідності стінок хвильовідного пристрою) на двох або трьох частотах у діапазоні одномодового режиму розповсюдження H_{10} хвилі, причому форма основної резонансної кривої буде практично збігатися з випадком $H = a/2$ (Рис. 4.12а). Зміна довжини щілини й відповідно довжини резонатора приводить до “переміщення” екстремумів частотних характеристик (практично без зміни їх форми) у ту або іншу частину робочого діапазону (Рис. 4.12б).

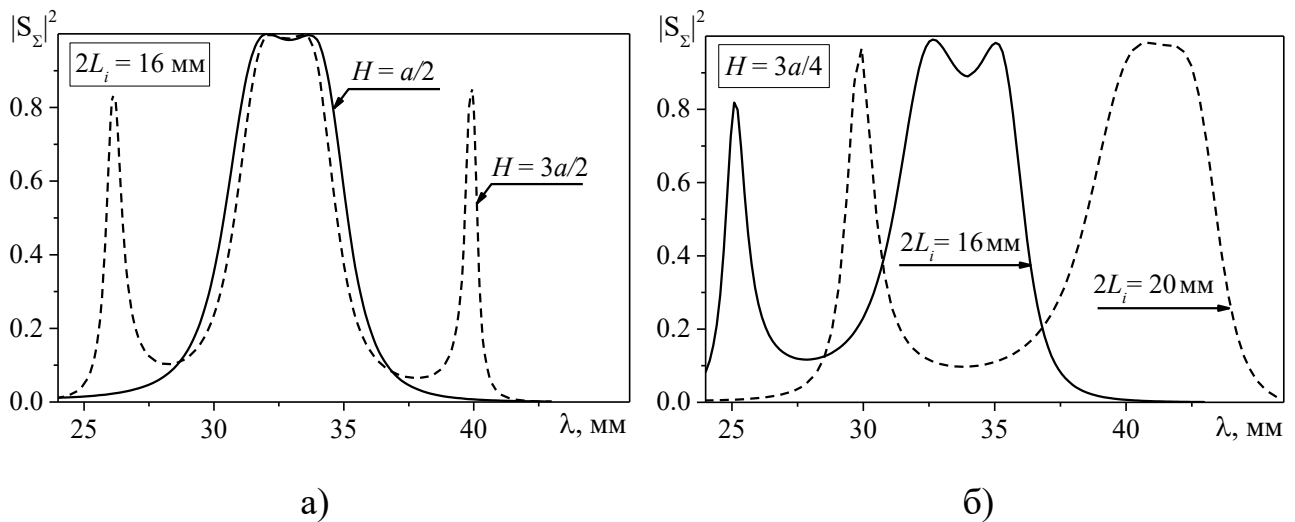


Рис. 4.12 Діапазонні залежності коефіцієнта випромінювання щілинної сферичної антени із прохідним резонатором

4.3 Розподіли електромагнітних полів випромінювання щілини, прорізаної в ідеально провідній сфері, у присутності двох радіальних імпедансних вібраторів

Раніше у розділі 2 розглянуто випромінювач Клевіна, що являє собою систему з поздовжньої (поперечної) щілини, прорізаної в широкій стінці прямокутного хвильоводу, що випромінює в півпростір над нескінченною ідеально провідною площиною, а також двох імпедансних монополів, розміщених вертикально над екраном по обидві сторони від поздовжньої осі щілини. У цьому підрозділі досліджено характеристики випромінювання комбінованого

випромінювача типу Клевіна, розташованого на сфері, що має імпедансні вібраторні елементи. Актуальність таких досліджень визначається практичними запитами на нові типи випромінюючих структур, розташовуваних на різних мобільних (у тому числі космічних) об'єктах, що мають сферичну або близьку до сфери форму корпусу.

4.3.1 Постановка задачі

Розглянемо ідеально провідну сферу радіусом \tilde{R} (Рис. 4.13), у якій уздовж паралелі прорізана вузька дугова щілина довжиною $2L$ й шириною d з геометричним центром у точці зі сферичними координатами $(\rho' = \tilde{R}; \theta' = \theta_0; \varphi' = 0)$.

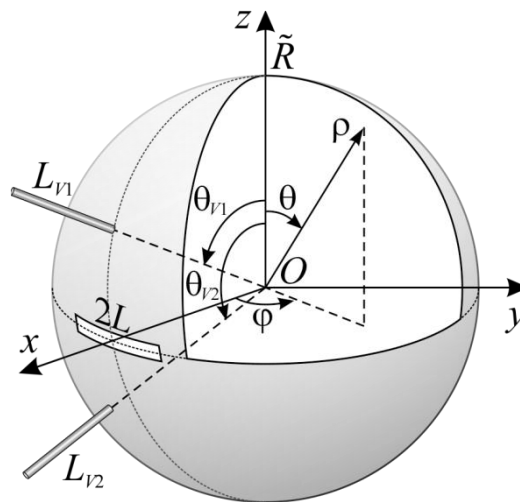


Рис. 4.13 Геометрія сферичної антени з випромінювачем типу Клевіна

На сфері розміщено два радіально орієнтовані тонкі циліндричні імпедансні вібратори з радіусами r_{v1}, r_{v2} й довжинами L_{v1}, L_{v2} відповідно, осі яких сполучені з напрямками $\theta_{v1}, \varphi_{v1}$ і $\theta_{v2}, \varphi_{v2}$. Вважаємо, що поза сферою однорідне середовище характеризується матеріальними параметрами (ϵ_1, μ_1) й виконуються нерівності:

$$\frac{r_{v1(v2)}}{L_{v1(v2)}} \ll 1, \frac{r_{v1(v2)}}{\lambda_1} \ll 1, \frac{d}{2L} \ll 1, \frac{d}{\lambda_1} \ll 1, \quad (4.27)$$

де λ_1 – довжина хвилі в зовнішньому середовищі. Ці вимоги забезпечують фізичну коректність наближенню одномірності струмів в елементах комбінованого випромінювача. Також вважаємо поле в щілині заданим і будемо вимагати виконання граничних умов для електричних струмів на кінцях вібраторів:

$$J_{V1(V2)}(\rho) \Big|_{\rho=\tilde{R}+L_{V1(V2)}} = 0, \quad \text{div}(k_1 \rho J_{V1(V2)}(\rho)) \Big|_{\rho=\tilde{R}} = 0 \quad (4.28)$$

і для еквівалентного магнітного струму на кінцях щілини: $J_s(\varphi) \Big|_{\varphi=\pm L/\tilde{R}} = 0$.

Відповідно прийнятої у теорії антен моделі тонкого провідника, поля поверхневих струмів вібраторів еквівалентні полям лінійних струмів $J_{V1(V2)}(\rho')$, що протікають по поздовжніх осях вібраторів. Тоді, у розглянутому випадку дійсні електричні векторні потенціали Герца $\vec{\Pi}_{V1(V2)}(\vec{r})$, збуджувані цими струмами, будуть мати тільки радіальні компоненти (\vec{r} – радіус-вектор точки спостереження):

$$\Pi_{\rho V1(V2)}(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega\epsilon_1} \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V1(V2)}} J_{V1(V2)}(\rho') G_{\rho\rho'}(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta_{V1(V2)}, \varphi_{V1(V2)}) d\rho', \quad (4.29)$$

де ω – кутова частота, а $G_{\rho\rho'}(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi')$ – компонента тензорної функції Гріна електричного типу для простору поза ідеальною провідною сферою:

$$G_{\rho\rho'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{2\pi} h_n(\rho, \rho') P_n(\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi')). \quad (4.30)$$

Тут

$$h_n(\rho, \rho') = \begin{cases} k_1 h_n^{(2)}(k_1 \rho') \left[h_n^{(2)}(k_1 \rho) \bar{Q}_n(y_n(k_1 \tilde{R})) - y_n(k_1 \rho) \right], & \tilde{R} \leq \rho < \rho', \\ k_1 h_n^{(2)}(k_1 \rho) \left[h_n^{(2)}(k_1 \rho') \bar{Q}_n(y_n(k_1 \tilde{R})) - y_n(k_1 \rho') \right], & \rho > \rho', \end{cases}$$

$$\bar{Q}_n(y(k_1 \tilde{R})) = \frac{k_1 \tilde{R} y_{n-1}(k_1 \tilde{R}) - n y_n(k_1 \tilde{R})}{k_1 \tilde{R} h_{n-1}^{(2)}(k_1 \tilde{R}) - n h_n^{(2)}(k_1 \tilde{R})}, \quad C_{nm} = \frac{2\pi(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!},$$

$P_n(\cos \theta)$ – поліноми Лежандра, $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = k\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ – хвильове число в середовищі,

$h_n^{(2)}(k_1\rho) = j_n(k_1\rho) - iy_n(k_1\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_1\rho}} H_{n+1/2}^{(2)}(k_1\rho)$ – сферичні функції Ханкеля другого

роду, $j_n(k_1\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_1\rho}} J_{n+1/2}(k_1\rho)$ і $y_n(k_1\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_1\rho}} N_{n+1/2}(k_1\rho)$ – сферичні функції

Бесселя і Неймана відповідно, $J_{n+1/2}(k_1\rho)$ – функції Бесселя, $N_{n+1/2}(k_1\rho)$ – функції

Неймана і $H_{n+1/2}^{(2)}(k_1\rho)$ – функції Ханкеля другого роду з напівцілим індексом.

Відзначимо, що на поверхні ідеально провідної сфери необхідним є виконання граничних умов для функцій електричного типу $h_n(\rho, \rho')$ у вигляді:

$$\left. \frac{d(\rho h_n(\rho, \rho'))}{d\rho} \right|_{\rho=\tilde{R}} = 0.$$

4.3.2 Розв'язання зовнішньої електродинамічної задачі

На твірних вібраторів, які апроксимуємо відрізками радіальних променів $\rho \in [\tilde{R}; \tilde{R} + L_{V1(V2)}]$ у напрямках $\theta = \theta_{V1(V2)}$ і $\varphi_{1(2)} = \varphi_{V1(V2)} + r/(\tilde{R} + L_{V1(V2)}/2)$ відповідно, з урахуванням постійних внутрішніх погонних імпедансів вібраторів $z_{i1(2)} = \text{const}$ [Ом/м] запишемо вихідну систему двох інтегральних рівнянь у наступному вигляді [51]:

$$\begin{cases} \left(\frac{d^2}{d\rho^2} + k_1^2 \right) \begin{pmatrix} k_1\rho \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V1}} J_{V1}(\rho') G_{\rho\rho'}(\rho, \theta_{V1}, \varphi_1; \rho', \theta_{V1}, \varphi_{V1}) d\rho' \\ + k_1\rho \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V2}} J_{V2}(\rho') G_{\rho\rho'}(\rho, \theta_{V1}, \varphi_1; \rho', \theta_{V2}, \varphi_{V2}) d\rho' \end{pmatrix} = -E_{0S}^{V1}(\rho) + i\omega\epsilon_1 z_{i1} J_{V1}(\rho), \\ \left(\frac{d^2}{d\rho^2} + k_1^2 \right) \begin{pmatrix} k_1\rho \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V1}} J_{V1}(\rho') G_{\rho\rho'}(\rho, \theta_{V2}, \varphi_2; \rho', \theta_{V1}, \varphi_{V1}) d\rho' \\ + k_1\rho \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V2}} J_{V2}(\rho') G_{\rho\rho'}(\rho, \theta_{V2}, \varphi_2; \rho', \theta_{V2}, \varphi_{V2}) d\rho' \end{pmatrix} = -E_{0S}^{V2}(\rho) + i\omega\epsilon_1 z_{i2} J_{V2}(\rho). \end{cases} \quad (4.31)$$

Враховуючи співвідношення з [11] у системі (4.31) сторонні поля збудження на вібраторах визначаються як:

$$E_{0s}^{V1(V2)}(\rho) = -\frac{i\omega\varepsilon_1}{\rho} \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(\rho) \left(\frac{FC_0(\varphi_{1(2)})}{2C_{n0}} P_n(\cos\theta_{V1(V2)}) \frac{dP_n(\cos\theta')}{d\theta'} \Big|_{\theta'=\theta_0} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{FC_m(\varphi_{1(2)})}{C_{nm}} P_n^m(\cos\theta_{V1(V2)}) \frac{dP_n^m(\cos\theta')}{d\theta'} \Big|_{\theta'=\theta_0} \right), \quad (4.32)$$

де

$$Q_n(\rho) = \frac{h_n^{(2)}(k_1\rho)}{(n+1)h_n^{(2)}(k_1\tilde{R}) - k_1\tilde{R}h_{n+1}^{(2)}(k_1\tilde{R})}, \quad FC_m(\varphi) = \int_{-L/\tilde{R}}^{L/\tilde{R}} f(\varphi') \cos(m(\varphi - \varphi')) d\varphi',$$

$P_n^m(\cos\theta)$ – приєднані функції Лежандра першого роду. Тут ураховується, що заданий магнітний струм у щілині $J_s(\varphi')$ апроксимується функцією $f(\varphi') = \cos(k_1\tilde{R}\varphi') - \cos k_1L$ з одиничною амплітудою [53].

Систему рівнянь (4.31) розв'язуємо узагальненим методом наведених ЕМРС, використовуючи в якості апроксимуючих функцій для струмів в імпедансних вібраторах нульове наближення асимптотичного розв'язку ключової задачі збудження імпедансного монополя на сфері з [25], отриманого методом послідовних ітерацій:

$$J_{V1(V2)}(\rho) = J_{V1(V2)} f_{V1(V2)}(\rho) = J_{V1(V2)} \frac{\sin(\tilde{k}_{1(2)}[\rho - \tilde{R} - L_{V1(V2)}])}{\tilde{k}_{1(2)}\rho}, \quad (4.33)$$

де $\tilde{k}_{1(2)} = k_1 \sqrt{1 + i2\alpha_{1(2)} \bar{Z}_{S_{V1(V2)}} / (\mu_1 k r_{V1(V2)})}$, $\alpha_{1(2)} = 1/2 \ln(r_{V1(V2)} / L_{V1(V2)})$,

$\bar{Z}_{S_{V1(V2)}} = \bar{R}_{S_{V1(V2)}} + i\bar{X}_{S_{V1(V2)}}$ – нормовані (на 120π Ом) комплексні поверхневі імпеданси вібраторів.

Використовуючи в якості вагових функцій, функції аналогічні (4.33), після стандартних процедур одержуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих амплітуд струмів $J_{V1(V2)}$ у вигляді:

$$\begin{cases} J_{V1} Z_{\Sigma}^{V1} + J_{V2} Z_{V2}^{V1} = F_{V1}, \\ J_{V1} Z_{V1}^{V2} + J_{V2} Z_{\Sigma}^{V2} = F_{V2}, \end{cases} \quad (4.34)$$

де матричні коефіцієнти визначаються наступним чином

$$F_{V1(V2)} = \frac{1}{2k_1} \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V1(V2)}} f_{V1(V2)} E_{0s}^{V1(V2)}(\rho) d\rho, \quad (4.35)$$

$$Z_{V2}^{V1} = \frac{1}{2k_1} \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V1}} f_{V1}(\rho) \left\{ \left[\frac{d^2}{d\rho^2} + k_1^2 \right] \left(k_1 \rho \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V2}} f_{V2}(\rho') G_{\rho\rho'}(\rho, \theta_{V1}, \varphi_1; \rho', \theta_{V2}, \varphi_{V2}) d\rho' \right) \right\} d\rho, \quad (4.36a)$$

$$Z_{V1}^{V2} = \frac{1}{2k_1} \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V2}} f_{V2}(\rho) \left\{ \left[\frac{d^2}{d\rho^2} + k_1^2 \right] \left(k_1 \rho \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V1}} f_{V1}(\rho') G_{\rho\rho'}(\rho, \theta_{V2}, \varphi_2; \rho', \theta_{V1}, \varphi_{V1}) d\rho' \right) \right\} d\rho, \quad (4.36b)$$

$$Z_{\Sigma}^{V1(V2)} = -\frac{ik\varepsilon_1 \bar{Z}_{S_{V1(V2)}}}{k_1 r_{V1(V2)}} \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V1(V2)}} f_{V1(V2)}^2(\rho) d\rho + \frac{1}{2k_1} \int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V1(V2)}} f_{V1(V2)}(\rho) \times$$

$$\times \left\{ \left[\frac{d^2}{d\rho^2} + k_1^2 \right] k_1 \rho \left[\int_{\tilde{R}}^{\tilde{R}+L_{V1(V2)}} (f_{V1(V2)}(\rho') G_{\rho\rho'}(\rho, \theta_{V1(V2)}, \varphi_{1(2)}; \rho', \theta_{V1(V2)}, \varphi_{V1(V2)}) d\rho' \right) \right\} d\rho. \quad (4.37)$$

Для одержання на підставі співвідношень (4.36), (4.37) остаточних розрахункових формул для матричних коефіцієнтів необхідне їхня додаткове аналітичне доопрацювання, насамперед, з метою виключення з виразів операторів диференціювання шляхом узяття зовнішніх інтегралів вроздріб, подібно тому, як це було зроблено в [25] у виразі для вхідного імпедансу монополя.

4.3.3 Поля випромінювання сферичної антени

Визначивши із системи рівнянь (4.34) амплітуди струмів $J_{V1(V2)}$ можна за відомими формулами далі знайти поля випромінювання сферичної антени типу Клевіна в будь-якій точці спостереження поза сферою. Наведемо вирази для компонент електричного поля випромінювання при розташуванні щілини на екваторі сфери ($\theta' = \theta_0 = \pi/2$):

$$\begin{aligned}
E_\rho(\rho, \theta, \varphi) &= \frac{\partial^2 (k_1 \rho \Pi_{\rho V1}(\vec{r}) + k_1 \rho \Pi_{\rho V2}(\vec{r}))}{\partial \rho^2} + k^2 \varepsilon_1 \mu_1 (k_1 \rho \Pi_{\rho V1}(\vec{r}) + k_1 \rho \Pi_{\rho V2}(\vec{r})) - \\
&- \frac{1}{\rho} \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(\rho) \left(\frac{FC_0(\varphi)}{2C_{n0}} P_n(\cos \theta) \frac{dP_n(\cos \theta')}{d\theta'} \Big|_{\theta'=\pi/2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{FC_m(\varphi)}{C_{nm}} P_n^m(\cos \theta) \Phi_n^m \right), \\
E_\theta(\rho, \theta, \varphi) &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 (k_1 \rho \Pi_{\rho V1}(\vec{r}) + k_1 \rho \Pi_{\rho V2}(\vec{r}))}{\partial \rho \partial \theta} + \\
&+ \frac{1}{\rho} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\varepsilon_m Q_n^*(\rho) FC_m(\varphi)}{2n(n+1)C_{nm}} \left[m^2 \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} F_n^m + \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \Phi_n^m \right], \\
E_\varphi(\rho, \theta, \varphi) &= \frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial^2 (k_1 \rho \Pi_{\rho V1}(\vec{r}) + k_1 \rho \Pi_{\rho V2}(\vec{r}))}{\partial \rho \partial \varphi} - \\
&- \frac{1}{\rho} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^n \frac{m Q_n^*(\rho) FS_m(\varphi)}{n(n+1)C_{nm}} \left[\frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} F_n^m + \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \Phi_n^m \right],
\end{aligned} \tag{4.38}$$

де функціональні коефіцієнти $FC_m(\varphi)$ й $FS_m(\varphi)$, F_n^m і Φ_n^m такі ж, як і в (4.9), а $Q_n^*(\rho)$ – як і раніше в (4.15).

Таким чином, на підставі розв'язання зовнішньої електродинамічної задачі узагальненим методом наведених ЕМРС знайдено поля випромінювання комбінованої структури, що являє собою вібраторно-щілинний випромінювач типу Клевіна, розташований на ідеально провідній сфері. Формули отримано за вимоги виконання наближень імпедансної концепції й теорії електрично тонких антен. Вони дозволяють визначати поля випромінювання сферичної антени в будь-якій точці простору поза сферою при варіюванні будь-яких електрофізичних параметрів структури.

4.3.4 Числові результати

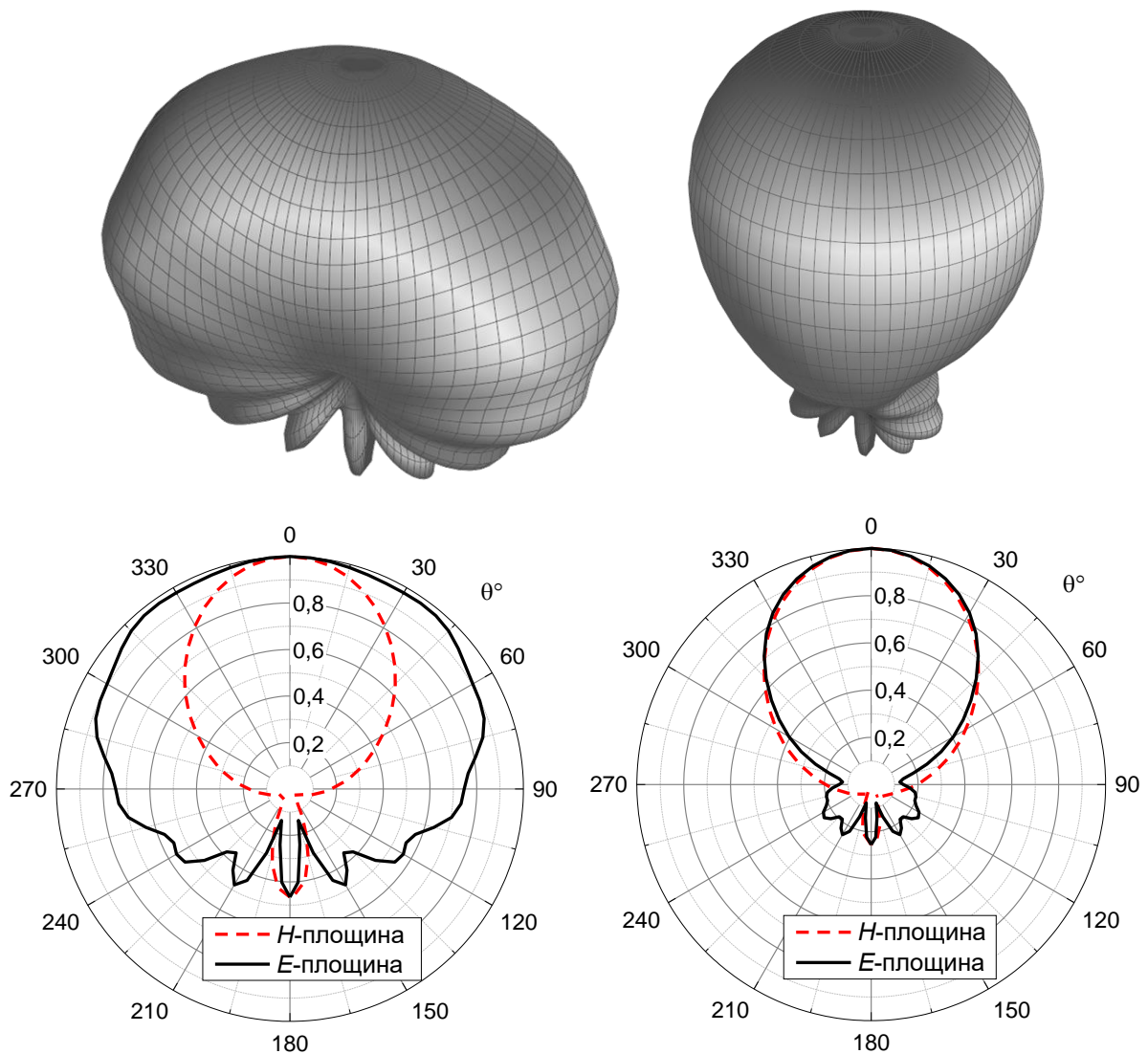
Відмітимо, що в розділі 2 досить докладно було вивчено питання про геометричні параметри хвилевідної вібраторно-щілинної структури, що випромінює в однорідний простір над нескінченним екраном і має подібні ДС (за рівнем -3 дБ) в E - і H -площинах. Тут основною метою числового моделювання є

дослідження можливості створення таких випромінювачів типу Клевіна, розташованих на сферах резонансних розмірів.

Результати розрахунків компонент електричного поля за формулами (4.38) у дальній зоні випромінювача підтвердили таку можливість. Так на Рис. 4.14б показані ДС антени у двох головних площинах для наступних значень параметрів структури: $\lambda = 32 \text{ мм}$, $R = \lambda$, $2L = 0,5\lambda$, $d = 0,05\lambda$, $L_{v1} = L_{v2} = L_v = 0,29\lambda$, $r_{v1} = r_{v2} = r_v = 0,005\lambda$, $x_{d1} = x_{d2} = x_d = 0,0865\lambda$, $\theta_{v1(2)} = x_{d1(2)}/R$. Тут E - і H -площини були задані, як і в п. 4.1 (для випадку одиночної щілини на сфері), і при розрахунках поля в дальній зоні антени використовувалися ті ж асимптотики та наближення. Як і слід було сподіватися, поздовжня компонента поля в дальній зоні $E_\rho(\rho, \theta, \varphi) = 0$, а дві інших компоненти у головних площинах виступають у якості основної і крос-поляризаційної складових. Тому на Рис. 4.14 (і далі на Рис. 4.15) наведені результати розрахунків для модулів повного електричного поля. Для зручності порівняння на Рис. 4.14а наведено ДС щілинної сферичної антени, що має щілину такої ж геометрії, як і у випадку комбінованого випромінювача.

Як видно з Рис. 4.14 наявність пари симетрично розташованих на сфері щодо осі щілини радіально орієнтованих монополі практично не змінюють її ДС у H -площині. Однак в E -площині, за умови добору їх довжини та відстані від щілини (як і у випадку випромінювача Клевіна) вібратори можуть звужувати ДС випромінювача й забезпечити форму ДС, подібну до ДС у H -площині. Порівнюючи отримані геометричні параметри випромінювача з відповідними параметрами випромінювача Клевіна над нескінченним екраном, відмітимо, що оптимальні значення відстаней між осями щілини й вібраторів в обох випадках є близькими ($x_{d1} = x_{d2} = x_d = 0,0865\lambda$ у порівнянні з $x_d = 0,086\lambda$ для випромінювача Клевіна над нескінченним екраном), а довжина монополів через вплив сфери виявляється дещо зменшеною ($L_{v1} = L_{v2} = L_v = 0,29\lambda$ у порівнянні з $L_v = 0,3125\lambda$). Для збереження подібних ДС випромінювача в E - і H -площинах подальше

зменшення радіуса сфери приводить до необхідності більшого вкорочення довжини монополів.



а) щілина на сфері

б) випромінювач типу Клевіна на сфері

Рис. 4.14 Діаграми спрямованості сферичних випромінювачів

Щоб оцінити, на скільки істотною є різниця у виборі довжин вібраторів для сфер різних розмірів на Рис. 4.15 наведено ДС розглянутого комбінованого випромінювача на сфері й ДС вібраторно-щілинної структури з параметрами: $2L = 0,5\lambda$, $d = 0,05\lambda$, $L_v = 0,29\lambda$, $x_d = 0,0865\lambda$ і $r_v = 0,005\lambda$, яка випромінює в півпростір над ідеально провідною площиною. Нагадаємо, що другий варіант випромінюючої структури розглядається як асимптотичний випадок сферичної антени з нескінченно великим радіусом. Порівняльний аналіз результатів на

Рис. 4.15 дозволяє стверджувати, що для забезпечення подібних ДС випромінювача в E - і H -площинах, для будь-якого значення радіуса сфери необхідно підбирати конкретну довжину монополів. Згідно з розрахунками, геометрія комбінованого випромінювача Клев'їна, розташованого на плоскому екрані, зберігається для сфер досить великих дифракційних радіусів з $kR \geq 20$

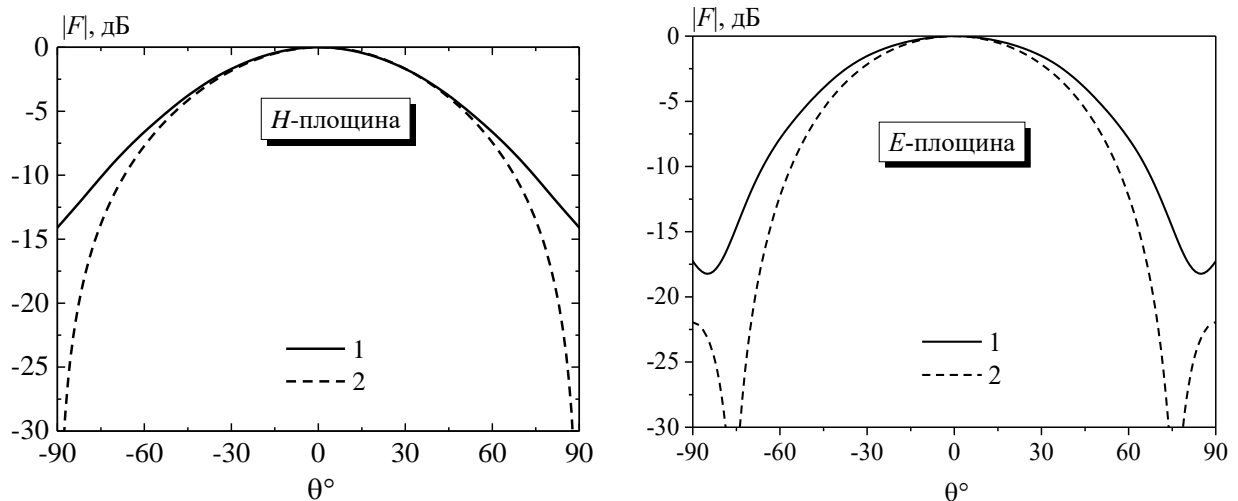


Рис. 4.15. ДС вібраторно-щілинних випромінювачів: 1 – розташованого на сфері $R = \lambda$; 2 – розташованого на площині

На закінчення необхідно вказати, що (як і в розділі 2) застосування імпедансних монополів з постійним імпедансом індуктивного типу дозволить реалізувати сферичні вібраторно-щілинні антени із заданими характеристиками спрямованості випромінювання при меншій довжині монополів.

Висновки до розділу 4

Уперше розв'язано задачі збудження та випромінювання електромагнітних хвиль вузькою резонансною щілиною, прорізаною в ідеально провідній сфері довільного радіуса, збуджуваною напівнескінченим прямокутним хвилеводом з імпедансним торцем або прямокутним хвилеводом з одно- і двохщілинним прохідним резонатором. Особливостями розв'язання задачі є використання в якості єдиної базисної функції функціональної залежності в методі наведених МРС аналітичного розв'язку інтегрального рівняння, попередньо отриманого

асимптотичним методом усереднення і використання поняття еквівалентної ширини щілини d_e , яке дозволяє виключити необхідність визначення полів у внутрішній порожнині щілини.

Визначено, що при розрахунках енергетичних характеристик сферичного випромінювача в околиці резонансу використання провідності щілини в нескінченному екрані стає коректним для $kR \geq 10$, тоді як вдалині від резонансу – для $kR \geq 50$.

Виявлено, що зміна значень матеріальних параметрів магнітодіелектрика, з якого виконано імпедансне покриття торця хвилеводу, а отже, і значень його поверхневого імпедансу дозволяє перебудову довжини хвилі резонансного випромінювання випромінювача при збереженні його вхідного узгодження в межах (30-36) %, що відповідає половині діапазону одномодового режиму хвилеводу.

Визначено, що розміщення у хвилевідному тракті прохідного резонатора суттєво підвищує добротність системи, при цьому резонансна крива має велику крутість, а її форма наближається до прямокутної. Наявність у діафрагмі другої щілини приводить до звуження смуги пропускання за рівнем половинної потужності випромінювання до 50 % та повного відбиття падаючої на діафрагму хвилі типу H_{10} . на певній довжині хвилі, що залежить від довжини щілини і її положення.

Уперше розв'язано задачу формування електромагнітних полів структурою, що складається з резонансної щілини в ідеально провідній сфері довільного радіуса й двох радіальних імпедансних вібраторів.

Показано, що для випромінювача типу Клевіна на сфері необхідна довжина монополів, при якій забезпечується подібність ДС у двох площинах залежить від радіуса сфери. Геометричні параметри випромінювача Клевіна, визначені для нескінченного екрана зберігаються для сфер з $kR \geq 20$.

Результати цього розділу опубліковані в роботах автора [3–5, 7, 10, 11, 23–26, 49–58]

РОЗДІЛ 5

ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ АНТЕННИМИ РЕШІТКАМИ З ІМПЕДАНСНИМИ ВІБРАТОРНИМИ ТА ЩІЛИННИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ ТА БАГАТОЧАСТОТНИМИ ВИПРОМІНЮВАЧАМИ

5.1 Система вібраторів зі змінним поверхневим імпедансом у вільному просторі

Системи ідеально провідних вібраторів широко використовуються в діапазонах метрових і дециметрових хвиль як для реалізації спрямованих антен осьового випромінювання, так і для побудови багатoelementних антенних решіток [252]. Додатковим параметром, що дозволяє формувати необхідний амплітудно-фазовий розподіл струму кожного з вібраторів і відповідно змінювати й оптимізувати електродинамічні характеристики системи в цілому, є наявність у вібраторів розподіленого поверхневого імпедансу (як постійного, так і змінного вздовж вібраторів) [1]. При цьому довжини вібраторів можуть бути як меншими, так і більшими в порівнянні з довжинами ідеально провідних вібраторів. Це особливо важливо у разі наявності обмежень на габаритні параметри випромінювачів у певному напрямку в просторі.

У підрозділі побудовано математичну модель системи імпедансних вібраторних випромінювачів у вільному просторі при їх довільному збудженні, типі розподіленого поверхневого імпедансу і функціях розподілу імпедансу вздовж вібраторів. Як приклад, наведені характеристики трьохелементної решітки Ягі-Уда для різних довжин вібраторів, типів розподіленого імпедансу й законів його зміни вздовж вібраторів.

5.1.1 Постановка задачі та розв'язання інтегральних рівнянь для струмів

Розглянемо систему із N паралельних імпедансних вібраторів, розташованих у вільному просторі. Запровадимо нумерацію вібраторів і позначимо через $2L_n$ і r_n відповідно довжину й радіус вібратора з номером n , а через z_n, x_n, y_n – координати, що відповідають, центру вібратора в декартовій системі координат. Проекцію електричного поля сторонніх джерел $E_{0s_n}(s_n)$ на вісь вібратора з номером n ($n=1,2,...N$) можна зобразити у вигляді суми двох складових: симетричної (верхній індекс “ s ”) $E_{0s_n}^s(s_n)$ і антисиметричної (індекс “ a ”) $E_{0s_n}^a(s_n)$ щодо геометричного центру вібратора (s_n – локальна координата уздовж осі вібратора з номером n): $E_{0s_n}(s_n) = E_{0s_n}^s(s_n) + E_{0s_n}^a(s_n)$. Задовольняючи вимогам імпедансної граничної умови для електричного поля на поверхнях кожного з вібраторів, одержимо систему інтегро-диференціальних рівнянь щодо струмів вібраторів $J_n(s_n)$ у наступному вигляді ($m=1,2,...N$):

$$\sum_{n=1}^N \left(\frac{d^2}{ds_m^2} + k^2 \right) \int_{-L_n}^{L_n} J_n(s'_n) G_{s_m}(s_m, s'_n) ds'_n = -i\omega [E_{0s_m}(s_m) + z_{im}(s_m) J_m(s_m)], \quad (5.1)$$

де $z_{im}(s_m) = r_{im} + ix_{im}(s_m)$ – внутрішній комплексний погонний імпеданс [Ом/м] вібратора з номером m , у загальному випадку такий, що змінюється вздовж вібратора; $k = 2\pi / \lambda$, λ – довжина хвилі у вільному просторі; ω – кругова частота.

Через те, що поле сторонніх джерел наведено у вигляді двох складових, струми кожного вібратора також будуть складатися із двох функцій – симетричної й антисиметричної щодо центрів вібраторів: $J_n(s_n) = J_n^s(s_n) + J_n^a(s_n)$. Опишемо далі складові струмів у вібраторах у вигляді добутку невідомих комплексних амплітуд $J_{nq}^{s,a}$ і заданих скалярних функцій розподілу $f_{nq}^{s,a}(s_n)$ ($q=0,1,...Q$):

$$J_n^{s,a}(s) = \sum_{q=0}^Q J_{nq}^{s,a} f_{nq}^{s,a}(s_n), \quad f_{nq}^{s,a}(\pm L_n) = 0. \quad (5.2)$$

Тоді систему рівнянь (5.1) можна записати у вигляді:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{q=0}^Q \left(\frac{d^2}{ds_m^2} + k^2 \right) \int_{-L_n}^{L_n} \left[J_{nq}^s f_{nq}^s(s'_n) + J_{nq}^a f_{nq}^a(s'_n) \right] G_{s_m}(s_m, s'_n) ds'_n -$$

$$-i\omega z_{i_m}(s_m) \sum_{p=0}^Q \left[J_{mp}^s f_{mp}^s(s_m) + J_{mp}^a f_{mp}^a(s_m) \right] = -i\omega [E_{0s_m}^s(s_m) + E_{0s_m}^a(s_m)]. \quad (5.3)$$

Відповідно до узагальненого методу наведених ЕРС [1], помножимо ліві й праві частини рівнянь (5.3) по черзі на $f_{mp}^s(s_m)$ й $f_{mp}^a(s_m)$ ($p=0,1,\dots,Q$) і проінтегруємо за довжиною вібраторів. У результаті одержуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо амплітуд струмів J_{nq}^s и J_{nq}^a :

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{n=1}^N \sum_{q=0}^Q \left[J_{nq}^s \left(Z_{mn,pq}^{ss} + \delta_{mn} \tilde{Z}_{m,pq}^{ss} \right) + J_{nq}^a \left(Z_{mn,pq}^{sa} + \delta_{mn} \tilde{Z}_{m,pq}^{sa} \right) \right] &= -\frac{i\omega}{2k} E_{0mp}^s, \\ \sum_{n=1}^N \sum_{q=0}^Q \left[J_{nq}^s \left(Z_{mn,pq}^{as} + \delta_{mn} \tilde{Z}_{m,pq}^{as} \right) + J_{nq}^a \left(Z_{mn,pq}^{aa} + \delta_{mn} \tilde{Z}_{m,pq}^{aa} \right) \right] &= -\frac{i\omega}{2k} E_{0mp}^a. \end{aligned} \right. \quad (5.4)$$

В (5.4) прийняті наступні позначення:

$$Z_{mn,pq}^{\begin{Bmatrix} ss \\ aa \\ sa \\ as \end{Bmatrix}} = \frac{1}{2k} \int_{-L_m}^{L_m} f_{mp}^{\begin{Bmatrix} s \\ a \\ s \\ a \end{Bmatrix}}(s_m) \left[\left(\frac{d^2}{ds_m^2} + k^2 \right) \int_{-L_n}^{L_n} f_{nq}^{\begin{Bmatrix} s \\ a \\ s \\ a \end{Bmatrix}}(s'_n) G_{s_m}(s_m, s'_n) ds'_n \right] ds_m,$$

$$\tilde{Z}_{m,pq}^{\begin{Bmatrix} ss \\ aa \\ sa \\ as \end{Bmatrix}} = -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_m}^{L_m} f_{mp}^{\begin{Bmatrix} s \\ a \\ s \\ a \end{Bmatrix}}(s_m) f_{mq}^{\begin{Bmatrix} s \\ a \\ s \\ a \end{Bmatrix}}(s_m) z_{im}(s_m) ds_m, \quad E_{0mp}^{s,a} = \int_{-L_m}^{L_m} f_{mp}^{s,a} E_{0s_m}^{s,a}(s_m) ds_m, \quad .$$

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{при } m = n, \\ 0 & \text{при } m \neq n. \end{cases}$$

Як приклад, розглянемо решітку Ягі-Уда (Рис. 5.1).

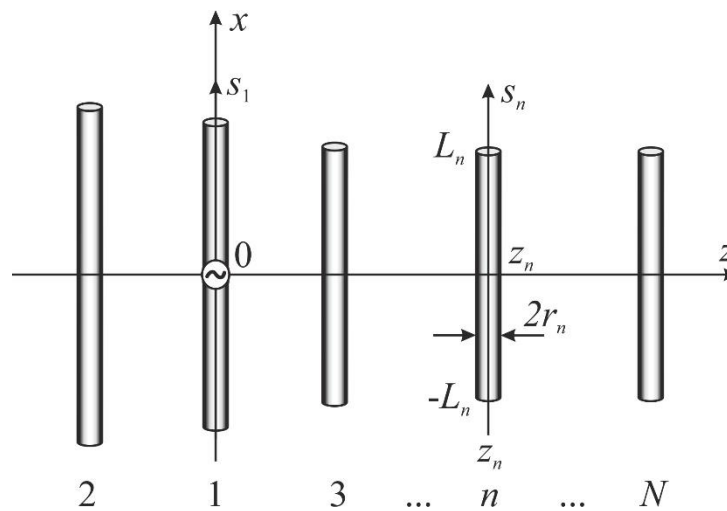


Рис.5.1 Конфігурація антени Ягі-Уда

Розташуємо вібратори в просторі таким чином, щоб їх центральні точки перебували на осі $\{0z\}$ декартової системи координат, а поздовжні осі вібраторів були орієнтовані паралельно осі $\{0x\}$. Вібратор з номером $n=1$ – активний, з номером $n=2$ – рефлексор, а інші вібратори ($n=3,4...N$) – директори. Активний вібратор ($n=1$) збуджується в центральній точці ($s_1=0$) від δ -генератора гармонійних коливань із амплітудою напруги V_0 . Таким чином, проекція електричного поля сторонніх джерел на поздовжню вісь першого вібратора має тільки симетричну складову щодо його центру: $E_{0s_1}(s_1) = E_{0s_1}^s(s_1) = V_0\delta(s_1)$, а поля $E_{0s_n}(s_n)=0$ при $n=2,3...N$. Струм активного вібратора (з номером $n=1$) будемо апроксимувати двома функціями

$$\begin{aligned} f_{10}^s(s_1) &= \sin \tilde{k}(L_1 - |s_1|), \\ f_{11}^s(s_1) &= \cos \tilde{k}s_1 - \cos \tilde{k}L_1, \end{aligned}$$

а струми пасивних вібраторів ($n=2,3...N$) функціями

$$f_{n1}^s(s_n) = \cos \tilde{k}s_n - \cos \tilde{k}L_n.$$

Тут $\tilde{k} = k - \frac{i2\pi z_{in}^{cp}}{Z_0\Omega}$, $z_{in}^{cp} = \frac{1}{2L_n} \int_{-L_n}^{L_n} z_{in}(s_n) ds_n$ – середнє значення внутрішнього

імпедансу за довжиною вібратора [147], $Z_0 = 120\pi$ Ом, $\Omega = 2\ln(2L_n / r_n)$. Відзначимо, що, на відміну від використовуваних раніше в літературі апроксимуючих функцій розподілу струму [117, 121], тут вирази для $f_n^s(s_n)$ безпосередньо містять інформацію про вигляд розподілу імпедансу $z_{in}(s_n)$ уздовж кожного з вібраторів. Наведені функції розподілу струмів отримані авторами звіту із розв'язку інтегрального рівняння для струму в поодинокому імпедансному вібраторі методом усереднення [253].

Розподіл імпедансу уздовж вібраторів зобразимо у вигляді:

$$z_{in}(s_n) = z_{in}^{cp} \phi_n(s_n),$$

де функції розподілу $\phi_n(s_n)$ нормуються таким чином, щоб їх середні значення вздовж вібраторів дорівнювали одиниці. У загальному випадку поверхневий імпеданс вібратора є комплексною величиною

$$\frac{2\pi r_n z_{in}}{Z_0} = \bar{Z}_{Sn} = \bar{R}_{Sn} + i\bar{X}_{Sn},$$

де \bar{Z}_{Sn} – нормований поверхневий імпеданс вібратора. При $\bar{X}_{Sn} > 0$ одержуємо імпеданс індуктивного типу, який, як показано в [1], може бути описаний у вигляді: $\bar{X}_{Sn} = kr_n C_{Ln}$, а при $\bar{X}_{Sn} < 0$ – імпеданс ємнісного типу з його можливим поданням у вигляді $\bar{X}_{Sn} = -C_{Cn} / (kr_n)$, де константи C_{Ln} й C_{Cn} визначаються геометричними розмірами вібратора й електрофізичними параметрами матеріалу, з якого він виготовлений.

5.1.2 Числові результати

Необхідні характеристики спрямованості антени Ягі-Уда, як відомо, досягаються регулюванням довжин пасивних вібраторів і відстаней між ними. У

випадку ідеально провідних вібраторів для одержання осьового випромінювання директори повинні бути трохи коротшими активного вібратора, а рефлектор трохи довшим за активний вібратор (Рис. 5.1). Але, як показали проведені дослідження, в антенній решітці Ягі-Уда необхідні значення реактивних складових опорів вібраторів, що забезпечують задані вхідні параметри антени й характеристики випромінювання, можна отримати також при відповідному доборі величини й вигляду функції розподілу поверхневого імпедансу вібраторів при фіксованій довжині вібраторів, яка може бути як меншою, так і більшою в порівнянні з довжиною ідеально провідного вібратора.

Наявність у вібратора поверхневого імпедансу індуктивного типу зменшує резонансну довжину вібратора, тому застосування таких вібраторів в антені Ягі-Уда є особливо важливим за наявності обмежень на масо-габаритні параметри випромінювачів, а застосування ємнісного імпедансу (і при цьому більш довгих вібраторів) дозволяє збільшити значення вхідного опору антени. При цьому спадаючий до країв вібратора розподіл індуктивного (ємнісного) імпедансу підвищує (знижує), а зростаючий – знижує (підвищує) величину резонансної довжини хвилі вібратора у порівнянні з випадком постійного розподіленого імпедансу, який дорівнює середньому значенню вздовж вібратора. Тобто, спадаючий до країв вібратора розподіл є “еквівалентним” збільшенню значення імпедансу, а зростаючий – зменшенню його величини, що може бути використано при проектуванні антенних решіток. Проілюструємо цю можливість результатами числових розрахунків електродинамічних характеристик трьохелементних антенних решіток Ягі-Уда, які складаються з вібраторів однакової довжини зі змінним імпедансом індуктивного типу: $\bar{Z}_{Sn} = i\bar{X}_{Sn}^{cp} \phi_n(s_n)$ (Рис. 5.2б) і вібраторів зі змінним імпедансом ємнісного типу: $\bar{Z}_{Sn} = -i\bar{X}_{Sn}^{cp} \phi_n(s_n)$ (Рис. 5.2в). При цьому середні значення нормованих поверхневих імпедансів усіх вібраторів \bar{X}_{Sn}^{cp} у кожній із решіток однакові, а необхідні для забезпечення осьового випромінювання фази струмів випромінювачів одержимо шляхом добору вигляду функції розподілу поверхневого імпедансу вібраторів. Крім того, геометричні

параметри елементів решітки й значення $\bar{X}_{S_n}^{cp}$ підбираються таким чином, щоб на робочій довжині хвилі λ_0 вхідний опір антени був активним і близьким до хвильового опору живильного фідера, що забезпечує низький коефіцієнт стоячої хвилі за напругою (КСХН) у живильній лінії.

