

Министерство образования и науки Украины
Харьковский национальный университет
имени В. Н. Каразина

В. К. Милославский

Нелинейная оптика

Учебное пособие
для студентов старших курсов,
аспирантов и научных работников

Харьков
2008

УДК 535(075.8)

ББК 22.434я73

М 60

Рекомендовано к печати Ученым советом

*Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина
(протокол № 4 от 28.03.2008)*

Рецензенты: доктор физико-математических наук, профессор, зам. директора по науке Института сцинтилляционных материалов НАН Украины Ю. В. Малюкин,
доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой общей физики Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина А. Г. Андерс

Милославский В. К. Нелинейная оптика: Учебное

М 60 пособие. — Х.: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2008. — 312 с.

В пособии изложены основные положения нелинейной оптики. Для прозрачных сред нелинейные эффекты исследуются на основе макроскопической электродинамики, теоретический анализ явлений подкреплен данными эксперимента. Изложена нелинейная оптика резонансных, поглощающих сред, фоторефрактивных и жидких кристаллов, нелинейная оптика поверхности и ограниченных сред (волноводов). Обсуждаются проблемы неустойчивости и самоорганизации, прикладные аспекты нелинейных явлений.

Для студентов старших курсов, аспирантов и научных работников соответствующего профиля.

У посібнику викладені основні засади нелінійної оптики. Для прозорих середовищ нелінійні ефекти досліджуються на основі макроскопічної електродинаміки, теоретичний аналіз підкріплений експериментальними даними. Викладена нелінійна оптика резонансних, поглинаючих середовищ, фоторефрактивних і рідких кристалів, нелінійна оптика поверхні та обмежених середовищ (хвильоводів). Обговорюються проблеми нестійкості та самоорганізації, прикладні аспекти нелінійних явищ.

Для студентів старших курсів, аспірантів і наукових співробітників відповідного профілю.

УДК 535(075.8)

ББК 22.434я73

© Харьковский национальный университет
имени В. Н. Каразина, 2008

© Милославский В. К., 2008

ISBN 978-966-623-507-0

© Макет обложки Дончик И. Н., 2008

Оглавление

Предисловие	7
Глава 1. Основные уравнения оптики нерезонансных сред	10
Литература к главе 1	17
Глава 2. Квадратичная поляризация и связанные с ней эффекты	18
2.1. Свойства квадратичной поляризации.....	18
2.2. Трехволновое взаимодействие в средах с квадратичной поляризацией. Уравнения связанных волн	22
2.3. Генерация второй гармоники. Опыт Франкена	24
2.4. Выполнение условия фазового синхронизма и выбор кристаллов для наблюдения второй гармоники	27
2.5. Выпрямление света в средах с квадратичной поляризацией.....	31
2.6. Параметрические нелинейные эффекты в средах с квадратичной поляризацией.....	32
2.7. Параметрическое усиление света	33
2.8. Соотношения Мэнли—Роу	35
2.9. Параметрическая генерация вынужденного излучения	36
2.10. Параметрическое преобразование частоты вверх	39
2.11. Параметрическая люминесценция	41
2.12. Линейный электрооптический эффект.....	44
2.13. Амплитудная и фазовая модуляция. Модуляторы света.....	48
Литература к главе 2.....	50

Глава 3. Кубическая поляризация и связанные с ней эффекты	52
3.1. Свойства кубической поляризации.....	52
3.2. Четырехволновое взаимодействие в средах с кубической поляризацией. Уравнения связанных волн...	54
3.3. Генерация третьей гармоники.....	55
3.4. Генерация второй гармоники в centrosymmetric кристаллах.....	59
3.5. Электрооптический и оптический эффект Керра....	59
3.6. Эффекты самовоздействия в средах с кубической поляризацией	63
3.7. Самофокусировка и самодефокусировка.....	64
3.8. Оптические солитоны	72
3.9. Самомодуляция и компрессия лазерных импульсов.	79
3.10. Самодифракция и динамическая голография.....	83
3.11. Оптическая бистабильность в нелинейных средах...	88
3.12. Вырожденное четырехволновое взаимодействие.....	92
3.13. Обращение волнового фронта.....	96
Литература к главе 3.....	98
Глава 4. Вынужденное рассеяние света	101
4.1. Различные виды рассеянного излучения.....	101
4.2. Вынужденное комбинационное рассеяние света.....	102
4.3. Вынужденное рассеяние Мандельштама—Бриллюэна.....	112
4.4. Другие виды вынужденного рассеяния света.....	119
4.5. Применение вынужденного рассеяния света.....	121
Литература к главе 4.....	124
Глава 5. Основы резонансной нелинейной оптики	127
5.1. Введение.....	127
5.2. Нелинейный эффект насыщения	128
5.3. Применение эффекта насыщения	137
5.4. Двухфотонное поглощение света	140
5.5. Применение двухфотонного поглощения в спектроскопии	147
Литература к главе 5.....	151

Глава 6. Резонансная нестационарная нелинейная оптика	153
6.1. Введение.....	153
6.2. Двухуровневый атом в сильном световом поле.....	154
6.3. Оптическая нутация и свободное затухание поляризации.....	158
6.4. Понятие площади импульса.....	161
6.5. Фотонное эхо.....	162
6.6. Самоиндуцированная прозрачность	167
Литература к главе 6.....	172
 Глава 7. Нелинейная оптика фоторефрактивных кристаллов	 174
7.1. Введение.....	174
7.2. Механизмы превращений в фоторефрактивных кристаллах.....	176
7.3. Теория фотопревращений в фоторефрактивных кристаллах	177
7.4. Распространение световых волн в фоторефрактивных кристаллах. Двухпучковая схема.....	186
7.5. Вырожденное четырехволновое взаимодействие в фоторефрактивных кристаллах.....	190
7.6. Типы фоторефрактивных сегнетоэлектриков	194
7.7. Шумовые решетки в фоторефрактивных кристаллах и связанные с ними явления	196
7.8. Применение фоторефрактивных кристаллов	205
Литература к главе 7.....	209
 Глава 8. Нелинейные оптические явления в ограниченных средах	 212
8.1. Введение.....	212
8.2. Поверхностные волны на границе раздела двух сред	213
8.3. Генерация второй гармоники с участием поверхностных электромагнитных волн	219
8.4. Генерация периодических структур на поверхности твердых тел.....	221
8.5. Планарные волноводы и их оптические свойства.....	227
8.6. Нелинейная оптика планарных волноводов.....	229
8.7. Генерация периодических структур — спонтанных решеток в нелинейных планарных волноводах	238

8.8. Механизмы фотопревращений в фотослоях. Применение спонтанных решеток	254
Литература к главе 8	257
Глава 9. Пространственно-временная неустойчивость и формирование квазикристаллов	261
9.1. Примеры пространственно-временных неустойчивостей	261
9.2. Пространственно-временная неустойчивость во встречных лазерных пучках и формирование гексагонов	262
9.3. Эксперименты по исследованию квазикристаллов при пространственно-временной неустойчивости.....	265
9.4. Генерация нелинейных структур в системе с двухмерной обратной связью	271
9.5. Пространственно-временная неустойчивость и гексагоны в планарных нелинейных волноводах.....	276
9.6. Фотонные кристаллы и нелинейная оптика	282
Литература к главе 9	294
Предметный указатель	296

Предисловие

Нелинейная оптика — сравнительно новый, интенсивно развивающийся раздел оптики. Ее зарождение обычно датируется 1960 годом — годом создания первого лазера. Вынужденное излучение, испускаемое лазером, обладает рядом замечательных характеристик по сравнению со спонтанным излучением обычных оптических источников [1]. Лазерное излучение имеет высокую направленность и монохроматичность в сочетании с высокой мощностью. С появлением лазеров появилась возможность создавать значительную концентрацию светового поля в пространстве и во времени. Использование лазеров позволило впервые наблюдать в оптическом диапазоне частот такие нелинейные эффекты, как генерация гармоник, самофокусировка, оптические солитоны и т.д. Развитие нелинейной оптики тесным образом связано с развитием физики и техники лазеров. Создание новых по своим характеристикам лазеров способствует обнаружению и исследованию новых нелинейных эффектов и их применению в различных областях науки и техники.

В 1960-х годах заложены теоретические основы классической и квантовой нелинейной оптики. Итог этих исследований подведен в первых монографиях, авторами которых являются известные физики С.А. Ахманов, Р.В. Хохлов [2] и Н. Бломберген [3]. Развита теория позволила не только дать количественное описание наблюдаемых нелинейных явлений, но и предсказала новые эффекты, обнаруженные затем экспериментально. Со времени публикации первых теоретических работ теория нелинейной оптики развивалась благодаря формулировке и решению различных нелинейных уравнений и их систем.

Явления нелинейной оптики гораздо разнообразнее явлений обычной, линейной оптики. Более того, фронт исследований по нелинейной оптике настолько обширен, что охватить все аспекты в одном учебном пособии не представляется возможным. Этот факт был отмечен

И.Р. Шеном, который в своей достаточно полной монографии по нелинейной оптике [4] указал на эту трудность еще в 1984 году. К настоящему времени издано большое число монографий, посвященных различным, более узким разделам этой обширной области знаний. Ряд этих монографий использован при написании данного учебного пособия. По своим основным идеям и положениям нелинейная оптика близка к нелинейной радиофизике [5], однако экспериментальные методы исследования нелинейных эффектов в радиодиапазоне и оптическом диапазоне частот существенно отличаются.

Наряду с фундаментальными исследованиями большое развитие получила прикладная нелинейная оптика [6]. Возник новый раздел спектроскопии — нелинейная лазерная спектроскопия [7, 8]. Благодаря ее применению достигнуты большие успехи в спектроскопии атомов, молекул и конденсированных сред. На основе явлений нелинейной оптики созданы новые источники когерентного излучения. Практическое применение получили явление бистабильности, оптика временных солитонов, нелинейная оптика фоторефрактивных и жидких кристаллов, обращение волнового фронта с помощью нелинейных сред и т.д.

Данное учебное пособие основано на цикле лекций, прочитанном студентам четвертого и пятого курсов физического факультета Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина. В нем изложены основные принципы нелинейной оптики прозрачных и поглощающих сред, обсуждаются ее прикладные аспекты. Наряду с традиционными разделами нелинейной оптики, в пособие введены главы, посвященные явлениям, мало отраженным в существующих учебниках. Речь идет о нелинейной оптике фоторефрактивных кристаллов и других фоточувствительных сред с большими временами релаксации, нелинейной оптике ограниченных сред, пространственно-временной неустойчивости лазерных пучков в нелинейных средах, нелинейной оптике фотонных кристаллов.

Предполагается, что читатель имеет достаточную подготовку по оптике в пределах университетского общего курса физики, по основам электродинамики и квантовой механики, по физике твердого тела и кристаллографии.

Автор глубоко благодарен профессору, доктору физ.-мат. наук Л.А. Агееву за обсуждение плана пособия и полезную дискуссию, и кандидату физ.-мат. наук Е.Д. Маковецкому за большую помощь при подготовке рукописи.

Литература

- [1] *Звелто О.* Принципы лазеров. Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. — 559 с.
- [2] *Ахманов С.А., Хохлов Р.В.* Проблемы нелинейной оптики. — М.: Изд. АН СССР, 1964. — 295 с.
- [3] *Бломберген Н.* Нелинейная оптика. Пер. с англ. — М.: Мир, 1966. — 424 с.
- [4] *Шен И.Р.* Принципы нелинейной оптики. Пер. с англ. — М.: Наука, 1989. — 560 с.
- [5] *Чорногор Л.М.* Нелінійна радіофізика. — Х.: ХНУ імені В.Н. Каразіна, 2000. — 197 с.
- [6] *Цернике Ф., Мидвинтер Дж.* Прикладная нелинейная оптика. Пер. с англ. — М.: Мир, 1976. — 261 с.
- [7] *Летохов В.С., Чеботаев В.Н.* Принципы нелинейной лазерной спектроскопии. — М.: Наука, 1975. — 279 с.
- [8] *Демтредер В.* Лазерная спектроскопия. Основные принципы и техника эксперимента. Пер. с англ. — М.: Наука, 1985. — 607 с.

Глава 1

Основные уравнения оптики нерезонансных сред

При изложении явлений линейной оптики, сопровождающих распространение света в средах, молчаливо предполагается независимость основных характеристик среды — **показателя преломления** n и **показателя поглощения** κ — от интенсивности падающего излучения. Эта независимость выражается в основополагающем **принципе суперпозиции**: результат воздействия на вещество нескольких полей равен сумме результатов воздействий каждого поля в отдельности [1, 2].

Этот принцип может быть продемонстрирован на примере одного атома. Пусть на атом воздействует электромагнитная волна с частотой ω_q и напряженностью электрического поля \vec{E}_q . Под действием поля в атоме индуцируется дипольный момент

$$\vec{p}_q = \alpha_q \vec{E}_q, \quad (1.1)$$

где $\alpha_q \equiv \alpha(\omega_q)$ — поляризуемость атома.

Если $\vec{E} = \sum_q \vec{E}_q$, то при постоянстве α_q имеем $\vec{p} = \sum_q \vec{p}_q$. Т. е. принцип суперпозиции выполняется, если поляризуемость α_q не зависит от \vec{E}_q .

Вещество представляет собой совокупность атомов. Пусть N — их концентрация. При описании взаимодействия вещества с электрическим

полем целесообразно ввести макроскопическую величину — дипольный момент единицы объема, называемый поляризацией вещества:

$$\vec{P} = N\vec{p} = N\alpha\vec{E} = \chi\vec{E}, \quad (1.2)$$

где безразмерная величина χ (скаляр в изотропных средах) называется диэлектрической восприимчивостью.

Выполнение принципа суперпозиции в этом случае требует постоянства χ , т. е. независимости от поля как α , так и N . Иначе говоря, необходима линейная связь между характеристикой поля (напряженностью электрического поля электромагнитной волны) и характеристикой вещества (поляризацией).

Задача о распространении света в средах решается с помощью **уравнений Максвелла**, связывающих напряженности электрического поля \vec{E} и магнитного поля \vec{H} электромагнитной волны с векторными величинами, характеризующими отклик среды на действующие поля (\vec{D} и \vec{B} — вектора электрической и магнитной индукции, \vec{j} — плотность высокочастотного тока):

$$\text{rot } \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad (1.3a)$$

$$\text{rot } \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \quad (1.3б)$$

$$\text{div } \vec{D} = 4\pi\rho, \quad (1.3в)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0. \quad (1.3г)$$

Здесь ρ — плотность объемного макроскопического заряда. Обычно считается, что среда в целом нейтральна, и $\rho = 0$.

При проникновении в среду поля \vec{E} и \vec{H} изменяются, поэтому все векторные величины, входящие в уравнения (1.3), являются неизвестными. Таким образом, при решении задач о распространении света должны быть решены два векторных и два скалярных уравнения или, с учетом разложения векторных уравнений по осям в декартовой системе координат, восемь уравнений. В то же время число неизвестных величин равно $5 \times 3 = 15$, и для решения задачи о распространении света в средах должны быть использованы дополнительные уравнения, связывающие вектора \vec{D} , \vec{B} и \vec{j} с векторами \vec{E} и \vec{H} . Это — так называемые **материальные уравнения**, обычно устанавливаемые экспериментально. Для

изотропных сред линейной оптики они имеют вид

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (1.4)$$

где ε и μ — **диэлектрическая и магнитная проницаемости**, σ — удельная электропроводность.

Вектор электрической индукции $\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$. При линейной связи между \vec{P} и \vec{E} (изотропные среды) связь между \vec{D} и \vec{E} также линейна, т. е. диэлектрическая проницаемость ε — константа:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = (1 + 4\pi\chi)\vec{E} = \varepsilon\vec{E}. \quad (1.5)$$

Для анизотропных сред связь между векторами задается с помощью тензоров второго ранга:

$$D_i = \varepsilon_{ij}E_j, \quad B_i = \mu_{ij}H_j, \quad j_i = \sigma_{ij}E_j. \quad (1.6)$$

В дальнейшем мы будем исследовать распространение света в немагнитных средах, для которых с высокой точностью $\mu = 1$ и $\mu_{ij} = \delta_{ij}$. В этом случае уравнения (1.3а) и (1.3б) можно объединить в **волновое уравнение**, исключив поле \vec{H} :

$$\Delta \vec{E} - \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}. \quad (1.7)$$

Это общее уравнение, пригодное для решения задач распространения света в прозрачных (нерезонансных, $\vec{j} = 0$) и поглощающих средах ($\vec{j} \neq 0$), а также в изотропных и анизотропных средах. Наиболее простой вид уравнение (1.7) имеет для прозрачных изотропных сред, так как в этом случае на основании (1.3в) и (1.4) $\text{div } \vec{E} = 0$:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.8)$$

Задача о распространении света в веществе обычно решается в приближении плоских гармонических волн, и электрическое поле волны удобно представить в комплексной форме:

$$\vec{E} = \vec{A} e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}, \quad (1.9)$$

где \vec{A} — амплитуда, ω — круговая частота, \vec{k} — волновой вектор волны

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} n \vec{s} = \frac{\omega}{c} n \vec{s} = \frac{\omega}{v_\Phi} \vec{s}, \quad (1.10)$$

где $v_\phi = c/n$ — фазовая скорость (скорость распространения поверхности постоянной фазы), \vec{s} — единичный вектор в направлении распространения волны. Подстановка (1.10) и (1.4) в уравнение (1.8) дает

$$\Delta \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \vec{E} = 0, \quad (1.11)$$

и после дифференцирования по координатам получаем **соотношение Максвелла**:

$$\varepsilon = \frac{c^2}{v_\phi^2} = n^2. \quad (1.12)$$

Решение уравнений Максвелла и волнового уравнения устанавливает связь между характеристикой вещества и характеристикой волны — фазовой скоростью $v_\phi = c/n$.

Таким образом, при линейной связи между \vec{D} и \vec{E} показатель преломления n — постоянная величина. Действительно, измерения показателей преломления многих кристаллов и стекол, применяемых в оптике, проведенные с высокой точностью (до 10^{-7}), показывают независимость n от интенсивности света при применении источников долазерной эры.

Для изотропных поглощающих сред следует вернуться к уравнению (1.7), положив $\text{div } \vec{E} = 0$. При подстановке в (1.7) \vec{D} и \vec{j} из (1.4) и \vec{E} имеем

$$\Delta \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(\varepsilon - i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right) \vec{E} = 0. \quad (1.13)$$

Это уравнение формально совпадает с уравнением (1.11) при $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ с заменой действительной ε на комплексную величину

$$\varepsilon' = \varepsilon - i \frac{4\pi\sigma}{\omega}. \quad (1.14)$$

Решение (1.13) также дает соотношение Максвелла $\varepsilon' = n'^2$, но показатель преломления становится комплексной величиной: $n' = n - i\kappa$ (κ — показатель поглощения), и

$$\varepsilon = n^2 - \kappa^2, \quad \frac{4\pi\sigma}{\omega} = 2n\kappa. \quad (1.15)$$

Таким образом, при линейной связи векторов \vec{D} и \vec{j} с полем \vec{E} (линейная оптика) величины n и κ не зависят от \vec{E} . Величины n и κ называются оптическими константами и приводятся в справочниках.

Несколько сложнее решается задача для оптически анизотропных сред. Однако если учесть симметрию ε_{ij} относительно перестановки двух индексов [3], можно тензор ε_{ij} привести к диагональной форме в главной системе координат x, y, z . Решение уравнения (1.7) в этой системе значительно упрощается, и в итоге для прозрачных анизотропных сред получаем основное уравнение кристаллооптики — **уравнение Френеля** [4], являющееся обобщением соотношения Максвелла (1.12):

$$\frac{s_x^2}{v_\Phi^2 - v_x^2} + \frac{s_y^2}{v_\Phi^2 - v_y^2} + \frac{s_z^2}{v_\Phi^2 - v_z^2} = 0, \quad (1.16)$$

где $v_\Phi = c/n$, $v_{x,y,z} = c/\sqrt{\varepsilon_{x,y,z}}$, $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$ — главные компоненты тензора ε_{ij} , а s_x, s_y, s_z — компоненты орта \vec{s} . Из (1.16) видно, что v_Φ в анизотропных средах зависит от направления распространения плоской волны.

Материальные уравнения (1.4), (1.6) справедливы при сравнительно слабых световых полях. Известно, что закон Ома $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ выполняется, если $E \ll E_{\text{пр}}$, где $E_{\text{пр}}$ — **поле пробоя вещества**. При E , меньших поля пробоя, но близких к нему, наблюдается значительное отклонение от закона Ома. Другими словами, удельная проводимость перестает быть константой.

Величина поля пробоя зависит от вещества. Для атомарных газов $E_{\text{пр}}$ порядка 10^8 – 10^9 В/см, для диэлектриков порядка 10^7 В/см, для полупроводников около 10^5 В/см. Квасимонохроматические источники света, которые обычно использовались в оптике и спектроскопии до изобретения лазеров, не давали поля с напряженностью, близкой к полю пробоя.

С другой стороны, попытки наблюдения нелинейных оптических эффектов были предприняты еще в 1920-х годах С.И. Вавиловым и сотрудниками [5, 6]. Их идея сводилась к следующему. Допустим, что имеется раствор поглощающих центров в прозрачном растворителе. Пропускание раствора в этом случае $T = \exp(-Kd)$, где d — толщина кюветы, $K = N\sigma_t$ — коэффициент поглощения, N — концентрация центров поглощения, находящихся в основном состоянии, σ_t — эффективный поперечник поглощения. Если применить достаточно интенсивные источники света (в их распоряжении были генераторы дуги и искры), то часть поглощающих центров перейдет в возбужденное состояние, концентрация N и, следовательно, K уменьшатся, и пропускание раствора увеличится.

Таким образом, Вавиловым был предсказан так называемый **эф-фект насыщения**, играющий в настоящее время важную роль в физике лазеров и нелинейной оптике. Однако использованные ими источники света дали увеличение пропускания всего лишь на величину менее 2 %, и до изобретения лазеров эксперименты в этом направлении больше не проводились. Тем не менее, Вавиловым был введен термин «**нелинейная оптика**».

Уже первые лазеры (импульсные лазеры на рубине) позволили наблюдать целый ряд нелинейных явлений. Характеристикой импульсного лазера является энергия, излучаемая импульсом \mathcal{E} . При длительности импульса τ средняя мощность, излучаемая лазером в импульсе, равна $\overline{W} = \mathcal{E}/\tau$. Если площадь поперечного сечения лазерного пучка s , то величина светового потока (интенсивность) лазерного излучения определяется формулой

$$I = \frac{\overline{W}}{s} = \frac{\mathcal{E}}{\tau s}. \quad (1.17)$$

С другой стороны, средний световой поток может быть найден с помощью **вектора Пойнтинга** $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}]$, усредненного по времени, существенно большем периода световой волны, $|\vec{S}|_t$:

$$I = \frac{cn}{8\pi} A^2, \quad (1.18)$$

где A — амплитуда электрического поля (здесь использовано известное соотношение $\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$) [3]. Используя (1.18), находим амплитуду A . Для линейно поляризованного света [7]

$$A = 27,3 n^{-1/4} \sqrt{I}. \quad (1.19)$$

Здесь величина I дана в Вт/см², а амплитуда в В/см. Энергия, излучаемая в импульсе, около 1 Дж при его длительности $\tau \approx 10^{-3}$ с в режиме свободной генерации и $\tau \approx 10^{-8}$ с в режиме модуляции добротности [8]. Отсюда средняя мощность в первом случае 1 кВт, а во втором — около 100 МВт. Если диаметр лазерного пучка около 1 мм и площадь $s \approx 10^{-2}$ см², то при киловаттной мощности имеем $A \approx 10^4$ В/см, а при использовании гигантских импульсов $A \approx 3 \cdot 10^6$ В/см. Из этих оценок видно, что напряженности электрических полей близки к полю пробоя полупроводников и диэлектриков, т. е. следует ожидать отступления от линейной связи между \vec{P} и \vec{E} .

Высокая направленность лазерного пучка также способствует увеличению амплитуды. Если угол расхождения лазерного пучка $\delta\varphi \approx 10^{-2}$ рад, то при использовании фокусировки лазерного пучка с помощью короткофокусных линз ($F \approx 1$ см) площадь фокуса может составлять $s \approx 10^{-4}$ см², что на порядки повышает амплитуду и напряженность электрического поля и может привести к пробое вещества в районе фокуса.

Оптический пробой в газах и твердых телах наблюдался и был подробно изучен [9]. Изучение оптического пробоя представляет собой особую область нелинейной оптики — **силовую оптику**. Пробой зачастую сопровождается необратимыми эффектами. Нас прежде всего будут интересовать обратимые эффекты, достигаемые при $E \lesssim E_{\text{пр}}$. При этом поляризация \vec{P} сложным образом зависит от \vec{E} .

Предположим, что $E/E_{\text{пр}}$ является малым параметром ($E/E_{\text{пр}} \ll 1$). Сложную зависимость $\vec{P}(\vec{E})$ можно разложить в степенной ряд по этому параметру. Так как \vec{P} и \vec{E} — векторные величины, разложение проводится для компонент \vec{P} и \vec{E} :

$$P_i = \chi_{ij} E_j + \chi_{ijk} E_j E_k + \chi_{ijkl} E_j E_k E_l + \dots \quad (1.20)$$

Таким образом, при нелинейной связи между \vec{P} и \vec{E}

$$P_i = P_i^{(1)} + P_i^{(2)} + P_i^{(3)} + \dots, \quad (1.21)$$

и ряд сходится, если $P_i^{(n)} \gg P_i^{(n+1)}$. Существенными слагаемыми в этом разложении являются $P_i^{(1)}$ (поляризация, линейная по полю), $P_i^{(2)}$ (**квадратичная поляризация** среды), $P_i^{(3)}$ (**кубическая поляризация** среды). Основные нелинейные эффекты связаны с поляризациями $P_i^{(2)}$ и $P_i^{(3)}$. В некоторых случаях учитываются компоненты поляризации более высоких порядков. В любом случае вектор поляризации состоит из двух слагаемых, линейного и нелинейного по полю:

$$\vec{P} = \vec{P}_{\text{лин}} + \vec{P}_{\text{нел}}, \quad (1.22)$$

где $\vec{P}_{\text{лин}} \equiv \vec{P}^{(1)}$. Для прозрачных изотропных сред вектор индукции

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}_{\text{лин}} + 4\pi\vec{P}_{\text{нел}} = \varepsilon\vec{E} + 4\pi\vec{P}_{\text{нел}}. \quad (1.23)$$

Подставим \vec{D} в уравнение (1.8). Волновое уравнение приобретает вид

$$\Delta\vec{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}_{\text{нел}}}{\partial t^2}. \quad (1.24)$$

Это основное уравнение для прозрачных изотропных нелинейных сред. Как мы увидим дальше, $\vec{P}_{\text{нел}}$ можно трактовать как сторонний источник, приводящий к появлению новых электромагнитных волн.

Литература к главе 1

- [1] *Ландсберг Г.С.* Оптика. — М.: Наука, 1979. — 926 с.
- [2] *Дитчберн Р.* Физическая оптика. Пер. с англ. — М.: Наука, 1965. — 632 с.
- [3] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 620 с.
- [4] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. Пер. с англ. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
- [5] *Wawilow S.I., Lewschin W.L.* // Zeitschr. Phys. — 1926. — **35**, № 11–12. — Р.920.
- [6] *Вавилов С.И.* Микроструктура света. — М.: Изд. АН СССР, 1950. — 198 с.
- [7] *Карлов Н.В.* Лекции по квантовой электронике. — М.: Наука, 1988. — 336 с.
- [8] *Звелто О.* Принципы лазеров. Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. — 559 с.
- [9] *Райзер Ю.П.* // Усп. физ. наук. — 1965. — **87**. — С.29.

Глава 2

Квадратичная поляризация и связанные с ней эффекты

2.1. Свойства квадратичной поляризации

В некоторых нелинейных средах квадратичная поляризация среды $P^{(2)} \gg P^{(3)}$ в $P_{\text{нел.}}$, и в них можно рассматривать нелинейные явления, ограничиваясь в $\vec{P}_{\text{нел.}}$ квадратичными по полю слагаемыми:

$$P_{\text{нел.}i} = P_i^{(2)} = \chi_{ijk} E_j E_k. \quad (2.1)$$

В отличие от линейных сред, где для решения различных задач можно записывать поля в комплексной форме (1.9) на стр. 12, при квадратичной связи между полем и поляризацией среды следует первоначально учитывать действительный вид напряженности электрического поля электромагнитной волны. Кроме того, на нелинейную среду могут одновременно воздействовать поля от различных источников, отличающиеся не только амплитудами, но и частотами и волновыми векторами. Таким образом, в общем случае

$$\begin{aligned} E_j &= A_j \cos(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r}), \\ E_k &= A_k \cos(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r}). \end{aligned} \quad (2.2)$$

После подстановки (2.2) в уравнение (2.1) имеем

$$\begin{aligned} P_i^{(2)} &= \chi_{ijk} A_j A_k \cos(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r}) \cos(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r}) = \\ &= \frac{1}{2} \chi_{ijk} A_j A_k \left\{ \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \vec{r}] + \right. \\ &\quad \left. + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \vec{r}] \right\}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Из (2.3) следует, что квадратичная поляризация распадается на две гармонические **волны с суммарной и разностной частотой** и соответствующими волновыми векторами:

$$\omega' = \omega_1 + \omega_2, \quad \vec{k}' = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad \text{и} \quad \omega'' = \omega_1 - \omega_2, \quad \vec{k}'' = \vec{k}_1 - \vec{k}_2. \quad (2.4)$$

При записи (2.3) мы не учитывали дисперсию коэффициентов χ_{ijk} и сдвиг по фазе двух полей. Однако представление волн поляризации в гармонической форме, так же как и в случае линейной оптики, позволяет решать задачи с помощью уравнения (1.24), записывая поляризацию в комплексном виде отдельно для суммарной и разностной частот. При этом решение уравнения (1.24) приводит к появлению новых электромагнитных полей с суммарной и разностной частотой соответственно.

Таким образом, при решении многих задач нелинейной оптики с квадратичной поляризацией следует использовать две записи:

$$P_i^{(2)} = d_{ijk} E_j E_k \quad \text{и} \quad P_i^{(2)} = d_{ijk} E_j E_k^*, \quad (2.5)$$

где поля \vec{E} представлены в комплексной экспоненциальной форме (1.9), \vec{E}^* — комплексно-сопряженное поле. Коэффициенты d_{ijk} связаны с коэффициентами квадратичной восприимчивости χ_{ijk} : $d_{ijk} = 0,5\chi_{ijk}$. В общем случае d_{ijk} в первом и втором равенстве в (2.5) различны: $d_{ijk}(\omega'; \omega_1, \omega_2) \neq d_{ijk}(\omega''; \omega_1, -\omega_2)$. Первое уравнение в (2.5) дает волну поляризации с суммарной частотой, второе — с разностной. Сдвиг по фазе двух полей учитывается введением **комплексной амплитуды** $A_k = |A_k|e^{i\varphi}$.

Тензор 3-го ранга d_{ijk} насчитывает 27 компонент, но при учете неизменности $P_i^{(2)}$ при перестановке сомножителей в правой части (2.5) имеем $d_{ijk} = d_{ikj}$, и число различных компонент d_{ijk} уменьшается до 18. Поэтому запись d_{ijk} часто приводят в матричной форме, заменяя пару индексов jk на индекс l по правилу

$$\begin{array}{cccccc} jk & = & 11, & 22, & 33, & 23 \text{ и } 32, & 13 \text{ и } 31, & 12 \text{ и } 21, \\ l & = & 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6. \end{array} \quad (2.6)$$

Матрица d_{il} с размерами 3×6 устанавливает связь между компонентами поляризации и произведениями компонент полей

$$\begin{pmatrix} P_1^{(2)} \\ P_2^{(2)} \\ P_3^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^2 \\ E_2^2 \\ E_3^2 \\ 2E_2E_3 \\ 2E_1E_3 \\ 2E_1E_2 \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Для нахождения $P_i^{(2)}$ i -тая строка матрицы умножается на столбец полей.

Как мы увидим далее, объемные нелинейные эффекты, связанные с квадратичной поляризацией, наблюдаются только в кристаллах. Учет симметрии упрощает вид матрицы, так как ряд коэффициентов d_{il} обращается в нуль, и некоторые отличные от нуля коэффициенты оказываются равными.

Вид матрицы d_{il} зависит от **кристаллографического класса** кристалла (точечной группы симметрии) [1]. Кристаллографический класс имеет такие элементы: поворот относительно оси n -того порядка, соответствующий элемент симметрии C_n^m ($m = 1 \dots n-1$), операции зеркального отражения σ_v и σ_h , операции зеркального, несобственного поворота $S_n^m = C_n^m \sigma_h$ и операцию инверсии $I = S_2 = C_2 \sigma_h$.

При преобразовании координат в кристалле с помощью элементов симметрии вид тензора d_{ijk} не меняется. С другой стороны, тензор 3-го ранга преобразуется как произведение трех координат x_i ($x'_i = a_{ij}x_j$, где a_{ij} — матрица преобразования координат). Таким образом, в новой системе координат

$$d'_{lmn} = a_{li}a_{mj}a_{nk}d_{ijk}. \quad (2.8)$$

Может оказаться, что при преобразовании координат с помощью элементов симметрии $d'_{lmn} = -d_{ijk}$, но так как вид тензора при этом не меняется ($d'_{lmn} = d_{ijk}$), возникающее противоречие устраняется только если $d_{ijk} = 0$.

Допустим, что кристалл содержит в качестве элемента симметрии операцию инверсии I . При применении этой операции все компоненты d_{ijk} приобретают противоположный знак. Отсюда следует, что **в центросимметричных кристаллах квадратичная поляризация отсутствует**.

Эффекты, связанные с поляризацией второго порядка, могут наблюдаться только в нецентросимметричных кристаллах, в точечной группе которых отсутствует операция инверсии. В нецентросимметричных кристаллах также ряд матричных элементов зануляется. Таким образом, при выполнении экспериментов должна быть выбрана такая ориентация действующего поля \vec{E} относительно кристаллографических осей, при которой $P_i^{(2)} \neq 0$.

Приведем примеры отличных от нуля коэффициентов d_{il} .

1. Орторомбическая решетка, класс $D_2(222)$, включающая элементы симметрии $E, C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}$. При этом $d_{14} \neq 0, d_{25} \neq 0, d_{36} \neq 0$.
2. Кубическая решетка, $T_d(\bar{4}3m)$: $d_{14} = d_{25} = d_{36} \neq 0$.

Расчет коэффициентов d_{ijk} и их дисперсии требует применения квантовой теории. Это трудная задача, и результаты расчета из-за недостаточного знания волновых функций плохо согласуются с экспериментом. Поэтому преобладают экспериментальные методы определения d_{ijk} . Полезным оказывается **правило Миллера**, который эмпирически установил следующее соотношение между χ_{ijk} и χ_{ij} [2], $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$:

$$\chi_{ijk}(\omega_3) = \Delta_{ijk} \chi_{ii}(\omega_3) \chi_{jj}(\omega_1) \chi_{kk}(\omega_2). \quad (2.9)$$

Даже при сильном различии коэффициентов χ_{ijk} и χ_{ij} для разных веществ это отношение по порядку величины постоянно для широкого класса кристаллов. Таблица [3] демонстрирует это соотношение, $\delta_{ijk} = 0,25\Delta_{ijk}$.

Кристалл	$d_{ijk}^{(2\omega)} \cdot 10^{13} \text{ м/В}$	$\delta_{ijk}^{(2\omega)} \cdot 10^{13} / 4\pi \text{ м/В}$
KH_2O_4	$d_{312} = 0,45$	0,250
ZnO	$d_{333} = 6,5$	0,252
CdS	$d_{333} = 28,6$	0,236
GaAs	$d_{123} = 260$	0,110
Te	$d_{111} = 4200$	0,330

2.2. Трехволновое взаимодействие в средах с квадратичной поляризацией.

Уравнения связанных волн

Рассмотрим распространение световых волн в прозрачной среде с квадратичной поляризацией. Допустим, что на кристалл падают две плоские волны с частотами ω_1 и ω_2 , волновыми векторами \vec{k}_1 и \vec{k}_2 и амплитудами \vec{A}_1 и \vec{A}_2 . Для простоты расчетов будем считать, что волны распространяются вдоль оси z и нормально падают на поверхность раздела линейной и нелинейной среды (рис. 2.1), и что волны имеют одинаковую поляризацию вдоль оси x .

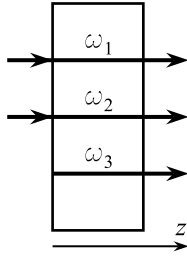


Рис. 2.1

Используем запись полей в комплексной форме. В нелинейной среде в этом случае возникает **волна квадратичной поляризации** с суммарной частотой ω_3 :

$$\begin{aligned} P^{(2)}(\omega_3) &= d^{(2)} E_1 E_2 = \\ &= d^{(2)} A_1 A_2 e^{i[\omega_3 t - (k_1 + k_2)z]}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Предположим также, что $d^{(2)} = d_{111}$. При этом, как следует из волнового уравнения (1.24), рождается новая волна с полем E_3 , поляризованным также по оси x . Подстановка $P^{(2)}$ в (1.24) приводит к уравнению Гельмгольца. В данном случае $\Delta = \frac{d^2}{dz^2}$, и **уравнение Гельмгольца** имеет вид

$$\frac{d^2}{dz^2} E_3(z) + \frac{\omega_3^2}{c^2} \varepsilon E_3(z) = -\frac{4\pi\omega_3^2}{c^2} P^{(2)}(z). \quad (2.11)$$

Прежде чем решать это уравнение, отметим, что волна с частотой $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ отсутствует в линейной среде при $z \leq 0$ и появляется при $z > 0$. Отсюда следует, что амплитуда этой волны является функцией координаты z , т. е. $E(z) = A(z) \exp(-ik_3 z)$, где волновое число $k_3 = \frac{\omega_3}{c} n(\omega_3)$. При учете дисперсии среды в общем случае $k_3 \neq k_1 + k_2 = \frac{\omega_3}{c} [n(\omega_1)\omega_1 + n(\omega_2)\omega_2]$. Зависимость A_3 от z характерна только для нелинейных сред. В линейных прозрачных средах амплитуда не зависит от координат.

Увеличение амплитуды новой волны указывает на увеличение ее энергии. Но исходя из закона сохранения энергии, увеличение энергии новой волны сопровождается уменьшением энергии порождающих ее

волн. Таким образом, амплитуды волн с частотами ω_1 и ω_2 также зависят от z . Такая зависимость может появиться, если существует квадратичная поляризация $P^{(2)}$ на этих частотах. Поляризацию $P^{(2)}$ на частоте ω_1 можно получить, если учесть второй случай в (2.4) и $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$:

$$P_1^{(2)}(\omega_1) = d^{(2)} E_3 E_2^* = d^{(2)} A_3 A_2^* e^{i[\omega_1 t - (k_3 - k_2)z]}. \quad (2.12)$$

Подстановка в волновое уравнение и уравнение Гельмгольца дает нам следующее уравнение для нахождения амплитуды $A_1(z)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} [A_1(z) e^{-ik_1 z}] + \frac{\omega_1^2 \varepsilon_1(\omega_1)}{c^2} A_1(z) e^{-ik_1 z} = \\ = -\frac{4\pi\omega_1^2 d^{(2)}}{c^2} A_3(z) A_2^*(z) e^{-i(k_3 - k_2)z}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Так как в уравнение (2.13) для амплитуды $A_1(z)$ входят также $A_2(z)$ и $A_3(z)$, задача о распространении световых волн на трех частотах ω_1 , ω_2 и ω_3 (**трехволновое взаимодействие**) должна решаться с помощью трех **уравнений связанных волн**:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} [A_1(z) e^{-ik_1 z}] + \frac{\omega_1^2 \varepsilon_1}{c^2} A_1(z) e^{-ik_1 z} &= -\frac{4\pi\omega_1^2}{c^2} d^{(2)} A_3(z) A_2^*(z) e^{-i(k_3 - k_2)z}, \\ \frac{d^2}{dz^2} [A_2(z) e^{-ik_2 z}] + \frac{\omega_2^2 \varepsilon_2}{c^2} A_2(z) e^{-ik_2 z} &= -\frac{4\pi\omega_2^2}{c^2} d^{(2)} A_3(z) A_1^*(z) e^{-i(k_3 - k_1)z}, \\ \frac{d^2}{dz^2} [A_3(z) e^{-ik_3 z}] + \frac{\omega_3^2 \varepsilon_3}{c^2} A_3(z) e^{-ik_3 z} &= -\frac{4\pi\omega_3^2}{c^2} d^{(2)} A_1(z) A_2(z) e^{-i(k_1 + k_2)z}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Производные от первых слагаемых в левых частях уравнений равны

$$\frac{d^2}{dz^2} (A_i e^{-ik_i z}) = \left(\frac{d^2 A_i}{dz^2} - 2ik_i \frac{dA_i}{dz} - k_i^2 A_i \right) e^{-ik_i z}. \quad (2.15)$$

В подавляющем большинстве случаев предполагается, что изменение амплитуды δA_i на участке $\delta z = \lambda$ существенно меньше A_i (**приближение медленно меняющихся амплитуд**). Отсюда следует неравенство

$$\frac{d^2 A_i}{dz^2} \ll 2k_i \frac{dA_i}{dz}. \quad (2.16)$$

Если учесть, что $k_i^2 = \varepsilon_i \omega_i^2 / c^2$, и положить $\frac{d^2 A_i}{dz^2} = 0$, уравнения (2.14) существенно упрощаются:

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_1^2}{c^2 k_1} d^{(2)} A_3 A_2^* e^{-i\Delta k z}, \\ \frac{dA_2}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_2^2}{c^2 k_2} d^{(2)} A_3 A_1^* e^{-i\Delta k z}, \\ \frac{dA_3}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_3^2}{c^2 k_3} d^{(2)} A_1 A_2 e^{i\Delta k z},\end{aligned}\tag{2.17}$$

где $\Delta k = k_3 - (k_1 + k_2)$.

При выводе уравнений связанных волн не учтены тензорная связь между $\vec{P}^{(2)}$ и \vec{E} и дисперсия тензора d_{ijk} . При тензорной связи уравнения (2.17) приобретают вид

$$\begin{aligned}\frac{dA_{1i}}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_1^2}{c^2 k_1} d_{ikj} A_{3k} A_{2j}^* e^{-i\Delta k z}, \\ \frac{dA_{2j}}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_2^2}{c^2 k_2} d_{jki} A_{3k} A_{1i}^* e^{-i\Delta k z}, \\ \frac{dA_{3k}}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_3^2}{c^2 k_3} d_{kij} A_{1i} A_{2j} e^{i\Delta k z},\end{aligned}\tag{2.18}$$

где индексы i, j, k — индексы координатных осей x, y, z .