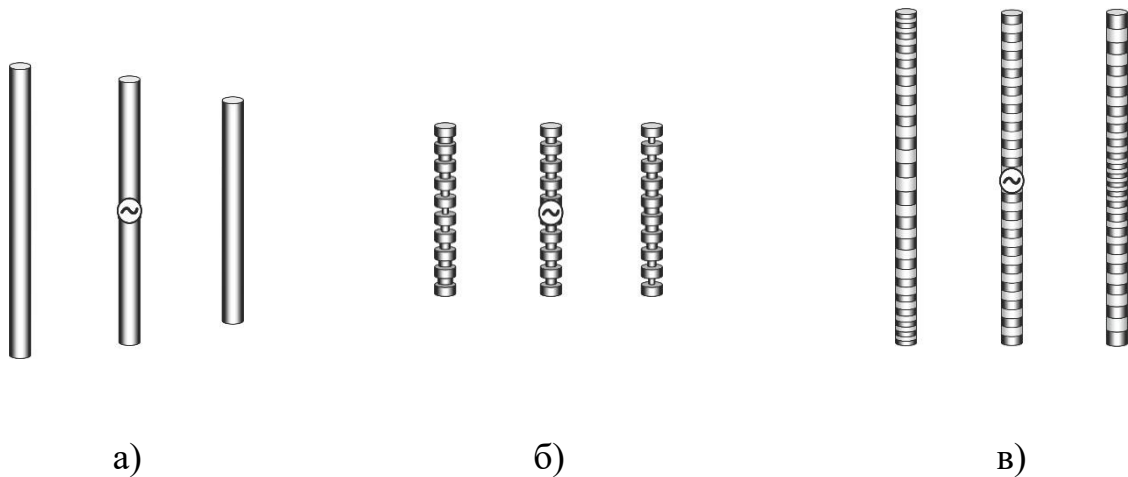


Рис. 5.2 Трьохелементні антенні решітки Ягі-Уда: а) ідеально провідні вібратори ($2L_1 = 0,44\lambda_0$, $2L_2 = 0,5\lambda_0$, $2L_3 = 0,38\lambda_0$); б) вібратори з імпедансом індуктивного типу ($2L_n = 0,35\lambda_0$); в) вібратори з імпедансом ємнісного типу ($2L_n = 0,65\lambda_0$)

Для ілюстрації впливу законів зміни імпедансу уздовж вібраторів на характеристики решітки розглянемо наступні функції розподілу $\phi_n(s_n)$ (β – довільна безрозмірна постійна, $\alpha = \beta / (1 - \exp(-\beta))$ – нормувальний множник): $\phi_n(s_n) = \alpha \exp[-\beta |s_n| / L_n]$ – експоненційно спадаючий до кінців вібратора розподіл імпедансу, $\phi_n(s_n) = \alpha \exp[\beta (|s_n| / L_n - 1)]$ – експоненційно зростаючий до кінців вібратора розподіл імпедансу. Графіки функцій $\phi_n(s_n)$ для антен, зображених на Рис. 5.2, наведені на Рис. 5.3.

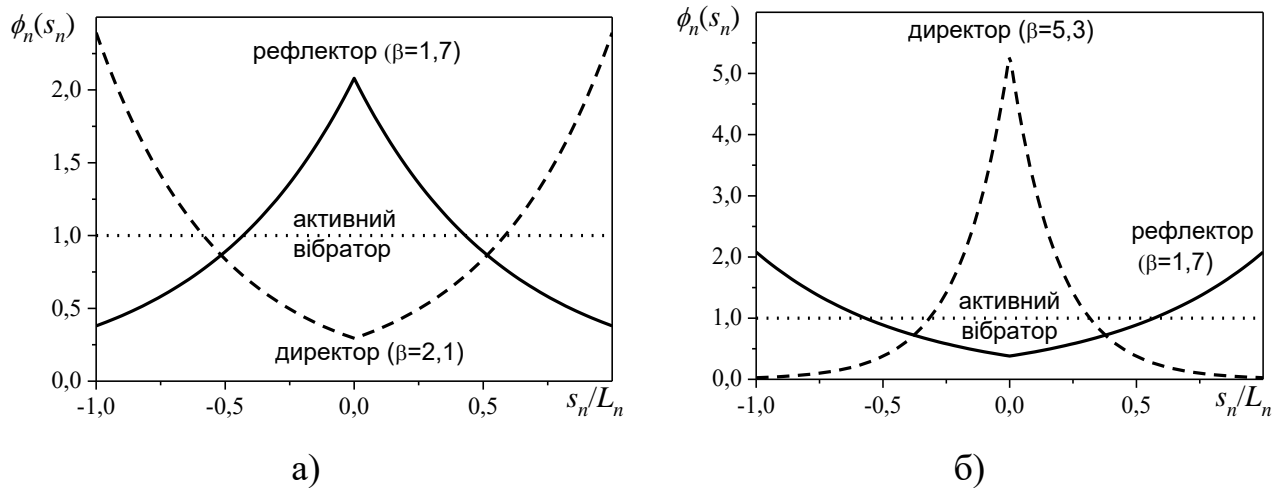
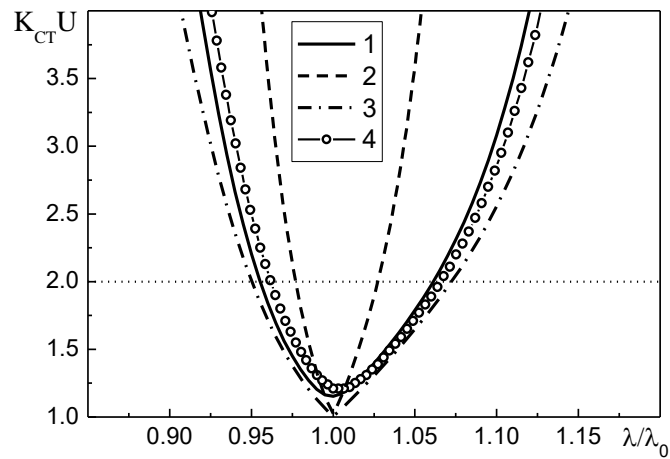
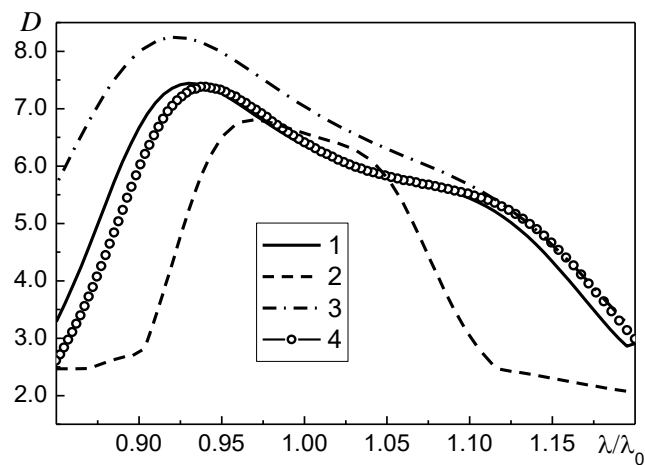


Рис. 5.3 Закони зміни імпедансу вздовж вібраторів у решітці Ягі-Уда: а) імпеданс індуктивного типу; б) імпеданс ємнісного типу

На Рис. 5.4 ($C_{Ln}^{cp} = 1,448$, $C_{Cn}^{cp} = 5,466 \times 10^{-3}$, $r_n = 0,01\lambda_0$, $z_2 = -0,25\lambda$, $z_3 = 0,2\lambda$) наведено залежності КСХН (K_{CTU}) у живильній активний вібратор лінії із хвильовим опором 50 Ом (криві 1, 4), 25 Ом (крива 2), 75 Ом (крива 3) і коефіцієнта спрямованого дії антени (D) від довжини хвилі для трьохелементних решіток Ягі-Уда з різними типами й законами зміни розподіленого поверхневого імпедансу. Як видно із графіків на Рис. 5.4а, наявність імпедансних вібраторів у решітці дозволяє краще узгодити активний вібратор із живильним трактом у порівнянні з ідеально провідними вібраторами. У порівнянні з випадком $\bar{Z}_{sn} = 0$, антена з імпедансами індуктивного типу більш вузькосмугова, а з імпедансами ємнісного типу – більш широкосмугова як за КСХН (наприклад, за рівнем $K_{CTU}=2$), так і за зміною характеристик спрямованості (Рис. 5.4б).



а)



б)

Рис. 5.4 Залежності $K_{CT}U$ (а) і D (б) від довжини хвилі для антени Ягі-Уда з ідеально провідними вібраторами (криві 1, 4 (4 – метод моментів, кусково-постійний базис)); вібраторами зі змінним імпедансом індуктивного типу (криві 2); вібраторами зі змінним імпедансом ємнісного типу (криві 3)

Таким чином, наведений розв'язок електродинамічної задачі про систему вібраторів зі змінним розподіленням імпедансом є основою для багатопараметричної оптимізації електродинамічних характеристик різноманітних багатoelementних вібраторних структур.

5.2 Комбіновані випромінюючі структури типу Ягі-Уда

5.2.1 Постановка задачі та вихідні рівняння в загальному випадку

Нехай у напівнескінченному прямокутному хвилеводі з розмірами поперечного перерізу $\{a \times b\}$ (індекс об'єму « Wg », матеріальні параметри середовища ε_1, μ_1), у якому з напрямку $z = -\infty$ поширюється хвиля основного типу H_{10} , у торцевій стінці товщиною h симетрично щодо бокових стінок хвилеводу прорізана щілина довжиною $2L_0$, шириною d , вісь щілини орієнтовано вздовж осі x . Щілина випромінює в півпростір над нескінченною ідеальною площиною (індекс об'єму « HS », матеріальні параметри ε_2, μ_2), у якому на певній відстані від неї, симетрично щодо центру щілини розташовано систему із N імпедансних вібраторів, довжина вібратора з номером n дорівнює $2L_n$, його радіус – r_n (Рис. 5.5).

Для геометричних розмірів щілини й вібраторів виконуються наступні співвідношення: $\frac{r_n}{2L_n} \ll 1, \frac{d}{2L_0} \ll 1, \frac{d}{\lambda_{1,2}} \ll 1$, де $\lambda_{1,2}$ – довжини хвиль у відповідних середовищах, а електричні струми у вібраторах і еквівалентний магнітний струм у щілині підкоряються крайовим умовам $J_n(\pm L_n) = 0, J_0(\pm L_0) = 0$.

При $\varepsilon_{1,2} = \mu_{1,2} = 1$ з урахуванням того, що проекція поля сторонніх джерел на вісь щілини $H_{0s_0}(s_0) = H_0 \cos \frac{\pi s_0}{a} = H_0^s(s_0)$ й, отже, струм в щілині буде описуватись симетричною функцією $J_0(s_0) = J_0^s(s_0)$ щодо її центру, систему інтегральних рівнянь щодо невідомих розподілів струму в елементах структури можна записати у вигляді:

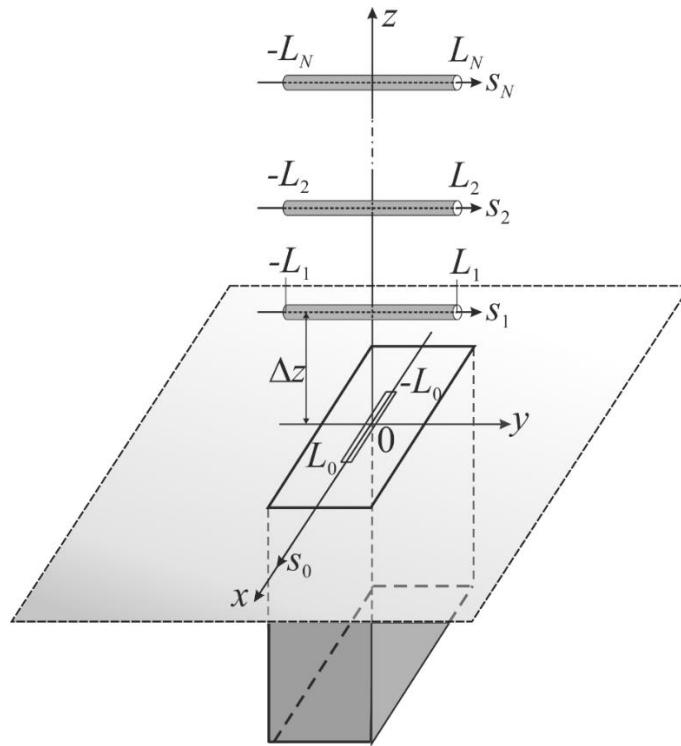


Рис. 5.5. Геометрія задачі й прийняті позначення

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{d^2}{ds_n^2} + k^2 \right) \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) G_{s_1}^{HsE}(s_n, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) G_{s_2}^{HsE}(s_n, s'_2) ds'_2 + \dots \right. \\
 & \left. + \int_{-L_N}^{L_N} J_N(s'_N) G_{s_N}^{HsE}(s_n, s'_N) ds'_N \right\} + ik \int_{-L_0}^{L_0} J_0(s'_0) \tilde{G}_{s_0}^{HsM}(s_n, s'_0) ds'_0 = \\
 & = i\omega z_{in}(s_n) J_n(s_n), \quad n = 1, 2, \dots, N \\
 & \left(\frac{d^2}{ds_0^2} + k_1^2 \right) \int_{-L_0}^{L_0} J_0(s'_0) \left[G_{s_0}^{WgM}(s_0, s'_0) + G_{s_0}^{HsM}(s_0, s'_0) \right] ds'_0 - \\
 & - ik \left\{ \int_{-L_1}^{L_1} J_1(s'_1) \tilde{G}_{s_1}^{HsE}(s_0, s'_1) ds'_1 + \int_{-L_2}^{L_2} J_2(s'_2) \tilde{G}_{s_2}^{HsE}(s_0, s'_2) ds'_2 + \dots \right. \\
 & \left. + \int_{-L_N}^{L_N} J_N(s'_N) \tilde{G}_{s_N}^{HsE}(s_0, s'_N) ds'_N \right\} = -i\omega H_0^s(s_0). \tag{5.5}
 \end{aligned}$$

Розв'язок системи рівнянь (5.5) будемо шукати узагальненим методом наведених ЕМРС, використовуючи в якості апроксимуючих виразів для струмів функції $J_n(s_n) = J_{0n} f_n(s_n)$ й $J_0^s(s_0) = J_{00}^s f_0^s(s_0)$. Тут J_{0n} і J_{00}^s розглядаються як невідомі амплітуди струмів, $f_n(s_n)$ і $f_0^s(s_0)$ – задані функції розподілу струмів, які

можуть бути отримані з розв'язку рівнянь для струмів в поодиноких вібраторі й щілині методом усереднення. Для розглянутої вібраторно-щілинної структури маємо

$$\begin{aligned} f_n(s_n) &= \cos \tilde{k}_n s_n - \cos \tilde{k}_n L_n, \\ f_0^s(s_0) &= \cos k s_0 - \cos k L_0, \end{aligned} \quad (5.6)$$

де $\tilde{k}_n = k + \frac{i\alpha_n 2\pi z_{in}^{av}}{Z_0}$, $z_{in}^{av} = \frac{1}{2L_n} \int_{-L_n}^{L_n} z_{in}(s_n) ds_n$ – середні значення внутрішніх

імпедансів вздовж вібраторів, $Z_0 = 120\pi$ Ом, $\alpha_n = 1 / \{2 \ln[r_n / (2L_n)]\}$.

У результаті застосування процедури методу наведених ЕМРС до системи рівнянь (5.5), одержимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} J_{00}^s (Z_{00}^{sWg} + Z_{00}^{sHs}) + J_{01} Z_{01} + J_{02} Z_{02} + \dots + J_{0N} Z_{0N} = -\frac{i\omega}{2k} H_0^s, \\ J_{00}^s Z_{10} + J_{01} (Z_{11} + F_1^{\bar{Z}}) + J_{02} Z_{12} + \dots + J_{0N} Z_{1N} = 0, \\ J_{00}^s Z_{20} + J_{01} Z_{21} + J_{02} (Z_{22} + F_2^{\bar{Z}}) + \dots + J_{0N} Z_{2N} = 0, \\ \dots \\ J_{00}^s Z_{N0} + J_{01} Z_{N1} + \dots + J_{0(N-1)} Z_{N(N-1)} + J_{0N} (Z_{NN} + F_N^{\bar{Z}}) = 0, \end{cases} \quad (5.7)$$

де $H_0^s = H_0 \int_{-L_0}^{L_0} \cos \frac{\pi s_0}{a} f_0^s(s_0) ds_0$, Z_{mn} ($m, n = 0, 1, 2, \dots, N$) і $F_n^{\bar{Z}}$ – безрозмірні

коефіцієнти. Розв'язуючи систему рівнянь (5.7), знаходимо амплітуди струмів J_{0n} і J_{00}^s й далі всі електродинамічні характеристики розглянутої вібраторно-щілинної структури.

5.2.2 Електродинамічні характеристики комбінованого випромінювача

На Рис. 5.6–5.9 наведено результати розрахунку електродинамічних характеристик вібраторно-щілинних структур з різною кількістю однакових

вібраторних випромінювачів на основі прямокутного хвилеводу з розмірами поперечного перерізу $a \times b = 23 \times 10$ мм і товщиною стінки $h = 1$ мм, яка збуджується полем хвилі основного типу частоті $f = 9,2$ ГГц ($\lambda = 32,6$ мм). Параметри структури (довжина щілини, довжини вібраторів, відстань між елементами структури) оптимізувались таким чином, щоб забезпечити максимальне значення коефіцієнта спрямованої дії в напрямку нормалі (в напрямку осі z) за умови доброго узгодження з фідером ($K_{СХН} < 1,1$). Відповідні параметри структур з різною кількістю елементів наведено в таблиці 5.1. Рис. 5.6 ілюструє залежність значення коефіцієнта спрямованої дії від кількості вібраторів оптимізованих структур. Як бачимо, зі збільшенням кількості вібраторних випромінювачів КСД збільшується. При цьому $K_{СХН} < 1,1$.

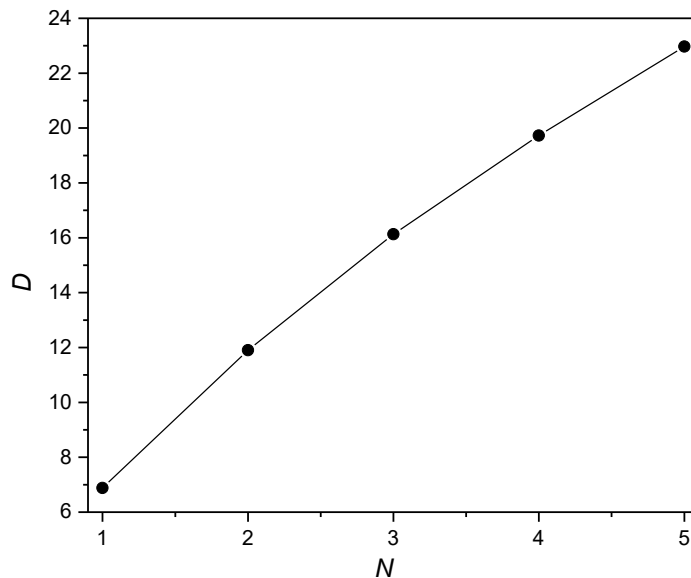


Рис. 5.6 Залежність КСД випромінюючої структури від кількості вібраторів

Діаграми спрямованості оптимізованих структур в площині вектора \vec{H} ($\varphi = 0^\circ$) і площині вектора \vec{E} ($\varphi = 90^\circ$) з різною кількістю вібраторів наведені на Рис. 5.7–5.8. Як видно з рисунків, діаграма спрямованості структури при збільшенні кількості вібраторів звужується, при цьому ширини ДС в ортогональних площинах \vec{E} і \vec{H} стають майже однаковими (Рис. 5.8).

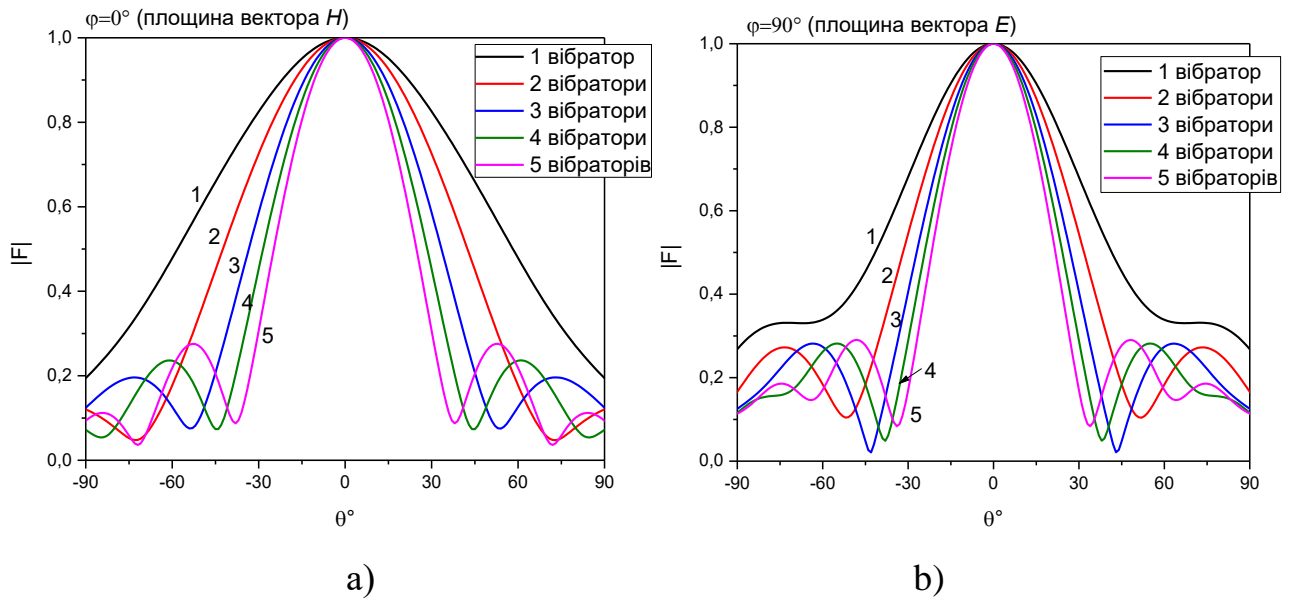


Рис. 5.7 Діаграми спрямованості випромінювачів з різною кількістю вібраторів в площині вектора \vec{H} (а) і площині вектора \vec{E} (б)

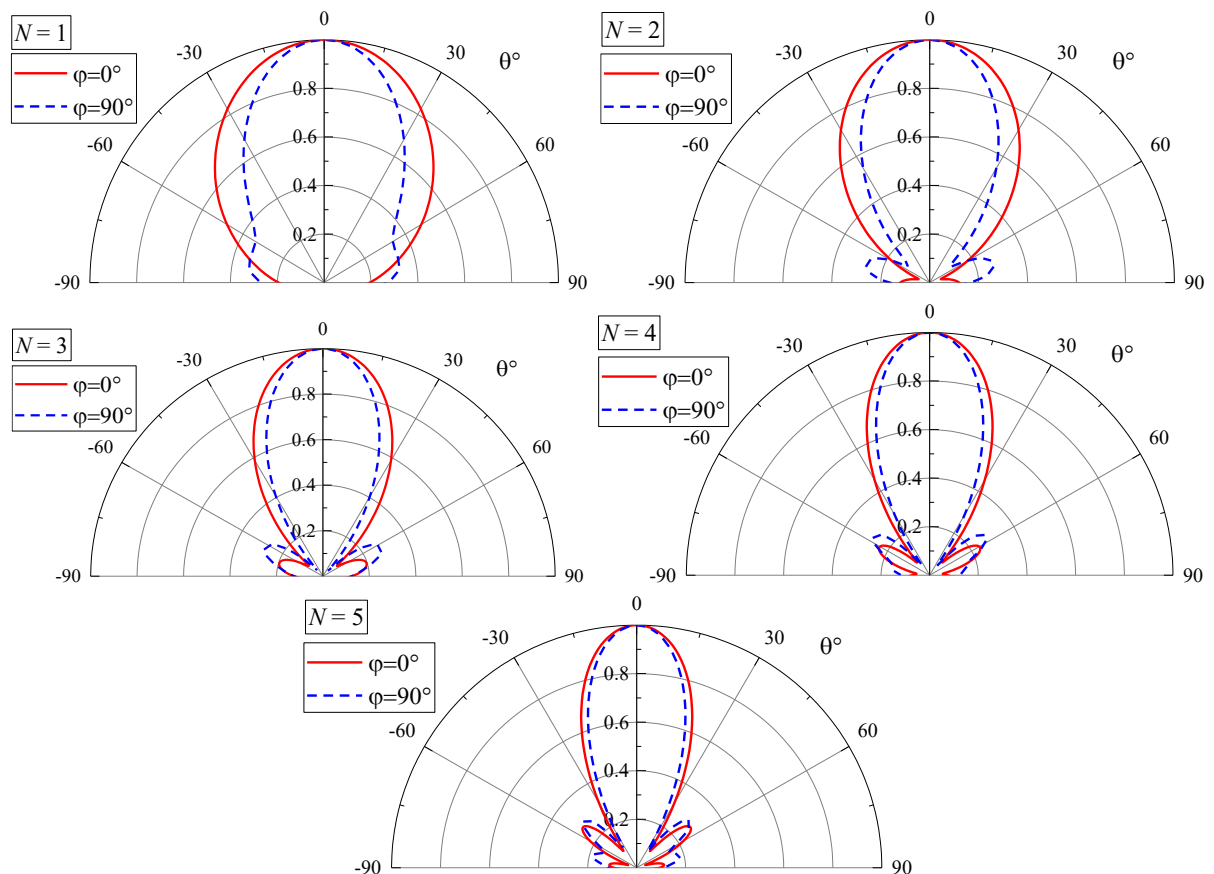


Рис. 5.8 Діаграми спрямованості в ортогональних площинах $\varphi = 0^\circ$ (площина вектора H) і $\varphi = 90^\circ$ (площина вектора E) випромінювачів з різною кількістю вібраторних елементів N на частоті $f=9,2$ ГГц

Характеристики випромінювачів з різною кількістю вібраторів в діапазоні частот наведені на Рис. 5.9. При додаванні вібраторів робоча смуга частот звужується.

Проведені дослідження довели можливість звуження діаграм спрямованості комбінованих вібраторно-щілинних випромінювачів, збільшення коефіцієнта спрямованої дії та коефіцієнта підсилення за рахунок використання системи пасивних вібраторів розташованих над щілиною за принципом решітки Ягі-Уда.

Проведено оптимізацію параметрів випромінювачів з різною кількістю вібраторних елементів для досягнення максимального коефіцієнта спрямованої дії. Показано, що досліджувана структура дозволяє отримати діаграму спрямованості, подібну до ДС директорної антени (решітки Ягі-Уда). При цьому забезпечується добре узгодження з хвилевідним трактом ($K_{СХН} < 1,1$).

Таблиця 5.1

Параметри випромінювачів з різною кількістю вібраторів

Кількість вібраторів N	КСД D	Довжина щілини $2L_0$	Довжини вібраторів $2L_n$	Відстань між елементами
1	6,89	$0,521\lambda$	$0,398\lambda$	$0,269\lambda$
2	11,90	$0,536\lambda$	$0,405\lambda$	$0,294\lambda$
3	16,13	$0,54\lambda$	$0,406\lambda$	$0,321\lambda$
4	19,73	$0,528\lambda$	$0,402\lambda$	$0,349\lambda$
5	22,97	$0,518\lambda$	$0,399\lambda$	$0,367\lambda$

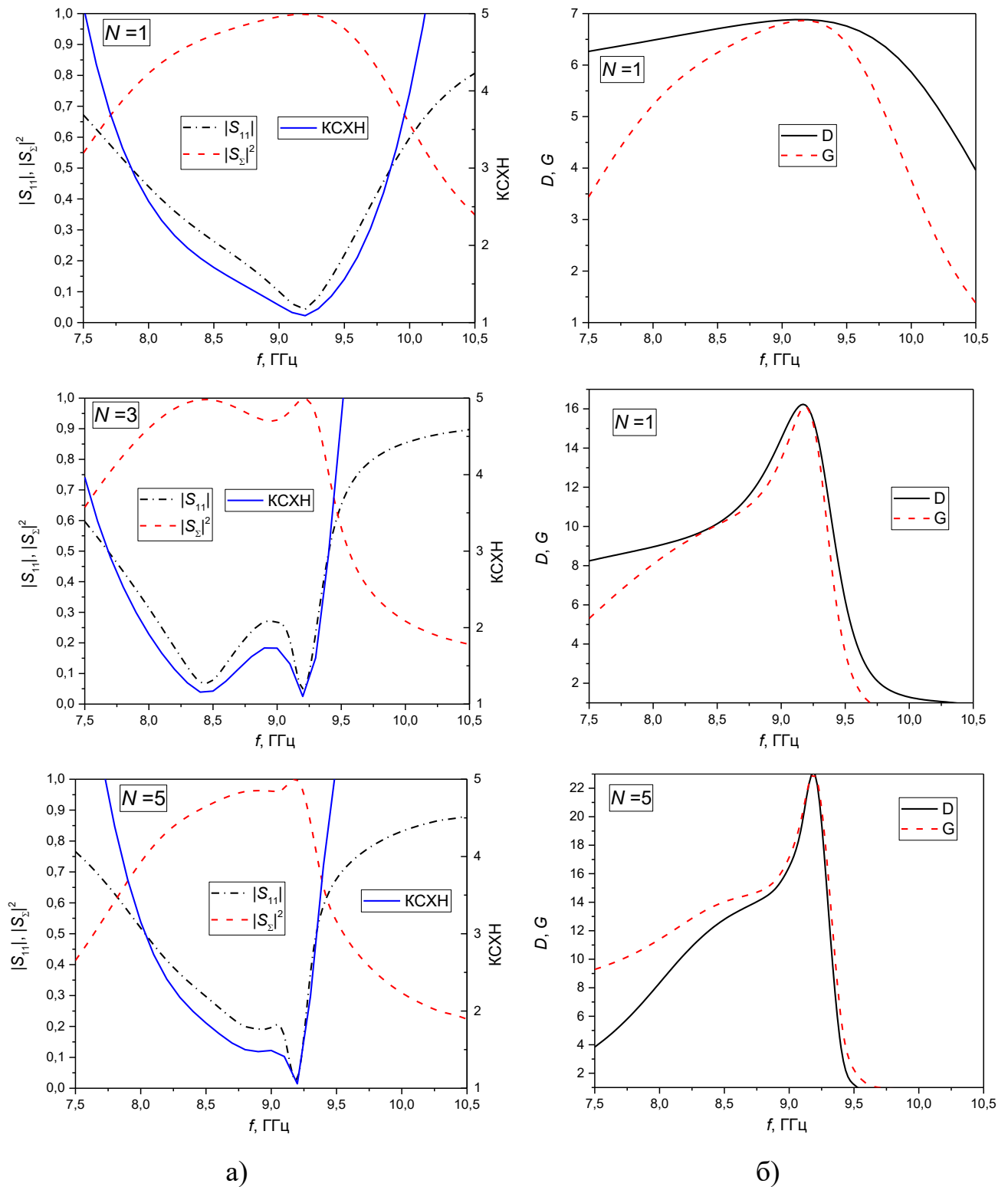


Рис. 5.9. Діапазонні залежності електродинамічних характеристик випромінювачів з різною кількістю вібраторів $N=1, 3, 5$: а) коефіцієнт відбиття $|S_{11}|$, коефіцієнт випромінювання $|S_{\Sigma}|^2$, КСХН; б) коефіцієнт спрямованої дії D , коефіцієнт підсилення G

Таким чином, узагальненим методом наведених ЕМРС розв'язано задачу про випромінювання електромагнітних хвиль комбінованим вібраторно-щілинним випромінювачем, що складається із щілини в торці прямокутного хвилеводу і вібраторів зі змінним розподіленям поверхневим імпедансом, розміщеними над щілиною у вільному півпросторі. Така конструкція дозволяє звузити ДС випромінювача у порівнянні з ДС щілини. Особливістю методу наведених ЕМРС є використання функціональних розподілів струмів, отриманих у результаті аналітичного розв'язання інтегрального рівняння для струму асимптотичним методом усереднення в поодиноких імпедансному вібраторі та щілині.

Побудовано математичні моделі та досліджено електродинамічні характеристики комбінованих щілинно-вібраторних структур типу Ягі-Уда з імпедансними випромінювачами, що поєднують щілину, прорізану у стінці прямокутного хвилеводу та систему пасивних імпедансних вібраторів або монополів. Проведено оптимізацію параметрів випромінювачів з різною кількістю вібраторних елементів для досягнення максимального коефіцієнта спрямованої дії. Показано, що досліджувана структура дозволяє отримати діаграму спрямованості, подібну до ДС директорної антени (решітки Ягі-Уда). При цьому забезпечується добре узгодження з хвилевідним трактом ($K_{СХН} < 1,1$).

5.3 Двочастотні антенні решітки з комбінованих вібраторно-щілинних випромінювачів

Для створення сучасних комплексованих систем істотне значення мають розробки антенних решіток, зокрема, багаточастотних антен. Нерідко такі антени містять у своїй апертурі два типи випромінювачів, кожний з яких функціонує в окремому діапазоні [254]. Інтеграція різночастотних випромінювачів у єдиній апертурі приводить до їхньої сильної взаємодії й викликає спотворення електродинамічних характеристик антени. Уникнення подібних спотворень є основною метою проектування сполучених антенних структур. При рознесенні в

часі частотних режимів роботи антени в конструкціях випромінюючих елементів можуть використовуватися швидкодіючі НВЧ комутатори на напівпровідникових діодах [255]. Наприклад, характеристики безкорпусних *p-i-n* діодів задовольняють сучасним вимогам до комутаційних пристроїв дециметрового й сантиметрового діапазонів довжин хвиль. Найбільш ефективним є застосування НВЧ перемикачів у складних комбінованих структурах, у яких як альтернативний випромінювач може використовуватися частина конструкції основного випромінювача (відсічена за допомогою діодної комутації).

Одним з відомих видів комбінованих випромінювачів є випромінювач Клевіна, що являє собою випромінюючу вузьку щілину, по обидві сторони якої над екраном на встановленій відстані від центру щілини розташовано два ідентичні пасивні вібратори (монополя) фіксованої довжини [200, 201]. Для такого антенного випромінювача з ідеально провідними монополями (із установленою в [200, 201] геометрією) характерним є близька подібність діаграм спрямованості (ДС) випромінювання в *E*- і *H*-площинах. Відзначимо, що в [18] було проаналізовано вплив електричних довжин імпедансних монополів і відстані між ними на ДС випромінювання елементів типу Клевіна за умови одночасного урахування як величини відносного рівня бічного випромінювання в *E*-площині, так і величини різниці в ширині ДС за рівнем -3дБ в основних площинах. Подібністю ДС в основних площинах характеризується також комбінований випромінювач [172, 256], що поєднує горизонтальний вібратор і щілину в екрані. Однак дослідження можливості використання таких комбінованих випромінювачів у багаточастотних антенах і антенних решітках (АР) на їхній основі проведене не було, що і є метою даного розділу.

5.3.1 Концепція режимів комутації елементів у випромінювачах

По черзі проаналізуємо два типи комбінованих випромінювачів: структуру «щілина + пара вертикальних вібраторів» (п.п. 2.4) і структуру «щілина + горизонтальний вібратор» [172, 256].

Розглянемо загальну структуру вібраторно-щілинного випромінювача першого типу (випромінювач Клевіна), геометрія якої наведена на Рис. 5.10а. Тут щілина довжиною $2L_3$ й шириною d (центр щілини розташований на початку прямокутної системи координат (x, y, z)) випромінює в півпростір з матеріальними параметрами середовища $(\varepsilon_1; \mu_1)$ над нескінченним ідеально провідним екраном. У півпросторі в площині $\{yOz\}$ розташовано два, у загальному випадку, несиметричних вібратори (монополі) довжиною L_1 й L_2 , з радіусами r_1 й r_2 , на відстанях від осі щілини y_{d1} й y_{d2} відповідно. Припускаємо, що для геометричних розмірів щілини й вібраторів виконуються такі співвідношення:

$$\frac{r_{(1,2)}}{L_{(1,2)}} \ll 1, \quad \frac{r_{(1,2)}}{\lambda_1} \ll 1, \quad \frac{d}{2L_3} \ll 1, \quad \frac{d}{\lambda_1} \ll 1, \quad \text{де } \lambda_1 - \text{довжина хвилі в зовнішньому середовищі.}$$

Тобто всі структурні елементи можуть аналізуватися в рамках теорії тонких лінійних випромінювачів.

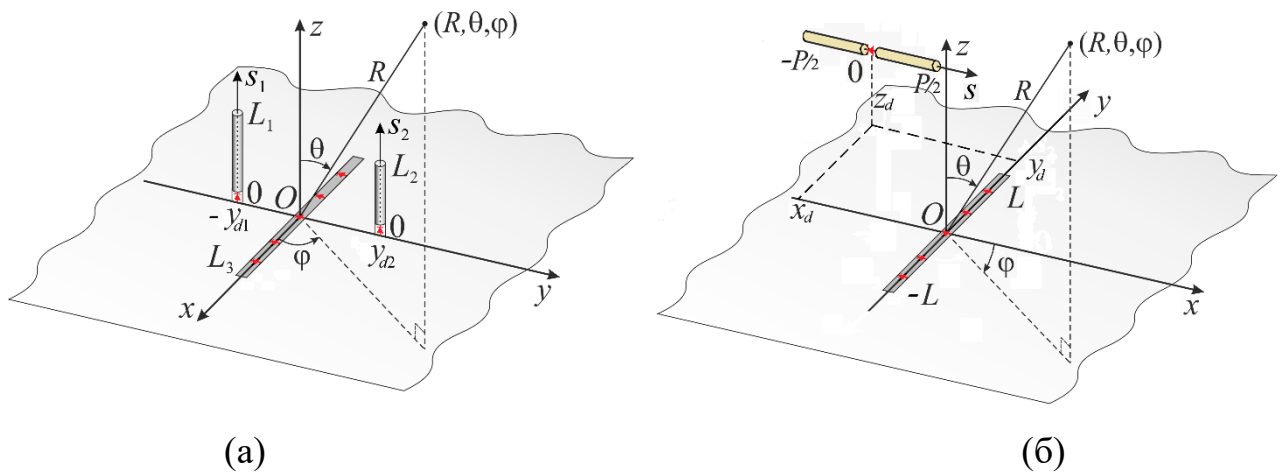


Рис. 5.10 Геометрія комбінованих випромінювачів та прийняті позначення

У розглянутому варіанті використання комбінованої структури як випромінювача двочастотної антени будемо вважати, що ідеально провідні вібратори мають однакові довжини $L_1 = L_2 = L_v$, радіуси $r_1 = r_2 = r_v$ й зміщення $y_{d1} = y_{d2} = y_v$. З метою зручності подальшого аналізу введемо перепозначення

$2L_3 = 2L_{sl}$. Для визначеності також вважаємо, що щілина збуджується з боку нижнього півпростору хвилевідним способом і прорізана в пов'язаній з екраном торцевій стінці прямокутного хвилеводу [84]. При цьому облаштування хвилевідного вузла збудження щілини забезпечує резонансне настроювання комбінованого випромінювача. Відмітимо, що у випромінювачі монополі з металевим екраном мають електричний контакт.

У конструкцію комбінованого випромінювача додатково внесемо декілька керованих безкорпусних *p-i-n* діодів (на Рис. 5.10а вони позначені трикутниками). Більшу частину з них розмістимо рівномірно у вузькій апертурі щілини, включаючи в обов'язковому порядку її центральну частину. Припускаємо, що діоди цієї групи в стані «вимкнено» не перешкоджають випромінюванню електромагнітного поля через щілину й забезпечують функціонування комбінованого випромінювача в традиційній формі. Навпаки, у стані «увімкнено» вони шунтують апертуру щілини й забезпечують її умовну металізацію. Для технічної коректності зажадаємо синхронізації команд «увімкнено» для діодів у щілині й «вимкнено» для подачі потужності у хвилевідну секцію її збудження.

На відміну від традиційного варіанта в конструкції комбінованого випромінювача додатково також передбачимо можливість підведення живлення до основ монополів (які являють собою продовження центрального провідника коаксіальної лінії), розділивши вузли збудження й монополі діодними перемикачами (діод 1 – у центральному провіднику, діод 2 – між монополем і екраном). Припускаємо, що ці діоди в стані діод 1 «вимкнено» і діод 2 «увімкнено» шунтують монополі з екраном, залишаючи їх у пасивному режимі й забезпечуючи функціонування комбінованого випромінювача в традиційній формі. Навпаки, у стані діод 1 «включене» і діод 2 «виключене» вони з'єднують монополі з вузлами збудження й забезпечують їхній активний режим роботи. Тут для технічної коректності зажадаємо синхронізації обох команд «увімкнено» і «вимкнено» як для діодів 1 у вібраторах, так і для роботи генераторів збудження монополів. При цьому також зажадаємо, щоб облаштованість вузлів збудження забезпечувала

настроювання резонансного випромінювання монополів з урахуванням їх взаємного впливу. Таким чином, у стані «увімкнено» для всіх діодних перемикачів у щілині, і діодах 1 «увімкнено», а діоди 2 «вимкнено» у вібраторах двочастотна антена являє собою пару активних вертикальних монополів.

Для комбінованого випромінювача другого типу (Рис. 5.10б) також припускаємо збудження щілини (з довжиною $2L = 2L_{sl}$ й шириною d) хвилевідним способом з вимогою резонансного настроювання випромінювача. Також припускаємо розміщення $p-i-n$ діодів в апертурі щілини, які в стані «вимкнено» не перешкоджають випромінюванню електромагнітного поля через щілину й забезпечують функціонування комбінованого випромінювача в традиційній формі. Як і раніше, у стані «увімкнено» діоди шунтують апертуру щілини й забезпечують її умовну металізацію. На відміну від попереднього варіанта випромінювача тут у конструкції комбінованої структури додатково передбачимо можливість підведення живлення до центру (з координатами (x_d, y_d, z_d)) трубчастого вібратора довжиною P й радіусом r_v , розділивши при цьому вузол збудження й плечі вібратора (з розмірами $P/2$) діодним перемикачем (Рис. 5.10б). Діод у стані «увімкнено» шунтує плечі вібратора, залишаючи його в пасивному режимі. Навпаки, у стані «вимкнено» він з'єднує вібратор з вузлом збудження й забезпечує його активний режим роботи в резонансі. Таким чином, у стані «увімкнено» для всіх діодних перемикачів у щілині й «вимкнено» у вібраторі двочастотна антена другого типу являє собою активний горизонтальний вібратор над екраном із симетричним збудженням.

5.3.2 Електромагнітні поля поодиноких випромінювачів двох типів

Для аналізу полів випромінювання комбінованих структур уведемо сферичні системи координат (як показано на Рис. 5.10), полярні осі яких збігаються з осями $\{Oz\}$, а кути φ відлічуються від осей $\{Ox\}$. Поля випромінювання антен будемо аналізувати в припущенні їх функціонування у вільному півпросторі

($\epsilon_1 = 1$; $\mu_1 = 1$). У цьому випадку хвильове число $k = 2\pi/\lambda$, де λ – довжина хвилі у вільному просторі.

При моделюванні характеристик вібраторно-щілинної структури першого типу (Рис. 5.10а) методом наведених ЕМРС в [18] для її полів випромінювання були отримані аналітичні формули. У випадку монохроматичного збудження (при виборі залежності від часу t у вигляді $e^{i\omega t}$, де ω – кругова частота) вони дозволяють електричне поле в дальній зоні ($R \gg \lambda$) в сферичній системі координат (R, θ, φ) для розглянутого комбінованого випромінювача подати в такому вигляді:

$$\vec{E}(\theta, \varphi) = \frac{ik^2 e^{-ikR}}{\omega R} \times \left[\vec{\theta}^0 \sin \theta (\tilde{E}_1 e^{-iky_v \sin \theta \sin \varphi} + \tilde{E}_2 e^{iky_v \sin \theta \sin \varphi}) + (\vec{\phi}^0 \cos \theta \cos \varphi + \vec{\theta}^0 \sin \varphi) 2\tilde{E}_{sl} \right], \quad (5.8)$$

де $\vec{\theta}^0$ і $\vec{\phi}^0$ – одиничні орти,

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{1(2)} &= \frac{2J_{1(2)}}{k(1 - \cos \theta)^2} \left[\cos(kL_v \cos \theta) \sin(kL_v) - \right. \\ &\quad \left. - \sin(kL_v \cos \theta) \cos(kL_v) \cos \theta \right] - 2L_v \cos(kL_v) \frac{\sin(kL_v \cos \theta)}{kL_v \cos \theta}, \\ \tilde{E}_{sl} &= \frac{2J_{sl}}{k - k(\sin \theta \cos \varphi)^2} \left[\cos(kL_{sl} \sin \theta \cos \varphi) \sin(kL_{sl}) - \right. \\ &\quad \left. - \sin(kL_{sl} \sin \theta \cos \varphi) \cos(kL_{sl}) \sin \theta \cos \varphi \right] - \frac{2 \cos(kL_{sl}) \sin(kL_{sl} \sin \theta \cos \varphi)}{k \sin \theta \cos \varphi}. \end{aligned}$$

Відмітимо, що вираз для \tilde{E}_{sl} записано в припущенні симетричного збудження щілини, а комплексні амплітуди електричних струмів у монополях $J_{1(2)}$ визначаються зі строгого розв'язку задачі взаємного впливу елементів вібраторно-щілинної структури за умови заданої амплітуди магнітного струму в щілині J_{sl} [18].

Згідно (5.8), на основній частоті ДС традиційного випромінювача Клевіна в H -площині ($\varphi = 0^\circ$) має тільки E_φ складову й збігається із ДС одиночної щілини

внаслідок рівності амплітуд струмів у вібраторах і їх протифазності ($J_1 = -J_2$). В E -площині ($\varphi = 90^\circ$) ДС випромінювача має тільки E_θ -компоненту, зміна якої за рахунок струмів монополів і приводить до можливості наблизити її форму до ДС випромінювача в H -площині. У випадку альтернативної частоти, при «металізації» щілини й активного режиму вібраторів, вираз для електричного поля випромінювача спрощується:

$$\vec{E}(\theta, \varphi) = \frac{2ik^2 e^{-ikR} \sin \theta}{\omega R} \tilde{E}_{1(2)} \cos(ky_v \sin \theta \cos \varphi) \vec{\theta}^0, \quad (5.9)$$

де задані струми у вібраторах покладаються однаковими ($J_1 = J_2$).

У структурі «щілина + горизонтальний вібратор» для магнітного струму в щілині \vec{J}_{sl}^m й електричного струму у вібраторі \vec{J}_v^e використовуємо такі апроксимації [256]:

$$\begin{aligned} \vec{J}_{sl}^m &= \vec{y}^0 \sum_{q=1}^Q \dot{V}_q \cos\left(\frac{q\pi y}{L_{sl}}\right), \quad q = 1, 2 \dots Q; \\ \vec{J}_v^e &= \vec{x}^0 \sum_{n=1}^N J_n^e \sin\left(\frac{n\pi(x - x_d + P/2)}{P}\right), \quad n = 1, 2 \dots N; \end{aligned} \quad (5.10)$$

де \vec{x}^0 й \vec{y}^0 – одиничні орти; \dot{V}_q , J_n^e – невідомі комплексні амплітуди. Тоді в сферичній системі координат (R, θ, φ) компоненти електричного поля в дальній зоні для випромінювача можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} E_\varphi(\theta, \varphi) &= \frac{ike^{-ikR}}{4\pi R} (120\pi I_1 + I_2 \cos \theta) \sin \varphi, \\ E_\theta(\theta, \varphi) &= -\frac{ike^{-ikR}}{4\pi R} (I_1 \cos \theta + I_2) \cos \varphi, \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\text{де: } I_1 = \sum_{n=1}^N J_n^e \left[\frac{e^{ik(x_d \sin \theta \cos \varphi + y_d \sin \theta \sin \varphi + z_d \cos \theta)} - e^{ik(x_d \sin \theta \cos \varphi + y_d \sin \theta \sin \varphi - z_d \cos \theta)}}{2} \right] \frac{n\pi (-1)^{n+1}}{P} \frac{e^{ik(x_d + P/2) \sin \theta \cos \varphi} + e^{ik(x_d - P/2) \sin \theta \cos \varphi}}{(n\pi/P)^2 - (k \sin \theta \cos \varphi)^2},$$

$$I_2 = -\sum_{q=1}^Q V_q \frac{q\pi}{2L_{sl}} \cdot \frac{(-1)^{q+1} e^{ikL_{sl} \sin \theta \cos \varphi} + e^{-ikL_{sl} \sin \theta \cos \varphi}}{(q\pi/2L_{sl})^2 - (k \sin \theta \cos \varphi)^2}.$$

Згідно з (5.11), так як і для попередньої структури, на основній частоті ДС традиційного випромінювача в H -площині ($\varphi = 90^\circ$) має тільки E_φ -складову, а в E -площині ($\varphi = 0^\circ$) ДС випромінювача має тільки E_θ -компоненту. На альтернативній частоті (при «металізації» щілини й активному режимі вібратора) вираз для електричного поля випромінювача спрощується:

$$\vec{E}(\theta, \varphi) = -\frac{ikI_1 e^{-ikR}}{4\pi R} (\vec{\theta}^0 \cos \theta \cos \varphi - \vec{\varphi}^0 120\pi \sin \varphi). \quad (5.12)$$

5.3.3 Числові й експериментальні результати

Досліджена в [200, 201] комбінована структура (Рис. 5.10а) складалася з пари ідентичних ідеально провідних монополів довжиною $L_v = 0.375\lambda$, симетрично розташованих щодо осі напівхвильової щілини ($2L_{sl} = 0.5\lambda$) на відстані $y_v = 0.086\lambda$. Ці розміри, при яких спостерігалися приблизно однакові ДС випромінювача в основних площинах, були встановлені Клевіном у результаті експериментальних досліджень. У підсумку комплексного моделювання в [п.п. 2.4] було встановлено, що вимога подібності ДС випромінювача в основних площинах виконується для ($L_v = 0.3125\lambda$, $y_v = 0.086\lambda$) при рівні бічного випромінювання -20 дБ і для ($L_v = 0.3\lambda$, $y_v = 0.086\lambda$) при рівні бічного випромінювання -31 дБ. Відзначимо, що в першому випадку спостерігаються ДС, максимально близькі за шириною, а в другому – подібні ДН із найменшими рівнями бічного випромінювання.