На основании предположения, что суммарная энергия трех волн остается постоянной в прозрачной среде, выведены **соотношения Клейнмана** [4] для коэффициентов квадратичной поляризации, входящих в (2.18):

$$d_{ikj}(\omega_1; \omega_3, -\omega_2) = d_{jki}(\omega_2; \omega_3, -\omega_1) = d_{kij}(\omega_3; \omega_1, \omega_2).\tag{2.19}$$

Использование соотношений Клейнмана значительно упрощает решение задач распространения света в нелинейных средах с квадратичной поляризацией.

2.3. Генерация второй гармоники. Опыт Франкена

Генерация второй гармоники наблюдается при воздействии на кристалл одной волны — волны накачки с частотой ω . В этом случае $\omega_1 =$

$\omega_2 = \omega$ и $\omega_3 = 2\omega$. Задача сводится к двухволновому взаимодействию, т. е. к решению системы двух уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dA_\omega}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega^2}{c^2 k_\omega} d^{(2)} A_{2\omega} A_\omega^* e^{-i\Delta k z}, \\ \frac{dA_{2\omega}}{dz} &= -i \frac{2\pi(2\omega)^2}{c^2 k_{2\omega}} d^{(2)} A_\omega^2 e^{i\Delta k z},\end{aligned}\tag{2.20}$$

где $A_\omega \equiv A_{1,2}$, $A_{2\omega} \equiv A_3$, $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega$.

Предположим, что амплитуда волны накачки $A_\omega \gg A_{2\omega}$. Из (2.20) сразу следует, что $\frac{dA_\omega}{dz} \ll \frac{dA_{2\omega}}{dz}$. Положим далее, что в кристалле амплитуда волны накачки практически не меняется, т. е. $A_\omega(z) = A_\omega(0)$. В этом случае первым уравнением в (2.20) можно пренебречь, и мы приходим к **уравнению заданного поля** для амплитуды второй гармоники:

$$\frac{dA_{2\omega}}{dz} = ia A_\omega^2 e^{i\Delta k z},\tag{2.21}$$

где $a = \frac{2\pi(2\omega)^2}{c^2 k_{2\omega}} d^{(2)}$.

Решение этого уравнения не представляет труда, и при граничном условии $A_{2\omega}(0) = 0$

$$A_{2\omega}(z) = \frac{a A_\omega^2}{\Delta k} (e^{i\Delta k z} - 1).\tag{2.22}$$

Используя соотношение $e^{ix} - 1 = 2i \sin \frac{x}{2} e^{ix/2}$, имеем

$$A_{2\omega}(z) = i \frac{2a A_\omega^2}{\Delta k} \sin \frac{\Delta k z}{2} e^{i\Delta k z/2}.\tag{2.23}$$

При проведении опытов измеряются интенсивности волны накачки I_ω и второй гармоники $I_{2\omega}$.

Существует соотношение

$$I_\omega = \frac{c n_\omega}{8\pi} |A_\omega|^2.\tag{2.24}$$

Из (2.23) и (2.24) следует, что **интенсивность второй гармоники**

$$I_{2\omega}(z) = I_{2\omega, \max} \sin^2 \frac{\Delta k z}{2},\tag{2.25}$$

где $I_{2\omega, \max} = \frac{32\pi a^2 n_{2\omega}}{c n_{\omega}^2 \Delta k^2} I_{\omega}^2$.

Из формулы (2.25) и рис. 2.2 можно сделать следующие выводы:

1. Интенсивность второй гармоники периодически изменяется с толщиной кристалла из-за рассогласования по фазе волны квадратичной поляризации и порожденной ею световой волны ($k_{2\omega} \neq 2k_{\omega}$).
2. Максимальное значение $I_{2\omega}$ достигается при $z = z^*$, где

$$z^* = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda}{4(n_{2\omega} - n_{\omega})}. \quad (2.26)$$

Длина когерентности z^* зависит от дисперсии $n(\omega)$ заданного кристалла и от длины волны лазерного излучения (например, при $\lambda = 6943 \text{ \AA}$ для кварца $z^* \approx 14 \text{ мкм}$).

3. Интенсивность второй гармоники пропорциональна $d^{(2)2}$, I_{ω}^2 и z^{*2} , что определяет выбор кристалла и лазера для получения наибольшей $I_{2\omega, \max}$.

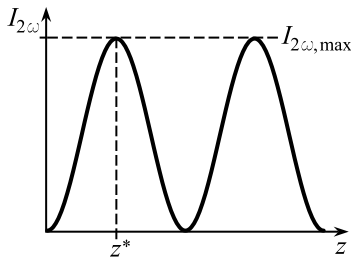


Рис. 2.2

Первый опыт по наблюдению второй гармоники провели Франкен с сотрудниками [5]. При выполнении эксперимента в их распоряжении был импульсный рубиновый лазер ($\lambda = 6943 \text{ \AA}$). Отсюда следует, что вторая гармоника должна наблюдаться в ультрафиолетовой области спектра ($\lambda = 3471 \text{ \AA}$). Кристалл, на котором должна наблюдаться вторая гармоника, должен быть прозрачен в этой области, и в его кристалло-

графическом классе должна отсутствовать операция инверсии. Этим определялся выбор кварца (кристаллографический класс $D_3(32)$) для проведения опыта. Экспериментально было обнаружено, что наибольшим коэффициентом в матрице d_{il} является d_{14} (ось 3 — оптическая ось). Т. е. $P^{(2)}$ принимает наибольшее значение при

$$P_1^{(2)} = 2d_{14}E_2E_3. \quad (2.27)$$

Отсюда следует расположение деталей установки для наблюдения второй гармоники в **опыте Франкена** (рис. 2.3).

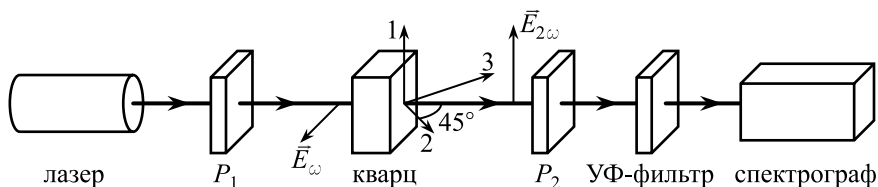


Рис. 2.3

Из схемы установки видна ориентация поляризаторов P_1 и P_2 относительно оптической оси кристалла, виден срез кристалла. Было обнаружено, что на выходе спектрографа интенсивность второй гармоники на 8 порядков меньше интенсивности лазерного излучения из-за малой длины когерентности.

2.4. Выполнение условия фазового синхронизма и выбор кристаллов для наблюдения второй гармоники

Из (2.25) видно, что с ростом длины когерентности растет $I_{2\omega, \max}$. Идеальным случаем для генерации сильной второй гармоники является условие $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega = 0$. Условие $\Delta k = 0$ называется **условием фазового синхронизма**. Как видно из (2.26), в силу нормальной дисперсии показателя преломления это условие не выполняется для оптически изотропных прозрачных нецентросимметричных кристаллов. Однако выполнение условия фазового синхронизма возможно для анизотропных кристаллов.

Распространение света в анизотропных кристаллах можно проанализировать с помощью уравнения Френеля (1.16) на стр. 14, или квадратичной формы — индикатрисы нормалей, которую можно представить в виде [6]:

$$8\pi W = \frac{D_x^2}{\varepsilon_x} + \frac{D_y^2}{\varepsilon_y} + \frac{D_z^2}{\varepsilon_z}, \quad (2.28)$$

где W — плотность энергии электрического поля электромагнитной волны, $W = (\varepsilon_x E_x^2 + \varepsilon_y E_y^2 + \varepsilon_z E_z^2)/8\pi$; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ — главные значения тензора ε_{ij} в системе координат (x, y, z) , $D_{x,y,z}$ — соответствующие компоненты вектора электромагнитной индукции.

После перехода к новым переменным X, Y, Z , где $X = D_x / \sqrt{8\pi W}$ и т.д., имеем **уравнение для индикатрисы показателя преломления**:

$$\frac{X^2}{n_x^2} + \frac{Y^2}{n_y^2} + \frac{Z^2}{n_z^2} = 1, \quad (2.29)$$

где $n_x = \sqrt{\varepsilon_x}$, $n_y = \sqrt{\varepsilon_y}$, $n_z = \sqrt{\varepsilon_z}$ — главные значения показателей преломления анизотропного кристалла.

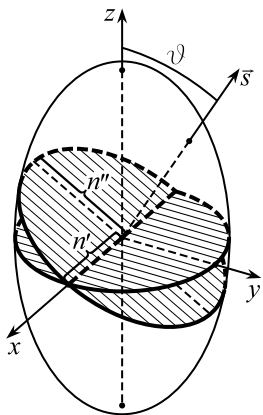


Рис. 2.4

В главной системе координат индикатриса — это трехосный эллипсоид с осями, расположенными по координатным осям. Для одноосных кристаллов, наиболее часто используемых в нелинейной оптике, $n_x = n_y = n_o$ и $n_z = n_e$, где n_o — показатель преломления обыкновенной волны, n_e — главное значение показателя преломления необыкновенной волны, ось z — оптическая ось кристалла. Если $n_e > n_o$ ($n_e < n_o$), одноосный кристалл называется **положительным (отрицательным) кристаллом**. На рис. 2.4 изображен эллипсоид вращения для положительного кристалла.

Пусть световая волна распространяется вдоль направления \vec{s} . Плоскость, проходящая через ось z и \vec{s} , — главное сечение кристалла. Пересечем эллипсоид плоскостью, нормальной к \vec{s} . Если угол $\vartheta = \angle(z, \vec{s}) = 0$, в сечении мы получим круг радиуса n_o . Если $\vartheta \neq 0$, получим эллипс с полуосьми $n' = n_o$ и $n'' = n''(\vartheta)$:

$$n''(\vartheta) = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \sin^2 \vartheta + n_e^2 \cos^2 \vartheta}}. \quad (2.30)$$

Таким образом, при $\vartheta \neq 0$ в направлении \vec{s} распространяется две линейно поляризованных волны: **обыкновенная волна**, поляризованная перпендикулярно главному сечению и имеющая фазовую скорость $v' = c/n_o$, и **необыкновенная волна**, поляризованная в главном сечении и имеющая фазовую скорость $v'' = c/n''(\vartheta)$, зависящую от ϑ .

Зависимостью (2.30) можно воспользоваться для подбора кристаллов, у которых условие фазового синхронизма выполняется при заданном угле $\vartheta = \vartheta^*$: $n''(2\omega) = n_o(\omega)$. Это условие для отрицательных кристаллов.

Рассмотрим условие фазового синхронизма с учетом дисперсии главных значений $n_o(\omega)$ и $n_e(\omega)$ для отрицательного кристалла. В области прозрачности кристаллов имеет место нормальная дисперсия. Схематический график дисперсии дан на рис. 2.5.

Отметим на зависимости $n_o(\omega)$ значение n_o при частоте накачки $\omega_{\text{л}}$ (точка O). На вертикальной линии при частоте второй гармоники $2\omega_{\text{л}}$ показатель преломления $n''(2\omega_{\text{л}}, \vartheta)$ изменяется от n_o при $\vartheta = 0$ (точка A) до n_e при $\vartheta = \pi/2$ (точка B). Если горизонтальная линия, проведенная из точки O , пересекает отрезок AB , то условие фазового синхронизма выполняется при некотором угле ϑ^* . Используя равенство

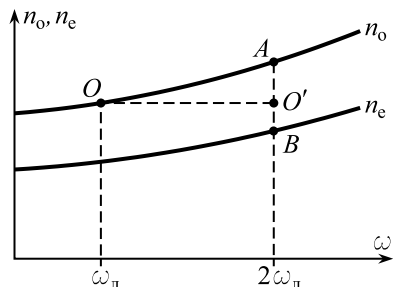


Рис. 2.5

$$\frac{n_o(2\omega)n_e(2\omega)}{\sqrt{n_o^2(2\omega)\sin^2\vartheta + n_e^2(2\omega)\cos^2\vartheta}} = n_o(\omega), \quad (2.31)$$

находим при $\omega = \omega_{\text{л}}$ угол ϑ^* .

В первых экспериментах по генерации второй гармоники использовался рубиновый лазер ($\lambda = 6943 \text{ \AA}$). Поэтому для эксперимента был выбран **кристалл KDP** (калия дигидрофосфат, KH_2PO_4), прозрачный в ультрафиолетовой области спектра.

Кристалл KDP принадлежит к тетрагональной системе (класс $D_{2d}(42m)$). Это отрицательный одноосный кристалл с оптической осью $\vec{C} \parallel C_4 \parallel 3$ и с коэффициентами квадратичной поляризации $d_{14} = d_{25} < d_{36}$. Обычно для эксперимента используется $P_3^{(2)} = 2d_{36}E_1E_2$. В этих условиях при соответствующей установке кристалла на гониометре находится **угол фазового синхронизма** и возникает довольно интенсивная вторая гармоника. Угловая ширина второй гармоники менее $\delta\vartheta \approx 0,1^\circ$ (рис. 2.6); ее

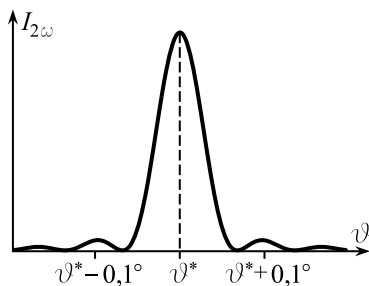


Рис. 2.6

интенсивность при $\vartheta = \vartheta^*$

$$I_{2\omega} \propto d_{36}^2 I_{\omega}^2 \sin^2 \vartheta^* \sin^2 2\varphi, \quad (2.32)$$

где $\varphi = \angle(\vec{E}_{\omega}, x)$.

Для рубинового лазера $\vartheta^* = 50,4^\circ$ и достигается $I_{2\omega} \approx 10^{-1} I_{\omega}$. Более эффективными для генерации второй гармоники оказались **ниобат лития** (LiNbO_3) и сходные кристаллы ниобиевой кислоты [7]. У кристалла LiNbO_3 оказалась необычная температурная зависимость $n_e(2\omega, T)$. При определенной температуре T^* , меньшей 100°C , кривая $n_e(2\omega, T)$ пересекает $n_o(\omega, T)$; T^* зависит от способа приготовления кристалла и от частоты. Таким образом, для LiNbO_3 условие фазового синхронизма определяется соотношением

$$n_e(2\omega, T^*) = n_o(\omega, T^*). \quad (2.33)$$

Нецентросимметричный кристалл LiNbO_3 имеет кристаллографический класс $C_{3v}(3m)$ и отличную от нуля компоненту d_{31} . Таким образом, при поляризации лазерного пучка, перпендикулярной оптической оси, возникает квадратичная поляризация $P_3^{(2)} = d_{31} E_1^2$.

Использование кристалла LiNbO_3 дает следующие преимущества при генерации второй гармоники по сравнению с кристаллом KDP. Во-первых, нет необходимости в поиске угла фазового синхронизма. Во-вторых, коэффициент d_{31} для LiNbO_3 выше на порядок, чем d_{36} для KDP: $d_{31} = 4,76 \cdot 10^{-13} \text{ м/В}$ и $d_{36} = 0,42 \cdot 10^{-13} \text{ м/В}$.

Недостатком LiNbO_3 является сложность выращивания кристаллов нужного состава, при котором T^* выше комнатной температуры. Другим его недостатком является поглощение в ультрафиолетовой области спектра. Поэтому для генерации второй гармоники в LiNbO_3 используется импульсный лазер YAG:Nd^{3+} с $\lambda = 1,06 \text{ мкм}$, и генерация второй гармоники наблюдается при $\lambda = 0,53 \text{ мкм}$.

Если на кристалл послать сфокусированный лазерный пучок или поместить кристалл в конфокальный резонатор вместе с активным элементом, можно почти полностью преобразовать лазерное излучение во вторую гармонику. Для расчета амплитуд A_{ω} и $A_{2\omega}$ в этом случае следует использовать уравнения (2.20) с учетом выполнения условия фазового синхронизма:

$$\begin{aligned} \frac{dA_{\omega}}{dz} &= -ia_{\omega} A_{2\omega} A_{\omega}^*, \\ \frac{dA_{2\omega}}{dz} &= -ia_{2\omega} A_{\omega}^2, \end{aligned} \quad (2.34)$$

где $a_\omega = \frac{2\pi\omega^2}{c^2 k_\omega} d^{(2)}$, $a_{2\omega} = \frac{2\pi(2\omega)^2}{c^2 k_{2\omega}} d^{(2)}$.

Решение системы уравнений (2.34) при граничных условиях $A_\omega(0) \neq 0$ и $A_{2\omega}(0) = 0$ имеет вид [7, 8]

$$A_\omega(z) = A_\omega(0) \operatorname{sch} \frac{z}{\ell} \quad \text{и} \quad A_{2\omega}(z) = A_\omega(0) \operatorname{th} \frac{z}{\ell}, \quad (2.35)$$

где параметр ℓ , определяющий рост $A_{2\omega}(z)$ и уменьшение $A_\omega(z)$ с увеличением координаты z , равен

$$\ell = \left[\frac{2\pi\omega^2 d^{(2)}}{c^2 k_\omega} A_\omega(0) \right]^{-1}. \quad (2.36)$$

Он тем меньше, чем больше амплитуда волны накачки и коэффициент $d^{(2)}$. Выравнивание амплитуд $A_\omega(z)$ и $A_{2\omega}(z)$ достигается при координате $z^* = \ell \cdot \ln(1 + \sqrt{2}) \approx 0,8814 \ell$.

2.5. Выпрямление света в средах с квадратичной поляризацией

Как было показано ранее, для учета всех эффектов, связанных с $P^{(2)}$, следует также учесть волну поляризации

$$P_i^{(2)} = d_{ijk} E_j E_k^*, \quad (2.37)$$

см. (2.5) на стр. 19.

Если компоненты волны накачки E_j и E_k заданы при разных частотах, мы получим волну поляризации на разностной частоте $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$. Но если $\omega_1 = \omega_2$, то в кристалле возникает **статическая поляризация**

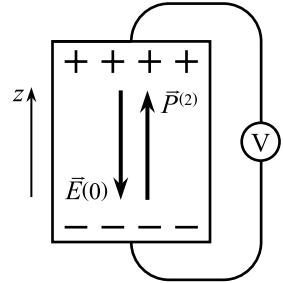


Рис. 2.7

$$P_i^{(2)} = d_{ijk} A_j A_k^*. \quad (2.38)$$

Если вектор $\vec{P}^{(2)}$ направлен перпендикулярно границам кристалла, то внутри кристалла формируется статическое поле $E(0)$, см. рис. 2.7.

Граничное условие для нормальной компоненты вектора индукции $D(+0) = D(-0) = 0$ задает **напряженность статического поля**

$$E(0) = -\frac{4\pi}{\varepsilon_z} P_z^{(2)}, \quad (2.39)$$

которая может быть зафиксирована с помощью вольтметра с большим внутренним сопротивлением.

Эксперимент по наблюдению статического поля был выполнен Франкеном и сотрудниками [9] на кристалле KDP, облученном рубиновым лазером, излучение которого было поляризовано под углом ϑ к оптической оси z .

Так как для KDP $P_2^{(2)} = 2d_{36}A_1A_2^*$, величина напряжения

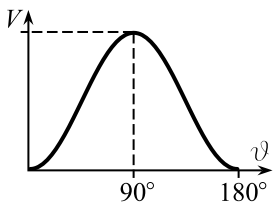


Рис. 2.8

$$V = d \cdot E(0) \propto d \cdot \frac{d_{36}(0)}{\varepsilon_z} |A|^2 \sin^2 \vartheta \sin 2\varphi, \quad (2.40)$$

где d — эффективная толщина. Видно, что наведенное напряжение зависит от ϑ и максимально при $\vartheta = 90^\circ$, рис. 2.8. Эксперимент подтвердил эту зависимость.

2.6. Параметрические нелинейные эффекты в средах с квадратичной поляризацией

Термин «параметрический» позаимствован из физики колебаний. Под параметрическими колебаниями подразумеваются колебания, при которых периодически изменяется один из параметров, определяющих собственную частоту колеблющейся системы. Примером могут служить параметрические колебания математического маятника, собственная частота которого $\omega_0 = \sqrt{g/l}$. Если периодически изменять длину маятника по закону $l = l_0 + \Delta l \sin 2\omega_0 t$, энергия колеблющегося маятника растет с течением времени по экспоненциальному закону, и колебания перестают быть затухающими.

Так как при действии сильных световых полей нелинейная часть поляризации приводит к нарушению соотношения Максвелла (1.12) для

изотропных сред и уравнения Френеля (1.16) для анизотропных сред (главные значения n перестают быть константами), все явления нелинейной оптики можно назвать параметрическими.

Кроме генерации гармоник и выпрямления света, перечислим также другие нелинейные эффекты, связанные с квадратичной поляризацией:

1. Параметрическое усиление света.
2. Параметрическая генерация вынужденного излучения.
3. Параметрическое преобразование частоты вверх.
4. Параметрическая люминесценция.

Параметрическим эффектом, вызванным квадратичной поляризацией, можно также назвать линейный электрооптический эффект, связанный с одновременным действием на нецентросимметричный кристалл низкочастотного или статического поля и поля световой волны. Хотя электрооптический эффект был обнаружен давно и традиционно рассматривался в рамках линейной оптики, этот эффект можно трактовать как своеобразный эффект нелинейной оптики, так как приложение низкочастотного поля приводит к изменению показателя преломления кристалла.

2.7. Параметрическое усиление света

Этот эффект был предсказан Хохловым и Ахмановым [10], и его сущность можно объяснить в рамках трехволнового взаимодействия. Пусть на кристалл падают мощная волна с частотой ω_3 и более слабая волна с частотой $\omega_1 < \omega_3$. В результате трехволнового взаимодействия в кристалле **генерируется новая волна** с частотой $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$. Анализ уравнений связанных волн [10] предсказывает в этом случае **усиление волн с частотами ω_1 и ω_2** при выполнении условия фазового синхронизма. Первый эксперимент по наблюдению усиления света был проведен Вангом и Рейсеттом [11]. Схема эксперимента представлена на рис. 2.9.

В этой схеме в качестве нелинейного кристалла, в котором наблюдалось параметрическое усиление света, был использован **кристалл ADP** (аммония дигидрофосфат, $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$, кристаллографический класс $D_{2d}(\bar{4}2m)$). Для выполнения условия $\omega_3 > \omega_1$ использовалась вторая гармоника, индуцированная в кристалле KDP излучением от импульсного рубинового лазера, работающего в режиме моду-

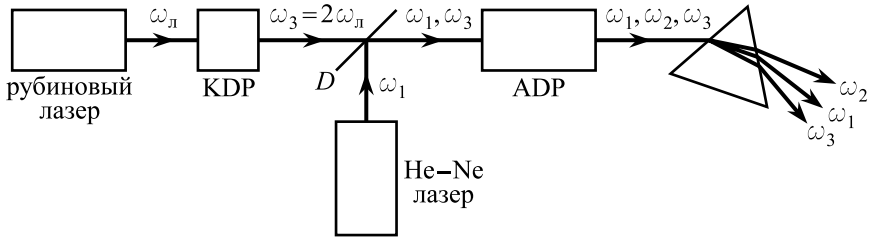


Рис. 2.9

ляции добротности. Импульс второй гармоники имел мощность 2 МВт ($\lambda_3 = 347$ нм). В качестве слабой волны использовалось излучение от He—Ne лазера ($\lambda_1 = 633$ нм, $P \approx 10$ мВт).

После прохождения через кристалл ADP появилась новая волна с $\lambda_2 = 770$ нм. Все три пучка разделялись с помощью призмы и регистрировались с помощью фотоприемников, сигналы от которых посылались на электронный осциллограф, позволяющий одновременно регистрировать два сигнала на частотах ω_3 и ω_1 или ω_3 и ω_2 . Обнаружено, что при прохождении импульса от мощной второй гармоники, длительностью 30 нс, осциллограф регистрировал импульсы на частотах ω_1 и ω_2 , что указывало на параметрическое усиление света.

Так как амплитуда второй гармоники $A_3 \gg A_1, A_2$, для анализа усиления света можно использовать **два уравнения связанных волн** для амплитуд на частотах ω_1 и ω_2 , считая, что $A_3(z) = A_3(0)$:

$$\frac{dA_1}{dz} = -ia_1 A_2^* \quad \text{и} \quad \frac{dA_2}{dz} = -ia_2 A_1^*, \quad (2.41)$$

$$\text{где } a_{1,2} = \frac{2\pi\omega_{1,2}^2}{c^2 k_{1,2}} d^{(2)} A_3(0).$$

При записи этих уравнений предполагается выполнение условий фазового синхронизма. Система уравнений связанных волн может быть преобразована в систему двух независимых дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\frac{d^2 A_1}{dz^2} - a^2 A_1 = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d^2 A_2}{dz^2} - a^2 A_2 = 0, \quad (2.42)$$

$$\text{где } a = \sqrt{a_1 a_2} = \frac{2\pi d^{(2)}}{c} A_3(0) \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2}{n_1 n_2}}.$$

Общее решение этих уравнений при граничных условиях $A_1(0) \neq 0$, $\frac{dA_1}{dz}(0) = 0$, $A_2(0) = 0$ находим в виде

$$A_1(z) = A \operatorname{ch} az + B \operatorname{sh} az, \quad A_2(z) = C \operatorname{ch} az + D \operatorname{sh} az. \quad (2.43)$$

Согласно граничным условиям введенные в (2.43) коэффициенты равны $A = A_1(0)$, $B = 0$, $C = 0$, $D \neq 0$. Коэффициент D находим из второго уравнения в (2.41):

$$D = -iA_1^*(0) \sqrt{\frac{\omega_2 n_1}{\omega_1 n_2}}. \quad (2.44)$$

Переходя от амплитуд к **интенсивностям усиленных волн**, имеем

$$I_1(z) = \frac{cn_1}{8\pi} |A_1(z)|^2 = \frac{cn_1}{8\pi} |A_1(0)|^2 \operatorname{ch}^2 az = I_1(0) \operatorname{ch}^2 az,$$

$$I_2(z) = \frac{cn_2}{8\pi} |A_2(z)|^2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} I_1(0) \operatorname{sh}^2 az.$$

(2.45)

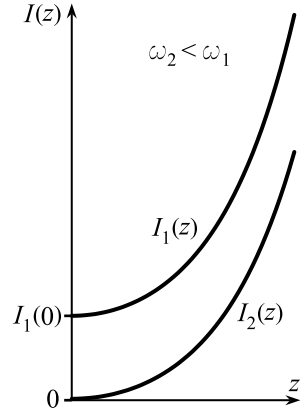


Рис. 2.10

Из формул (2.45) и рис. 2.10 видно, что при больших az обе волны экспоненциально растут с ростом z , интенсивность новой волны пропорциональна $I_1(0)$, а коэффициент a играет роль коэффициента усиления, величина которого зависит от амплитуды волны накачки $A_3(0)$ и коэффициента $d^{(2)}$.

2.8. Соотношения Мэнли—Роу

Вернемся к уравнениям связанных однонаправленных волн в предположении выполнимости условия $\Delta k = 0$ (для упрощения расчетов):

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_1^2}{c^2 k_1} d^{(2)} A_3 A_2^*, \\ \frac{dA_2}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_2^2}{c^2 k_2} d^{(2)} A_3 A_1^*, \\ \frac{dA_3}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_3^2}{c^2 k_3} d^{(2)} A_1 A_2. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Преобразуем первое уравнение к следующему виду: умножим его на A_1^* , умножим комплексно-сопряженное уравнение на A_1 и сложим эти два уравнения. В результате

$$\frac{d|A_1|^2}{dz} = A_1^* \frac{dA_1}{dz} + A_1 \frac{dA_1^*}{dz} = -i \frac{2\pi\omega_1}{cn_1} d^{(2)} (A_3 A_2^* A_1^* - A_3^* A_2 A_1). \quad (2.47)$$

Такой же результат мы получим для второго уравнения, заменив индексы $1 \rightleftharpoons 2$. Уравнение для частоты ω_3 отличается от (2.47) знаком перед правой частью и заменой индексов $1 \rightleftharpoons 3$. Отсюда следует, что

$$\frac{n_1}{\omega_1} \frac{d|A_1|^2}{dz} = \frac{n_2}{\omega_2} \frac{d|A_2|^2}{dz} = -\frac{n_3}{\omega_3} \frac{d|A_3|^2}{dz}. \quad (2.48)$$

Перейдем от амплитуд к интенсивностям трех волн:

$$\frac{1}{\omega_1} \frac{dI_1}{dz} = \frac{1}{\omega_2} \frac{dI_2}{dz} = -\frac{1}{\omega_3} \frac{dI_3}{dz}. \quad (2.49)$$

Это — так называемые **соотношения Мэнли—Роу** [12]. Они выполняются в общем случае и при $\Delta k \neq 0$.

Рассмотрим поток энергии как поток фотонов с заданной энергией $\hbar\omega_i$: $I_i = \hbar\omega_i N_i$, где N_i — число фотонов, проходящих через единичную площадку за единицу времени. После подстановки I_i в (2.49) имеем

$$\frac{dN_1}{dz} = \frac{dN_2}{dz} = -\frac{dN_3}{dz}. \quad (2.50)$$

Из (2.50) следует, что $\frac{d}{dz}(N_1 + N_3) = 0$ или, с учетом граничных условий, $N_1(z) + N_3(z) = N_1(0) + N_3(0) = \text{const}$. Аналогично, учитывая $N_2(0) = 0$, получаем $N_2(z) + N_3(z) = N_3(0) = \text{const}$. Отсюда видно, что если на интервале Δz рождается один фотон слабой волны с энергией $\hbar\omega_1$, то одновременно рождается фотон второй волны с энергией $\hbar\omega_2$ и исчезает фотон волны накачки с энергией $\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$.

2.9. Параметрическая генерация вынужденного излучения

Используя параметрическое усиление света, можно на его основе построить квантовый усилитель. С другой стороны, квантовый усили-

тель можно превратить в квантовый генератор в условиях положительной обратной связи. Положительную обратную связь в оптике обеспечивает оптический резонатор.

Представим резонатор в виде системы двух параллельных плоских зеркал с коэффициентами отражения R_1 и R_2 , рис. 2.11. Обычно такой резонатор используется в лазерах, если внутрь резонатора помещается активный элемент, в котором создается инверсия населенности. Параметрический генератор действует несколько иначе. Внутри генератора помещается параметрический усилитель — нелинейный кристалл. Накачка кристалла проводится с помощью лазерного пучка или его второй гармоники с частотой ω_3 .

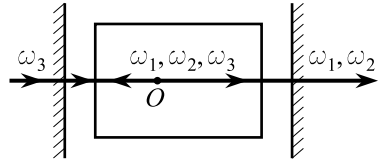


Рис. 2.11

В силу так называемой **распадной неустойчивости** [13] квант лазерного пучка может разделяться на два фотона с частотами ω_1 и ω_2 , и по закону сохранения энергии $\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$. Если фотоны с частотами ω_1 и ω_2 распространяются нормально к поверхности зеркал, они в силу многократного отражения и параметрического усиления приводят к рождению большого числа фотонов на этих частотах, т. е. к параметрической генерации.

Допустим, что в начальный момент времени интенсивности волн на частотах ω_1, ω_2 равны $I(0)$ в какой-то точке O . Представим для простоты, что параметрическое усиление проходит по экспоненциальному закону. В этом случае после двух проходов пучка через кристалл и отражения от зеркал интенсивность в точке O

$$I = I(0)e^{2ad} R_1 R_2, \quad (2.51)$$

где a — коэффициент усиления, d — толщина кристалла. Усиление в точке O будет иметь место, если $I > I(0)$, что приводит к неравенству

$$e^{ad} R_1 R_2 > 1. \quad (2.52)$$

Таким образом, **усиление света не зависит от начальной интенсивности** и возможно при сколь угодно малой величине $I(0)$. Многократное отражение приводит к генерации достаточно интенсивных волн на частотах ω_1 и ω_2 .

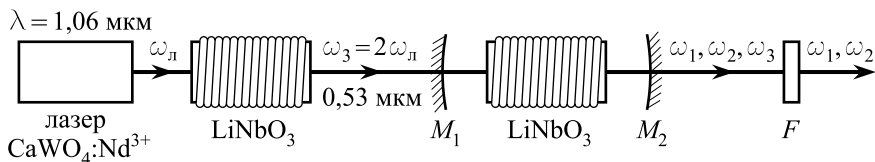


Рис. 2.12

Параметрическая генерация обладает порогом по коэффициенту усиления. Пороговое значение $a_{\text{пор}}$ находится из условия $I(ad) = I(0)$, т. е.

$$a_{\text{пор}} = \frac{1}{2d} \ln \frac{1}{R_1 R_2}. \quad (2.53)$$

Из формулы (2.53) видно, что пороговое значение a зависит от R_1 и R_2 , т. е. коэффициенты отражения для частот ω_1 и ω_2 должны быть близки к 100%. Таким образом, при $R_{1,2}(\omega_1) \approx 1$ и $R_{1,2}(\omega_2) \approx 1$ мы получим двухрезонаторный параметрический генератор, если же $R_{1,2}(\omega_1) \gg R_{1,2}(\omega_2)$, то однорезонаторный генератор на частоте ω_1 . Величина $a_{\text{пор}}$ задает, в свою очередь, пороговое значение интенсивности волны накачки.

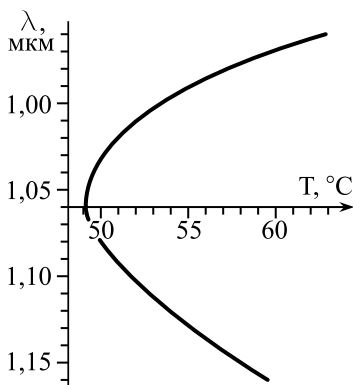


Рис. 2.13

При выводе (2.53) мы не учитывали поглощение света в кристалле α . В этом случае формула (2.53) несколько видоизменяется: $a'_{\text{пор}} = a_{\text{пор}} + \alpha$. Так как волна накачки должна беспрепятственно пройти через зеркало M_1 , к зеркалу предъявляются требования $R_1(\omega_3) \ll 1$ и $R_1(\omega_{1,2}) \approx 1$. Эти условия выполняются, если в качестве зеркала использовать многослойные диэлектрические зеркала с максимумом отражения при ω_1 или ω_2 [14].

Первый параметрический генератор вынужденного излучения был создан Ахмановым и Хохловым [15]. В качестве нелинейного кристалла они использовали KDP, а в качестве лазера — стекло: Nd^{3+} , $\lambda = 1,06$ мкм.

Более эффективный параметрический генератор был создан Джорджмейном и Миллером [16] на основе LiNbO_3 , в котором выпол-

нение условия фазового синхронизма достигается нагревом кристалла обмоткой (рис. 2.12).

Для генерации ω_1 и ω_2 должно выполняться условие фазового синхронизма

$$\omega_3 n_e(\omega_3, T) = \omega_1 n_o(\omega_1, T) + \omega_2 n_o(\omega_2, T). \quad (2.54)$$

Плавное изменение температуры кристалла, можно изменять частоты ω_1 и ω_2 и таким образом создавать источник вынужденного излучения с перестраиваемой частотой (рис. 2.13).

Из рис. 2.13 следует, что при $T \approx 50^\circ\text{C}$ генерируется волна с длиной волны $\lambda = 1,06$ мкм, но при $T \approx 60^\circ\text{C}$ генерируются волны с $\lambda_1 = 0,97$ мкм и $\lambda_2 = 1,16$ мкм.

Параметрические генераторы выпускаются серийно, и вплоть до настоящего времени они совершенствуются.

2.10. Параметрическое преобразование частоты вверх

Вернемся к трехволновому взаимодействию и будем предполагать, что на нелинейную среду падают две волны: слабая по интенсивности с частотой ω_1 и сильная с частотой ω_2 . Взаимодействие этих волн через квадратичную поляризацию $P_3^{(2)} = d^{(2)} E_1 E_2$ приводит к **появлению новой слабой волны** с частотой $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Таким образом, в отличие от параметрического усиления света, имеем для амплитуд трех волн неравенство $A_2 \gg A_1, A_3$. Проводя те же рассуждения, что и в случае параметрического усиления, мы предполагаем, что $A_2(z) = A_2(0) = \text{const}$, и задача параметрического преобразования частот сводится к решению двух уравнений

$$\frac{dA_1}{dz} = -ia_1 A_2^*(0) A_3 \quad \text{и} \quad \frac{dA_3}{dz} = -ia_3 A_2(0) A_1, \quad (2.55)$$

где $a_{1,3} = \frac{2\pi\omega_{1,3}^2}{c^2 k_{1,3}} d^{(2)}$.

Решение этой системы уравнений проводится аналогично решению в параграфе 2.7. В итоге мы приходим к системе из двух независимых уравнений для амплитуд A_1 и A_3 :

$$\frac{d^2 A_1}{dz^2} + b^2 A_1 = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d^2 A_3}{dz^2} + b^2 A_3 = 0, \quad (2.56)$$

где $b = \sqrt{a_1 a_3} |A_2(0)| = \frac{2\pi}{c} d^{(2)} |A_2(0)| \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_3}{n_1 n_3}}$.

Решением этих уравнений является линейная комбинация $\cos bz$ и $\sin bz$:

$$\begin{aligned} A_1(z) &= A \cos bz + B \sin bz, \\ A_3(z) &= C \cos bz + D \sin bz. \end{aligned} \quad (2.57)$$

При граничных условиях $A_1(z) \neq 0$, $\frac{dA_1}{dz}(0) = 0$, $A_3(0) = 0$ имеем

$$A_1(z) = A_1(0) \cos bz \quad \text{и} \quad A_3(z) = D \sin bz, \quad (2.58)$$

где $D = -ie^{i\varphi} \sqrt{\frac{\omega_3 n_1}{\omega_1 n_3}} A_1(0)$ и $e^{i\varphi} = A_2(0)/|A_2(0)|$.

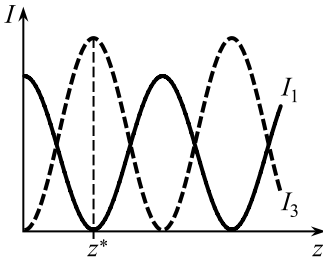


Рис. 2.14

Из (2.58) следует запись **уравнений для интенсивностей двух взаимодействующих волн**

$$\begin{aligned} I_1(z) &= I_1(0) \cos^2 bz, \\ I_3(z) &= \frac{\omega_3}{\omega_1} I_1(0) \sin^2 bz. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Из этих формул и рис. 2.14 следует, что интенсивности слабой падающей волны и новой волны с частотой ω_3 периодически изменяются с толщиной нелинейного кристалла, и полное преобразование поля с частотой ω_1 в поле с частотой $\omega_3 > \omega_1$ достигается при

$$z^* = \frac{\pi}{2b} = \frac{c}{4d^{(2)} |A_2(0)|} \sqrt{\frac{n_1 n_3}{\omega_1 \omega_3}}. \quad (2.60)$$

Так как толщину кристалла изменять неудобно ($z^* = d$), условие полного преобразования частоты вверх достигается подбором амплитуды волны накачки $A_2(0)$ так, чтобы $z^* = d$.

Преобразование частоты вверх можно проанализировать на языке соотношений Мэнли—Роу (2.50). Интеграл $N_1(z) + N_3(z) = N_1(0)$ указывает на перекачку фотонов от источника с частотой ω_3 к источнику с частотой ω_1 и наоборот. Интеграл $N_2(z) + N_3(z) = N_2(0)$ свидетельствует о потере фотонов от излучения накачки с появлением фотонов с частотой ω_3 . Таким образом, фотон на частоте ω_3 появляется за счет уничтожения одного фотона с частотой ω_1 и одного с частотой ω_2 .

Преобразование частоты вверх имеет практическое применение. Так же, как при генерации второй гармоники, с использованием параметрического преобразования частоты можно преобразовать невидимый сигнал из ближней инфракрасной области в видимую, для которой разработаны приемники (фотоумножители) с чувствительностью в 10^8 раз большей, чем у тепловых приемников.

Имеются сообщения о получении спектров излучения атомов, излучающих в инфракрасной области, с большим разрешением после преобразования частот, чем в спектрах, зарегистрированных с помощью обычной ИК-спектроскопии. Появляется возможность регистрации изображений слабагретых тел в видимом диапазоне.

Трудности в решении этих задач связаны с необходимостью выполнения условия фазового синхронизма [7].

2.11. Параметрическая люминесценция

Под люминесценцией подразумевается спонтанное излучение, возникающее в веществе при внешних воздействиях и избыточное над тепловым термодинамически равновесным излучением. Параметрическая люминесценция отличается от обычной фотолюминесценции, возникающей при действии слабых световых пучков, тем, что она возникает при действии лазерных пучков в нелинейных средах, обладает низким порогом по интенсивности и приводит к новым оптическим эффектам, не наблюдаемым при обычной люминесценции.

Общая трактовка параметрической люминесценции проводится на основе квантовой теории излучения (метод вторичного квантования) и сходной с ней теории спонтанного комбинационного рассеяния света. Теоретически параметрическая люминесценция предсказана в работе [17], а экспериментально наблюдалась в 1967 г. одновременно в трех научных центрах [18, 19, 20].

Лазерное излучение с частотой ω_3 может привести к квантовым флуктуациям нелинейной среды, флуктуациям показателя преломления, которые в свою очередь приводят к рождению фотона на частоте $\omega_1 < \omega_3$. Взаимодействие падающего фотона с частотой ω_3 с квадратичной поляризацией на основании закона сохранения энергии приводит к появлению фотона на частоте $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$.

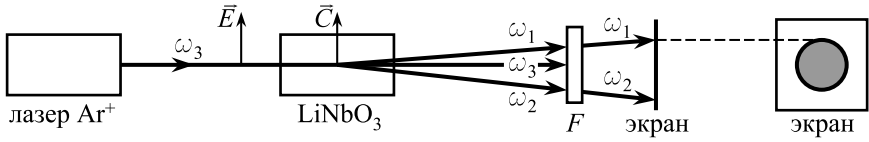


Рис. 2.15

Особенности параметрической люминесценции:

1. Для возбуждения параметрической люминесценции не требуется внешнего пучка на частоте ω_1 , как при параметрическом усилении света.
2. Фотоны на частотах ω_1 и ω_2 между собой не согласованы по фазе, что приводит к спонтанному излучению.
3. Низкие пороги параметрической люминесценции дают возможность использования малоомощных лазеров для ее возбуждения.
4. Параметрическая люминесценция приводит к появлению непрерывного спектра, слабо зависящего от оптических свойств нелинейной среды.

Первые наблюдения параметрической люминесценции были проделаны на кристалле LiNbO_3 при использовании волны накачки от Ar^+ -лазера, $\lambda = 488 \text{ нм}$. Схема облучения кристалла представлена на рис. 2.15.

На экране наблюдаются радужные кольца. Эксперимент означает следующее.

1. Волновые вектора волн с частотами ω_1 и ω_2 лежат на образующих конуса с осью вдоль \vec{k}_3 .
2. Для возбуждения параметрической люминесценции требуется выполнение условия фазового синхронизма.

Так как при параметрической люминесценции не меняется ни температура кристалла, ни угол поворота кристалла, выполнение условия фазового синхронизма обеспечивается выполнением **условия пространственного синхронизма**

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3. \quad (2.61)$$

При неколлинеарном расположении векторов \vec{k}_1 , \vec{k}_2 и \vec{k}_3 (рис. 2.16) должен выполняться закон сохранения волнового вектора или, на языке

фотонов, закон сохранения импульса $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3$. Конкретизируем этот закон применительно к эксперименту.

Кристалл LiNbO_3 устанавливался так, что на него падала волна с ω_3 , поляризованная параллельно главному сечению кристалла: на частоте ω_3 поле $\vec{E} \parallel \vec{C}$ и $\vec{k}_3 \perp \vec{C}$. В этом случае выполняется условие фазового синхронизма для обыкновенных волн с частотами ω_1 и ω_2 .

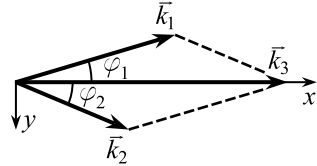


Рис. 2.16

Распишем уравнение (2.61) по осям x и y :

$$\begin{aligned} \omega_1 n_o(\omega_1) \cos \varphi_1 + \omega_2 n_o(\omega_2) \cos \varphi_2 &= \omega_3 n_e(\omega_3), \\ \omega_1 n_o(\omega_1) \sin \varphi_1 + \omega_2 n_o(\omega_2) \sin \varphi_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Решив эту систему уравнений, получаем

$$\cos \varphi_1 = \frac{\omega_3^2 n_e^2(\omega_3) + \omega_1^2 n_o^2(\omega_1) - \omega_2^2 n_o^2(\omega_2)}{2\omega_3 \omega_1 n_e(\omega_3) n_o(\omega_1)}. \quad (2.63)$$

Так как первое слагаемое в числителе существенно больше разности последних двух, видно, что с уменьшением частоты ω_1 увеличивается $\cos \varphi_1$, что определяет окраску колец, наблюдаемых на экране. Внешние кольца окрашены в желто-зеленый цвет, кольца меньшего диаметра имеют красную окраску. При $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3/2$, $\cos \varphi = n_e(\omega_3)/n_o(\omega_3/2)$. Для LiNbO_3 $n_e(\omega_3) > n_o(\omega_3/2)$, и условие фазового синхронизма нарушается.

Пространственно-угловой спектр параметрической люминесценции имеет вид, мало зависящий от выбора вещества (рис. 2.17).

В спектре наблюдаются пики рассеяния на оптических фононах: стоксова рассеяния «1» и антистоксова рассеяния «2».

Провалы в непрерывном спектре параметрической люминесценции связаны с невыполнением условия пространственного синхронизма или с обращением коэффициента квадратичной поляризации в 0 при некоторых частотах. Участок сплошного спектра, связанный с частотой ω_2 , на экране не наблюдается.

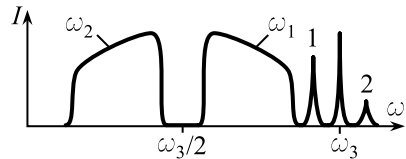


Рис. 2.17

2.12. Линейный электрооптический эффект

Под электрооптическим эффектом подразумевается изменение оптических характеристик вещества под действием низкочастотного или статического электрического поля. Различают **линейный электрооптический эффект (ЛЭОЭ)**, или **эффект Поккельса**, если изменение диэлектрической проницаемости ε пропорционально напряженности поля, и **квадратичный электрооптический эффект, или эффект Керра**, при котором ε пропорциональна квадрату напряженности [21].

Электрооптический эффект был обнаружен давно (линейный — в 1893 г.) и трактовался в рамках обычной, линейной оптики. Однако, поскольку для наблюдения эффекта требуется воздействие двух полей, низкочастотного и светового, ЛЭОЭ можно трактовать как нелинейный эффект, наблюдаемый в средах с квадратичной поляризацией $P^{(2)}$:

$$P_i^{(2)} = d_{ijk} E_j(\omega) E_k(\omega_1), \quad (2.64)$$

где ω — частота в оптическом диапазоне, ω_1 — в радиоволновом диапазоне. Обычно при использовании ЛЭОЭ для модуляторов света частота $\omega_1 \leq 10^9 \text{ с}^{-1}$, т. е. $\omega_1 \ll \omega$ (ω порядка 10^{15} с^{-1}), и наведенная волна поляризации имеет частоту $\omega' = \omega \pm \omega_1 \approx \omega$. Другими словами, при обычных наблюдениях изменением частоты наведенных волн можно пренебречь. В дальнейшем будем считать, что $\omega_1 = 0$ и $\omega' = \omega$. Однако изменение частоты лазерного пучка следует учитывать при фазовой модуляции.

Так как ЛЭОЭ имеет место при $P^{(2)} \neq 0$, этот эффект наблюдается в нецентросимметричных кристаллах.

Рассмотрим индукцию в кристалле при $\omega_1 = 0$:

$$D_i = \varepsilon_{ij}^0 E_j + 4\pi P_i^{(2)} = [\varepsilon_{ij}^0 + 4\pi d_{ijk} E_k(0)] E_j, \quad (2.65)$$

где ε_{ij}^0 — тензор ε в отсутствие $E(0)$. Из (2.65) следует, что под действием оптического поля ε изменяется и становится равной

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^0 + 4\pi d_{ijk} E_k(0). \quad (2.66)$$

При анализе ЛЭОЭ удобно пользоваться **обратным тензором** B_{ij} , связанным с ε_{ij} соотношением

$$\varepsilon_{ij} B_{kl} = \delta_{ik} \delta_{jl}. \quad (2.67)$$

В терминах обратного тензора его изменение при приложении поля можно представить в виде

$$B_{ij} = B_{ij}^0 + r_{ijk} E_k(0), \quad (2.68)$$

где r_{ijk} — **тензор коэффициентов ЛЭОЭ**, связанный с коэффициентами d_{ijk} соотношением

$$r_{ijk} = -\frac{4\pi}{(\varepsilon_{ij}^0)^2} d_{ijk}. \quad (2.69)$$

При выводе этого соотношения используется малость второго слагаемого в (2.66) по сравнению с ε_{ij}^0 .

И прямой, и обратный тензор ε_{ij}^{-1} симметричны относительно перестановки индексов, что позволяет перейти к матричной форме представления B_{ij} и r_{ijk} путем замены пары индексов ij на индекс l по правилу (2.6) на стр. 19. Коэффициенты r_{lk} образуют матрицу 6×3 , и в матричном представлении

$$B_l = B_l^0 + r_{lk} E_k(0). \quad (2.70)$$

Вид матрицы r_{lk} зависит от симметрии нецентросимметричного кристалла, и в кристаллах с большим числом элементов симметрии в кристаллографическом классе многие коэффициенты r_{lk} обращаются в 0, а некоторые равны между собой.

Как следует из (2.29) на стр. 28, распространение света в анизотропном кристалле можно исследовать с помощью индикатрисы нормалей. В новых обозначениях она имеет вид

$$B_1^0 x^2 + B_2^0 y^2 + B_3^0 z^2 = 1, \quad (2.71)$$

где x, y, z — главные оси координат кристалла, $B_1^0 = (n_{0x})^{-2}$, $B_2^0 = (n_{0y})^{-2}$, $B_3^0 = (n_{0z})^{-2}$, а n_{0x}, n_{0y}, n_{0z} — главные значения показателей преломления в отсутствие поля. При приложении электрического поля в той же системе координат эллипсоид нормалей приобретает вид квадратичной формы

$$B_1 x^2 + B_2 y^2 + B_3 z^2 + 2B_4 yz + 2B_5 xz + 2B_6 xy = 1 \quad (2.72)$$

за счет появления недиагональных компонент в тензоре B_{ij} при $l \neq k$. Отсюда следует, что электрическое поле в общем случае изменяет симметрию кристалла (кристалл из оптически изотропного превращается в одноосный или двухосный), а также главные значения показателей преломления. При $l = k$ симметрия кристалла не меняется,

$B_4 = B_5 = B_6 = 0$, и квадратичная форма сохраняет канонический вид, но главные значения n изменяются. При исследовании преобразования оптических характеристик кристалла при приложении поля квадратичную форму преобразуют к каноническому виду, по форме которого можно судить об изменении симметрии кристалла и его показателей преломления.

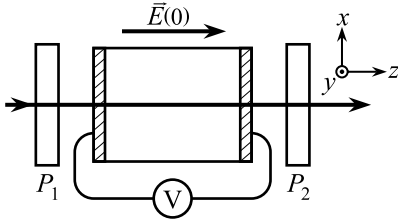


Рис. 2.18

При экспериментальном изучении ЛЭОЭ кристалл с плоскопараллельными гранями помещают между скрещенными поляризаторами и посылают через первый поляризатор световую волну с волновым вектором \vec{k} , параллельным оси электрооптической ячейки. Различают **продольный** ($\vec{E}_0 \parallel \vec{k}$) и **поперечный** ($\vec{E}_0 \perp \vec{k}$) ЛЭОЭ [22]. При про-

дольном ЛЭОЭ напряжение прикладывается к передней и задней грани кристалла через прозрачные проводящие электроды (рис. 2.18).

В качестве примера рассмотрим ЛЭОЭ в кристалле KDP (класс $D_{2d}(\bar{4}2m)$, одноосный кристалл, отличные от нуля коэффициенты r_{41} , r_{52} и r_{63}). Пусть оптическая ось кристалла $z \parallel \vec{k}$. При такой установке имеем

$$\begin{aligned} B_{1,2} &= B_{1,2}^0 = \frac{1}{n_o^2}, & B_3 &= B_3^0 = \frac{1}{n_e^2}, \\ B_4 &= B_5 = 0, & B_6 &= r_{63} E_3(0), \end{aligned} \quad (2.73)$$

и квадратичная форма в главных осях кристалла приобретает вид

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{63} E_3(0) xy = 1. \quad (2.74)$$

Преобразуем (2.74) к каноническому виду путем перехода к новой системе координат (поворот относительно оси z на угол φ):

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \varphi - y \sin \varphi, \\ y' &= x \sin \varphi + y \cos \varphi, \\ z' &= z. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Используя (2.74) и (2.75), получаем соотношения $x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$, $xy = (y'^2 - x'^2) \sin \varphi \cos \varphi - x'y'(\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)$. Отсюда следует, что в

новой системе координат каноническая форма достигается при $\varphi = 45^\circ$. Эллипсоид нормалей при этом приобретает вид

$$\frac{x'^2}{n_1^2} + \frac{y'^2}{n_2^2} + \frac{z'^2}{n_3^2} = 1, \quad (2.76)$$

при этом $B_1 = n_1^{-2} = n_0^{-2} - r_{63}E(0)$, $B_2 = n_2^{-2} = n_0^{-2} + r_{63}E(0)$ и $B_3 = B_3^0 = n_e^{-2}$.

Таким образом, при приложении поля вдоль оптической оси кристалл превращается из одноосного в двухосный с главными значениями показателей преломления

$$n_1 = n_0 + \frac{n_0^3 r_{63} E(0)}{2}, \quad n_2 = n_0 - \frac{n_0^3 r_{63} E(0)}{2}, \quad n_3 = n_e. \quad (2.77)$$

Световые волны, прошедшие через поляризатор, с плоскостью поляризации, параллельной оси x , распадаются на две волны, ортогональные по поляризации (вдоль осей x' и y') и распространяющиеся по кристаллу со скоростями $v_1 = c/n_1$ и $v_2 = c/n_2$. На выходе кристалла эти волны приобретают разность фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} L(n_1 - n_2) = \frac{2\pi}{\lambda} L r_{63} n_0^3 E(0) = \frac{2\pi}{\lambda} r_{63} n_0^3 V, \quad (2.78)$$

где L — длина кристалла, V — приложенное напряжение.

Из (2.78) видно, что $\Delta\varphi$ зависит от приложенной к кристаллу разности потенциалов. На выходе кристалла световая волна в общем случае превращается в эллиптически поляризованную волну и затем проходит через поляризатор P_2 . Интенсивность прошедшей волны равна

$$I = I_0 \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2} = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} r_{63} n_0^3 V \right). \quad (2.79)$$

Из (2.79) следует (без учета потерь на отражение), что максимальная интенсивность достигается при $\Delta\varphi = \pi$ и напряжении

$$V_{1/2} = \frac{\lambda}{2r_{63}n_0^3}. \quad (2.80)$$

Это так называемое **полуволновое напряжение**. Для кристалла KDP $V_{1/2} \approx 10$ кВ.

2.13. Амплитудная и фазовая модуляция. Модуляторы света

После изобретения лазеров электрооптические кристаллы приобрели большое практическое значение в качестве модуляторов света для получения кратковременных лазерных импульсов. Их применение связано с малыми временами релаксации линейного электрооптического эффекта, достигающими 10^{-10} с [22, 23]. Амплитудная модуляция возникает, если приложенное напряжение изменять по периодическому закону $V = V_0 \sin \omega_m t$. Наибольшая глубина модуляции для кристалла типа KDP достигается при $V = V_{1/2}$ из (2.80), и зависимость $I(t)$ на выходе модулятора

$$I(t) = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \sin \omega_m t \right). \quad (2.81)$$

Сигнал, прошедший через модулятор, периодически изменяется по времени с периодом $T = \pi/\omega_m$. Модуляторы подобного типа применяются для создания гигантских импульсов в лазерах, работающих в режиме модуляции добротности, для измерения длительности флуоресценции и других целей.

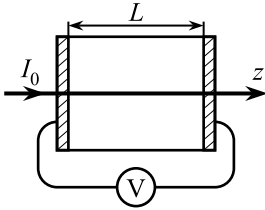


Рис. 2.19

Фазовая модуляция достигается при постоянной амплитуде света, прошедшего через электрооптическую ячейку, но при периодическом изменении фазы волны, прошедшей через кристалл.

Рассмотрим в качестве примера кристалл LiNbO_3 (класс $C_{3v}(3m)$, одноосный кристалл, имеет отличные от 0 коэффициенты $r_{12} = r_{23}$). Пусть к кристаллу приложено электрическое поле $\vec{E} \parallel 3$ (ось 3 $\parallel z$ — оптическая ось кристалла) и падающая волна распространяется вдоль оси z , см. рис. 2.19. Изменение показателя преломления кристалла в этом случае определяется соотношениями

$$\frac{1}{n_1^2} = \frac{1}{n_o^2} - r_{13}E \quad \text{и} \quad \frac{1}{n_2^2} = \frac{1}{n_o^2} - r_{23}E. \quad (2.82)$$

При $r_{13} = r_{23}$ и заданной геометрии приложенного поля и распространения светового пучка $n_1 = n_2 = n = n_o + 0,5r_{13}n_o^3E_0 \sin \omega_m t$. Таким образом, при приложении низкочастотного поля с частотой модуляции ω_m

возникает модуляция фазы световой волны

$$\varphi = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} n L = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} n_0 L - \frac{\pi}{\lambda} r_{13} n_0^3 V_0 \sin \omega_m t, \quad (2.83)$$

где $V_0 = E_0 L$. Модуляция фазы влечет за собой модуляцию частоты световой волны (частотная модуляция):

$$\omega' = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \omega - \frac{\pi}{\lambda} r_{13} n_0^3 V_0 \sin \omega_m t. \quad (2.84)$$

Как и в радиотехнике, частотная модуляция может быть использована для передачи информации в оптическом диапазоне. Частотную модуляцию можно превратить в амплитудную, если поместить кристалл в **интерферометр Фабри—Перо**. Без учета потерь на границах и в объеме пропускание интерферометра можно представить в виде

$$T = \frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (2.85)$$

где F — фактор резкости интерферометра. При равных коэффициентах отражения зеркал интерферометра

$$F = \frac{4R}{(1 - R)^2}, \quad (2.86)$$

и разность фаз $\delta = 2\omega n L / c$, или, используя фазовую модуляцию (2.83),

$$\delta = \frac{2\omega n_0 L}{c} - \frac{\omega}{c} r_{13} n_0^3 V_0 \sin \omega_m t. \quad (2.87)$$

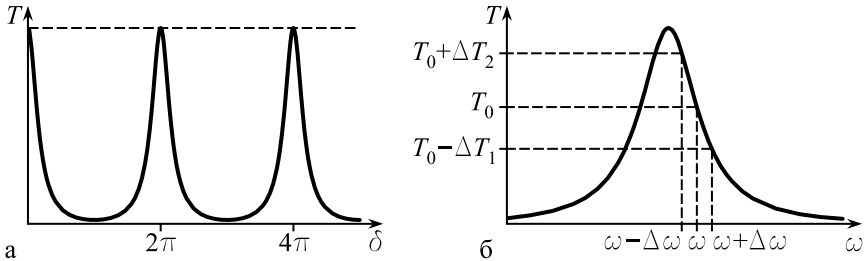


Рис. 2.20

При фиксированной ширине резонатора Фабри—Перо пропускание интерферометра зависит от частоты ω и фактора F . При $R \approx 1$ пропускание имеет вид узких полос, разделенных участками с низким пропусканием (рис. 2.20а).

Положение полос определяется условием $\delta = 2m\pi$, где m — целое число. Выделим одну из полос резонатора и построим ее как функцию ω' (рис. 2.20б). Пусть при частотной модуляции частота изменяется в пределах $\omega - \Delta\omega \leq \omega' \leq \omega + \Delta\omega$, где величина $\Delta\omega$ находится из (2.84). Пусть также частота падающей волны соответствует участку пропускания, где $\left|\frac{dT}{d\omega}\right|$ приобретает максимальную величину. Из рис. 2.20б следует, что осцилляция частоты в пределах $2\Delta\omega$ вызывает осцилляцию пропускания в пределах $\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2$.

Более подробные сведения о линейном электрооптическом эффекте и работе модуляторов света можно почерпнуть в монографиях [21, 22, 23]. В этих книгах излагаются различные применения линейного электрооптического эффекта.

Литература к главе 2

- [1] *Най Дж.* Физические свойства кристаллов и их описание при помощи матриц. Пер. с англ. — М.: Мир, 1967. — 385 с.
- [2] *Miller R.C.* // Appl. Phys. Lett. — 1964. — **5**. — P.17.
- [3] *Яриш А.* Квантовая электроника и нелинейная оптика. Пер. с англ. — М.: Сов. радио, 1973. — 455 с.
- [4] *Kleinman D.A.* // Phys. Rev. — 1962. — **126**. — P.1977.
- [5] *Franken P.A., Hill A.E. et al.* // Phys. Rev. Lett. — 1961. — **7**. — P.118.
- [6] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. Пер. с англ. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
- [7] *Цернике Ф., Мидвинтер Дж.* Прикладная нелинейная оптика. Пер. с англ. — М.: Мир, 1976. — 261 с.
- [8] *Шен И.Р.* Принципы нелинейной оптики. Пер. с англ. — М.: Наука, 1989. — 560 с.
- [9] *Bass M., Franken P.A. et al.* // Phys. Rev. Lett. — 1962. — **9**. — P.446.
- [10] *Ахманов С.А., Хохлов Р.В.* // Журн. эксперим. и теор. физ. — 1962. — **127**. — С.1207.

- [11] *Wang C.C., Racette C.W.* // Appl. Phys. Lett. — 1965. — **8**. — P.169.
- [12] *Manley J.M., Rowe H.E.* // Proc. IRE. — 1959. — **47**. — P.2115.
- [13] *Клышко Д.Н.* «Параметрические неустойчивости» / Физическая энциклопедия. — М.: Изд. БРЭ, 1992. — Т.3. — С.537.
- [14] *Крылова Т.Н.* Интерференционные покрытия. — Л.: Машиностроение, 1973. — 224 с.
- [15] *Ахманов С.А., Ковригин А.И. и др.* // Письма в журн. эксперим. и теор. физ. — 1965. — **2**. — С.300.
- [16] *Giordmaine J.A., Miller R.C.* // Phys. Rev. Lett. — 1965. — **14**. — P.973.
- [17] *Louisell W.H., Yariv A., Siegman A.E.* // Phys. Rev. — 1961. — **124**. — P.1646.
- [18] *Ахманов С.А., Фадеев В.В. и др.* // Письма в журн. эксперим. и теор. физ. — 1967. — **6**. — С.4.
- [19] *Harris S., Oshman M., Byer R.* // Phys. Rev. Lett. — 1967. — **18**. — P.732.
- [20] *Madge D., Mahr H.* // Phys. Rev. Lett. — 1967. — **18**. — P.905.
- [21] *Нарасимхамурти Т.* Фотоупругие и электрооптические свойства кристаллов. Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 621 с.
- [22] *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах. Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 616 с.
- [23] *Мустель Е.Р., Парыгин В.Н.* Методы модуляции и сканирования света. — М.: Наука, 1970. — 295 с.

Глава 3

Кубическая поляризация и связанные с ней эффекты

3.1. Свойства кубической поляризации

Как мы видели в главе 2, квадратичная поляризация в однородных средах наблюдается только в нецентросимметричных кристаллах. В тех кристаллах, в группу симметрии которых входит операция инверсии, в однородных веществах, жидкостях и газах $\vec{P}^{(2)} = 0$. Нелинейная оптика в этих средах связана с кубической поляризацией

$$P_i^{(3)} = \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l. \quad (3.1)$$

Так как между поляризацией и электрическим полем нелинейная связь, то для выяснения различных эффектов следует использовать поля, записанные в действительном виде, т. е. для гармонических плоских волн в виде $\vec{E} = \vec{A} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$. Однако для решения многих задач нелинейной оптики, как показано в главе 2, удобно использовать поля в комплексной форме.

В приближении плоских гармонических волн в (3.1) входит произведение трех косинусов, которое можно разложить на четыре гармонические функции. Поэтому гармонические волны поляризации в ком-

плексном виде, необходимые для анализа всех эффектов, имеют вид

$$\begin{aligned}
 P_i^{(3)} &= d_{ijkl} E_j E_k E_l, \\
 P_i^{(3)} &= d_{ijkl} E_j E_k E_l^*, \\
 P_i^{(3)} &= d_{ijkl} E_j E_k^* E_l, \\
 P_i^{(3)} &= d_{ijkl} E_j E_k^* E_l^*,
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

где $d_{ijkl} = \frac{1}{4} \chi_{ijkl}^{(3)}$. Если на вещество действуют поля с различными частотами, то они порождают волны гармонической поляризации с частотами и волновыми векторами соответственно

$$\begin{aligned}
 \omega_p &= \omega_1 + \omega_2 + \omega_3, & \vec{k}_p &= \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3, \\
 \omega_p &= \omega_1 + \omega_2 - \omega_3, & \vec{k}_p &= \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3, \\
 \omega_p &= \omega_1 - \omega_2 + \omega_3, & \vec{k}_p &= \vec{k}_1 - \vec{k}_2 + \vec{k}_3, \\
 \omega_p &= \omega_1 - \omega_2 - \omega_3, & \vec{k}_p &= \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3.
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Тензор 4-го ранга d_{ijkl} отличен от нулевого во всех средах и насчитывает в общем случае 81 компоненту. Для тензора имеют место перестановочные соотношения

$$\begin{aligned}
 &d_{ijkl}(\omega_p; \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \\
 &= d_{ikjl}(\omega_p; \omega_2, \omega_1, \omega_3) = \\
 &= d_{iljk}(\omega_p; \omega_3, \omega_2, \omega_1) = \\
 &= d_{ijlk}(\omega_p; \omega_1, \omega_3, \omega_2) = \dots
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Вид тензора d_{ijkl} зависит от симметрии нелинейной среды. В наименее симметричных кристаллах триклинной сингонии ни одна из 81 компоненты не равна нулю. При повышении симметрии кристаллов ряд коэффициентов обращается в нуль, а некоторые отличные от нуля коэффициенты становятся равными между собой. Наиболее симметричными средами являются газы, жидкости, аморфные тела. В таких полностью изотропных средах отличными от нуля являются коэффициенты

$$\begin{aligned}
 d_{1111} &= d_{2222} = d_{3333}, \\
 d_{1122} &= d_{2211} = d_{1133} = d_{3311} = d_{2233} = d_{3322}, \\
 d_{1221} &= d_{2112} = d_{1331} = d_{3113} = d_{2332} = d_{3223}, \\
 d_{1212} &= d_{2121} = d_{1313} = d_{3131} = d_{2323} = d_{3232},
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

всего 21 коэффициент.

Между этими коэффициентами существует соотношение

$$d_{1111} = d_{1122} + d_{1221} + d_{1212}, \quad (3.6)$$

т. е. при положительных коэффициентах $d_{1111} > d_{1122}$ и т.п.

3.2. Четырехволновое взаимодействие в средах с кубической поляризацией. Уравнения связанных волн

Пусть на нелинейную прозрачную среду с кубической поляризацией падают три гармонические волны с частотами $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Для простоты будем считать, что волны имеют одинаковое направление ($\vec{k}_i \parallel z$) и поляризацию (рис. 3.1).

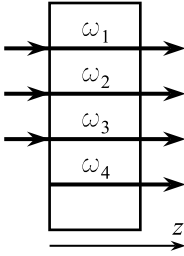


Рис. 3.1

Если $P^{(3)} = d^{(3)} E_1 E_2 E_3$, где индексы полей совпадают с индексами частот, то в среде возникает кубическая поляризация с частотой $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ и волновым числом $k_p = k_1 + k_2 + k_3$.

Подстановка $P_i^{(3)}$ в волновое уравнение приводит к возбуждению новой гармонической волны с полем E_4 , имеющим частоту ω_4 и волновое число $k_4 = \frac{\omega_4}{c} n(\omega_4)$. В общем случае $k_4 \neq k_p$ из-за дисперсии $n(\omega)$. Так же, как и при квадратичной поляризации, волновое уравнение сводится к уравнению Гельмгольца для нахождения координатной части $E_4(z) = A_4(z) e^{-ik_4 z}$. В нелинейной среде существенно зависимость амплитуды A_4 от координаты z . Эта зависимость в силу закона сохранения энергии влечет за собой изменение амплитуд волн с частотами ω_1, ω_2 и ω_3 , которое можно объяснить, если предположить существование кубической поляризации с соответствующими частотами:

$$\begin{aligned} P^{(3)}(\omega_1) &= d^{(3)} E_4 E_2^* E_3^*, \\ P^{(3)}(\omega_2) &= d^{(3)} E_4 E_1^* E_3^*, \\ P^{(3)}(\omega_3) &= d^{(3)} E_4 E_1^* E_2^*. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Таким образом, мы приходим к **четырёхволновому взаимодействию**. Подстановка $P^{(3)}$ в уравнение Гельмгольца приводит к четырем

уравнениям связанных волн. В приближении медленно меняющихся амплитуд эти уравнения приобретают вид

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_1}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_1^2}{c^2 k_1} d^{(3)} A_4 A_2^* A_3^* e^{-i\Delta k z}, \\
 \frac{dA_2}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_2^2}{c^2 k_2} d^{(3)} A_4 A_1^* A_3^* e^{-i\Delta k z}, \\
 \frac{dA_3}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_3^2}{c^2 k_3} d^{(3)} A_4 A_1^* A_2^* e^{-i\Delta k z}, \\
 \frac{dA_4}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_4^2}{c^2 k_4} d^{(3)} A_1 A_2 A_3 e^{i\Delta k z},
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

где $\Delta k = k_4 - k_p = k_4 - (k_1 + k_2 + k_3)$.

Для прозрачных сред коэффициенты $d^{(3)}$ равны между собой в силу соотношений Клеймана. Так же, как и в случае квадратичной поляризации, эти уравнения могут быть обобщены на случай неколлинеарности векторов поляризации четырех волн, а также на случай неколлинеарности волновых векторов \vec{k}_i .

3.3. Генерация третьей гармоники

Система уравнений связанных волн может быть использована для решения многих задач нелинейной оптики в средах с нелинейной поляризацией и, в частности, задачи о генерации третьей гармоники. Третья гармоника возбуждается при действии мощного лазерного излучения с частотой ω . В этом случае $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega$, $\omega_4 = 3\omega$, и мы приходим к **двухволновому взаимодействию**:

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_\omega}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega^2}{c^2 k_\omega} d^{(3)} A_{3\omega} A_\omega^{*2} e^{-i\Delta k z}, \\
 \frac{dA_{3\omega}}{dz} &= -i \frac{2\pi(3\omega)^2}{c^2 k_{3\omega}} d^{(3)} A_\omega^3 e^{i\Delta k z},
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

где $\Delta k = k_{3\omega} - 3k_\omega$.

Так как во многих случаях $A_\omega \gg A_{3\omega}$, особенно при $\Delta k \neq 0$, можно считать, что $\left| \frac{dA_\omega}{dz} \right| \ll \left| \frac{dA_{3\omega}}{dz} \right|$, и положить $A_\omega(z) = A_\omega(0)$. Задача сводится к решению второго уравнения с заданным полем волны накачки

$A_\omega(0)$. Решение этого уравнения при граничном условии $A_{3\omega}(0) = 0$ имеет вид:

$$A_{3\omega}(z) = -i \frac{2a}{\Delta k} \sin \frac{\Delta k z}{2} \exp \left(i \frac{\Delta k z}{2} \right), \quad (3.10)$$

где $a = \frac{6\pi\omega}{c n(3\omega)} d^{(3)} A_\omega^3$.

Переходя от амплитуды к **интенсивности третьей гармоники**, имеем

$$I_{3\omega}(z) = \frac{9216\pi^4\omega^2 d^{(3)2} I_\omega^3}{c^4 n^3(\omega) n(3\omega) \Delta k^2} \sin^2 \frac{\Delta k z}{2}. \quad (3.11)$$

Из (3.11) видно, что $I_{3\omega}$ осциллирует с ростом z с периодом $\Delta z = 2\pi/\Delta k$, максимальное значение $I_{3\omega}$ достигается при $z^* = \pi/\Delta k$, и $I_{3\omega, \max} \propto d^{(3)2} I_\omega^3 z^{*2}$. Осциляция третьей гармоники возникает за счет рассогласования фаз гармонической волны кубической поляризации и волны третьей гармоники. Величина z^* носит название **длины когерентности** и равна

$$z^* = \frac{\lambda}{6[n(3\omega) - n(\omega)]}. \quad (3.12)$$

Малая величина $z^* \approx 10$ мкм из-за дисперсии показателя преломления препятствует достижению большой интенсивности третьей гармоники. Необходимым условием получения достаточно интенсивной третьей гармоники является удовлетворение условия фазового синхронизма.

Оказалось, что одним из наиболее простых способов получения интенсивной третьей гармоники при выполнении условия фазового синхронизма является использование смеси атомных газов [1, 2]. По сравнению с твердыми телами газы имеют следующие преимущества:

1. Газы обладают высокой лучевой прочностью. Поле пробоя газов на один-два порядка выше, чем у твердых тел. Это дает возможность увеличить I_ω на 2 или 4 порядка и соответственно $I_{3\omega}$ на 6 или 12 порядков.
2. Газы обладают высокой прозрачностью в видимой и ультрафиолетовой области спектра и сравнительно большой исходной длиной когерентности из-за близости $n(\omega)$ к 1.
3. В газах из-за большой длины когерентности можно сравнительно легко выполнить условие пространственного фазового синхронизма, так как при малых Δk углы между волновыми

векторами индуцирующих пучков и волновым вектором гармоники также малы.

4. Можно подобрать смесь двух газов, позволяющую выполнить условие фазового синхронизма для одного пучка.

Недостатком газов является малая величина $d^{(3)}$ из-за малой плотности газов.

В качестве смесей при экспериментах используют пары щелочных металлов, имеющих узкие полосы поглощения в видимом диапазоне, с добавлением газов инертных элементов. Например, если использовать смесь паров Na с линией поглощения $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ (3s–3p переход) с атомами Xe, линии поглощения которого находятся в вакуумном ультрафиолете при $\lambda < 2000 \text{ \AA}$, можно при облучении лазером с $\lambda = 6943 \text{ \AA}$ получить интенсивную третью гармонику с $\lambda = 2314 \text{ \AA}$.

Покажем, как в такой ситуации реализуется условие фазового синхронизма. Пусть $\omega_{\text{л}}$ — частота излучения лазера, и атомы щелочного металла имеют линию поглощения с частотой $\omega_{\text{л}} < \omega_0 < 3\omega_{\text{л}}$. В окрестности этой линии частотная зависимость действительной и мнимой части диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2$ имеет вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1(\omega) &= n^2 - \varkappa^2 = \varepsilon_0 + \frac{f\omega_{\text{p}}^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \\ \varepsilon_2(\omega) &= 2n\varkappa = \frac{\omega_{\text{p}}^2\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2},\end{aligned}\tag{3.13}$$

где $\omega_{\text{p}} = \sqrt{4\pi Ne^2/m}$ — плазменная частота, N — концентрация атомов, f — сила осциллятора перехода, γ — полуширина линии поглощения, ε_0 — вклад в $\varepsilon_1(\omega)$ за счет высоких частот. Линии поглощения в парах металлов очень узки, т. е. $\gamma \ll \omega_0$, и при $|\omega_0^2 - \omega^2| \gg \gamma\omega$ получаем $n \gg \varkappa$, $\varkappa \approx 0$ и

$$n^2 = \varepsilon_0 + \frac{f\omega_{\text{p}}^2}{\omega_0^2 - \omega^2}.\tag{3.14}$$

Из этой формулы видно, что при $\omega_{\text{л}} \ll \omega_0$ получается $n^2 = \varepsilon_0 + f\omega_{\text{p}}^2/\omega_0^2$, а при $\omega = 3\omega_{\text{л}} \gg \omega_0$ получается $n^2 \approx \varepsilon_0$, если частота третьей гармоники не приближается к следующей линии поглощения. Таким образом, $n(3\omega_{\text{л}}) < n(\omega_{\text{л}})$ и условие фазового синхронизма не выполняется. Если же к парам металла добавить Xe с небольшой концентрацией, то поскольку для Xe частота ω_0 приходится на область вакуумного ультрафиолета ($\omega_0 > 3\omega_{\text{л}}$), имеем $n_{\text{Xe}}(3\omega_{\text{л}}) > n_{\text{Xe}}(\omega_{\text{л}})$. Отсюда следует, что при

определенной молярной концентрации Хе в смеси $n_{\text{см}}^2 = n_{\text{Хе}}^2 x + n_{\text{Na}}^2 (1-x)$ можно удовлетворить **условие фазового синхронизма**

$$n_{\text{см}}^2(3\omega_{\text{л}}, x^*) = n_{\text{см}}^2(\omega_{\text{л}}, x^*). \quad (3.15)$$

При выполнении этого условия удается получить третью гармонику с интенсивностью $I_{3\omega} \approx 0,1 I_{\omega}$.

Мы провели анализ генерации третьей гармоники в приближении плоских волн. Так как $I_{3\omega} \propto I_{\omega}^3$, интенсивность гармоники можно увеличить за счет увеличения I_{ω} путем фокусировки лазерного пучка с помощью линз. Излучение достаточно совершенных лазеров, генерирующих продольные моды, имеет вид гауссовых пучков. Фокусировка преобразует гауссов пучок в гауссов с шириной перетяжки w , которая при малой длине фокуса линзы F существенно меньше, чем ширина перетяжки лазерного пучка w_0 до линзы. Такая фокусировка может на порядок увеличить I_{ω} и, следовательно, на 3 порядка увеличить $I_{3\omega}$. В районе перетяжки пучка **распределение интенсивности гауссова пучка** в поперечном направлении подчиняется соотношению [3]

$$I_{\omega}(x, y, z) = I_{\omega}(0, 0, z) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2w^2}\right). \quad (3.16)$$

Величина w при фокусировке мала, поэтому уравнения (3.8), выведенные в приближении плоских волн, непригодны для определения амплитуды третьей гармоники. Учет фокусировки приводит к следующему уравнению в приближении заданного поля:

$$\Delta_{\perp} A_{3\omega} - 2ik_{3\omega} \frac{\partial A_{3\omega}}{\partial z} = \frac{4\pi(3\omega)^2}{c^2} d^{(3)} A_{\omega}^3(x, y, z) e^{i\Delta k z}, \quad (3.17)$$

где $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Решение этого уравнения обычно проводится численными методами с учетом зависимости амплитуды волны накачки от координат.

Более подробные сведения о генерации третьей гармоники в газах содержатся в монографии [1], где детально исследуются различные способы синхронизации фаз, приводятся многочисленные экспериментальные данные по генерации третьей и более высоких гармоник в газах и, в частности, о генерации гармоник в области вакуумного ультрафиолета, вплоть до 120 нм.

3.4. Генерация второй гармоники в центросимметричных кристаллах

Как мы отмечали, в тех кристаллах, кристаллографический класс которых содержит операцию инверсии, квадратичная поляризация $P^{(2)}$ отсутствует и вторая гармоника не возбуждается. Но если мы используем кубическую поляризацию и положим частоту одного из приложенных полей $\omega_3 = 0$, а $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, то можно получить **волну кубической поляризации с удвоенной частотой**:

$$P_i^{(3)}(2\omega) = d_{ijkl} E_j(\omega) E_k(\omega) E_l(0) \quad (3.18)$$

и, следовательно, генерацию второй гармоники. Примером является генерация второй гармоники в кристалле кальцита.

Кальцит принадлежит к тригональной системе и имеет точечную группу симметрии $D_{3d}(\bar{3}m)$ с осью симметрии C_3 , направленной вдоль оси элементарной ячейки, имеющей форму вытянутого ромбоэдра (рис. 3.2). Элементарная ячейка содержит две молекулы CaCO_3 , два плоских аниона CO_3^{2-} расположены на одинаковых расстояниях от ионов Ca^{2+} вдоль оси C_3 и повернуты друг относительно друга на 60° . При приложении электрического поля вдоль оси C_3 из-за смещения под его действием анионов CO_3^{2-} относительно ионов Ca^{2+} исходная симметрия кристалла понижается, ряд элементов в группе $D_{3d}(\bar{3}m)$ исчезает, и кристалл приобретает точечную группу $C_{3v}(3m)$. Кристалл становится нецентросимметричным, и в нем возможна генерация второй гармоники.

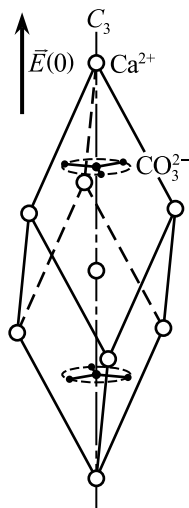


Рис. 3.2

Этот вывод проверен экспериментально [4]. Было обнаружено, что при приложении поля вплоть до 200 В/см интенсивность второй гармоники изменяется по параболическому закону при изменении величины $E(0)$.

3.5. Электрооптический и оптический эффект Керра

Если к изотропной среде приложить низкочастотное или статическое электрическое поле, то под его действием среда становится двулу-

чепреломляющей. Этот эффект был обнаружен в полярных жидкостях Дж. Керром в 1875 г.

Электрооптический эффект можно рассмотреть, используя кубическую поляризацию вещества

$$P_i^{(3)} = d_{ijkl} E_j(\omega) E_k(0) E_l(0), \quad (3.19)$$

где ω — частота в оптическом диапазоне. На основании связи между индукцией и напряженностью электрического поля на частоте ω имеем изменение тензора ε_{ij} :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^0 + 4\pi d_{ijkl} E_k(0) E_l(0). \quad (3.20)$$

Так же, как и в случае линейного электрооптического эффекта, задачу о распространении света при квадратичном эффекте решают, используя обратный тензор $B_{ij} = \varepsilon_{ij}^{-1}$. Из-за малости второго слагаемого в (3.20) переход к обратному тензору приводит к уравнению

$$B_{ij} = B_{ij}^0 + r_{ijkl} E_k(0) E_l(0), \quad (3.21)$$

где тензор четвертого ранга r_{ijkl} — **тензор коэффициентов квадратичного электрооптического эффекта**. Для тензора r_{ijkl} справедливы перестановочные соотношения

$$r_{ijkl} = r_{jikl} = r_{ijlk}, \quad (3.22)$$

т. е. число различных коэффициентов снижается до 36. Поэтому уравнение (3.21) обычно записывают в матричной форме путем замены индексов ij на индекс $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ и индексов kl на индекс $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ по правилу (2.6) на стр. 19. Симметрия среды определяет ненулевые коэффициенты тензора и равенство некоторых из них. В матричной форме связь между B_m и полем задается следующим образом:

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1^0 \\ B_2^0 \\ B_3^0 \\ B_4^0 \\ B_5^0 \\ B_6^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & r_{35} & r_{36} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} & r_{45} & r_{46} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & r_{55} & r_{56} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} & r_{64} & r_{65} & r_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^2 \\ E_2^2 \\ E_3^2 \\ 2E_2E_3 \\ 2E_1E_3 \\ 2E_1E_2 \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Матрица r_{mn} размерами 6×6 имеет наиболее простой вид для изотропных сред, в которых отличны от нуля 12 компонент: $r_{11} = r_{22} = r_{33}$, $r_{12} = r_{21} = r_{13} = r_{31} = r_{23} = r_{32}$ и $r_{44} = r_{55} = r_{66}$. Квадратичный электрооптический эффект наблюдается в жидкостях с помощью ячейки Керра при конфигурации $\vec{E}(0) \perp \vec{k}$. Наибольшие значения коэффициенты r_{mn} имеют в полярных жидкостях, молекулы которых обладают постоянным дипольным моментом (нитробензол, сероуглерод и др.). Электрическое поле вызывает ориентацию осей молекул вдоль $\vec{E}(0)$, но тепловое движение молекул препятствует ориентации, в связи с чем коэффициенты r_{mn} снижаются с ростом температуры.

В системе координат, связанной с полем и пучком ($\vec{E}(0)$ параллельно оси «1», \vec{k} параллелен оси «3»), компоненты B_m приобретают следующий вид:

$$B_1 = B^0 + r_{11}E^2(0), \quad B_2 = B^0 + r_{21}E^2(0), \quad B_3 = B^0 + r_{31}E^2(0), \quad (3.24)$$

где $B^0 = n_0^{-2}$, $B_{1,2,3} = n_{1,2,3}^{-2}$.

Поскольку $r_{11} \neq r_{21} = r_{31}$, $n_1 \neq n_2$, изотропная среда приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, параллельной $\vec{E}(0)$. Две ортогонально поляризованные волны с волновым вектором \vec{k} , параллельным оси «3», приобретают на выходе кюветы с жидкостью разность фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_1 - n_2)L = \frac{\pi}{\lambda}(r_{21} - r_{11})n_0^3E^2(0)L = 2\pi CL E^2(0), \quad (3.25)$$

где C — постоянная Керра, приводимая в справочниках, L — длина кюветы. Из-за малых времен релаксации ($\tau_{\text{рел}} \approx 10^{-10} \div 10^{-11}$ с) квадратичный электрооптический эффект используется для изготовления быстродействующих модуляторов света.