На Рис. 5.11а наведено нормовані ДС випромінювачів Клевіна (5.8) з параметрами: (2 – $L_v = 0.3125\lambda$, $y_v = 0.086\lambda$) і (3 – $L_v = 0.3\lambda$, $y_v = 0.086\lambda$). Тут ДС випромінювачів у H -площині збігаються й показані на Рис. 5.11а кривою 1. ДС випромінювачів в E -площині зображені кривими 2 і 3 відповідно. З Рис. 5.11а видно, що найбільша подібність ДС в основних площинах виконується для

($L_v = 0,3125\lambda$, $y_v = 0,086\lambda$). Структуру з такою геометрією розглянемо в якості випромінювача двочастотної антени на основній частоті.

На альтернативній довжині хвилі λ_a , у результаті діодної комутації, у якості одиночного випромінювача тут виступає пара активних ідентичних монополів. Для монополів оптимальним є вибір робочої довжини хвилі λ_a , при якій вони є чверть-хвильовими: $L_v = 0, \lambda_a = 0,3125\lambda$. Таким чином, умовний діапазон для вибору альтернативної довжини хвилі антени доцільно обмежити в межах: $\lambda \leq \lambda_a \leq 1,25\lambda$. Для подання результатів числових досліджень виберемо альтернативну довжину хвилі $\lambda_a = 1,1\lambda$, для якої $L_v = 0,284\lambda_a$ й $y_v = 0,078\lambda_a$. На Рис. 5.11б наведені нормовані ДС окремої пари монополів (5.9) із цими параметрами. Нормована ДС випромінювача в H -площині ($\varphi = 0^\circ$) тут показана кривою 2, а ДС в E -площині ($\varphi = 90^\circ$) – кривою 1.

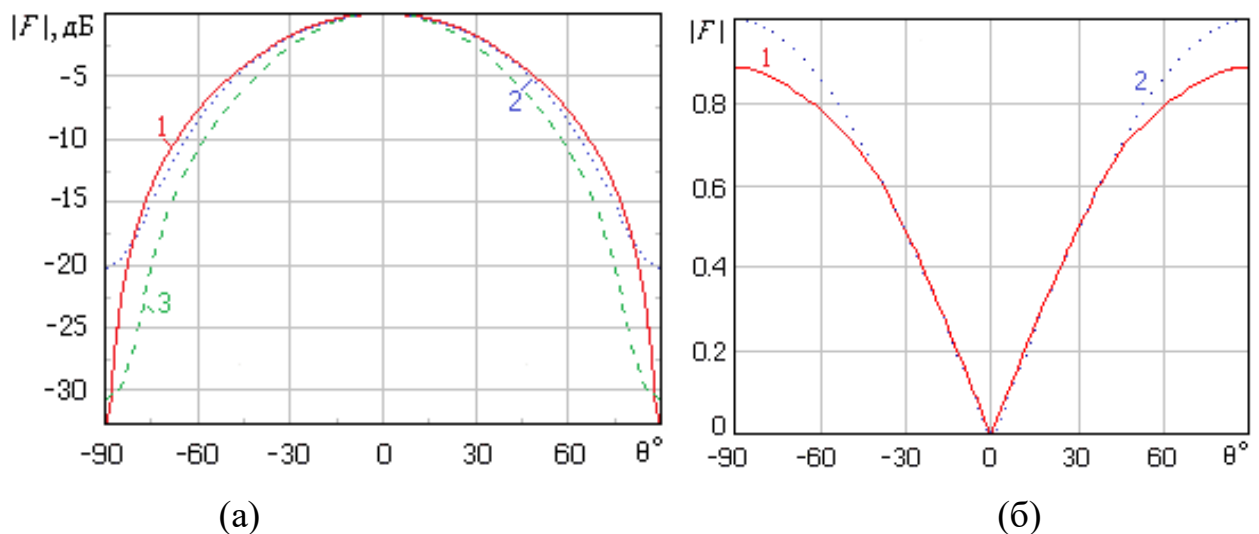


Рис. 5.11 ДС структури «щілина + пара вертикальних вібраторів»: (а) 1 – H -площина, 2,3 – E -площина (2 – $L_v = 0,3125\lambda$, $y_v = 0,086\lambda$), (3 – $L_v = 0,3\lambda$, $y_v = 0,086\lambda$); (б) $\lambda_a = 1,1\lambda$, $L_v = 0,284\lambda_a$, $y_v = 0,078\lambda_a$, 1 – E -площина, 2 – H -площина

Як видно з Рис. 5.11б, на відміну від ДС структури на основній частоті (Рис. 5.11а), пара синфазних монополів формує максимальне випромінювання

уздовж площини екрана ($\theta = \pm 90^\circ$). Причому, внаслідок зміщень $y_v = 0,078\lambda_a$ монополів уздовж осі $\{0y\}$, амплітуда поля випромінювання в площині $\theta = \pm 90^\circ$ стає нерівномірною в залежності від кута φ . Найменше її значення спостерігається в H -площині й виявляється на 12% меншим, ніж значення амплітуди поля в E -площині.

Подібним чином наведемо результати моделювання (5.11) для структури «щілина + горизонтальний вібратор» (Рис. 5.10б). Досліджена в [172] комбінована структура складалася з ідеально провідного вібратора довжиною $P = 0,407\lambda$, симетрично розташованого ($x_d = y_d = 0$) щодо осі щілини з розмірами $2L_{sl} = 0,47\lambda$, $d = 0,07\lambda$ на висоті $z_d = 0,105\lambda$. Для структури зазначеної геометрії спостерігаються приблизно однакові нормовані ДС випромінювача в основних площинах. Оскільки тут ДС в обох площинах є симетричними відносно $\theta = 0^\circ$, на Рис. 5.12а ліва половина рисунка відповідає E -площині ($\varphi = 0^\circ$) а права - H -площині ($\varphi = 90^\circ$). Кривими 1 подані розрахункові результати, а пунктирними кривими 2 – експериментальні дані [172]. Відзначимо, що близькі за шириною ДС спостерігаються й при інших співвідношеннях параметрів: P/λ , z_d/λ [256].

На альтернативній довжині хвилі λ_a , у результаті діодної комутації, у якості одиночного випромінювача тут виступає активний симетричний горизонтальний вібратор. Для вібратора оптимальним є вибір робочої довжини хвилі λ_a , при якій він є напівхвильовим: $P = 0,5\lambda_a$. Таким чином, тут: $\lambda_a = 0,804\lambda$. На Рис. 5.12б наведені нормовані ДС горизонтального вібратора (5.12) із цими параметрами. Нормована ДС випромінювача в H -площині ($\varphi = 0^\circ$) тут показана кривою 2, а ДС в E -площині ($\varphi = 90^\circ$) – кривою 1.

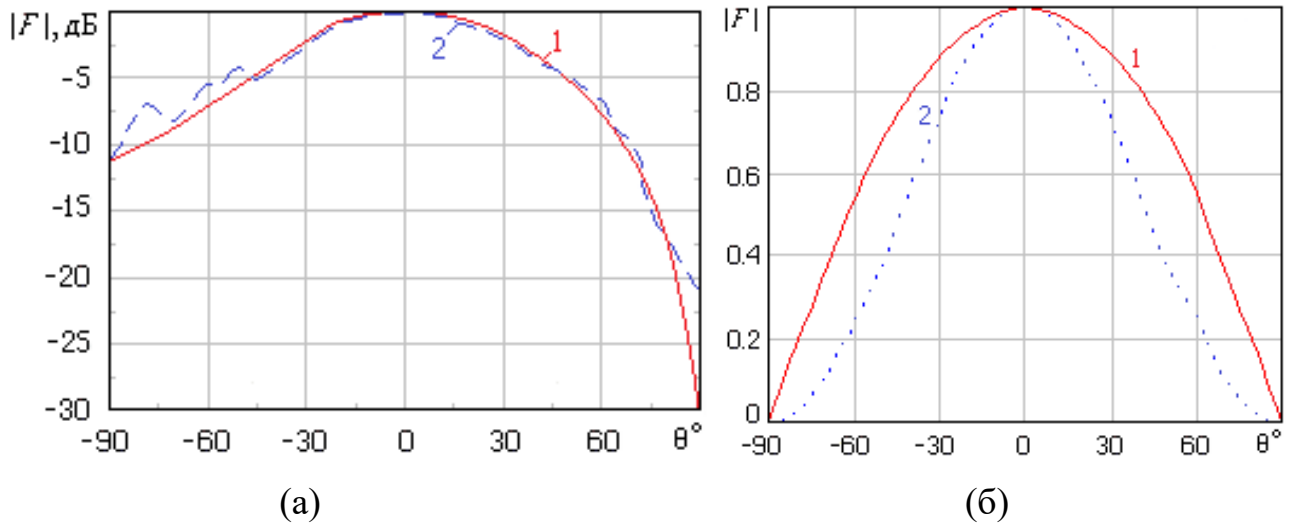


Рис. 5.12 ДС структури «щілина + горизонтальний вібратор»: (а) 1 – розрахунок (5.11), 2 – експериментальні дані [172]; (б) $\lambda_a = 0.804\lambda$, $P = 0.5\lambda_a$, 1 – E -площина, 2 – H -площина

5.3.4 Двочастотна АР із випромінювачів типу Клевіна

Як приклад, розглянемо двочастотний режим роботи АР з випромінювачів типу Клевіна (Рис. 5.10а). Знаючи вирази для поля випромінювання одиночних елементів (5.8), (5.9) і вважаючи, що всі випромінювачі у вузлах (x_n, y_m) плоских решіток на Рис. 5.13 і на Рис. 5.14 мають однакову геометрію, загальне поле випромінювання решіток $\vec{E}(r, \theta, \varphi)$ може бути визначене як сума полів випромінювання кожного елемента з урахуванням амплітуд і фаз, з якими ці поля приходять у точку спостереження $C(r, \theta, \varphi)$:

$$\vec{E}(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} \frac{e^{-ikR_{nm}}}{R_{nm}} \vec{E}_{nm}(\theta, \varphi). \quad (5.13)$$

Слід відмітити, що тут усі комбіновані випромінювачі в решітках покладаються настроєними в резонанс за рахунок добору значень своїх внутрішніх параметрів і (або) величин параметрів решітки d_x/λ й d_y/λ , що дозволяє компенсувати взаємний вплив випромінювачів. Коли випромінювачі періодичних АР

характеризуються однаковими амплітудами струмів, подвійне підсумовування у виразі (5.13) можна замінити нормованим множником решітки [257]:

$$\vec{E}(r, \theta, \varphi) = \frac{\vec{E}(\theta, \varphi)}{N_x N_y} \times \frac{\sin \left[\frac{N_x}{2} (kd_x \sin \theta \cos \varphi - \psi_x) \right]}{\sin \left[\frac{1}{2} (kd_x \sin \theta \cos \varphi - \psi_x) \right]} \cdot \frac{\sin \left[\frac{N_y}{2} (kd_y \sin \theta \sin \varphi - \psi_y) \right]}{\sin \left[\frac{1}{2} (kd_y \sin \theta \sin \varphi - \psi_y) \right]}, \quad (5.14)$$

де ψ_x – зміщення фаз між струмами сусідніх випромінювачів у ряді уздовж осі $\{0x\}$, а ψ_y – зміщення фаз між струмами сусідніх випромінювачів у рядах уздовж осі $\{0y\}$.

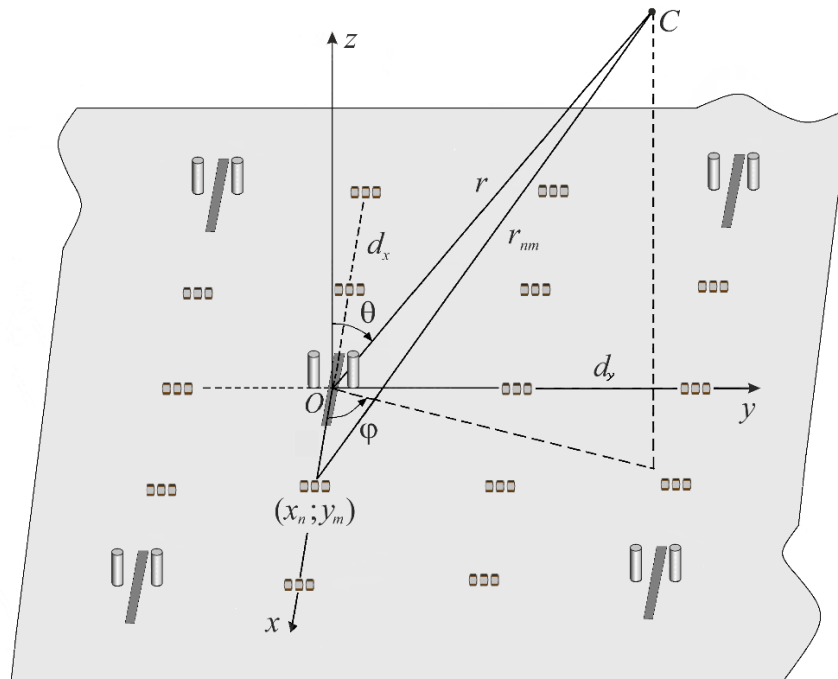


Рис. 5.13. Апертура АР на основній частоті випромінювання

На основній частоті поодинокий випромінювач Клевіна (Рис. 5.10а) має максимум ДС випромінювання (5.8) у напрямку осі $\{0z\}$. Оскільки в такій вібраторно-щілинній структурі монополі є пасивними елементами, амплітудні й фазові вимоги слід відносити до магнітного струму в щілині. З фізичних міркувань випливає, що режим нормального (поперечного) випромінювання для АР таких

випромінювачів (Рис. 5.13) буде забезпечуватися в (5.14) при виборі ($\psi_x = \psi_y = 0$), тобто умови синфазності щілинних елементів. Причому в цьому випадку множник решітки буде мати вигляд, справедливий для довільної площини ($\varphi = \text{const}$), що проходить через вісь $\{0z\}$, а кількість випромінювачів, що утворюють ряд N_y , не впливає на форму амплітудної ДС у H -площині, також кількість рядів решітки N_x не впливає на форму ДС в E -площині.

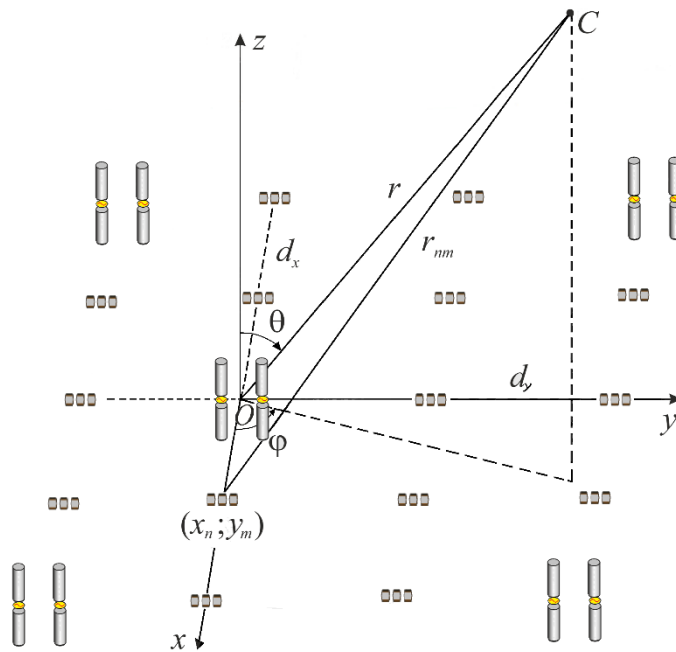


Рис. 5.14. Віртуальна апертура АР на альтернативній частоті випромінювання

На альтернативній частоті в якості одиночного випромінювача АР (Рис. 5.14) виступає пара монополів з рівноамплітудним збудженням. Тут вимоги до фазових зсувів між сусідніми випромінювачами в (5.14) слід розглядати щодо фазових центрів для пар монополів. Причому з фізичних міркувань впливає, що режим осевого (уздовж горизонту) випромінювання для АР таких випромінювачів в (5.14) буде забезпечуватися при умовах: $\psi_x = kd_x$ і $\psi_y = kd_y$.

При моделюванні полів АР (Рис. 5.13) з обраною геометрією випромінювачів ($L_y = 0,3125\lambda$, $y_v = 0,086\lambda$) будемо вважати, що періоди синфазних решіток дорівнюють $d_x = d_y = \lambda/2$, а $\psi_x = \psi_y = 0$. Відмітимо, що при цьому забезпечується мінімізація взаємного впливу між елементами АР [257]. На Рис. 5.15 наведені розрахункові нормовані ДС випромінювання (5.14) квадратних АР у H -площині, де крива 1 відповідає вибору $N_x = N_y = 3$, крива 2 – вибору $N_x = N_y = 5$, а крива 3 – випадку $N_x = N_y = 7$. Слід указати, що залежності ДС випромінювання решіток в E -площині з графічною точністю збігаються з (представленими на Рис. 5.15) залежностями в H -площині для відповідних варіантів вибору числа випромінювачів АР. Як і слід було сподіватися на підставі відомих електродинамічних принципів, тут максимум ДС випромінювання орієнтований по нормалі до площини екрана, ширина головних пелюсток ДС зменшується при збільшенні кількості випромінювачів, а кількість бічних пелюсток зростає.

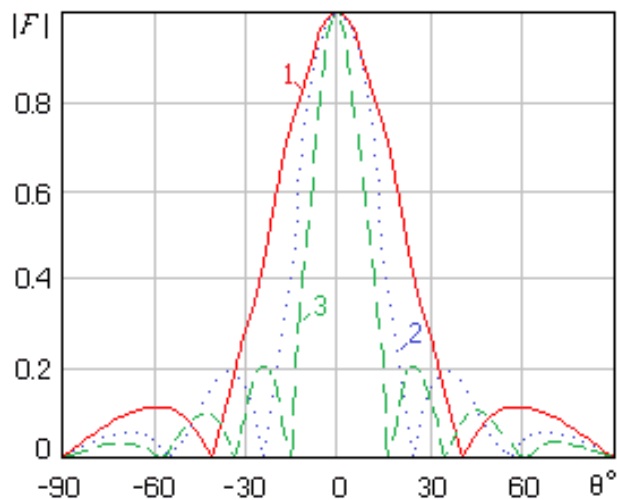


Рис. 5.15. ДС випромінювання АР в H -площині із елементів Клевіна на основній частоті ($L_y = 0,3125\lambda$, $y_v = 0,086\lambda$, $d_x = d_y = \lambda/2$, $\psi_x = \psi_y = 0$): 1 -

$$N_x = N_y = 3, 2 - N_x = N_y = 5, 3 - N_x = N_y = 7$$

На альтернативній довжині хвилі λ_a , у результаті діодної комутації, у якості одиночного випромінювача виступає пара активних ідентичних монополів

(Рис. 5.14). При цьому зміна форми комбінованого випромінювача відбувається на тлі фізичного закріплення його місця розташування в сітці АР. Тобто зміна частоти спричиняє й зміну електричних довжин періодів решітки d_x й d_y . Тоді для збереження необхідних фазових співвідношень між струмами в сусідніх випромінювачах АР виникає необхідність компенсації виникаючих відмінностей d_x і d_y від $\lambda_a/2$. При реалізації такої компенсації напрямки максимального рівня поля випромінювання для одиночного випромінювача й решітки збігаються. Зазначена компенсація може бути забезпечена тільки за рахунок використання внутрішніх фазообертачів у лініях живлення вібраторів. Технічні можливості реалізації такої схеми живлення є обмеженими, тому тут у якості основної й альтернативної ми змушені вибирати досить близькі частоти. З іншого боку, як було зазначено в п. 5.3.2, для вібраторного випромінювача оптимальним є вибір робочої довжини хвилі λ_a , при якій монополі є чвертьхвильовими: $L_v = 0,25\lambda_a$, $\lambda_a = 0,3125\lambda$. Таким чином, умовний діапазон для вибору альтернативної частоти випромінювачів АР (рис 5.14) доцільно обмежити в межах: $\lambda \leq \lambda_a \leq 1,25\lambda$.

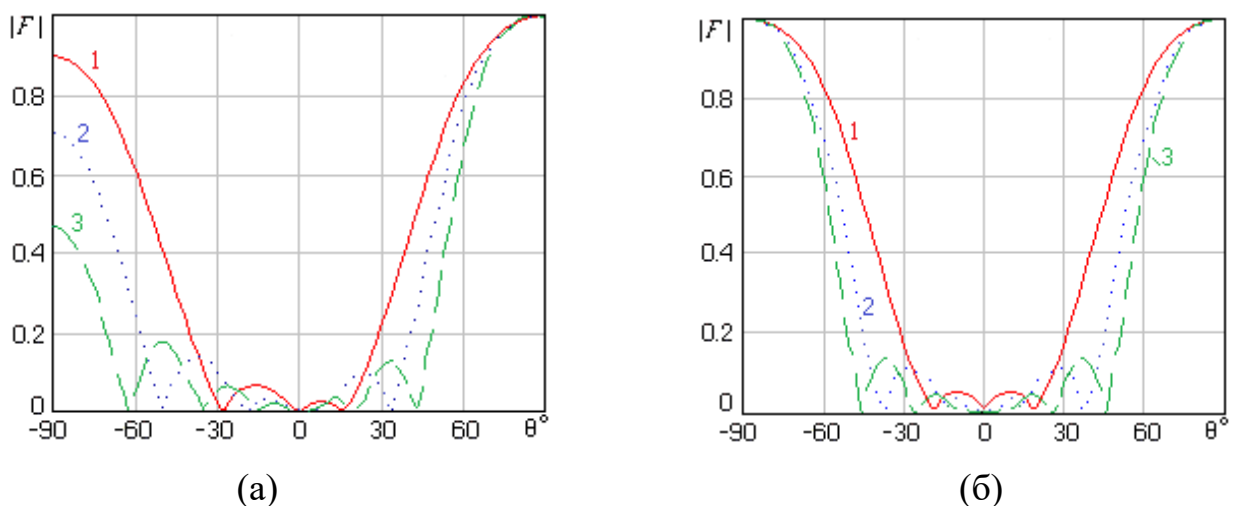


Рис. 5.16. ДС випромінювання АР в H -площині на альтернативній частоті ($d_x = d_y = \lambda/2 = \lambda_a/2,2$, (а) $\psi_x = \psi_y = 0,91\pi$, (б) $\psi_x = \psi_y = \pi$): 1 - $N_x = N_y = 3$, 2 - $N_x = N_y = 5$, 3 - $N_x = N_y = 7$

При моделюванні полів АР (5.14) на альтернативній частоті періоди решіток стають рівними $d_x = d_y = \lambda/2 = \lambda_a/2.2$, а параметри $\psi_x = \psi_y = 0.91\pi$. На Рис. 5.16а наведені розрахункові нормовані ДС випромінювання квадратних АР у H -площині, де крива 1 відповідає вибору $N_x = N_y = 3$, крива 2 – вибору $N_x = N_y = 5$, а крива 3 – випадку $N_x = N_y = 7$. Слід зазначити, що залежності ДС випромінювання решіток в E -площині подібні наведеним на Рис. 5.16а залежностям у H -площині (для відповідних варіантів вибору числа випромінювачів АР) зі зменшеними амплітудами полів у напрямках $\theta = \pm 90^\circ$. В обох площинах, через існуючі фазові неузгодженості випромінювачів АР, ДС випромінювання виявляються несиметричними щодо напрямку $\theta = 0^\circ$. Причому, при збільшенні кількості випромінювачів в АР (і більшому нагромадженні в точці спостереження фазових «промахів») ступінь перекосу ДС збільшується. У випадку реалізації фазових компенсацій, що забезпечують рівність $\psi_x = \psi_y = \pi$, несиметричність ДС усувається (Рис. 5.16б). Максимуми всіх наведених на Рис. 5.16 ДС випромінювання орієнтовані уздовж площини екрана, ширина їх головних пелюсток зменшується при збільшенні кількості випромінювачів, а кількість бічних пелюсток зростає.

Результати моделювання полів випромінювання сполучених АР, проведеного при інших співвідношеннях λ_a/λ з інтервалу $\lambda \leq \lambda_a \leq 1.25\lambda$, підтвердили правомірність представлених особливостей польових характеристик.

5.4 Випромінювання електромагнітних хвиль електрично довгою щілиною з діелектричним заповненням у вузькій стінці багатомодового прямокутного хвилеводу

При практичній реалізації високих технічних характеристик радіотехнічних комплексів, вирішенні проблем електромагнітної сумісності доцільним є

застосування багатofункціональних багаточастотних випромінюючих структур. У випадку хвилевідно-щілинних випромінювачів витічної хвилі, перспективною є реалізація багаточастотного випромінювача на основі електрично довгої щілини у вузькій стінці багатомодового прямокутного хвилеводу, збуджуваного декількома хвилевідними модами типу H_{m0} на різних частотах. Але, на відміну від щілинного випромінювача в широкій стінці хвилеводу, електродинамічні характеристики якого можна оптимізувати шляхом зсуву щілини до середини хвилеводу з одночасним збільшенням її ширини [258], для щілини у вузькій стінці одержати такий результат неможливо [259, 260]. Покращити характеристики спрямованості таких щілинних випромінювачів (зменшити рівень бічних пелюсток ДС, збільшити коефіцієнти спрямованої дії (КСД) та підсилення (КП)) можна за рахунок збільшення товщини стінки хвилеводу [261], реалізації спадного до країв щілини амплітудного розподілу поля при певних співвідношеннях між довжиною щілини й довжинами хвиль у вільному просторі й у хвилеводі [258, 259], а також при використанні діелектриків у порожнині щілини [259].

5.4.1 Постановка задачі та її розв'язання

Розглянемо поздовжню щілину довжиною l і шириною d ($l \gg d, d < \lambda$, λ – довжина хвилі у вільному просторі), яка прорізана у вузькій стінці скінченної товщини h прямокутного хвилеводу з розмірами поперечного перерізу $a \times b$. Порожнина щілини заповнена діелектриком з відносною діелектричною проникністю $\hat{\epsilon}^v = \epsilon^v(1 - i \operatorname{tg} \delta^v)$ (Рис. 5.17). Хвилевідно-щілинний випромінювач збуджується хвилею типу H_{m0} ($m=1, 2, 3 \dots$).

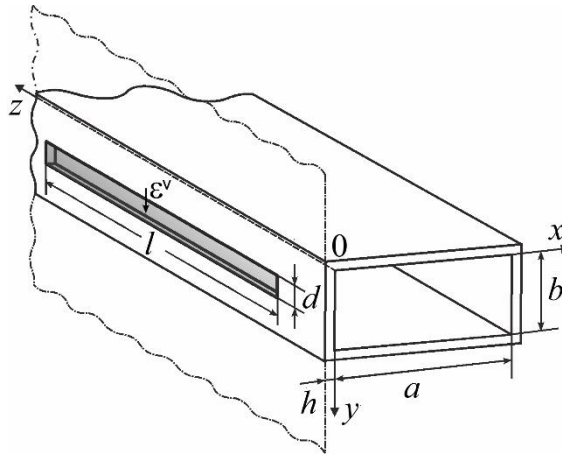


Рис. 5.17 Геометрія хвилевідно-щілинного випромінювача

Урахування товщини стінки хвилеводу зводиться до розв'язання задачі про зв'язок трьох електродинамічних об'ємів: порожнини хвилеводу (індекс “*in*”), порожнини щілини (індекс “*v*”) і зовнішнього об'єму (індекс “*ext*”), який у нашому випадку являє собою півпростір над нескінченною ідеально провідною площиною. З умов безперервності тангенціальних складових магнітного поля на поверхнях щілини ς_1 (хвилевід – щілина) і ς_2 (щілина – зовнішній півпростір) одержуємо систему функціональних рівнянь для визначення дотичних складових електричних полів \vec{e}_{ς_1} і \vec{e}_{ς_2} на поверхнях цих щілин:

$$\begin{aligned} \text{на } \varsigma_1: \quad & \vec{H}_{\tau}^{\text{in}}(\vec{e}_{\varsigma_1}) + \vec{H}_{0\tau}^{(\mu)} = \vec{H}_{\tau}^{\text{v}}(\vec{e}_{\varsigma_1}) + \vec{H}_{\tau}^{\text{v}}(\vec{e}_{\varsigma_2}), \\ \text{на } \varsigma_2: \quad & \vec{H}_{\tau}^{\text{v}}(\vec{e}_{\varsigma_1}) + \vec{H}_{\tau}^{\text{v}}(\vec{e}_{\varsigma_2}) = \vec{H}_{\tau}^{\text{ext}}(\vec{e}_{\varsigma_2}), \end{aligned} \quad (5.15)$$

де $\vec{H}_{\tau}^{\text{in}}(\vec{e}_{\varsigma_1})$, $\vec{H}_{\tau}^{\text{ext}}(\vec{e}_{\varsigma_2})$, $\vec{H}_{\tau}^{\text{v}}(\vec{e}_{\varsigma_1})$, $\vec{H}_{\tau}^{\text{v}}(\vec{e}_{\varsigma_2})$ – тангенціальні складові магнітного поля, збуджуваного електричними полями \vec{e}_{ς_1} й \vec{e}_{ς_2} на відповідних поверхнях щілин в об'ємах “*in*”, “*ext*”, і “*v*”, $\vec{H}_{0\tau}^{(\mu)}$ – магнітне поле хвилі у внутрішній області, що збуджує щілину (“ μ ” – узагальнений індекс, що позначає тип хвилі).

Для розв'язання задачі з визначення тангенціальних складових електричного поля на поверхнях щілини застосовуємо метод Гальоркіна з використанням обмеженого кількості тригонометричних базисних функцій повної області.

Електричне поле на поверхнях ζ_1 і ζ_2 подаємо у вигляді лінійної комбінації координатних базисних функцій \vec{e}_{q1} і \vec{e}_{q2} :

$$\vec{e}_{\zeta_1} = \sum_{q=1}^Q V_{q1} \vec{e}_{q1}, \quad \vec{e}_{\zeta_2} = \sum_{q=1}^Q V_{q2} \vec{e}_{q2}. \quad (5.16)$$

Оскільки $L \gg d$ і $d < \lambda$, то можна вважати, що електричне поле спрямоване поперек щілини та постійне в цьому напрямку. Тоді векторні функції \vec{e}_{q1} й \vec{e}_{q2} мають такий вигляд:

$$\vec{e}_{q1} = \vec{e}_{q2} = \vec{y}^0 \frac{1}{d} \sin \frac{q\pi}{l} z, \quad (5.17)$$

де \vec{y}^0 – орт уздовж осі $\{0y\}$.

Кількість і номера власних функцій щілини вибираються виходячи зі співвідношень між довжиною щілини й довжинами хвиль у вільному півпросторі й у хвилеводі [259]. Задача зводиться до розв'язання СЛАР щодо шуканих коефіцієнтів у розкладанні електричного поля на щілині V_{q1} й V_{q2} :

$$\begin{cases} \sum_{q=1}^Q V_{q1} (Y_{pq,11}^{\text{in}} + Y_{pq,11}^{\text{v}}) + \sum_{q=1}^Q V_{q2} Y_{pq,12}^{\text{v}} = F_{p1}^{(\mu)}, \quad p = 1, 2 \dots Q \\ \sum_{q=1}^Q V_{q1} Y_{pq,21}^{\text{v}} + \sum_{q=1}^Q V_{q2} (Y_{pq,22}^{\text{v}} + Y_{pq,22}^{\text{ext}}) = 0, \quad p = 1, 2 \dots Q \end{cases} \quad (5.18)$$

Матричні елементи СЛАР – часткові провідності щілини $Y_{pq,mn}^{\text{in,v,ext}}$ ($m = 1, 2$, $n = 1, 2$) визначаються в такий спосіб:

$$Y_{pq,mn}^{\text{in,v,ext}} = \int_{\zeta_m} \left[\vec{e}_{pm}, \vec{H}^{\text{in,v,ext}}(\vec{e}_{qn}) \right] \vec{n}^{\text{in,v,ext}} d\zeta, \quad (5.19)$$

де $\vec{n}^{\text{in,v,ext}}$ – орти нормалей до поверхонь інтегрування, звернені усередину відповідних областей.

Оскільки вектори \vec{e}_{q1} і \vec{e}_{q2} спрямовані поперек щілини, у виразі для провідностей (5) буде присутня тільки проекція вектора магнітного поля на вісь щілини $H_z^{\text{in,v,ext}}$. Це поле в кожному з об'ємів може бути визначене за допомогою

магнітних тензорних функцій Гріна $\widehat{G}_m^{\text{in,v,ext}}(\vec{r}, \vec{r}')$ [84] для векторного потенціалу [162]:

$$H_z^{\text{in,v,ext}}(\vec{e}_{qn}) = \frac{\vec{z}^0}{4\pi i \omega \mu_a} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \int_{\zeta_n} [\vec{e}_{qn}, \vec{n}^{\text{in,v,ext}}] \widehat{G}_m^{\text{in,v,ext}}(\vec{r}, \vec{r}') d\zeta,$$

де \vec{z}^0 – орт уздовж осі $\{0z\}$.

Права частина системи рівнянь (5.18) сформована парціальними магніторухливими силами [162]:

$$F_{p1}^{(\mu)} = \int_{\zeta_1} [\vec{e}_{p1} \vec{H}_{0\tau}^{(\mu)}] \vec{n}^{\text{ext}} d\zeta.$$

Розв'язок системи рівнянь (5.18) дозволяє визначити поля \vec{e}_{ζ_1} і \vec{e}_{ζ_2} , а отже й електродинамічні характеристики щілинного випромінювача: коефіцієнти випромінювання й відбиття, діаграму спрямованості, коефіцієнт спрямованої дії, коефіцієнт підсилення.

У припущенні, що хвилевід збуджується хвилею одиничної потужності, коефіцієнт випромінювання можна знайти в такий спосіб:

$$|S_\Sigma|^2 = \frac{1}{2} \text{Re} \sum_{p=1}^Q \sum_{q=1}^Q V_{p2} V_{q2}^* Y_{pq,22}^{\text{ext}},$$

де V_{q2}^* – комплексно спряжена величина.

Діаграма спрямованості електрично довгої щілини в площині вектора \vec{H} з урахуванням (5.16), (5.17) визначається виразом:

$$F_H(\theta) = \sin \theta \sum_{q=1}^Q V_{q2} \frac{q\pi l (1 - (-1)^q e^{ikl \cos \theta})}{(q\pi)^2 - (kl \cos \theta)^2},$$

де кут θ відлічується від поздовжньої осі щілини.

Коефіцієнт підсилення хвилевідно-щілинного випромінювача можна визначити за формулою: $G = D\eta = D|S_\Sigma|^2$, де D – коефіцієнт спрямованої дії, η –

коефіцієнт корисної дії, який у випадку нехтування втратами в стінках хвильоводу та в діелектрику збігається з коефіцієнтом випромінювання.

5.4.2 Результати числового моделювання

Як показали дослідження, при заповненні порожнини електрично довгої щілини ($l > (20 \div 30)\lambda$) діелектриком з невеликим значенням діелектричної проникності $\varepsilon^v \approx 1,2 \div 2,5$ можна значно знизити рівень бічних пелюсток ДС, збільшити КСД і КП випромінювача при збудженні як основним типом хвилі, так і вищими модами.

Наявність діелектрика в порожнині щілини приводить до зменшення осциляцій в амплітудному розподілі поля уздовж щілини та, як наслідок – до покращення характеристик спрямованості.

Як приклад, розглянемо щілину з розмірами $l = 1280$ мм, $d = 1$ мм і $h = 1$ мм, прорізану в середині вузької стінки прямокутного хвильоводу з перерізом $a \times b = 23 \times 5$ мм² при збудженні хвилею типу H_{10} з довжиною хвилі у вільному просторі $\lambda = 32,0$ мм, хвилею типу H_{20} з $\lambda = 17,1$ мм і хвилею типу H_{30} з $\lambda = 11,56$ мм. Довжини хвиль визначено таким чином, щоб головні пелюстки діаграм спрямованості щілинного випромінювача на цих довжинах хвиль мали однаковий напрямок. Графіки на Рис. 5.18 ілюструють вплив діелектрика в порожнині щілини на енергетичні й спрямовані властивості випромінювача.

Як видно з Рис. 5.18, завдяки заповненню порожнини щілини діелектриком можна значно збільшити КСД і КП випромінювача (у порівнянні з випадком $\varepsilon^v = 1$) при збудженні як основним типом хвилі, так і вищими типами хвиль. Зі зростанням значення діелектричної проникності діелектрика ε^v КСД у середньому збільшується, наближаючись до значення, визначеного як $4l/\lambda$, а КП при деякій величині ε^v , що залежить від електричної довжини щілини, досягає

максимального значення й при подальшому зростанні ε^v зменшується, що пов'язано зі зменшенням коефіцієнта випромінювання щілини.

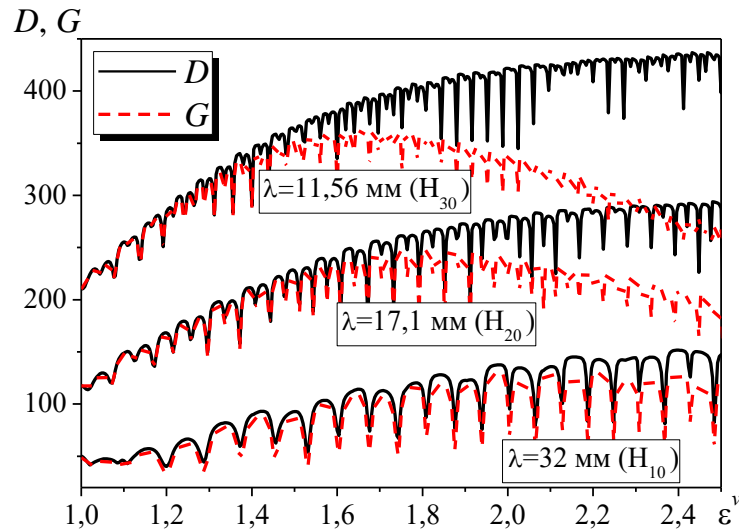


Рис. 5.18 Залежності КСД і КП електрично довгою щілини від значення діелектричної проникності діелектрика в порожнині щілини

Значення коефіцієнтів випромінювання $|S_\Sigma|^2$, коефіцієнтів спрямованого дії (D) і підсилення (G) щілини, порожнина якої заповнена діелектриком з параметрами $\varepsilon^v = 2,1$, $\text{tg} \delta^v = 10^{-4}$ наведені в Табл. 5.2, де також подано значення відповідних параметрів для порожньої щілини ($\varepsilon^v = 1$).

Таблиця 5.2

Характеристики електрично довгої щілини при збудженні різними типами хвиль

Тип хвилі	λ , мм	$\frac{l}{\lambda}$	$ S_\Sigma ^2$		D		G	
			$\varepsilon^v = 2,1$	$\varepsilon^v = 1$	$\varepsilon^v = 2,1$	$\varepsilon^v = 1$	$\varepsilon^v = 2,1$	$\varepsilon^v = 1$
H_{10}	32,0	40	0,94	0,97	135,8	50,3	128,0	48,7
H_{20}	17,1	74,9	0,82	0,98	279,6	117,7	229,8	117,3
H_{30}	11,56	110,7	0,76	0,99	425,2	210,1	324,4	210,0

Діаграми спрямованості щілини, заповненої діелектриком, при збудженні хвилями H_{10} , H_{20} і H_{30} наведено на Рис. 5.19. Наявність діелектрика в порожнині щілини дозволяє зменшити рівні бічних пелюсток і ширину головної пелюстки діаграм спрямованості. Для порівняння на Рис.5.19 наведені ДС порожньої щілини з такими ж розмірами. Вони мають значно більші рівні бічних пелюсток і більш широкі головні максимуми.

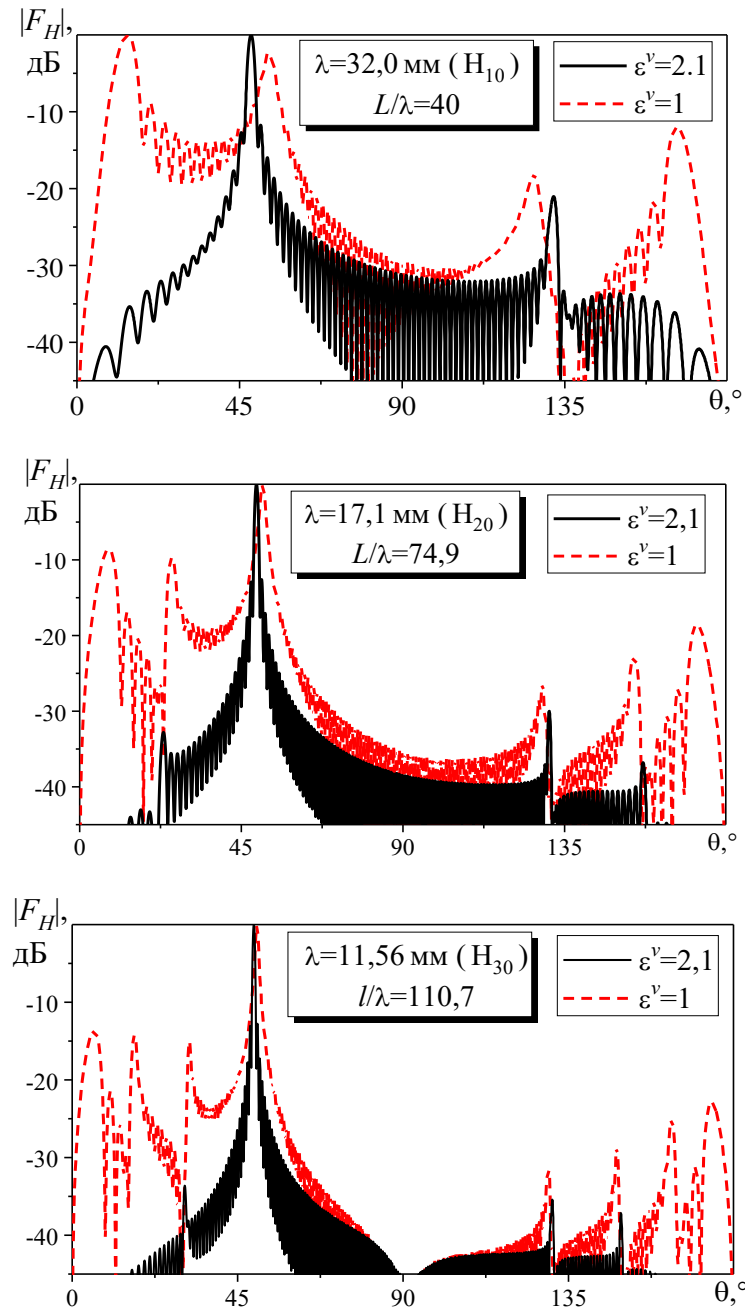


Рис. 5.19 Діаграми спрямованості багаточастотного щілинного випромінювача

Таким чином, заповнення порожнини електрично довгої щілини діелектриком дозволяє збільшити коефіцієнт спрямованої дії й коефіцієнт підсилення випромінювача, прорізаного у вузькій стінці прямокутного хвилеводу, збуджуваного як основним, так і вищими типами хвиль. Це дає можливість реалізувати на основі такої щілини багаточастотний випромінювач при збудженні хвилеводу декількома типами хвиль на різних частотах.

Висновки до розділу 5

У розділі побудовано математичну модель системи імпедансних вібраторних випромінювачів у вільному просторі при їх довільному збудженні, типі розподіленого поверхневого імпедансу і функціях розподілу імпедансу вздовж вібраторів, яка є основою для багатопараметричної оптимізації електродинамічних характеристик різноманітних багатoeлементних вібраторних структур.

Побудовано математичні моделі та досліджено електродинамічні характеристики комбінованих щілинно-вібраторних структур типу Ягі-Уда з імпедансними випромінювачами, що поєднують щілину, прорізану у стінці прямокутного хвилеводу та систему пасивних імпедансних вібраторів або монополів. Проведено оптимізацію параметрів випромінювачів з різною кількістю вібраторних елементів для досягнення максимального коефіцієнта спрямованої дії. Показано, що досліджувана структура дозволяє отримати діаграму спрямованості, подібну до ДС директорної антени (решітки Ягі-Уда). При цьому забезпечується добре узгодження з хвилевідним трактом ($K_{СХН} < 1,1$).

Запропоновано застосування комбінованих вібраторно-щілинних структур у якості двочастотних антен при діодній комутації активності їх щілинних і вібраторних елементів. Можливість такого застосування обґрунтована результатами числового моделювання в рамках теорії тонких лінійних випромінювачів. Установлено, що для альтернативного режиму антен доцільно вибирати довжину хвилі, що не відрізняється за величиною від довжини хвилі

основного режиму більш ніж на 25%. Показано, що максимуми ДС випромінювання структури «щілина + горизонтальний вібратор» зорієнтовані по нормалі до її апертури на обох частотах. На відміну від цього для структури «щілина + пара вертикальних вібраторів» максимуми ДС випромінювання зорієнтовані по нормалі до екрана на основній частоті й уздовж його площини на альтернативній.

Проаналізовано особливості формування полів випромінювання сполученою АР з елементів Клевіна, максимуми ДС якої можуть бути зорієнтовані по нормалі до її апертури на основній частоті й уздовж площини решітки на альтернативній. Виявлені особливості у формуванні полів випромінювання АР дозволяють використовувати розглянуті сполучені решітки з діодною комутацією як для горизонтального огляду півпростору на альтернативній частоті, так і для азимутального огляду на основній частоті. Відзначимо, що робочі довжини хвиль для основного й альтернативного режимів АР можуть бути обрані однаковими.

Показано, що заповнення порожнини електрично довгої щілини діелектриком дозволяє збільшити коефіцієнт спрямованої дії й коефіцієнт підсилення випромінювача, прорізаного у вузькій стінці прямокутного хвилеводу, збуджуваного як основним, так і вищими типами хвиль. Реалізовано на основі такої щілини багаточастотний випромінювач при збудженні хвилеводу хвилями H_{10} , H_{20} і H_{30} на різних частотах.