В 1956 г. Бэкингом [5] обратил внимание на возможность наблюдения эффекта Керра при действии поляризованного пучка света в оптическом диапазоне на анизотропные и анизометрические молекулы.

Наведенный в такой молекуле дипольный момент имеет различные значения по главным осям молекулы: $p_x = \alpha_x E_x$, $p_y = \alpha_y E_y$ и $p_z = \alpha_z E_z$, где α_x , α_y , α_z — главные компоненты тензора поляризуемости. Пусть $\alpha_z > \alpha_x = \alpha_y$.

В этом случае дипольный момент \vec{p} не параллелен вектору \vec{E} и направлен под углом к оси z , меньшим, чем \vec{E} (рис. 3.3). На молекулу при

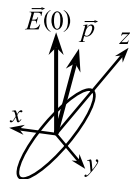


Рис. 3.3

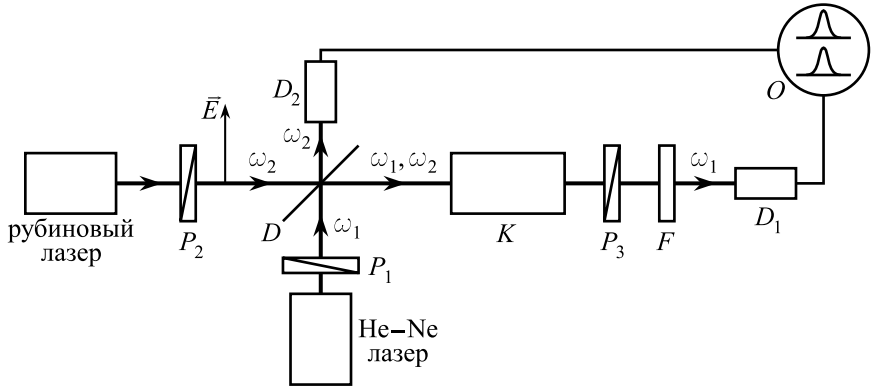


Рис. 3.4. Схема наблюдения оптического эффекта Керра. P_i — поляризаторы; D — светоделительная пластинка; K — кювета с жидкостью; D_1 и D_2 — детекторы, регистрирующие излучение пробной волны с ω_1 и волны накачки с ω_2 ; F — фильтр, пропускающий пробный пучок; O — экран осциллографа

этом воздействует момент силы $\vec{M} = [\vec{p}, \vec{E}]$, направление которого не зависит от знака осциллирующего поля \vec{E} . Момент силы поворачивает молекулу осью z в направлении \vec{E} , и $\vec{M} = 0$ при $\vec{p} \parallel \vec{E}$. Потенциальная энергия взаимодействия молекулы с полем \vec{E} , $W = -\vec{E}\vec{p}$, достигает при этом минимума: $W = -\alpha_z E^2$.

Феноменологическая теория оптического эффекта Керра основана на записи в изотропной среде кубической поляризации в виде

$$P_i^{(3)} = d_{ijj} E_i(\omega_1) E_j(\omega_2) E_j^*(\omega_2) = d_{ijj} E_i(\omega_1) |A_j|^2, \quad (3.26)$$

где E_i и ω_1 — поле и частота пробной волны, E_j и ω_2 — поле и частота волны накачки. Отсюда следует изменение показателя преломления пробной волны вдоль оси i :

$$n_i^2 = n_0^2 + 4\pi d_{ijj} |A_j|^2. \quad (3.27)$$

Пусть поле накачки направлено вдоль оси «1» и обе волны распространяются вдоль оси «3». В этом случае между двумя ортогонально поляризованными компонентами пробной волны, поляризованными вдоль осей «1» и «2», возникает разность фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_1 - n_2) L = \frac{16\pi^2 \omega_1 L}{c^2 n_0(\omega_1) n_0(\omega_2)} (d_{1111} - d_{2211}) I(\omega_2), \quad (3.28)$$

где $I(\omega_2)$ — интенсивность волны накачки.

Оптический эффект Керра впервые наблюдали французские ученые в 1964 г. [6] после изобретения лазеров. Схема установки представлена на рис. 3.4.

Поляризованный пучок излучения от импульсного рубинового лазера ($\lambda = 6943 \text{ \AA}$) частично проходил через светоделительную пластину D и падал на кювету K , а отраженный пучок посылался на приемник излучения D_2 , соединенный с двухлучевым осциллографом. Пробный пучок создавался He—Ne лазером ($\lambda = 6328 \text{ \AA}$) и также падал на кювету с жидкостью (нитробензол). Угол между плоскостями поляризации после поляризаторов P_1 , P_2 равен $\pi/4$, поляризаторы P_1 и P_3 скрещены. После прохождения через фильтр пробный пучок падал на детектор D_1 , сигнал от которого подавался на второй вход осциллографа. О существовании оптического эффекта Керра можно было судить по появлению на экране осциллографа кратковременного электрического импульса от пробного пучка, синхронного с импульсом от пучка накачки. Изучая оптический эффект Керра, можно определить его время релаксации [7].

3.6. Эффекты самовоздействия в средах с кубической поляризацией

К эффектам самовоздействия принадлежат нелинейные эффекты, возникающие в средах с кубической поляризацией, если на такую среду падает один или несколько монохроматических пучков одной и той же частоты ω . При падении одного пучка наблюдаются следующие эффекты:

1. Самофокусировка.
2. Самодефокусировка.
3. Самомодуляция.
4. Оптические солитоны.
5. Самоотражение.
6. Бистабильность и мультистабильность.
7. Самоотклонение.

К эффектам самовоздействия можно также отнести явления, возникающие при падении на среду двух или более неколлинеарных лазерных пучков. Здесь среди множества эффектов следует выделить явление

ние самодифракции и вырожденное четырехволновое взаимодействие.

При описании эффектов самовоздействия при падении одного пучка используется запись кубической поляризации в виде

$$P_i^{(3)} = d_{ijkl} E_j(\omega) E_k(\omega) E_l^*(\omega) = d_{ijkl} E_j(\omega) A_k A_l^*. \quad (3.29)$$

В изотропных средах при $\vec{E}(0)$, параллельном оси «1», $P_1^{(3)} = d_{1111} E_1(\omega) |A_1|^2$. Отсюда следует, так же как и в случае оптического эффекта Керра, изменение показателя преломления среды

$$n = n_0 + \frac{16\pi^2}{c n_0^2} d_{1111} I(\omega) = n_0 + n_2 I(\omega). \quad (3.30)$$

Видно, что изменение показателя преломления пропорционально I . Коэффициент пропорциональности n_2 имеет размерность $\text{см}^2/\text{кВт}$, и его значение приводится для лазеров с частотой ω в справочниках и научных статьях.

Наибольшие значения n_2 обнаружены в узкозонных полупроводниках: $n_2 \approx 10^{-1} \text{см}^2/\text{кВт}$, в то время как в полярных жидкостях $n_2 \approx 10^{-10} \text{см}^2/\text{кВт}$, что определяется различием коэффициентов d_{ijkl} . Замечен также почти линейный рост n_2 от $\tau_{\text{рел}}$: в полярных жидкостях $\tau_{\text{рел}} \approx 10^{-12} \text{с}$, в полупроводниках $\tau_{\text{рел}} \approx 10^{-6} \text{с}$. Различие значений $\tau_{\text{рел}}$ вызвано различием механизмов нелинейного эффекта [8].

3.7. Самофокусировка и самодефокусировка

Эти явления наблюдаются в нелинейных средах, облученных узкими лазерными пучками. Для многих лазеров, работающих в одномодовом режиме, пучки имеют гауссову форму, и интенсивность пучка экспоненциально падает с отклонением поперечных координат x, y от оси пучка z . Пусть гауссов пучок падает на нелинейную среду и имеет на ее входе плоский волновой фронт. Электрическое поле световой волны в нелинейной среде в первом приближении можно представить в виде

$$E(x, y, z) = A(x, y, z) e^{i(\omega t - kz)}. \quad (3.31)$$

В заданный момент времени пространственная часть из-за зависимости показателя преломления от $I(x, y)$ равна

$$\varphi(x, y, z) = \left[\frac{\omega}{c} n_0 + \frac{\omega}{c} n_2 I(x, y) \right] z, \quad (3.32)$$

т. е. поверхность постоянной фазы $\varphi(x, y, z) = \text{const}$ становится функцией координат x, y . Величину константы мы определим, задавая фазу в точках $x = y = 0, z = z_0$. При этом получаем уравнение, определяющее зависимость $z(x, y)$ на волновом фронте

$$z = z_0 \frac{n_0 + n_2 I(0, 0)}{n_0 + n_2 I(x, y)}. \quad (3.33)$$

Из (3.33) следует, что при $n_2 > 0, z(x, y) > z_0$ и поверхность постоянной фазы приобретает вогнутую форму (рис. 3.5а), напротив, при $n_2 < 0$ — выпуклую форму (рис. 3.5б).

Следуя принципу Гюйгенса, парциальная волна в окрестности точки x, y, z распространяется по нормали к поверхности постоянной фазы. Поэтому при $n_2 > 0$ световой пучок будет сходиться к своей оси, и возникает **самофокусировка**. Напротив, при $n_2 < 0$ световой пучок расходится, т. е. происходит **самодефокусировка**.

Знак n_2 определяется механизмом нелинейного эффекта. Так, при ориентационном или электрострикционном механизме $n_2 > 0$. Для изменения знака n_2 необходимо расширение среды под действием лазерного пучка, которое достигается при нагревании среды пучком. Для этого в жидкость, у которой в прозрачном состоянии $n_2 > 0$, вводится слабый поглотитель (молекулы красителя) небольшой концентрации. При поглощении света жидкость нагревается, показатель преломления уменьшается за счет теплового эффекта, и знак n_2 изменяется на противоположный.

Для выполнения эксперимента поглощающий раствор помещают в тонкую кювету с прозрачными окнами во избежание конвекции. Явление дефокусировки, как показывает опыт, наблюдается при действии лазерных пучков малой, милливаттной мощности от газовых лазеров непрерывного действия или полупроводниковых лазеров. Этот эффект

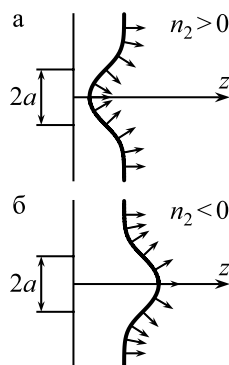


Рис. 3.5

может быть использован для демонстрации в учебных целях в лекциях по физике и студенческих лабораториях как один из эффектов нелинейной оптики.

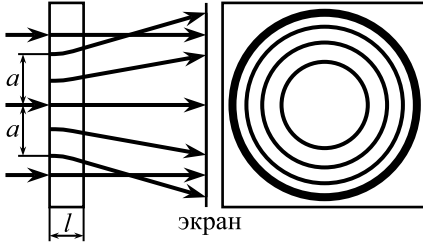


Рис. 3.6

Схема наблюдения самофокусировки проста (рис. 3.6). Пусть лазерный пучок с диаметром $2a$ падает на кювету толщиной ℓ . При нагревании кюветы пучок размывается, и после установления стационарной картины на экране наблюдается яркое кольцо, диаметр которого зависит от интенсивности лазерного

пучка. Внутри кольца перемещаются светлые и темные кольца интерференционного происхождения.

Если пучок имеет гауссову форму

$$I = I_0 e^{-r^2/2a^2}, \quad (3.34)$$

где a определяет полуширину гауссова пучка $\gamma = 2a\sqrt{2\ln 2}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (сравн. с (3.16) на стр. 58), то при прохождении кюветы набег фазы световой волны на выходе кюветы равен

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n \ell = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \ell + \frac{2\pi}{\lambda} n_2 \ell I_0 e^{-r^2/2a^2} = \varphi_0 + \Delta\varphi(r), \quad (3.35)$$

где $\Delta\varphi(r)$ — нелинейная часть фазы, зависящая от I_0 и r .

Нелинейная часть фазы определяет искажение волнового фронта в окрестности задней границы. Лучи направлены по нормали к волновому фронту и составляют с осью пучка угол θ (рис. 3.7а), величина которого при малом θ определяется уравнением

$$\theta = \frac{1}{k_0} \frac{d\varphi}{dr} = -\frac{n_2 I_0 \ell r}{a^2} e^{-r^2/2a^2}. \quad (3.36)$$

Угол θ равен нулю в центре пучка и на его периферии, максимальная величина θ достигается в точках $r = \pm a$ (рис. 3.7б):

$$\theta_m = -\frac{n_2 I_0 \ell}{a} e^{-1/2}. \quad (3.37)$$

Величина θ_m задает диаметр D яркого кольца на экране. С учетом преломления пучка на границе и расстояния от кюветы до экрана R получаем

$$D = 2\theta_m n_0 R. \quad (3.38)$$

Из формул (3.37) и (3.38) видно, что диаметр D тем больше, чем больше $n_2 I_0$, и обратно пропорционален радиусу гауссова пучка.

Дефокусирующий образец ведет себя как рассеивающая линза с фокусным расстоянием

$$F = \frac{a}{\theta_m}. \quad (3.39)$$

Если $F \gg \ell$, образец ведет себя как тонкая линза. Но с ростом I_0 фокусное расстояние сокращается. При $F \leq \ell$ в первом приближении можно положить $F \approx \ell$, и фокусное расстояние в этом случае $F \propto I_0^{-1/2}$, т. е. в пределах выполнимости $F \leq \ell$ фокусное расстояние уменьшается медленнее с ростом I_0 .

Самодефокусировка обладает **порогом по интенсивности** из-за дифракционной расходимости лазерного пучка. Значение $I_{0,\text{пор}}$ можно определить из условия $\theta_{\text{дифф}} = \theta_m$, где $\theta_{\text{дифф}} \approx 0,61\lambda/n_0 a$ для пучка круглого сечения. Из (3.37) видно, что $I_{0,\text{пор}} \approx n_2^{-1}$, и при больших значениях $n_2 \approx 10^{-1} \text{ см}^2/\text{кВт}$ и тепловом механизме нелинейности $I_{0,\text{пор}}$ — малая величина. Это создает возможность наблюдения самодефокусировки с помощью маломощных лазеров.

При тепловом расширении показатель преломления меняется с температурой. При небольшом изменении температуры T

$$n(T) = n(T_0) + \frac{dn}{dT}(T_0)(T - T_0), \quad (3.40)$$

где коэффициент $\frac{dn}{dT}(T_0)$ определяет изменение n в окрестности температуры окружающей среды T_0 , $\frac{dn}{dT}(T_0) < 0$.

В облученном пятне $T - T_0 = \kappa I(r)$ и коэффициент $n_2 = \kappa \frac{dn}{dT}(T_0)$. Коэффициент κ зависит от теплоемкости и теплопроводности облучаемого образца и пропорционален его коэффициенту поглощения. Теоретически распределение температуры по поперечным координатам находится с помощью уравнения теплопроводности [9], но фактически из-за

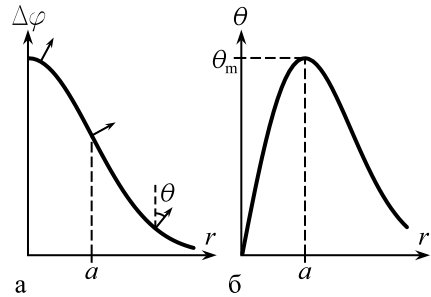


Рис. 3.7

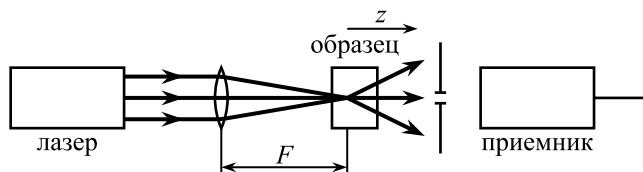


Рис. 3.8

разнообразия экспериментальных условий при исследовании самодефокусировки коэффициент нелинейности определяется экспериментально с помощью так называемого **метода z-сканирования** [10], рис. 3.8.

Сущность метода заключается в следующем: на дефокусирующий образец посылается лазерный пучок, сфокусированный линзой с фокусным расстоянием F . Проходя через образец, световой пучок рассеивается, и часть рассеянного пучка через диафрагму с небольшим отверстием посылается на приемник излучения. Образец перемещается относительно фокуса вдоль оси пучка. Если образец находится с левой стороны от фокуса, то самодефокусированный пучок будет сжиматься, и интенсивность света, прошедшего через диафрагму, — увеличиваться. Напротив, при положении образца справа от фокуса пучок, прошедший через образец, испытывает расхождение, и интенсивность света, прошедшего через отверстие в диафрагме, падает.

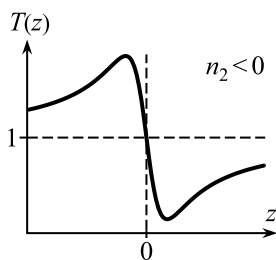


Рис. 3.9

Таким образом, зависимость пропускания $T(z)$, нормированного на пропускание без образца, при $n_2 < 0$ имеет вид, представленный на рис. 3.9. Здесь z — положение образца относительно линзы, $z = 0$ — координата, при которой фокус расположен в центре образца. По зависимости $T(z)$ можно определить знак и величину n_2 при известных параметрах установки и лазерного пучка. При $n_2 > 0$ и $z < 0$ в зависимости $T(z)$ возникает минимум, а при $z > 0$ — максимум, что свидетельствует о самофокусировке. Подробности о z-сканировании — в работах [10, 11].

При исследовании самофокусировки следует различать приближение тонкой нелинейной линзы ($F_{\text{нел}} > \ell$) и толстой линзы ($F_{\text{нел}} < \ell$). В случае тонкой линзы анализ распространения света на выходе нелинейной среды проводится так же, как и при изучении самодефокусировки, и на экране, поставленном на расстоянии $R > F_{\text{нел}}$ также наблюда-

ется яркое кольцо, диаметр которого пропорционален n_2 и I_0 . Внутри кольца также наблюдаются интерференционные кольца, число которых определяется отношением

$$N \approx \frac{\Delta\varphi_{\max}(r)}{2\pi}. \quad (3.41)$$

Самофокусировка качественно отличается от самодефокусировки в случае толстой нелинейной линзы ($F_{\text{нел}} \ll \ell$). Пусть пучок радиуса a падает на нелинейную среду с $n_2 > 0$. В этом случае, как следует из вида волнового фронта, парциальные лучи сходятся к оси пучка, что приводит к сжатию пучка при его распространении вдоль оси z , увеличению интенсивности на оси пучка и увеличению крутизны волнового фронта. В итоге световой пучок должен сфокусироваться в точку на его оси (рис. 3.10).

Оценим длину фокуса при самофокусировке в приближении геометрической оптики. Используем тот факт, что лучи на входе в нелинейную среду достигают фокуса одновременно. Другими словами, оптический путь, проходимый лучами от входа до фокуса, одинаков. Длина оптического пути вдоль оси равна $nF = (n_0 + n_2 I_0)F$, а на периферии лазерного пучка она равна $n_0 \sqrt{F^2 + a^2}$ (здесь мы пренебрегли зависимостью $I_0(z)$). Приравнявая эти пути и используя неравенство $F \gg a$, находим

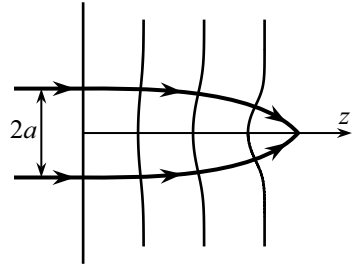


Рис. 3.10

$$F = a \sqrt{\frac{n_0}{2n_2 I_0}}. \quad (3.42)$$

Из этой формулы следует зависимость F от нелинейного коэффициента n_2 и интенсивности на оси пучка I_0 .

Формула (3.42) пригодна для грубой оценки F и не учитывает порогового характера самофокусировки из-за расхождения лазерного пучка за счет дифракции. Оценим $I_{0,\text{пор}}$, используя следующую простую схему. Пусть лазерный пучок с круговым профилем и прямоугольным распределением интенсивности по поперечным координатам ($I = I_0$ при $|r| \leq a$, $I = 0$ при $|r| > a$) входит в нелинейную среду (рис. 3.11).

Пучок будет испытывать расхождение за счет дифракции. Угол расхождения

$$\theta_d = \frac{0,61\lambda}{n_0 a}. \quad (3.43)$$

Расходящиеся лучи, падающие на границу раздела с показателями преломления $n = n_0 + n_2 I_0$ и $n = n_0$, испытывают на границе либо преломление, либо полное внутреннее отражение в зависимости от соотношения между θ_d и предельным углом полного внутреннего отражения θ_c , где

$$\cos \theta_c = \frac{n_0}{n_0 + n_2 I_0} \quad (3.44)$$

при отсчете угла θ_c от оси пучка. При малой величине θ_c приближенно $\theta_c = \sqrt{2n_2 I_0 / n_0}$. Если $\theta_d > \theta_c$, то пучок расходится и самофокусировка отсутствует, но при $\theta_d < \theta_c$ большая часть лучей будет сходиться к оси пучка, что способствует самофокусировке. Таким образом, равенство $\theta_d = \theta_c$ определяет пороговую интенсивность

$$I_{0,\text{пор}} = \frac{0,61^2 \lambda^2}{2a^2 n_2 n_0}. \quad (3.45)$$

Из (3.45) следует, что $I_{0,\text{пор}}$ обратно пропорциональна n_2 и квадрату радиуса пучка. С учетом $I_{0,\text{пор}}$ длина фокуса при самофокусировке

$$F = \frac{0,261 k_0 a^2}{\sqrt{I_0 / I_{0,\text{пор}}} - 1}. \quad (3.46)$$

При $I \rightarrow I_{0,\text{пор}}$ получаем $F \rightarrow \infty$, т. е. форма пучка не меняется. Этот возможный эффект назван **самоканалированием**.

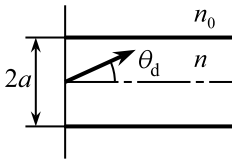


Рис. 3.11

Более точное значение длины фокуса находится путем решения нелинейного уравнения с учетом формы лазерного пучка

$$\Delta_{\perp} A - 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{n_0^2 \omega^2}{4\pi c} n_2 |A|^2 A. \quad (3.47)$$

При гауссовом распределении интенсивности лазерного пучка решение уравнения (3.47) приводит к следующей формуле для длины фокуса [12]:

$$F = \frac{0,369 k a^2}{\sqrt{P / P_{\text{пор}}} - 0,858}, \quad (3.48)$$

где $P = \pi a^2 I$ — мощность лазерного пучка, $P_{\text{пор}} = (1,22)^2 \pi \lambda^2 / 32 n_0 n_2$ — пороговая мощность.

Явление самофокусировки было предсказано в 1962 г. московским физиком Г.А. Аскарьяном [13], а затем изучалось экспериментально в стеклах и жидкостях. Наиболее интересный результат этих исследований — обнаружение тонких, диаметром около десятка микрометров, светящихся нитей при распространении светового пучка после фокусировки. Этот эффект был назван самоканалированием лазерного пучка. Наиболее подробное измерение диаметров нитей при самофокусировке было проведено в жидком сероуглероде CS_2 в работе [14]. Предполагалось, что возникновение нитей связано с волноводным распространением пучка внутри нити, показатель преломления которой $n > n_0$.

Однако позже В.М. Луговым и А.М. Прохоровым было выдвинуто другое предположение о происхождении нитей [15]. Так как эксперименты в жидкостях с $P_{\text{пор}} \approx 10$ кВт проводились с помощью мощных лазеров импульсного действия, при анализе самофокусировки учитывалась зависимость $I_0(t)$. При вхождении импульса нелинейная среда в начальный момент времени взаимодействует с его передним фронтом, где $I_0(t)$ мала. По мере проникновения импульса в среду величина $I_0(t)$ достигает порогового значения и при $I_0(t) > I_{0,\text{пор}}$ возникает фокус, длина которого уменьшается со временем до некоторого значения F_{min} и затем вновь растет. Таким образом, возникающие нити — это **движущиеся фокусы**. В [15] была построена теория движущихся фокусов с учетом зависимости $A(z, t)$. В основу расчетов $F(t)$ было положено нелинейное уравнение [16], в котором учитывалась зависимость A от t :

$$\Delta_{\perp} A - 2ik \left(\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{v_{\text{гр}}} \frac{\partial A}{\partial t} \right) = \frac{n_0^2 \omega^2}{4\pi c} n_2 |A|^2 A, \quad (3.49)$$

где $v_{\text{гр}}$ — групповая скорость импульса. Групповая скорость связана с фазовой скоростью $v_{\text{ф}} = c/n$ соотношением [17]

$$\frac{1}{v_{\text{гр}}} = \frac{1}{v_{\text{ф}}} + \frac{\omega}{c} \frac{dn}{d\omega}. \quad (3.50)$$

Из (3.50) видно, что групповая скорость отлична от фазовой в диспергирующих средах.

Теория движущихся фокусов ставит под сомнение возможность самоканалирования лазерного пучка в Керровских средах. Действительно, это состояние пучка при $n = n_0 + n_2 I$ представляется неустойчивым:

при небольшом отклонении I от $I_{\text{пор}}$ возникает либо расхождение лазерного пучка, либо его самофокусировка.

Более подробно возможность самоканалирования лазерных пучков исследовалась в теории оптических солитонов [18]. Экспериментально возможность самоканалирования может быть проверена при использовании лазерных пучков непрерывного действия.

3.8. Оптические солитоны

Под солитоном подразумевается локализованное в пространстве и во времени возмущение, не меняющее в среднем свою форму и амплитуду при распространении в однородной нелинейной среде. Название происходит от англ. слова «Solitary» — уединенный.

Солитоны характеризуются следующими свойствами. При распространении они сохраняют энергию, импульс и момент импульса. Одинаковые солитоны после своего столкновения сохраняют свою структуру (как упругие шары). Форма солитона определяется двумя конкурирующими процессами: линейным, приводящим к расплыванию солитона, и нелинейным, приводящим к его сжатию.

Понятие солитона появилось задолго до возникновения нелинейной оптики. Солитоны наблюдались в жидкостях, плазме, твердых телах. Первое наблюдение солитона на поверхности воды было сделано еще в 1834 г. английским капитаном Расселом в канале, соединенном с морем. Он обнаружил на поверхности спокойной воды в канале необычный вал, перемещающийся по поверхности с небольшой скоростью и не меняющий свою форму. Ему удалось проследить за этим валом на протяжении километра, пока этот вал не разрушился при столкновении со стенкой канала.

Теория солитонов появилась позже, когда поняли, что солитоны образуются в результате нелинейных процессов. Если на поверхности воды случайно образуется солитон, то в линейной среде его можно рассматривать как волновой пакет, групповая скорость которого зависит от частоты. Как следствие, такой пакет будет расплываться из-за дисперсии среды. Однако возможен конкурирующий процесс — ангармонические колебания волн, образующих пакет. Если ангармонизм приводит к сжатию пакета, то образуется солитон. Характеристики солитонов могут быть рассчитаны с помощью нелинейных дифференциальных уравнений, методика решений которых разработана в XX столетии [17].

Оптические солитоны были обнаружены и исследованы только к концу XX столетия, по мере развития нелинейной оптики и техники лазеров. Различают два вида солитонов: **пространственные солитоны**, формирование которых происходит при конкуренции дифракционного расхождения узкого лазерного пучка и самофокусировки, и **временные солитоны**, формирующиеся при конкуренции между расплыванием импульса света за счет дисперсии групповой скорости и его сжатием из-за нелинейного эффекта самомодуляции.

Остановимся на пространственных солитонах в нелинейных средах с самофокусировкой [18, 19]. Если среда ведет себя как линейная (при $I < I_{\text{пор}}$), то в этой среде возникнет дифракция, и пучок будет расходиться. При точном балансе между дифракцией и самофокусировкой возможно формирование солитона ($\theta_d = \theta_{\text{пред}}$), см. рис. 3.12. Ранее этот эффект назывался автоколлимацией или самоканалированием пучка [20]. Однако, как показал анализ решений нелинейного уравнения (3.49) в Керровских средах, состояние, при котором $\theta_d = \theta_c$, неустойчиво, и происходит катастрофический коллапс: возникает либо дифракционное расхождение пучка, либо самофокусировка. Было обнаружено, однако, что кроме Керровских сред с $n = n_0 + n_2 I$ существуют нелинейные среды, в которых показатель преломления достигает насыщения с ростом I . К таким средам принадлежат фоторефрактивные и жидкие кристаллы, газы и др.

Рассмотрим эффект насыщения на примере газа, состоящего из одинаковых двухуровневых атомов, рис. 3.13.

Если на такой газ падает излучение с частотой ω и выполняется закон сохранения энергии $\hbar\omega = E_2 - E_1$, то атомы будут переходить на верхний уровень и населенность N_1 нижнего уровня будет падать. Если газ находится в кювете толщиной d , то при малых интенсивностях I_0 выполняется закон Бугера

$$I(d) = I_0 e^{-\alpha d}, \quad (3.51)$$

где α — коэффициент поглощения, при малых I_0 являющийся констан-



Рис. 3.12

той $\alpha = \sigma_1 N_1(0)$, где σ_1 — эффективный поперечник поглощения.

Но при падении N_1 с ростом I_0 коэффициент поглощения должен падать. На этот факт обратил внимание Н.И. Вавилов (1924 г.). Уменьшение населенности N_1 влечет за собой увеличение населенности верхнего уровня N_2 и излучение атомов в результате обратных переходов.

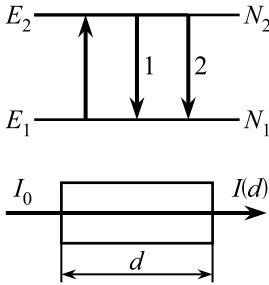


Рис. 3.13

Различают вынужденное и спонтанное излучение. Вынужденное излучение возникает под действием падающего пучка, направлено в ту же сторону, что и пучок, и приводит к усилению пучка пропорционально N_2 . Спонтанное излучение распространяется по всем направлениям. Поэтому пучок, проникающий внутрь газа, будет иметь коэффициент поглощения $\alpha = \sigma_1 N_1 - \sigma_2 N_2$ (σ_2 — эффективный поперечник вынужденного излучения). Полагая $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, имеем $\alpha = \sigma(N_1 - N_2)$, и рост I приводит к $N_2 \rightarrow N_1$ и $\alpha \rightarrow 0$. При стационарном режиме N_2 не превосходит N_1 , так что достигается насыщение. Зависимость $\alpha(I)$ может быть представлена в виде

$$\alpha(\omega, I) = \frac{\alpha(\omega, 0)}{1 + I/I_S}, \quad (3.52)$$

где I_S — интенсивность насыщения, зависящая от коэффициентов спонтанного и вынужденного излучения. Вывод формулы (3.52) будет проведен в главе 5. При $I \ll I_S$ имеем $\alpha(\omega, I) \approx \alpha(\omega, 0)$, но при $I \gg I_S$ будет $\alpha(\omega, I) = \alpha(\omega, 0)I_S/I$, и закон Бугера нарушается.

Спектр поглощения при заданном оптическом переходе в газах с частотой ω_0 имеет полуширину γ . Механизмы уширения атомных линий различны [21]: существуют **однородное уширение**, вызванное главным образом столкновениями атомов, и **неоднородное (доплеровское) уширение**. Если для простоты анализа пренебречь неоднородным уширением, то зависимость $\alpha(\omega, I)$ имеет вид (см. (3.13) на стр. 57):

$$\alpha(\omega, I) = \frac{\alpha(\omega_0, I)\gamma^2\omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \quad (3.53)$$

где $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$. Из (3.53) следует, что при облучении атомного газа пучком с $I \gg I_S$ и $\omega \approx \omega_0$ полоса поглощения будет гаснуть (рис. 3.14а, кривая «1» — при $I \ll I_S$, «2» — при $I > I_S$). Дисперсия

$\alpha(\omega)$ влечет за собой дисперсию показателя преломления. Взаимосвязь n и α (см. формулу (3.13)) определяет зависимость $n(I, \omega)$ при эффекте насыщения:

$$n^2(\omega, I) = n_0^2 + \frac{b(I)\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \quad (3.54)$$

где n_0 — показатель преломления за счет высокочастотных переходов, не зависящий от I , безразмерный коэффициент $b(I)$ равен

$$b(I) = \frac{cn_0\gamma}{2\omega_0^2}\alpha(\omega_0, I) \quad (3.55)$$

и, как следует из формулы (3.52),

$$b(I) = \frac{b(0)}{1 + I/I_S}, \quad (3.56)$$

где $b(0) \propto \alpha(\omega_0, 0)$.

Дисперсия $n(\omega)$ имеет максимум при $\omega = \omega_0 - \gamma/2$ и минимум при $\omega = \omega_0 + \gamma/2$. Так как $b(I)$ уменьшается с ростом I , зависимость $n(\omega)$ выполаживается, и при $I \rightarrow \infty$ показатель преломления $n(\omega) \rightarrow n_0$. То есть в максимуме $n(\omega)$ понижается, а в минимуме растет (см. рис. 3.14б).

Эксперимент по наблюдению нелинейных эффектов в районе линии поглощения атомов был проделан в 1974 г. Эшкиным и Бьорнхольмом [22]. Они использовали пары Na и облучали газ непрерывным лазерным пучком с перестраиваемой частотой ω в районе резонансного перехода $^2S_{1/2} - ^2P_{3/2}$ ($\lambda_0 = 5890 \text{ \AA}$). Перестройка частоты достигалась с помощью лазера на красителе. Было обнаружено, что при $\omega \lesssim \omega_0$ облучение привело к самодефокусировке пучка, в соответствии с уменьшением $n(I)$, а при $\omega \gtrsim \omega_0$ — к самофокусировке. Но при $\omega = \omega_0$ диаметр лазерного пучка на выходе кюветы не изменялся, хотя его интенсивность падала.

Таким образом, это первый эксперимент по наблюдению самоканалирования, т. е. пространственного солитона.

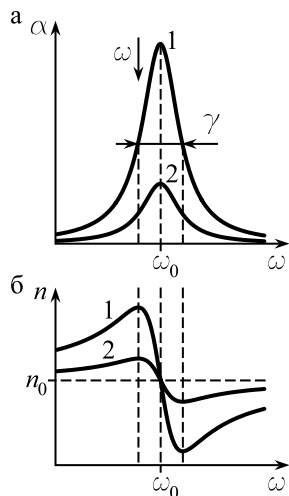


Рис. 3.14

Возникновение самодефокусировки (самофокусировки) при $\omega < \omega_0$ ($\omega > \omega_0$) полностью согласуется с выводами из формул (3.54–3.56), основанных на эффекте насыщения. Однако солитон, обнаруженный в [22], испытывает затухание.

Интерес к пространственным оптическим солитонам возрос в 1990-ых годах в связи с развитием методов решения различных нелинейных уравнений и техники эксперимента. В результате обнаружены различные типы солитонов [18, 19] не только в области резонанса, как в [22], но и в области прозрачности сред.

Пространственные солитоны можно разделить на одномерные — $(1+1)D$ и двумерные — $(2+1)D$. В одномерных предполагается зависимость амплитуды $A(I)$ от одной поперечной координаты, в двумерных — от двух поперечных координат (второе слагаемое в обозначениях определяет направление распространения солитона вдоль оси z).

Примером нелинейного уравнения для Керровских сред может служить уравнение типа (3.47) на стр. 70, часто называемое **нелинейным уравнением Шредингера**. В книге [18] это уравнение приводится в безразмерных координатах и величинах. Для прозрачных изотропных сред уравнение Шредингера сводится к виду

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + i \frac{\partial u}{\partial z} \pm |u|^2 u = 0, \quad (3.57)$$

где безразмерные координаты x, y, z связаны с декартовыми x', y', z' как $x = x'/w_0$, $y = y'/w_0$, $z = z'/L_d$; w_0 — ширина перетяжки входного пучка, $L_d = k_0 n_0 w_0^2$ — так называемая длина дифракции. Безразмерная амплитуда

$$u = A \sqrt{k_0 |n_2| L_d}. \quad (3.58)$$

Знаки «+» и «−» в (3.57) соответствуют $n_2 > 0$ и $n_2 < 0$.

В Керровских средах, как показывает анализ (3.57), двумерные солитоны неустойчивы. Устойчивые одномерные солитоны реализуются в планарных волноводах, в которых n_0 выше показателей преломления окружающих сред. Планарный волновод препятствует дифракционному расширению пучка вдоль нормали к границам волновода (ось y), и уравнение (3.57) для самофокусирующих сред имеет вид

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + i \frac{\partial u}{\partial z} + |u|^2 u = 0. \quad (3.59)$$

Следуя [18], представим решение (3.59) в виде

$$u(x, z) = V(x)e^{i\varphi(z)}. \quad (3.60)$$

Предполагается, что волновой фронт солитона сохраняет свою форму при его распространении в среде и равен плоскому фронту на его входе, т. е. $\varphi(z) = Kz$. Уравнение (3.59) сводится к следующему:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 2KV - 2V^3. \quad (3.61)$$

После умножения на $2\frac{\partial V}{\partial x}$ и интегрирования имеем

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 = 2KV^2 - V^4 + C, \quad (3.62)$$

где C — постоянная интегрирования. При $x \rightarrow \infty$ во всех случаях $V(x) \rightarrow 0$ и $\frac{dV}{dx} \rightarrow 0$, т. е. $C = 0$. Производная $\frac{dV}{dx}$ также равна 0 при $V_0^2 = 2K$, что соответствует максимуму $V(x)$. Для симметричного волновода $V_0 \equiv V(0)$.

Уравнение (3.62) легко интегрируется, если ввести новую переменную $w = V_0/V$. При этом

$$\frac{dw}{dx} = -V_0\sqrt{w^2 - 1}, \quad (3.63)$$

где $w \geq 1$. При нижнем пределе интеграла $w = 1$ при $x = 0$ имеем $\text{Arch } w = -V_0x$, откуда

$$V(x) = V_0 \text{sch}(V_0x). \quad (3.64)$$

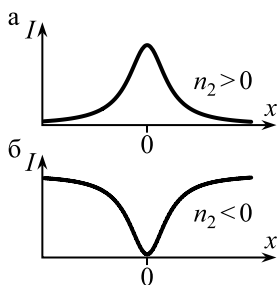


Рис. 3.15

Если перейти от безразмерных величин и координат к физическим величинам и декартовым координатам, то **амплитуда одномерного солитона**

$$A(x) = A(0, 0) \text{sch}\left(\frac{V_0x}{w_0}\right) \exp\left(i\frac{V_0^2z}{2L_d}\right), \quad (3.65)$$

где $A(0, 0)$ — максимум амплитуды солитона, $V_0 = A(0, 0)\sqrt{k_0n_2L_d}$. Из (3.65) видно, что формирование солитона зависит от коэффициента n_2 (при $n_2 = 0$ имеем $\text{sch } x = 1$) и от амплитуды лазерного пучка на входе

в волновод. Чем больше n_2 и $A(0,0)$, тем уже солитон и больше его амплитуда.

Первый эксперимент по наблюдению $(1+1)D$ солитона в Керровской среде был выполнен на волноводе из жидкого CS_2 , зажатого между двумя стеклами [23]; в 1990-ых годах одномерные солитоны были обнаружены в различных средах.

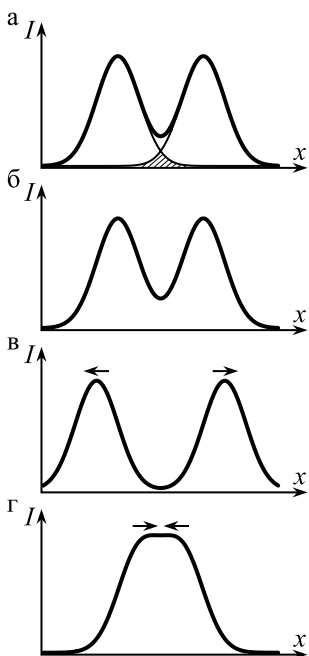


Рис. 3.16

Впоследствии были обнаружены разнообразные солитоны. Отметим некоторые из них.

В дефокусирующей среде были теоретически предсказаны, а затем обнаружены так называемые **темновые («dark»)** солитоны. В отличие от **светлого («bright»)** солитона, см. рис. 3.15а, темновой солитон — это провал в интенсивности на фоне яркого и сравнительно широкого лазерного пучка (рис. 3.15б). Форма этого провала сохраняется по мере распространения лазерного пучка в нелинейной среде [19].

Если в нелинейной среде распространяется несколько солитонов, то при столкновении они ведут себя как частицы. Взаимодействие солитонов при столкновении различно. Наиболее просто взаимодействие солитонов рассматривается в одномерной $(1+1)D$ среде, так как в этом случае взаимодействие происходит в одной плоскости. Первые эксперименты были проделаны на волноводе,

сформированном в стекле ионно-обменной реакцией $\text{Na} \rightarrow \text{K}$ [24].

С помощью специального устройства на волновод вдоль оси z посылали два узких лазерных пучка от импульсных лазеров (длительность импульса 0,1 пс) с заданным интервалом по поперечной координате x и с переменным по фазе сдвигом $\Delta\varphi(z)$. С помощью линий задержки сдвиг по фазе изменялся в пределах $0 \leq \Delta\varphi \leq \pi$. Были использованы входные пучки шириной около 22 мкм с интервалом между пучками около 45 мкм.

Результаты измерения выходных пучков (рис. 3.16) показывают, что при слабом перекрытии входных пучков (рис. 3.16а) и не пере-

крывающихся по времени лазерных пучков солитоны на выходе сохраняются (рис. 3.16б). Однако при $\Delta\varphi \approx \pi$ солитоны расталкиваются (рис. 3.16в), а при $\Delta\varphi \approx 0$ они притягиваются и сливаются в один (рис. 3.16г). Последние два факта объясняются деструктивной (конструктивной) интерференцией между солитонами. При конструктивной интерференции показатель преломления среды между солитонами повышается, что приводит к их сближению и слиянию в один солитон.

3.9. Самомодуляция и компрессия лазерных импульсов

Эффект самомодуляции возникает при прохождении через нелинейную среду с кубической поляризацией кратковременного лазерного импульса. Предположим, что лазерный импульс имеет плоский волновой фронт, несущую частоту ω и амплитуду, не зависящую от поперечных координат.

Пусть огибающая лазерного импульса в системе координат, связанной с ним, имеет форму

$$I = I_0 e^{-t^2/2\tau^2}, \quad (3.66)$$

где величина τ связана с длительностью импульса γ : $\gamma = 2\sqrt{2 \ln 2} \tau$. Так как в нелинейной среде $n = n_0 + n_2 I(t)$, временная часть фазы электромагнитной волны при распространении вдоль оси z становится нелинейной:

$$\varphi(z, t) = \omega t - \frac{\omega}{c} n_2 I_0 e^{-t^2/2\tau^2} \cdot z. \quad (3.67)$$

По определению, частота импульса $\omega' = \frac{\partial \varphi}{\partial t}$. Отсюда следует модуляция частоты в пределах импульса с несущей частотой ω :

$$\omega' = \omega + \frac{\omega n_2 I_0 t z}{c \tau^2} e^{-t^2/2\tau^2}. \quad (3.68)$$

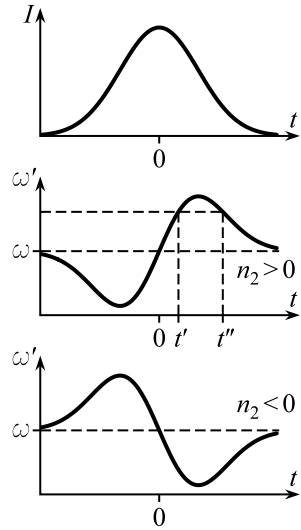


Рис. 3.17

Видно, что в заданной точке $z = \ell$ частота зависит от времени (рис. 3.17). В самофокусирующей среде ($n_2 > 0$) на переднем фронте импульса ($t < 0$) $\omega' < \omega$, на заднем фронте $\omega' > \omega$. В дефокуси-

рующей среде — противоположная модуляция частоты. Экстремумы ω имеют место при $t_{1,2} = \pm\tau$, и разброс частот равен

$$\Delta\omega = \omega_{\max} - \omega_{\min} = \frac{2\omega|n_2|I_0\ell}{c\tau}e^{-1/2}. \quad (3.69)$$

Из (3.69) следует, что $\Delta\omega \propto |n_2|I_0\ell/\tau$. Самомодуляция является пороговым эффектом. Как следует из соотношения неопределенностей, разброс по частоте лазерного импульса в нелинейной среде $\delta\omega \approx 2\pi/\tau$. Определяя **пороговую интенсивность** $I_{0,\text{пор}}$ равенством $\delta\omega = \Delta\omega$, имеем

$$I_{0,\text{пор}} = \frac{\lambda}{2|n_2|\ell}\sqrt{e}. \quad (3.70)$$

Видно, что $I_{0,\text{пор}}$ не зависит от длительности импульса, но тем меньше, чем больше коэффициент n_2 .

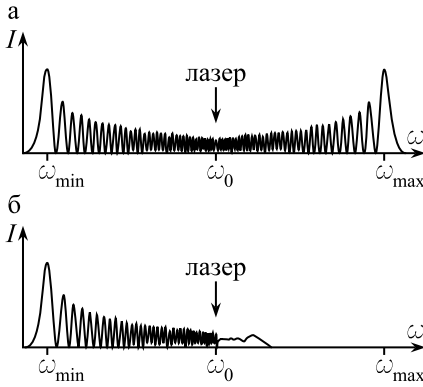


Рис. 3.18

Эксперименты, проведенные с мощными пикосекундными импульсами с $I \gg I_{0,\text{пор}}$ в Керровских средах [1], демонстрируют значительное размытие частоты вплоть до появления белого света. В спектре излучения наблюдаются интерференционные полосы (рис. 3.18). Появление этих полос становится понятным, если учесть, что при заданной частоте ω' между двумя парциальными волнами, соответствующими временам t'' и t' (рис. 3.17), возникает

запаздывание по фазе $\Delta\varphi = \varphi(t'') - \varphi(t')$. Конструктивная интерференция будет иметь место при $\Delta\varphi = 2m\pi$, а число полос определяется отношением $\Delta\varphi_{\text{нел}}/2\pi$.

Обычно наблюдаемая интерференционная картина асимметрична (рис. 3.18б), что указывает на асимметрию реальных лазерных импульсов, если нелинейная среда обладает мгновенным откликом на действие импульса. При конечном времени отклика $\tau_{\text{rel}} \gtrsim \tau$ возникает запаздывание фазы по отношению к $I(t)$, даже при симметричной форме импульса (рис. 3.19). В этом случае в Керровских средах спектр становится асимметричным, вытянутым по частоте в стоксовой области, с

большим числом интерференционных полос, и с малым числом полос в антистоксовой области (рис. 3.18б).

Эффект самомодуляции приводит к **компрессии (сжатию) или декомпрессии импульса**. Лазерный импульс перемещается с групповой скоростью $v_{\text{гр}}$:

$$v_{\text{гр}} = c \left[n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega} \right]^{-1}. \quad (3.71)$$

Из (3.71) видно, что групповая скорость отличается от фазовой из-за дисперсии $n(\omega)$.

Так как при самомодуляции возникает сильный разброс ω , групповая скорость на переднем и заднем фронтах может быть различной. На основании (3.71) производная

$$\frac{dv_{\text{гр}}}{d\omega} = -\frac{v_{\text{гр}}^2}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \frac{d^2n}{d\omega^2} \right). \quad (3.72)$$

Отсюда видно, что в области нормальной дисперсии ($\frac{dn}{d\omega} > 0$, $\frac{d^2n}{d\omega^2} > 0$) $\frac{dv_{\text{гр}}}{d\omega} < 0$, а на участке аномальной дисперсии $\frac{dv_{\text{гр}}}{d\omega} > 0$.

Зависимость $v_{\text{гр}}(\omega)$ приводит в обычной линейной оптике к уширению лазерного импульса по мере его распространения [25]. Этот эффект является нежелательным при передаче информации с помощью кратковременных импульсов по волоконным линиям. При самомодуляции возникает дополнительное изменение формы импульса из-за модуляции частоты. Разложим $v_{\text{гр}}(\omega)$ в ряд по малому параметру $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, где ω_0 — несущая частота:

$$v_{\text{гр}}(\omega) = v_{\text{гр}}(\omega_0) + \frac{dv_{\text{гр}}}{d\omega}(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2v_{\text{гр}}}{d\omega^2}(\omega_0)(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (3.73)$$

Как следует из формул (3.68), (3.72) и рис. 3.17, при $n_2 > 0$, $\omega < \omega_0$ и $\frac{dv_{\text{гр}}}{d\omega}(\omega_0) < 0$ на переднем фронте импульса $v_{\text{гр}}(\omega) > v_{\text{гр}}(\omega_0)$, на заднем фронте $v_{\text{гр}}(\omega) < v_{\text{гр}}(\omega_0)$. Другими словами, из-за больших скоростей на переднем фронте и меньших на заднем фронте самомодуляция приводит к декомпрессии импульса.

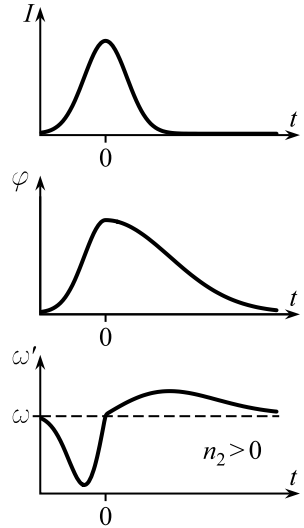


Рис. 3.19

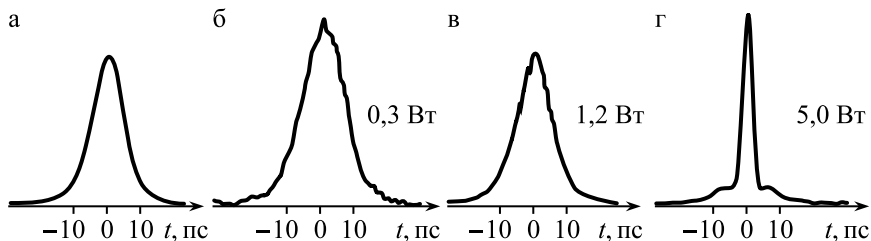


Рис. 3.20

Напротив, при $n_2 > 0$ и $\frac{dv_{\text{гр}}}{d\omega}(\omega_0) > 0$ световой импульс при прохождении через нелинейную среду сжимается. Противоположный результат относительно компрессии и декомпрессии импульсов возникает в дефокусирующих средах ($n_2 < 0$).

Если $n_2 > 0$ и $\frac{dv_{\text{гр}}}{d\omega}(\omega_0) > 0$, эффекты дисперсионного размытия импульса и компрессии за счет самомодуляции могут быть скомпенсированы, что приводит к образованию временного солитона.

Одномерные временные солитоны были обнаружены в работе [26] при распространении пикосекундных импульсов ($\tau \approx 5$ пс) в кварцевом волокне. Для эксперимента был использован лазер на центрах окраски с $\lambda = 1,50$ мкм. Пикосекундные импульсы создавались путем синхронизации мод. Использование волокна связано с тем, что возбуждаемые в нем моды ограничены в поперечном направлении за счет полного внутреннего отражения на стенках круглого волновода. Это сводит теоретический анализ временного солитона к рассмотрению одномерного уравнения Шредингера, по структуре сходного с уравнением для пространственного солитона [18].

Использование кварца в качестве материала для волокна вызвано тем, что при $\lambda \leq 1,3$ мкм производная $\frac{dv_{\text{гр}}}{d\omega}$ меняет свой знак с отрицательного на положительный, т. е. возникают условия для компрессии импульса и формирования солитона. Эксперимент подтвердил это предположение.

Результаты эксперимента представлены на рис. 3.20, из которого видно, что при малой мощности входной импульс (рис. 3.20а) расплывается из-за дисперсии (рис. 3.20б), при большей мощности (1,2 Вт) форма импульса в волокне длиной около 700 м сохраняется (солитон, рис. 3.20в), но при 5 Вт возникает сокращение импульса за счет самомодуляции (рис. 3.20г).

Более подробно теоретический анализ временных солитонов представлен в [18]. Формирование временных солитонов имеет большое практическое значение для увеличения скорости передачи информации по волоконным линиям.

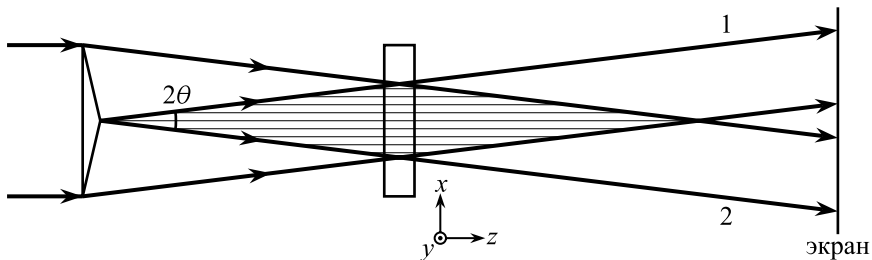
3.10. Самодифракция и динамическая голография

Самодифракция — это один из первых эффектов самовоздействия, обнаруженных в нелинейных средах с кубической поляризацией [27]. Для обнаружения этого эффекта на нелинейную среду следует послать два лазерных пучка с волновыми векторами, составляющими некоторый угол 2θ . Направления лазерных пучков создаются с помощью различных расщепителей одного пучка (бипризмы, билинзы и др.).

Пусть на раздвоитель лазерного пучка падает достаточно широкий лазерный пучок (рис. 3.21). Ширину пучка можно задать с помощью двух линз с различными фокусными расстояниями. При пересечении пучков формируется интерференционная картина. Если на интерференционный участок поместить прозрачный образец, то интенсивность интерференционного поля в нем определяется формулой

$$I = I_{0_1} + I_{0_2} + 2\sqrt{I_{0_1}I_{0_2}} \cos 2k_x x, \quad (3.74)$$

где $k_x = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \sin \theta$, n_0 — показатель преломления образца. Интерференционные максимумы расположены в плоскостях $x_m = \text{const}$, и интервал



между ними

$$d = \frac{\lambda}{2n_0 \sin \theta} = x_{\min} - x_m. \quad (3.75)$$

На экране, помещенном за областью интерференции, будут наблюдаться два пятна от двух непересекающихся пучков. Пусть образец обладает Керровской нелинейностью ($n = n_0 + n_2 I$). В этом случае в образце возникает модуляция показателя преломления с периодом, повторяющим период интерференции

$$n = n_0 + n_2(I_{01} + I_{02}) + 2n_2 \sqrt{I_{01} I_{02}} \cos 2k_x x. \quad (3.76)$$

Достаточно тонкий образец, толщиной $\ell < d^2/\lambda$, будет вести себя как плоская фазовая дифракционная решетка, и при дифракции Фраунгофера на экране появляются дифракционные максимумы, угловое положение которых θ_m определяется условием

$$n_0 d(\sin \theta_m \mp \sin \theta) = m\lambda. \quad (3.77)$$

Подставляя (3.75) в (3.77), имеем

$$\sin \theta_m = (2m \mp 1) \sin \theta. \quad (3.78)$$

Здесь $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ — порядки главных максимумов, знак «+» соответствует дифракции первого пучка, падающего на фазовую пластинку, «−» принадлежит второму пучку.

	1	2
•	+2	+3
●	+1	+2
●	0	+1
●	−1	0
●	−2	−1
•	−3	−2

Рис. 3.22

На экране в результате самодифракции появляются пятна от главных максимумов, соответствующих порядкам m для первого и второго пучка (рис. 3.22). Появление главных максимумов приводит к дальнейшему размножению вторичных решеток.

Явление самодифракции проще всего наблюдать в тонких слабопоглощающих пленках сред, используемых для записи голографических решеток. К таким материалам относятся тонкие пленки аморфных халькогенидов некоторых металлов (As_2S_3 , As_2Se_3 и др.), тонкие пленки галогенидов серебра (AgCl , AgBr , AgI), некоторых фотополимеров и др. Для повышения чувствительности некоторых пленок (As_2S_3 , AgCl и др.) в них вводится избыточное серебро. При действии двух пучков, падающих на эти пленки под малыми углами θ , в них записываются голографические решетки. Если

облучение пленок проводится в области слабого поглощения ($n \gg \kappa$, где κ — показатель поглощения), и толщина пленки $d \ll \delta$, где δ — глубина проникновения света в фотослой, то в пленке записывается тонкая фазовая или фазово-амплитудная решетка с периодом, заданным формулой (3.75). Существенной при записи является возможность использования маломощных газовых лазеров непрерывного действия (He—Ne, He—Cd и др.), а также медленное развитие решеток при записи. Это позволяет детально проследить явление самодифракции. Такие эксперименты полезны в учебных целях и могут быть проведены в студенческих лабораториях, содержащих лазеры и вакуумные установки для приготовления образцов.

Обнаружение явления самодифракции вызвало появление нового раздела нелинейной оптики — **динамической голографии** [28, 29]. Как известно, в обычной голографии запись и считывание информации проводится раздельно по времени. При записи интерференционный картины от опорного и предметного пучков на фотопластинках создается скрытое изображение. Для проявления видимого объемного изображения предмета фотослой подвергается соответствующей химической обработке, и изображение восстанавливается с помощью опорного пучка.

Иначе записываются и считываются голограммы при самодифракции. В нелинейных средах голограмма регистрируется в реальном времени, т. е. в процессе облучения среды двумя или несколькими пучками. Те же пучки в процессе записи считывают голограмму. Если действующие пучки в процессе записи изменяют свои характеристики (интенсивность, направление и др.), динамическая голография способна проследить за этими изменениями.

Характер записываемых решеток зависит от выбора регистрирующей нелинейной среды. Если среда обладает достаточным поглощением, то записываются амплитудно-фазовые решетки. В прозрачных (Керровских) средах записываются фазовые решетки. Поглощение существенно влияет на их дифракционную эффективность (см. [30]). Наибольшей дифракционной эффективностью обладают фазовые решетки.

Процесс записи и считывания зависит от соотношения времен τ_i и τ_r , где τ_i — характерное время изменения характеристик падающих пучков, τ_r — время релаксации регистрирующей среды. При $\tau_i \gg \tau_r$ запись и считывание происходят одновременно, т. е. имеет место квазистационарный режим динамической голографии. Напротив, при $\tau_r \gg \tau_i$ запись решеток не следует по времени за интерференционной картиной. При

больших τ_r голограммы записываются при действии стационарных или медленно меняющихся лазерных пучков, поэтому этот случай менее интересен в рамках динамической голографии.

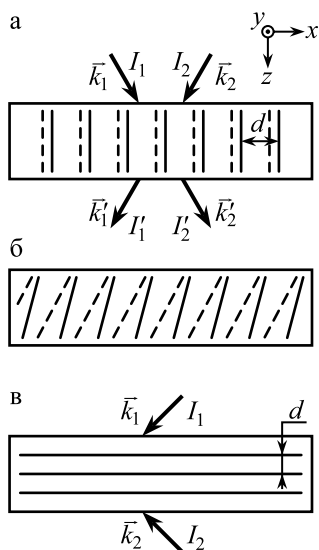


Рис. 3.23. Формирование динамических голограмм в нелинейной среде: а) при $I_1 = I_2$ и $I_1 > I_2$ в начале облучения; б) при нестационарном режиме при $I_1 > I_2$; в) отражательная голограмма. Пунктир — интерференционные полосы, сплошные линии — штрихи решеток

Нестационарный режим достигается при $\tau_r \approx \tau_i$. Величина τ_r зависит от регистрирующих сред. Наименьшими значениями $\tau_r \approx 10^{-12}$ с, как упоминалось, обладают Керровские среды. Большими значениями τ_r обладают вещества, в которых нелинейные превращения связаны с движением атомов или ионов. К ним относятся вещества, используемые для записи и хранения информации.

Запись и считывание динамических голограмм зависят от толщины h используемых образцов и их периода d . В двухпучковой схеме различают тонкие голограммы ($h \ll d^2/\lambda$) и толстые ($h \gg d^2/\lambda$). В толстых голограммах реализуется дифракция Брэгга [31] в отличие от ранее упомянутых тонких решеток, где имеет место дифракция типа Рамана—Ната.

Рассмотрим формирование решеток в случае дифракции Брэгга. При падении на среду двух близко направленных пучков формируется пропускающая голограмма с вектором $\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = 2k_x \vec{i}$, и $\vec{K} = \frac{2\pi}{d} \vec{i}$ (см. рис. 3.23а). Напротив, при падении встречных пучков под небольшим углом (рис. 3.23в) формируется отражательная голограмма с $\vec{K} = 2k_z \vec{k}$. Рассмотрим **пропускающие голограммы**.

Допустим, что на среду падают два пучка с различными интенсивностями ($I_1 > I_2$), но одинаковыми углами $\theta_2 = -\theta_1$ к оси z . В начальный момент времени в среде формируется дифракционная решетка с $\vec{K} = 2k_x \vec{i}$ со штрихами, параллельными z . Пусть на такую решетку падает пучок «1». При дифракции на решетке с вектором \vec{K} возникает дифракция Брэгга, и волновой вектор дифрагированной вол-

ны $\vec{k}'_1 = \vec{k}_1 - \vec{K} = \vec{k}_2$. Отсюда мы приходим к выводу, что слабый пучок «2» усиливается, а пучок «1» ослабевает.

Расчет с помощью уравнений связанных волн предсказывает перекачку энергии между первым и вторым пучком по мере распространения пучков в образце [29]. Пучок «2» при определенной координате z может превзойти по интенсивности пучок «1». В Керровских средах из-за нелинейности при этом $|\vec{k}_2| > |\vec{k}_1|$. Следствием этого является динамический наклон интерференционной картины и наклон вектора решетки относительно оси x (рис. 3.23б), причем волновые вектора интерференционного поля и решетки в нестационарном режиме ($\tau_r \approx \tau_i$) не совпадают по направлению.

Интересным результатом для фазовых решеток является также сдвиг по фазе интерференционной картины и штрихов решеток. Если этот сдвиг $\Delta\varphi = 0, \pi$, то говорят о локальном отклике нелинейной среды на действие пучков. При $\Delta\varphi \neq 0, \pi$ имеет место нелокальный отклик. Наибольшая перекачка энергии между пучками достигается при $\Delta\varphi = \pi/2$. Фазовый сдвиг $\Delta\varphi$ зависит от механизма нелинейности среды и наибольшим образом проявляется в фоторефрактивных кристаллах и в полупроводниках. Более подробно см. главу 7.

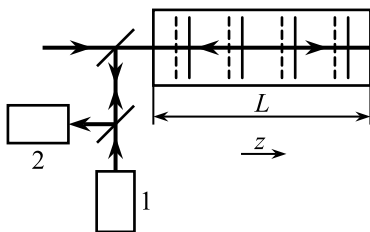


Рис. 3.24

Среди **отражательных голограмм** наибольший интерес представляют решетки, записываемые в нелинейных средах встречными коллинеарными пучками. Рассмотрим достаточно толстую нелинейную среду, толщиной $L \gg d^2/\lambda$, где d — период интерференционной картины. При отражении от задней границы образца ($z = L$) образуется интерференционное поле (рис. 3.24), распределение интенсивности в котором равно

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2k_z z + \varphi_0), \quad (3.79)$$

где I_1 — интенсивность падающего пучка, $I_2 = RI_1$ — интенсивность встречного пучка, R — коэффициент отражения задней границы ($R < 1$), φ_0 — сдвиг по фазе. Начальный период интерференции равен $d = \lambda/2n_0$. Так как среда нелинейна, образуется фазовая решетка с модуляцией n с тем же периодом

$$n = n_0 + n_2(I_1 + I_2) + 2n_2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2k_z z + \Delta\varphi + \varphi_0), \quad (3.80)$$

где $\Delta\varphi$ — фазовый сдвиг максимумов интерференции относительно минимумов $n(z)$.

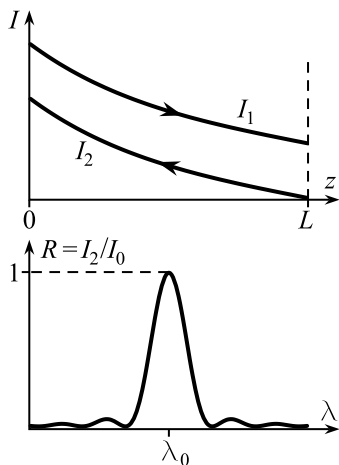


Рис. 3.25

На образующей решетке возникает дифракция Брэгга, подчиняющаяся условию $2d[n_0 + n_2(I_1 + I_2)] = \lambda_0$ и в общем случае приводящая к усилению отраженного пучка и ослаблению падающего пучка — **эффект самоотражения**. В итоге распределение интенсивности двух пучков становится функцией z . Оно схематически показано на рис. 3.25. Эффект самоотражения проверяется экспериментально с помощью пробного пучка, сканируемого по длине волны λ (рис. 3.24). Обнаружено, что отраженный пучок имеет узкий максимум при λ_0 и интенсивность отраженного пучка падает с ростом $|\lambda - \lambda_0|$ (рис. 3.25). В ранних работах предполагалось, что самоотражение наиболее

эффективно при нелокальном отклике ($\Delta\varphi = \pi/2$). Однако более поздние расчеты [32] предсказывают возникновение перекачки интенсивности и при локальном отклике ($\Delta\varphi = 0, \pi$), при этом учитывается нелинейное слагаемое в формуле Брэгга.

Самоотражение имеет практическое значение. Во-первых, при распространении сильных пучков по круглому волноводу оно снижает его пропускание. Во-вторых, его использование позволяет изготавливать узкополосные отражательные фильтры.

3.11. Оптическая бистабильность в нелинейных средах

Это явление наблюдается при падении лазерных пучков на оптическую систему, содержащую нелинейную среду и обеспечивающую обратную связь. Явление заключается в нелинейной зависимости интенсивности I выходящего из системы пучка от интенсивности I_0 входного пучка. В частности, оно проявляется в различной зависимости I от I_0 при возрастании I_0 или ее уменьшении. При этом возникает оптиче-

ский гистерезис; отсюда и название эффекта. Бистабильность изучалась в различных нелинейных средах с разными механизмами оптической нелинейности (см. [33]) и получила практическое применение.

Среди систем, создающих обратную связь (резонатор Фабри—Перо, кольцевой резонатор и др.) мы ограничимся изучением бистабильности в Керровских средах, помещенных в резонатор Фабри—Перо. Если пренебречь поглощением и рассеянием света в зеркалах резонатора и в заполняющей его среде, то пропускание резонатора T в линейной оптике определяется формулой

$$T = \frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\delta_0/2)}, \quad (3.81)$$

где $\delta_0 = \frac{4\pi}{\lambda} \ell n_0$ — разность фаз двух встречных пучков на границе резонатора, ℓ — толщина резонатора, n_0 — показатель преломления среды.

В результате многократного отражения световых пучков от зеркал и их интерференции на выходе резонатора наблюдается интерференционная картина, вид которой зависит от δ_0 и фактора резкости $F = 4R/(1 - R)^2$ (рис. 3.26), определяемого коэффициентом отражения зеркал R . При $F \gg 1$ интерференционная картина, наблюдаемая при сканировании длины волны λ , состоит из узких полос с максимумами при $\delta_0 = 2m\pi$ и их полушириной по частоте $\delta\omega = \Delta\omega \cdot \pi\sqrt{R}/(1 - R)$, где $\Delta\omega = \omega_{m+1} - \omega_m$. Между максимумами расположены широкие минимумы, и пропускание в минимумах $T = (1 + F)^{-1}$. При фиксированном значении δ_0 величина $T = I/I_0$ постоянна и не зависит от I_0 .

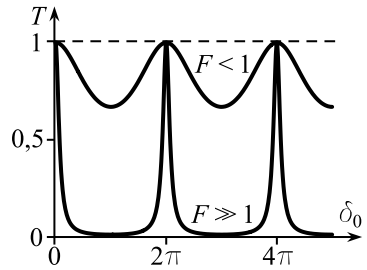


Рис. 3.26

Иначе складывается процесс, если внутрь резонатора поместить нелинейную среду. В этом случае в Керровских средах $n = n_0 + n_2 I'$, где I' — интенсивность света внутри резонатора. Заметим, что распределение интенсивности на выходе резонатора I следует распределению интенсивности I' , т. е. $I' = \kappa I$, где безразмерный коэффициент κ зависит от пропускания зеркал [33]. При этом

$$\delta = \delta_0 + \frac{4\pi}{\lambda} n_2 \ell \kappa I. \quad (3.82)$$

Таким образом, пропускание на выходе интерферометра Фабри—Перо

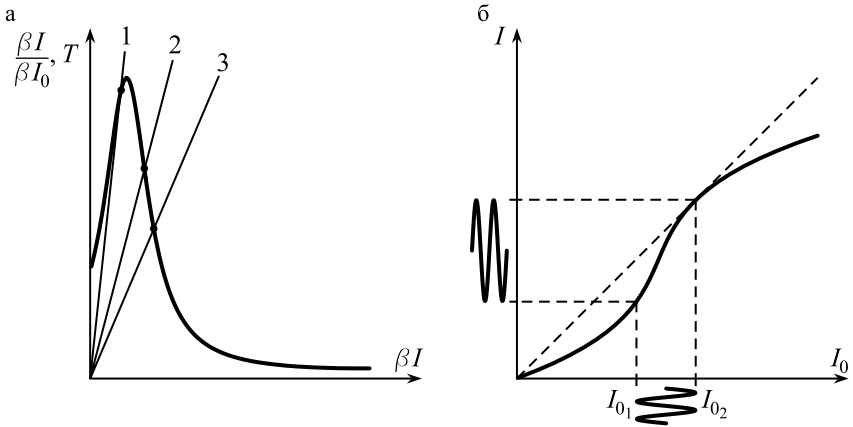


Рис. 3.27. а) Переход от прямой «1» к «2» и «3» соответствует росту I_0 , кривая — $T(I)$. б) Пунктирная прямая — I от I_0 при $\delta = \delta_0$, кривая — I от I_0 при $\delta = \delta(I)$

становится функцией I и I_0 и определяется уравнением

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\frac{\delta_0}{2} + \beta I)}, \quad (3.83)$$

где $\beta = k_0 n_2 \ell k$. Задача нахождения зависимости I от I_0 сводится к решению трансцендентного уравнения (3.83) численным методом.

Зависимость $I(I_0)$ может быть найдена также с помощью графического решения при заданных значениях δ_0 , β и F . Она существенно зависит от исходной величины δ_0 . При δ_0 , близкой к 2π , уравнение (3.83) дает один корень. На рис. 3.27а построены правая и левая части уравнения (3.83) при $\delta_0 \approx 2\pi$ и заданных значениях βI_0 . Левая часть дает прямые линии, тангенс угла наклона которых пропорционален $(\beta I_0)^{-1}$. Точки пересечения прямых с кривой $T(\beta I_0)$ дают зависимость I от I_0 , схематически представленную на рис. 3.27б. Эта зависимость нелинейна: на ней можно выделить крутой участок $I(I_0)$, наклон которого выше наклона прямой линии (пунктир), соответствующей пропусканию резонатора в отсутствие нелинейного эффекта ($I_{01} \leq I_0 \leq I_{02}$), а также более пологие участки при $I_0 < I_{01}$ и $I_0 > I_{02}$. Крутой участок может быть использован для изготовления быстродействующих усилителей периодических оптических сигналов [34] (рис. 3.27б). Более пологий участок при $I_0 > I_{02}$ полезен для ограничения световых пучков на выходе резонатора.

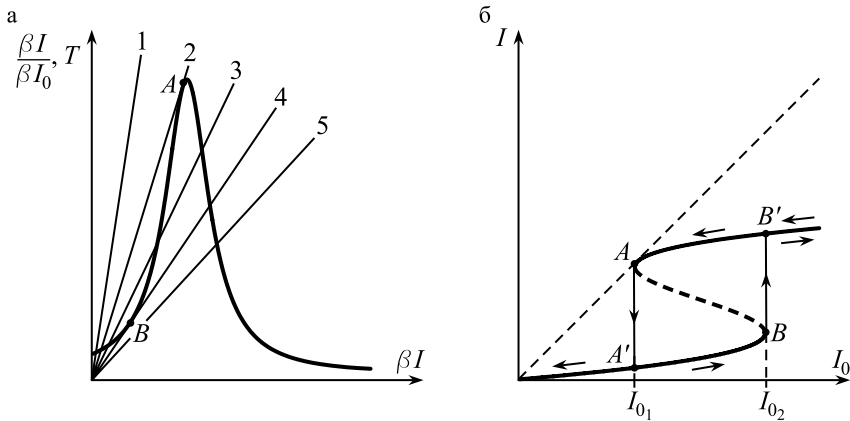


Рис. 3.28

натора при больших I_0 .

Иная зависимость I от I_0 реализуется при δ_0 , близких к π (рис. 3.28). Как видно из построения, зависимость I от I_0 приобретает S-образный характер: при $I_0 < I_{01}$ и $I_0 > I_{02}$ решение уравнения (3.83) имеет один корень, однако при касании прямой «2» точки A появляются два решения ($I_0 = I_{01}$). На участке $I_{01} < I_0 < I_{02}$ пересечение прямой «3» и функции $T(\beta I)$ дает 3 значения I . При касании прямой «4» точки B ($I_0 = I_{02}$) реализуется два решения.

На выходе из нелинейного интерферометра Фабри—Перо лазерный пучок имеет определенную интенсивность, соответствующую одному из решений уравнения (3.83). Реализация того или иного решения зависит от начальной интенсивности I_0 лазерного пучка и от его последующего хода: роста или уменьшения I_0 . Если $I_0 < I_{01}$ и затем I_0 растет, то интенсивность прошедшего пучка следует нижнему участку кривой $I(I_0)$ до точки B, а затем происходит скачкообразный переход на верхний участок в точку B' с последующим ростом $I(I_0)$. Напротив, при $I_0 > I_{02}$ и уменьшении I_0 зависимость $I(I_0)$ следует верхнему участку до точки A с дальнейшим скачком в точку A' на нижнем участке. Таким образом проявляется явление бистабильности. При больших значениях I_0 возможно также возникновение мультистабильности, при которой прямые линии I/I_0 пересекают следующий пик пропускания при $\delta_0 = 4\pi$ (рис. 3.26).

Различные зависимости I/I_0 при прямом и обратном ходе I_0 свидетельствуют об **оптическом гистерезисе**, в значительной степени

напоминающем гистерезис при фазовом переходе первого рода в ферромагнетиках и сегнетоэлектриках.

Явление бистабильности может быть использовано при создании быстродействующих двоичных переключающих устройств [35]. Для этой цели используются тонкие резонаторы Фабри—Перо, заполненные нелинейной средой с малым временем релаксации. Переключение достигается с помощью двух сигналов: сигнала подсветки с $I_0 < I_{0_1}$ и информационного сигнала I_1 . Если $I_0 + I_1 > I_{0_2}$, то интенсивность выходного сигнала резко возрастает, что соответствует «1» в двоичной системе. При выключении I_1 бистабильное устройство переходит на нижнюю ветвь, что соответствует «0». Для работы такого переключателя важен узкий диапазон $\Delta I_0 = I_{0_2} - I_{0_1}$ и большая разность ΔI между верхней и нижней ветвью выходного сигнала.

3.12. Вырожденное четырехволновое взаимодействие

Вырожденное четырехволновое взаимодействие возникает в нелинейной среде с кубической поляризацией при действии на среду трех разнонаправленных пучков одинаковой частоты ω . Общая формула, определяющая кубическую поляризацию, в этом случае имеет вид

$$P_i^{(3)} = d_{ijkl} E_j^*(\omega, \vec{k}_1) E_k(\omega, \vec{k}_2) E_l(\omega, \vec{k}_3), \quad (3.84)$$

где волновые вектора трех волн $\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2 \neq \vec{k}_3$, но $k_1 = k_2 = k_3 = \frac{\omega}{c} n$.

Из (3.84) следует, при записи полей в виде плоских волн $\vec{E} = \vec{A} \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r})]$, возникновение волны поляризации $P^{(3)}$ на частоте ω и соответствующей ей четвертой световой волны с частотой ω и новым волновым вектором \vec{k}_4 . Отсюда название явления.

Наиболее простой вид кубическая поляризация имеет при одинаковой поляризации полей и при $\vec{k}_2 = -\vec{k}_3$, $\vec{k}_1 \parallel z$:

$$P^{(3)} = d^{(3)} A_1^* A_2^2 \exp[i(\omega t + kz)]. \quad (3.85)$$

Здесь предполагается равенство амплитуд последних двух полей ($A_2 = A_3$). Из (3.85) следует, что при решении волнового уравнения четвертое поле имеет напряженность

$$E_4 = A_4 \exp[i(\omega t + kz)]. \quad (3.86)$$

На рис. 3.29 показано расположение волновых векторов четырех взаимодействующих волн ($\vec{k}_4 = -\vec{k}_1 = -\vec{k}$). Так же, как и при обсуждении явления самодифракции, полезно обсудить вырожденное четырехволновое взаимодействие с точки зрения формирования дифракционных объемных решеток.

При взаимодействии двух волн с волновыми векторами \vec{k}_1 и \vec{k}_2 формируется объемная статическая решетка с вектором $\vec{K}_{12} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$. Дифракция Брэгга на этой решетке ($m = -1$) приводит к волне с волновым вектором $\vec{k}_4 = \vec{k}_3 - \vec{K}_{12} = -\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 = -\vec{k}_1$. Если же решетка формируется на волнах с векторами \vec{k}_1 и \vec{k}_3 , то $\vec{K}_{13} = \vec{k}_1 - \vec{k}_3$, и дифракция Брэгга считывающей волны с $\vec{k} = \vec{k}_1$ вновь приводит к волне с вектором $\vec{k} = \vec{k}_4$. Следует заметить, что обе решетки являются статическими, и возникающие при дифракции на них волны имеют ту же частоту, в то время как взаимодействие волн с \vec{k}_3 и \vec{k}_2 приводит в общем случае к бегущей решетке с частотой 2ω . При этом нарушается условие фазового синхронизма. Все остальные случаи дифракции приводят к волнам с $k' = \frac{\omega}{c}n$, которыми можно пренебречь из-за нарушения условия фазового синхронизма.

Задача о распространении волн при вырожденном четырехволновом взаимодействии может быть решена с помощью уравнений связанных волн (3.8), стр. 55. Предположим, что волны накачки с волновыми векторами \vec{k}_2 и \vec{k}_3 являются сильными, а волна с \vec{k}_1 — слабой, т. е. $A_2, A_3 \gg A_1, A_4$. Отсюда следует, что $\frac{dA_{2,3}}{dz} \ll \frac{dA_{1,4}}{dz}$, и из четырех уравнений связанных волн можно ограничиться двумя, полагая $A_2 = A_3 = \text{const}$. При этом волна кубической поляризации с волновым вектором \vec{k}_1 имеет вид

$$P^{(3)} = d^{(3)} A_4^* A_2^2 \exp[i(\omega t - kz)]. \quad (3.87)$$

На основании формул (3.8), (3.86) и (3.87) мы приходим к следующей **системе уравнений для амплитуд** A_1 и A_4 :

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= -ibA_4^*, \\ \frac{dA_4}{dz} &= ibA_1^*, \end{aligned} \quad (3.88)$$

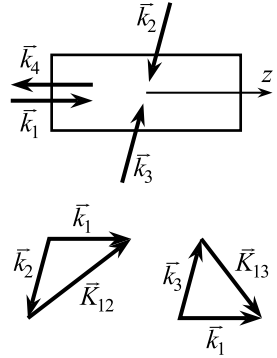


Рис. 3.29

где $b = \frac{16\pi^2\omega}{c^2 n_0^2} d^{(3)} I$, I — интенсивность волн накачки.

Знак «+» во втором уравнении в (3.88) следует из $\vec{k}_4 = -\vec{k}_1$.

Пусть слабая волна падает на плоскопараллельный образец толщиной L и имеет амплитуду на входе $A_1(0)$, для «отраженной» волны задана амплитуда на задней грани $A_4(L)$. Используя эти граничные условия, получаем **решение системы** (3.88):

$$\begin{aligned} A_1(z) &= A_1(0) \frac{\cos b(z-L)}{\cos bL} + iA_4^*(L) \frac{\sin bz}{\cos bL}, \\ A_4(z) &= iA_1^*(0) \frac{\sin b(z-L)}{\cos bL} + A_4(L) \frac{\cos bz}{\cos bL}. \end{aligned} \quad (3.89)$$

С помощью формул (3.89) можно описать ряд явлений, вытекающих из вырожденного четырехволнового взаимодействия. Остановимся на следующих:

1. Нелинейное отражение света.
2. Обращение волнового фронта.

Предполагая, что задняя граница образца обладает слабым отражением ($A_4(L) \ll A_1(0)$), воспользуемся упрощенными формулами:

$$A_1(z) = A_1(0) \frac{\cos b(z-L)}{\cos bL} \quad \text{и} \quad A_4(z) = iA_1^*(0) \frac{\sin b(z-L)}{\cos bL}. \quad (3.90)$$

Переходя к интенсивностям, имеем для падающей и отраженной волн

$$I_1(z) = I_1(0) \frac{\cos^2 b(z-L)}{\cos^2 bL} \quad \text{и} \quad I_4(z) = I_1(0) \frac{\sin^2 b(z-L)}{\cos^2 bL}. \quad (3.91)$$

Предположим, что интенсивность волн накачки такова, что $0 \leq bL \leq \pi/2$. В этом случае зависимости $I_1(z)$ и $I_4(z)$ имеют вид, представленный на рис. 3.30, из которого следует, что интенсивность падающей волны растет по мере ее распространения и $I_1(L) > I_1(0)$, в то время как интенсивность отраженной волны растет от задней границы к передней, и на входе образца имеем

$$I_4(0) = I_1(0) \operatorname{tg}^2 bL. \quad (3.92)$$

Видно, что при слабой накачке ($bL < \pi/4$) $I_4(0) < I_1(0)$. При увеличении интенсивности волн накачки так, что $bL > \pi/4$, интенсивность

отраженной волны становится больше интенсивности падающей. Другими словами, при вырожденном четырехволновом взаимодействии мы получаем нелинейный коэффициент отражения $R = I_4(0)/I_1(0) > 1$.

Наконец, при $bL = \pi/2$ возможна генерация отраженной волны даже при $I_1(0) = 0$. Этот случай требует более тщательного исследования, так как при $I_1(0) \neq 0$ получаем физически неоправданный результат $I_4(0) = \infty$.

Поэтому для полного решения задачи следует решить систему всех четырех уравнений связанных волн с учетом $A_3(z)$ и $A_2(z)$. При решении этой задачи рост $I_1(z)$ и $I_4(z)$ сопровождается уменьшением интенсивности волн накачки, и произведение bL становится меньше $\pi/2$.

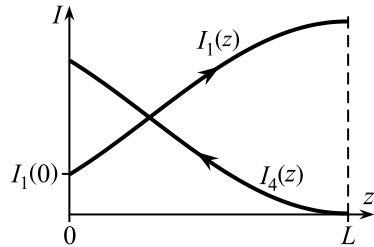


Рис. 3.30

Особенности распространения волн при вырожденном четырехволновом взаимодействии определяют применение этого эффекта для улучшения работы лазеров, в частности, для снижения их порога генерации. Известно, что пороговое значение генерации определяется условием

$$\alpha_{\text{эфф}} = \frac{1}{2\ell_a} \ln \frac{1}{R_1 R_2}, \quad (3.93)$$

где $\alpha_{\text{эфф}}$ — эффективный коэффициент усиления, ℓ_a — длина активной ячейки, R_1 и R_2 — коэффициенты отражения зеркал резонатора.

Если одно из зеркал резонатора заменить на нелинейное зеркало с $R > 1$ (рис. 3.31), определяемым формулой (3.92), то пороговое значение $\alpha_{\text{эфф}}$ снижается. Одновременно сокращается модовый состав излучения на выходе резонатора, так как накачка нелинейного зеркала проводится монохроматическим пучком с частотой ω_0 , и R_{max} достигается при $\omega = \omega_0$. Кроме того, при вырожденном четырехволновом взаимодействии образуется так называемая фазово-сопряженная волна (см. параграф 3.13), что также способствует улучшению характеристик лазерного излучения за счет обращения волнового фронта.

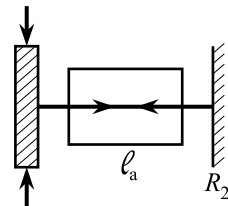


Рис. 3.31

3.13. Обращение волнового фронта

Прежде чем переходить ко второму применению вырожденного четырехволнового взаимодействия — обращению волнового фронта, введем понятие фазово-сопряженной волны. Пусть монохроматическая волна проходит через рассеивающую среду. В результате рассеивания ее волновой фронт искажается, и пространственная часть фазы становится сложной функцией координат. Электрическое поле этой волны приобретает вид $E_1 = A_1 \exp\{i[\omega t - \varphi(x, y, z)]\}$. Под фазово-сопряженной волной подразумевается волна, у которой пространственная часть фазы изменяет свой знак на противоположный, не меняя своей формы. Поле этой волны $E_1 = A_1 \exp\{i[\omega t + \varphi(x, y, z)]\}$.

Видно, что фронт постоянной фазы $|\varphi(x, y, z)| = \text{const}$ сохраняется, но лучи от каждой точки волнового фронта имеют противоположное направление. На простом примере покажем, что фазово-сопряженная волна приводит к обращению волнового фронта.