Результати цього розділу опубліковані в роботах автора [3, 5, 7, 12, 13, 27, 28, 59–62]

РОЗДІЛ 6

ІМПЕДАНСНИЙ СИНТЕЗ АНТЕННИХ РЕШІТОК

6.1 Аналітичне розв'язання задачі імпедансного синтезу для двовірної решітки із тонких вібраторів

Під задачею синтезу антенних решіток у загальному значенні розуміють визначення форми, розмірів решітки і визначення в її елементах амплітудно-фазового розподілу (АФР) струмів по заданій ДС випромінювання у хвильовій зоні [262]. У більшості випадків форму решітки вважають заздалегідь відомою, що спрощує розв'язання задачі й зводить його до визначення кількості випромінювачів, відстаней між ними й значень комплексних амплітуд струмів у випромінювачах. У цей час задачі синтезу АФР струмів досить добре вивчені теоретично, але, на жаль, у своїй більшості не дають відповіді на запитання про практичну реалізацію конкретної конструкції антеної решітки. Альтернативні задачі конструктивного синтезу (напевне, уперше розглянуті в [263]) поки мало висвітлені в літературних джерелах, оскільки вони є набагато складнішими задач синтезу у звичайній постановці. Ці задачі є, як правило, зворотними граничними задачами електродинаміки й з урахуванням виникаючих на практиці обмежень часто зводяться до нелінійних і багатоекстремумних задач. Це означає, що розв'язки задач стають можливими тільки за допомогою складних числових методів, результати яких не можуть бути безпосередньо покладені в основу алгоритмів керування випромінюванням решіток, наприклад, при забезпеченні просторового сканування їх ДС у хвильовій зоні. В останньому випадку актуальним для практики є одержання задовільних результатів розв'язання задач конструктивного синтезу в просторово-частотному поданні за допомогою аналітичних або числово-аналітичних методів.

З іншого боку, задачі конструктивного синтезу є актуальними при вирішенні питань електромагнітної сумісності в процесі створення електронної апаратури. Тут вивчаються особливості формування профілів полів як у хвильовий, так і

ближній зонах випромінювання, наприклад [264–267]. Відмітимо, що для типово складних структур, які містять кілька інтегральних схем, досить часто моделювання засноване на застосуванні дипольних масивів. Для розрахунків електромагнітного випромінювання в ближній зоні при цьому використовуються прямі числові методи, розроблені для частотно-часових даних. Однак, як зазначено в статті [265], екстраполяція методів на обчислення полів у хвильовій зоні має значні труднощі.

У випадку решіток з імпедансних вібраторів існує додаткова можливість керування кутами сканування максимуму ДС випромінювання решітки шляхом варіювання величин поверхневих імпедансів вібраторних елементів [27, 1], наявність яких змінює електричні довжини вібраторів, а, отже, і амплітудно-фазовий розподіл в решітці. Саме з таких позицій у розділі обґрунтовано можливість використання нового підходу до керування кутами сканування ДС випромінювання вібраторних решіток, в основі якого лежить метод імпедансного синтезу випромінювачів. Ідея методу виникла із задач аналізу решіток імпедансних вібраторів [1], а сам метод може розглядатися як розвиток методу синтезу антенних вібраторних решіток типу Ягі-Уда з реактивними навантаженнями, який розглянуто раніше в [268, 269].

6.1.1 Постановка задачі імпедансного синтезу

Розглянемо антенну решітку, які складається з декількох рядів лінійних симетричних імпедансних вібраторів, розташованих у вільному просторі з матеріальними параметрами $(\epsilon_1; \mu_1)$, у площині (xOz) декартової системи координат (x, y, z) як показано на Рис. 6.1.

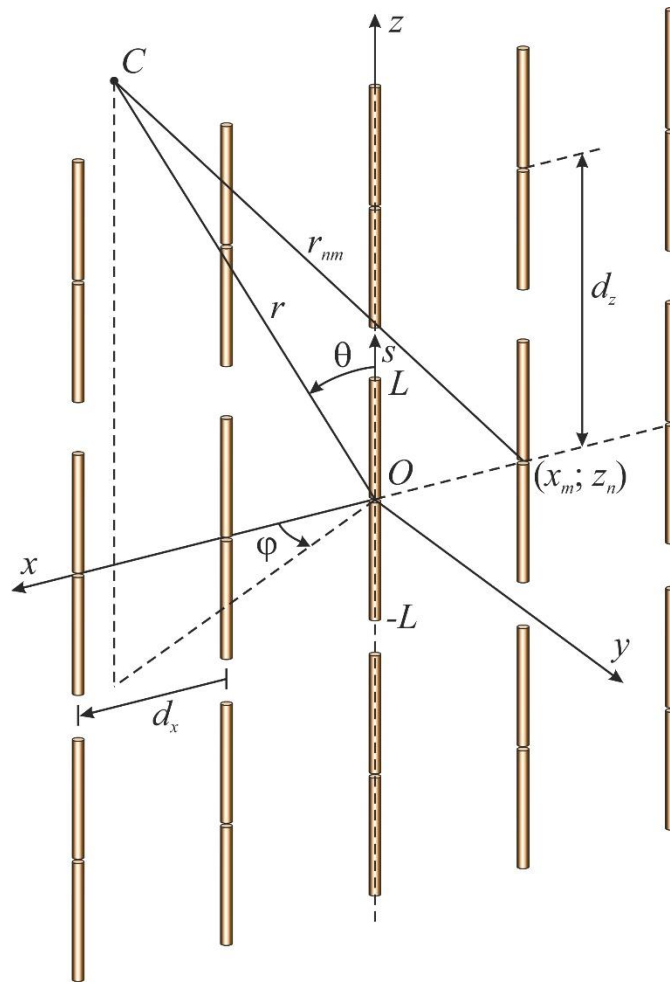


Рис. 6.1 Геометрія антенної решітки

Початок координат сполучимо із центром системи вібраторів. Нехай d_z – відстань між сусідніми рядами вібраторів; d_x – відстань між серединами вібраторів, розташованих в одному ряді; N_z – кількість рядів, а N_x – кількість вібраторів в одному ряді. Уведемо також сферичну систему координат, полярна вісь якої збігається з віссю $\{Oz\}$, а кут φ відлічується від осі $\{Ox\}$.

Не втрачаючи загальності вважаємо, що всі $N = N_z \times N_x$ вібраторів мають однакову довжину $2L$ й характеризуються, у загальному випадку, різними змінними імпедансами $\bar{Z}_{nm}(s)$, нормованими на $Z_0 = \sqrt{\mu_1/\epsilon_1}$ [Ом] – хвильовий опір середовища, де цілочислові індекси $n \in [1, N_z]$ і $m \in [1, N_x]$ відповідно. Також вважаємо, що ρ_{nm} – величини радіусів вібраторів задовольняють тонкодротовим

наближенням $\frac{\rho_{nm}}{2L} \ll 1$ і $\frac{\rho_{nm}\sqrt{\epsilon_1\mu_1}}{\lambda} \ll 1$, де λ – довжина хвилі у вільному просторі.

У випадку монохроматичного збудження вібраторів дельта-генераторами напруги із заданими амплітудами V_{nm} (при виборі залежності від часу t у вигляді $e^{i\omega t}$, де ω – кругова частота) для апроксимації їх поздовжніх електричних струмів $J_{nm}(s)$ можна використовувати вираз [1]:

$$J_{nm}(s) = -\frac{i\omega\epsilon_1\alpha V_{nm}}{2\tilde{k}_{nm}\cos\tilde{k}_{nm}L}\sin\tilde{k}_{nm}(L-|s|) = J_{nm}\sin\tilde{k}_{nm}(L-|s|), \quad (6.1)$$

де $\tilde{k}_{nm}^2(s) = k_1^2\left(1 + \frac{i2\alpha_{nm}}{k_1\rho_{nm}} \cdot \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \bar{Z}_{nm}(s)ds\right)$ – значення коефіцієнтів, усереднених по

довжині вібраторів, а J_{nm} – комплексні амплітуди струмів. Тут також

$\alpha_{nm} = \frac{1}{2\ln[\rho_{nm}/(2L)]}$ – природні малі параметри, $k_1 = k\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ і $k = \omega/c$ – хвильові

числа, а $c \approx 2.998 \cdot 10^{10}$ см/с – швидкість світла у вакуумі. Враховуючи вираз для струмів (6.1), можемо для хвильової зони записати основну компоненту електричного поля випромінювання вібратора з індексами (n, m) в такому вигляді:

$$\begin{aligned} E_{nm}^\theta &= \frac{60\pi i}{\lambda} \cdot \frac{e^{-ik_1r_{nm}}}{r_{nm}} \sin\theta \int_{-L}^L J_{nm}(s') e^{-ik_1s'\cos\theta} ds' = \\ &= \frac{120\pi i}{\lambda} \cdot \frac{e^{-ik_1r_{nm}}}{r_{nm}} J_{nm} \frac{\cos(k_1L\cos\theta) - \cos(\tilde{k}_{nm}L)}{\tilde{k}_{nm}^2 - (k_1\cos\theta)^2} \tilde{k}_{nm} \sin\theta. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Зауважимо, що в обраній системі координат (Рис.6.1) для одиночного вібратора компонента електричного поля у хвильовій зоні $E_\varphi = 0$ й $E_r = 0$. Припускаючи, що вібраторні випромінювачі в решітках є настроєними в резонанс за рахунок підбору внутрішніх опорів δ -генераторів, які дозволяють компенсувати їхній взаємний вплив, загальне поле випромінювання решітки $E_\theta(r, \theta, \varphi)$ дорівнює сумі полів випромінювання кожного вібратора з урахуванням фаз, з якими ці поля приходять у точку спостереження $C(r, \theta, \varphi)$:

$$E_{\theta}(r, \theta, \varphi) = \frac{120\pi i}{\lambda} \sum_{n=1}^{N_z} \sum_{m=1}^{N_x} \frac{e^{-ik_1 r_{nm}}}{r_{nm}} J_{nm} \frac{\cos(k_1 L \cos \theta) - \cos(\tilde{k}_{nm} L)}{\tilde{k}_{nm}^2 - (k_1 \cos \theta)^2} \tilde{k}_{nm} \sin \theta \quad (6.3)$$

Таким чином, задача імпедансного синтезу буде полягати в тому, щоб для заданого напрямку максимуму випромінювання решітки у хвильовій зоні $(\theta_{\max}, \varphi_{\max})$ на підставі (6.3) були визначені імпеданси $\bar{Z}_{nm}(s)$ для кожного її вібраторного елемента.

6.1.2 Розв'язок задачі імпедансного синтезу

Перш ніж безпосередньо розв'язати задачу імпедансного синтезу представимо вираз (6.2) для поля випромінювання ізолюваного вібратора в іншій формі:

$$E_{nm}^{\theta} = \frac{e^{-ik_1 r_{nm}}}{r_{nm}} \cdot \frac{60J_{nm}}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \sin \theta} \left[iFc(\theta) + \alpha_{nm} \bar{\beta}_{nm} \left(Fc(\theta) \frac{1 + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} - k_1 L \sin(k_1 L) \right) \right], \quad (6.4)$$

де $Fc(\theta) = \cos(k_1 L \cos \theta) - \cos(k_1 L)$ и $\bar{\beta}_{nm} = \frac{1}{2Lk_1 \rho_{nm}} \int_{-L}^L \bar{Z}_{nm}(s) ds$. Вираз (6.4) має

більш зручну для подальшого аналізу форму, де перший доданок у квадратних дужках визначає ДС ізолюваного ідеально провідного вібратора, а другий – зміни поля випромінювання вібратора, обумовлені його імпедансним покриттям.

Уводячи параметри $u = k_1 d_z \cos \theta$ й $v = k_1 d_x \sin \theta \cos \varphi$, можна врахувати геометричну різницю ходу хвиль від сусідніх вібраторів до точки спостереження $C(r, \theta, \varphi)$ у хвильовій зоні, і записати з урахуванням (6.4) вираз для поля $E_{\theta}(r, \theta, \varphi)$ в такому вигляді:

$$E_{\theta}(\theta, \varphi) = e^{-i(N_z+1)u/2} e^{-i(N_x+1)v/2} \frac{60iFc(\theta)}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \sin \theta} \times \sum_{n=1}^{N_z} \sum_{m=1}^{N_x} J_{nm} \left[1 - i\alpha_{nm} \bar{\beta}_{nm} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{k_1 L \sin(k_1 L)}{Fc(\theta)} \right) \right] e^{i(nu+mv)} \quad (6.5)$$

У випадку ідеально провідних вібраторів $\bar{\beta}_{nm} = \bar{Z}_{nm}(s) = 0$ і в припущенні рівності всіх амплітуд струмів вібраторів між собою $J_{nm} = J_0$, вираз (6.5) спрощується до вигляду:

$$E_\theta(\theta, \varphi) = e^{-i(N_z+1)u/2} e^{-i(N_x+1)v/2} \frac{60iFc(\theta)J_0}{\sqrt{\epsilon_1\mu_1} \sin \theta} \sum_{n=1}^{N_z} e^{inu} \sum_{m=1}^{N_x} e^{imv}, \quad (6.6)$$

згідно з яким максимум ДС решітки буде визначаться одночасною рівністю нулю параметрів $u = v = 0$ і відповідати напрямку осі $\{0y\}$ ($\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi/2$). Відмітимо, що вираз (6.6) являє собою класичний добуток двох множників у вигляді незалежних рядів, перший з яких описує ДС лінійної решітки вібраторних випромінювачів (вісь якої збігається з віссю $\{0z\}$), а другий – ДС лінійки елементів (вісь якої збігається з віссю $\{0x\}$).

Із загальної теорії антенних решіток відомо (наприклад, [257]), що наявність лінійного фазового зсуву між струмами однакової амплітуди у випромінювачах решітки приводить до повороту її ДС випромінювання в просторі. Якщо зсув фаз між сусідніми рядками дорівнює $-\Delta u$, а між сусідніми стовпцями $-\Delta v$, напрямок максимального випромінювання решітки $(\theta_{\max}; \varphi_{\max})$ буде визначаться кутами зі співвідношень:

$$\cos \theta_{\max} = \Delta u / k_1 d_z \quad \text{и.} \quad \sin \theta_{\max} \cos \varphi_{\max} = \Delta v / k_1 d_x \quad (6.7)$$

У цьому випадку вираз (6.6) можна записати як:

$$E_\theta(\theta, \varphi) = e^{-i(N_z+1)u/2} e^{-i(N_x+1)v/2} \frac{60iFc(\theta)J_0}{\sqrt{\epsilon_1\mu_1} \sin \theta} \sum_{n=1}^{N_z} \sum_{m=1}^{N_x} e^{i(nu+mv)} e^{-i[(n-1)\Delta u + (m-1)\Delta v]}. \quad (6.8)$$

Як видно з наведених формул вирази (6.5) і (6.8) будуть тотожними, якщо зажадати виконання для всіх значень індексів n і m наступних співвідношень:

$$1 - e^{-ik_1[(n-1)d_z \cos \theta + (m-1)d_x \sin \theta \cos \varphi]} = i\alpha_{nm} \bar{\beta}_{nm} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{k_1 L \sin(k_1 L)}{Fc(\theta)} \right) \Bigg|_{\theta=\theta_{\max}; \varphi=\varphi_{\max}}. \quad (6.9)$$

За своєю суттю, співвідношення (6.9) при заданих кутах $(\theta_{\max}; \varphi_{\max})$ є рівняннями сканування променя, з яких однозначно може бути визначена матриця розв'язків для невідомих $\{\bar{\beta}_{nm}\}$.

Ведемо позначення $\gamma_{nm} = [(n-1)d_z \cos \theta_{\max} + (m-1)d_x \sin \theta_{\max} \cos \varphi_{\max}]$ й (не втрачаючи загальності підходу) припустимо, що імпеданси вібраторів є різними, але постійними уздовж поздовжніх осей вібраторів комплексними величинами $\bar{Z}_{nm} = \bar{R}_{nm} + i\bar{X}_{nm}$. Тоді рівняння (6.9) можуть бути записані в наступному вигляді:

$$1 - e^{-ik_1 \gamma_{nm}} = i\alpha_{nm} \frac{\bar{R}_{nm} + i\bar{X}_{nm}}{k_1 \rho_{nm}} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta_{\max}}{\sin^2 \theta_{\max}} - \frac{k_1 L \sin(k_1 L)}{Fc(\theta_{\max})} \right). \quad (6.10)$$

Для середовищ без втрат (враховуючи, що α_{nm} є дійсним параметром) на підставі (6.10) одержимо підсумкові розрахункові формули для дійсних і уявних частин поверхневих імпедансів вібраторних випромінювачів:

$$\begin{aligned} \bar{R}_{nm} &= \frac{k_1 \rho_{nm} \sin(k_1 \gamma_{nm})}{\alpha_{nm} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta_{\max}}{\sin^2 \theta_{\max}} - \frac{k_1 L \sin(k_1 L)}{Fc(\theta_{\max})} \right)}; \\ \bar{X}_{nm} &= \frac{-k_1 \rho_{nm} [1 - \cos(k_1 \gamma_{nm})]}{\alpha_{nm} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta_{\max}}{\sin^2 \theta_{\max}} - \frac{k_1 L \sin(k_1 L)}{Fc(\theta_{\max})} \right)}. \end{aligned} \quad n=1, 2 \dots N_z; \quad m=1, 2 \dots N_x; \quad (6.11)$$

Слід зазначити, що формули (6.11) і співвідношення (6.9), з яких вони отримані, залишаються справедливими для будь-якої кількості вібраторів у системі й довільної відстані між вібраторами. Однак при цьому обчислені значення імпедансів $\bar{Z}_{nm} = \bar{R}_{nm} + i\bar{X}_{nm}$ (обумовлені тут як ефективні фізичні величини) у загальному випадку не можуть гарантувати позитивність їх реальних частин: $\bar{R}_{nm} \geq 0$. А саме ця умова, висунута з енергетичних міркувань, визначає можливість практичної реалізації $\bar{Z}_{nm} = \bar{R}_{nm} + i\bar{X}_{nm}$ у вигляді традиційного внутрішнього імпедансу вібратора.

Таким чином, у розділі з єдиної методологічної позиції, що базується на імпедансній концепції, запропоновано новий метод імпедансного синтезу ДС

випромінювання в теорії лінійних вібраторних решіток. За допомогою операції часткового усереднення інтегро-диференціального рівняння попередньо отримано наближений розв'язок (у формі єдиної функціональної залежності) для струму в тонкому вібраторі зі змінним імпедансом. З розв'язку безпосередньо випливає, що імпедансне покриття одиночного симетричного тонкого вібратора, збуджуваного в центрі δ -генератором напруги, впливає на форму його ДС випромінювання у хвильовій зоні прямо пропорційно добутку малого природнього параметра задачі. Особливість розв'язку полягає в тому, що змінний імпеданс у ньому враховується у вигляді усередненого по довжині вібратора інтегрального коефіцієнта. Такий підхід виявляється методологічно загальним для випромінювачів з імпедансними покриттями різних конфігурацій і (або) різними розподілами зосереджених імпедансів. Він однозначно дозволяє встановити еквівалентність впливу на форму ДС випромінювання вібратора змінних імпедансів з різними видами розподілів уздовж його поздовжньої осі, за умови рівності їх середніх значень. При цьому отримано розв'язок задачі імпедансного синтезу для решітки з подвійною періодичністю в аналітичному вигляді. Отримано аналітичні вирази, які дозволяють безпосередньо розраховувати значення імпедансів кожного з вібраторів, що забезпечують можливість повернути максимум ДС антени у хвильовій зоні в заданому напрямку. Такі формули можуть скласти основу затребуваним на практиці алгоритмам керування випромінюванням решіток, наприклад, при забезпеченні просторового сканування їх ДС.

6.2 Розв'язок задачі імпедансного синтезу для дифракційних вібраторних решіток

Основна функціональна перевага антенних решіток полягає в можливості електронного сканування променя їх ДС випромінювання у всьому просторі або його секторі [262, 270, 271]. Керування таким скануванням може бути як безперервним, так і дискретним залежно від режиму зміни керуючого сигналу. У другому випадку, коли для керування використовується дискретно-комутаційний

спосіб, решітки називаються антенами з комутаційним скануванням. Так само як і інші, такі антени різняться за типом застосовуваного збудження їх елементів. Зокрема, актуальним для сучасної практики залишається аналіз решіток із просторовим збудженням (збудженням оптичного типу) або дифракційних решіток.

Зрозуміло, дифракційні решітки з комутаційним скануванням можуть бути реалізовані з різними типами елементів, у тому числі й з імпедансними вібраторами. Однак, в останньому випадку існує додаткова можливість використання як керуючого фактору - варіювання величин поверхневих імпедансів вібраторних елементів, наявність яких змінює електричні довжини вібраторів, а, отже, і амплітудно-фазовий розподіл у решітці. Саме з таких позицій у попередньому підрозділі досліджено антенні вібраторні решітки, де була обґрунтована можливість застосування методу імпедансного синтезу випромінювачів у керуванні кутами сканування максимуму ДС випромінювання. Причому для симетричного збудження вібраторів дельта-генераторами напруги й еквідистантної геометрії лінійних решіток задача імпедансного синтезу була вирішена в аналітичному вигляді. Метою цього підрозділу є узагальнення методики аналітичного розв'язку задачі імпедансного синтезу на випадок двовимірних площинних дифракційних вібраторних решіток.

6.2.1 Постановка задачі імпедансного синтезу для дифракційної решітки

Розглянемо дифракційну антенну решітку, яка містить кілька рядів лінійних імпедансних вібраторів, розташованих у безмежному середовищі з матеріальними параметрами $(\epsilon_1; \mu_1)$, у площині (xOz) декартової системи координат (x, y, z) як показано на Рис. 6.2. Початок координат сполучимо із центром системи вібраторів. Нехай d_z – відстань між сусідніми рядами вібраторів; d_x – відстань між серединами вібраторів, розташованих в одному ряді; N_z – кількість рядів, а

N_x – кількість вібраторів в одному ряді. Уведемо також сферичну систему координат, полярна вісь якої збігається з віссю $\{0z\}$, а кут φ відлічується від осі $\{0x\}$.

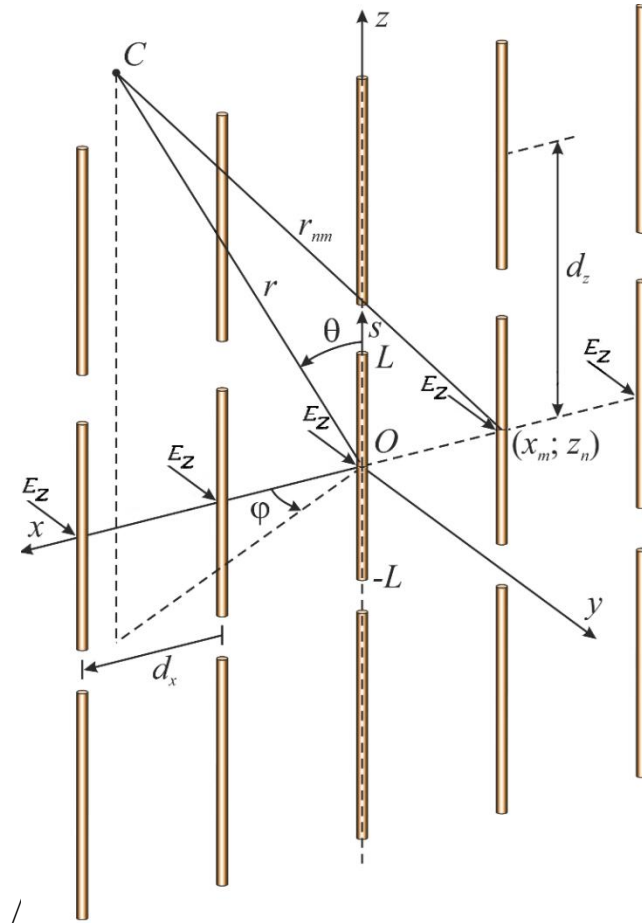


Рис. 6.2 Геометрія дифракційної решітки

Не втрачаючи загального підходу вважаємо, що вібратори $N = N_z \times N_x$ мають однакову довжину $2L$ й характеризуються, у загальному випадку, різними постійними імпедансами \bar{Z}_{nm} , нормованими на $Z_0 = \sqrt{\mu_1/\epsilon_1}$ [Ом] – хвильовий опір середовища, де $n \in [1, N_z]$ й $m \in [1, N_x]$ відповідно. Також вважаємо, що ρ_{nm} – радіуси вібраторів задовольняють тонкодротовим наближенням $\frac{\rho_{nm}}{2L} \ll 1$ і

$\frac{\rho_{nm} \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}{\lambda} \ll 1$, де λ – довжина хвилі у вільному просторі. Розглянемо випадок

монохроматичного збудження вібраторів плоскою поляризованою хвилею $E_z = E_0 e^{ik_1 y}$, що падає нормально на решітку з півпростору $y \leq 0$ (Рис. 6.2) при виборі залежності від часу t у вигляді $e^{i\omega t}$, де ω – кругова частота. Тут $k_1 = k\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ і $k = \omega/c$ – хвильові числа, а $c \approx 2,998 \cdot 10^{10}$ см/с – швидкість світла у вакуумі. Тоді для апроксимації поздовжніх електричних струмів $J_{nm}(s)$ у вібраторних елементах решітки можна використовувати вираз для їхнього нульового наближення (пропорційного першій степені природнього малого параметра α) з [1]:

$$J_{nm}(s) = -\alpha_{nm} \frac{i\omega}{k_1 \tilde{k}_{nm}} E_0 \frac{\cos \tilde{k}_{nm} s - \cos \tilde{k}_{nm} L}{\cos \tilde{k}_{nm} L + \alpha_{nm} P^s(k_1 \rho_{nm}, k_1 L)}, \quad (6.12)$$

де $P^s(k_1 \rho_{nm}, k_1 L) = \cos k_1 L [2 \ln 2 - \gamma_{nm}(L) - (1/2) \text{Cin}(2k_1 L) - (i/2) \text{Si}(4k_1 L)] +$
 $+\sin k_1 L [(1/2) \text{Si}(4k_1 L) - (i/2) \text{Cin}(4k_1 L)],$

$\tilde{k}_{nm}^2(s) = k_1^2 \left(1 + \frac{i2\alpha_{nm}}{k_1 \rho_{nm}} \bar{Z}_{nm} \right)$ – уведені коефіцієнти, $\alpha_{nm} = \frac{1}{2 \ln[\rho_{nm} / (2L)]}$ – природні

малі параметри, $\gamma_{nm}(L) = \ln \frac{\rho_{nm} [2L + \sqrt{4L^2 + \rho_{nm}^2}]}{4L^2}$, $\text{Si}(x)$ і $\text{Cin}(x)$ – інтегральні синус

і косинус комплексного аргументу. При записі (6.12) покладалося:

$$\begin{aligned} \alpha_{nm} \int_{-L}^L \frac{e^{-ik_1 \sqrt{(L-s)^2 + \rho_{nm}^2}}}{\sqrt{(L-s)^2 + \rho_{nm}^2}} \cos \tilde{k}_{nm} s ds &\approx \alpha_{nm} \int_{-L}^L \frac{e^{-ik_1 \sqrt{(L-s)^2 + \rho_{nm}^2}}}{\sqrt{(L-s)^2 + \rho_{nm}^2}} [\cos(k_1 s) - ik_1 L s \alpha_{nm} \bar{\beta}_{nm} \sin(k_1 s)] ds \\ &\approx \alpha_{nm} \int_{-L}^L \frac{e^{-ik_1 \sqrt{(L-s)^2 + \rho_{nm}^2}}}{\sqrt{(L-s)^2 + \rho_{nm}^2}} \cos(k_1 s) ds. \end{aligned}$$

Враховуючи струмове подання (6.12), можемо для хвильової зони записати вираз для основної компоненти електричного поля перевипромінювання вібратора з індексами (n, m) в наступному вигляді:

$$E_{nm}^{\theta} = \frac{60\pi i}{\lambda} \cdot \frac{e^{-ik_1 r_{nm}}}{r_{nm}} \sin \theta \int_{-L}^L J_{nm}(s) e^{isk_1 \cos \theta} ds = 120\pi \frac{e^{-ik_1 r_{nm}}}{\lambda k_1^2 r_{nm}} \cdot \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{\alpha_{nm} \omega E_0 \sin \theta}{\tilde{k}_{nm}^2 - k_1^2 \cos^2 \theta} \quad (6.13)$$

$$\times \frac{k_1 \cos \theta \sin(\tilde{k}_{nm} L) \cos(k_1 L \cos \theta) - \tilde{k}_{nm} \cos(\tilde{k}_{nm} L) \sin(k_1 L \cos \theta)}{\cos \tilde{k}_{nm} L + \alpha_{nm} P^s[k_1 \rho_{nm}, k_1 L]}.$$

Зауважимо, що в обраній системі координат (Рис. 6.2) для одиночного вібратора компонента електричного поля у хвильовій зоні $E_{\varphi} = 0$ й $E_r = 0$. Припускаючи, що у хвильовій зоні загальне поле перевипромінювання дифракційної решітки $E_{\theta}(r, \theta, \varphi)$ дорівнює сумі полів вторинного випромінювання кожного вібратора з урахуванням фаз, з якими ці поля приходять у точку спостереження $C(r, \theta, \varphi)$, можна записати:

$$E_{\theta}(r, \theta, \varphi) = \frac{120\pi \omega E_0 \sin \theta}{\lambda k_1^2 \cos \theta} \sum_{n=1}^{N_z} \sum_{m=1}^{N_x} \frac{e^{-ik_1 r_{nm}}}{r_{nm}} \cdot \frac{\alpha_{nm}}{\tilde{k}_{nm}^2 - k_1^2 \cos^2 \theta} \quad (6.14)$$

$$\times \frac{k_1 \cos \theta \sin(\tilde{k}_{nm} L) \cos(k_1 L \cos \theta) - \tilde{k}_{nm} \cos(\tilde{k}_{nm} L) \sin(k_1 L \cos \theta)}{\cos \tilde{k}_{nm} L + \alpha_{nm} P^s[k_1 \rho_{nm}, k_1 L]}.$$

Задача синтезу буде полягати в тому, щоб для заданого напрямку максимуму вторинного випромінювання дифракційної решітки у хвильовій зоні $(\theta_{\max}, \varphi_{\max})$ на підставі (6.14) були визначені імпеданси \bar{Z}_{nm} для кожного вібраторного елемента.

6.2.2 Розв'язок задачі імпедансного синтезу

Подамо вираз (6.13) для поля вторинного випромінювання ізолюваного вібратора в іншій формі. Тобто, враховуючи коректність співвідношень $\tilde{k}_{nm} \approx k_1(1 + i\alpha_{nm}\bar{\beta}_{nm})$ і $\tilde{k}_{nm}^2 - k_1^2 \cos^2 \theta = k_1^2(\sin^2 \theta + 2i\alpha_{nm}\bar{\beta}_{nm})$ у зв'язку з малістю параметра α , а також подань тригонометричних функцій $\sin(\tilde{k}_{nm} L) \approx \sin(k_1 L) + ik_1 L \alpha_{nm} \bar{\beta}_{nm} \cos(k_1 L)$ і

$\cos(\tilde{k}_{nm}L) \approx \cos(k_1L) - ik_1L\alpha_{nm}\bar{\beta}_{nm}\sin(k_1L)$ з точністю до членів порядку α^2 , можна записати як:

$$E_{nm}^\theta = 120\pi \frac{e^{-ik_1r_{nm}}}{\lambda k_1^3 r_{nm}} \cdot \frac{\alpha_{nm}\omega E_0}{\cos\theta \sin^3\theta} \left(f_1(\theta) \sin^2\theta + i\alpha_{nm}\bar{\beta}_{nm} [f_2(\theta) \sin^2\theta - 2f_1(\theta)] \right), \quad (6.15a)$$

де

$$f_1(\theta) = \frac{\cos\theta \sin(k_1L) \cos(k_1L \cos\theta) - \cos(k_1L) \sin(k_1L \cos\theta)}{\cos \tilde{k}_{nm}L + \alpha_{nm}P^s[k_1\rho_{nm}, k_1L]}, \quad \bar{\beta}_{nm} = \frac{\bar{Z}_{nm}}{k_1\rho_{nm}};$$

$$f_2(\theta) = \frac{k_1L \cos\theta \cos(k_1L) \cos(k_1L \cos\theta) + \sin(k_1L \cos\theta) [k_1L \sin(k_1L) - \cos(k_1L)]}{\cos \tilde{k}_{nm}L + \alpha_{nm}P^s[k_1\rho_{nm}, k_1L]}.$$

Або, уводячи позначення

$$C_{nm} = \cos(k_1L) + \alpha_{nm} \operatorname{Re}(P^s[k_1\rho_{nm}, k_1L]),$$

$$\tilde{f}_1(\theta) = \cos\theta \sin(k_1L) \cos(k_1L \cos\theta) - \cos(k_1L) \sin(k_1L \cos\theta);$$

$$\tilde{f}_2(\theta) = k_1L \cos\theta \cos(k_1L) \cos(k_1L \cos\theta) + \sin(k_1L \cos\theta) [k_1L \sin(k_1L) - \cos(k_1L)]$$

у наступному вигляді:

$$E_{nm}^\theta = 120\pi \frac{e^{-ik_1r_{nm}}}{\lambda k_1^3 r_{nm}} \cdot \frac{\alpha_{nm}\omega E_0}{C_{nm} \cos\theta \sin\theta} \left\{ \begin{aligned} &\tilde{f}_1(\theta) - i\alpha_{nm} \frac{\tilde{f}_1(\theta)}{C_{nm}} \operatorname{Im}(P^s[k_1\rho_{nm}, k_1L]) \\ &+ i\alpha_{nm}\bar{\beta}_{nm} \left[\frac{\tilde{f}_2(\theta) \sin^2\theta - 2\tilde{f}_1(\theta)}{\sin^2\theta} + \frac{\tilde{f}_1(\theta)}{C_{nm}} k_1L \sin(k_1L) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6.15b)$$

Вираз (6.15b) має більш зручну для подальшого аналізу форму оскільки перші два доданки у фігурних дужках визначають ДС вторинного випромінювання ізолюваного ідеально провідного вібратора, а третій – зміни цього поля, обумовлені імпедансним покриттям вібратора.

Уводячи параметри $u = k_1d_z \cos\theta$ й $v = k_1d_x \sin\theta \cos\phi$ можна врахувати геометричну різницю ходу хвиль від сусідніх вібраторів до точки спостереження $C(r, \theta, \phi)$ у хвильовій зоні, і записати (згідно [27, 257, 272]) з урахуванням (6.15b)

вираз для загального вторинного поля випромінювання $E_\theta(\theta, \varphi)$ в наступному вигляді:

$$E_\theta(\theta, \varphi) = \frac{120\pi\omega E_0}{k_1^3 \lambda \cos \theta \sin \theta} e^{-i(N_z+1)u/2} e^{-i(N_x+1)v/2} \sum_{n=1}^{N_z} \sum_{m=1}^{N_x} \frac{\alpha_{nm}}{C_{nm}} e^{i(nu+mv)} \times \left\{ \begin{aligned} &\tilde{f}_1(\theta) - i\alpha_{nm} \frac{\tilde{f}_1(\theta)}{C_{nm}} \text{Im}(P^s[k_1 \rho_{nm}, k_1 L]) \\ &+ i\alpha_{nm} \bar{\beta}_{nm} \left[\frac{\tilde{f}_2(\theta) \sin^2 \theta - 2\tilde{f}_1(\theta)}{\sin^2 \theta} + \frac{\tilde{f}_1(\theta)}{C_{nm}} k_1 L \sin(k_1 L) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6.16)$$

У випадку ідеально провідних елементів решітки $\bar{\beta}_{nm} = \bar{Z}_{nm} = 0$ й виконанні умови рівності всіх амплітуд струмів у вібраторах між собою

$$J_{nm} = J_0 = \frac{120\pi\alpha\omega E_0}{Ck_1^3 \lambda} \left[1 - i\frac{\alpha}{C} \text{Im}(P^s[k_1 \rho, k_1 L]) \right], \text{ а також рівності } \alpha_{nm} = \alpha, \rho_{nm} = \rho,$$

$C = C_{nm}|_{\alpha_{nm}=\alpha, \rho_{nm}=\rho}$, вираз (6.16) спрощується до вигляду:

$$E_\theta(\theta, \varphi) = J_0 e^{-i(N_z+1)u/2} e^{-i(N_x+1)v/2} \frac{\tilde{f}_1(\theta)}{\cos \theta \sin \theta} \sum_{n=1}^{N_z} \sum_{m=1}^{N_x} e^{i(nu+mv)}, \quad (6.17)$$

згідно з яким максимум ДС решітки буде визначаться одночасною рівністю нулю параметрів $u = v = 0$ і відповідати напрямку осі $\{0y\}$ ($\theta = \pi/2, \varphi = \pi/2$). Відмітимо, що у виразі (6.17) загальний множник решітки являє собою класичний добуток двох співмножників у вигляді незалежних рядів, перший з яких описує ДС вторинного випромінювання лінійної решітки вібраторних випромінювачів (вісь якої збігається з віссю $\{0z\}$), а другий – діаграму лінійки елементів (вісь якої збігається з віссю $\{0x\}$).

Із загальної теорії решіток відомо, що наявність лінійного фазового зсуву між струмами однакової амплітуди у випромінювачах решіток приводить до повороту її ДС випромінювання в просторі. Якщо зсув фаз між сусідніми стовпцями дорівнює $-\Delta u$, а між сусідніми рядками $-\Delta v$, напрямок максимального

випромінювання дифракційної решітки $(\theta_{\max}; \varphi_{\max})$ буде визначатися кутами з наступних співвідношень:

$$\cos \theta_{\max} = \Delta u / k_1 d_z \quad \text{и} \quad \sin \theta_{\max} \cos \varphi_{\max} = \Delta v / k_1 d_x \quad (6.18)$$

Враховуючи (6.18) вираз (6.17) можна подати у вигляді:

$$E_{\theta}(\theta, \varphi) = J_0 e^{-i(N_z+1)u/2} e^{-i(N_x+1)v/2} \frac{\tilde{f}_1(\theta)}{\cos \theta \sin \theta} \sum_{n=1}^{N_z} \sum_{m=1}^{N_x} e^{i(nu+mv)} e^{-i[(n-1)\Delta u + (m-1)\Delta v]}. \quad (6.19)$$

Як видно з наведених формул, вирази (6.16) і (6.19) будуть тотожними, якщо зажадати виконання для всіх значень індексів n і m наступних співвідношень:

$$\begin{aligned} & e^{-ik_1[(n-1)d_z \cos \theta + (m-1)d_x \sin \theta \cos \varphi]} - 1 = \\ & = i\alpha \bar{\beta}_{nm} \frac{C\tilde{f}_2(\theta) \sin^2 \theta - \tilde{f}_1(\theta) [2C - k_1 L \sin(k_1 L) \sin^2 \theta]}{\tilde{f}_1(\theta) \sin^2 \theta [C - i\alpha \operatorname{Im}(P^s[k_1 \rho, k_1 L])]} \Big|_{\theta=\theta_{\max}; \varphi=\varphi_{\max}}, \end{aligned} \quad (6.20)$$

Співвідношення (6.20) при заданих кутах $(\theta_{\max}; \varphi_{\max})$ є рівняннями, з яких однозначно може бути визначена матриця розв'язків для невідомих $\{\bar{\beta}_{nm}\}$.

Введемо позначення для фазового параметра $\chi_{nm} = [(n-1)d_z \cos \theta_{\max} + (m-1)d_x \sin \theta_{\max} \cos \varphi_{\max}]$, реального функціонального множника $D = \frac{C\tilde{f}_2(\theta) \sin^2 \theta - \tilde{f}_1(\theta) [2C - k_1 L \sin(k_1 L) \sin^2 \theta]}{\tilde{f}_1(\theta) \sin^2 \theta} \Big|_{\theta=\theta_{\max}}$ й

$\bar{Z}_{nm} = \bar{R}_{nm} + i\bar{X}_{nm}$, де \bar{R}_{nm} –реальні, а \bar{X}_{nm} – уявні частини імпедансів. Тоді рівняння (6.20) можуть бути записані в наступному вигляді:

$$1 - e^{-ik_1 \chi_{nm}} = -i\alpha \frac{\bar{R}_{nm} + i\bar{X}_{nm}}{k_1 \rho} \frac{D}{C - i\alpha \operatorname{Im}(P^s[k_1 \rho, k_1 L])}. \quad (6.21)$$

Для середовищ без втрат (враховуючи, що α є дійсним параметром) співвідношення (6.21) можна переписати у вигляді:

$$\frac{i\alpha D \bar{R}_{nm} - \alpha D \bar{X}_{nm}}{k_1 \rho} = -[1 - \cos(k_1 \chi_{nm}) + i \sin(k_1 \chi_{nm})] \times [C - i\alpha \operatorname{Im}(P^s[k_1 \rho, k_1 L])]. \quad (6.22)$$

Враховуючи подання для C зі співвідношень (6.15а), з (6.22) одержуємо тотожність:

$$\frac{i\alpha D\bar{R}_{nm} - \alpha D\bar{X}_{nm}}{k_1\rho} - [1 - \cos(k_1\chi_{nm})] \times [\cos(k_1L) + \alpha \operatorname{Re}(P^s[k_1\rho, k_1L])] - \alpha \sin(k_1\chi_{nm}) \operatorname{Im}(P^s[k_1\rho, k_1L]) \quad (6.23)$$

$$- i \sin(k_1\chi_{nm}) [\cos(k_1L) + \alpha \operatorname{Re}(P^s[k_1\rho, k_1L])] + i\alpha \operatorname{Im}(P^s[k_1\rho, k_1L]) [1 - \cos(k_1\chi_{nm})],$$

Далі, вводячи позначення з (6.12) для реальної й уявної частин функціонала $P^s[k_1\rho_{nm}, k_1L]$:

$$\operatorname{Re}(P^s) = \cos k_1L [2 \ln 2 - \gamma_{nm}(L) - (1/2) \operatorname{Cin}(2k_1L)] + (1/2) \operatorname{Si}(4k_1L) \sin k_1L, \quad (6.24)$$

$$\operatorname{Im}(P^s) = -(1/2) [\operatorname{Si}(4k_1L) \cos k_1L + \operatorname{Cin}(4k_1L) \sin k_1L],$$

співвідношення (6.23) можна подати у вигляді:

$$\frac{i\alpha D\bar{R}_{nm} - \alpha D\bar{X}_{nm}}{k_1\rho} = -[1 - \cos(k_1\chi_{nm})] \times [\cos(k_1L) + \alpha \operatorname{Re}(P^s)] - \alpha \sin(k_1\chi_{nm}) \operatorname{Im}(P^s) \quad (6.25)$$

$$- i \sin(k_1\chi_{nm}) [\cos(k_1L) + \alpha \operatorname{Re}(P^s)] + i\alpha \operatorname{Im}(P^s) [1 - \cos(k_1\chi_{nm})],$$

На підставі (6.25) одержимо підсумкові розрахункові формули для дійсних і уявних частин поверхневих імпедансів вібраторних елементів решітки:

$$\bar{R}_{nm} = \frac{k_1\rho}{\alpha D} \left\{ \begin{array}{l} \alpha \operatorname{Im}(P^s) [1 - \cos(k_1\chi_{nm})] \\ - \sin(k_1\chi_{nm}) [\cos(k_1L) + \alpha \operatorname{Re}(P^s)] \end{array} \right\}, \quad n = 1, 2 \dots N_x; \quad (6.26)$$

$$\bar{X}_{nm} = \frac{k_1\rho}{\alpha D} \left\{ \begin{array}{l} \alpha \sin(k_1\chi_{nm}) \operatorname{Im}(P^s) \\ + [1 - \cos(k_1\chi_{nm})] \times [\cos(k_1L) + \alpha \operatorname{Re}(P^s)] \end{array} \right\}, \quad m = 1, 2 \dots N_y.$$

Повне поле $E_z^\theta(r, \theta, \varphi)$ у верхньому півпросторі над решіткою можна описати у вигляді суми поля падаючої плоскої хвилі (поля збудження) і дифрагованого поля від решітки (поля вторинного випромінювання). З урахуванням (6.15) це подання можна записати в такому вигляді:

$$E_{\Sigma}^{\theta}(r, \theta, \varphi) = E_0 e^{-ik_1 r \cos \theta} + \sum_{n=1}^{N_z} \sum_{m=1}^{N_x} E_{nm}^{\theta}, \quad (6.27)$$

з якого випливає, що формування спрямованості поля у хвильовій зоні визначається тільки його дифракційною складовою.

6.2.3 Результати числового моделювання

Коли електромагнітна хвиля зустрічається з перешкодою, розміри якої порівнянні з довжиною хвилі (у середовищі поширення), вона зазнає просторового розсіювання. Якщо перешкода характеризується періодичними змінами якого-небудь параметра, який впливає на процес поширення хвилі, її енергія розсіюється в різних дискретних напрямках (порядках дифракції). Для аналізу основного порядку дифракції в таких структурах звичайно використовують матриці розсіювання, що включають у себе енергетичні коефіцієнти відбиття й проходження [273]. Однак при цьому ключовим етапом залишається дослідження для структур їх дифракційних характеристик, які піддані змінам за допомогою методу імпедансного синтезу. Тому далі при моделюванні решітки будуть аналізуватися саме ці характеристики.

Як приклад, розглянемо решітку із двадцяти п'яти ($N = 25$, $N_x = 5$, $N_z = 5$) симетричних резонансних імпедансних вібраторів ($2L = 0,4908\lambda$) з однаковими радіусами ($\rho_{nm} = L/75$), для якої в передньому півпросторі ($0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$, Рис. 6.2) необхідно за допомогою добору величин імпедансів (6.26) на кожному вібраторі сформувати максимум ДС випромінювання в напрямку заданих кутів $(\theta_{\max}; \varphi_{\max})$. Після процедури синтезу імпедансів, використовуючи (6.27), перевіряється одержана форма ДС розсіювання решітки. Слід зауважити, що формули (6.26) і співвідношення (6.20), з яких вони отримані, залишаються справедливими для будь-якої кількості вібраторів у решітці і довільної відстані між ними. Однак при цьому обчислені значення імпедансів $\bar{Z}_{nm} = \bar{R}_{nm} + i\bar{X}_{nm}$

(6.26) у загальному випадку не можуть гарантувати позитивність їх реальних частин: $\bar{R}_{nm} \geq 0$ (вимогу, яка висувається з енергетичних міркувань). Тому отримані імпеданси з $\bar{R}_{nm} < 0$ тут потрібно інтерпретувати як ефективні фізичні величини [272], які можуть бути реалізовані тільки в результаті електродинамічних впливів на вібратор додатково внесених розсіювачів.

Результати числових розрахунків подамо для двох решіток з різними геометричними структурами: у випадку вибору $d_z = 0,5\lambda$, $d_x = 0,5\lambda$ і у випадку $d_z = 0,5\lambda$ й $d_x = 0,25\lambda$. У розрахунках (для наочності) розглянемо зміни кута $(\theta_{\max}; \varphi_{\max})$, симетричні щодо нормалі $(\theta = 90^\circ; \varphi = 90^\circ)$, куди спрямована ДС розсіювання решітки у випадку ідеально провідних вібраторів.

На Рис. 6.3 для $d_z = 0,5\lambda$, $d_x = 0,5\lambda$ наведено перерізи нормованих ДС розсіювання решітки (6.27) при відхиленнях їх максимумів у площині $\theta_{\max} = 90^\circ$. На Рис. 6.3а наведені залежності від кутової координати φ° , а на Рис. 6.3б – від координати θ° .