Допустим, что плоская волна «1» проходит через рассеивающий объект S . После прохождения через него фазовый фронт искажается (фронт «2» на рис. 3.32). При отражении от плоского зеркала фазовый фронт волны «3» отличается от фронта «2». Поэтому при прохождении отраженной волны через объект S запаздывание по фазе увеличивается, и волновой фронт «4» испытывает большее искажение.

Заменим теперь обычное зеркало M на устройство, образующее фазово-сопряженную волну — инвертор I . В этом случае $\varphi_3(x, y, z) = -\varphi_2(x, y, z)$, и после прохождения через рассеиватель восстанавливается плоский фронт «4». Таким образом, происходит **обращение волнового фронта**.

Явление обращения волнового фронта имеет большое практическое значение. В связи с ним разработан новый раздел оптики — адаптивная

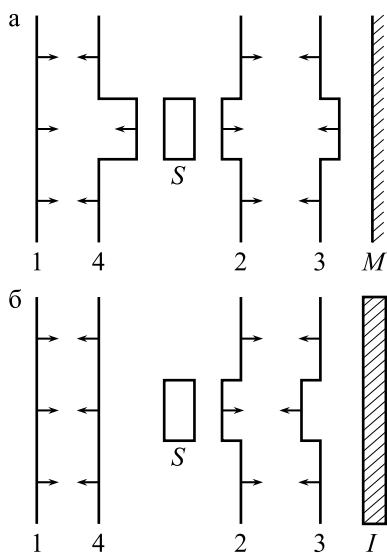


Рис. 3.32

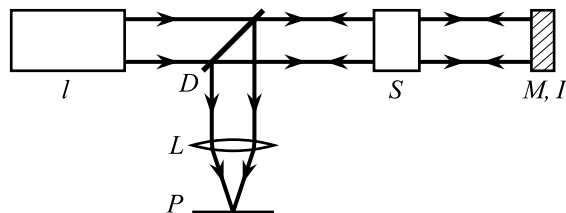


Рис. 3.33. l — лазер, D — делитель пучка, S — рассеиватель, M, I — зеркало или инвертор, L — линза, P — фотопластинка

оптика [36]. Цель адаптивной оптики — создание устройств по восстановлению волнового фронта. Такая задача имеет большое значение в астрономии при наблюдении космических объектов в земных условиях. Для повышения разрешающей способности используются телескопы с рефлекторами большого диаметра. Однако изображение объектов смазывается за счет неизбежного рассеяния в атмосфере. Созданные в настоящее время устройства позволяют провести коррекцию волнового фронта, приблизить его к идеальному сферическому или плоскому и, таким образом, повысить разрешающую способность телескопа.

Явление обращения волнового фронта используется также при создании изображений в земных условиях. Например, при разработке лазерного управляемого термоядерного синтеза необходимо как можно больше сфокусировать мощный лазерный пучок на мишень для создания в ней термоядерной реакции. Для повышения мощности излучения используется система, состоящая из мощного лазера и каскада усилителей вынужденного излучения. Фокусировка на выходе системы достигается с помощью короткофокусных линз. Однако при прохождении лазерного пучка через систему возникают термооптические эффекты, приводящие к искажению волнового фронта перед линзой и, в итоге, к увеличению ширины фокуса. Обращение волнового фронта с помощью инверторов позволяет ликвидировать этот недостаток.

Одним из способов создания фазово-сопряженной волны является использование отраженной волны при вырожденном четырехволновом взаимодействии. Пусть на нелинейную среду падает световая волна с искаженным волновым фронтом. В этом случае комплексная амплитуда на входе в среду становится сложной функцией поперечных координат x, y : $A(x, y, 0) = |A(x, y, 0)|e^{i\varphi(x, y)}$. Как следует из (3.90), амплитуда отраженной волны при $z = 0$ равна

$$A_4(x, y, 0) = |A_4(x, y, 0)|e^{-i\varphi(x, y)} \operatorname{tg} bL. \quad (3.94)$$



Рис. 3.34

Отсюда следует, что отраженная волна при дальнейшем распространении в линейной среде является фазово-сопряженной по отношению к падающей.

Обращение волнового фронта при вырожденном четырехволновом взаимодействии было проверено экспериментально [37]. Схема наблюдения обращения волнового фронта дана на рис. 3.33. Эксперимент проводился следующим образом. Вначале рассеиватель S отсутствовал, и лазерный пучок падал на обычное зеркало M . После отражения от зеркала пучок фокусировался линзой, и на фотопластине получалось изображение сфокусированного пучка (рис. 3.34а). Затем между делителем и пучком помещался рассеиватель S . В этом случае пучок, отраженный от зеркала M и дважды прошедший через рассеиватель S , при фокусировке давал на фотопластинке размытое изображение (рис. 3.34б). Однако при замене зеркала на инвертор фазы I при вырожденном четырехволновом взаимодействии был получен сфокусированный пучок, такой же, как в отсутствие рассеивателя (рис. 3.34в).

Литература к главе 3

- [1] Райнтжес Дж.Р. Нелинейные оптические параметрические процессы в жидкостях и газах. Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 510 с.
- [2] Miles P.B., Harris S.E. // IEEE J. Quant. Electron. — 1973. — QE-9. — P.470.
- [3] Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. — М.: Наука, 1988. — 336 с.
- [4] Kielich S. // Acta Phys. Polonica A — 1970. — 37. — P.205.
- [5] Buckingham A.D. // Proc. Phys. Soc. B — 1956. — 69. — P.344.

- [6] *Gires F., Mayer G.* // *Compt. Rend. Acad. Sci.* — 1964. — **258**. — P.2039.
- [7] *Ландсберг Г.С.* Оптика. — М.: Наука, 1979. — 926 с.
- [8] *Ахманов С.А.* «Нелинейная оптика» / *Физическая энциклопедия*. — М.: Изд. БРЭ, 1992. — Т.3. — С.292.
- [9] *Сухоруков А.П.* Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиоп физике. — М.: Наука, 1988. — 230 с.
- [10] *Sheik-Bahal M., Said A.A., van Striland E.W.* // *Opt. Lett.* — 1989. — **14**, № 17. — P.955.
- [11] *Wang-Song Q., Zhang C.P., Talbot P.J.* // *Appl. Opt.* — 1993. — **32**, № 35. — P.7266.
- [12] *Dawes E.L., Marburger J.H.* // *Phys. Rev.* — 1969. — **179**. — P.862.
- [13] *Аскаръян Г.А.* // *Журн. эксперим. и теор. физ.* — 1962. — **42**. — С.1567.
- [14] *Garmire E., Chiao R.Y., Townes C.H.* // *Phys. Rev. Lett.* — 1966. — **16**. — P.347.
- [15] *Луговой В.Н., Прохоров А.М.* // *Письма в журн. эксперим. и теор. физ.* — 1968. — **7**. — С.153.
- [16] *Шен И.Р.* Принципы нелинейной оптики. Пер. с англ. — М.: Наука, 1989. — 560 с.
- [17] *Захаров Б.Е., Маломед Б.А.* «Солитон» / *Физическая энциклопедия*. — М.: Изд. БРЭ, 1994. — Т.4. — С.571.
- [18] *Kivshar Y.S., Agrawal G.P.* Optical Solitons. From Fibers to Photonic Crystals. — Acad. Press, Elsevier Sci., 2003. — 510 p.
- [19] *Stegeman G.I., Christoulides D.N., Segev M.* // *IEEE J. of Sel. Top. in Quant. Electron.* — 2000. — **6**, № 6. — P.1419.
- [20] *Качмарек Ф.* Введение в физику лазеров. Пер. с польск. — М.: Мир, 1981. — 540 с.
- [21] *Демтредер В.* Лазерная спектроскопия. Основные принципы и техника эксперимента. Пер. с англ. — М.: Наука, 1985. — 607 с.
- [22] *Bjorkholm J.E., Ashkin A.* // *Phys. Rev. Lett.* — 1974. — **32**. — P.129.
- [23] *Barthelemy A., Maneuf S., Froehly C.* // *Opt. Commun.* — 1985. — **55**. — P.201.

- [24] *Aitchison J.S. et al.* // Opt. Lett. — 1991. — **16**. — P.15.
- [25] *Дитчберн Р.* Физическая оптика. Пер. с англ. — М.: Наука, 1965. — 632 с.
- [26] *Mollenauer L.F., Stolen R.H., Gordon J.P.* // Phys. Rev. Lett. — 1980. — **45**. — P.1095.
- [27] *Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Одулов С.Г., Соскин М.С.* // Усп. физ. наук. — 1979. — **29**, № 1. — С.113.
- [28] *Соскин М.С.* Динамическая голография и преобразование лазерных пучков // Фундаментальные основы оптической памяти и среды. — 1978. — Вып.9. — С.3.
- [29] *Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В.* Динамическая голография. — Киев: Наукова думка, 1983. — 127 с.
- [30] *Кольер Р., Беркхард К., Лин Л.* Оптическая голография. Пер. с англ. — М.: Мир, 1973. — 686 с.
- [31] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. Пер. с англ. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
- [32] *de Sterke C.M., An S., Sipe J.E.* // Opt. Commun. — 1991. — **83**, № 5/6. — P.315.
- [33] *Гиббс Х.М.* Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света. Пер. с англ. — М.: Мир, 1988. — 518 с.
- [34] *Gibbs H.M., McCall S.L., Venkatesan T.N.* // Phys. Rev. Lett. — 1976. — **36**. — P.1135.
- [35] *Карпушко Ф.В.* «Оптические компьютеры» / Физическая энциклопедия. — М.: Изд. БРЭ, 1992. — Т.3. — С.445.
- [36] *Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И.* Принципы адаптивной оптики. — М.: Наука, 1985. — 335 с.
- [37] *Giuliano C.R.* // Phys. Today — 1980. — **34**, № 4. — P.27.

Глава 4

Вынужденное рассеяние света

4.1. Различные виды рассеянного излучения

В идеальных оптически однородных средах рассеяние света отсутствует. Нелинейные оптические эффекты, изложенные в предыдущих главах, относятся к однородным средам. Однако в реальных средах в той или иной степени присутствует светорассеяние.

Рассеянием света называется его распространение в среде по направлениям, отличным от предписываемых законами для однородных сред. Существуют различные типы рассеянного света. Оптическая неоднородность может быть вызвана флуктуацией показателя преломления n среды в пространстве, т. е. зависимостью n от координат. Примером может служить светорассеяние в растворах прозрачных жидкостей с различными n на начальной стадии их растворимости, критическая опалесценция вещества вблизи температуры фазового перехода первого рода, светорассеяние коллоидных растворов и др. Другим примером является рассеяние света в номинально однородных средах: в газах за счет флуктуаций их плотностей, в молекулярных жидкостях и твердых телах. Здесь следует различать Рэлеевское рассеяние, возникающее без изменения частоты падающего излучения, и различные виды

рассеяния, связанные с изменением частоты, комбинационное рассеяние света, рассеяние Мандельштама—Бриллюэна. Все указанные типы светорассеяния имеют характер спонтанного излучения и были изучены до создания лазеров [1].

Применение лазеров позволило обнаружить различные типы **вынужденного** светорассеяния, характеристики которого существенно отличаются от характеристик спонтанного светорассеяния. В следующих параграфах мы обсудим некоторые типы вынужденного рассеяния, проведем сравнение с обычным, спонтанным рассеянием и укажем на некоторые практические применения этого явления.

4.2. Вынужденное комбинационное рассеяние света

Комбинационное рассеяние света (КРС) было обнаружено в 1928 г. независимо Мандельштамом и Ландсбергом в кристаллах и Раманом в жидкостях. Остановимся на КРС в молекулярных жидкостях. В молекулах КРС связано с модуляцией поляризуемости α за счет их колебаний. При падении на молекулу монохроматической волны с полем $E = A \cos \omega_0 t$ в ней возбуждается дипольный момент

$$p = \alpha E. \quad (4.1)$$

Здесь для простоты предполагается скалярная связь между p и E . Пусть молекула совершает колебания с частотой ω_k и нормальной координатой $Q = Q_0 \cos \omega_k t$. Колебания приводят к зависимости $\alpha(Q)$, и при малой амплитуде колебаний $\alpha(Q)$ имеют вид

$$\alpha(Q) = \alpha(0) + \frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) Q_0 \cos \omega_k t. \quad (4.2)$$

Подстановка (4.2) в (4.1) разделяет дипольный момент на два слагаемых, $p = p_1 + p_2$, где первое слагаемое в ансамбле молекул может задавать Рэлеевское рассеяние с частотой ω_0 , второе приводит к гармоническим колебаниям с частотами $\omega_1 = \omega_0 - \omega_k$ и $\omega_2 = \omega_0 + \omega_k$, так как

$$p_2 = \frac{1}{2} A Q_0 \frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \left\{ \cos[(\omega_0 - \omega_k)t] + \cos[(\omega_0 + \omega_k)t] \right\}. \quad (4.3)$$

Таким образом, в ансамбле молекул кроме Рэлеевского рассеяния возникает КРС со стоксовой частотой ω_1 и антистоксовой ω_2 . Рассеяние имеет спонтанный характер, и интенсивность КРС существенно ниже интенсивности Рэлеевского светорассеяния. Интенсивность стоксовой компоненты I_c выше антистоксовой I_{ac} [2].

Квантовая теория КРС была построена в 1934 г. Плачеком [3], им же предсказано существование вынужденного комбинационного рассеяния света.

Согласно квантовой теории КРС в молекулах является двухфотонным процессом [4], при котором при излучении стоксовой волны с частотой ω_1 падающий фотон взаимодействует с молекулой, находящейся в основном электронном и колебательном состоянии с квантовым числом $v = 0$. Обратный переход совершается на следующий колебательный уровень с $v = 1$

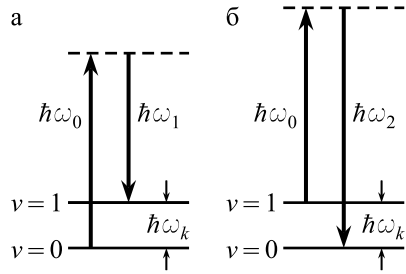


Рис. 4.1

(рис. 4.1а). Напротив, при излучении антистоксовой волны падающий фотон взаимодействует с молекулой, находящейся на следующем уровне с $v = 1$, а обратный переход совершается на основной уровень с $v = 0$ (рис. 4.1б). Населенности уровней с $v = 0$ и $v = 1$ зависят от температуры по экспоненциальному закону в соответствии со статистикой Больцмана:

$$n_1 = n_0 \exp\left(-\frac{\hbar\omega_k}{k_B T}\right). \quad (4.4)$$

Так же, как и при Рэлеевском рассеянии, $I_{\text{pacc}} \propto \omega^4$. Отсюда отношение интенсивностей антистоксовой и стоксовой компонент равно

$$\frac{I_{ac}}{I_c} = \left(\frac{\omega_0 + \omega_k}{\omega_0 - \omega_k}\right)^4 \exp\left(-\frac{\hbar\omega_k}{k_B T}\right). \quad (4.5)$$

Так как, как правило, $\omega_0 \gg \omega_k$ и при низких температурах $\hbar\omega_k > k_B T$, множитель перед экспонентой близок к единице и $I_{ac} < I_c$.

В настоящее время исследование КРС составляет важный раздел молекулярной спектроскопии и спектроскопии кристаллов. Благодаря

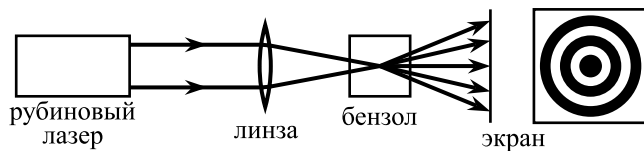


Рис. 4.2

различным правилам отбора спектроскопия КРС в совокупности с ИК-спектроскопией дает точную информацию о колебательных спектрах веществ [2].

Вынужденное КРС было случайно обнаружено в 1962 г. физиками Вудбери и Нг [5] при модуляции добротности лазерных резонаторов для создания кратковременных гигантских лазерных импульсов. Для этого в резонатор помещается ячейка Керра, заполненная жидкостью с малым временем релаксации. В качестве жидкости был использован нитробензол. Вудбери и Нг обнаружили, что в спектре излучения рубинового лазера наблюдается не только линия с $\lambda_0 = 6943 \text{ \AA}$, но и новая линия с длиной волны $\lambda_1 = 7670 \text{ \AA}$. Оказалось, что частотное положение этой линии принадлежит стоксовой компоненте КРС, соответствующей полносимметричному колебанию молекулы нитробензола с $\nu_k = 1345 \text{ см}^{-1}$. При этом обнаружены следующие особенности вынужденного КРС, отличающиеся от спонтанного КРС:

1. Интенсивность стоксовой компоненты I_c близка к интенсивности лазерного пучка I_0 .
2. Имеется порог по I_0 возникновения стоксовой компоненты.
3. Стоксово излучение обладает высокой направленностью вдоль лазерного пучка.

В последующих экспериментах обнаружено также различие в спектрах спонтанного и вынужденного КРС.

В 1963 г. Терхьюн [6] обнаружил также вынужденное КРС на антистоксовых компонентах излучения. Схема облучения показана на рис. 4.2. Эксперимент был проведен на бензоле. На экране, поставленном за ячейкой, обнаружен ряд окрашенных колец, причем длина волны излучения уменьшалась с увеличением радиуса кольца и была меньше длины волны лазерного пучка. Таким образом, антистоксовы компоненты распространялись по образующим конуса, угол раствора которого увеличивался с ростом ω_k .

Классическая теория вынужденного КРС строится на следующих предположениях. При спонтанном КРС, так как $p_2 \ll p_1$, сток-

сова и антистоксова волны имеют малые интенсивности и поэтому не влияют на колебания молекул. Но при увеличении I_0 может оказаться, что интенсивность наиболее сильной стоксовой компоненты I_c приближается к I_0 . В этом случае следует учитывать воздействие на молекулу не только лазерного пучка, но и стоксовой компоненты. Таким образом, электрическое поле электромагнитной волны, воздействующей на молекулу, должно иметь вид

$$E = A_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) + A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 z). \quad (4.6)$$

В отличие от (4.3), здесь мы учли пространственную часть фазы; A_1 и ω_1 — амплитуда и частота стоксовой волны.

Электрическое поле возбуждает в молекуле дипольный момент, и потенциальная энергия взаимодействия поля с дипольным моментом равна

$$W = -pE = -\alpha(Q)E^2. \quad (4.7)$$

Поскольку поляризуемость моделируется колебанием с частотой ω_k и нормальной координатой Q , на молекулу действует сила, стремящаяся вернуть молекулу в положение равновесия, $F = -\partial W / \partial Q$. Используя p_2 (формула (4.3)), имеем

$$F = \frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) E^2. \quad (4.8)$$

Под действием силы F молекула совершает вынужденные колебания.

Уравнение вынужденных гармонических колебаний имеет вид:

$$\ddot{Q} + \nu \dot{Q} + \omega_k^2 Q = \frac{F}{M} = \frac{E^2}{M} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0). \quad (4.9)$$

Здесь мы определили нормальную координату как линейную комбинацию смещений, ν — частота релаксации собственных колебаний молекулы, M — приведенная масса молекулы, соответствующая колебанию с заданной частотой. Решение уравнения (4.9) будем искать в виде комплексных гармонических функций. С этой целью запишем поле E из (4.6) как сумму экспонент. После возведения E в квадрат имеем, исключив постоянные слагаемые,

$$\begin{aligned} E^2 = & 0,25 A_0^2 \exp[2i(\omega_0 t - k_0 z)] + 0,25 A_1^2 \exp[2i(\omega_1 t - k_1 z)] + \\ & + 0,5 A_0 A_1 \exp\left\{i[(\omega_0 + \omega_1)t - (k_0 + k_1)z]\right\} + \\ & + 0,5 A_0 A_1^* \exp\left\{i[(\omega_0 - \omega_1)t - (k_0 - k_1)z]\right\} + \text{к.с.}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

«к.с.» — вторая половина выражения, комплексно-сопряженная к первой.

Отсюда следует, что на молекулу будут действовать вынуждающие силы с частотами $2\omega_0$, $2\omega_1$, $\omega_0 + \omega_1$, $\omega_0 - \omega_1$. Решение (4.9) будем искать в виде

$$Q = 0,5 [Q_0 \exp i\omega t + Q_0^* \exp(-i\omega t)]. \quad (4.11)$$

Заметим, что при $\nu \ll \omega_k$ частота собственных колебаний ($F = 0$) $\omega = \omega_k$. Таким образом, в резонансе с собственными колебаниями молекулы будет гармоническая сила, определяемая четвертым слагаемым в (4.10), так как $\omega_0 - \omega_1 \approx \omega_k$. Остальными силами можно пренебречь. После подстановки четвертого слагаемого в (4.10) в правую часть уравнения (4.9) имеем

$$Q = \frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \frac{A_0 A_1^* e^{-i(k_0 - k_1)z}}{M [\omega_k^2 - \omega^2 + i\nu\omega]} e^{i(\omega_0 - \omega_1)t}, \quad (4.12)$$

где $\omega = \omega_0 - \omega_1$.

Перейдем к поляризации среды, состоящей из N молекул в единичном объеме, и выделим нелинейную часть поляризации $P_{\text{нел}} = Np_2$. На основании (4.12) имеем

$$P_{\text{нел}} = N \frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) Q E = N \left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \right)^2 \frac{A_0 A_1^* e^{-i(k_0 - k_1)z}}{M [\omega_k^2 - \omega^2 + i\nu\omega]} e^{i(\omega_0 - \omega_1)t} E. \quad (4.13)$$

Нас интересует развитие стоксовой компоненты под действием вынуждающей силы, т. е. нелинейная поляризация на частоте ω_1 . Для ее нахождения используем компоненту поля в (4.6) в виде

$$E = \frac{1}{2} A_0^* \exp[-i(\omega_0 t - k_0 z)] \quad (4.14)$$

и введем ее в (4.13). При этом нелинейная поляризация

$$P_{\text{нел}}(z, t) = \frac{N}{2M} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \right)^2 \frac{|A_0|^2 A_1^*}{D} \exp[-i(\omega_1 t - k_1 z)], \quad (4.15)$$

где $D = \omega_k^2 - \omega^2 + i\nu\omega$. Для нахождения стоксовой волны используем волновое уравнение

$$\frac{d^2 E}{dz^2} - \frac{\varepsilon_0}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{\text{нел}}}{\partial t^2}. \quad (4.16)$$

Частное решение этого уравнения будем искать в виде

$$E = A_1^* \exp[-i(\omega_1 t - k_1 z)]. \quad (4.17)$$

Подставим (4.15) в уравнение (4.16). При этом волновое уравнение сводится к уравнению Гельмгольца, которое в приближении медленно меняющихся амплитуд приобретает вид

$$\frac{dA_1^*}{dz} = i \frac{2\pi\omega_1^2}{c^2 k_1} \cdot \frac{N}{2M} \cdot \left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \right)^2 \frac{|A_0|^2 A_1^*}{D}. \quad (4.18)$$

При выполнении точного резонанса $\omega = \omega_k$

$$\frac{dA_1^*}{dz} = \frac{\pi\omega_1^2 N}{Mc^2 k_1} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \right)^2 \frac{|A_0|^2 A_1^*}{\nu\omega_k} = g A_1^*. \quad (4.19)$$

Отсюда следует экспоненциальный рост амплитуды стоксовой волны с инкрементом роста g по мере ее распространения вдоль оси z

$$A_1^*(z) = A_1^*(0) e^{gz}, \quad (4.20)$$

где $A_1^*(0)$ — амплитуда стоксовой волны на входе в нелинейную среду.

Из формул (4.18) и (4.19) следует, что при вынужденном возбуждении стоксовой компоненты условие фазового синхронизма выполняется автоматически. Экспоненциальный рост $A_1(z)$ подразумевает начальное возбуждение стоксовой волны с достаточно малой амплитудой, т. е. затравочной стоксовой волной может быть спонтанная волна. **Коэффициент усиления вынужденной волны** при точном резонансе

$$g = \frac{\pi\omega_1^2 N}{Mc^2 k_1} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \right)^2 \frac{|A_0|^2}{\nu\omega_k}. \quad (4.21)$$

Отсюда видно, что коэффициент усиления пропорционален интенсивности лазерного пучка и обратно пропорционален коэффициенту затухания ν .

С другой стороны, величина ν определяет полуширину линии спонтанного излучения, т. е. наибольшее значение g достигается для узких линий. Так как $g \propto \left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \right)^2$ и $P_{\text{нел}} \propto Q_0$, наибольшее усиление приобретает наиболее интенсивная линия в спектре спонтанного КРС, например, линия, соответствующая полносимметричному колебанию в молекуле нитробензола. В результате происходит изменение в спектре

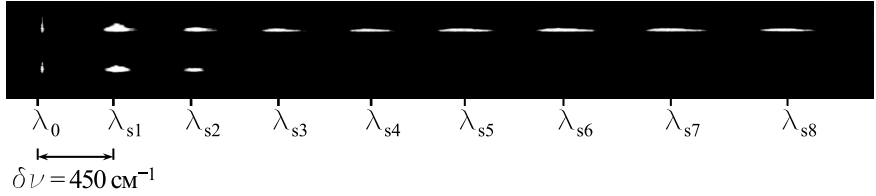


Рис. 4.3. Спектр вынужденного комбинационного рассеяния света в многомодовом кварцевом волокне, допированном GeO_2 [7]. Видны стоксовы компоненты и их гармоники при двух различных интенсивностях накачки

вынужденного КРС по сравнению со спектром спонтанного КРС. Так как перекачка энергии лазерного пучка происходит в наиболее интенсивную стоксову компоненту, остальные, более слабые линии спонтанного КРС не испытывают усиления и подавляются мощной стоксовой волной. Более того, сама усиленная стоксова волна при I_2 , близкой к I_0 , становится источником появления стоксовой волны с частотой $\omega_2 = \omega_1 - \omega_k = \omega_0 - 2\omega_k$ и т.д. Появление таких гармоник наблюдалось в спектре вынужденного КРС, см. [7], рис. 4.3.

Если точный резонанс $\omega_0 - \omega_1 = \omega_k$ из-за уширения исходной линии не выполняется, то при $\omega_0 - \omega_1 \neq \omega_k$ коэффициент усиления $g(\omega_1)$ равен

$$g(\omega_1) = \frac{\pi\omega_1^2 N}{Mc^2 k_1} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \right)^2 |A_0|^2 \frac{\nu(\omega_0 - \omega_1)}{[(\omega_0 - \omega_1)^2 - \omega_k^2]^2 + \nu^2(\omega_0 - \omega_1)^2}. \quad (4.22)$$

Отсюда следует уменьшение $g(\omega_1)$ по мере отстройки от точного резонанса. Другими словами, вынужденное КРС сопровождается сужением линии усиленной стоксовой волны по мере ее распространения. При наличии в веществе слабого поглощения с коэффициентом поглощения f , уравнение (4.19) приобретает вид

$$\frac{dA_1^*}{dz} = (g - f)A_1^*. \quad (4.23)$$

Отсюда видно, что **вынужденное КРС — пороговый эффект**. Стоксова волна будет усиливаться, если $g > f$, т. е. $I_0 > I_{0,\text{пор}}$, где величина $I_{0,\text{пор}}$ задается равенством $g = f$. В области прозрачности вещества величина f может определяться двухфотонным поглощением.

Экспоненциальный рост $I_c(z)$ имеет место на первых стадиях усиления стоксовой волны, т. е. при координатах z , для которых $A_1(z) \ll$

A_0 . Однако при дальнейшем распространении стоксовой волны ее амплитуда становится равной амплитуде волны накачки. В итоге $I_c(z)$ испытывает насыщение, на что указывает эксперимент. При этом интенсивность лазерного пучка на выходе нелинейной среды заметно уменьшается. Все это вызвано тем, что энергия стоксовой компоненты черпается из энергии лазерного пучка. Амплитуда лазерного пучка падает и становится функцией координаты z . Таким образом, для точного решения задачи и нахождения $I_0(z)$ и $I_1(z)$ мы должны использовать два уравнения связанных волн с нелинейной поляризацией среды на частотах ω_0 и ω_1 , сходных с уравнениями (2.20) на стр. 25, предложенными для генерации второй гармоники.

Как упоминалось, в эксперименте Терхьюна наблюдались достаточно интенсивные антистоксовы волны, интенсивность которых существенно выше антистоксовых волн при спонтанном КРС. Эти и другие признаки указывают на вынужденное КРС. Появление вынужденного антистоксова излучения можно объяснить, привлекая квантово-механические представления. Как видно из рис. 4.1, фотоны, соответствующие стоксовой волне, появляются в результате действия лазерных фотонов с энергией $\hbar\omega_0$ на основной колебательный уровень молекулы с населенностью $n_0 > n_1$. Но при вынужденном стоксовом излучении фотоны с энергией $\hbar\omega_1 < \hbar\omega_0$ увеличивают населенность следующего колебательного уровня n_1 . Антистоксово излучение возникает при действии лазерных фотонов на уровень $v = 1$. При достаточно высокой населенности этого уровня появляется вынужденное антистоксово излучение.

Обратимся к **классической теории вынужденного антистоксова КРС**. Здесь мы должны учесть существование сильной стоксовой волны с нормальной координатой Q , подчиняющейся формуле (4.12). Будем искать нелинейную поляризацию в виде

$$P_{\text{нел}} = N \frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) Q E, \quad (4.24)$$

но для ее нахождения на антистоксовой частоте $\omega_2 = \omega_0 + \omega_k$ в (4.24) используем поле волны накачки в виде

$$E = \frac{1}{2} A_0 \exp[-i(\omega_0 t - k_0 z)]. \quad (4.25)$$

Подстановка (4.25) в $P_{\text{нел}}$ дает

$$P_{\text{нел}} = P_{\text{нел}}^0 \exp\left\{i[\omega_2 t - (2k_0 - k_1)z]\right\}, \quad (4.26)$$

где $P_{\text{нел}}^0 = \frac{N}{2M} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}(0) \right)^2 \frac{|A_0|^2 A_1^*}{D}$.

Подставим (4.26) в волновое уравнение (4.16) и будем искать электрическое поле антистоксовой волны в виде

$$E = A_2(z) \exp[-i(\omega_2 t - k_2 z)], \quad (4.27)$$

где k_2 — проекция волнового вектора антистоксовой компоненты на ось z . Волновое уравнение сводится к уравнению Гельмгольца

$$\frac{d^2 E(z)}{dz^2} + \frac{\varepsilon_0 \omega_2^2}{c^2} E(z) = -\frac{4\pi \omega_2^2}{c^2} P_{\text{нел}}^0 \exp[-i(2k_0 - k_1)z], \quad (4.28)$$

где частное решение ищется в виде $E(z) = A_2(z) e^{-ik_2 z}$. Как обычно, это уравнение решается в приближении медленно меняющихся амплитуд. В этом приближении получаем уравнение

$$\frac{dA_2}{dz} = i \frac{2\pi \omega_2^2}{c^2 k_2} P_{\text{нел}}^0 \exp(i\Delta k z), \quad (4.29)$$

где Δk определяет рассогласование фаз антистоксовой волны и волны нелинейной поляризации, $\Delta k = 2k_0 - k_1 - k_2$ за счет дисперсии показателя преломления вещества. Решая это уравнение при $A_2(0) = 0$, получаем следующую координатную зависимость амплитуды антистоксовой волны:

$$|A_2(z)| = \frac{2\pi \omega_2^2}{c^2 k_2} |P_{\text{нел}}^0| \left| \frac{\sin \frac{\Delta k z}{2}}{\Delta k} \right|. \quad (4.30)$$

Величина Δk определяет длину когерентности $z^* = \pi/|\Delta k|$.

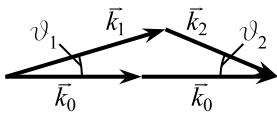


Рис. 4.4

Из-за близости частот ω_0 , ω_1 и ω_2 длина когерентности при генерации антистоксовой волны достаточно велика. Более того, при небольшой фокусировке лазерного пучка, как это осуществлялось в опыте Терхьюна, возникает небольшой угол между волновыми векторами \vec{k}_1 и \vec{k}_0 . При отклонении на угол ϑ_1 выполняется условие пространственного синхронизма (рис. 4.4):

$$2\vec{k}_0 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2. \quad (4.31)$$

Условие (4.31) объясняет распространение антистоксовых волн по образующим конуса и увеличение угла ϑ_2 с ростом частоты ω_2 .

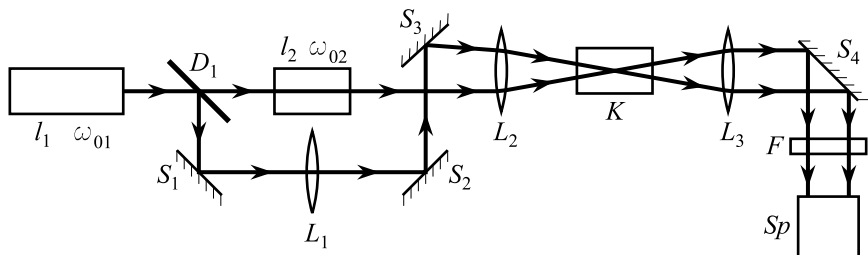


Рис. 4.5. Схема измерения КАРС в жидкостях. l_1 — лазер на ионах Ag^+ , l_2 — лазер на красителе, D_1 — делитель пучка, S_i — зеркала, L_i — линзы, F — фильтр, отсекающий стоксову область и флуоресценцию, K — кювета с исследуемой жидкостью, Sp — спектрометр

Как упоминалось, использование стоксовой когерентной волны не дает преимуществ для исследования полного спектра колебательных частот по сравнению с обычной спектроскопией КРС, так как при вынужденном КРС усиливается только наиболее интенсивная стоксова компонента. Однако физиками развит метод нелинейной спектроскопии, использующий вынужденное антистоксово излучение. Этот метод получил сокращенное название КАРС — **когерентное антистоксово рассеяние света**. Он позволяет сочетать возможность наблюдения излучения на всех частотах ω_2 , как при спонтанном КРС, и высокую интенсивность антистоксовых компонент при лазерном облучении [8].

Сущность метода КАРС заключается в следующем. На исследуемый образец посылаются два лазерных пучка с частотами ω_{01} и ω_{02} . Первый лазер имеет фиксированную частоту ω_{01} , частота второго лазера (лазер на красителе) сканируется. При $\omega_{01} > \omega_{02}$ и достижении условия резонанса возникает условие для генерации стоксовой волны, соответствующей частоте колебаний ω_{ki} : $\omega_{01} - \omega_{02} = \omega_{ki}$. Далее в результате трехволнового взаимодействия генерируется когерентная антистоксова волна с частотой ω_{2i} , что следует из решения уравнения (4.28). Естественно, что для получения интенсивной антистоксовой компоненты должно выполняться условие фазового синхронизма. Для молекулярных газов при близости $n(\omega)$ к единице это условие выполняется в коллинеарных пучках, для жидкостей требуется выполнение пространственного синхронизма. Схема получения КАРС дана на рис. 4.5.

Преимущества КАРС заключаются в следующем:

1. Сканируя частоту l_2 -лазера, можно возбудить стоксову волну

- на частоте $\omega_1 = \omega_{01} - \omega_{02}$. При этом возбуждается антистоксова волна с частотой ω_2 .
2. Так как $\omega_2 > \omega_{01}, \omega_{02}$, можно с помощью фильтра F отсеять меньшие частоты и флуоресценцию, сопровождающую излучение лазера l_2 .
 3. Интенсивность I_{ac} равна 10–20% от интенсивности лазерных пучков и на 4–5 порядков выше интенсивности антистоксовых компонент при спонтанном КРС.
 4. При фокусировке лазерных пучков можно исследовать спектры вынужденного КРС малых количеств вещества.

4.3. Вынужденное рассеяние Мандельштама—Бриллюэна

Рассеяние Мандельштама—Бриллюэна (МБР) — это рассеяние света на акустических колебаниях, возбуждаемых в любых средах при заданной температуре [1]. В кристаллах акустические колебания распространяются в виде волн — фононов, для которых имеет место закон дисперсии, т. е. зависимость частоты колебаний ω_0 от волнового вектора \vec{k}_a [9]. При низких температурах возбуждаются, главным образом, низкочастотные акустические волны, для которых выполняется линейный закон дисперсии $\omega_a = k_a v$, где v — скорость звука. Такой же закон дисперсии имеет место для звуковых волн в жидкостях и газах. При распространении звука периодически изменяется плотность среды и, следовательно, концентрация частиц вещества

$$N = N_0 + \Delta N \cos(\omega_a t - \vec{k}_a \vec{r}), \quad (4.32)$$

где N_0 — средняя концентрация частиц. Периодическое изменение концентрации влечет за собой периодическое изменение поляризации среды

$$P = N\alpha E, \quad (4.33)$$

где α — поляризуемость частиц, $E = A \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r})$ — напряженность электрического поля электромагнитной волны, действующей на среду. Подстановка (4.32) в (4.33) приводит к трем волнам поляризации:

$$P = \chi_0 A \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}) + \frac{1}{2} \Delta \chi \left[\cos(\omega' t - \vec{k}' \vec{r}) + \cos(\omega'' t - \vec{k}'' \vec{r}) \right], \quad (4.34)$$

где $\omega' = \omega - \omega_a$, $\omega'' = \omega + \omega_a$, $\vec{k}' = \vec{k} - \vec{k}_a$, $\vec{k}'' = \vec{k} + \vec{k}_a$, $\Delta\chi = \Delta N\alpha$ — изменение восприимчивости, вызванное протеканием акустических волн. Вторая и третья волны поляризации возбуждают спонтанное МБР при слабой интенсивности действующего поля. Как видно из (4.34), рассеянное излучение имеет стоксову и антистоксову составляющие.

Рассмотрим возбуждение стоксовой компоненты более внимательно с учетом закона дисперсии $\omega_a = k_a v$. Найдем квадрат частоты ω' и вектора \vec{k}' .

$$\omega'^2 = (\omega - \omega_a)^2 = \left(\frac{c}{n}\right)^2 k^2 - 2\frac{c}{n} v k k_a + v^2 k_a^2 = \left(\frac{c}{n}\right)^2 k'^2 \quad (4.35a)$$

$$k'^2 = k^2 - 2(\vec{k}\vec{k}_a) + k_a^2 \quad (4.35б)$$

Найдем k'^2 из (4.35a) и приравняем к k'^2 в (4.35б):

$$2k \left(\cos \theta - \frac{2nv}{c} \right) = k_a \left(1 - \frac{n^2 v^2}{c^2} \right). \quad (4.36)$$

Здесь мы ввели угол $\theta = \angle(\vec{k}, \vec{k}_a)$. Так как фазовая скорость $v_\phi = c/n$ световой волны на пять порядков выше скорости звука, вторыми слагаемыми и в правой, и в левой части уравнения (4.36) можно пренебречь, т. е. с большой точностью $2k \cos \theta = k_a$. Переходя к длинам волн в среде с показателем преломления n ($k = \frac{2\pi}{\lambda} n$) и используя $k_a = 2\pi/\Lambda$, где Λ — длина акустической волны, имеем

$$2n\Lambda \cos \theta = \lambda. \quad (4.37)$$

Эта формула сходна с формулой Брэгга для дифракции световых волн в периодической среде с периодом Λ . Далее введем угол $\varphi = \angle(\vec{k}', \vec{k})$ между падающей и дифрагированной волнами.

Из рис. 4.6 следует, что $\theta = \pi/2 - \varphi/2$, и условие Брэгга приобретает вид

$$2n\Lambda \sin \frac{\varphi}{2} = \lambda. \quad (4.38)$$

Используя эту зависимость и связь между волновыми векторами и длинами волн, получим формулу для сдвига частот:

$$\Delta\omega = \frac{2\omega n}{c} v \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (4.39)$$

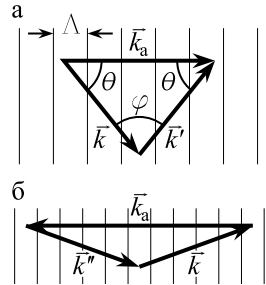


Рис. 4.6. а) Условие Брэгга для стоксовой волны. б) Условие Брэгга для антистоксовой волны

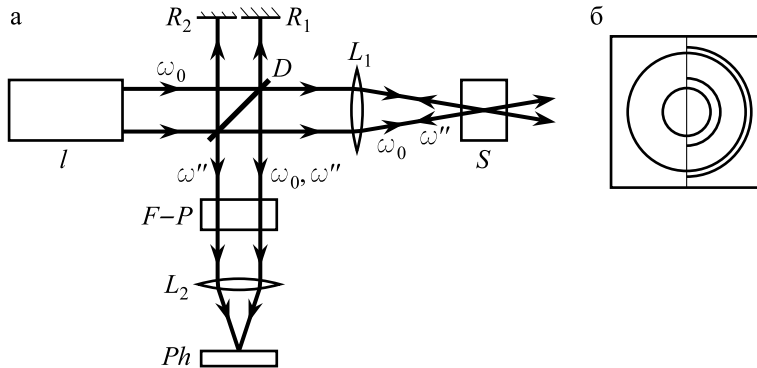


Рис. 4.7. а) Схема наблюдения вынужденного рассеяния Мандельштама—Бриллюэна. l — лазер, D — делитель пучка, L_1 , L_2 — линзы, S — образец, R_1 , R_2 — зеркала, $F-P$ — эталон Фабри—Перо, Ph — фотопластинка. б) Интерферограмма, демонстрирующая вынужденное МБР. Внутреннее кольцо в каждой паре колец соответствует частоте ω'' , внешнее — частоте ω_0

Отсюда следует, что наибольший сдвиг наблюдается при нормальном падении световой волны на движущуюся решетку со скоростью v ($\varphi = \pi$). Этот результат можно трактовать как эффект Доплера на акустической волне, движущейся в направлении падающего пучка.

Такой же формулой мы описываем сдвиг частоты в антистоксовой области $\Delta\omega = \omega'' - \omega$, но в этом случае он определяется движением акустической волны навстречу действующему пучку (рис. 4.6б). Из рис. 4.6б также видно, что при рассеянии назад дифракция происходит на движущейся решетке с периодом $\Lambda < \lambda$.

При действии относительно малоинтенсивных световых волн световые пучки, взаимодействующие с существующими акустическими волнами, приводят к появлению очень слабых стоксовых и антистоксовых компонент. Слабые стоксовы и антистоксовы волны не оказывают воздействия ни на акустические волны в среде, ни на действующий пучок, в связи с чем МБР имеет спонтанный характер. Однако при воздействии достаточно мощных световых пучков, так же как и в случае вынужденного комбинационного рассеяния света, следует ожидать появления достаточно интенсивных компонент, воздействующих и на акустические волны, и на действующий лазерный пучок.