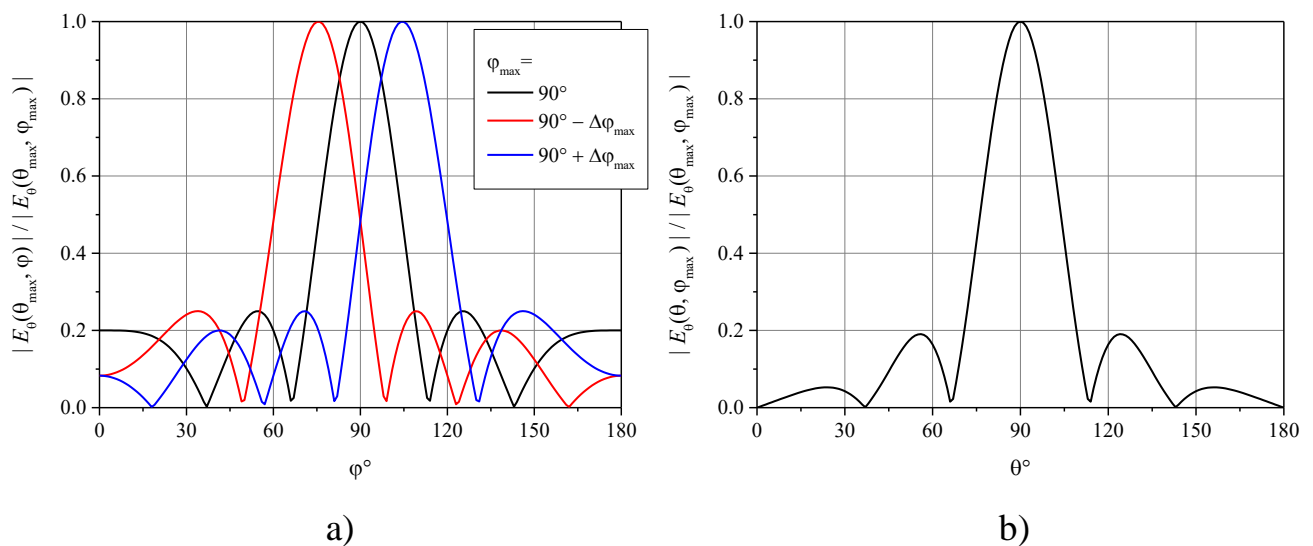


Рис. 6.3 ДС решітки з періодами $d_z = 0,5\lambda$, $d_x = 0,5\lambda$ при $\theta_{\max} = 90^\circ$

На Рис. 6.3а наведена трійка кривих для різних значень параметра: $\varphi_{\max} = 75,5225^\circ = 90^\circ - \Delta\varphi_{\max}$ (ліва крива), $\varphi_{\max} = 90^\circ$ (середня крива), і

$\varphi_{\max} = 104,4775^\circ = 90^\circ + \Delta\varphi_{\max}$ (права крива). Для цих випадків проаналізуємо одержувані значення імпедансів (6.26) і аргументи струмів (6.12) у вібраторах. Результати подамо у вигляді квадратних таблиць, у яких місця гнізд (їх номери рядків n і стовпців m) будуть відповідати місцям вібраторних розсіювачів у структурі решітки (Рис. 6.2). Так у таблиці 6.1 наведено дані для $\varphi_{\max} = 104,4775^\circ$, а в таблиці 6.2 – дані для $\varphi_{\max} = 75,5225^\circ$.

Таблиця 6.1

Розрахункові результати для ($\theta_{\max} = 90^\circ$; $\varphi_{\max} = 104,4775^\circ$)

\bar{R}_{nm}					\bar{X}_{nm}					$\arg(J_{nm}), [^\circ]$				
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180

Таблиця 6.2

Розрахункові результати для ($\theta_{\max} = 90^\circ$; $\varphi_{\max} = 75,5225^\circ$)

\bar{R}_{nm}					\bar{X}_{nm}					$\arg(J_{nm}), [^\circ]$				
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180

Згідно з даними, поданими в цих таблицях, модулі величин компонент імпедансів \bar{R}_{nm} і \bar{X}_{nm} виявляються набагато меншими, ніж у випадку активних решіток зі збудженням вібраторів зосередженими ЕРС. При цьому для $\varphi_{\max} = 75,5225^\circ$ одночасно спостерігаються й негативні значення \bar{R}_{nm} , і негативні величини $\arg(J_{nm})$. З урахуванням цього можна припустити, що повернення до фізично коректних значень $\bar{R}_{nm} \geq 0$ тут можливий шляхом заміни в (6.17) струмів

у вібраторах J_0 на протилежні. Однак у дифракційних решітках з розглянутою геометрією відсутні елементи керування струмами у вібраторах, що дозволяють реалізувати зазначену вимогу. Інакше кажучи, якщо вібраторні решітки (з функціональної точки зору) інтерпретувати у вигляді тонкого діелектричного шару з ефективними матеріальними параметрами, то інтервал кутів заломлення падаючого поля з $\bar{R}_{nm} \geq 0$ буде визначати кутову зону природнього заломлення матеріального шару, а інтервал кутів з $\bar{R}_{nm} < 0$ – зони аномального відхилення променя (спостережуваного, наприклад, для метаматеріалів).

Установлено, що в аналізованому випадку позитивні значення \bar{R}_{nm} спостерігаються, якщо реалізована різниця фаз струмів у крайніх випромінювачах решітки не перевищує значення 180° . Максимальний кут, на який при цьому може відхилитися ДС розсіювання (щодо нормалі) становить:

$$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{\pi}{kd_x(N_x - 1)}\right) = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2d_x(N_x - 1)}\right) \quad (6.28)$$

або $\Delta\varphi_{\max} \approx \frac{\lambda}{2d_x(N_x - 1)} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$ при малих відхиленнях. Якщо зрівняти значення

(6.28) із шириною ДС решітки за рівнем половинної потужності

$\Delta\varphi_{0.5} \approx \frac{\lambda}{d_x(N_x - 1)} \cdot 51^\circ$, то теоретичні рівні максимальних відхилень будуть

становити $\Delta\varphi_{\max} \approx \pm 0,56 \cdot \Delta\varphi_{0.5}$.

До подібних висновків можна прийти, аналізуючи результати розрахунків перерізів нормованих ДС розсіювання решітки (6.27) при відхиленнях їх максимумів у площині $\varphi_{\max} = 90^\circ$. Ці ДС наведені на Рис. 6.4.

На Рис. 6.4а наведені залежності від кутової координати φ° , а на Рис. 6.4б – від координати θ° . На Рис. 6.4б наведено трійку кривих для різних значень параметра: $\theta_{\max} = 75,5225^\circ = 90^\circ - \Delta\theta_{\max}$ (ліва крива), $\theta_{\max} = 90^\circ$ (середня крива), і $\theta_{\max} = 104,4775^\circ = 90^\circ + \Delta\theta_{\max}$ (права крива). У таблиці 6.3 наведено результати розрахунків для $\theta_{\max} = 104,4775^\circ$, а в таблиці 6.4 – дані для $\theta_{\max} = 75,5225^\circ$.

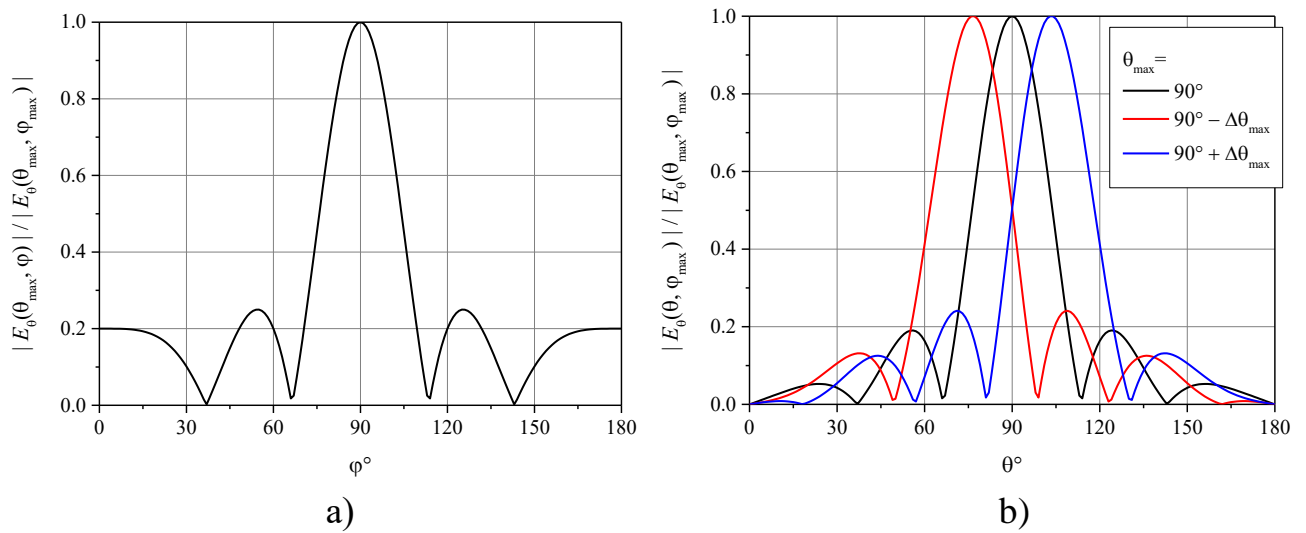


Рис. 6.4 ДС решітки з періодами $d_z = 0,5\lambda$, $d_x = 0,5\lambda$ при $\varphi_{\max} = 90^\circ$

Таблиця 6.3

Розрахункові результати для $(\varphi_{\max} = 90^\circ; \theta_{\max} = 104,4775^\circ)$

\bar{R}_{nm}					\bar{X}_{nm}					$\arg(J_{nm}), [^\circ]$				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-180	-180	-180	-180	-180
0,0056	0,0056	0,0056	0,0056	0,0056	0,00232	0,00232	0,00232	0,00232	0,00232	-135	-135	-135	-135	-135
0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	-90	-90	-90	-90	-90
0,0056	0,0056	0,0056	0,0056	0,0056	0,01352	0,01352	0,01352	0,01352	0,01352	-45	-45	-45	-45	-45
0	0	0	0	0	0,01584	0,01584	0,01584	0,01584	0,01584	-0	-0	-0	-0	-0

Таблиця 6.4

Розрахункові результати для $(\varphi_{\max} = 90^\circ; \theta_{\max} = 75,5225^\circ)$

\bar{R}_{nm}					\bar{X}_{nm}					$\arg(J_{nm}), [^\circ]$				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0,0056	-0,0056	-0,0056	-0,0056	-0,0056	0,00232	0,00232	0,00232	0,00232	0,00232	-45	-45	-45	-45	-45
-0,00792	-0,00792	-0,00792	-0,00792	-0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	0,00792	-90	-90	-90	-90	-90
-0,0056	-0,0056	-0,0056	-0,0056	-0,0056	0,01352	0,01352	0,01352	0,01352	0,01352	-135	-135	-135	-135	-135
-0	-0	-0	-0	-0	0,01584	0,01584	0,01584	0,01584	0,01584	-180	-180	-180	-180	-180

У випадку фіксації $\varphi_{\max} = 90^\circ$ умова (6.28) трансформується до вигляду:

$$\Delta\theta_{\max} = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2d_z(N_z - 1)}\right). \quad (6.29)$$

При цьому також залишається слушною теоретична оцінка $\Delta\theta_{\max} \approx \pm 0,56 \cdot \Delta\theta_{0,5}$.

Зрозуміло, що в загальному випадку знаків розрахункових величин \bar{R}_{nm} для розглянутої дифракційної решітки за допомогою імпедансного синтезу можна реалізувати сканування максимуму її ДС розсіювання в будь-якому заданому напрямку, у тому числі й такому, що лежить у діагональних площинах. Для підтвердження цього на Рис. 6.5 наведено результати розрахунків головних перерізів нормованих ДС, отриманих за умови $\varphi_{\max} = \theta_{\max}$. Тут, не приводячи таблиці з розрахунковими значеннями імпедансів, укажемо що кутова зона природнього заломлення решітки виявилися в межах $90^\circ \leq \varphi_{\max}, \theta_{\max} \leq 97^\circ$.

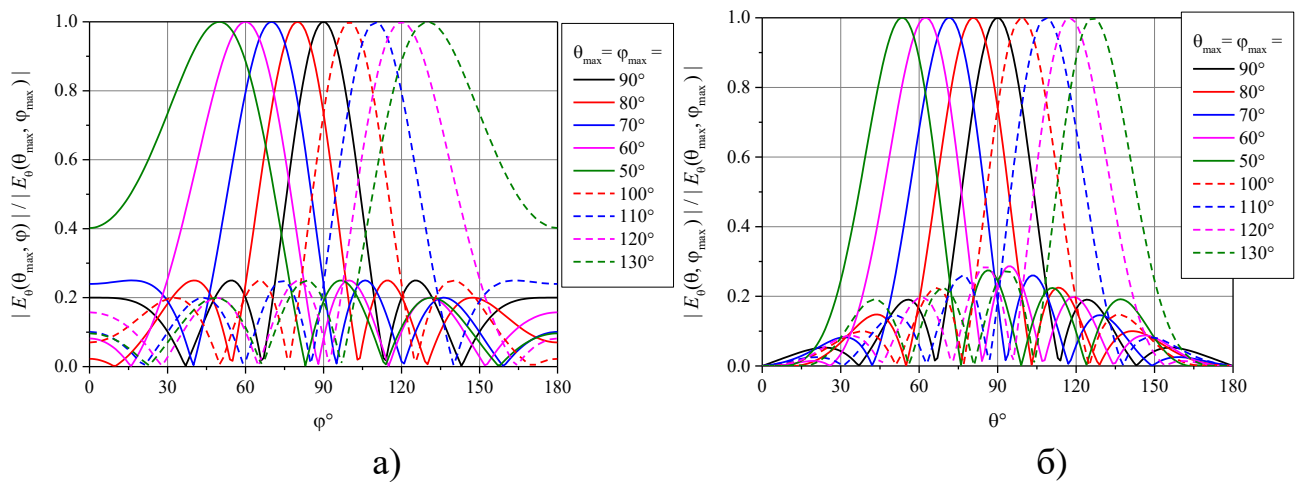


Рис. 6.5. ДС решітки з періодами $d_z = 0,5\lambda$, $d_x = 0,5\lambda$ при $\varphi_{\max} = \theta_{\max}$.

Зі співвідношень (6.28) випливає, що чим менша величина відношення d_x/λ , тим ширшою є кутова зона природнього заломлення дифракційної решітки у площині $\theta_{\max} = 90^\circ$. Відмітимо, що при зменшенні параметра d_x/λ й збереженні значення d_z/λ (Рис. 6.2) решітки будуть мати більш виражені прямокутні форми з несиметричними ДС розсіювання, розширеними в площині меншої сторони дифракційних апертур. Для прикладу на Рис. 6.6 наведено перерізи нормованих ДС решітки при виборі $d_z = 0,5\lambda$ й $d_x = 0,25\lambda$. На Рис. 6.6а наведено залежності від кутової координати φ° , а на Рис. 6.6б – від координати θ° . На Рис. 6.6а

наведено трійку кривих для різних значень параметра: $\varphi_{\max} = 60^\circ$ (ліва крива), $\varphi_{\max} = 90^\circ$ (середня крива), і $\varphi_{\max} = 120^\circ$ (права крива). У таблиці 6.5 подано результати розрахунків для $\varphi_{\max} = 120^\circ$, а в таблиці 6.6 – дані для $\varphi_{\max} = 60^\circ$.

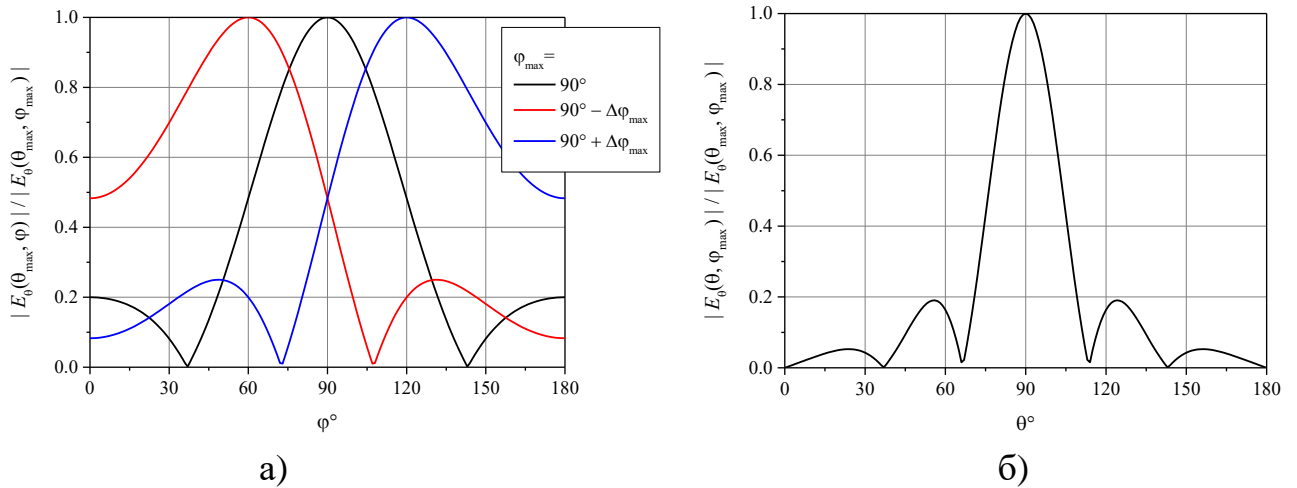


Рис. 6.6. ДС решітки з періодами $d_z = 0,5\lambda$, $d_x = 0,25\lambda$ при $\theta_{\max} = 90^\circ$.

Таблиця 6.5

Результати для ($\varphi_{\max} = 120^\circ$; $\theta_{\max} = 90^\circ$)

\bar{R}_{nm}					\bar{X}_{nm}					$\arg(J_{nm}), [^\circ]$				
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180
0	0,0056	0,00792	0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	45	90	135	180

Як виявилось в результаті розрахунків, для цього випадку при фіксації кута $\theta_{\max} = 90^\circ$ й варіюванні в інтервалі $\varphi_{\max} \in [90^\circ, 120^\circ]$ значення реальних частин імпедансів \bar{Z}_{nm} залишаються позитивними. При відхиленнях максимумів ДС розсіювання решітки в площині $\varphi_{\max} = 90^\circ$ спостерігаються ефекти, подібні поданим на Рис. 6.4б. Нагадаємо, що тут кутова зона природнього заломлення дифракційної решітки становить $90^\circ \leq \theta_{\max} \leq 97^\circ$. Для повноти уявлення на Рис.

6.7 наведені результати розрахунків головних перерізів нормованих ДС, отриманих за умови $\varphi_{\max} = \theta_{\max}$. Не приводячи таблиці з розрахунковими значеннями імпедансів, укажемо що вони підтверджують сектор кутової зони природнього заломлення решітки в межах $(90^\circ \leq \varphi_{\max} \leq 120^\circ; 90^\circ \leq \theta_{\max} \leq 97^\circ)$.

Таблиця 6.6

Результати для $(\varphi_{\max} = 60^\circ; \theta_{\max} = 90^\circ)$

\bar{R}_{nm}					\bar{X}_{nm}					$\arg(J_{nm}), [^\circ]$				
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180
0	-0,0056	-0,00792	-0,0056	0	0	0,00232	0,00792	0,01352	0,01584	0	-45	-90	-135	-180

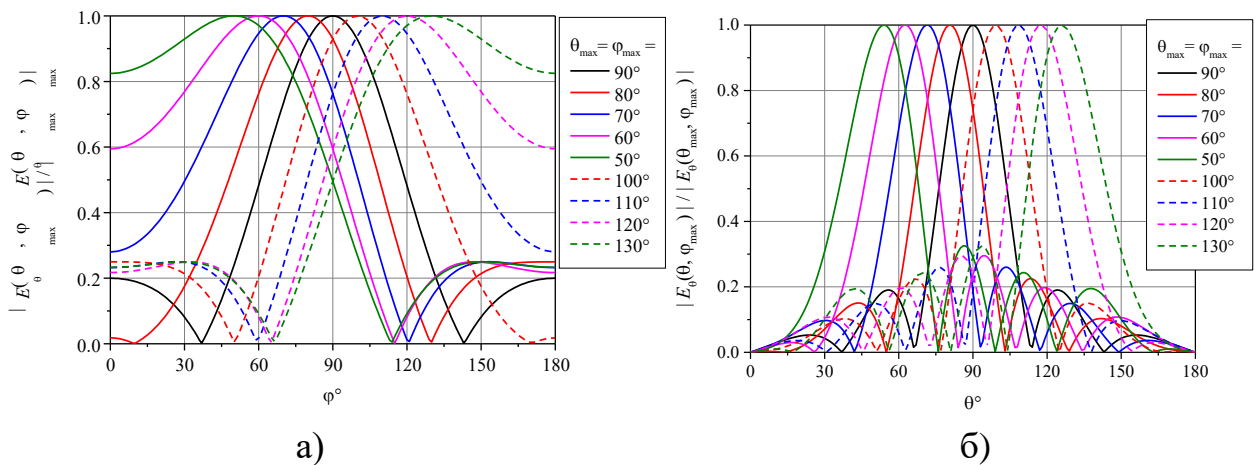


Рис. 6.7 ДС решітки з періодами $d_z = 0,5\lambda$, $d_x = 0,25\lambda$ при $\varphi_{\max} = \theta_{\max}$

Таким чином, авторський метод імпедансного синтезу ДС випромінювання, наведений в попередньому підрозділі для структур із симетричних вібраторів, збуджуваних зосередженими генераторами напруги, узагальнено на випадок плоских двовимірних дифракційних решіток. При цьому задачу імпедансного синтезу для решіток з подвійною періодичністю розв'язано аналітично за умови її однобічного збудження плоскою хвилею, що падає по нормалі. У результаті цього

розв'язку отримано формули, що дозволяють безпосередньо розраховувати значення імпедансів кожного з вібраторів, що забезпечують можливість направити максимум ДС вторинного випромінювання решітки (як і повного поля дифракційної задачі) у хвильовій зоні в заданому напрямку. Ці формули можуть скласти основу затребуваним на практиці алгоритмам керування випромінюванням прохідних дифракційних решіток, наприклад, при забезпеченні просторового сканування їх ДС.

На прикладі моделювання решітки із двадцяти п'яти симетричних напівхвильових вібраторів ($N = 25$, $N_x = 5$, $N_z = 5$, $L = \lambda/4$) показана можливість забезпечення сканування променя ДС розсіювання решітки у передньому півпросторі за допомогою вибору комплексних значень внутрішніх імпедансів вібраторів. Проаналізована фізична можливість такої реалізація, пов'язана з необхідністю забезпечення позитивних значень реальних частин імпедансів $\bar{R}_{nm} \geq 0$. Установлено для дифракційних решіток з періодами $(d_z = 0,5\lambda; d_x = 0,5\lambda)$ й $(d_z = 0,5\lambda; d_x = 0,25\lambda)$ межі кутових зон природнього заломлення. Враховуючи принцип взаємності, властивий усім антенним структурам (які не містять нелінійних елементів), отримані в роботі результати можуть бути використані також і при моделюванні прохідних дифракційних решіток, що трансформують електромагнітне поле, що падає на них під якимось кутом, у плоску хвилю, що поширюється від решітки по нормалі.

6.3 Імпедансний синтез плоскої щілинної антенної решітки

Основною функціональною особливістю сучасних антенних решіток є реалізація електричного сканування променя їх діаграм спрямованості (ДС) випромінювання у певному секторі простору [270]. Можливість такого сканування базується на керуванні амплітудно-фазовим розподілом струмів в апертурі решіток. У випадку решіток з імпедансними вібраторами в якості керуючого фактору можуть бути використані величини поверхневих імпедансів

вібраторних елементів [1]. Тут за допомогою варіювання величин імпедансів змінюються ефективні електричні довжини окремих вібраторних випромінювачів, та, зрозуміло, і розподіл струмів у всій решітці. Такий підхід був використаний авторами в дослідженнях одномірної вібраторної решітки в [274] та двовимірної решітки в [163]. На цих конкретних прикладах була обґрунтована можливість застосування методу імпедансного синтезу випромінювачів у керуванні кутами сканування максимуму ДС випромінювання решіток. У випадку симетричного збудження вібраторів дельта-генераторами напруги й еквідистантних геометрій решіток задачі імпедансного синтезу в [274, 163] було розв'язано в аналітичному вигляді. Відомо, що поряд з вібраторними на практиці знаходять широке застосування й щілинні антенні решітки. У низці публікацій, наприклад [275], розглянуто характеристики різних конструкцій одиночних щілинних імпедансних навантажень, побудованих за допомогою єдиної математичної моделі. Цю модель подано у вигляді двох областей, зв'язаних між собою через отвір у нескінченному ідеально провідному екрані. Зауважимо, що поняття імпедансу на апертурі щілини тут використовувалося в класичному трактуванні [1]. Однак задачі імпедансного синтезу для решіток щілинного типу в сучасній літературі не розглянуті. Метою даного розділу є узагальнення методу імпедансного синтезу, розробленого для решіток з вібраторними випромінювачами (елементами електричного типу), на плоскі щілинні решітки (елементи магнітного типу). При цьому розв'язок задачі імпедансного синтезу для решіток з випромінювачами магнітного типу буде побудовано на підставі нового тлумачення електродинамічного принципу переставної двоїстості, поданого у Розділі 1.

6.3.1 Імпедансна модель щілинного випромінювача

Перш ніж розглянути задачу імпедансного синтезу для антенної решітки (АР) наведемо модель одиночного щілинного випромінювача й проаналізуємо особливості конструктивної реалізації його поверхневого імпедансу. Нехай на поверхні нескінченного ідеально провідного екрана розташована прямокутна

апертура вузької лінійної щілини довжиною $2L$ й шириною d . Зв'яжемо з екраном і щілиною систему координат, як показано на Рис. 6.8.

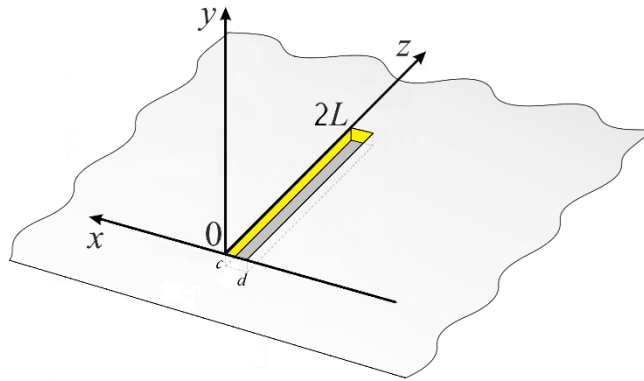


Рис. 6.8 Геометрія щілинного елемента

Припускаємо, що щілина навантажена порожниною у вигляді прямокутного резонатора, поперечний розмір якого збігається з апертурою щілини S . Резонатор (внутрішній об'єм ν) має ідеально провідні стінки, товщину c й однорідне заповнення магніто-діелектриком з матеріальними параметрами (ϵ, μ) . Півпростір над екраном (зовнішній об'єм V) вважаємо заповненим однорідним середовищем з параметрами (ϵ_1, μ_1) . Такі структури у випадку їх збудження з боку зовнішнього півпростору (падаючою хвилею) визначають як: пасивні «щілинні імпедансні навантаження» [275]. Якщо в подібних структурах між крайками щілини в її геометричному центрі розташувати δ – генератор напруги, то одержимо щілинний випромінювач із зосередженим збудженням. Саме такі щілинні випромінювачі й будемо розглядати далі.

Задачу збудження для щілинного випромінювача подамо як задачу про зв'язок двох електродинамічних об'ємів V і ν за допомогою щілинного отвору з урахуванням первинного поля δ – генератора $\{\vec{E}_0(\vec{r}), \vec{H}_0(\vec{r})\}$, (\vec{r} – радіус-вектор точки спостереження). Визначенню підлягають електромагнітні поля $\{\vec{E}^V(\vec{r}), \vec{H}^V(\vec{r})\}$ й $\{\vec{E}^\nu(\vec{r}), \vec{H}^\nu(\vec{r})\}$ у сполучених об'ємах, що задовольняють граничним умовам на екрані й стінках резонатора відповідно.

Умову безперервності для магнітних полів на апертурі щілини запишемо у вигляді функціонального рівняння щодо електричного поля в щілині \vec{e}_s :

$$\vec{H}_\tau^V(\vec{e}_s) + \vec{H}_{0\tau}^V = \vec{H}_\tau^V(\vec{e}_s), \quad (6.30)$$

де $\vec{H}_\tau^V(\vec{e}_s)$ й $\vec{H}_\tau^V(\vec{e}_s)$ – тангенціальні стосовно площини щілини складові вектора магнітного поля; $\vec{H}_{0\tau}^V$ – тангенціальна компонента вектора не збуреного щілиною первинного поля δ – генератора. При цьому вважаємо, що виконуються співвідношення: $\frac{d}{2L} \ll 1$ і $\frac{d}{\lambda} \ll 1$, у яких λ – довжина хвилі у вільному просторі.

У випадку, коли $2L$ є порівнянною з $\lambda/2$, поле в щілині може бути апроксимоване базисною функцією $f(z)$ з невідомою комплексною амплітудою \dot{U} [84]:

$$\vec{e}_s = \vec{x}^0 \dot{U} f(z), \quad (6.31)$$

де \vec{x}^0 – орт координатної осі $\{0x\}$. Тоді вираз (6.30) може бути подано в такому вигляді:

$$\dot{U} \vec{H}_\tau^V(\vec{x}^0 f(z)) + \vec{H}_{0\tau}^V = \dot{U} \vec{H}_\tau^V(\vec{x}^0 f(z)). \quad (6.32)$$

Враховуючи, що поздовжній магнітний струм у щілині $\vec{j}_s^m = [\vec{e}_s, \vec{n}]$, де \vec{n} – орт нормалі на поверхні щілини, спрямований усередину аналізованого об'єму, рівняння (6.32) щодо магнітного струму записується як:

$$\dot{U} \vec{H}_\tau^V(\vec{z}^0 f(z)) + \dot{U} \vec{H}_\tau^V(\vec{z}^0 f(z)) = -\vec{H}_{0\tau}^V, \quad (6.33)$$

де \vec{z}^0 – орт координатної осі $\{0z\}$.

В (6.33), з урахуванням умовної металізації поверхні щілини, магнітні поля в суміжних об'ємах можуть бути визначені за допомогою тензорних магнітних функцій Гріна для векторного потенціалу: $\hat{G}_V^m(\vec{r}, \vec{r}')$ – для півпростору над екраном, $\hat{G}_V^m(\vec{r}, \vec{r}')$ – для прямокутного резонатора [84]. Тут \vec{r} і \vec{r}' – радіуси-вектори точок спостереження й джерел відповідно. Тоді (6.33) можна записати в такому вигляді:

$$\begin{aligned} & \frac{\dot{U}}{i\omega\mu_1} \left[\vec{n}, \left\{ \text{graddiv} + k_v^2 \right\} \int_S \vec{z}^0 f(z') \hat{G}_V^m(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \right] + \\ & + \frac{\dot{U}}{i\omega\mu} \left[\vec{n}, \left\{ \text{graddiv} + k_v^2 \right\} \int_S \vec{z}^0 f(z') \hat{G}_V^m(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \right] = -[\vec{n}, \vec{H}_0^V(\vec{r})]. \end{aligned} \quad (6.34)$$

де $k_v = k\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$, $k_v = k\sqrt{\epsilon\mu}$, $k = 2\pi/\lambda$ – хвильові числа у відповідних електродинамічних об'ємах.

З іншого боку, згідно з п. 1.4, на підставі принципу дуальності рівняння (6.34) для магнітного струму в щілині може бути записане в іншій формі:

$$\frac{\dot{U}}{i\omega\mu_1} \left[\vec{n}, \left\{ \text{graddiv} + k_v^2 \right\} \int_s \vec{z}^0 f(z') \hat{G}_v^m(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \right] + \frac{4\pi}{c_0} z_i^m \dot{U} f(z') \vec{z}^0 = -[\vec{n}, \vec{H}_0^v(\vec{r})], \quad (6.35)$$

де z_i^m – внутрішній ефективний (наведений на апертурі щілини) імпеданс магнітного типу, $c_0 = 2,998 \cdot 10^{10}$ [см/с] – швидкість світла у вакуумі.

Подібно [1], в (6.35) погонний імпеданс z_i^m (у загальному випадку змінний) будемо враховувати у вигляді постійного усередненого інтегрального параметра

$$\bar{z}_i^m = \frac{1}{2L} \int_0^L z_i^m(z) dz. \quad \text{Тоді, на підставі порівняльного аналізу розв'язків рівнянь}$$

(6.34) і (6.35) методом Гальоркіна неважко отримати співвідношення:

$$\bar{z}_i^m = \frac{c_0 \int_s \left[\vec{z}^0 f(z), \left\{ \text{graddiv} + k_v^2 \right\} \int_s \vec{z}^0 f(z') \hat{G}_v^m(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \right] d\vec{r}}{4\pi i \omega \mu \int_s f^2(z) dx dz}. \quad (6.36)$$

Приймаючи у випадку резонансного збудження вузької щілини апроксимацію (6.31) у вигляді тригонометричної функції [84]:

$$\vec{e}_s = \frac{\dot{U}}{d} \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \vec{x}^0, \quad (6.37)$$

на підставі (6.36) одержуємо вираз для визначення величини імпедансу \bar{z}_i^m :

$$\bar{z}_i^m = \frac{\sqrt{k^2(\epsilon\mu) - (\pi/(2L))^2}}{ikd \cdot \text{tg}\left(c\sqrt{k^2(\epsilon\mu) - (\pi/(2L))^2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}. \quad (6.38)$$

Отримане співвідношення можна інтерпретувати як обґрунтування можливості конструктивної реалізації імпедансу магнітного типу на апертурі щілинного випромінювача. Як видно з (6.38), конкретне значення імпедансу може

бути забезпечене за допомогою добору електричних параметрів навантаження на щілину у вигляді порожнини резонатора з магніто-діелектричним заповненням.

6.3.2 Розв'язання задачі імпедансного синтезу

Розглянемо плоску АР, яка складається з декількох рядів вузьких лінійних щілин, симетрично збуджуваних δ – генераторами напруги, що випромінюють у вільний півпростір над ідеально провідним екраном з матеріальними параметрами $(\epsilon_1; \mu_1)$ й розташованих у площині (xOz) декартової системи координат (x, y, z) як показано на Рис. 6.9.

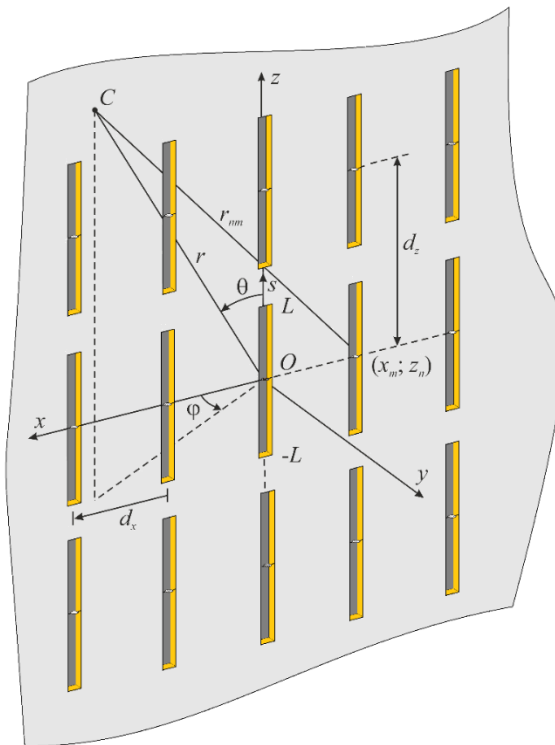


Рис. 6.9 Геометрія щілинної АР

Початок координат сполучимо із центром системи щілин. Нехай d_z – відстань між сусідніми рядами щілин; d_x – відстань між геометричними центрами щілин, розташованих в одному ряді; N_z – число рядів, а N_x – число щілин в одному ряді. Поряд з декартовою, уведемо сферичну систему координат, полярна вісь якої збігається з віссю $\{Oz\}$, а кут φ відлічується від осі $\{Ox\}$. Не втрачаючи

загальності, вважаємо, що всі щілини із числа $N = N_z \times N_x$ мають однакову довжину $2L$ й характеризуються різними наведеними імпедансами $\bar{Z}_{nm}^m = \bar{z}_i^m / Z_0$, нормованими на провідність $1/Z_0$ середовища, де $Z_0 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$ [Ом] – хвильовий опір середовища, а цілочислові індекси $n \in [1, N_z]$ й $m \in [1, N_x]$ відповідно. Також вважаємо, що щілини мають ширини d_{nm} (при виконанні умов $\frac{d_{nm}}{2L} \ll 1$), а геометричні центри їх апертур визначаються координатами $(x_m; z_n)$

Використовуючи локальні координати s (Рис. 6.9), магнітні струми в щілинах $J_{nm}^m(s)$ апроксимуємо у вигляді [1]:

$$J_{nm}^m(s) = J_{nm} \sin \tilde{k}_{nm} (L - |s|), \quad (6.39)$$

$$\text{де } \tilde{k}_{nm}^2(s) = k_1^2 \left(1 + \frac{i8\alpha_{nm} \bar{Z}_{nm}^m}{k_1 d_{nm}} \right), \quad \alpha_{nm} = \frac{1}{2 \ln[d_{nm} / (8L)]}.$$

Припускаємо далі, що щілинні випромінювачі в решітці є настроєними в резонанс за рахунок добору внутрішніх опорів δ -генераторів, що дозволяє компенсувати їхній взаємний вплив. Враховуючи, що компоненти магнітного поля у хвильовій зоні $H_\varphi = 0$ і $H_r = 0$, загальне поле випромінювання решітки $H_\theta(r, \theta, \varphi)$ дорівнює сумі полів випромінювання кожної щілини з урахуванням фаз, з якими ці поля приходять у точку спостереження $C(r, \theta, \varphi)$:

$$H_\theta(r, \theta, \varphi) = \frac{120\pi i}{\lambda} \sum_{n=1}^{N_z} \sum_{m=1}^{N_x} \frac{e^{-ik_1 r_{nm}}}{r_{nm}} J_{nm} \frac{\cos(k_1 L \cos \theta) - \cos(\tilde{k}_{nm} L)}{\tilde{k}_{nm}^2 - (k_1 \cos \theta)^2} \tilde{k}_{nm} \sin \theta. \quad (6.40)$$

Задача імпедансного синтезу полягає в тому, щоб для попередньо заданого напрямку максимуму випромінювання решітки $(\theta_{\max}, \varphi_{\max})$ на підставі (6.40) були визначені імпеданси $\bar{Z}_{nm}^m = \bar{R}_{nm}^m + i\bar{X}_{nm}^m$ для кожного елемента АР. На підставі результатів [163] запишемо підсумкові аналітичні вирази для шуканих імпедансів:

$$\bar{R}_{nm}^m = \frac{k_1 d_{nm} \sin(k_1 \gamma_{nm})}{4\alpha_{nm} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta_{\max}}{\sin^2 \theta_{\max}} - \frac{k_1 L \sin(k_1 L)}{Fc(\theta_{\max})} \right)}, \quad (6.41a)$$

$$\bar{X}_{nm}^m = \frac{-k_1 d_{nm} [1 - \cos(k_1 \gamma_{nm})]}{4\alpha_{nm} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta_{\max}}{\sin^2 \theta_{\max}} - \frac{k_1 L \sin(k_1 L)}{Fc(\theta_{\max})} \right)}, \quad (6.416)$$

де $Fc(\theta_{\max}) = \cos(k_1 L \cos \theta_{\max}) - \cos(k_1 L)$,
 $\gamma_{nm} = [(n-1)d_z \cos \theta_{\max} + (m-1)d_x \sin \theta_{\max} \cos \varphi_{\max}]$.

6.3.3 Результати числових розрахунків

На прикладі квадратної АР із двадцяти п'яти ($N=25$, $N_x=5$, $N_z=5$) напівхвильових вібраторних випромінювачів ($2L=\lambda/2$) з однаковими поперечними розмірами ($r_{nm}=4L/75$), в [163] обґрунтована можливість за допомогою вибору внутрішніх імпедансів випромінювачів змінювати напрямок максимуму ДС випромінювання АР у межах усього переднього півпростору ($0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$). Як і слід було сподіватися, ширина променя ДС виявилася залежною від розміру апертури решітки (в секторі кутів спостереження), і із цієї причини трохи змінюється при просторовому скануванні.

Формули (6.41) залишаються справедливими для будь-якої кількості щілин у решітці й довільної відстані між ними. Однак як виявилось [163], обчислені значення імпедансів у довільному випадку не можуть гарантувати позитивність їх реальних частин (вимога, яка впливає з енергетичних міркувань). Було встановлено, що позитивні значення реальних частин імпедансів спостерігаються у випадках, коли одержувана різниця фаз струмів крайніх випромінювачів у решітці не перевищує значення 180° .

Тут окремо проаналізуємо можливість реалізації обчислених значень імпедансів для щілинних випромінювачів у рамках розглянутого варіанта їх конструктивної побудови. Для наочності результати таких досліджень наведемо у випадку АР з $d_z=0,5\lambda$ і $d_x=0,25\lambda$, що характеризується позитивними значеннями реальних частин імпедансів щілин і сканування ДС тільки в E -

площині при фіксації кута $\theta_{\max} = 90^\circ$ й варіюванні кута $\varphi_{\max} \in [60^\circ, 120^\circ]$.

На Рис. 6.10 показані нормовані ДС у H -площині (пунктирна крива) та в E -площині. Тут імпеданси випромінювачів АР $\bar{Z}_{1m}^m = \bar{Z}_{2m}^m = \bar{Z}_{3m}^m = \bar{Z}_{4m}^m = \bar{Z}_{5m}^m$, розташованих у вертикальних рядах (уздовж осі $\{0z\}$), є однаковими. Наприклад, для $\varphi_{\max} = 60^\circ$ розрахункові значення імпедансів у горизонтальних рядах щілин: $\bar{Z}_{11}^m = 0$; $\bar{Z}_{12}^m = 0,26 - i0,108$; $\bar{Z}_{13}^m = 0,368 - i0,368$; $\bar{Z}_{14}^m = 0,26 - i0,628$; $\bar{Z}_{15}^m = -i0,735$.

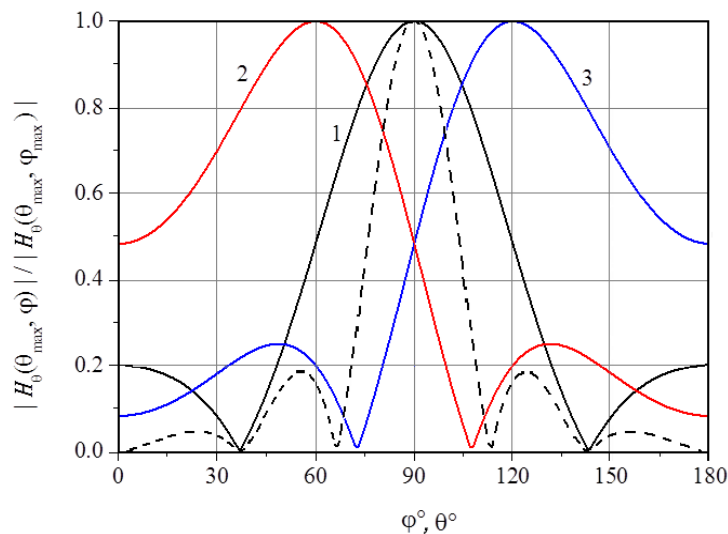


Рис. 6.10. ДС випромінювання АР в головних площинах: 1 – $\varphi_{\max} = 90^\circ$, 2 – $\varphi_{\max} = 60^\circ$, 3 – $\varphi_{\max} = 120^\circ$

Припускаючи в (6.38) $c \ll \lambda$, у випадку магнетиків ($\varepsilon = 1$) одержуємо просте співвідношення для оцінки магнітної проникності:

$$\mu = -1 / (kdcZ_0\bar{Z}_{nm}^m)^2, \quad (6.42)$$

згідно з яким (при фіксації $\lambda = 0,03$ м і $c = \lambda/100$) для щілинних порожнин «тонкоплівкового» типу з μ_{nm} : $\mu_{11} = 626$; $\mu_{12} = (9,917 - i9,957) \cdot 10^4$; $\mu_{13} = -i4,113 \cdot 10^4$; $\mu_{14} = (1,706 - i1,704) \cdot 10^4$; $\mu_{15} = 5,887 \cdot 10^4$. Відзначимо, що значення імпедансу $\bar{Z}_{11}^m = 0$ забезпечується вимогою: $c = \lambda / (4\sqrt{\varepsilon\mu - 1})$, згідно з якою тангенс у знаменнику (6.38) прямує до нескінченності. Таким чином, величини імпедансів щілинних випромінювачів (необхідних для сканування ДС)

у цьому випадку можуть бути отримані за допомогою заповнення їх порожнин феромагнетиками.

Таким чином, авторський метод імпедансного синтезу ДС випромінювання, розроблений в [163] для вібраторних структур, за допомогою принципу дуальності узагальнено на випадок щілинних двовимірних плоских решіток. Отримано аналітичний розв'язок задачі імпедансного синтезу для щілинних решіток з подвійною періодичністю розв'язано аналітично. У результаті цього розв'язку отримано формули, які дозволяють безпосередньо розраховувати значення наведених імпедансів магнітного типу на апертурі кожної із щілин, що забезпечують можливість спрямувати максимум ДС антени у хвильовій зоні в заданому напрямку. Для вузьких щілин, що мають навантаження у вигляді порожнин резонаторів з магніто-діелектричним заповненням, розв'язано задачу конструктивної реалізації імпедансу магнітного типу.

6.4 Маскувальний режим функціонування матеріального включення в порожнині щілинного елемента зв'язку

Для маскуванню, приховання або зменшення помітності матеріальних об'єктів запропоновано кілька різних методів [276], у тому числі й у діапазоні радіохвиль. Серед них, завдяки своїй універсальності, найбільший розвиток одержав принцип маскуванню по методу хвильового обтікання [277]. Основна ідея методу полягає в тому, що, що маскувальне покриття повинно викривляти фронт падаючого електромагнітного випромінювання, змушуючи промені огинати об'єкт і на виході приймати початкові напрямки. У загальному випадку реалізувати ідею пропонується за рахунок неоднорідності речовини такого покриття. При цьому потрібно розрахувати просторові профілі його матеріальних параметрів, які забезпечать реалізацію необхідних променевих траєкторій. Відзначимо, що ця процедура базується на спеціальних алгоритмах перетворення координат для створення усередині оболонки віртуального простору зі скривленою метрикою.

Прорив у технологіях маскування зазвичай пов'язують із експериментальними можливостями застосування метаматеріалів [278]. Використання останніх дозволило розглядати в якості покриттів плоскі структури [279]. Зокрема, такі покриття можуть бути видимими в основному середовищі як частково прозорі за умови, що спостерігач не здогадується про присутність під шаром покриття якого-небудь об'єкта. Що стосується радіобачення, то в цьому випадку частотний відгук не повинен містити інформації про замаскований розсіювальний об'єкт. Одним із можливих простих варіантів реалізації подібних покриттів є перфоровані екрани скінченної товщини з вузькими щілинними отворами, порожнини яких заповнені магніто-діелектричними включеннями. Однак аналіз маскувальних властивостей для елементів щілинних екранів у літературних джерелах відсутній.

Наведені у розділі результати, дозволяють обґрунтувати можливості застосування вузької лінійної щілини (прорізаної в плоскому ідеально провідному екрані, порожнина якої містить матеріальне включення) у якості функціонального елемента маскувального покриття. Це обґрунтування базується на строгому електродинамічному моделюванні в сантиметровому діапазоні довжин хвиль, у результаті якого проводиться оцінка значень матеріальних параметрів щілинних вставок.

6.4.1 Загальний підхід до аналізу дифракційної задачі

Сформулюємо загальну дифракційну задачу про зв'язок двох довільні електродинамічні об'ємів за допомогою щілинного отвору. Геометрія задачі й прийняті позначення наведено на Рис. 6.11. Нехай є деякий довільний об'єм V_1 , обмежений ідеально провідною (імпедансною або частково імпедансною) поверхнею S_1 (зокрема, нескінченно віддаленою), у якій прорізаний щілинний отвір Σ . Об'єм V_1 з'єднується з іншим об'ємом V_2 через порожнину щілини (об'єм v) із границями між об'ємами Σ_1 й Σ_2 відповідно. В об'ємі V_1 існує електромагнітне

поле заданих сторонніх джерел $\{\vec{E}_0(\vec{r}), \vec{H}_0(\vec{r})\}$, що залежить від часу t як $e^{i\omega t}$ (\vec{r} – радіус-вектор точки спостереження, $\omega = 2\pi f$ – кругова частота, f – частота, вимірювана в Герцах). В об'ємі V_2 знаходиться матеріальне тіло об'ємом V , обмежене гладкою замкненою поверхнею S , яке характеризується однорідними матеріальними параметрами (діелектричною проникністю $\bar{\epsilon}$, магнітною проникністю $\bar{\mu}$ й провідністю $\bar{\sigma}$), Діелектрична й магнітна проникності середовищ, що заповнюють об'єми V_1 , V_2 і v , відповідно дорівнюють ϵ_1, μ_1 , ϵ_2, μ_2 і ϵ, μ . Потрібно знайти повні електромагнітні поля $\{\vec{E}^{V_1}(\vec{r}), \vec{H}^{V_1}(\vec{r})\}$ й $\{\vec{E}^{V_2}(\vec{r}), \vec{H}^{V_2}(\vec{r})\}$ в об'ємах V_1 і V_2 , що задовольняють рівнянням Максвелла й граничним умовам на поверхнях S , S_1 , S_2 , Σ_1 і Σ_2 .

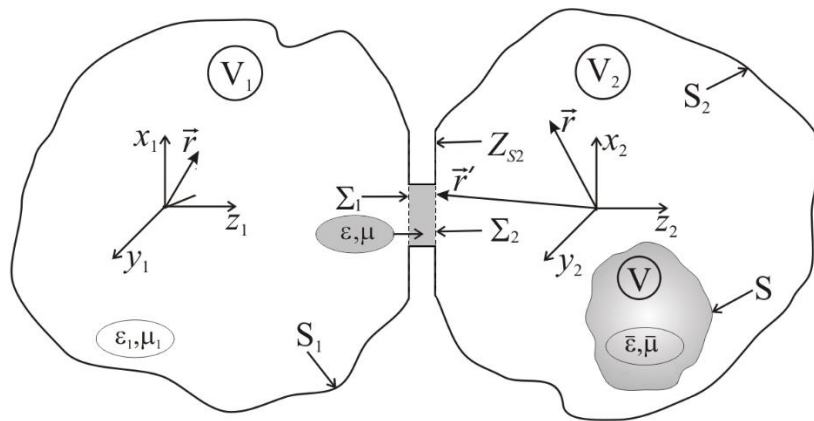


Рис. 6.11 Геометрія загальної дифракційної задачі

Не втрачаючи загальності вважаємо, що для об'ємів $V_{1(2)}$ і v відомі $\hat{G}_{1(2)}^e(\vec{r}, \vec{r}')$; $\hat{G}_v^e(\vec{r}, \vec{r}')$ й $\hat{G}_{1(2)}^m(\vec{r}, \vec{r}')$; $\hat{G}_v^m(\vec{r}, \vec{r}')$ – електричні й магнітні тензорні функції Гріна (для векторного потенціалу), що задовольняють векторному рівнянню Гельмгольца й відповідним граничним умовам, у тому числі на поверхнях S_1 і S_2 . Тут \vec{r} і \vec{r}' – радіуси-вектори точок спостереження й джерел відповідно. У випадку, коли поверхня S_1 (або S_2) віддалена на нескінченність відповідні

граничні умови для $\hat{G}^{e(m)}(\vec{r}, \vec{r}')$ переходять в умову випромінювання Зоммерфельда.

Умови безперервності для магнітних полів на Σ_1 й Σ_2 зводяться до двох функціональних рівнянь щодо тангенціальних складових векторів електричних полів \vec{e}_{Σ_1} , \vec{e}_{Σ_2} на щілинних апертурах:

$$\begin{cases} \Sigma_1 \Rightarrow \vec{H}_{\tau}^{V_1}(\vec{e}_{\Sigma_1}) + \vec{H}_{0\tau}^{V_1} = \vec{H}_{\tau}^v(\vec{e}_{\Sigma_1}) + \vec{H}_{\tau}^v(\vec{e}_{\Sigma_2}); \\ \Sigma_2 \Rightarrow \vec{H}_{\tau}^v(\vec{e}_{\Sigma_1}) + \vec{H}_{\tau}^v(\vec{e}_{\Sigma_2}) = \vec{H}_{\tau}^{V_2}(\vec{e}_{\Sigma_2}) + \Delta\vec{H}_{\tau}^{V_2}(\vec{e}_{\Sigma_2}), \end{cases} \quad (6.43)$$

де $\vec{H}_{\tau}^{V_1}(\vec{e}_{\Sigma_1})$, $\vec{H}_{\tau}^{V_2}(\vec{e}_{\Sigma_2})$, $\vec{H}_{\tau}^v(\vec{e}_{\Sigma_1})$, $\vec{H}_{\tau}^v(\vec{e}_{\Sigma_2})$ – тангенціальні щодо площини щілини складові вектора магнітного поля у відповідних електродинамічних об'ємах, збуджені полями \vec{e}_{Σ_1} й \vec{e}_{Σ_2} ; $\vec{H}_{0\tau}^{V_1}$ – тангенціальна компонента вектора незбуреного щілиною первинного поля. Дифракційну добавку $\Delta\vec{H}_{\tau}^{V_2}(\vec{e}_{\Sigma_2})$ можна визначити із граничних умов на поверхні S , сформульованих у вигляді інтегрального рівняння [66]:

$$\begin{aligned} \vec{H}^{V_2}(\vec{r}) = \vec{H}_0^{V_2}(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi i k \mu_2} (\text{grad div} + k^2) \int_S \hat{G}_2^m(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}, \vec{E}^{V_2}(\vec{r}')] d\vec{r}' + \\ + \frac{1}{4\pi} \text{rot} \int_S \hat{G}_2^e(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}, \vec{H}^{V_2}(\vec{r}')] d\vec{r}', \end{aligned} \quad (6.44)$$

яке розв'язується за умови заданого поля на щілині \vec{e}_{Σ_2} (тобто доданок $\vec{H}_0^{V_2}(\vec{r})$ вважається відомим). У (6.44): $k = 2\pi / \lambda$ – хвильове число, λ – довжина хвилі у вільному просторі, $k_2 = k\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$, \vec{n} – орт зовнішньої нормалі до поверхні S .

Вважаємо, що отвір зв'язку має прямокутні границі і є прямолінійною щілиною довжиною L і шириною d . Причому, для розмірів щілини виконуються співвідношення: $\frac{d}{L} \ll 1$ і $\frac{d}{\lambda} \ll 1$. У цьому випадку поля на обох апертурах порожнини щілини $\Sigma_{1(2)}$ можуть бути апроксимовані єдиними базисними функціями з невідомими комплексними амплітудами \dot{U}_1 і \dot{U}_2 [84]:

$$\vec{e}_{\Sigma_1} = \dot{U}_1 \vec{e}_1; \quad \vec{e}_{\Sigma_2} = \dot{U}_2 \vec{e}_2. \quad (6.45)$$

Тоді польові співвідношення (6.43) можуть бути подані у вигляді наступної системи рівнянь:

$$\begin{cases} \Sigma_1 \Rightarrow \dot{U}_1 \vec{H}_\tau^{V_1}(\vec{e}_1) + \vec{H}_{0\tau}^{V_1} = \dot{U}_1 \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_1) + \dot{U}_2 \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_2); \\ \Sigma_2 \Rightarrow \dot{U}_1 \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_1) + \dot{U}_2 \vec{H}_\tau^v(\vec{e}_2) = \dot{U}_2 \vec{H}_\tau^{V_2}(\vec{e}_2) + \dot{U}_2 \Delta \vec{H}_\tau^{V_2}(\vec{e}_2), \end{cases} \quad (6.46)$$

яка методом Гальоркіна зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих амплітуд:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 \dot{Y}_{11}^{V_1} + \dot{F}^{V_1} = \dot{U}_1 \dot{Y}_{11}^v + \dot{U}_2 \dot{Y}_{12}^v, \\ \dot{U}_1 \dot{Y}_{21}^v + \dot{U}_2 \dot{Y}_{22}^v = \dot{U}_2 \dot{Y}_{22}^{V_2} + \dot{U}_2 \Delta \dot{Y}_{22}^{V_2}, \end{cases} \quad (6.47)$$

де $\dot{U}_{1(2)}$ мають розмірність напруги, \dot{F}^{V_1} – магніторушійної сили, а інші елементи системи – розмірність провідності. У загальному вигляді провідності $\dot{Y}_{\sigma s}^Q$ стосовно Q -го об'єму визначаються як

$$\dot{Y}_{\sigma s}^Q = - \int_{\Sigma_\sigma} [\vec{e}_\sigma, \vec{H}^Q(\vec{e}_s)] \vec{n}^Q ds, \quad (6.48)$$

де індекси приймають значення $\sigma=1,2$; $s=1,2$, а \vec{n}^Q – зовнішня нормаль до розглянутого електродинамічного об'єму.

Виразивши в системі (6.47) із другого рівняння амплітуду \dot{U}_2 через \dot{U}_1 і виключивши її з першого рівняння, у підсумку одержуємо співвідношення:

$$\dot{U}_1 \left[-\dot{Y}_{11}^{V_1} + \dot{Y}_{11}^v + \frac{\dot{Y}_{21}^v \dot{Y}_{12}^v}{-\dot{Y}_{22}^v + \dot{Y}_{22}^{V_2} + \Delta \dot{Y}_{22}^{V_2}} \right] = \dot{F}^{V_1}. \quad (6.49)$$

Якщо в (6.49) для різних розсіювальних тіл V розсіюють і (або) їх розташування в об'ємі V_2 доборою матеріальних параметрів включення (ϵ, μ) забезпечити сталість значення суми, що міститься у квадратних дужках, то в таких випадках величина \dot{U}_1 амплітуди залишиться незмінною. А отже, задача розпізнавання частотного відгуку в V_1 буде мати невизначеність стосовно множини таких структурних об'єктів.

Неважко переконатися, що у випадку порожньої порожнини щілини, для якої ($\epsilon=1$, $\mu=1$), і відсутності в області V_2 розсіювального матеріального тіла, вираз (6.49) буде мати такий вигляд:

$$\dot{U}_1 \left[-\dot{Y}_{11}^{V_1} + \dot{Y}_{11}^v + \frac{\dot{Y}_{21}^v \dot{Y}_{12}^v}{-\dot{Y}_{22}^v + \dot{Y}_{22}^{V_2}} \right]_{(\varepsilon=1, \mu=1)} = \dot{F}^{V_1}. \quad (6.50)$$

З порівняння (6.49) і (6.50) видно, що вирази будуть тотожно рівними, якщо зажадати:

$$\dot{Y}_{11}^v + \frac{\dot{Y}_{21}^v \dot{Y}_{12}^v}{\dot{Y}_{22}^{V_2} - \dot{Y}_{22}^v + \Delta \dot{Y}_{22}^{V_2}} = \left[\dot{Y}_{11}^v + \frac{\dot{Y}_{21}^v \dot{Y}_{12}^v}{\dot{Y}_{22}^{V_2} - \dot{Y}_{22}^v} \right]_{(\varepsilon=1, \mu=1)}. \quad (6.51)$$

Співвідношення (6.51) може бути визначене, як умова маскуванню об'єкта V , оскільки частотний відгук у просторовій області V_1 буде таким же, як і у випадку випромінювання щілини в об'єм V_2 при відсутності в ньому тіла, що розсіює. Як і передбачалося, в (6.51) не фігурують матричні елементи $\dot{Y}_{11}^{V_1}$ і \dot{F}^{V_1} , що характеризують процес збудження електромагнітного поля в області V_1 .

6.4.2 Аналіз вібраторно-щілинної структури

У якості конкретного прикладу вібраторно-щілинної структури розглянемо вузьку лінійну щілину із прямокутною апертурою $L \times d$, прорізану в плоскому нескінченному екрані товщиною c , яка випромінює в обмежений цим екраном півпростір V_2 . Вважаючи $\frac{c}{\lambda} \ll 1$, зв'яжемо з ідеально провідним екраном і щілиною систему координат, як показано на Рис. 6.12.

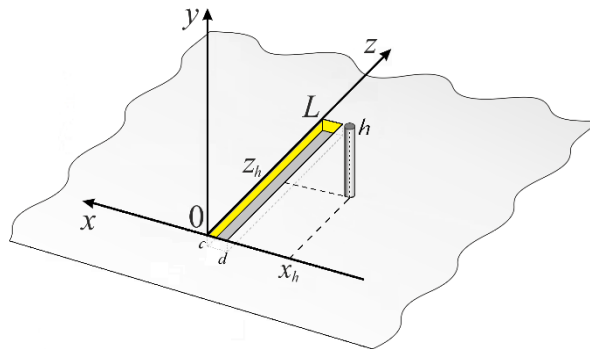


Рис. 6.12 Геометрія вібраторно-щілинної структури

Над площиною екрана $(x, 0, z)$ розташуємо вертикальний ідеально провідний тонкий вібратор з радіусом ρ і висотою h ($\frac{\rho}{\lambda} \ll 1$ і $\frac{\rho}{h} \ll 1$), що має електричний контакт з екраном, (x_h, z_h) у точці з координатами x_h і z_h її околі з радіусом ρ . Приймаючи у випадку резонансного збудження вузької щілини апроксимації (6.45) у вигляді постійних поперек щілини функцій [280]:

$$\vec{e}_{\Sigma 1(\Sigma 2)} = \frac{\dot{U}_{1(2)}}{d} \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \vec{x}^0, \quad (6.52)$$

де \vec{x}^0 – орт координатної осі $(0, x)$, будемо мати:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{11}^v = \dot{Y}_{22}^v &= -\frac{L}{2iW_0kd\mu} \cdot \frac{\sqrt{k^2(\epsilon\mu) - (\pi/L)^2}}{\operatorname{tg}\left(c\sqrt{k^2(\epsilon\mu) - (\pi/L)^2}\right)}, \\ \dot{Y}_{12}^v = \dot{Y}_{21}^v &= \frac{L}{2iW_0kd\mu} \cdot \frac{\sqrt{k^2(\epsilon\mu) - (\pi/L)^2}}{\sin\left(c\sqrt{k^2(\epsilon\mu) - (\pi/L)^2}\right)}. \end{aligned} \quad (6.53)$$

При одержанні (6.53) використовувалася функція Гріна $\hat{G}_v^m(\vec{r}, \vec{r}')$ для прямокутного резонатора з однорідним діелектричним заповненням [84] і позначення $W_0 = 120\pi$. Неважко переконатися, що при виконанні умови $\frac{c}{\lambda} \ll 1$ в співвідношеннях (6.53):

$$\dot{Y}_{11}^v = -\dot{Y}_{12}^v \approx -\frac{L}{2iW_0kd\mu c}. \quad (6.54)$$

Підставивши (6.54) в (6.51) з урахуванням (6.53) одержуємо співвідношення:

$$\mu = 1 - \frac{L}{2ciW_0kd} \left(\frac{1}{\dot{Y}_{22}^{v_2} + \Delta\dot{Y}_{22}^{v_2}} - \frac{1}{\dot{Y}_{22}^{v_2}} \right), \quad (6.55)$$

яке дозволяє однозначно визначити значення μ , необхідне для реалізації маскування вібраторного розсіювача в частотному відгуковій структури. Відзначимо, що вираз (6.55) у випадку електрично тонкої порожнини щілини

($c \ll \lambda$) виявляється незалежним від параметра ε . Як і слід було сподіватися, при відсутності впливу вібратора, коли $\Delta \dot{Y}_{22}^{V_2} \rightarrow 0$, згідно (6.55) значення $\mu \rightarrow 1$.

6.4.3 Результати числового моделювання

При проведенні числових розрахунків на підставі (6.55) будемо розглядати параметри порожнини щілини, що знаходяться у резонансній області випромінювача: $L = \lambda/2$ і $d = c = L/20$. Провідності $\dot{Y}_{22}^{V_2}$ тут будемо знаходити як і в [280]. Розподіл електричного струму \vec{J}_v^e уздовж тонкого вібратора за умови обмеження його висоти інтервалом $0 \leq h \leq 0,3\lambda$ апроксимуємо тригонометричною функцією з невідомою комплексною амплітудою \dot{I}_h :

$$\vec{J}_h^e = \dot{I}_h \cos\left(\frac{\pi y}{2h}\right) \vec{y}^0, \quad (6.56)$$

де \vec{y}^0 – орт координатної осі $(0, y)$. Апроксимація (6.56) забезпечує правильну поведінку струму на кінцях вібраторного розсіювача. Додавка до провідності $\Delta \dot{Y}_{22}^{V_2}$ у цьому випадку буде визначатися наступним виразом:

$$\Delta \dot{Y}_{22}^{V_2} = \frac{\dot{I}_h}{2\pi} \int_0^L \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \int_0^d (x_h - x) \int_0^h e^{-ikR_1} \frac{1/R_1 + ik}{R_1^2} \cos\left(\frac{\pi y}{2h}\right) dy dx dz \Big|_{R_1 = \sqrt{(x-x_h)^2 + y^2 + (z-z_h)^2}}. \quad (6.57)$$

В (6.57) амплітуду \dot{I}_h знаходимо з відношення $\dot{I}_h = -R_h/Z_h$, у якому використовуються формули для коефіцієнта взаємного зв'язку щілини з вібратором R_h і власного опору вібратора Z_h з [280].

Як приклад, на Рис. 3 наведено розрахункові залежності величин реальної й уявної частин магнітної проникності (6.55) від геометричних параметрів вібраторного розсіювача. На Рис. 6.13а показано результати при зміні відстані $d \leq x_h \leq d + \lambda$ між щілиною й резонансним вібратором у випадку фіксації інших параметрів: $h = \lambda/4$, $\rho = 0,005h$, $z_h = L/2$, $\lambda = 0,03$ [м]. На Рис. 6.13б наведено

результати при зміні на тій же довжині хвилі збудження розміру вібратора $0 \leq h \leq \lambda/4$ й фіксації параметрів: $x_h = -d - 0,06\lambda$, $z_h = L/2$, $\rho = 0,005h$.

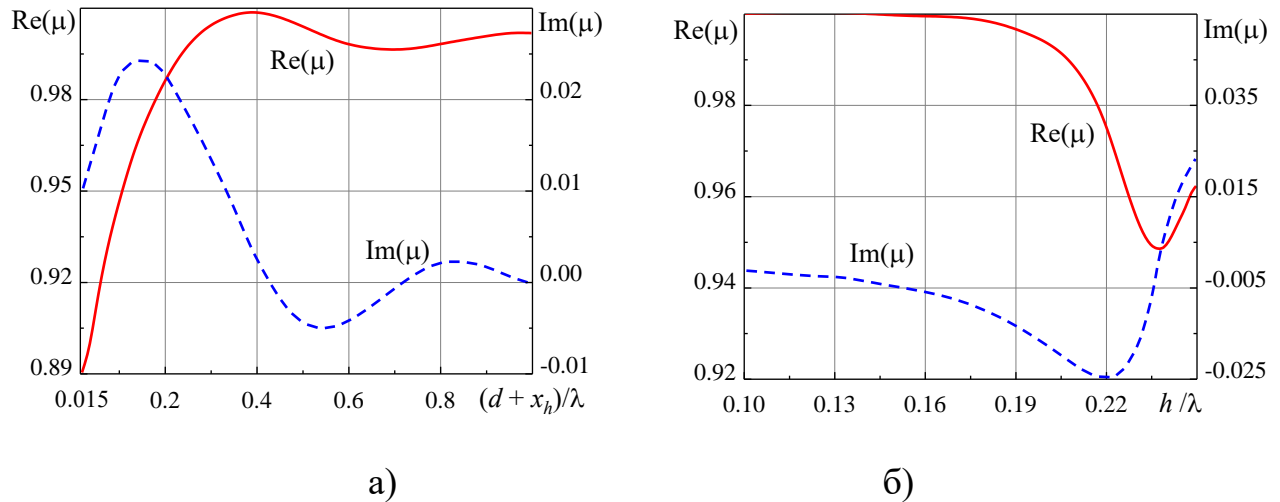


Рис. 6.13 Зміни величини магнітної проникності

Як видно з Рис. 6.13, маскувальний ефект для вібраторного розсіювача може бути забезпечений при заповненні порожнини щілини магнетиком, у якого $0 \leq \text{Re}(\mu) \leq 1$, а уявна частина може характеризуватися як позитивним так і негативним знаком. Горизонтальними асимптотиками для наведених на Рис. 6.13 залежностей (у випадках досить великих значень x_h або малих h) є значення $\text{Re}(\mu) = 1$ й $\text{Im}(\mu) = 0$. Отримана оцінка величини реальної частини магнітної проникності $[1 - \text{Re}(\mu)] \ll 1$ дозволяє стверджувати, що матеріал включення має виражений діамагнітний характер (тобто належить до слабوماгнітних речовин). З іншого боку, зміна знака уявної частини $\text{Im}(\mu)$, подібна до спостережуваної при магнітному гістерезисі, вимагає визначити матеріал вставки як феромагнетик (тобто віднести його до сильномагнітних матеріалів). Таке протиріччя є підставою припускати, що наповнювач порожнини щілини при забезпеченні нею функції радіомаскування повинен бути метаматеріалом – магнетиком гібридного типу.

Таким чином, у строгій електродинамічній постановці отримано числово-аналітичний розв'язок зворотної задачі дифракції щодо величини магнітної

проникності матеріалу вставки в порожнині щілини, прорізаної в плоскому екрані скінченної товщини, яка використовується як елемент маскувального покриття. На підставі цього отримано асимптотичний вираз для розрахунків величини магнітної проникності матеріалу вставки в порожнині щілини при забезпеченні нею функції радіомаскування. У результаті аналізу задачі для випадку взаємодії вузької щілини з розсіювальним вібратором обґрунтована можливість застосування щілини (прорізаної в екрані скінченної товщини) у якості функціонального елемента маскувального покриття. Установлено, що при цьому матеріал щілинної вставки повинен мати властивості спеціального метаматеріалу – магнетика гібридного типу. При потребі, обґрунтування може бути узагальнене на інші типи об'єктів, що розсіюють.

Висновки до розділу 6

У розділі з єдиної методологічної позиції, що базується на імпедансній концепції, запропоновано новий метод імпедансного синтезу ДС випромінювання в теорії вібраторних решіток. При цьому отримано розв'язок задачі імпедансного синтезу для решітки з подвійною періодичністю в аналітичному вигляді. Отримані аналітичні вирази дозволяють безпосередньо розраховувати значення імпедансів кожного з вібраторів, що забезпечують можливість повернути максимум ДС антени у хвильовій зоні в заданому напрямку. Такі формули можуть скласти основу затребуваним на практиці алгоритмам керування випромінюванням решіток, наприклад, при забезпеченні просторового сканування їх ДС.

Авторський метод імпедансного синтезу ДС випромінювання для структур із симетричних вібраторів, збуджуваних зосередженими генераторами напруги, узагальнено на випадок плоских двовимірних дифракційних решіток, отримано аналітичний розв'язок задачі імпедансного синтезу для дифракційної решітки з подвійною періодичністю за умови її однобічного збудження плоскою хвилею, що падає по нормалі. Отримано формули, які дозволяють розраховувати значення імпедансів кожного з вібраторів, що забезпечують можливість направити

максимум ДС вторинного випромінювання решітки (як і повного поля дифракційної задачі) у хвильовій зоні в заданому напрямку. Ці формули можуть скласти основу затребуваним на практиці алгоритмам керування випромінюванням прохідних дифракційних решіток.

Метод імпедансного синтезу ДС випромінювання, розроблений для вібраторних структур, за допомогою принципу дуальності узагальнено на випадок щілинних двовимірних плоских решіток. Отримано аналітичний розв'язок задачі імпедансного синтезу для щілинних решіток з подвійною періодичністю. Для вузьких щілин, що мають навантаження у вигляді порожнин резонаторів з магнітодіелектричним заповненням, розв'язано задачу конструктивної реалізації імпедансу магнітного типу.

У строгій електродинамічній постановці отримано числово-аналітичний розв'язок зворотної задачі дифракції щодо величини магнітної проникності матеріалу вставки в порожнині щілини, прорізаної в плоскому екрані скінченної товщини, яка використовується як елемент маскувального покриття. Отримано асимптотичний вираз для розрахунків величини магнітної проникності матеріалу вставки в порожнині щілини при забезпеченні нею функції радіомаскування. У випадку взаємодії вузької щілини з розсіювальним вібратором обґрунтована можливість застосування щілини у якості функціонального елемента маскувального покриття. Установлено, що при цьому матеріал щілинної вставки повинен мати властивості спеціального метаматеріалу – магнетика гібридного типу. При потребі, обґрунтування може бути узагальнене на інші типи розсіювальних об'єктів.

Результати цього розділу опубліковані в роботах автора [29, 30, 35, 63–65]

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота присвячена розв'язку актуальної проблеми радіофізики, яка полягає розвитку теорії комбінованих випромінювачів магнітно-електричного типу, а також їх багатoeлементних систем, побудові на основі інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки фізично коректних математичних моделей для їхнього дослідження, розробці й узагальненні числово-аналітичних методів розв'язання відповідних крайових задач математичної фізики, що дозволяє провести строгий електродинамічний аналіз комбінованих структур, які складаються з електричних і магнітних випромінювачів: тонких імпедансних вібраторів (у загальному випадку з нерегулярними вздовж них геометричними й електрофізичними параметрами) та вузьких щілин, а також їх багатoeлементних систем, розташованих у різних електродинамічних об'ємах з імпедансними границями (включаючи покриття з метаматеріалу) та заповнених матеріальним середовищем. Вирішення зазначеної проблеми розкриває додаткові можливості для формування електромагнітних полів із заданими характеристиками у всіх зонах випромінювання, а також сприяє розвитку новітньої елементної бази антенно-хвильових пристроїв метрового, дециметрового та міліметрового діапазонів довжин хвиль, створенню нових або істотному покращенню робочих характеристик діючих радіотехнічних та радіoeлектронних пристроїв для різних галузей застосування.

Основні результати дисертаційної роботи полягають у наступному:

- створено нові та розвинено і модифіковано існуючі математично обґрунтовані числово-аналітичні методи розв'язання відповідних крайових задач електродинаміки, розроблено високоефективні математичні моделі, методи й алгоритми розрахунку характеристик випромінювачів, ефективні для застосування в системах автоматизованого проектування, які дозволяють на строгому електродинамічному рівні здійснювати побудову математичних моделей реальних магнітно-електричних випромінюючих структур, що реалізуються на базі хвильовідно-щілинних та імпедансних вібраторних випромінювачів з

довільними геометричними й електрофізичними параметрами, розташованих в різноманітних електродинамічних об'ємах, зокрема з імпедансними границями;

– виявлено нові фізичні явища, властивості та закономірності формування такими випромінюючими структурами електромагнітного поля із зазначеними просторово-часовими та іншими електродинамічними (частотними, енергетичними, поляризаційними та ін.) характеристиками.

Ці два аспекти включають такі результати роботи:

1. Запропоновано нові аспекти в розвитку теорії електрично тонких випромінювачів: введено до електродинамічного аналізу електрично тонких випромінювачів нові поняття ефективних наведених імпедансів електричного та магнітного типів, що дозволило сформулювати струмові інтегральні рівняння для випромінювачів електричного та магнітного типів у дуально-симетричній формі.

2. Уперше розв'язано задачі збудження та випромінювання електромагнітних полів поперечною та поздовжньою щілинами в широкій стінці прямокутного хвилеводу, усередині й зовні якого розташовано імпедансні вібратори (монополі), з урахуванням повної взаємодії між усіма елементами вібраторно-щілинних структур. Особливостями розв'язання задач є використання в методі наведених ЕМРС для визначення розподілу електричних і магнітних струмів на елементах структур розв'язків, попередньо отриманих асимптотичним методом усереднення та врахування змінного вздовж вібраторів поверхневого імпедансу.

2.1. У випадку поперечної щілини в широкій стінці прямокутного хвилеводу, усередині якого розташовано два імпедансних монополі, вперше:

– виявлено, що при розташуванні монополів безпосередньо під щілиною, вони практично не впливають на коефіцієнт випромінювання структури, в той же час вібратори з різними значеннями поверхневого імпедансу або з різними розподілами імпедансу вздовж них дозволяють оптимізувати вхідне узгодження випромінювача або отримати високодобротні резонанси відбиття від структури на заданій довжині хвилі, за допомогою чого можна реалізувати однобічну фільтрацію сигналу.

– визначено умови реалізації максимального коефіцієнта випромінювання, близького до одиниці, який спостерігається при зміщенні осі одного з вібраторів відносно осі щілини на величину кратну $z_0 = \lambda_G / 2$ та забезпеченні близьких значень резонансних частот щілини й вібратора, що реалізується при використанні монополів зі змінними уздовж них індуктивними імпедансами.

– виявлено що зміщення монополя у площині поперечного перерізу хвилеводу при $z_0 = \lambda_G / 2$ зумовлює зміну ширини смуги частотної залежності коефіцієнта випромінювання структури яка змінюється майже втричі при незначній (біля 5%) зміні максимального значення коефіцієнта випромінювання.

2.2. Узагальненим методом наведених ЕМРС розв'язано задачі з визначення струмів в елементах хвилевідних комбінованих вібраторно-щілинних структур, які містять два монополі, в загальному випадку зі змінним уздовж них поверхневим імпедансом, розміщені поза хвилеводом по обидва боки щілини, на певній відстані від неї, які дозволяють сформувати поля випромінювання, як у випадку випромінювача Клевіна. Для таких структур вперше:

– визначено оптимальні параметри випромінювача (L_v, x_d, \bar{Z}_s) при випромінюванні у півпростір над нескінченною площиною для одержання ДС із однаковою шириною в E - і H -площинах, ДС із найбільш низьким рівнем бічного випромінювання, для забезпечення максимально близьких за шириною ДС в E - і H -площинах при заданому рівні бічного випромінювання;

– показано, що оптимальна ДС випромінювача Клевіна з напівхвильовою щілиною може бути реалізована тільки при досить малому коефіцієнті випромінювання $|S_\Sigma|^2 < 0,1$, оскільки компенсація в дальній зоні поля випромінювання щілини (уздовж площини) дифракційними полями вібраторів одночасно супроводжується придушенням власного поля в щілині;

– визначено, що підвищити коефіцієнт випромінювання структури з поздовжньою щілиною до $|S_\Sigma|^2 \approx 0,4 \div 0,49$ при збереженні подібних ДС в E - і H -площинах дозволяє збільшення довжини щілини на (15-20)% у порівнянні з її резонансною довжиною при відповідній зміні довжин вібраторів та розташування

усередині хвилеводу додаткового імпедансного вібраторного настроювального елемента.

– вперше отримано рівняння параметричного типу щодо визначення реактивного імпедансу настроювального монополя всередині хвилеводу для структури з поперечною щілиною, при якому забезпечується резонансний режим випромінювання структури та побудовано наближений аналітичний розв'язок такого рівняння в окремому випадку.

3. Уперше розв'язано задачі збудження електромагнітних полів у хвилевідних Е-площинних Т-подібних зчленуваннях нескінченного й напівнескінченного хвилеводів (з однаковими та різними розмірами поперечних перерізів) через поперечну щілину в широкій стінці нескінченного хвилеводу, усередині якого розміщено імпедансний монополь (пара монополів), а поверхня торця напівнескінченного хвилеводу може бути також імпедансною (включаючи покриття з метаматеріалу). В результаті числового моделювання вперше:

– визначено умови збільшення коефіцієнта передачі за потужністю в бічний хвилевід P_{13} на резонансній довжині хвилі щілини й монополя, що має місце при розташуванні імпедансного монополя усередині основного хвилеводу при величинах зсуву осі вібратора щодо осі щілини кратних $\lambda_G^{Sres} / 8$ при одночасному зменшенні величин P_{12} і P_{11} , максимальне значення P_{13} (до 90 %) спостерігається при $z_0 = \lambda_G^{Sres} / 2$;

– виявлено, що зсув монополя в площині поперечного перерізу хвилеводу приводить до розширення ширини смуги передатної характеристики $P_{13}(\lambda)$ на 70%.

– визначено умови поділу потужностей хвиль, що пройшли, у заданому співвідношенні на певній довжині хвилі всього робочого діапазону хвилеводу при задовільному ($K_{СХН} \leq 2,0$) узгодженні в плечі 1 при використанні монополів однакової довжини, але з різними значеннями та законами розподілу поверхневого імпедансу;

– визначено умови рівного поділу падаючої потужності між модами H_{10} , H_{20} або H_{30} в бічному хвилеводі (за умови його багатомодового функціонування) в інтервалах частот (причому на окремих частотах коефіцієнт передачі за потужністю в бічне плече досягає значення 90%) та умови рівного поділу падаючої потужності між усіма фізичними каналами поділу потужності на окремих частотах при задовільному ($K_{СХН} \leq 2,0$) узгодженні в плечі 1;

– виявлено, що покриття торця бічного хвилевідного плеча метаматеріалом LR-5I, яке має частотно залежний різнотипний імпеданс може забезпечувати трьохрезонансний режим передачі потужності з основного хвилеводу в бічний.

4. Уперше розв'язано задачі збудження електромагнітних полів у хвилевідних зчленуваннях з діелектричними вставками й імпедансними поверхнями, де в якості бічних плечей пристроїв розглянуто: Т-орієнтований напівнескінченний хвилевід з імпедансним торцем; напівнескінченний співвісний хвилевід; перпендикулярно схрещений нескінченний прямокутний хвилевід.

Визначено, що для заданої довжини хвилі підбором електричних параметрів хвилевідних пристроїв можна забезпечити в інтервалі $0 \leq |S_e|^2 \leq 0,84$ необхідний рівень передачі потужності з основного хвилеводу в бічний. Причому для регулювання рівня передачі потужності в зазначених межах виявляються достатніми зміни величини діелектричної проникності вставки в декілька одиниць відсотків.

Уперше сформульовано загальну резонансну умову для зазначених типів хвилевідних зчленувань з діелектричною вставкою в області щілини зв'язку та встановлено, що для діелектриків з тангенсом кутів діелектричних втрат $tg\delta \leq 0,1$ похибка визначення резонансної довжини хвилі λ_{res} з отриманої резонансної умови у разі ігнорування в розрахунках уявної частини діелектричної проникності матеріалу вставки не перевищує $0,01\lambda_{res}$.

5. Уперше розв'язано задачі збудження та випромінювання електромагнітних хвиль вузькою резонансною щілиною, прорізаною в ідеально

провідній сфері довільного радіуса, збуджуваною напівнескінченим прямокутним хвилеводом з імпедансним торцем або прямокутним хвилеводом з одно- і двохщілинним прохідним резонатором. Особливостями розв'язання задачі є використання в якості єдиної базисної функції функціональної залежності в методі наведених МРС аналітичного розв'язку інтегрального рівняння, попередньо отриманого асимптотичним методом усереднення і використання поняття еквівалентної ширини щілини d_e , яке дозволяє виключити необхідність визначення полів у внутрішній порожнині щілини.

Визначено, що при розрахунках енергетичних характеристик сферичного випромінювача в околиці резонансу використання провідності щілини в нескінченному екрані стає коректним для $kR \geq 10$, тоді як вдалині від резонансу – для $kR \geq 50$.

Виявлено, що зміна значень матеріальних параметрів магнітодіелектрика, з якого виконано імпедансне покриття торця хвилеводу, а отже, і значень його поверхневого імпедансу дозволяє перебудову довжини хвилі резонансного випромінювання випромінювача при збереженні його вхідного узгодження в межах (30-36)%, що відповідає половині діапазону одномодового режиму хвилеводу.

Визначено, що розміщення у хвилевідному тракті прохідного резонатора суттєво підвищує добротність системи, при цьому резонансна крива має велику крутість, а її форма наближається до прямокутної. Наявність у діафрагмі другої щілини приводить до звуження смуги пропускання за рівнем половинної потужності випромінювання до 50 % та повного відбиття падаючої на діафрагму хвилі типу H_{10} . на певній довжині хвилі, що залежить від довжини щілини і її положення.

6. Уперше розв'язано задачу формування електромагнітних полів структурою, що складається з резонансної щілини в ідеально провідній сфері довільного радіуса й двох радіальних імпедансних вібраторів.

Показано, що для випромінювача типу Клевіна на сфері необхідна довжина монополів, при якій забезпечується подібність ДС у двох площинах залежить від радіуса сфери. Геометричні параметри випромінювача Клевіна, визначені для нескінченного екрана зберігаються для сфер з $kR \geq 20$.

7. Уперше узагальненим методом наведених ЕМРС визначено розподіли струмів в багатоеlementній комбінованій щілинно-вібраторній решітці з імпедансними випромінювачами, що поєднує щілину, прорізану у стінці прямокутного хвилеводу та систему пасивних імпедансних вібраторів, розміщених над щілиною у вільному півпросторі.

Виявлено, що при оптимізації параметрів випромінювачів така система дозволяє отримати діаграму спрямованості, подібну до ДС директорної антени (решітки Ягі-Уда). При цьому забезпечується добре узгодження з хвилевідним трактом ($K_{СХН} < 1,1$).

8. Обґрунтовано використання комбінованих вібраторно-щілинних випромінювачів, що мають подібні діаграми спрямованості в основних площинах, як елементів двочастотних антенних решіток, що реалізовано за допомогою діодної комутації активності щілинних і вібраторних елементів.

9. Запропоновано новий метод імпедансного синтезу ДС випромінювання антенних решіток з імпедансними вібраторними елементами.

Уперше отримано аналітичні формули для дійсної і уявної частин поверхневих імпедансів вібраторних елементів випромінюючих і дифракційних решіток, які забезпечують формування максимуму ДС випромінювання решіток в заданому напрямку.

10. Метод імпедансного синтезу ДС випромінювання, розроблений для вібраторних структур, за допомогою принципу дуальності узагальнено на випадок щілинних двовимірних плоских решіток, в яких щілини збуджуються в центральній частині своїх апертур дельта-генераторами напруги та мають навантаження у вигляді порожнин резонаторів з магнітно-діелектричним заповненням.

Розв'язано задачу конструктивної реалізації імпедансу магнітного типу.

9. Відповідність побудованих моделей реальним фізичним процесам підтверджено порівнянням з експериментальними даними, відомими з літературних джерел, і оригінальними результатами експериментальних досліджень для вібраторних і щільних структур.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Thin Impedance Vibrators. Theory and Applications / M.V. Nesterenko, V.A. Katrich, Yu.M. Penkin, V.M. Dakhov, **S.L. Berdnik**. – New York: Springer Science+Business Media, 2011. – 223 p.
2. Теория волноводно-щелевых излучающих структур : монография / В.А. Катрич, В.А. Лященко, М.В. Нестеренко, Л.П. Яцук, **С.Л. Бердник** – Х.: ХНУ имени В.Н. Каразина. – 2014. – 400 с.
3. Формирование электромагнитных полей комбинированными вибраторно-щелевыми структурами: монография / **Бердник С.Л.**, Катрич В.А., Нестеренко М.В., Пенкин Ю.М. – Х.: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2018. – 336 с.
4. Electromagnetic Fields Excited in Volumes with Spherical Boundaries // Yuriy M. Penkin, Victor A. Katrich, Mikhail V. Nesterenko, **Sergey L. Berdnik**, Victor M. Dakhov. – Springer. – 2019. – 198 p. .
5. Combined Vibrator-Slot Structures: Theory and Applications / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, O. M. Dumin. – Springer, Cham, Switzerland, 2020. – 344 p.
6. Electromagnetic Waves Excitation by Thin Impedance Vibrators and Narrow Slots in Electrodinamic Volumes / M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin. Chapter in book “Advanced Electromagnetic Waves”, S. O. Bashir (ed.), Rijeka: InTech. - 2015. – Chapter 6. – P. 147-175.
7. Створення вібраторних та щілинних випромінюючих структур із заданими частотно-просторово-енергетичними характеристиками / В. О. Катрич, М. В. Нестеренко, **С. Л. Бердник**, Ю. М. Пенкін // Випромінюючі структури багатофункціональних радіоелектронних систем: теорія і застосування / за ред. В.О. Катрич. – Lambert Academic Publishing. – 2017. – Розд. 2. – С. 35-70.
8. Использование концепции поверхностного импеданса в задачах электродинамики (75 лет спустя) / **С. Л. Бердник**, Д. Ю Пенкин, В. А.

- Катрич, Ю. М. Пенкин, М. В. Нестеренко // Радиофизика и радиоастрономия. — 2014. — Т. 19, № 1. — С. 57-80.
9. Рассеяние электромагнитных волн системой вибраторов с переменным импедансом в прямоугольном волноводе / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, В. И. Кийко, М. В. Нестеренко // Радиофизика и радиоастрономия. — 2015. — Т. 20, №. 1 — С. 64–75.
 10. Щелевая сферическая антенна с многоэлементной резонансной диафрагмой в волноводе / **С.Л. Бердник**, В.С. Васильковский, В.А. Катрич, М.В. Нестеренко, Ю.М. Пенкин // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Радіофізика та електроніка. — 2014. — №1115 — Вип.24 — С. 35–40.
 11. Электродинамические характеристики щелевых сферических излучателей / **С.Л. Бердник**, В.А. Катрич, М.В. Нестеренко, Ю.М. Пенкин // Прикладная радиоэлектроника. — 2015. — Том 14, № 1. — С. 24–35.
 12. **Бердник С.Л.** Система вибраторов с переменным поверхностным импедансом в свободном пространстве / С.Л. Бердник // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Радіофізика та електроніка. — 2012. — №1010 — Вип.20 — С. 23 – 27.
 13. **Бердник С.Л.** Излучение электромагнитных волн электрически длинной щелью с диэлектрическим заполнением в узкой стенке многомодового прямоугольного волновода / С.Л. Бердник // Радиотехника. Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. — 2012. — Вып. 171. — С. 322 – 326 .
 14. Combined vibrator-slot structures in electrodynamic volumes / M.V. Nesterenko, V.A. Katrich, Y.M. Penkin, **S.L. Berdник**, and V.I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. — 2012. — PIERB 37. — P. 237–256.
 15. Electromagnetic waves scattering and radiation by vibrator-slot structure in a rectangular waveguide / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, D. Y. Penkin, **S. L. Berdник**, and V. I. Kijko // Progress In Electromagnetics Research M. — 2012. — Vol. 24. — P. 69-84.

16. Electromagnetic fields excitation by a multielement vibrator-slot structures in coupled electrodynamics volumes / Dmitriy Y. Penkin, **Sergey L. Berdnik**, Victor A. Katrich, Mikhail V. Nesterenko, and Victor I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2013. – Vol 49. – P. 235–252.
17. Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves by a Multi-Element Vibrator-Slot Structure in a Rectangular Waveguide / **S.L. Berdnik**, V.A. Katrich, M.V. Nesterenko, Yu.M. Penkin, and D.Yu. Penkin // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2015. – Vol. 63, No. 9. – P. 4256–4259.
18. Waveguide Radiation of The Combined Vibrator-Slot Structures / **Sergey L. Berdnik**, Viktor A. Katrich, Mikhail V. Nesterenko, Yuriy M. Penkin // Progress In Electromagnetics Research B, Vol. 87, 151–170, 2020.
19. E-Plane T-Junction of Rectangular Waveguides with Vibrator-Slot Coupling Between Arms / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Telecommunications and Radio Engineering. – 2015. – Vol. 74, Issue 14. – P. 1225–1240.
Переклад англійською мовою статті: Е-плоскостное сочленение прямоугольных волноводов с вибраторно-щелевой связью между плечами / С. Л. Бердник, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и электроника. – 2015. – Т.6(20), № 1. – С.85–93.
20. Power Characteristics of a T-Junction of Rectangular Waveguides with a Multi-Element Monopole-Slotted Coupling Structure / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, V. I. Kiyko, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Telecommunications and Radio Engineering. – 2016. – Vol. 75, Issue 6. – P. 489–506.
Переклад англійською мовою статті: Энергетические характеристики Т-образного сочленения прямоугольных волноводов с многоэлементной вибраторно-щелевой структурой в области связи / С. Л. Бердник, В. А. Катрич, В. И. Кийко, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и электроника. – 2016. – Т.7(21), № 1, – С.4–14.

21. Waveguide T-junctions with Resonant Coupling between Sections of Different Dimensions/ **Sergey L. Berdnik**, Viktor Katrich, Mikhail V. Nesterenko, Yuriy M. Penkin // International Journal of Microwave and Wireless Technologies, Cambridge University Press and the European Microwave Association, 2016 (2017). pp. 1059–1065.
22. Analysis of Resonant Characteristics of E- and H-Plane Waveguide Junctions with Local Dielectric Inclusions / Y. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, and N. K. Blinova // Progress In Electromagnetics Research Letters, Vol. 91, 17-24, 2020.
23. Electromagnetic waves radiation into the space over a sphere by a slot in the end-wall of a semi-infinite rectangular waveguide / **S.L. Berdnik**, Y.M. Penkin, V.A. Katrich, M.V. Nesterenko and V.I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2013. – Vol 46. – P. 139–158.
24. Energy Characteristics of a Slot Cut in an Impedance End-wall of a Rectangular Waveguide and Radiating into the Space over a Perfectly Conducting Sphere / **Sergey L. Berdnik**, Victor A. Katrich, Yuriy M. Penkin, Mikhail V. Nesterenko, and Svetlana V. Pshenichnaya // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA.– 2014. – Vol. 34. – P. 89–97.
25. Electrodynamic Characteristics of a Radial Impedance Vibrator on a Perfect Conduction Sphere / Dmitry Yu. Penkin, Victor A. Katrich, Yuriy M. Penkin, Mikhail V. Nesterenko, Victor M. Dakhov, and **Sergey L. Berdnik** // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA.– 2015. – Vol. 62. – P. 137–151.
26. Slotted spherical antenna with a multi-element diaphragm in the waveguide / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, V. I. Kijko, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 95 - 2020. - P. 1-12.

27. Electromagnetic Waves Radiation by a Vibrators System with Variable Surface Impedance / **Sergey L. Berdnik**, Victor A. Katrich, Mikhail V. Nesterenko, and Yuriy M. Penkin // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA.– 2016. – Vol. 51. – P. 157–163.
28. Yagi-Uda Combined Radiating Structures of Centimeter and Millimeter Wave Bands / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Y. M. Penkin, and O. M. Dumin // Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 93, 89-97, 2020.
29. Analytical Solution of Impedance Synthesis Problem for a 2D Array of Thin Vibrators / Yuriy M. Penkin, Victor A. Katrich, Mikhail V. Nesterenko and **Sergey L. Berdnik** / Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA.– 2018. – Vol. 65. – P. 43–49.
30. Impedance Synthesis of Plane Diffraction Vibrator Arrays / Yuriy M. Penkin, Victor A. Katrich, Mikhail V. Nesterenko, **Sergey L. Berdnik**, and Svetlana V. Pshenichnaya // Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 89, 31–41, 2020.
31. Возбуждение электромагнитных полей продольной щелью в широкой стенке прямоугольного волновода в присутствии пассивных импедансных вибраторов вне волновода / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и радиоастрономия. –2016. – Т.21, №3. – С. 198–215.
32. Управление энергетическими характеристиками волноводных сочленений с диэлектрическим включением / Ю.М Пенкин, **С.Л. Бердник**, В.А. Катрич, М.В. Нестеренко, С.В. Пшеничная // Прикладная радиоэлектроника – 2017. – Том 16, № 1,2 – С. 51–60.
33. Пат. 120298, Україна, МПК H01Q 7/08 (2006.01) / Магнітний шлейф-вібратор // О.І. Карпов, В.О. Катрич, **С.Л. Бердник**, Є.О. Антоненко; власник ХНУ імені В.Н. Каразіна. – № a201710295; заявл. 17.10.2017; опублік. 11.11.2019, Бюл. № 21/2019.