Первый эксперимент по наблюдению вынужденного МБР был выполнен Чиао, Таунсом и Стойчевым [10] на кристаллах сапфира и квар-

ца при фокусировке мощного пучка от рубинового лазера ($P = 50$ МВт, $\tau \approx 30$ нм), сфокусированного на образец линзой с длиной фокуса 5 см. Типичная схема эксперимента для наблюдения вынужденного МБР представлена на рис. 4.7. Эта схема сходна со схемой в [10]. Для наблюдения рассеяния они использовали интерферометр Фабри—Перо, так как сдвиг частоты составлял примерно 1 см^{-1} . Для четкого разделения спектров возбуждающего излучения использовались два зеркала с $R_1 \approx 1$ и $R_2 \approx 0,1$. Рассеянное излучение наблюдалось в направлении, встречном лазерному пучку, так как при этом достигается наибольший интервал $\Delta\omega$ (см. (4.39)), при этом величина $\Delta\omega$ мало изменяется при небольшом изменении угла падения. В итоге они обнаружили сильное, сравнимое по интенсивности с падающим пучком, антистоксово излучение со сдвигом частоты, близким к расчетному. В дальнейшем вынужденное МБР наблюдалось в целом ряде жидкостей.

Классическая теория вынужденного МБР основана на предположении, что в среде под действием электрического поля лазерной волны возникает упругая деформация среды — электрострикция. В результате электрострикции возникают упругие колебания, возбуждающие акустические волны в среде. Если на среду воздействуют две волны с разностью частот, близкой к ω_2 , то возбуждается сильная акустическая волна с той же частотой. Рассмотрим воздействие электрического поля на единичный объем вещества. Электрострикция вызывает смещение атомов и приводит к деформации $\frac{\partial u}{\partial z}$. В свою очередь деформация единичного объема вызывает изменение диэлектрической проницаемости среды $\delta\varepsilon$:

$$\delta\varepsilon = -\gamma \frac{\partial u}{\partial z} = -\gamma \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}, \quad (4.40)$$

где γ — коэффициент, устанавливающий связь между $\delta\varepsilon$ и деформацией, ρ_0 — средняя плотность вещества, $\rho - \rho_0$ — изменение плотности за счет деформации. В свою очередь изменение ε вызывает изменение плотности электрической энергии поля

$$\delta W = \delta\varepsilon \frac{E^2}{8\pi} = -\gamma \frac{\partial u}{\partial z} \frac{E^2}{8\pi}. \quad (4.41)$$

Но изменение плотности энергии означает, что над единичным объемом совершена работа, величина которой определяется силами давления, действующими на единичную площадку нашего объема:

$$\delta A = p \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (4.42)$$

Приравнивая δA к величине δW , имеем давление $p = -\frac{\gamma}{8\pi}E^2$. Пусть световые волны распространяются вдоль оси z , т. е. $E = E(z, t)$. В этом случае возникает волна давления $p(z, t)$. При этом на единичный объем воздействует сила

$$f = -\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\gamma}{8\pi} \frac{\partial E^2}{\partial z}. \quad (4.43)$$

Эта сила и приводит к вынужденным колебаниям плотности за счет электрострикции. Для исследования волн, возникающих в результате вынужденных колебаний, используют уравнение Навье—Стокса и уравнение непрерывности среды [11]. Волновое уравнение, описывающее колебания плотности, имеет вид

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \alpha_a v_a \frac{\partial \rho}{\partial t} - v_a^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = \frac{\gamma}{8\pi} \frac{\partial^2 E^2}{\partial z^2}. \quad (4.44)$$

Здесь v_a — скорость акустической волны, α_a — коэффициент, определяющий ее затухание. Правая часть уравнения пропорциональна $\frac{\partial f}{\partial z}$. Если вынуждающая сила отсутствует, правая часть уравнения равна нулю и уравнение описывает распространение волны собственных колебаний плотности. Решение однородного уравнения может быть представлено в виде гармонической плоской волны

$$\rho(z, t) = \rho(0)e^{i(\omega_a t + k_a z)}. \quad (4.45)$$

Подстановка (4.45) при $f = 0$ в уравнение (4.44) приводит к затухающей волне акустических колебаний

$$\rho(z, t) = \rho(0)e^{-\nu t/2} e^{i(\omega'_a t + k_a z)}, \quad (4.46)$$

где $\nu = \alpha_a v_a$ и $\omega'_a = [(k_a v_a)^2 + \nu^2/4]^{1/2}$. При $\nu^2/4 \ll k_a v_a$, $\omega'_a = v_a k_a$, что соответствует закону дисперсии для акустических волн. При решении неоднородного уравнения ($f \neq 0$) следует учесть, так же как и при изучении вынужденного КРС, действие на акустическую среду двух электрических полей.

Можно показать, что при строгом направлении антистоксовой компоненты назад удовлетворяется условие фазового синхронизма $k_0 + k_1 = k_a$. Запишем поле в виде $E = E_0 + E_1$, где E_0 — поле действующей лазерной волны, E_1 — поле антистоксовой компоненты, идущей назад:

$$E = 0,5 \left\{ A_0 \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)] + A_1 \exp[i(\omega_1 t + k_1 z)] + \text{к.с.} \right\}. \quad (4.47)$$

В квадрате поля, входящем в уравнение (4.44), сохраним слагаемые, которые находятся в резонансе с частотой собственных акустических колебаний ω_a :

$$E = 0,5 \left(A_0^* A_1 \exp \left\{ i [(\omega_1 - \omega_0)t - (k_1 + k_0)z] \right\} + \text{к.с.} + \dots \right). \quad (4.48)$$

Частное решение неоднородного уравнения (4.44) будем искать в виде

$$\rho(z, t) = 0,5 \rho_1 \left\{ \exp [i(\omega t + k_a z)] + \text{к.с.} \right\}. \quad (4.49)$$

Подстановка (4.49) и (4.48) в (4.44) приводит к следующей зависимости $\rho(z, t)$ в акустической волне при вынужденных колебаниях

$$\rho(z, t) = -\frac{\gamma A_0^* A_1 k_a^2}{8\pi D} \exp \left\{ i [(\omega_1 - \omega_0)t + k_a z] \right\}, \quad (4.50)$$

где $D = \omega_a^2 - (\omega_1 - \omega_0)^2 + i\alpha_a v_a (\omega_1 - \omega_0)$, $\omega = \omega_1 - \omega_0$, множитель перед $\exp [i\varphi(z, t)]$ равен ρ_1 . Из (4.50) следует, что волна вынужденных колебаний плотности распространяется вдоль оси z и не испытывает затухания. Амплитуда колебаний тем выше, чем выше амплитуда падающей волны и антистоксовой волны A_1 , и зависит от коэффициента затухания $\nu = \alpha_a v_a$ спонтанного МБР. Для исследования электрического поля антистоксовой волны используем волновое уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E(z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\varepsilon(z, t) E(z, t)] = 0. \quad (4.51)$$

При решении этого уравнения учтем, что $\varepsilon(z, t) = \varepsilon_0 - \delta\varepsilon = \varepsilon_0 + \gamma[\rho(z, t) - \rho_0]/\rho_0$. Уравнение (4.51) при этом принимает вид

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E(z, t) - \frac{\varepsilon_0}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(z, t) = -\frac{\gamma}{c^2 \rho_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ [\rho(z, t) - \rho_0] E(z, t) \right\}. \quad (4.52)$$

Нас интересует поле на частоте антистоксовой компоненты. Для этого в правую часть уравнения (4.52) подставим электрическое поле волны накачки

$$E = 0,5 A_0 \exp [i(\omega_0 t - k_0 z)]. \quad (4.53)$$

При такой подстановке мы получаем нелинейную поляризацию на частоте ω_1 , которое в левой части уравнения (4.52) приводит к возбуждению электрического поля E_1 антистоксовой волны.

Если в уравнение (4.52) подставить полное поле E (формула (4.47)), то волновое уравнение разбивается на два, одно из которых представляет собой однородное уравнение для поля на частоте накачки, второе соответствует полю антистоксовой волны. Правая часть уравнения (4.52) после подстановки $\rho(z, t)$ и E_0 приобретает вид

$$\frac{\gamma^2 k_a^2 \omega_1^2 |A_0|^2 A_1(z)}{16\pi \rho_0 D c^2} \exp[i(\omega_1 t + k_1 z)]. \quad (4.54)$$

Так как $k_1 = k_a - k_0$, частное решение для поля E_1 находим в виде $E(z, t) = 0,5 A_1 \exp[i(\omega_1 t + k_1 z)]$. В приближении медленно меняющихся амплитуд получаем **уравнение для нахождения координатной зависимости амплитуды $A_1(z)$** :

$$\frac{dA_1}{dz} = i \frac{\gamma^2 k_a^2 \omega_1^2 |A_0|^2}{16\pi k_1 \rho_0 D c^2} A_1(z). \quad (4.55)$$

В общем случае амплитуда комплексна, но в условиях точного резонанса $\omega_1 - \omega_0 = \omega_a$, $D = i\alpha_a v_a \omega_a$, так же как и при вынужденном КРС. Уравнение (4.55) сводится к виду

$$\frac{dA_1}{dz} = g A_1, \quad (4.56)$$

решение которого приводит к экспоненциальному росту антистоксовой волны, а величина g играет роль инкремента роста. При переходе к интенсивности волны накачки величина g равна

$$g = \frac{\gamma^2 k_a^2 \omega_1^2 I_0}{2n_0 c^3 k_1 \rho_0 \alpha_a v_a \omega_a}. \quad (4.57)$$

Отсюда следует, что коэффициент усиления пропорционален интенсивности волны накачки I_0 , коэффициенту γ^2 , определяемому электрострикцией среды, и обратно пропорционален частоте затухания $\nu = \alpha_a v_a$ акустической волны. Генерация вынужденного МБР обладает порогом по I_0 из-за затухания волны накачки в среде. Если коэффициент затухания α_0 , то

$$I_1(z) = I_1(0) \exp[2(g - \alpha_0)z]. \quad (4.58)$$

Равенство $g = \alpha_0$ определяет $I_{0, \text{пор}}$. Величина $I_1(0)$ определяется начальной интенсивностью спонтанной акустической волны.

4.4. Другие виды вынужденного рассеяния света

К настоящему времени наиболее изученными являются вынужденное комбинационное рассеяние света и вынужденное рассеяние Мандельштама—Бриллюэна. Однако существуют другие типы вынужденного светорассеяния, на кратком обсуждении некоторых из них мы остановимся. Мы обсудим, главным образом, виды рассеяния, относящиеся к Рэлеевскому рассеянию, которое при действии слабых световых пучков значительно превосходит по интенсивности КРС и МБР. Исследованию вынужденного рассеяния света предшествовало интенсивное теоретическое и экспериментальное изучение формы линии спонтанного Рэлеевского рассеяния [1]. Одним из интересных результатов этих исследований является обнаружение широких крыльев в спектре Рэлеевского рассеяния, в связи с чем общий контур спектра не имеет Лоренцевой формы. Эффект обнаружен в Керровских средах, состоящих из полярных молекул. Кроме узкой линии монохроматического излучения на частоте ν_0 , шириной около 1 см^{-1} , в спектре наблюдаются широкие крылья, простирающиеся до 200 см^{-1} .

Целым рядом экспериментов показано, что крылья не связаны с комбинационным рассеянием света со значениями комбинационных частот, близкими к частоте ν_0 . Леонтович М.А. разработал теорию, по которой появление крыльев в спектре объясняется флуктуацией тензоров деформации, анизотропией молекул и флуктуациями температуры. Частотная зависимость интенсивности рассеяния в крыльях по [12] определяется формулой

$$I(\Delta\omega) = A \frac{kT}{\mu} \frac{\tau}{1 + \Delta\omega^2 \tau^2}, \quad (4.59)$$

где $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, $\tau = 4\pi r^3 \eta / 3k_B T$ — время релаксации молекул, η — коэффициент вязкости среды, μ — модуль сдвига, r — радиус молекул, A — постоянный коэффициент.

Более поздний анализ показал (см. [13]), что основной вклад в уширение крыльев вносит ориентационная неустойчивость полярных молекул, а коэффициент A зависит от разности главных компонент поляризуемости. Из (4.59) следует лоренцев контур крыльев, с полушириной $\gamma = \tau^{-1}$.

Первые эксперименты по вынужденному рассеянию на крыльях Рэлеевской линии были выполнены в группе И.Л. Фабелинского в

ФИАНе [14] в различных Керровских жидкостях. Обнаружен неожиданный результат: усиление крыла наблюдалось только со стоксовой стороны от частоты ν_0 и возрастало с ростом температуры (рис. 4.8). Спектр изучался с помощью интерферометра Фабри—Перо.

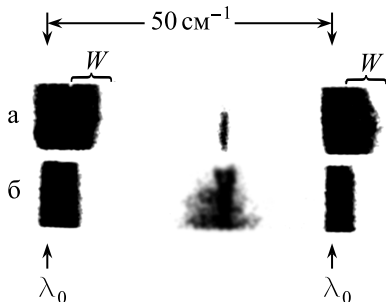


Рис. 4.8. Интерферограммы вынужденного рассеяния на крыльях Рэлеевского рассеяния в жидком CS_2 : а) при мощности ≈ 100 МВт; б) при мощности ≈ 85 МВт. W — спектральный интервал, предсказанный теорией

экспериментально подтверждает эту зависимость, хотя количественное согласие с формулой (4.60) отсутствует.

Г.С. Хи и П.Н. Прасад [17, 18] изучали также усиление стоксовых линий различных полярных и неполярных молекул в жидкостях. Для этого жидкости вводились в полый стеклянный волоконный волновод, способствующий концентрации лазерного пучка за счет полного внутреннего отражения и его действия на большей длине. Рассеяние наблюдалось через стенки волновода, и спектр рассеянного излучения фотографировался с помощью спектрографа. Они обнаружили на стоксовых гармониках длинноволновые хвосты, спектральная протяженность которых увеличивалась с ростом интенсивности пучка накачки и номера гармоники (рис. 4.9). Протяженность этих хвостов значительно выше, чем на крыле Рэлеевской линии. Для неполярных молекул этот эффект не наблюдается. Они назвали это явление **вынужденным Раман—Керровским рассеянием** (stimulated Raman—Kerr scattering [7]). Теория этого эффекта сходна с теорией вынужденного рассеяния на крыле Рэлеевской линии.

Описание других, более слабых эффектов вынужденного рассея-

Теория вынужденного рассеяния на крыле основана по существу на той же процедуре, что и теория вынужденного КРС и вынужденного МБР [15, 16]. Основным ее результатом является вывод **формулы для коэффициента усиления**:

$$g(\Delta\omega) = B(I; T) \frac{\Delta\omega\tau}{1 + \Delta\omega^2\tau^2}, \quad (4.60)$$

где коэффициент $B(I; T) \propto I$ и зависит от температуры и разности главных компонент поляризуемости молекулы. Из формулы (4.60) следует, что усиление должно наблюдаться на низкочастотном крыле с максимумом при $\omega_m = \omega_0 - 1/\tau$. Эксперимент каче-

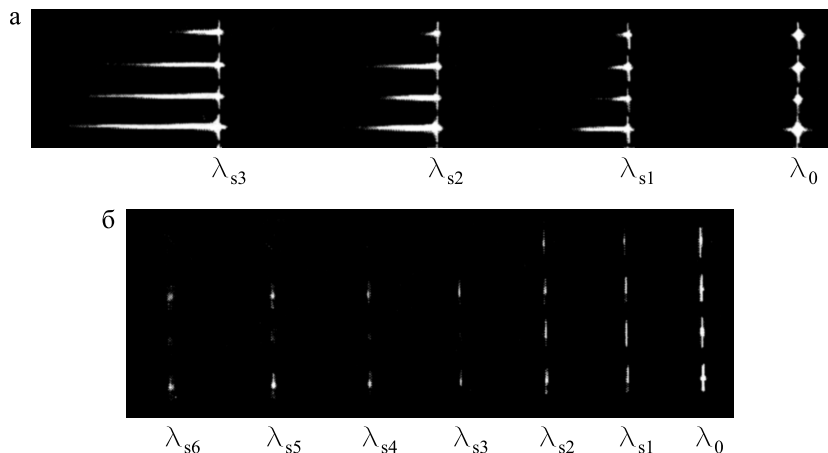


Рис. 4.9. а) Вынужденное комбинационное рассеяние в бензоле. б) Вынужденное стоксово рассеяние в CCl_4 . Интенсивность лазерного пучка увеличивается от верхних спектров к нижним

ния в районе Рэлеевской линии (энтропийное, температурное, концентрационное рассеяние и др.) содержится в [13, 19] и цитируемых в них статьях.

4.5. Применение вынужденного рассеяния света

Остановимся на некоторых применениях вынужденного светорассеяния. Мы уже упоминали о новом методе нелинейной лазерной спектроскопии — КАРС (стр. 111), дающем возможность более детального изучения колебательного спектра молекул или фононного спектра кристаллов. Второе важное применение — использование вынужденного КРС и вынужденного МБР для **обращения волнового фронта**.

Первое сообщение об этом явлении появилось в 1972 г. в работе [20]. Авторы использовали вынужденное МБР в метане, сжатом до 125 атмосфер, в кювете длиной около метра. В качестве источника был использован одномодовый лазер на рубине. По предложению В.В. Рагульского было предпринято изучение вынужденного МБР при преднамеренном

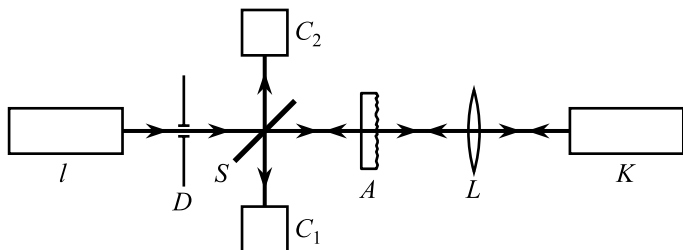


Рис. 4.10. Схема наблюдения вынужденного МБР и обращения волнового фронта. l — рубиновый лазер, D — диафрагма, S — делительное зеркало, C_1 и C_2 — схемы, регистрирующие направленности световых сигналов, A — аббератор, L — линза, K — кювета с газом

искажении волнового фронта лазерной волны.

Схема наблюдения вынужденного МБР и обращения волнового фронта представлена на рис. 4.10. Для искажения волнового фронта использовалась стеклянная пластина, поверхность которой матировалась травлением в плавиковой кислоте. Вынужденное МБР регистрировалось при рассеянии назад. Благодаря диафрагмированию лазерного пучка его угловая расходимость $\delta\theta$ в дальней зоне, регистрируемая схемой C_1 , составляла $0,14 \cdot 10^{-3}$ рад. После прохождения через аббератор расходимость пучка увеличивалась приблизительно в 100 раз ($\delta\theta \approx 3,5 \cdot 10^{-3}$ рад). Лазерный пучок приобретал структуру, состоящую из нерегулярных спеклов (пятен), возникающих из-за случайной конструктивной интерференции рассеянных пучков. Известно [21], что поперечные размеры спеклов $\delta r_{\perp} \propto \lambda/\delta\theta$, а продольные $\delta z \propto \lambda/\delta\theta^2$. При использовании вместо кюветы с газом обычного плоского зеркала расходимость пучка после повторного прохождения через рассеивающую пластину (аббератор) увеличивалась в 2 раза. Но, при вынужденном МБР назад по отношению к сфокусированному пучку и двойном прохождении через аббератор, величина $\delta\theta$, регистрируемая схемой C_2 , совпадала с расходимостью исходного лазерного пучка. Таким образом, был открыт новый способ обращения волнового фронта, использующий вынужденное МБР. В дальнейшем этот эффект был подтвержден другими исследователями.

Следует сказать, что формула (4.57), выведенная для коэффициента усиления вынужденного МБР в отсутствие фазовой корреляции между падающей и рассеянной волнами, не объясняет обращение вол-

нового фронта, так как коэффициент усиления $g \propto |A_0|^2$, а не A_0^* , как при вырожденном четырехволновом взаимодействии (см. главу 3). Авторы открытия обратили внимание на образование спекл-структуры в рассеянных пучках. Ими выведена (см. [22]) более общая формула для коэффициента усиления в заданной точке z нелинейной среды, учитывающая зависимость амплитуд рассеянных волн от поперечных координат при наличии спеклов:

$$g(z) = G \frac{\int |A_0(\vec{r}, z)|^2 |A_S(\vec{r}, z)|^2 d\vec{r}}{\int |A_S(\vec{r}, z)|^2 d\vec{r}}, \quad (4.61)$$

где G — константа, A_0 и A_S — амплитуды падающей волны и волны, рассеянной назад. Интегралы берутся по поперечным координатам x, y , $d\vec{r} = dx \cdot dy$. В отсутствие зависимости $A_0(\vec{r}, z)$ и $A_S(\vec{r}, z)$ от поперечной координаты \vec{r} эта формула сводится к формуле (4.57) при $z = 0$. Так как $|A_{0,S}(\vec{r}, z)|^2 = A_{0,S}(\vec{r}, z) A_{0,S}^*(\vec{r}, z)$, то из (4.61) вытекает следующий вывод: наибольшее значение $g(z)$ достигается, если обращенная волна при вынужденном МБР является фазово-сопряженной по отношению к падающей, т. е. $A_S(\vec{r}, z) \propto A_0^*(\vec{r}, z)$. При этом волновые фронты падающей и обращенной волн и их спеклы совпадают, что приводит к большему значению $g(z)$ на выходе нелинейной среды по сравнению с другими вариантами соотношения амплитуд. Оценки показывают, что при этом коэффициент усиления на выходе среды $g(0)$ в $1,5 \div 2$ раза выше, чем в отсутствие корреляции между спеклами падающей и обращенной волн. При больших значениях $g(0)L$, где L — длина нелинейной среды ($g(0)L \gtrsim 10$), увеличение $g(0)$ в два раза приведет к подавляющему усилению фазово-сопряженной волны по сравнению с другими усиленными волнами.

Обращение волнового фронта при вынужденном МБР имеет преимущество по сравнению с обращением при вырожденном четырехволновом взаимодействии. Во-первых, для эксперимента требуется один пучок накачки, а не два, необходимых при вырожденном четырехволновом взаимодействии, что упрощает опыт. Во-вторых, при вынужденном МБР не предъявляются большие требования к однородности нелинейной среды. Единственным преимуществом вырожденного четырехволнового взаимодействия являются большие значения коэффициентов усиления (см. главу 3).

Теория обращения волнового фронта, развитая в [22], носит качественный характер. В последующих экспериментах обращение волнового фронта было обнаружено при вынужденном КРС на стоксовых

компонентах [23] и при вынужденном рассеянии на крыле Рэлеевской линии [24]. Тот факт, что стоксовы частоты значительно отличаются от частоты лазерного пучка, ставит под сомнение теорию обращения волнового фронта с привлечением спеклов [22]. В работах [25, 7] сделана попытка построения теории обращения волнового фронта при обратном вынужденном рассеянии независимо от его типа. Физические предпосылки этой теории основаны на способе восстановления волнового фронта в голографии. Предполагается, что регулярная лазерная волна (опорная волна) с полем $\vec{E}_1(\omega_0)$ и рассеянная вперед с полем $\vec{E}_2(\omega_0)$ (сигнальная волна) создают в нелинейной среде при интерференции объемную фазовую дифракционную решетку. Поле рассеянной волны в направлении, противоположном падающей волне, также разделяется на две компоненты: регулярная (считывающая) волна с полем $\vec{E}_3(\omega_S)$ и более слабая волна, рассеянная назад, с полем $\vec{E}_4(\omega_S)$. В этом случае может оказаться, что

$$\vec{E}_3(\omega_S) + \vec{E}_4(\omega_S) = A[\vec{E}_1(\omega_0) + \vec{E}_2(\omega_0)]^*, \quad (4.62)$$

т. е. рассеянная назад волна является фазово-сопряженной по отношению к падающей. Здесь ω_S — частота рассеянной волны. Однако при обсуждении теории [7] возникает вопрос о характере фазовых решеток. Дело в том, что суммирование полей \vec{E}_1 и \vec{E}_2 должно дать пропускающую решетку, а не отражательную. Кроме того, известно, что при вынужденном КРС (см. параграф 4.2) стоксовы компоненты распространяются главным образом вдоль направления падающей волны. Можно предполагать, что строгая теория обращения волнового фронта при вынужденном рассеянии к настоящему времени отсутствует. В последнее время изучается проблема конкуренции стоксовых волн, идущих вперед и назад, причем численными экспериментами установлено усиление конверсии стоксовых волн при действии кратковременных пикосекундных импульсов.

Литература к главе 4

- [1] *Волькенштейн М.В.* Молекулярная оптика. — М.-Л.: Гостехиздат, 1951. — 744 с.
- [2] *Суцинский М.М.* Спектры комбинационного рассеяния молекул и кристаллов. — М.: Наука, 1969. — 376 с.

- [3] *Плачек Г.* Рэлеевское рассеяние и раман-эффект. Пер. с нем. — Киев-Харьков: ОНТИУ, 1934. — 176 с.
- [4] *Конингстайн И.А.* Введение в теорию комбинационного рассеяния. Пер. с англ. — М.: Мир, 1975. — 192 с.
- [5] *Woodberry E.J., Ng W.K.* // Proc. IRE. — 1962. — **50**. — P.2367.
- [6] *Terhune R.W.* // Bul. Amer. Phys. Soc. — 1963. — **8**. — P.359.
- [7] *He G.S., Liu S.H.* Physics of nonlinear optics. — World Scientific, 1999.
- [8] *Ахманов С.А., Коротеев Н.И.* Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света. — М.: Наука, 1981. — 543 с.
- [9] *Пуле А., Матье Ж.-П.* Колебательные спектры и симметрия кристаллов. Пер. с франц. — М.: Мир, 1973. — 437 с.
- [10] *Chiao R., Townes C.H., Stoicheff B.P.* // Phys. Rev. Lett. — 1964. — **12**. — P.59.
- [11] *Herman R.M., Gray M.A.* // Phys. Rev. Lett. — 1967. — **19**. — P.824.
- [12] *Леонтович М.А.* // J. Phys. — 1941. — **4**. — P.499.
- [13] *Шен И.Р.* Принципы нелинейной оптики. Пер. с англ. — М.: Наука, 1989. — 560 с.
- [14] *Маш Д.И. и др.* // Письма в журн. эксперим. и теор. физ. — 1965. — **1**. — С.41.
- [15] *Зайцев Г.И. и др.* // Письма в журн. эксперим. и теор. физ. — 1967. — **6**. — С.351.
- [16] *Bloembergen N., Lallemand P.* // Phys. Rev. Lett. — 1976. — **16**. — P.81.
- [17] *He G.S., Prasad P.N.* // Opt. Commun. — 1989. — **73**. — P.161.
- [18] *He G.S., Prasad P.N.* // Fiber and Integrated Optics. — 1980. — **9**. — P.11.
- [19] *Старунов В.С., Фабелинский И.Л.* // Усп. физ. наук. — 1969. — **98**. — С.441.
- [20] *Зельдович Б.Я., Поповичев В.И., Рагульский В.В., Файзулов Ф.С.* // Письма в журн. эксперим. и теор. физ. — 1972. — **15**. — С.160.
- [21] *Франсон М.* Оптика спеклов. Пер. с франц. — М.: Мир, 1980. — 171 с.
- [22] *Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В.* Обращение волнового фронта. — М.: Наука, 1985. — 247 с.

- [23] *Sokolovskaya A.I., Brekhovskikh G.L., Kudryavtseva A.D.* // Opt. Commun. — 1978. — **24**. — P.74.
- [24] *Ferrier J.L., Wu Z. et al.* // Opt. Commun. — 1982. — **41**. — P.135.
- [25] *Liu D., He G.S.* // JETP — 1990. — **88**. — P.235.

Глава 5

Основы резонансной нелинейной оптики

5.1. Введение

В первых четырех главах курса изложены основные явления нерезонансной нелинейной оптики и их интерпретация на основе классической электродинамики. Все эти явления возникают при облучении сред в области их прозрачности. Слабое поглощение в этой области не играет существенной роли при описании явлений и может только приводить к их ослаблению или к возникновению порога по интенсивности пучков накачки.

Иная ситуация возникает, если лазерные пучки воздействуют на вещество в области сильного поглощения, другими словами, в спектральной области, соответствующей оптическим переходам на собственные электронные уровни возбужденного состояния вещества. Такие переходы, как известно, сопровождаются сильным поглощением лазерных пучков, спонтанным и вынужденным излучением, безызлучательными переходами из возбужденного в основное состояние. При оптической накачке вещества возможно возникновение инверсии населенности электронных уровней, приводящей к преобладанию вынужденного излучения над поглощением. В этом случае среда работает как квантовый усилитель света, а если усилитель помещен в оптический резонатор — как квантовый генератор вынужденного излучения, т. е. лазер.

Другими словами, излучение лазера также является резонансным нелинейным эффектом. Однако в нашем курсе мы не будем изучать физику лазеров, которая является предметом отдельного курса (см. [1, 2]). В этой главе рассматриваются резонансные нелинейные эффекты, не относящиеся к работе лазеров и возникающие при действии стационарных лазерных пучков. К ним относятся эффект насыщения и двухфотонное/многофотонное поглощение света.

5.2. Нелинейный эффект насыщения

Исследование эффекта насыщения проведем на примере атомного газа. Для этого используем двухуровневую схему оптических переходов (рис. 5.1). При действии внешнего излучения и при выполнении закона сохранения энергии $\hbar\omega = E_2 - E_1$ в атомах появятся оптические переходы из основного состояния «1» в возбужденное состояние «2». Для их анализа введем вероятность перехода при поглощении света:

$$W_{12} = \frac{1}{n_1} \frac{dn_1}{dt}. \quad (5.1)$$

Здесь n_1 — населенность уровня «1», т. е. концентрация атомов в основном состоянии.

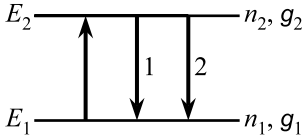


Рис. 5.1

При оптическом возбуждении населенность верхнего состояния возрастает, и возникают переходы, сопровождающиеся излучением квантов. На основе теории Эйнштейна следует различать спонтанное и вынужденное излучение [1, 2, 3]. Последний тип переходов зависит от действующего излучения.

Вероятности переходов при поглощении и вынужденном излучении по Эйнштейну пропорциональны спектральной плотности излучения $u = \frac{d\rho}{d\omega}$, где ρ — плотность световой энергии:

$$W_{12} = B_{12}u, \quad W_{21}^{\text{спонт}} = A_{21}, \quad W_{21}^{\text{вын}} = B_{21}u, \quad (5.2)$$

где введены **коэффициенты Эйнштейна** B_{12} , A_{21} и B_{21} . При действии излучения скорость изменения населенности нижнего уровня равна

$$\frac{dn_1}{dt} = -B_{12}un_1 + (B_{21}u + A_{21})n_2. \quad (5.3)$$

В двухуровневой схеме полная концентрация атомов $n = n_1 + n_2$, откуда $\frac{dn_2}{dt} = -\frac{dn_1}{dt}$. Проведем расчет населенностей при стационарном возбуждении атомного газа, т. е. при $\frac{dn_1}{dt} = 0$. Имеем

$$n_1 = \frac{B_{21}u + A_{21}}{(B_{21} + B_{12})u + A_{21}} \cdot n, \quad n_2 = \frac{B_{12}u}{(B_{21} + B_{12})u + A_{21}} \cdot n. \quad (5.4)$$

Между коэффициентами B_{12} и B_{21} имеет место соотношение $B_{12}/B_{21} = g_2/g_1$, где g_1 и g_2 — степени вырождения уровней «1» и «2». Поэтому в дальнейшем нас будет интересовать разность относительных населенностей

$$\Delta n = \frac{n_1}{g_1} - \frac{n_2}{g_2}. \quad (5.5)$$

Из (5.4) и (5.5) следует, что

$$\Delta n(u) = \frac{\Delta n(0)}{1 + \frac{B_{12}}{A_{21}} \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) u}, \quad (5.6)$$

где $\Delta n(0) = n/g_1$ — относительная разность населенностей в отсутствие внешнего излучения. Из (5.6) видно, что если $u \rightarrow \infty$, то $\Delta n(u) \rightarrow 0$, т. е. относительные населенности выравниваются и возникает насыщение. При расчете $\Delta n(u)$ мы предположили переходы между бесконечно узкими уровнями. Однако эксперимент показывает, что спектральная линия поглощения имеет определенную ширину. В случае однородного уширения линия поглощения имеет лоренцев контур с максимумом при $\omega = \omega_0$ и полушириной γ . При действии монохроматического излучения с частотой ω вероятность перехода при поглощении света $W_{12} = B_{12}u$ следует заменить на

$$W_{12} = B_{12}\rho g_L(\omega), \quad (5.7)$$

где ρ — плотность излучения и $g_L(\omega)$ — **лоренцев контур**, нормированный на единицу ($\int_0^\infty g_L(\omega) d\omega = 1$):

$$g_L(\omega) = \frac{\gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + 0,25\gamma^2}. \quad (5.8)$$

Используя (5.5) и проведя перерасчет $\Delta n(u)$, имеем на основании формул (5.7), (5.8):

$$\Delta n(u) = \frac{\Delta n(0) [(\omega - \omega_0)^2 + 0,25\gamma^2]}{(\omega - \omega_0)^2 + 0,25\gamma^2(1 + Bu)}, \quad (5.9)$$

где введена константа, в которой использовано соотношение $A_{21} = 1/\tau$:

$$B = \frac{2B_{12}\omega_0\tau(g_1 + g_2)}{g_2\gamma}. \quad (5.10)$$

Величина τ имеет значение среднего времени жизни возбужденного состояния. Такая замена полезна, так как при наличии безызлучательных переходов с вероятностью ζ_{21} , $\tau = (A_{21} + \zeta_{21})^{-1}$.

Связь между коэффициентом поглощения α и Δn следующая:

$$\alpha(\omega, u) = \frac{\hbar\omega}{c} B_{12}g_L(\omega)g_1\Delta n(u). \quad (5.11)$$

Вывод этой формулы будет дан ниже. Из формул (5.8), (5.9) и (5.11) следует

$$\alpha(\omega, u) = \frac{D}{(\omega - \omega_0)^2 + 0,25\gamma^2(1 + Bu)}, \quad (5.12)$$

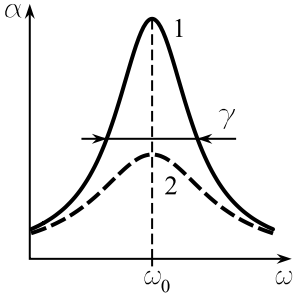


Рис. 5.2

где константа $D = \hbar\omega B_{12}\gamma g_1\Delta n(0)/2\pi c$.

При $u = 0$ и $\omega = \omega_0$ имеем $D = 0,25\alpha(0,0)\gamma^2$. Наконец, переходя к интенсивности светового пучка $I = c\omega_0 u$, получаем

$$\alpha(\omega, I) = \frac{\alpha(0,0) \cdot 0,25\gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + 0,25\gamma^2(1 + I/I_S)}, \quad (5.13)$$

где I_S — **интенсивность насыщения**:

$$I_S = \frac{\omega_0 c}{B} = \frac{\pi c g_2 \gamma}{2\tau B_{12}(g_1 + g_2)}. \quad (5.14)$$

При $I = I_S$ коэффициент поглощения в максимуме линии поглощения падает в 2 раза. Из (5.13) также следует полевое уширение спектральной линии (рис. 5.2):

$$\gamma(I) = \gamma \sqrt{1 + I/I_S}. \quad (5.15)$$

Из (5.13) также видно, что в центре спектральной линии коэффициент поглощения

$$\alpha(0, I) = \frac{\alpha(0,0)}{1 + I/I_S}. \quad (5.16)$$

В то же время на отдаленных крыльях линии поглощения, $\omega - \omega_0 \gg \gamma$, величина $\alpha(\omega, I)$ мало отличается от $\alpha(\omega, 0)$, т. е. при заданном значении интенсивности наибольшее уменьшение коэффициента поглощения достигается в центре линии.

Остановимся на выводе формулы (5.11). Рассмотрим распределение света в поглощающей среде (атомный газ в кювете длиной L). Хорошо известно, что при падении слабых световых пучков интенсивность света I на выходе кюветы длиной L (без учета отражения) подчиняется закону Бугера $I = I_0 \exp(-\alpha L)$, где α — коэффициент поглощения, в линейной оптике это постоянная величина, не зависящая от I_0 . Вывод этой формулы прост и основан на предположении, что изменение I на единицу длины равно

$$\frac{dI}{dz} = -\alpha I. \quad (5.17)$$

Переформулируем уравнение (5.17), учитывая:

1. конечную ширину спектральной линии,
2. связь α с коэффициентами Эйнштейна для оптических переходов,
3. существование вынужденного излучения.

Для установления связи со спектральной плотностью излучения введем дифференциальный поток энергии $i(\omega) = \frac{dI}{d\omega}$, откуда $i(\omega) = v_{\text{ф}} u(\omega)$, где $v_{\text{ф}} = c/n$ (n — показатель преломления). Очевидно, что для $i(\omega)$ уравнение (5.17) сохраняет свой вид. С другой стороны, введем потребляемую мощность из-за поглощения света в расчете на единичный спектральный интервал $q = \frac{di}{dz}$. При переходе в возбужденное состояние

$$q = w_{12} n_1 \hbar \omega = b_{12} u n_1 \hbar \omega = B_{12} u g_L(\omega) n_1 \hbar \omega, \quad (5.18)$$

где w_{12} — вероятность перехода, отнесенная к единичному спектральному интервалу, $b_{12}(\omega)$ — **дифференциальный коэффициент Эйнштейна**. После подстановки $q(\omega)$ в уравнение (5.17) с заменой I на $i(\omega)$, учитывая (5.7), находим коэффициент поглощения

$$\alpha(\omega) = \frac{n}{c} B_{12} g_L(\omega) n_1 \hbar \omega. \quad (5.19)$$

Учтем теперь вынужденное излучение. Как известно (см. [1, 2]), вынужденное излучение возникает под действием падающего излучения, согласовано с ним по направлению, поляризации и фазе и приводит, в

отличие от поглощения света, к усилению падающей волны. Уравнение, описывающее распространение вынужденного излучения, имеет вид

$$\frac{di}{dz} = ki, \quad (5.20)$$

где k — коэффициент усиления. При этом величина q — дифференциальная мощность, выделяемая при вынужденном излучении, равна

$$q = B_{21} u g_L(\omega) n_2 \hbar \omega \quad (5.21)$$

и зависит от вероятности переходов при вынужденном излучении и населенности возбужденного состояния. Из уравнений (5.20), (5.21) и соотношения $i(\omega) = \frac{c}{n} u(\omega)$ следует уравнение для коэффициента усиления

$$k(\omega) = \frac{n}{c} B_{21} g_L(\omega) n_2 \hbar \omega. \quad (5.22)$$

Таким образом, скорость изменения интенсивности света по мере его распространения в поглощающем атомном газе при учете вынужденного излучения подчиняется уравнению

$$\frac{dI}{dz} = -(\alpha - k)I, \quad (5.23)$$

где эффективный коэффициент поглощения, с учетом соотношения между B_{12} и B_{21} , равен

$$\alpha_{\text{эфф}} = \alpha - k = \frac{n}{c} \hbar \omega g_L(\omega) B_{12} g_1 \left(\frac{n_1}{g_1} - \frac{n_2}{g_2} \right). \quad (5.24)$$

Полагая показатель преломления в газе $n = 1$ и определяя величины $\Delta n(0)$ как разность относительных населенностей, получаем формулу (5.11).

Представленные формулы для коэффициента поглощения относятся к случаю однородного уширения спектральных линий. В этом случае все атомы в поглощающем (излучающем) газе имеют одну собственную частоту ω_0 , и линия имеет лоренцев контур. Примером может служить естественная ширина спектральных линий, связанная с конечным временем жизни атомов в возбужденном состоянии, $\gamma_{\text{ест}} = \tau^{-1}$. Кроме того, как показано в [1, 2], к однородному уширению приводят также столкновения атомов. Вопрос об уширении спектральных линий при

столкновениях достаточно сложен, и детальное обсуждение этой задачи изложено в [4].

Различают упругие и неупругие столкновения атомов. В последнем случае атомы переходят в возбужденное состояние, что приводит также к лоренцеву контуру поглощения с максимумом при ω_0 и дополнительному вкладу в полуширину. При упругих столкновениях из-за сильного взаимодействия атомов в процессе столкновения возможен сдвиг частоты ω_0 и дополнительное уширение из-за фазового рассогласования волн до и после столкновения. Если пренебречь сдвигом частоты, то форма линии поглощения вновь описывается лоренцевым контуром (5.8), но с полушириной [2]

$$\gamma_0 = \gamma_{\text{ест}} + \gamma_{\text{ст}}, \quad (5.25)$$

где $\gamma_{\text{ст}}$ зависит от давления газа p и средней скорости \bar{v} движения атомов, $\gamma_{\text{ст}} = 2\bar{\nu} = 2\frac{p}{k_{\text{B}}T}\bar{v}\sigma_{\text{ст}}$, где $\sigma_{\text{ст}}$ — эффективное сечение сталкивающихся атомов, $\bar{\nu}$ — средняя частота столкновений. Оценки показывают, что при нормальном давлении газа ($p = 1$ атм) и комнатной температуре $\gamma_{\text{ст}} \approx 5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, что выше естественной ширины линии $\gamma_{\text{ест}} = 10^7 \div 10^9 \text{ с}^{-1}$ для видимого диапазона. В условиях, когда остальными механизмами усиления можно пренебречь, линейная зависимость γ от p подтверждается экспериментально [4]. Вклад столкновительного уширения можно значительно снизить, понижая давление газа до значений $p \leq 10^2$ Па.

Кроме однородного уширения на форму спектральной линии и ее полуширину оказывает неоднородное уширение, вызванное разбросом собственных частот ω_0 излучающих или поглощающих атомов. В газах разброс частот связан с **эффектом Доплера**. Для неподвижного наблюдателя сдвиг частоты относительно ω_0 определяется формулой

$$\omega'_0 = \omega_0 \left(1 - \frac{v_{\parallel}}{c} \right), \quad (5.26)$$

где v_{\parallel} — проекция скорости \vec{v} движущегося атома на направление наблюдения, т. е. при движении атома от наблюдателя $\omega'_0 < \omega_0$. Таким образом, $\Delta\omega = (\omega'_0 - \omega_0)$ — кажущийся сдвиг собственной частоты. В лабораторных условиях при неподвижных источниках и приемниках излучения величина $\Delta\omega$ определяет неоднородное, доплеровское, уширение спектральных линий. Если атомный газ подчиняется распределению Максвелла по скоростям, нормированная функция распределения

v_{\parallel} является гауссовой функцией:

$$f(v_{\parallel}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\bar{v}_0} \exp\left(-\frac{v_{\parallel}^2}{\bar{v}_0^2}\right), \quad (5.27)$$

где $\bar{v}_0 = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ — среднеквадратичная скорость движения атомов.