34. Пат. 119283, Україна, ПК H01Q 1/48 (2006.01), H01Q 7/08(2006.01), H01Q 9/26 (2006.01) / Антена широкосмугова портативна // О.І. Карпов, В.О. Катрич, **С.Л. Бердник**, Є.О. Антоненко; власник ХНУ ім. В.Н. Каразіна. – № а201710066; заявл. 17.10.2017; опублік. 27.05.2019, Бюл. № 10/2019.
35. Dual-symmetric of integral equations for antenna currents / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdник** // Proc. XXIIIth Intern. Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2018.- Tbilisi (Georgia). - 2018.-P.55-59.
36. Diffraction radiation of a slot into a space over an impedance screen / **S. L. Berdник**, Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko // Proc. XXIIth Intern. Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2017. – Dnipro (Ukraine). – 2017. – P. 64-67.
37. Natural regularization of the kernels of integral equations for currents on impedance surfaces / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdник** // Proceedings of the XXV th International Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory. Tbilisi, Georgia. – 2020. – P. 87-91.
38. Electromagnetic waves excitation by vibrator-slot structure in rectangular waveguide / Berdник S. L., Katrich V. A., Nesterenko M. V., Penkin D. Y. and Pshenichnaya S. V. // 6-th International Conference Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 17-21 Sept. 2012: proceedings. – Sevastopol (Ukraine). – 2012. – P. 195–197.
39. Возбуждение электромагнитных полей многоэлементной вибраторно-щелевой структурой в прямоугольном волноводе / Пенкин Д. Ю., **Бердник С. Л.**, Катрич В. А., Нестеренко М. В., Кийко В. И. // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии: 23-я Международная Крымская конференция, 8-14 сент. 2013 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2013. – С. 708–709.
40. Electrodynamic characteristics of a three-element vibrator-slot structure in a rectangular waveguide / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and

- S. V. Pshenichnaya // XVIII-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Sept. 23-26, 2013: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2013. – P. – 45–48.
41. Clavin Element with Impedance Monopoles / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin and S. V. Pshenichnaya // 2015 XX-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015), Sept. 21-24, 2015: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2015. – P. – 61–65.
 42. Waveguide E-plane T-junction with Resonance Coupling between Shoulders // S. L. Berdnik, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // X Anniversary International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT'2015, April 21-24, 2015, Kharkiv, Ukraine : proceedings. – Kharkiv. – 2015. – P. 306–308.
 43. Waveguide Junction with Controllable Power Division / Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich and M. V. Nesterenko // 9-th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW-2016), June 21–24, 2016: Proc. – Kharkiv, 2016. – P. 1–4.
 44. E-plane T-junctions of Rectangular Waveguides with Vibrator-Slot Coupling between Arms of Different Dimensions / **Berdnik S. L.**, Katrich V. A., Nesterenko M. V. and Penkin Yu. M. // 2016 8th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 5-11 September, 2016 – Odessa, Ukraine: Proc. – Odessa, 2016. – P. 68–72.
 45. Energy Characteristics of a T-Shaped Waveguide Junction with a Dielectric Insert / Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and S. V. Pshenichnaya // 2016 8th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 5-11 September, 2016, Odessa, Ukraine: Proc. – Odessa, 2016. – P. 73–76.
 46. Influence of a dielectric insert on energy characteristics of a cruciform waveguide junction / Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich and M. V. Nesterenko //

- XXIth International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2016), Sept. 26–29, 2016. – Tbilisi, Georgia: Proc. – Tbilisi, 2016. – P. 42–45.
47. T-junction of rectangular waveguides with monopole-slot coupling structure and elements coated by a metamaterial / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, V. I. Kiyko, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Proc. XXIIth Intern. Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2017. - Dnipro (Ukraine). - 2017. - P. 123-127.
 48. General Resonance Condition for Waveguide Junctions with Natural Dielectric Inserts / **Sergey Berdник**, Yurii Penkin, Victor Katrich and Mikhail Nesterenko // Proc. XXIVth Intern. Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2019, September 12-14, 2019, Lviv, Ukraine. – 2019. – P. 103–107.
 49. **Бердник С. Л.**, Катрич В. А., Кийко В.И., Нестеренко М. В. Щелевой излучатель в торце прямоугольного волновода с двухщелевой резонансной диафрагмой // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии: 21-я Международная Крымская конференция, 12-16 сент. 2011 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2011. – С. 565-566.
 50. Резонансная щелевая сферическая антенна / **Бердник С. Л.**, Пенкин Ю. М., Катрич В. А., Нестеренко М. В., Пшеничная С. В. // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии: 23-я Международная Крымская конференция, 8-14 сент. 2013 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2013. – С. 610–611.
 51. Radiation fields of radial impedance monopole mounted on a perfectly conducting sphere / D.Yu. Penkin, V. A. Katrich, V. M. Dakhov, M. V. Nesterenko, S. L. Berdник // IX International Conference on Antenna Theory and Techniques, September 16-20, 2013, Odessa, Ukraine: proceedings. – Odessa. – 2013. – P.123-125.
 52. Spherical antenna excited by a slot in an impedance end-wall of a rectangular waveguide // **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin

- // XVIII-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Sept. 23-26, 2013: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2013. – P. – 111–114.
53. Сферическая антенна, возбуждаемая щелью в импедансном торце с потерями прямоугольного волновода / **Бердник С. Л.**, Пенкин Ю. М., Катрич В. А., Нестеренко М. В., Блинова Н. К. // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии: 24-я Международная Крымская конференция, 7-13 сент. 2014 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2014. – С. 491–492.
 54. Radiation fields of the spherical slot antenna in a material medium / **S. L. Berdник**, V. S. Vasylkovskyi, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // X Anniversary International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT'2015, April 21-24, 2015, Kharkiv, Ukraine : proceedings. – Kharkiv. – 2015. – P. 282–284.
 55. Radiation Fields of Radial Monopole Array Mounted on a Perfectly Conducting Sphere / V. M. Dakhov, V. A. Katrich, **S. L. Berdник**, M. V. Nesterenko and D. Yu. Penkin // 2015 XX-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015), Sept. 21-24, 2015: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2015. – P. – 66–70.
 56. Spherical Antenna with a Clavin Radiator / **S. L. Berdник**, N. K. Blinova, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // 2015 XX-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015), Sept. 21-24, 2015: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2015. – P. – 75–77.
 57. Radiation Fields of a Radial Dipole Located on a Metal Sphere Coated by a Layer of Metamaterial / Yuriy M. Penkin, Victor A. Katrich, Mikhail V. Nesterenko, **Sergey L. Berdник**, Svetlana V. Pshenichnaya / 2017 XI International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT), 24-27 May 2017, Kyiv, Ukraine: proceedings. – 2017. – P. 92–95.

58. Radiation Field of a Dipole Placed at Impedance Sphere / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, N. K. Blinova // 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), May 29 – June 2: proceedings. – 2017. – P. 29–32.
59. System of impedance vibrators in free space / S. L. Berdnik, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and V.I. Kiyko // XVII-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Sept. 24-27, 2012: proceedings.– Tbilisi (Georgia). – 2012. – P. 53–56.
60. Yagi-Uda Antennas with Impedance Wires / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin, and S. V. Pshenichnaya // 16-th Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2016), July 5–7, 2016: Proc. – Lviv, 2016. – P. 403–406.
61. Dual-band combined vibrator-slot radiating structures / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdnik**, O. Dumin // Proceedings of the 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week. Kharkiv, Ukraine. - 2020. - P. 149-153.
62. Многомодовое возбуждение волноводно-щелевого излучателя вытекающей волны / **Бердник С. Л.**, Катрич В. А., Нестеренко М. В., Пшеничная С.В. // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии: 22-я Международная Крымская конференция, 10-14 сент. 2012 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2012. – С. 483-484.
63. Combined Wide-Angle Scanning by a Two-Dimensional Dipole Array / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and **S. L. Berdnik** // 2018 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 4-7 September, Odessa, Ukraine: Proc. – Odessa, 2018. – P. 300–303.
64. Impedance synthesis of flat slot antenna arrays / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdnik** // Proceedings of the 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week. Kharkiv, Ukraine. - 2020. - P. 89-92.
65. Masking effect of a dielectric inclusion in a coupling slotted cavity cut in an infinite screen / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdnik** //

Proceedings of the 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week. Kharkiv, Ukraine. - 2020. - P. 672-675.

66. Хижняк Н. А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики / Н. А. Хижняк. – К. : Наукова думка, 1986. – 280 с.
67. Леонтович М. А. Теоретическая физика. Избранные труды / М. А. Леонтович. – М. : Наука, 1985. – С. 351–355.
68. Леонтович М. А. О приближенных граничных условиях для электромагнитного поля на поверхности хорошо проводящих тел / М. А. Леонтович // Исследования по распространению радиоволн. – 1948. – С. 5–12.
69. Миллер М. А. Использование понятия поверхностного импеданса в теории поверхностных электромагнитных полей (обзор) / М. А. Миллер, В. И. Таланов // Изв. вузов. Радиофизика. – 1961. – Т. 4, № 5. – С. 795–830.
70. Фелсен Л. Излучение и рассеяние волн: в 2 т. ; пер. с англ. / Л. Фелсен, Н. Маркувиц. – М. : Мир, 1978. – 551 с.
71. Морс Ф. М. Методы теоретической физики: в 2 т. ; пер. с англ. / Ф. М. Морс, Г. Фешбах. – М. : Иностр. лит-ра, 1958. – 930 с., 1960. – 896 с.
72. Панченко Б. А. Тензорные функции Грина уравнений Максвелла для цилиндрических областей / Б. А. Панченко // Радиотехника. Респ. межвед. научн.-техн. сб. – 1970. – Вып. 15. – С. 82–91.
73. Levin H. On the theory of electromagnetic wave diffraction by an aperture in an infinite plane conducting screen / H. Levin, J. Schwinger // Commun. Pure Appl. Math. – 1950. – № 4. – P. 355–391.
74. Collin R.E. Field theory of guided waves / R.E. Collin. – New York : McGraw-Hill, 1960. – 606 p.
75. Tai C. T. Dyadic Green's function in electromagnetic theory / C. T. Tai. – Scranton : Intex Educ. Publ., 1971. – 246 p.
76. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : Наука, 1977. – 736 с.
77. Тихонов А. Н. О возбуждении радиоволноводов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский // ЖТФ. – 1947. – № 11. – С. 1283–1296.

78. Van Bladel J. Some remarks on Green's dyadic for infinite space / J. van Bladel // IRE Trans. Antennas Propag. – 1961. – Vol. AP-9. – P. 563–566.
79. Марков Г. Т. Тензорные функции Грина прямоугольных волноводов и резонаторов / Г. Т. Марков, Б. А. Панченко // Изв. вузов. Радиотехника. – 1964. – № 1. – С. 34–41.
80. Пенкин Ю. М. Возбуждение электромагнитных волн в объемах с координатными границами / Ю. М. Пенкин, В. А. Катрич. – Харьков : Факт, 2003. – 231 с.
81. Репин В. М. Численный метод решения задачи об электромагнитной связи объемов через отверстия / В. М. Репин // ЖВММФ. – 1971. – Т. 11, № 1. – С. 152–163.
82. Прийменко С. Д. Истокообразная функция Грина круглого резонатора / С. Д. Прийменко, Л. А. Бондаренко // Радиотехника. Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. – 2007. – Вып. 149. – С. 22–26.
83. Марков Г. Т. Возбуждение электромагнитных волн. 2-е изд. / Г. Т. Марков, А. Ф. Чаплин. – М. : Радио и связь, 1983. – 296 с.
84. Analytical and Hybrid Methods in Theory of Slot-Hole Coupling of Electrodynamical Volumes / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin, S. L. Berdnik. – New York : Springer Science+Business Media, 2008. – 146 p.
85. King R. W. P. The Theory of Linear Antennas / R. W. P. King. – Cambr.-Mass. : Harvard University Press, 1956. – 944 p.
86. Леонтович М. Об одной теореме теории дифракции и ее применении к дифракции на узкой щели произвольной длины / М. Леонтович // ЖЭТФ. – 1946. – Т. 16, Вып. 6. – С. 474–479.
87. King R. W. P. Determination of the admittance and effective length of cylindrical antennas / R. W. P. King, E. A. Aronson, C. W. Harrison // Radio Science. – 1966. – Vol. 1, № 7. – P. 835–850.
88. Naiheng Y. Electromagnetic coupling to an infinite wire through a slot in a conducting plane / Y. Naiheng, R. Harrington // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1983. – Vol. AP-31. – P. 310–316.

89. Ильинский А. С. Математические модели электродинамики / А. С. Ильинский, В. В. Кравцов, А. Г. Свешников. – М. : Высшая школа, 1991. – 224 с.
90. Физическая энциклопедия. В 5-ти томах / Глав. ред. А. М. Прохоров. – М. : Советская энциклопедия, 1983.
91. Фельд Я. Н. Основные уравнения, теорема единственности и граничные задачи электродинамики / Я. Н. Фельд // I-я Всесоюзн. школа-семинар по дифракции и распространению волн : тексты лекций. – М. ; Харьков : ВИРТА, 1968. – С. 93–109.
92. Рытов С. М. Расчет скин-эффекта методом возмущений / С. М. Рытов // ЖЭТФ. – 1940. – Т. 10, Вып. 2. – С. 180–190.
93. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности / Е. Л. Фейнберг. – 2-е изд. – М. : Наука. Физматлит, 1999. – 496 с.
94. Ильинский А. С. Импедансные граничные условия и их применение для расчета поглощения электромагнитных волн в проводящих средах / А. С. Ильинский, Г. Я. Слепян // Радиотехника и электроника. – 1990. – Т. 35, № 6. – С. 1121–1135.
95. Senior T. B. A. Approximate Boundary Conditions in Electro-Magnetics / T. B. A. Senior, J. L. Volakis. – London : IEE, 1995. – 351 p.
96. Hoppe D. J. Impedance Boundary Conditions in Electro-Magnetics / D. J. Hoppe, Y. Rahmat-Samii. – Taylor and Fransic, Boca Ratum, 1995. – 176 p.
97. Tretyakov S. Analytical Modeling in Applied Electromagnetics / S. Tretyakov. – Artech House, 2003. – 272 p.
98. Yuferev S. V. Surface Impedance Boundary Conditions. A Comprehensive Approach / S. V. Yuferev, N. Ida. – CRC Press, 2009. – 410 p.
99. Белькович И. В. Сравнение вариантов импедансных граничных условий при падении плоской электромагнитной волны на диэлектрическое полупространство / И. В. Белькович, М. А. Жексенов, Д. А. Козлов // Журнал радиоэлектроники. – 2011. – № 7. – 9 с.
100. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах / Л. М. Бреховских. – М. : Наука, 1973. – 343 с.

101. Альшиц В. И. Обобщение приближения Леонтовича для электромагнитных полей на границе диэлектрик–металл / В. И. Альшиц, В. Н. Любимов // УФН. – 2009. – Т. 179, № 8. – С. 865–871.
102. Pocklington H. C. Electrical oscillations in wires / H. C. Pocklington // Proc. Cambr. Phil. Soc. – 1897. – Vol. 9, pt VII. – P. 324–332.
103. Hallen E. Theoretical investigations into the transmitting and receiving qualities of antenna / E. Hallen // Nova Acta Reg. Soc. Sci. Ups. – 1938. – Ser. IV. – Vol. 11, № 4. – P. 1–44.
104. Brillouin L. The antenna problem / L. Brillouin // Quart. Appl. Math. – 1943. – № 3. – P. 201–214.
105. Леонтович М. К теории возбуждения колебаний в вибраторах антенн / М. Леонтович, М. Левин // ЖТФ. – 1944. – Т. 14, № 9. – С. 481–506.
106. Вайнштейн Л. А. Волны тока в тонком цилиндрическом проводнике. I. Ток и импеданс передающего вибратора / Л. А. Вайнштейн // ЖТФ. – 1959. – Т. 29, № 6. – С. 65–80.
107. Вайнштейн Л. А. Волны тока в тонком цилиндрическом проводнике. II. Ток в пассивном вибраторе и излучение передающего вибратора / Л. А. Вайнштейн // ЖТФ. – 1959. – Т. 31, № 6. – С. 81–91.
108. Mei K. K. On the integral equation of thin wire antennas / K. K. Mei // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1965. – Vol. AP-13. – P. 374–378.
109. Hanson G. W. Radiation efficiency of nano-radius dipole antennas in the microwave and far-infrared regimes / G. W. Hanson // IEEE Antennas Propag. Mag. – 2008. – V. 50. – P. 66–77.
110. Hanson G. W. Fundamental transmitting properties of carbon nanotube antennas / G. W. Hanson // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2005. – V. AP-53. – P. 3426–3435.
111. Левин Л. Современная теория волноводов : пер. с англ. / Л. Левин. – М. : Изд-во иностр. лит-ры, 1954. – 215 с.
112. Миллер М. А. Применение однородных граничных условий в теории тонких антенн / М. А. Миллер // ЖТФ. – 1954. – Т. 24, № 8. – С. 1483–1495.

113. Говорун Н. Н. Интегральные уравнения для антенны – тела вращения с импедансной поверхностью / Н. Н. Говорун // ДАН СССР. – 1959. – Т. 126, № 1. – С. 49–52.
114. Cassedy E. S. Back scattering cross sections of cylindrical wires of finite conductivity / E. S. Cassedy, J. Fainberg // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1960. – Vol. AP-8. – P. 1–7.
115. Вайнштейн Л. А. Волны тока в тонком цилиндрическом проводнике. III. Вариационный метод и его применение к теории идеального и импедансного проводов / Л. А. Вайнштейн // ЖТФ. – 1961. – Т. 31, № 1. – С. 110–125.
116. Harrison C. W. On the radar cross section of rods, tubes, and strips of finite conductivity / C. W. Harrison, R. O. Heinz // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1963. – Vol. AP-11. – P. 459–468.
117. Wu T. T. The cylindrical antenna with nonreflecting resistive loading / T. T. Wu, R. W. P. King // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1965. – Vol. AP-13. – P. 369–373.
118. King R. W. P. The imperfectly conducting cylindrical transmitting antenna / R. W. P. King, T. T. Wu // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1966. – Vol. AP-14. – P. 524–534.
119. King R. W. P. The imperfectly conducting cylindrical transmitting antenna: numerical results / R. W. P. King, C. W. Harrison, E. A. Aronson // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1966. – Vol. AP-14. – P. 535–542.
120. Глушковский Э. А. Интегральное уравнение для тока в тонком импедансном вибраторе / Э. А. Глушковский, Б. М. Левин, Е. Я. Рабинович // Радиотехника. – 1967. – Т. 22, № 12. – С. 18–23.
121. Линейные антенны с переменным поверхностным импедансом / Э. А. Глушковский, А. Б. Израйлит, Б. М. Левин, Е. Я. Рабинович // Антенны. Вып. 2. – М. : Связь, 1967. – С. 154–165.
122. Shen L.-C. An experimental study of the antenna with nonreflecting resistive loading / L.-C. Shen // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1967. – Vol. AP-15. – P. 606–611.

123. Lamensdorf D. An experimental investigation of dielectric-coated antennas / D. Lamensdorf // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1967. – Vol. AP-15. – P. 767–771.
124. Richmond J. Scattering by imperfectly conducting wires / J. Richmond // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1967. – Vol. AP-15. – P. 802–806.
125. Методы расчета линейных импедансных вибраторов / Э. А. Глушковский, А. Б. Израйлит, Б. М. Левин, Е. Я. Рабинович // Радиотехника. – 1968. – Т. 23, № 1. – С. 40–46.
126. Taylor C. D. Cylindrical transmitting antenna: tapered resistivity and multiple impedance loadings / C. D. Taylor // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1968. – Vol. AP-16. – P. 176–179.
127. Rao B. L. J. Broadband characteristics of cylindrical antennas with exponentially tapered capacitive loading / B. L. J. Rao, J. E. Ferris, W. E. Zimmerman // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1969. – Vol. AP-17. – P. 145–151.
128. Einarsson O. Electromagnetic scattering by a thin resistive wire / O. Einarsson, T. Plato // Electronics Letters. – 1969. – Vol. 5, № 25. – P. 637–638.
129. Inagaki N. Integral equation analysis of cylindrical antennas characterized by arbitrary surface impedance / N. Inagaki, O. Kukino, T. Sekiguchi // IEICE Trans. Commun. – 1972. – Vol. 55-B, № 6. – P. 683–690.
130. Senior T. Backscattering from resistive strips / T. Senior // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1979. – Vol. AP-27. – P. 808–813.
131. Richmond J. Green's function technique for near-zone scattering by cylindrical wires with finite conductivity / J. Richmond // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1980. – Vol. AP-28. – P. 114–117.
132. Гарб Х. Л. Рассеяние электромагнитных волн тонкой импедансной пленкой в прямоугольном волноводе / Х. Л. Гарб, П. Ш. Фридберг, И. М. Яковер // Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27, № 4. – С. 690–695.
133. Гарб Х. Л. Распределение поверхностного электрического тока на идеально проводящей пластинке и импедансной пленке в прямоугольном волноводе / Х. Л. Гарб, П. Ш. Фридберг, И. М. Яковер // Литовский физ. сб. – 1983. – Т. 23, № 1. – С. 34–40.

134. Яковер И. М. Рассеяние H_{10} -волны тонким резонансным импедансным стержнем в прямоугольном волноводе / И. М. Яковер // Литовский физ. сб. – 1983. – Т. 23, № 1. – С. 34–40.
135. Левин Б. М. Антенна с нагрузками как импедансный вибратор с переменным импедансом / Б. М. Левин, А. Д. Яковлев // Радиотехника и электроника. – 1985. – Т. 30, № 1. – С. 25–33.
136. Гарб Х. Л. Дифракция H_{10} -волны на тонкой резистивной пленке со скачкообразным изменением поверхностного импеданса в прямоугольном волноводе / Х. Л. Гарб, П. Ш. Фридберг, И. М. Яковер // Радиотехника и электроника. – 1985. – Т. 30, № 1. – С. 41–48.
137. Bretones A. R. Time-domain analysis of magnetic-coated wire antennas / A. R. Bretones, R. G. Martín, I. S. García // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1995. – Vol. AP-43. – P. 591–596.
138. Mäkinen R. M. An efficient surface-impedance boundary condition for thin wires of finite conductivity / R. M. Mäkinen // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2004. – Vol. AP-52. – P. 3364–3372.
139. Тонкий импедансный вибратор в прямоугольном волноводе / Н. Н. Горобец, М. В. Нестеренко, В. А. Петленко, Н. А. Хижняк // Радиотехника. – 1984. – Т. 39, № 1. – С. 65–68.
140. Нестеренко М. В. Распределение тока и резонансные частоты тонких импедансных вибраторов в прямоугольном волноводе / М. В. Нестеренко, В. А. Петленко // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1988. – Т. 31, № 2. – С. 80–82.
141. Горобец Н. Н. Резонансные характеристики тонких импедансных вибраторов в запердельном прямоугольном волноводе / Н. Н. Горобец, М. В. Нестеренко, В. А. Петленко // Радиотехника. – 1990. – Т. 45, № 3. – С. 57–59.
English translation: Gorobets N. N. Resonance characteristics of thin impedance dipoles in a cutoff rectangular waveguide / N. N. Gorobets, M. V. Nesterenko, V. A. Petlenko // Telecommunications and Radio Engineering. – 1990. – Vol. 45, № 4. – P. 110–112.

142. Нестеренко М. В. Поверхностный импеданс вибраторов в тонкопроволочном приближении / М. В. Нестеренко // Вісн. Харків. нац. ун-ту. Радіофізика та електроніка. – 2002. – № 544. – С. 47–49.
143. Нестеренко М. В. Управление характеристиками вибраторных антенн мобильной связи посредством распределенного импеданса / М. В. Нестеренко // Вісн. Харків. нац. ун-ту. Радіофізика та електроніка. – 2002. – № 570. – С. 22–25.
144. Нестеренко М. В. Излучение электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами в однородной изотропной среде с потерями / М. В. Нестеренко // Радиофізика и радиоастрономия. – 2003. – Т. 8, № 2. – С. 207–216.
English translation: Nesterenko M. V. The electromagnetic wave radiation from a thin impedance dipole in a lossy homogeneous isotropic medium / M. V. Nesterenko // Telecommunications and Radio Engineering. – 2004. – Vol. 61, № 10. – P. 840–853.
145. Резонансные свойства тонких импедансных вибраторов в свободном пространстве / М. В. Нестеренко // Вісн. Харків. нац. ун-ту. Радіофізика та електроніка. – 2004. – № 646. – С. 135–138.
146. Нестеренко М. В. Поле излучения тонкого горизонтального импедансного вибратора в полубесконечной среде с потерями над идеально проводящей плоскостью / М. В. Нестеренко, В. А. Катрич, В. М. Дахов // Радиофізика и радиоастрономия. – 2005. – Т. 10, № 3. – С. 314–324.
147. Нестеренко М. В. Рассеяние электромагнитных волн тонкими вибраторами с переменным поверхностным импедансом / М. В. Нестеренко // Радиофізика и радиоастрономия. – 2005. – Т. 10, № 4. – С. 408–417.
148. Нестеренко М. В. Рассеяние волны типа H_{10} тонким вибратором с переменным импедансом в прямоугольном волноводе / М. В. Нестеренко, Е. Ю. Белогуров // Радиоелектроника и информатика. – 2006. – № 1(32). – С. 8–12.
149. Нестеренко М. В. Рассеяние электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами переменного радиуса / М. В. Нестеренко // Радиофізика и радиоастрономия. – 2006. – Т. 11, № 2. – С. 169–175.

150. Нестеренко М. В. Поле в ближней зоне и поляризационные характеристики системы скрещенных импедансных вибраторов в полубесконечной среде с потерями / М. В. Нестеренко, В. А. Катрич, В. М. Дахов // Радиофизика и радиоастрономия. – 2006. – Т. 11, № 3. – С. 264–275.
151. Impedance vibrator with arbitrary point of excitation / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, V. M. Dakhov, S. L. Berdnik // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2008. – PIERB 05. – P. 275–290.
152. Рассеяние волны типа H_{10} тонким импедансным вибратором с переменным радиусом в прямоугольном волноводе / М. В. Нестеренко, Е. Ю. Белогуров, В. А. Катрич, В. И. Кийко // Вісн. Харків. нац. ун-ту. Радіофізика та електроніка. – 2008. – № 806. – С. 14–17.
153. Нестеренко М. В. Формирование поля излучения с заданными пространственно-поляризационными характеристиками системой скрещенных импедансных вибраторов / М. В. Нестеренко, В. А. Катрич, В. М. Дахов // Изв. вузов. Радиофизика. – 2010. – Т. 53, № 5-6. – С. 412–420. English translation: Nesterenko M. V. Formation of the radiation field with the set spatial-polarization characteristics by the crossed impedance vibrators system / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, V. M. Dakhov // Radiophysics and Quantum Electronics. – 2010. – Vol. 53, № 5-6. – P.371 –378.
154. Application of the generalized method of induced EMF for investigation of characteristics of thin impedance vibrators / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, S. L. Berdnik, Y. M. Penkin, V. M. Dakhov // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2010. – PIERB 26. – P. 149–178.
155. Nesterenko M. V. Thin vibrators with arbitrary surface impedance as a handset antennas / M. V. Nesterenko and V. A. Katrich // 5-th European Personal Mobile Communications Conference, 22-25 Apr. 2003: proceedings. – Glasgow (Scotland). – 2003. – P. 16–20.
156. Bethe H. A. Theory of diffraction by small holes / H. A. Bethe // Phys. Rev. – 1944. – Vol. 66. – P. 163–182.

157. Watson W. H. Resonant slots / W. H. Watson // Proc. IEEE. – 1946. – Vol. 93, № 4. – P. 747–777.
158. Stevenson A. F. Theory of slots in rectangular wave-guides / A. F. Stevenson // Journal of Applied Physics. – 1948. – Vol. 19, № 1. – P. 24–38.
159. Фельд Я. Н. Основы теории щелевых антенн / Я. Н. Фельд. – М. : Сов. радио, 1948. – 160 с.
160. Левин М. Л. К выводу основного уравнения теории щелевых антенн / М. Л. Левин // ЖТФ. – 1951. – Т. 21, № 7. – С. 787–794.
161. Suzuki M. Diffraction of plane electromagnetic waves by a rectangular aperture / M. Suzuki // IRE Trans. Antennas Propag. – 1956. – Vol. AP-4. – P. 149–156.
162. Фельд Я. Н. Антенно-фидерные устройства. Ч. 2. / Я. Н. Фельд, Л. С. Бененсон. – М. : Изд-во ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1959. – 551 с.
163. Катрич В. А. Сравнительный анализ аналитических методов решения интегральных уравнений для магнитного тока в щелевых излучателях / В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Н. А. Хижняк // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. – 2002. – № 12. – С. 15–25.
164. Левин М. Л. Щелевая антенна с направляющим устройством / М. Л. Левин // ЖТФ. – 1951. – Т. 21, № 7. – С. 795–801.
165. Левин М. Л. Пассивные излучающие системы в волноводах / М. Л. Левин // ДАН СССР. – 1953. – Т. XCI, № 4. – С. 807–810.
166. King R. W. P. The slot antenna with coupled dipoles / R. W. P. King, G. H. Owyang // IRE Trans. Antennas Propag. – 1960. – Vol. AP-8. – P. 136–143.
167. Butler C. M. Electromagnetic excitation of a wire through an aperture-perforated conducting screen / C. M. Butler, K. R. Umashankar // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1976. – Vol. AP-24. – P. 456–462.
168. Papierz A. B. Analysis of antenna structure with equal E- and H-plane patterns / A. B. Papierz, S. M. Sanzgiri, S. R. Laxpati // Proc. IEE. – 1977. – Vol. 124, № 1. – P. 25–30.
169. Seidel D. B. Aperture excitation of a wire in a rectangular cavity / D. B. Seidel // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1978. – Vol. MTT-26. – P. 908–914.

170. Elliott R. S. On the mutual admittance between Clavin elements / R. S. Elliott // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1980. – Vol. AP-28. – P. 864–870.
171. Harrington R. F. Resonant behavior of a small aperture backed by a conducting body / R. F. Harrington // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1982. – Vol. AP-30. – P. 205–212.
172. Lee Y.-H. Waveguide slot antenna with a coupled dipole above the slot / Y.-H. Lee, D.-H. Hong, J.-W. Ra // Electronics Letters. – 1983. – Vol. 19, № 8. – P. 280–282.
173. Kominami M. Analysis of an antenna composed of arbitrarily located slots and wires / M. Kominami, K. Rokushima // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1984. – Vol. AP-32. – P. 154–158.
174. His S. W. Electromagnetic coupling to a conducting wire behind an aperture of arbitrary size and shape / S. W. His, R. F. Harrington, J. R. Mautz // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1985. – Vol. AP-33. – P. 581–587.
175. Яцук Л. П. Рассеяние волны типа H_{10} на вибраторно-щелевой неоднородности в прямоугольном волноводе / Л. П. Яцук, А. В. Жиронкина // Радиотехника и электроника. – 1988. – Т. 33, № 10. – С. 2185–2189.
176. Hashemi-Yeganeh S. Analysis of untilted edge slots excited by tilted wires / S. Hashemi-Yeganeh, R. S. Elliott // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1990. – Vol. AP-38. – P. 1737–1745.
177. Full wave modeling of conducting posts in rectangular waveguides and its applications to slot coupled combline filters / H.-W. Yao, K. A. Zaki, A. E. Atia, R. Hershtig // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1995. – Vol. MTT-43. – P. 2824–2830.
178. Hirokawa J. Excitation of an untilted narrow-wall slot in a rectangular waveguide by using etched strips on a dielectric plate / J. Hirokawa, P.-S. Kildal // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1997. – Vol. AP-45. – P. 1032–1037.
179. Hirokawa J. Analysis of an untilted wire-excited slot in the narrow wall of a rectangular waveguide by including the actual external structure / J. Hirokawa, L. Manholm, P.-S. Kildal // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1997. – Vol. AP-45. – P. 1038–1044.

180. Phase control of circular polarization from a slot with a parasitic dipole / K.-S. Min, J. Hirokawa, K. Sakurai, M. Ando // IEICE Trans. Commun. – 1998. – Vol. E81-B, № 3. – P. 668–673.
181. Morioka T. Effects of a parasitic wire on coupling between two slot antennas / T. Morioka, K. Komiyama, K. Hirasawa // IEICE Trans. Commun. – 2001. – Vol. E84-B, № 9. – P. 2597–2603.
182. Impedance characteristic analysis of an axial slot antenna on a sectoral cylindrical cavity excited by a probe using method of moments / R. Wongsan, C. Phongcharoenpanich, M. Krairiksh, J.-I. Takada // IEICE Trans. Fundament. – 2003. – Vol. E86-A, № 6. – P. 1364–1373.
183. Park S.-H. Simple analysis of a slot and a reflection-canceling post in a rectangular waveguide using only the axial uniform currents on the post surface / S.-H. Park, J. Hirokawa, Ando M. // IEICE Trans. Commun. – 2003. – Vol. E86-B, № 8. – P. 2482–2487.
184. Kim K.-C. Reduction of electromagnetic penetration through narrow slots in conducting screen by two parallel wires / K.-C. Kim, S. M. Lim, M. S. Kim // IEICE Trans. Commun. – 2005. – Vol. E88-B, № 4. – P. 1743–1745.
185. Lim K.-S. Design, simulation and measurement of a post slot waveguide antenna / K.-S. Lim, V.-C. Koo, T.-S. Lim // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. – 2007. – Vol. 21, № 12. – P. 1589–1603.
186. Hashimoto K. A post-wall waveguide center-feed parallel plate slot array antenna in the millimeter-wave band / K. Hashimoto, J. Hirokawa, M. Ando // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2010. – Vol. AP-58. – P. 3532–3538.
187. A slotted waveguide array antenna covered by a dielectric slab with a post-wall cavity / S. Yamaguchi, Y. Aramaki, T. Takahashi, M. Otsuka, Y. Konishi // Proc. IEEE APS URSI Int. Symp., Chicago, Illinois, USA. – 2012. – P. 559–560.
188. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. – М. : Наука, 1974. – 504 с.
189. Филатов А. Н. Асимптотические методы в теории дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений / А. Н. Филатов. – Ташкент : ФАН, 1974. – 216 с.

190. Пистолькорс А.А. Антенны / Пистолькорс А.А. – М. : Связьиздат, 1947. – 480 с.
191. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – М. : Радио и связь, 1988. – 440 с.
192. Пенкин Ю. М. Особенности теоремы единственности и принципа двойственности для областей с импедансными поверхностями / Ю. М. Пенкин // Радиотехника. Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. – 2001. – Вып. 117. – С. 96-99.
193. Penkin Yu. M. Development of fundamental theory of thin impedance vibrators / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, PIERM 45, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2016. – P.185-193.
194. Penkin Yu. M. Alternative representation of Green's function for electric field on surfaces of thin vibrators / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko // Progress In Electromagnetics Research M. – 2016. – Vol. 52. - P. 169–179.
195. Katrich V. A. Asymptotic solution of integral equation for magnetic current in slot radiators and coupling apertures / V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, N. A. Khizhnyak // Telecommunications and Radio Engineering. – 2005. – Vol. 63, № 2. – P. 89–107.
196. Nesterenko M. V. The asymptotic solution of an integral equation for magnetic current in a problem of waveguides coupling through narrow slots / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2006. – PIER 57. – P. 101–129.
197. Яцук Л. П. Рассеяние волны H₁₀ узкой щелью в прямоугольном волноводе в присутствии Г-образного пассивного вибратора / Л. П. Яцук, Ю. М. Пенкин // Радиотехника. Респ. межвед. научн.-техн. сб., Харьков. – 1988. – Вып. 84. – С. 35-42.
198. Пенкин Ю. М. Исследование возможности увеличения развязки между волноводно-щелевыми излучателями с помощью рассеивающих вибраторов / Ю. М. Пенкин, Л. П. Яцук // Вестн. Харьков. ун-та. Радиофизика и электроника. – 1989. – № 336. – С. 49-52.

199. Яцук Л. П. Взаимодействие волноводно-щелевого излучателя и вибратора с включенной сосредоточенной нагрузкой / Л. П. Яцук, Ю. М. Пенкин // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1991. – № 3. – С. 71-74.
200. Clavin A. An improved element for use in array antennas / A. Clavin, D. A. Huebner, F. J. Kilburg // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1974. – Vol. AP-22. – P. 521-526.
201. Clavin A. A multimode antenna having equal E- and H-planes / A. Clavin // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1975. – Vol. AP-23. – P. 735–737.
202. Пенкин Ю. М. Исследование внутренних и внешних характеристик излучателей типа излучателя Клэвина / Ю. М. Пенкин, В. А. Семенихин, Л. П. Яцук // Радиотехника. Респ. межвед. научн.-техн. сб., Харьков. – 1987. – Вып. 83. – С. 3-10.
203. Саусворт Дж. К. Принципы и применения волноводной передачи : пер. с англ. / Дж. К. Саусворт; под ред. В. И. Сушкевича. – М. : Советское радио, 1955. – 700 с.
204. Левин Л. Теория волноводов. Методы решения волноводных задач : пер. с англ. / Л. Левин; под ред. В. И. Вольмана. – М. : Радио и связь, 1981. – 312 с.
205. Optimized E-plane T-junction series power dividers / F. Arndt, I. Ahrens, U. Papziner, U. Wiechmann, R. Wilkeit // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1987. – Vol. MTT-35. – P. 1052–1059.
206. Wide-band waveguide and ridge waveguide T-junctions for diplexer applications / H.-W. Yao, A. E. Abdelmonem, J.-F. Liang, X.-P. Liang, K. A. Zaki, A. Martin // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1993. – Vol. MTT-41. – P. 2166–2173.
207. Waveguide diplexer and multiplexer design / A. A. Kirilenko, S. L. Senkevich, V. I. Tkachenko, B. G. Tysik // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1994. – Vol. MTT-42, № 7. – P. 1393–1396.
208. Widarta A. Simple and accurate solutions of the scattering coefficients of E-plane junctions in rectangular waveguides / A. Widarta, S. Kuwano, K. Kokubun // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1995. – Vol. MTT-43. – P. 2716–2718.

209. Abdelmonem A. Slit coupled E-plane rectangular T-junctions using single port mode matching technique / A. Abdelmonem, H.-W. Yao, K. A. Zaki // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1994. – Vol. MTT-42. – P. 903–907.
210. On the fast and rigorous analysis of compensated waveguide junctions using off-centered partial-height metallic posts / A. A. S. Blas, F. Mira, V. E. Boria, B. Gimeno, M. Bressan, P. Arcioni // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2007. – Vol. MTT-55. – P. 168–175.
211. Wu K.-L. A rigorous modal analysis of H-plane waveguide T-junction loaded with a partial-height post for wide-band applications / K.-L. Wu, H. A. Wang // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2001. – Vol. MTT-49. – P. 893–901.
212. Нестеренко М. В. Дифракция волны типа H_{10} на ступенчатом сочленении двух прямоугольных волноводов с импедансной щелевой диафрагмой / М. В. Нестеренко, В. А. Катрич, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и электроника: Сб. научн. тр. ИРЭ НАН Украины. – Харьков, 2004. – Т. 9, № 2. – С. 325–334.
English translation: Nesterenko M. V. Diffraction of H_{10} -wave by stepped rectangular waveguide coupling with impedance slot iris / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin // Telecommunications and Radio Engineering. – 2005. – Vol. 63, № 7. – P. 569–588.
213. Lagarkov A. N. Wide-angle absorption by the use of a metamaterial plate / A. N. Lagarkov, V. N. Kisel, V. N. Semenenko // Progress in Electromagnetics Research Lett. – 2008. – Vol. 1. – P. 35–44.
214. Abnormal radiation pattern of metamaterial waveguide / A. N. Lagarkov, V. N. Semenenko, A. A. Basharin, N. P. Balabukha // PIERS Online. – 2008. – Vol. 4, № 6. – P. 641–644.
215. Вендик И. Б. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) / И. Б. Вендик, О. Г. Вендик // ЖТФ. – 2013. – Т. 83, Вып. 1. – С. 3–28.
216. Yoshitomi K. Radiation from a rectangular waveguide with a lossy flange / K. Yoshitomi, H. R. Sharobim // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1994. – Vol. AP-42. – P. 1398–1403.

217. Ахиезер А. И. Электромагнетизм и электромагнитные волны / А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер. – М. : Высшая школа, 1985. – 504 с.
218. Stockman M. I. Criterion for negative refraction with low optical losses from a fundamental principle of causality / M. I. Stockman // *Phys Rev. Lett.* – 2007. – Vol. 98(17) – P. 177404/1–177404/4.
219. Вольман В. И. Техническая электродинамика / В. И. Вольман, Ю. В. Пименов. – М. : Связь, 1971. – 487 с.
220. Arndt F. Optimized E-plane T-junction series power dividers / F. Arndt, I. Ahrens, U. Papziner, U. Wiechmann, R. Wilkeit // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* - Vol. 35, No. 11. – 1987. - P. 1052–1059.
221. Yao H.-W. Wide-band waveguide and ridge waveguide T-junctions for diplexer applications / H.-W. Yao, A. E. Abdelmonem, J.-F. Liang, X.-P. Liang, K. A. Zaki, A. Martin // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* - Vol. 41, No. 12. – 1993. - P. 2166–2173.
222. Widarta A. Simple and accurate solutions of the scattering coefficients of E-plane junctions in rectangular waveguides / A. Widarta, S. Kuwano, K. Kokubun // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* - Vol. 43, No. 12. – 1995. - P. 2716–2718.
223. Abdelmonem A. Slit coupled E-plane rectangular T-junctions using single port mode matching technique / A. Abdelmonem, H.-W. Yao, K. A. Zaki // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* - Vol. 42, No. 5. – 1994. - P. 903–907.
224. Penkin D. Yu. Analysis of energy characteristics of the transversal slot in a wide wall of a rectangular waveguide with local dielectric inclusion / D. Yu. Penkin, L. P. Yatsuk // *Telecommunications and Radio Engineering.* – Vol. 73(8). – 2014. – P. 669–680.
225. Волноводный метод измерений электромагнитных параметров материалов в СВЧ диапазоне и оценка погрешности измерений / М. П. Пархоменко, Д. С. Калёнов, И. С. Ерёмин, Н. А. Федосеев, В. М. Колесникова, Ю. Л. Баринов // *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал, Россия].* – 2018. – № 9.
226. Резников Г. Б. Антенны летательных аппаратов. – М. : Сов. радио, 1967. – 416 с.

227. Schantz H. Nanoantennas: a concept for efficient electrically small UWB devices / H. Schantz // IEEE International Conference ICU 2005. – 2005. – P. 264–268.
228. Ramo S. Fields and Waves in Communication Electronics, 3rd edition / S. Ramo, J. R. Whinnery, T. Van Duzer. – Wiley, 1994.
229. Karr P. R. Radiation properties of spherical antennas as a function of the location of the driving force / P. R. Karr // J. Res. Nat. Bur. Stand. – 1951. – Vol. 46. – P. 422–436.
230. Mushiakhe Y. Radiation characteristics with power gain for slots on a sphere / Y. Mushiakhe, R. F. Webster // IRE Trans. Antennas and Propag. – 1957. – Vol. AP-5. – P. 47–55.
231. Liepa V. V. Modification to the scattering behavior of a sphere by reactive loading / V. V. Liepa, T. B. A. Senior // Proc. IEEE. – 1965. – P. 1004–1011.
232. Lin C. C. Improved radiation from a spherical antenna by overdense plasma coating / C. C. Lin, K. M. Chen // IEEE Trans. Antennas and Propag. – 1969. – Vol. AP-17. – P. 675–678.
233. Lin C. C. Radiation from a spherical antenna covered by a layer of lossy hot plasma / C. C. Lin, K. M. Chen // Proc. IEEE. – 1971. – Vol. 118. – P. 36–42.
234. Towaij S. J. Diffraction by a multilayered dielectric-coated sphere with an azimuthal slot / S. J. Towaij, M. A. K. Hamid // Proc. IEEE. – 1971. – Vol. 119. – P. 1209–1214.
235. Jang S. O. Radiation of a hertzian dipole in a slotted conducting sphere / S. O. Jang, J. E. Hyo // IEEE Trans. Antennas and Propag. – 2009. – Vol. AP-57. – P. 3847–3851.
236. Пенкин Ю. М. Исследование проводимости импедансной сферической щелевой антенны / Ю. М. Пенкин // Радиофизика и радиоастрономия. – 1998. – Т. 3, № 3. – С. 341–347.
237. Gavris B. Plane wave diffraction by a sphere loaded with a circular slot / B. Gavris // Radiophys. Quant. Electron. – 1992. – Vol. 35. – P. 126–130.
238. Rothwell E. Natural frequencies of a conducting sphere with a circular aperture / E. Rothwell, M. Cloud // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. – 1999. – Vol. 13. – P. 729–755.

239. Leung K. W. Theory and experiment of a rectangular slot on a sphere / K. W. Leung // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1998. – Vol. MTT-46. – P. 2117–2123.
240. Kwok W. L. Rectangular and zonal slots on a sphere with a backing shell: theory and experiment / W. L. Kwok // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2003. – Vol. AP-51. – P. 1434–1442.
241. Пенкин Ю. М. Собственные и взаимные проводимости щелевых излучателей на идеально проводящей сфере / Ю. М. Пенкин, Р. И. Климович // Радиотехника. Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. – 2000. – Вып. 115. – С. 75–80.
242. Лебедев А.И. Физика полупроводниковых приборов / А.И. Лебедев. – М.:ФИЗМАТ,2002. – 488с.
243. Long S. A. Experimental study of the impedance of cavity-backed slot antennas / S. A. Long // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1975. – Vol. AP-23. – P. 1–7.
244. Гринев А. Ю. Машинный метод анализа и частичного параметрического синтеза резонаторно-щелевых структур / А. Ю. Гринев, А. Ю. Котов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1978. – Т. 21, № 2. – С. 30–35.
245. Lee J. Y. Analysis of cavity-backed aperture antennas with a dielectric overlay / J. Y. Lee, T. Sh. Horng, N. G. Alexopoulos // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1994. – Vol. AP-42. – P. 1556–1562.
246. Электродинамический синтез и анализ широкополосных волноводных фильтров на резонансных диафрагмах / А. А. Кириленко, Л. А. Рудь, С. Л. Сенкевич, В. И. Ткаченко // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1997. – Т. 40, № 11. – С. 54–62.
247. Гарб Х. Л. Учет толщины стенки в щелевых задачах электродинамики / Х. Л. Гарб, И. Б. Левинсон, П. Ш. Фридберг // Радиотехника и электроника. – 1968. – Т. 13, № 12. – С. 2152–2161.
248. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. – М. : Мир, 1977. – 487 с.
249. Справочник по специальным функциям : пер. с англ. / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 832 с.

250. Yoshitomi K. Radiation from a slot in an impedance surface / K. Yoshitomi // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 2001. – Vol. AP-49. – P. 1370–1376.
251. Нестеренко М. В. Дифракционное излучение щели в импедансном торце полубесконечного прямоугольного волновода / М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Изв. вузов. Радиофизика. – 2004. – Т. 47, № 7. – С. 549–561.
English translation: Nesterenko M. V. Diffraction radiation from a slot in the impedance end of a semi-infinite rectangular waveguide / M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Radiophysics and Quantum Electronics. – 2004. – Vol. 47, № 7. – P. 489–499.
252. King R.W.P. Arrays of Cylindrical Dipoles / R.W.P. King, R.B. Mack, S.S. Sandler. - New York: Cambridge University Press, 1968.
253. Nesterenko M. V. Analytical methods in the theory of thin impedance vibrators / M. V. Nesterenko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2010. – PIERB 21. – P. 299–328.
254. Пономарев Л. И. Сканирующие многочастотные совмещенные антенные решетки / Л. И. Пономарев, В. И. Степаненко. – Москва: Радиотехника. - 2009.
255. Mortenson K. E. Microwave semiconductor control devices / K. E. Mortenson // Microwave J. – 1964. - Vol. 7. – P. 49-57.
256. Яцук Л. П. Рассеяние волноводных волн вибраторно-щелевыми неоднородностями / Л. П. Яцук, А. В. Жиронкина, Ю. М. Пенкин // Препринт АН УССР, Радиоастрономический ин-т. – 1991. - № 52.
257. Amitay N. Theory and Analysis of Phased Array Antennas / N. Amitay, V. Galindo, C. P. Wu. – New York: John Wiley & Sons Inc. – 1972.
258. Электрически длинные волноводно-щелевые антенны с оптимальными излучающими и направленными характеристиками / В.А. Катрич, В.А. Лященко, С.Л. Бердник // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2003. – №2. – С.51–60.
259. Оптимизация характеристик излучения электрически длинных продольных щелей в узкой стенке прямоугольного волновода / В.А. Катрич, В.А.

- Лященко, С.Л. Бердник, С.В. Пшеничная // Радиофизика и радиоастрономия. – 2004. – №4. – С.439–447.
260. Уолтер К.Х. Антенны бегущей волны / К.Х. Уолтер. – М.: Энергия, 1970. – 447 с.
 261. Versatile Leaky-Wave Antenna Based On Stub-Loaded Rectangular Waveguide / Lampariello P., Frezza F., Shigesawa H., Tsuji M., Oliner A.A. // IEEE Trans. Antennas and Propagat. – 1998. – Vol. 46, No. 7. – P. 1032–1055.
 262. Бахрах Л. Д. Синтез Излучающих Систем. Теория и Методы Расчета / Л. Д. Бахрах, С. Д. Кременецкий. – М.: Сов. радио, 1974.
 263. Чаплин А. Ф. Синтез решеток пассивных вибраторов / А.Ф. Чаплин // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1969. – No. 6. – P. 559–562.
 264. Panduro M. A. A Method for Determining the Characteristic Impedance of Transmission Lines Embedded in Transitions / M. A. Panduro, J. A. Reynoso-Hernandez // International Journal of Electronics and Communications AEUE Elsevier. – 2012. – Vol. 66, Issue 3. – P. 185–188.
 265. Ravelo B. Radiated near-field emission extraction on 3D curvilinear surfaces from 2D data / B. Ravelo // Progress In Electromagnetics Research M. – 2015. – Vol. 44. – P. 191–201.
 266. Ravelo B. PCB Near-Field Transient Emission Time-Domain Model / B. Ravelo, Y. Liu, A. K. Jastrzebski // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. – 2015. – Vol. 57, No. 6. – P. 1320–1328.
 267. Liu Y. Time-Domain Magnetic Dipole Model of PCB Near-Field Emission / Y. Liu, B. Ravelo, A. K. Jastrzebski // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. – 2016. – Vol. 58, No. 5. – P. 1561–1569.
 268. Чаплин А. Ф. Синтез решетки импедансных нитей / А. Ф. Чаплин, В. Ф. Маккавеева // Известия вузов. Радиофизика. – 1977. – No. 2. – P. 274 – 279.
 269. Чаплин, А. Ф. Анализ и синтез антенных решеток / А. Ф. Чаплин. – Львов: Высшая школа, 1987.
 270. Вендик О. Г. Антенны с электрическим сканированием (введение в теорию) / О. Г. Вендик, М. Д. Парнес. - Москва: Радиотехника, 2001.

271. Устройства СВЧ и антенны. Проектирование фазированных антенных решёток. Учебное пособие / Под ред. Воскресенского И. Д. – М.: Радиотехника, 2003.
272. Коротковолновые антенны / Под ред. Г.З. Айзенберга. – 2-е, перераб. и доп. – М: Радио и связь, 1985.
273. Миттра Р. Аналитические методы теории волноводов / Р. Миттра, С. Ли – М: Мир, 1974. – 323с.
274. Penkin Yu. M. Formation of radiation fields of linear vibrator arrays by using impedance synthesis / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko // Progress In Electromagnetics Research M. – Vol. 57. – 2017. – P. 1-10.
275. Кошкидько В. Г. Численное исследование характеристик щелевой импедансной нагрузки на основе отверстия в бесконечном идеально проводящем экране / В. Г. Кошкидько, О. В. Алпатова, Э. С. Сердюк // Изв. Южного Федерального Университета. Техн. Науки, - 2014. - № 11.
276. Дубинов А. Е. Маскировка материальных тел методом волнового обтекания / А. Е. Дубинов, Л. А. Мытарева // Успехи Физических Наук. – 2010. – Т. 180, № 5. – С. 475–501.
277. Pendry J. B. Controlling electromagnetic fields / J. B. Pendry, D. Schurig, D. R. Smith / Science. – 2006. – Vol. 312, Issue 5781. – P. 1780–1782.
278. Tie J. C. Metamaterials. Theory, Design and Applications / J. C. Tie, R. S. David, L. Ruopeng. – Springer Science+Business Media, LLC, 2010.
279. Li J. Hiding under the carpet: a new strategy for cloaking / J. Li, J. B. Pendry // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 101 – P. 203901.
280. Яцук Л. П. Влияние рассеивающего вибратора на энергетические параметры щели в волноводе / Л. П. Яцук, Ю. М. Пенкин // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1987. – Т. 30, № 1. – С. 42-46.

ДОДАТОК А

Список публікацій здобувача за темою дисертації

1. Thin Impedance Vibrators. Theory and Applications / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin, V. M. Dakhov, **S. L. Berdnik**. – New York: Springer Science+Business Media, 2011. – 223 p. (Scopus)
Внесок здобувача: розв'язання задач збудження електромагнітних полів, визначення розподілу електричних струмів узагальненим методом наведених МРС, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих результатів.
2. Теория волноводно-щелевых излучающих структур : монография / В.А. Катрич, В. А. Лященко, М. В. Нестеренко, Л. П. Яцук, **С. Л. Бердник** – Х.: ХНУ имени В. Н. Каразина. – 2014. – 400 с.
Внесок здобувача: розв'язання задач збудження та випромінювання для електрично довгих щілин та антенних решіток, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих результатів.
3. Формирование электромагнитных полей комбинированными вибраторно-щелевыми структурами: монография / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин – Х.: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2018. – 336 с.
Внесок здобувача: постановка та розв'язання граничних задач, вибір методу їхнього розв'язання, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
4. Electromagnetic Fields Excited in Volumes with Spherical Boundaries // Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, V. M. Dakhov. – Springer. – 2019. – 198 p. (Scopus).
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження і випромінювання для комбінованих вібраторно-щілинних випромінювачів на сферичних поверхнях, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

5. Combined Vibrator-Slot Structures: Theory and Applications / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin, **S. L. Berdник**, O. M. Dumin. – Springer, Cham, Switzerland, 2020. – 344 p. (Scopus).
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження та випромінювання для вібраторно-щілинних структур у прямокутному хвилеводі, хвилевідних зчленуваннях, на сфері, проведення комп'ютерного моделювання, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
6. Electromagnetic Waves Excitation by Thin Impedance Vibrators and Narrow Slots in Electrodynamic Volumes / M. V. Nesterenko, **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin. Chapter in book “Advanced Electromagnetic Waves”, S. O. Bashir (ed.), Rijeka: InTech. – 2015. – Chapter 6. – P. 147–175.
Внесок здобувача: постановка та розв'язання граничних задач, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
7. Створення вібраторних та щілинних випромінюючих структур із заданими частотно-просторово-енергетичними характеристиками / В. О. Катрич, М. В. Нестеренко, **С. Л. Бердник**, Ю. М. Пенкін // Випромінюючі структури багатофункціональних радіоелектронних систем: теорія і застосування / за ред. В.О. Катрич. – Lambert Academic Publishing. – 2017. – Розд. 2. – С. 35–70.
Внесок здобувача: розв'язання задач щодо електрично довгих щілин, хвилевідно-щілинних антенних решіток, комбінованих вібраторно-щілинних структур, проведення комп'ютерних розрахунків, узагальнення отриманих результатів.

Наукові праці у фахових виданнях України:

8. **Бердник С. Л.** Система вибраторов с переменным поверхностным импедансом в свободном пространстве / **С. Л. Бердник** // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Радіофізика та електроніка. – 2012. – Вип. 20, №1010. – С. 23–27.
9. **Бердник С. Л.** Излучение электромагнитных волн электрически длинной щелью с диэлектрическим заполнением в узкой стенке многомодового

прямоугольного волновода / **С. Л. Бердник** // Радиотехника. Всеукр. міжвед. научн.-техн. сб. – 2012. – Вып. 171. – С. 322–326.

10. Использование концепции поверхностного импеданса в задачах электродинамики (75 лет спустя) / **С. Л. Бердник**, Д. Ю Пенкин, В. А. Катрич, Ю. М. Пенкин, М. В. Нестеренко // Радиофизика и радиоастрономия. – 2014. – Т. 19, № 1. – С. 57–80.

Внесок здобувача: огляд літературних джерел щодо використання імпедансного підходу, аналіз меж коректного застосування імпедансних граничних умов, формулювання висновків.

11. Щелевая сферическая антенна с многоэлементной резонансной диафрагмой в волноводе / **С. Л. Бердник**, В. С. Васильковский, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Радіофізика та електроніка. – 2014. – №1115, Вип. 24. – С. 35–40.

Внесок здобувача: постановка задачі, розв'язання граничної задачі, отримання виразів для зовнішньої провідності щілини, аналіз отриманих числових результатів, формулювання висновків.

12. Рассеяние электромагнитных волн системой вибраторов с переменным импедансом в прямоугольном волноводе / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, В. И. Кийко, М. В. Нестеренко // Радиофизика и радиоастрономия. – 2015. – Т. 20, №1. – С. 64–75.

Внесок здобувача: постановка задачі, розв'язання задачі збудження, аналіз отриманих числових та експериментальних результатів, формулювання висновків.

13. Электродинамические характеристики щелевых сферических излучателей / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Прикладная радиоэлектроника. – 2015. – Том 14, № 1. – С. 24–35.

Внесок здобувача: постановка задачі, розв'язання граничної задачі, отримання виразів для зовнішньої провідності щілини, проведення

комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих числових результатів, формулювання висновків.

Наукові праці у зарубіжних спеціалізованих виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз:

14. Combined vibrator-slot structures in electrodynamic volumes / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, Y. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, and V. I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2012. – PIERB 37. – P. 237–256. (Scopus)
Внесок здобувача: розв'язання задач збудження електромагнітних полів у хвилеводі, участь у проведенні комп'ютерних і експериментальних досліджень, аналіз отриманих результатів.
15. Electromagnetic waves scattering and radiation by vibrator-slot structure in a rectangular waveguide / M. V. Nesterenko, V. A. Katrich, D. Y. Penkin, **S. L. Berdnik**, and V. I. Kijko // Progress In Electromagnetics Research M. – 2012. – Vol. 24. – P. 69–84. (Scopus)
Внесок здобувача: розв'язання задачі випромінювання електромагнітних полів, участь у проведенні комп'ютерних і експериментальних досліджень, аналіз отриманих результатів.
16. Electromagnetic waves radiation into the space over a sphere by a slot in the end-wall of a semi-infinite rectangular waveguide / **S. L. Berdnik**, Y. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, V. I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2013. – Vol 46. – P. 139–158. (Scopus)
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження і випромінювання, отримання виразів для коефіцієнтів СЛАР, проведення комп'ютерних розрахунків та участь в експериментальних дослідженнях, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
17. Electromagnetic fields excitation by a multielement vibrator-slot structures in coupled electrodynamic volumes / D. Y. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich,

M V. Nesterenko, V. I. Kijko // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2013. – Vol 49. – P. 235–252. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження, проведення комп'ютерних розрахунків та участь в експериментальних дослідженнях, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

18. Energy Characteristics of a Slot Cut in an Impedance End-wall of a Rectangular Waveguide and Radiating into the Space over a Perfectly Conducting Sphere / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, Yu. M. Penkin, M. V. Nesterenko, S. V. Pshenichnaya // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA.– 2014. – Vol. 34. – P. 89–97. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задач збудження і випромінювання, отримання виразів для коефіцієнтів СЛАР, проведення комп'ютерних розрахунків енергетичних характеристик, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

19. Electrodynamic Characteristics of a Radial Impedance Vibrator on a Perfect Conduction Sphere / D Yu. Penkin, V A. Katrich, Yu M. Penkin, M V. Nesterenko, V M. Dakhov, and **S L. Berdnik** // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research B, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA.– 2015. – Vol. 62. – P. 137–151. (Scopus)

Внесок здобувача: участь у розв'язанні задач збудження і випромінювання, отримання розрахункових формул, проведення комп'ютерних розрахунків електродинамічних характеристик, аналіз отриманих результатів.

20. E-Plane T-Junction of Rectangular Waveguides with Vibrator-Slot Coupling Between Arms / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Telecommunications and Radio Engineering. – 2015. – Vol. 74, Issue 14. – P. 1225–1240. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання електродинамічних задач, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

Переклад англійською мовою статті у фаховому виданні:

Е-плоскостное сочленение прямоугольных волноводов с вибраторно-щелевой связью между плечами / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и электроника. – 2015. – Т.6(20), № 1. – С.85–93.

21. Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves by a Multi-Element Vibrator-Slot Structure in a Rectangular Waveguide / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin, and D. Yu. Penkin // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2015. – Vol. 63, No. 9. – P. 4256–4259. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

22. Power Characteristics of a T-Junction of Rectangular Waveguides with a Multi-Element Monopole-Slotted Coupling Structure / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, V. I. Kiyko, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Telecommunications and Radio Engineering. – 2016. – Vol. 75, Issue 6. – P. 489–506. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

Переклад англійською мовою статті:

Энергетические характеристики Т-образного сочленения прямоугольных волноводов с многоэлементной вибраторно-щелевой структурой в области связи / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, В. И. Кийко, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и электроника. – 2016. – Т.7(21), № 1, – С.4–14.

23. Electromagnetic Waves Radiation by a Vibrators System with Variable Surface Impedance / **S. L. Berdник**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2016. – Vol. 51. – P. 157 – 163. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

24. Waveguide T-junctions with Resonant Coupling between Sections of Different Dimensions/ **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // International Journal of Microwave and Wireless Technologies, Cambridge University Press and the European Microwave Association. – 2017. – Vol. 9 (5). – P. 1059–1065. (Scopus)

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, отримання розрахункових формул, аналіз та узагальнення результатів розрахунків.

25. Analytical Solution of Impedance Synthesis Problem for a 2D Array of Thin Vibrators / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik** / Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M, EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA. – 2018. – Vol. 65. – P. 43–49. (Scopus)

Внесок здобувача: розв'язок задачі імпедансного синтезу для вібраторної решітки, отримання розрахункових формул для імпедансів вібраторів, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих результатів.

26. Impedance Synthesis of Plane Diffraction Vibrator Arrays / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, S. V. Pshenichnaya // Progress In Electromagnetics Research M. – 2020. – Vol. 89. – P. 31–41. (Scopus)

Внесок здобувача: розв'язок задачі імпедансного синтезу для дифракційних решіток, отримання розрахункових формул для імпедансів, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз отриманих результатів.

27. Analysis of Resonant Characteristics of E- and H-Plane Waveguide Junctions with Local Dielectric Inclusions / Y. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, N. K. Blinova // Progress In Electromagnetics Research Letters. – 2020. – Vol. 91. – P. 17–24. (Scopus)

Внесок здобувача: формулювання загальної резонансної умови для хвилевідних зчленувань з діелектричною вставкою в області щілини зв'язку, проведення комп'ютерного моделювання.

28. Yagi-Uda Combined Radiating Structures of Centimeter and Millimeter Wave Bands / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Y. M. Penkin, and O. M. Dumin // Progress In Electromagnetics Research M. – 2020. – Vol. 93. – P. 89–97. (Scopus)
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
29. Slotted spherical antenna with a multi-element diaphragm in the waveguide / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, V. I. Kijko, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Electromagnetic waves: Progress In Electromagnetics Research M. – 2020. – Vol. 95. - P. 1–12. (Scopus)
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
30. Waveguide Radiation of The Combined Vibrator-Slot Structures / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Progress In Electromagnetics Research B. – 2020. – Vol. 87. – P. 151–170. (Scopus)
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, отримання розрахункових формул, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

31. Щелевой излучатель в торце прямоугольного волновода с двухщелевой резонансной диафрагмой / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, В. И. Кийко, М. В. Нестеренко // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии : 21-я Международная Крымская конференция, 12-16 сент. 2011 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2011. – С. 565–566.
Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
32. Многомодовое возбуждение волноводно-щелевого излучателя вытекающей волны / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, С.В. Пшеничная // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии: 22-я Международная

Крымская конференция, 10-14 сент. 2012 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2012. – С. 483–484.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

33. Electromagnetic waves excitation by vibrator-slot structure in rectangular waveguide / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, D. Y. Penkin, S. V. Pshenichnaya // 6-th International Conference Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 17-21 Sept. 2012: proceedings. – Sevastopol (Ukraine). – 2012. – P. 195–197.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

34. System of impedance vibrators in free space / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and V.I. Kiyko // XVII-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Sept. 24-27, 2012: proceedings.– Tbilisi (Georgia). – 2012. – P. 53–56.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

35. Возбуждение электромагнитных полей многоэлементной вибраторно-щелевой структурой в прямоугольном волноводе / Д. Ю. Пенкин, **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, В. И. Кийко // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии : 23-я Международная Крымская конференция, 8-14 сент. 2013 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2013. – С. 708–709.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, побудові й аналізі графічних матеріалів.

36. Резонансная щелевая сферическая антенна / **С. Л. Бердник**, Ю. М. Пенкин, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, С. В. Пшеничная // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии : 23-я Международная Крымская конференция, 8-14 сент. 2013 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2013. – С. 610–611.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

37. Radiation fields of radial impedance monopole mounted on a perfectly conducting sphere / D. Yu. Penkin, V. A. Katrich, V. M. Dakhov, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik** // IX International Conference on Antenna Theory and Techniques, September 16-20, 2013, Odessa, Ukraine: proceedings. – Odessa. – 2013. – P.123-125.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналізі та узагальненні отриманих результатів.

38. Electrodinamic characteristics of a three-element vibrator-slot structure in a rectangular waveguide / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and S. V. Pshenichnaya // XVIII-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Sept. 23-26, 2013: proceedings. – Lviv (Ukraine). – 2013. – P. – 45–48.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

39. Spherical antenna excited by a slot in an impedance end-wall of a rectangular waveguide // **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // XVIII-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Sept. 23-26, 2013: proceedings. – Lviv (Ukraine). – 2013. – P. – 111–114.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

40. Сферическая антенна, возбуждаемая щелью в импедансном торце с потерями прямоугольного волновода / **С. Л. Бердник**, Ю. М. Пенкин, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Н. К. Блинова // СВЧ техника и телекоммуникационные технологии: 24-я Международная Крымская конференция, 7-13 сент. 2014 г., Севастополь, Крым, Украина: материалы конференции. – Севастополь, 2014. – С. 491–492.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення

комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

41. Radiation fields of the spherical slot antenna in a material medium / **S. L. Berdnik**, V. S. Vasylovskiy, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // X Anniversary International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT'2015, April 21-24, 2015, Kharkiv, Ukraine : proceedings. – Kharkiv. – 2015. – P. 282–284.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

42. Waveguide E-plane T-junction with Resonance Coupling between Shoulders / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // X Anniversary International Conference on Antenna Theory and Techniques ICATT'2015, April 21-24, 2015, Kharkiv, Ukraine : proceedings. – Kharkiv. – 2015. – P. 306–308.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

43. Radiation Fields of Radial Monopole Array Mounted on a Perfectly Conducting Sphere / V. M. Dakhov, V. A. Katrich, **S. L. Berdnik**, M. V. Nesterenko, D. Yu. Penkin // 2015 XX-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015), Sept. 21-24, 2015: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2015. – P. – 66–70.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні комп'ютерного моделювання, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

44. Clavin Element with Impedance Monopoles / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin, S. V. Pshenichnaya // 2015 XX-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015), Sept. 21-24, 2015: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2015. – P. – 61–65.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

45. Spherical Antenna with a Clavin Radiator / **S. L. Berdnik**, N. K. Blinova, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin // 2015 XX-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2015), Sept. 21-24, 2015: proceedings.– Lviv (Ukraine). – 2015. – P. – 75–77.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

46. Waveguide Junction with Controllable Power Division / Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich and M. V. Nesterenko // 9-th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW-2016), June 21–24, 2016: Proc. – Kharkiv, 2016. – P. 1–4.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналіз отриманих результатів.

47. Yagi-Uda Antennas with Impedance Wires / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin, and S. V. Pshenichnaya // 16-th Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2016), July 5–7, 2016: Proc. – Lviv, 2016. – P. 403–406.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

48. E-plane T-junctions of Rectangular Waveguides with Vibrator-Slot Coupling between Arms of Different Dimensions / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // 2016 8th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 5-11 September, 2016 – Odessa, Ukraine: Proc. – Odessa, 2016. – P. 68–72.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

49. Energy Characteristics of a T-Shaped Waveguide Junction with a Dielectric Insert / Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, S. V. Pshenichnaya // 2016 8th International Conference on Ultrawideband and

Ultrashort Impulse Signals, 5-11 September, 2016, Odessa, Ukraine: Proc. – Odessa, 2016. – P. 73–76.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналіз отриманих результатів.

50. Influence of a dielectric insert on energy characteristics of a cruciform waveguide junction / Yu. M. Penkin, **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich and M. V. Nesterenko // XXIth International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), Sept. 26–29, 2016. – Tbilisi, Georgia: Proc. – Tbilisi, 2016. – P. 42–45.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналіз отриманих результатів.

51. Radiation Fields of a Radial Dipole Located on a Metal Sphere Coated by a Layer of Metamaterial / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, S. V. Pshenichnaya / 2017 XI International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT), 24-27 May 2017, Kyiv, Ukraine: Proc. – 2017. – P. 92–95.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, отримання розрахункових формул, аналіз та узагальнення результатів.

52. Radiation Field of a Dipole Placed at Impedance Sphere / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik**, N. K. Blinova // 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), May 29 – June 2: proceedings. – 2017. – P. 29–32.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведенні розрахунків, аналізі та узагальненні отриманих результатів.

53. T-junction of rectangular waveguides with monopole-slot coupling structure and elements coated by a metamaterial / **S. L. Berdnik**, V. A. Katrich, V. I. Kiyko, M. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin // Proc. XXIIth Intern. Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2017. – Dnipro (Ukraine). – 2017. – P. 123–127.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

54. Diffraction radiation of a slot into a space over an impedance screen / **S. L. Berdnik**, Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko // Proc. XXIIth Intern. Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2017. – Dnipro (Ukraine). – 2017. – P. 64–67.
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі дифракції, отримання виразів для провідності щілини в імпедансному екрані.
55. Combined Wide-Angle Scanning by a Two-Dimensional Dipole Array / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko and **S. L. Berdnik** // 2018 9th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 4-7 September, Odessa, Ukraine: Proc. – Odessa, 2018. – P. 300–303.
Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведення розрахунків, аналіз отриманих результатів.
56. Dual-symmetric of integral equations for antenna currents / Yu. M. Penkin, V. A. Katrich, M. V. Nesterenko, **S. L. Berdnik** // Proc. XXIIIth Intern. Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2018. – Tbilisi (Georgia). – 2018. – P.55–59.
Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, визначення ефективного наведеного імпедансу магнітного типу.
57. General Resonance Condition for Waveguide Junctions with Natural Dielectric Inserts / **S. Berdnik**, Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko // Proc. XXIVth Intern. Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'2019, September 12-14, 2019, Lviv, Ukraine. – 2019. – P. 103–107.
Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.
58. Impedance synthesis of flat slot antenna arrays / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdnik** // Proceedings of the 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week. Kharkiv, Ukraine. - 2020. – P. 89–92.
Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, проведення розрахунків, аналіз отриманих результатів.

59. Dual-band combined vibrator-slot radiating structures / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdник**, O. Dumin // Proceedings of the 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week. – Kharkiv, Ukraine. – 2020. – P. 149–153.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, визначення розподілів електромагнітних полів, участь у проведенні розрахунків, аналіз отриманих результатів.

60. Masking effect of a dielectric inclusion in a coupling slotted cavity cut in an infinite screen / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdник** // Proceedings of the 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week. – Kharkiv, Ukraine. – 2020. – P. 672–675.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задачі, аналіз отриманих результатів.

61. Natural regularization of the kernels of integral equations for currents on impedance surfaces / Yu. Penkin, V. Katrich, M. Nesterenko, **S. Berdник** // Proceedings of the XXV th International Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory. – Tbilisi, Georgia. – 2020. – P. 87–91.

Внесок здобувача: участь у постановці задачі, аналіз коректності задачі дифракції на вузькій лінійній щілині, прорізаний у двосторонній імпедансній площині.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

62. Возбуждение электромагнитных полей продольной щелью в широкой стенке прямоугольного волновода в присутствии пассивных импедансных вибраторов вне волновода / **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич, М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин // Радиофизика и радиоастрономия. –2016. – Т.21, №3. – С. 198–215.

Внесок здобувача: постановка та розв'язання задачі, проведення комп'ютерних розрахунків, аналіз та узагальнення отриманих результатів.

63. Управление энергетическими характеристиками волноводных сочленений с диэлектрическим включением / Ю. М. Пенкин, **С. Л. Бердник**, В. А. Катрич,

М. В. Нестеренко, С. В. Пшеничная // Прикладная радиоэлектроника. – 2017. – Том 16, № 1,2. – С. 51–60.

Внесок здобувача: участь у постановці та розв'язанні задач, проведення розрахунків, аналіз отриманих результатів.

64. Пат. 120298, Україна, МПК Н01Q 7/08 (2006.01) / Магнітний шлейф-вібратор // О. І. Карпов, В. О. Катрич, **С. Л. Бердник**, М. В. Нестеренко, Є. О. Антоненко; власник ХНУ імені В.Н. Каразіна. – № а201710295; заявл. 17.10.2017; опублік. 11.11.2019, Бюл. № 21/2019.

Внесок здобувача: пошук та аналіз аналогів, складання формули винаходу.

65. Пат. 119283, Україна, ПК Н01Q 1/48 (2006.01), Н01Q 7/08(2006.01), Н01Q 9/26 (2006.01) / Антена широкосмугова портативна // О. І. Карпов, В. О. Катрич, **С.Л. Бердник**, М. В. Нестеренко, Є. О. Антоненко; власник ХНУ імені В.Н. Каразіна. – № а201710066; заявл. 17.10.2017; опублік. 27.05.2019, Бюл. № 10/2019.

Внесок здобувача: пошук та аналіз аналогів, складання формули винаходу.

ДОДАТОК Б

Тензорні функції Гріна електродинамічних об'ємів

І. Функції Гріна електричного типу

1. Необмежений простір із проникностями середовища ε_1 і μ_1 ($k_1 = k\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$):

$$\hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I} \frac{e^{-ik_1|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}. \quad (\text{Б.1})$$

2. Півпростір над ідеально провідною площиною із проникностями середовища ε_1 і μ_1 (Рис. Б.1):

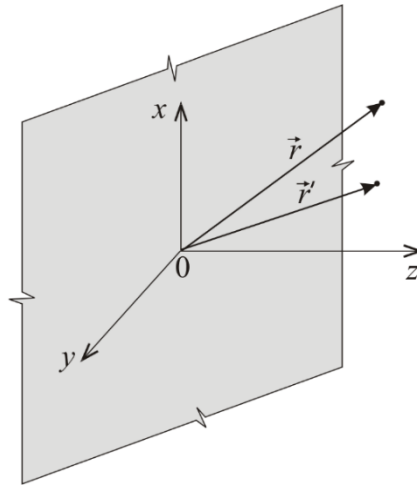


Рис. Б.1

$$\hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I} \frac{e^{-ik_1 R}}{R} - (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) \frac{e^{-ik_1 R_1}}{R_1} - (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) \frac{e^{-ik_1 R_1}}{R_1} + (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'}) \frac{e^{-ik_1 R_1}}{R_1}, \quad (\text{Б.2})$$

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}, \quad R_1 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}.$$

3. Простір із проникностями середовища ε_1 і μ_1 усередині кутової області між двома перпендикулярно пересічними по осі абсцис площинами XOY й XOZ (Рис. Б.2)

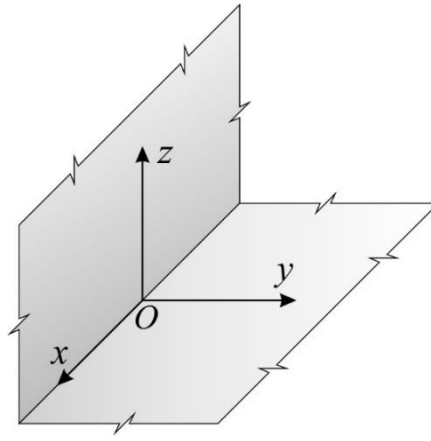


Рис. А.2

$$G_{zz}^e(x, y, z; x', y', z') = \frac{e^{-ik_1 R}}{R} - \frac{e^{-ik_1 \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z-z')^2}}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z-z')^2}} + \frac{e^{-ik_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{-ik_1 \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z+z')^2}}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z+z')^2}}. \quad (\text{Б.3})$$

4. Порожній нескінченний прямокутний хвилевід з перерізом $\{a \times b\}$ з ідеально провідними стінками (Рис. Б.3):

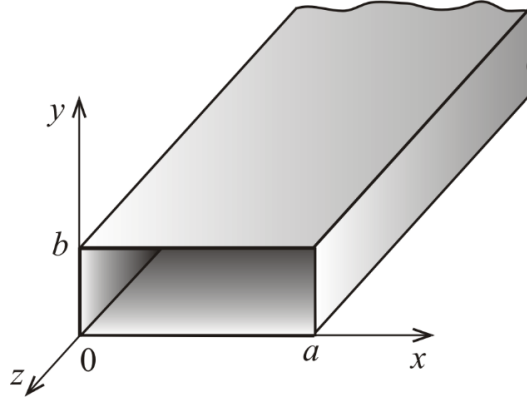


Рис. А.3

$$\hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2\pi}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_m \epsilon_n}{k_z} \left[(\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) \Phi_x^e(x, y; x', y') e^{-k_z |z-z'|} + \right. \\ \left. + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) \Phi_y^e(x, y; x', y') e^{-k_z |z-z'|} + \right. \\ \left. + (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'}) \Phi_z^e(x, y; x', y') e^{-k_z |z-z'|} \right]. \quad (\text{Б.4})$$

5. Порожній напівнескінченний прямокутний хвилевід з розрізом $\{a \times b\}$ з ідеально провідними стінками:

$$\begin{aligned} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2\pi}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k_z} \left\{ (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) \Phi_x^e(x, y; x', y') \left[e^{-k_z |z-z'|} - e^{-k_z(z+z')} \right] + \right. \\ \left. + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) \Phi_y^e(x, y; x', y') \left[e^{-k_z |z-z'|} - e^{-k_z(z+z')} \right] + \right. \\ \left. + (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'}) \Phi_z^e(x, y; x', y') \left[e^{-k_z |z-z'|} + e^{-k_z(z+z')} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{Б.5})$$

6. Порожній прямокутний резонатор з розмірами $\{a_R \times b_R \times H\}$ з ідеально провідними стінками:

$$\begin{aligned} \hat{G}^e(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2\pi}{a_R b_R} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k_z} \times \\ \times \left\{ (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) \Phi_x^e(x, y; x', y') \left[\frac{\text{ch} k_z (H - |z - z'|) - \text{ch} k_z (H - |z + z'|)}{\text{sh} k_z H} \right] + \right. \\ \left. + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) \Phi_y^e(x, y; x', y') \left[\frac{\text{ch} k_z (H - |z - z'|) - \text{ch} k_z (H - |z + z'|)}{\text{sh} k_z H} \right] + \right. \\ \left. + (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'}) \Phi_z^e(x, y; x', y') \left[\frac{\text{ch} k_z (H - |z - z'|) + \text{ch} k_z (H - |z + z'|)}{\text{sh} k_z H} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{Б.6})$$

У виразах (Б.1) – (Б.6) прийняті наступні позначення:

$$\Phi_x^e(x, y; x', y') = \cos k_x x \cos k_x x' \sin k_y y \sin k_y y',$$

$$\Phi_y^e(x, y; x', y') = \sin k_x x \sin k_x x' \cos k_y y \cos k_y y',$$

$$\Phi_z^e(x, y; x', y') = \sin k_x x \sin k_x x' \sin k_y y \sin k_y y',$$

$$\varepsilon_{m,n} = \begin{cases} 1, m, n = 0 \\ 2, m, n \neq 0 \end{cases}, k_x = \frac{m\pi}{a\{a_R\}}, k_y = \frac{n\pi}{b\{b_R\}}, k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}, m \text{ і } n - \text{цілі числа}, \vec{e}_x, \vec{e}_y \text{ і}$$

\vec{e}_z – одиничні вектори прямокутної системи координат,

$\hat{\mathbf{I}} = (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) + (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'})$ – одиничний тензор, “ \otimes ” – знак тензорного множення.

7. Простір поза ідеально провідною сферою радіусом \tilde{R} із проникностями середовища ε_1 й μ_1 (Рис. Б.4):

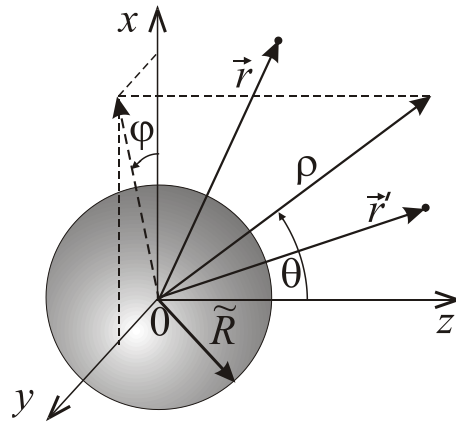


Рис. Б.4

$$\hat{G}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = \begin{vmatrix} G_{\rho\rho'}^e & 0 & 0 \\ 0 & G_{\theta\theta'}^e & G_{\theta\varphi'}^e \\ 0 & G_{\varphi\theta'}^e & G_{\varphi\varphi'}^e \end{vmatrix}, \quad (\text{Б.7})$$

$$G_{\rho\rho'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = -\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\varepsilon_m h_n^e(\rho, \rho')}{2C_{nm}} P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta') \cos m(\varphi - \varphi'),$$

$$G_{\theta\theta'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = -\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\varepsilon_m u_n^e(\rho, \rho') \cos m(\varphi - \varphi')}{2n(n+1) C_{nm} \sin \theta \sin \theta'} \times$$

$$\times \left[m^2 P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta') + \sin \theta \sin \theta' \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{dP_n^m(\cos \theta')}{d\theta'} \right],$$

$$G_{\theta\varphi'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{m u_n^e(\rho, \rho') \sin m(\varphi - \varphi')}{n(n+1) C_{nm}}$$

$$\times \left[\frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{P_n^m(\cos \theta')}{\sin \theta'} + \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \frac{dP_n^m(\cos \theta')}{d\theta'} \right],$$

$$G_{\varphi\theta'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = -G_{\theta\varphi'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi'),$$

$$G_{\varphi\varphi'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = G_{\theta\theta'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi').$$

Тут $P_n^m(\cos \theta)$ – приєднані функції Лежандра першого роду,

$$C_{nm} = \frac{2\pi(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!},$$

$$h_n^e(\rho, \rho') = \begin{cases} k_1 h_n^{(2)}(k_1 \rho') \left[h_n^{(2)}(k_1 \rho) Q_n(y_n(k_1 \tilde{R})) - y_n(k_1 \rho) \right], & \tilde{R} \leq \rho < \rho', \\ k_1 h_n^{(2)}(k_1 \rho) \left[h_n^{(2)}(k_1 \rho') Q_n(y_n(k_1 \tilde{R})) - y_n(k_1 \rho') \right], & \rho > \rho', \end{cases},$$

$$\mathcal{Q}_n(y_n(k_1\tilde{R})) = \frac{k_1\tilde{R}y_{n-1}(k_1\tilde{R}) - ny_n(k_1\tilde{R})}{k_1\tilde{R}h_{n-1}^{(2)}(k_1\tilde{R}) - nh_n^{(2)}(k_1\tilde{R})},$$

$$u_n^e(\rho, \rho') = \begin{cases} k_1 \frac{h_n^{(2)}(k_1\rho')}{h_n^{(2)}(k_1\tilde{R})} [j_n(k_1\rho)y_n(k_1\tilde{R}) - y_n(k_1\rho)j_n(k_1\tilde{R})], & \tilde{R} \leq \rho < \rho', \\ k_1 \frac{h_n^{(2)}(k_1\rho)}{h_n^{(2)}(k_1\tilde{R})} [j_n(k_1\rho')y_n(k_1\tilde{R}) - y_n(k_1\rho')j_n(k_1\tilde{R})], & \rho > \rho', \end{cases}$$

$h_n^{(2)}(k_1\rho) = j_n(k_1\rho) - iy_n(k_1\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_1\rho}} H_{n+1/2}^{(2)}(k_1\rho)$ – сферичні функції Ханкеля другого

роду, $j_n(k_1\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_1\rho}} J_{n+1/2}(k_1\rho)$ і $y_n(k_1\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_1\rho}} N_{n+1/2}(k_1\rho)$ – сферичні функції

Бесселя й Неймана відповідно, $J_{n+1/2}(k_1\rho)$ – функції Бесселя, $N_{n+1/2}(k_1\rho)$ – функції Неймана й $H_{n+1/2}^{(2)}(k_1\rho)$ – функції Ханкеля другого роду з напівцілим індексом.

Відзначимо, що вираз для компоненти функції Гріна $G_{\rho\rho'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi')$ виявляється можливим подати в більш зручному для числової реалізації вигляді, здійснивши перехід від подвійного ряду до однократного за допомогою теореми додавання для багаточленів Лежандра:

$$G_{\rho\rho'}^e(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{2\pi} h_n^e(\rho, \rho') P_n(\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi-\varphi')).$$

II. Функції Гріна магнітного типу

8. Необмежений простір із проникностями середовища ε_1 і μ_1 ($k_1 = k\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$):

$$\hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{\mathbf{I}} \frac{e^{-ik_1|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}. \quad (\text{Б.8})$$

9. Півпростір над ідеально провідною площиною із проникностями середовища ε_1 і μ_1 (Рис. Б.1):

$$\hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{\mathbf{I}} \frac{e^{-ikR}}{R} + (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) \frac{e^{-ikR_1}}{R_1} + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) \frac{e^{-ikR_1}}{R_1} - (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'}) \frac{e^{-ikR_1}}{R_1}, \quad (\text{Б.9})$$

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}, \quad R_1 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}.$$

10. Простір із проникностями середовища ε_1 і μ_1 усередині кутової області між двома перпендикулярно пересічними по осі абсцис площинами XOY й XOZ (Рис. Б.2)

$$G_{zz}^m(x, y, z; x', y', z') = \frac{e^{-ikR}}{R} + \frac{e^{-ik\sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z-z')^2}}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z-z')^2}} - \frac{e^{-ikR_1}}{R_1} - \frac{e^{-ik\sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z+z')^2}}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z+z')^2}}. \quad (\text{Б.10})$$

11. Порожній нескінченний прямокутний хвилевід з розрізом $\{a \times b\}$ з ідеально провідними стінками (Рис. Б.3):

$$\hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2\pi}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k_z} \left\{ (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) \Phi_x^m(x, y; x', y') e^{-k_z |z-z'|} + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) \Phi_y^m(x, y; x', y') e^{-k_z |z-z'|} + (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'}) \Phi_z^m(x, y; x', y') e^{-k_z |z-z'|} \right\}. \quad (\text{Б.11})$$

12. Порожній напівнескінченний прямокутний хвилевід з перерізом $\{a \times b\}$ з ідеально провідними стінками:

$$\hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2\pi}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k_z} \left\{ (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) \Phi_x^m(x, y; x', y') \left[e^{-k_z |z-z'|} + e^{-k_z (z+z')} \right] + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) \Phi_y^m(x, y; x', y') \left[e^{-k_z |z-z'|} + e^{-k_z (z+z')} \right] + (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'}) \Phi_z^m(x, y; x', y') \left[e^{-k_z |z-z'|} - e^{-k_z (z+z')} \right] \right\}. \quad (\text{Б.12})$$

13. Порожній прямокутний резонатор з розмірами $\{a_R \times b_R \times H\}$ з ідеально провідними стінками:

$$\hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2\pi}{a_R b_R} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k_z} \times \left\{ (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) \Phi_x^m(x, y; x', y') \left[\frac{\text{ch} k_z (H - |z - z'|) + \text{ch} k_z (H - |z + z'|)}{\text{sh} k_z H} \right] + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) \Phi_y^m(x, y; x', y') \left[\frac{\text{ch} k_z (H - |z - z'|) + \text{ch} k_z (H - |z + z'|)}{\text{sh} k_z H} \right] + (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'}) \Phi_z^m(x, y; x', y') \left[\frac{\text{ch} k_z (H - |z - z'|) - \text{ch} k_z (H - |z + z'|)}{\text{sh} k_z H} \right] \right\}. \quad (\text{Б.13})$$

14. Напівнескінченний прямокутний хвилевід з імпедансним (\bar{Z}_s) торцем у випадку, коли джерела знаходяться на поверхні торця:

$$\hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2\pi}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k_z} \left\{ (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_{x'}) \Phi_x^m(x, y; x', y') f_{\parallel}(k_z, \bar{Z}_s) 2e^{-k_z z} + \right. \\ \left. + (\vec{e}_y \otimes \vec{e}_{y'}) \Phi_y^m(x, y; x', y') f_{\parallel}(k_z, \bar{Z}_s) 2e^{-k_z z} \right\}, \quad (\text{Б.14})$$

$$f_{\parallel}(k_z, \bar{Z}_s) = \frac{kk_z(1 + \bar{Z}_s^2)}{(ik + k_z \bar{Z}_s)(k \bar{Z}_s - ik)}.$$

15. Напівнескінченний прямокутний хвилевід з імпедансним (\bar{Z}_s) торцем у випадку збудження поздовжніми струмами:

$$\hat{G}^m(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2\pi}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{k_z} \left\{ (\vec{e}_z \otimes \vec{e}_{z'}) \Phi_z^m(x, y; x', y') \left[e^{-k_z |z - z'|} - f_{\perp}(k_z, \bar{Z}_s) e^{-k_z(z + z')} \right] \right\}, \quad (\text{Б.15})$$

$$f_{\perp}(k_z, \bar{Z}_s) = \frac{ik - k_z \bar{Z}_s}{ik + k_z \bar{Z}_s}.$$

У виразах (Б.8) – (Б.15) прийняті наступні позначення:

$$\Phi_x^m(x, y; x', y') = \sin k_x x \sin k_x x' \cos k_y y \cos k_y y', \\ \Phi_y^m(x, y; x', y') = \cos k_x x \cos k_x x' \sin k_y y \sin k_y y', \\ \Phi_z^m(x, y; x', y') = \cos k_x x \cos k_x x' \cos k_y y \cos k_y y'.$$

Інші позначення такі ж, як і в (Б.1) – (Б.6).

16. Простір поза ідеально провідною сферою з радіусом \tilde{R} із проникностями середовища ε_1 і μ_1 (Рис. Б.3):

$$\hat{G}^m(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = \begin{vmatrix} G_{\rho\rho'}^m & 0 & 0 \\ 0 & G_{\theta\theta'}^m & G_{\theta\varphi'}^m \\ 0 & G_{\varphi\theta'}^m & G_{\varphi\varphi'}^m \end{vmatrix}, \quad (\text{Б.16})$$

$$G_{\rho\rho'}^m(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\varepsilon_m h_n^m(\rho, \rho')}{2C_{nm}} P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta') \cos m(\varphi - \varphi'),$$

$$G_{\theta\theta'}^m(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') = - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\varepsilon_m u_n^m(\rho, \rho') \cos m(\varphi - \varphi')}{2n(n+1) C_{nm} \sin \theta \sin \theta'} \times$$

$$\times \left[m^2 P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta') + \sin \theta \sin \theta' \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{dP_n^m(\cos \theta')}{d\theta'} \right],$$

$$\begin{aligned}
G_{\theta\varphi'}^m(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{m u_n^m(\rho, \rho') \sin m(\varphi - \varphi')}{n(n+1) C_{nm}} \\
&\times \left[\frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{P_n^m(\cos \theta')}{\sin \theta'} + \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \frac{dP_n^m(\cos \theta')}{d\theta'} \right], \\
G_{\varphi\theta'}^m(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') &= -G_{\theta\varphi'}^m(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi'), \\
G_{\varphi\varphi'}^m(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi') &= G_{\theta\theta'}^m(\rho, \theta, \varphi; \rho', \theta', \varphi').
\end{aligned}$$

Тут $h_n^m(\rho, \rho') = u_n^e(\rho, \rho')$, $u_n^m(\rho, \rho') = h_n^e(\rho, \rho')$, а також інші позначення з (Б.7).

III. Функції Гріна вільного півпростору над імпедансною площиною

Для вільного півпростору над нескінченною площиною (Рис. А.1), $\sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = Z_0 = 120\pi$ ($\omega\varepsilon_0 = k / Z_0$, $\omega\mu_0 = Z_0 k$), що характеризується розподіленням постійним імпедансом $\bar{Z}_S = Z_S / Z_0$, за умови збудження півпростору зв'язаними поверхневими струмами $j_x^m = \bar{Z}_S j_y^e$, $j_y^m = -\bar{Z}_S j_x^e$ (на підставі вимоги граничної умови $[\vec{E}, \vec{z}_0] = -\bar{Z}_S [[\vec{H}, \vec{z}_0], \vec{z}_0]$):

$$\begin{aligned}
G_{xx}^m(x, y, z; x', y', 0) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{\chi} e^{-ik_x(x-x') - ik_y(y-y') - i\chi z} dk_x dk_y, \\
G_{yy}^e(x, y, z; x', y', 0) &= -\frac{\bar{Z}_S^2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{\chi} e^{-ik_x(x-x') - ik_y(y-y') - i\chi z} dk_x dk_y,
\end{aligned} \tag{Б.17}$$

$$\text{де: } C_{\chi} = \frac{4\pi}{i\chi} \frac{\chi k(1 + \bar{Z}_S^2)}{\chi k(1 + \bar{Z}_S^2) + \bar{Z}_S(k^2 + \chi^2)}, \quad \chi^2 = k^2 - k_x^2 - k_y^2.$$





ДОДАТОК В

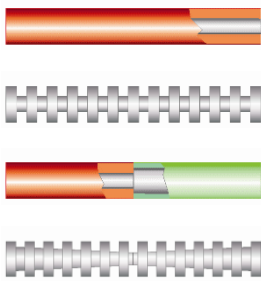

Поверхневий імпеданс вібраторів

Для електрично тонких вібраторів з параметрами матеріалу ε , μ , σ , з якого вони виготовлені, формули для визначення розподіленого поверхневого імпедансу мають вигляд:

Таблиця В.1

Поверхневий імпеданс вібраторів різних конструкцій

№	Тип конструкції вібратора	Макетний вид вібратора	Формула для імпедансу
1	Суцільний металевий циліндр з радіусом $r \gg \Delta^0$ (Δ^0 – товщина скін-шару)		$\bar{Z}_s = \frac{1+i}{120\pi\sigma\Delta^0}$
2	Діелектричний металізований циліндр із покриттям з металу товщиною $h_R \ll \Delta^0$		$\bar{Z}_s = \frac{1}{120\pi\sigma h_R + ikr(\varepsilon - 1)/2}$
3	Металодіелектричний циліндр (L_1 – товщина металевого диска, L_2 – товщина діелектричного диска)		$\bar{Z}_s = -i \frac{L_2}{L_1 + L_2} \frac{2}{kr\varepsilon}$
4	Магнітодіелектричний металізований циліндр із внутрішнім провідним циліндром з радіусом r_i		$\bar{Z}_s = \frac{1}{120\pi\sigma h_R - i / kr\mu \ln(r / r_i)}$

5	<p>Металевий циліндр із покриттям з магнітодіелектрика товщиною $r - r_i$ або гофрований циліндр ($(L_1 + L_2) \ll \lambda$, де L_1 – товщина гребеня з $\bar{Z}_s = 0$, L_2 – ширина вирізу гофра з $\bar{Z}_s \neq 0$)</p>		$\bar{Z}_s = ikr\mu \ln(r / r_i)$
6	<p>Однозаходна металева спіраль із радіусом r ($kr \ll 1$) з кутом намотування ψ</p>		$\bar{Z}_s = (i / 2)kr \operatorname{ctg}^2 \psi$

У таблиці співвідношення для погонних імпедансів вібраторів отримані в рамках імпедансної концепції і є вірними для тонких циліндрів як нескінченної, так і скінченної довжини, розташованих у порожньому електродинамічному пооб'ємі. Для вібраторів, що перебувають у матеріальному середовищі з параметрами ϵ_1 й μ_1 , необхідно у всіх формулах увести множник $\sqrt{\mu_1 / \epsilon_1}$.