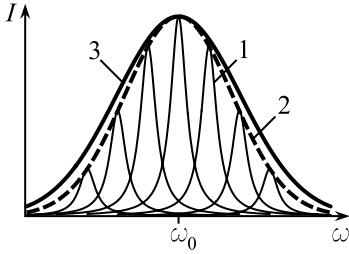


Рис. 5.3. «1» — контур Лоренца, «2» — контур Гаусса, «3» — контур Фохта

От функции распределения по скоростям можно перейти к функции распределения по частотам ω'_0 :

$$f(\omega'_0) = A \exp\left[-\frac{(\omega'_0 - \omega_0)^2 c^2}{\omega_0^2 \bar{v}^2}\right]. \quad (5.28)$$

Отсюда следует доплеровская полуширина спектральных линий

$$\gamma_d = 2\sqrt{\ln 2} \frac{\omega_0 \bar{v}_0}{c}. \quad (5.29)$$

Оценки показывают, что для атомов средней массы, находящихся при комнатной температуре, $\bar{v}_0 \approx 2 \cdot 10^5$ см/с и при значениях ω_0 , соответствующих видимому диапазону, $\gamma_d \approx 10^{10} \div 10^{11}$ см⁻¹. Отсюда следует, что в обычных лабораторных условиях при умеренных давлениях газа $\gamma_d > \gamma_0$. При учете однородного и неоднородного уширения результирующий контур спектральной линии определяется интегралом свертки по наблюдаемым частотам

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} f(\omega'_0) g_L(\omega'_0 - \omega) d\omega'_0. \quad (5.30)$$

Так как интеграл является сверткой лоренцева контура по гауссовой функции распределения, результирующий контур — это **контур Фохта**

$$F(\omega) = C \int_0^{\infty} \frac{\exp\left\{-\left[\frac{c(\omega'_0 - \omega_0)}{\bar{v}\omega_0}\right]^2\right\}}{(\omega'_0 - \omega_0)^2 + \gamma^2/4} d\omega'_0, \quad (5.31)$$

где константа C определяется условиями нормировки двух контуров.

При нахождении формы и параметров экспериментальных полос поглощения (излучения) следует провести согласование экспериментальной формы с (5.31) путем компьютерных расчетов. При $\gamma_d > \gamma_0$

контур Фохта полезно рассматривать как составной контур, состоящий из однородно уширенных полос с огибающей, определенной функцией Гаусса (рис. 5.3).

Переходя к анализу эффекта насыщения, выделим малый интервал v_{\parallel} и введем относительные населенности двух уровней

$$\begin{aligned} dn_{1,2} &= n_{1,2} f_{1,2}(v_{\parallel}) dv_{\parallel} = \\ &= n_{1,2}(v_{\parallel}) dv_{\parallel}. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Здесь $n_1(v_{\parallel})$ и $n_2(v_{\parallel})$ — функции распределения населенности атомов по скорости v_{\parallel} для основного и возбужденного состояния соответственно.

С учетом (5.24) результирующий коэффициент поглощения $\alpha_{\text{эф}} = \alpha$ при частоте ω определяется равенством

$$\alpha(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\omega, v_{\parallel}) [n_1(v_{\parallel}) - n_2(v_{\parallel})] dv_{\parallel}, \quad (5.33)$$

где $\sigma(\omega, v_{\parallel})$ — эффективное сечение поглощения, величина которого задается множителем перед $\Delta n(u)$ в формулах (5.11) и (5.24) с заменой в $g_L(\omega)$ частоты ω_0 на $\omega_0 - kv_{\parallel}$, где $k = \omega/c$. Подстановка $g_L(\omega)$ в (5.33) приводит к коэффициенту поглощения

$$\alpha(\omega) = A \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_1(v_{\parallel}) - n_2(v_{\parallel})}{(\omega - \omega_0 + kv_{\parallel})^2 + \gamma^2/4} dv_{\parallel}. \quad (5.34)$$

Из сопоставления (5.34) и (5.31) видно, что в отсутствие эффекта насыщения ($I \ll I_S$) $f_1(v_{\parallel}) = f_2(v_{\parallel})$ (гауссова функция), и полоса поглощения передается контуром Фохта. Однако, зависимость $\alpha(\omega)$ существенно изменяется при $I \gtrsim I_S$, особенно при $\gamma_0 \ll \gamma_d$ и облучении газа монохроматическим лазерным пучком. Если спектральная ширина лазерного пучка $\delta\omega_L < \gamma$ и частота ω_L , то движущийся атом воспринимает лазерное излучение с частотой $\omega'_L = \omega_L - kv_{\parallel}$. Оптический переход в возбужденное состояние совершится, если $\omega'_L \approx \omega_0$.

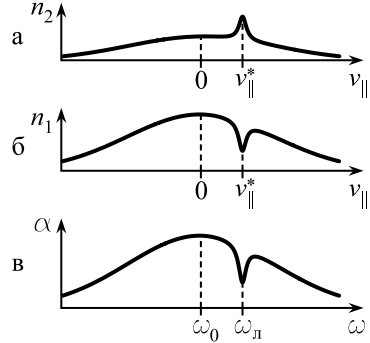


Рис. 5.4. а–б) населенности второго и первого уровней при облучении лазерным пучком с частотой ω_L ; в) результирующий коэффициент поглощения

Другими словами, лазерное излучение взаимодействует с группой атомов, скорости которых

$$v_{\parallel}^* = \frac{\omega'_{\text{л}} - \omega_0}{k}. \quad (5.35)$$

При этом населенность $n_1(v_{\parallel}^*)$ группы атомов падает, а населенность $n_2(v_{\parallel}^*)$ возрастает (см. рис. 5.4а,б). Остальные группы атомов с $v_{\parallel} \neq v_{\parallel}^*$ не испытывают заметного изменения их населенности.

В итоге, как следует из формулы (5.34), в неоднородно уширенной полосе возникает **спектральный провал Беннета** [5] (рис. 5.4в), глубина которого определяется величиной I , а полуширина — полевым уширением. Этот эффект также носит название «**выжигание дыр в неоднородно уширенной полосе поглощения**».

Представленная здесь качественная картина выжигания дыры в доплеровски уширенной полосе подтверждается количественно расчетом $\alpha(\omega)$ [4, 5]. В частности, при $\gamma \ll \gamma_d$ спектральная зависимость $\alpha(\omega)$ приобретает гауссов контур

$$\alpha(\omega, I) = \frac{\alpha(\omega_0, 0)}{1 + I/I_S} \exp\left\{-[c(\omega - \omega_0)/v_0\omega_0]^2\right\}. \quad (5.36)$$

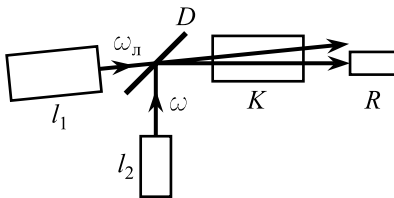


Рис. 5.5. l_1 — лазер, задающий провал Беннета, l_2 — лазер, дающий пробный пучок, D — светодельная пластина, K — кювета с раствором, R — приемник излучения пробного пучка

Отсюда следует, что при сканировании частоты $\omega_{\text{л}}$ в пределах контура провала Беннета в зависимости $\alpha(\omega, I)$ наблюдаться не будет. Для обнаружения провала Беннета следует использовать слабый лазерный пучок с $I \ll I_S$ и сканировать его частоту в пределах полосы поглощения при фиксированной частоте $\omega_{\text{л}}$ пучка накачки (рис. 5.5).

Как отмечалось в главе 3, эффект насыщения был предсказан С.И. Вавиловым задолго до изобретения лазеров. Им же, совместно с В.Л. Левшиным, были проделаны эксперименты по обнаружению этого эффекта на растворах поглощающих центров [6]. Ход рассуждений С.И. Вавилова достаточно прост. Коэффициент поглощения примесных центров в прозрачных растворителях $\alpha = n\sigma$, где n — концентрация примесных центров в основном со-

стоянии, σ — эффективный поперечник поглощения. При действии слабых световых пучков n равно полной концентрации примесных центров, но при большом I за счет переходов в возбужденное состояние величина n должна падать, что в свою очередь должно приводить к нарушению закона Бугера.

В качестве мощных источников света в то время использовались генераторы дуги и искры. Опыты, сделанные на растворах флуоресцеина, дали отрицательный результат. Авторы объяснили этот факт малым временем жизни молекул флуоресцеина в возбужденном состоянии ($\tau \approx 10^{-9}$ с) и пришли к выводу, что для наблюдения эффекта следует использовать примесные центры с большими значениями τ . Этот вывод согласуется с современными представлениями, так как $I_S \propto \tau^{-1}$, см. (5.14). Поэтому для дальнейших опытов ими были использованы урановые стекла, в которых на основании изучения затухания люминесценции установлено, что время жизни ионов U^{3+} в возбужденном состоянии — около $5 \cdot 10^{-4}$ с. В таких стеклах было обнаружено уменьшение α на 1,5%, что близко к ошибкам в измерении пропускания стекол.

Предсказания С.И. Вавилова в значительной степени опередили развитие нелинейной оптики, и только после изобретения лазеров был подробно экспериментально изучен эффект насыщения и была построена его теория.

5.3. Применение эффекта насыщения

Эффект выжигания дыр в неоднородно уширенной полосе получил широкое применение в нелинейной спектроскопии, в так называемой бездоплеровской спектроскопии [3, 7].

Сущность этого метода заключается в следующем. Лазерный пучок накачки со сканируемой частотой падает на кювету с газом, на заднем окне кюветы помещено зеркало с высоким коэффициентом отражения (рис. 5.6).

Таким образом, по кювете две волны накачки распространяются в противоположных направлениях. Падаю-

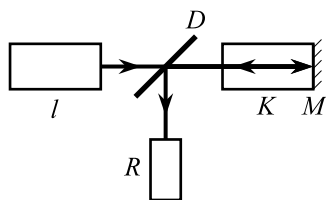


Рис. 5.6. l — лазер, D — светоделительная пластина, K — кювета с раствором, M — зеркало, R — приемник излучения

щая волна взаимодействует с группой атомов с $v_{\parallel} = v_{\parallel}^*$ и приводит к выжиганию провала Беннета при $\omega = \omega_{\text{Л}}$.

Отраженная волна, напротив, взаимодействует с другой группой атомов с $v_{\parallel}^{**} = -v_{\parallel}^*$ и приводит к выжиганию провала на частоте $\omega = 2\omega_0 - \omega_{\text{Л}}$, симметрично расположенном относительно первого провала по шкале частот.

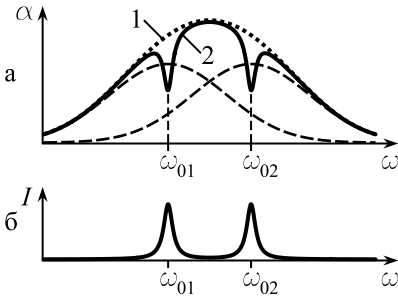


Рис. 5.7. а) Две перекрывающиеся доплеровски уширенные полосы поглощения с собственными частотами ω_{01} и ω_{02} (пунктир) в отсутствие эффекта насыщения создают результирующий контур «1». «2» — контур полосы с двумя провалами Лэмба при ω_{01} и ω_{02} . б) Световой сигнал на выходе системы рис. 5.6

разрешаются, но в спектроскопии насыщения приемник излучения зафиксирует две однородно уширенные полосы (рис. 5.7) с максимумами при ω_{01} и ω_{02} с полевой полушириной γ .

Иные, более совершенные схемы спектроскопии приведены в [7, 8]. Успех этого вида спектроскопии также определяется изобретением лазеров с перестраиваемой частотой.

Внутридоплеровская спектроскопия успешно использована для выяснения сверхтонкой структуры спектральных линий. В качестве примера приведем спектр поглощения линии H_{α} атомов водорода, переход 2S–3P (рис. 5.8).

Линия H_{α} создавалась в обычной газоразрядной трубке при давлении дейтерия $\approx 0,2$ мм рт.ст. Выбор дейтерия связан с малым доплеровским уширением. Исследование тонкой структуры линии H_{α} вызывает большие трудности, так как тонкая структура состоит из семи близко

При $\omega_{\text{Л}} \rightarrow \omega_0$ оба провала сливаются, и при $\omega_{\text{Л}} = \omega_0$ падающий и отраженный пучок взаимодействуют с одной группой атомов с $v_{\parallel} = 0$. В итоге падающий и отраженный пучки будут создавать спектральный провал (**провал Лэмба**), в два раза более глубокий, чем провалы Беннета, и сигнал об этом провале будет зарегистрирован приемником излучения. Этот факт используется во внутридоплеровской спектроскопии.

Пусть в спектре поглощения имеются две доплеровски уширенные полосы с собственными частотами ω_{01} и ω_{02} , но $|\omega_{01} - \omega_{02}| \ll \gamma_{\text{Д}}$, хотя $|\omega_{01} - \omega_{02}| > \gamma$. В этом случае в обычной спектроскопии полосы не

лежащих компонент и при $\ll \gamma_d$ не разрешается (рис. 5.7б).

Использование спектроскопии насыщения позволило разрешить тонкую структуру, что, в свою очередь, дало возможность более точно определить постоянную Ридберга, с ошибкой, на порядок меньшей, чем для более ранней величины.

Любопытно, что в спектре обнаружены также «лишние» линии, соответствующие так называемому перекрестному резонансу с частотой $\omega_n = (\omega_{01} + \omega_{02})/2$. Происхождение этих линий связано с тем, что падающий пучок с ω_n взаимодействует с атомами и возбуждает переход на частоте ω_{01} , в то время как пробный встречный пучок возбуждает атомы, находящиеся в том же основном состоянии, но при этом возбуждается переход на частоте ω_{02} .

Более подробные сведения о спектроскопии насыщения можно найти в монографиях [9, 10].

Эффект насыщения из-за зависимости $\alpha(I)$ приводит также к явлению бистабильности [9, 10]. Если поглощающее вещество поместить в резонатор Фабри—Перо, то, как показано в [10], пропускание T резонатора в максимуме становится функцией интенсивности на выходе резонатора:

$$T(I) = \frac{I}{I_0} = \left[1 + \frac{2C}{1 + I'/I_s} \right]^{-2}, \quad (5.37)$$

где $C = \alpha(\omega, 0)RL/2(1 - R)$, $I' = 2I(1 - R)$, L — длина резонатора, $\alpha(\omega, 0)$ — линейный коэффициент поглощения, R — коэффициент отражения зеркал.

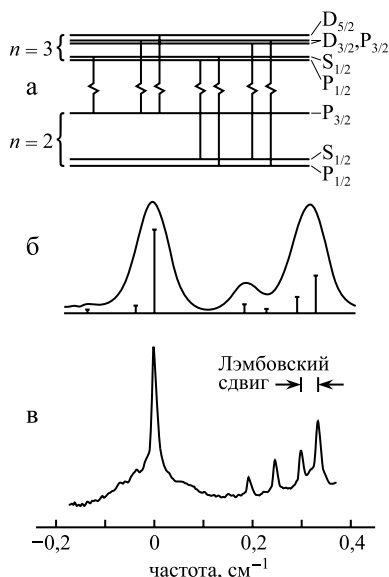


Рис. 5.8. Бальмеровская α -линия атомарного дейтерия. а) Уровни энергии с переходами, приводящими к сверхтонкой структуре. б) Контур линий излучения в случае газового разряда в охлажденном дейтерии и теоретическая сверхтонкая структура линий с относительными вероятностями переходов ($T = 50 \text{ K}$). в) Спектр насыщения с оптически разрешенным лэмбовским сдвигом [8]

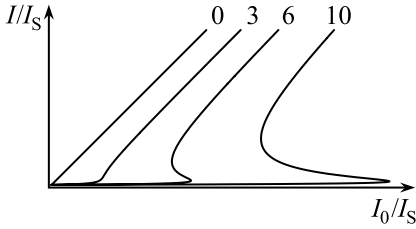


Рис. 5.9. Зависимость I от I_0 при различных значениях параметра C

Расчет по формуле (5.37) показывает, что бистабильность при эффекте насыщения достигается при $C > 4$. Управлять явлением бистабильности можно не только изменением $\alpha(\omega, 0)$, но и коэффициентом отражения зеркал. Зависимость I от I_0 показана на рис. 5.9.

5.4. Двухфотонное поглощение света

К явлениям резонансной нелинейной оптики относится двух- и многофотонное поглощение, при которых переход между двумя разрешенными уровнями совершается при выполнении закона сохранения энергии

$$m\hbar\omega = E_2 - E_1, \quad (5.38)$$

т. е. при поглощении двух или более фотонов, $m = 2, 3 \dots$. Для объяснения этого явления обратимся к квантовой теории излучения, изложенной в ряде учебников по квантовой механике. При дальнейшем изложении будем придерживаться подхода, развитого в [11].

В квантовой теории излучения изучается взаимодействие атома как квантового объекта с электрическим и магнитным полем гармонической электромагнитной волны без учета квантования ее энергии. Предположим, что для атома известны волновые функции φ_n и собственные значения энергии E_n в отсутствие действия внешнего поля. Эти величины рассчитываются с помощью стационарного уравнения Шредингера с оператором Гамильтона \hat{H}_0 , зависящем от пространственных координат электрона \vec{r} . При действии электрического поля электромагнитной волны на электрон в атоме действует сила $\vec{F} = -e\vec{\mathcal{E}}$. Оператор потенциальной энергии сил взаимодействия при этом

$$\hat{V}(\vec{r}, t) = -\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)\hat{d}, \quad (5.39)$$

где \hat{d} — векторный оператор дипольного момента атома. Воздействием магнитного поля электромагнитной волны мы пренебрежем, так как сила Лоренца, действующая на электрон, в $\frac{v}{c}$ раз меньше электрической силы. При действии поля $\vec{\mathcal{E}}$ оператор Гамильтона возмущенного

атома $\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{V}(\vec{r}, t)$ зависит не только от координат, но и от времени. Для нахождения новых состояний возмущенного атома используем **нестационарное уравнение Шредингера**

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = [\hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{V}(\vec{r}, t)] \psi, \quad (5.40)$$

где $\psi(\vec{r}, t)$ — волновая функция возмущенного состояния атома, находится в виде линейной комбинации полного набора ортонормированных волновых функций $\varphi_n(\vec{r})$:

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_n a_n(t) e^{-i\omega_n t} \varphi_n(\vec{r}), \quad (5.41)$$

где $\omega_n = E_n/\hbar$, $a_n(t)$ — коэффициенты разложения. Физический смысл $|a_n(t)|^2$ — вероятность нахождения атома на n -том уровне к моменту времени t . Умножая правую и левую части уравнения (5.40) на комплексно-сопряженную функцию $\varphi_i^*(\vec{r})$ и интегрируя обе части уравнения по всему пространству, имеем с учетом нормировки $\langle \varphi_i | \varphi_n \rangle = \delta_{in}$ уравнение для нахождения коэффициентов $a_n(t)$:

$$\frac{da_i}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \sum_n a_n(t) e^{i\omega_{in} t} V_{in}(t), \quad (5.42)$$

где $\omega_{in} = (E_i - E_n)/\hbar$, $V_{in}(t) = \langle \varphi_i | \hat{V}(\vec{r}, t) | \varphi_n \rangle$ — матричный элемент оператора (5.39). Решение этой бесконечной системы уравнений невозможно. Однако во многих случаях амплитуда \mathcal{E}_0 действующего светового поля существенно меньше (исключая действие мощного лазерного излучения) внутреннего электрического поля атома $\mathcal{E}_{\text{вн}}$, что позволяет решить задачу о нахождении $a_i(t)$ с помощью квантовой теории возмущения. Для этого в уравнении (5.40) перед оператором $\hat{V}(\vec{r}, t)$ введем, следуя [11], параметр включения внешнего возмущения λ ($0 \leq \lambda \leq 1$) и разложим коэффициенты $a_n(t)$ в ряд по малому параметру:

$$a_n(t) = a_n^{(0)}(t) + \lambda a_n^{(1)}(t) + \lambda^2 a_n^{(2)}(t) + \dots \quad (5.43)$$

При $\mathcal{E}_0 \ll \mathcal{E}_{\text{вн}}$ получим сходящийся ряд. Подстановка (5.43) в правую и левую части уравнения (5.42) и приравнивание множителей при одинаковых степенях λ дает следующую систему уравнений для коэффици-

ентов $a_i^{(m)}$ с учетом замены $\hat{V}(\vec{r}, t)$ на $\lambda \hat{V}(\vec{r}, t)$:

$$\frac{da_i^{(0)}}{dt} = 0, \quad (5.44a)$$

$$\frac{da_i^{(1)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \sum_n a_n^{(0)}(t) e^{i\omega_{in}t} V_{in}(t), \quad (5.44б)$$

$$\frac{da_i^{(2)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \sum_n a_n^{(1)}(t) e^{i\omega_{in}t} V_{in}(t), \dots \quad (5.44в)$$

Решение этих уравнений проводится последовательным расчетом. Решение первого уравнения дает $a_i^{(0)}(t) = \text{const} = a_i^{(0)}(0)$. Если в момент включения внешнего излучения атом находился в исходном состоянии на уровне j , т.е. $a_j(0) = 1$, то $a_n^{(0)}(0) = 1$ при $n = j$ и $a_n^{(0)}(0) = 0$ при $n \neq j$. Уравнение (5.44б) сводится к

$$\frac{da_i^{(1)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} e^{i\omega_{ij}t} V_{ij}(t). \quad (5.45)$$

Для решения этого уравнения зададим поле $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$ в виде плоской гармонической волны

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_0(\vec{r}, t) \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) = \frac{1}{2} \left[\vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} + \text{к.с.} \right]. \quad (5.46)$$

Подставим $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$ в уравнение для матричного элемента $V_{ij}(t)$. При этом матричный элемент разбивается на два слагаемых

$$V_{ij}(t) = V_{ij} e^{-i\omega t} + V_{ij}^* e^{i\omega t}, \quad (5.47)$$

где $V_{ij} = \langle \varphi_i | \hat{V}(\vec{r}) | \varphi_j \rangle$, $\hat{V}(\vec{r}) = -\frac{1}{2} \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\vec{k}\vec{r}} \hat{d}$. Подстановка (5.47) в уравнение (5.45) приводит к следующему решению уравнения при начальном условии $a_i(0) = 0$:

$$a_i^{(1)}(t) = -\frac{i}{\hbar} \left[V_{ij} \frac{e^{i(\omega_{ij} - \omega)t} - 1}{\omega_{ij} - \omega} + V_{ij}^* \frac{e^{i(\omega_{ij} + \omega)t} - 1}{\omega_{ij} + \omega} \right]. \quad (5.48)$$

Первое слагаемое дает наибольший вклад в $a_i^{(1)}(t)$ при выполнении условия резонанса $\omega_{ij} = \omega$, т.е. $E_i - E_j = \hbar\omega$. Видно, что это условие приводит к однофотонному поглощению света, так как $E_i > E_j$. Второе

слагаемое в (5.48) дает резонанс при $E_j - E_i = \hbar\omega$, т. е. при $E_j > E_i$. Так как исходный уровень в этом случае расположен выше конечного, возникает вынужденное излучение. Далее мы остановимся на поглощении света. Используя формулу Эйлера, получаем для квадрата модуля $|a_i(t)|^2$

$$|a_i(t)|^2 = \frac{4}{\hbar} |V_{ij}|^2 \frac{\sin^2 [0,5(\omega_{ij} - \omega)t]}{(\omega_{ij} - \omega)^2}. \quad (5.49)$$

Функция $f(x) = (4/x^2) \sin^2(xt/2)$ имеет максимум при $x = 0$ ($f(0) = t^2$) и нули при $x = \pm \frac{2\pi}{t}$. При $t \rightarrow \infty$ имеем $f(x) \rightarrow a\delta(x)$, где $\delta(x)$ — дельта-функция, коэффициент a находится путем интегрирования $f(x)$ в пределах от $-\infty$ до ∞ и равен $a = \pi t/2$. При стационарном возбуждении и при $t \rightarrow \infty$ имеем $|a_i(t)|^2 \propto t$. Введем вероятность перехода при однофотонном поглощении $W_{ij} = \frac{d}{dt}|a_i(t)|^2$. На основании сказанного имеем

$$W_{ij}^{(1)} = \frac{2\pi}{\hbar^2} |V_{ij}|^2 \delta(\omega_{ij} - \omega). \quad (5.50)$$

Мы получили, таким образом, хорошо известную формулу для вероятности оптических переходов («**золотое правило Ферми**»), широко используемую при анализе спектров поглощения атомов. При учете одностороннего уширения спектральных линий формула (5.50) приобретает вид

$$W_{ij}^{(1)}(\omega) = \frac{2\pi}{\hbar^2} |V_{ij}|^2 g_L(\omega_{ij} - \omega), \quad (5.51)$$

где $g_L(\omega_{ij} - \omega)$ — функция Лоренца, см. формулу (5.8) на стр. 129. Для нахождения величины $W_{ij}^{(1)}(\omega)$ необходимо вычислить матричный элемент оператора взаимодействия:

$$V_{ij} = \langle \varphi_i | \hat{V}(\vec{r}) | \varphi_j \rangle = -\frac{1}{2} \vec{\mathcal{E}}_0 \int \varphi_i^*(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} \hat{d} \varphi_j(\vec{r}) dV, \quad (5.52)$$

где интеграл берется по всему пространству. Так как радиальные части волновых функций экспоненциально затухают в e раз при $r \approx a_{nl}$, где a_{nl} — радиус волновой функции в состоянии с квантовыми числами n и l , а величины $a_{nl} \approx 10^{-8}$ см при малых n , при расчете интеграла (5.52) целесообразно разложить $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ по малому параметру kr в пределах атома, так как длина волны $\lambda \gg a$:

$$e^{i\vec{k}\vec{r}} = 1 + i(\vec{k}\vec{r}) - (\vec{k}\vec{r})^2 + \dots \quad (5.53)$$

Используя первый член разложения (фаза волны не меняется в пределах атома), находим

$$V_{ij} = -\frac{1}{2}\vec{\mathcal{E}}_0\vec{d}_{ij}, \quad (5.54)$$

где \vec{d}_{ij} — матричный элемент оператора дипольного момента, $\vec{d}_{ij} = \langle \varphi_i | \hat{\vec{d}} | \varphi_j \rangle$. Вычисления \vec{d}_{ij} для одноэлектронных атомов приводят к правилам отбора для оптических переходов $\vec{d}_{ij} \neq 0$ при $l_i - l_j = \pm 1$ и $m_i - m_j = 0, \pm 1$, где l — орбитальные, m — магнитные квантовые числа. Если эти правила отбора не выполняются, то $d_{ij} = 0$.

Таким образом, оптические переходы можно разделить на разрешенные и запрещенные в электродипольном приближении. Если $d_{ij} = 0$, то для расчета V_{ij} в (5.52) следует воспользоваться следующими членами разложения $e^{i\vec{k}\vec{r}}$, и мы получим матричные элементы V_{ij} , разрешенные в квадрупольном, октупольном и др. приближениях. При квадрупольном приближении $V_{ij,q} \approx 10^{-3}V_{ij,d}$, при этом правила отбора по орбитальному квантовому числу имеют вид $l_i - l_j = 0, \pm 2$. Квантовая теория позволяет также оценить интегральный коэффициент Эйнштейна. Расчет по формуле (5.50) с учетом плотности энергии электрического поля и усреднения скалярного произведения (5.54) по различным направлениям вектора \vec{d}_{ij} дает значение

$$B_{ij} = \frac{4\pi}{3\hbar^2} |d_{ij}|^2 \quad (5.55)$$

для разрешенных переходов.

Так как при однофотонном поглощении вероятность перехода пропорциональна интенсивности светового пучка, этот вид поглощения относится к явлениям линейной оптики. Двухфотонное и многофотонное поглощение относится, как мы показали, к явлениям резонансной нелинейной оптики. Для выявления двухфотонных переходов мы обратимся к исходной системе уравнений (5.44) и проведем расчет коэффициентов $a_i^{(2)}$. Для этого в формулу (5.44в) подставим $a_n^{(1)}(t)$ с заменой в (5.44в) индекса i на индекс n , используя $V_{in}(t)$ из (5.47). Получаем

$$\begin{aligned} \frac{da_i^{(2)}}{dt} = & -\frac{1}{\hbar^2} \times \\ & \times \sum_n \left[\left(V_{nj} \frac{e^{i(\omega_{nj}-\omega)t} - 1}{\omega_{nj} - \omega} + V_{nj}^* \frac{e^{i(\omega_{nj}+\omega)t} - 1}{\omega_{nj} + \omega} \right) e^{i\omega_{in}t} \left(V_{in} e^{-i\omega t} + V_{in}^* e^{i\omega t} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.56)$$

При перемножении слагаемых в сумме (5.56) и последующем интегрировании мы отбросили слагаемые, приводящие к вынужденному излучению, дающие поправку к однофотонному поглощению, нерезонансные слагаемые и ограничились резонансным слагаемым, приводящим к двухфотонному поглощению. После интегрирования с учетом $a_i^{(2)}(0) = 0$ имеем

$$a_i^{(2)}(t) = \frac{i}{\hbar^2} \sum_n \frac{V_{nj}V_{in} \{ \exp[i(\omega_{in} + \omega_{nj} - 2\omega)] - 1 \}}{(\omega_{nj} - \omega)(\omega_{in} + \omega_{nj} - 2\omega)}. \quad (5.57)$$

Отсюда следует, что при $\omega \neq \omega_{nj}$ резонанс между падающей волной и оптическим переходом между исходным уровнем j и конечным уровнем i имеет место при $E_i - E_j = 2\hbar\omega$, так как $\omega_{in} + \omega_{nj} = (E_i - E_j)/\hbar$. Используя процедуру определения вероятности переходов при однофотонном поглощении, получаем **вероятность двухфотонных переходов** при стационарном облучении

$$W_{ij}^{(2)} = \frac{d}{dt} |a_i^{(2)}(t)|^2 = \frac{2\pi}{\hbar^4} \left| \sum_n \frac{V_{nj}V_{in}}{\omega_{nj} - \omega} \right|^2 \delta(\omega_{ij} - 2\omega). \quad (5.58)$$

Отсюда следует, что вероятность перехода из исходного в конечное состояние зависит от матричных элементов оператора взаимодействия в промежуточных состояниях с $n \neq i$ и j . Такие состояния, переходы в которые отсутствуют, называются **виртуальными состояниями**. Так как $V_{nj} \propto \mathcal{E}_0$ и $V_{in} \propto \mathcal{E}_0$, то $W_{ij}^{(2)} \propto \mathcal{E}_0^4$, т. е. $W_{ij}^{(2)} \propto I^2$, и двухфотонное поглощение, в отличие от однофотонного, является эффектом, нелинейным по интенсивности. Наибольшее значение $W_{ij}^{(2)}$ достигается, если матричные элементы V_{nj} и V_{in} соответствуют переходам, разрешенным в электродипольном приближении ($d_{nj}, d_{in} \neq 0$). Но $d_{nj} \neq 0$ при $l_n = l_j \pm 1$ и $d_{in} \neq 0$ при $l_i = l_n \pm 1$. Отсюда следует, что $l_i = l_j \pm 1 \pm 1$, т. е. $l_i - l_j = 0, \pm 2$. Другими словами, при двухфотонном поглощении наиболее вероятны переходы между четными по l состояниями, переходы между которыми в электродипольном приближении запрещены.

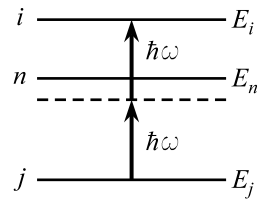


Рис. 5.10

Этот важный результат используется в нелинейной спектроскопии двухфотонного поглощения. Двухфотонный переход можно рассматривать как ступенчатый переход через фиктивный виртуальный уровень (пунктир на рис. 5.10). Если реальный виртуальный уровень с энергией

E_n расположен между уровнями i и j , то при приближении фиктивного уровня к реальному вероятность $W_{ij}^{(2)}$ существенно возрастает. При $\omega_{nj} = \omega$ возникает ступенчатый однофотонный переход, при котором один световой квант переводит атом в состояние n , а второй — из состояния n в конечное состояние.

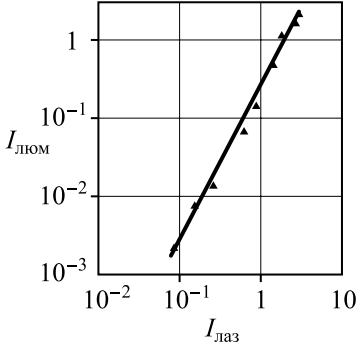


Рис. 5.11

Двухфотонное поглощение было теоретически предсказано Гепперт-Мейером в 1932 г. [12], однако первое наблюдение было выполнено Кайзером и Гарретом в 1961 г. [13] после изобретения лазеров. Источником излучения в [13] служил импульсный лазер на рубине ($\lambda_{\text{л}} = 6943 \text{ \AA}$). Выбор кристалла для опытов диктовался следующим. Во-первых, в кристалле не должна генерироваться вторая гармоника. Во-вторых, должна присутствовать полоса поглощения при $\lambda/2 \approx 3472 \text{ \AA}$.

Для обнаружения эффекта идеальным оказался нецентросимметричный кристалл $\text{CaF}_2:\text{Eu}^{2+}$. Ионы Eu^{2+} создают в CaF_2 сравнительно широкую полосу поглощения с $\lambda_{\text{max}} \approx 3650 \text{ \AA}$ и шириной около 700 \AA , соответствующую переходу $4f \rightarrow 5d$, узкую линию поглощения при $\lambda \approx 4200 \text{ \AA}$. Для лазерной частоты кристалл прозрачен. При облучении кристалла лазером была обнаружена антистоксова люминесценция при $\lambda \approx 4250 \text{ \AA}$ с $\Delta\lambda \approx 300 \text{ \AA}$. Этот результат указывал на двухфотонный переход $4f \rightarrow 5d$.

Этот вывод также подтвержден исследованием зависимости интенсивности люминесценции от интенсивности лазерного излучения. Было обнаружено, что $I_{\text{люм}} \propto I_{\text{л}}^2$, о чем свидетельствует рис. 5.11, где интенсивности отложены в логарифмическом масштабе. Использование люминесценции для обнаружения двухфотонных переходов нашло в дальнейшем применение в спектроскопии двухфотонного поглощения.

Перепишем уравнение (5.58) с учетом явной зависимости от интенсивности I , а также с учетом однородного уширения спектральных линий:

$$W_{ij}^{(2)} = \frac{8\pi^3}{\hbar^4 \varepsilon c^2} \left| \sum_n \frac{(\vec{d}_{in} \vec{s})(\vec{d}_{nj} \vec{s})}{\omega_{nj} - \omega} \right|^2 I^2 g_L(\omega_{ij} - 2\omega). \quad (5.59)$$

Здесь, так же как и при однофотонном поглощении, дельта-функция

заменена на нормированную функцию Лоренца. Величина ε — диэлектрическая проницаемость вещества.

Для нахождения коэффициента поглощения при двухфотонных переходах воспользуемся формулой (5.24) на стр. 132, связывающей коэффициент поглощения $\alpha(\omega)$ с вероятностью переходов

$$\alpha(\omega) = 2 \frac{W_{ij}^{(2)}}{I} \hbar \omega \varepsilon \Delta n(0). \quad (5.60)$$

При записи (5.60) мы пренебрегли эффектом насыщения, $\Delta n(0)$ — разность населенностей при $I \ll I_S$. После подстановки (5.59) в (5.60) получаем

$$\alpha(\omega) = \frac{16\omega\pi^3}{\hbar^3 c^2} \left| \sum_n \frac{(\vec{d}_{in} \vec{s})(\vec{d}_{nj} \vec{s})}{\omega_{nj} - \omega} \right|^2 I g_L(\omega_{ij} - 2\omega). \quad (5.61)$$

На основании уравнений (5.17) и (5.61) при начальной интенсивности падающего пучка I_0 и при распространении светового потока вдоль оси z получаем

$$I(z) = \frac{I_0}{1 + I_0 b(\omega) z}, \quad (5.62)$$

где $b(\omega)$ — коэффициент перед I в (5.61), т. е. $\alpha(\omega) = b(\omega)I$. Из (5.62) видно, что, в отличие от однофотонного поглощения, ослабление лазерного пучка по мере его распространения при двухфотонных переходах подчиняется гиперболическому закону. Из линейной связи $\alpha(\omega) = b(\omega)I$ также следует, что $\alpha(\omega)$ определяется мнимой частью кубической восприимчивости $\chi^{(3)}(\omega)$.

5.5. Применение двухфотонного поглощения в спектроскопии

Спектроскопия двухфотонного поглощения — один из популярных методов нелинейной спектроскопии. Достоинство этого метода определяется целым рядом преимуществ по сравнению с обычной спектроскопией однофотонного поглощения. Во-первых, как упоминалось, с помощью этого метода можно изучать переходы, запрещенные по четности при однофотонных переходах, исключая при этом однофотонное поглощение, разрешенное в электродипольном приближении. Во-вторых,

метод позволяет продвинуться в исследовании спектров в труднодоступной области вакуумного ультрафиолета при использовании лазеров, разработанных для видимой и ближней УФ-области. В-третьих, как будет показано ниже, на основе двухфотонного поглощения разработан метод внутريدоплеровской спектроскопии.

Для изучения двухфотонных спектров требуются лазеры с перестраиваемой частотой, различные типы которых разработаны к настоящему времени. Однако, как показывает практика, для изучения спектров удобнее использовать два лазера, один из которых, более мощный, имеет фиксированную частоту ω_1 , а частота ω_2 второго лазера сканируется. Если при этом изучаются спектры газов, следует учесть доплеровский сдвиг частот. На основании сказанного, закон сохранения энергии при двухфотонных переходах имеет вид

$$E_i - E_j = \hbar \left[\omega_1 + \omega_2 + (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \vec{v} \right], \quad (5.63)$$

где \vec{k}_1 и \vec{k}_2 — волновые вектора двух лазерных пучков, действующих на исследуемый газ, v — скорость движения атома (молекулы).

При исследовании спектров поглощения конденсированных сред второе слагаемое в (5.63) опускается. Таким образом, при использовании двух пучков с разными частотами вероятность перехода $W_{ij}^{(2)}$ приобретает вид [4]:

$$W_{ij}^{(2)} = \frac{4\pi^2\gamma}{\hbar^4 \bar{\varepsilon} c^2} \left| \sum_n \left[\frac{(\vec{d}_{nj} \vec{s}_1)(\vec{d}_{in} \vec{s}_2)}{\omega_{nj} - \omega_1 - \vec{k}_1 \vec{v}} + \frac{(\vec{d}_{nj} \vec{s}_2)(\vec{d}_{in} \vec{s}_1)}{\omega_{nj} - \omega_2 - \vec{k}_2 \vec{v}} \right] \right|^2 \times \quad (5.64)$$

$$\times \frac{I_1 I_2}{[\omega_{ij} - \omega_1 - \omega_2 - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \vec{v}]^2 + \gamma^2/2}.$$

Здесь введены вектора поляризации двух лазерных пучков $\vec{s}_i = \vec{\mathcal{E}}_{0_i} / \mathcal{E}_{0_i}$, I_1 и I_2 — их интенсивности, $\bar{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}$. Появление двух слагаемых под знаком суммы в (5.64) связано с возможностью двухфотонного перехода через два фиктивных виртуальных уровня с энергиями $\hbar\omega_1$ и $\hbar\omega_2$ относительно энергии исходного состояния.

Первые исследования спектров двухфотонного поглощения были выполнены в щелочно-галлоидных кристаллах [14]. В качестве мощного источника с фиксированной частотой ω_1 использовался лазер на рубине, источником света со сканируемой частотой была ксеноновая лампа сверхвысокого давления, из непрерывного спектра излучения кото-

рой выделялся монохроматический пучок с частотой ω_2 . Исследованию подвергнуты полосы краевого поглощения экситонного происхождения.

Как известно, **ЭКСИТОН** — это связанные кулоновским взаимодействием электрон и дырка [15], пространственно разделенные при оптическом возбуждении кристалла. В рамках теории экситона Ванье—Мотта в кубических кристаллах положение экситонных уровней определяется формулой $E_n = E_g - R_{\text{экс}}/n^2$, где E_g — ширина запрещенной зоны кристалла, $R_{\text{экс}}$ — энергия связи экситона, n — главное квантовое число. Каждому уровню соот-

ветствует своя узкая полоса поглощения, полосы примыкают к непрерывному спектру междоузельного поглощения. Когда край непрерывного спектра ($\hbar\omega = E_g$) соответствует прямым разрешенным переходам, интенсивность экситонных полос пропорциональна $1/n^3$, и по правилам отбора возбуждаются только ns-экситоны. Наиболее интенсивная 1s-полоса даже при низких температурах забивает более слабые 2s-, 3s-полосы, и проследить за всей экситонной серией часто невозможно.

При двухфотонных переходах, напротив, возбуждение ns-экситонов запрещено, и в спектре поглощения появляются пр-полосы ($n \geq 2, l = 1$), возбуждение которых запрещено в однофотонных процессах. Эксперимент в [14] и последующие эксперименты показали, что при двухфотонном поглощении ns-полосы ($l = 0$) исчезают, но появляются пр-полосы, что позволяет уточнить электронный спектр кристаллов. В качестве иллюстрации приведем спектр одно- и двухфотонного поглощения кристалла ZnO [16] (рис. 5.12), из которого наглядно видно, как при двухфотонном поглощении подавляются экситонные ns-полосы и проявляются 2p-полосы.

Двухфотонное поглощение используется также как новый метод нелинейной бездоплеровской спектроскопии в атомных и молекулярных

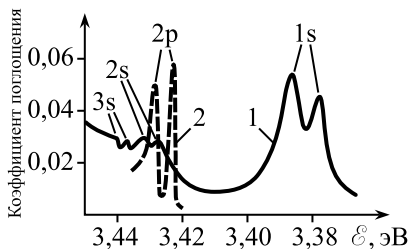


Рис. 5.12. Спектр поглощения ZnO. «1» — однофотонное поглощение, «2» — двухфотонный экситонный спектр

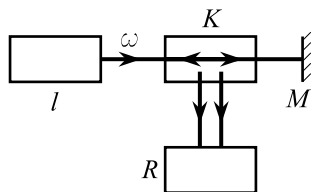


Рис. 5.13. Схема наблюдения двухфотонного поглощения. l — лазер со сканируемой частотой ω , K — кювета с газом, M — зеркало, R — приемник люминесцентного излучения

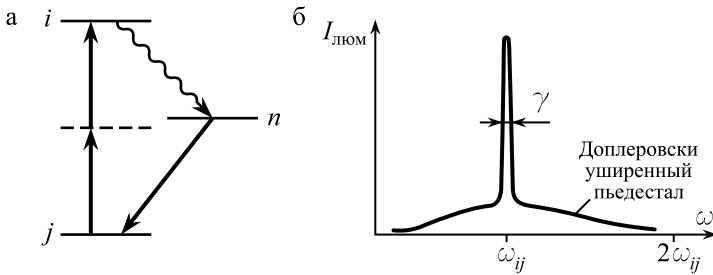


Рис. 5.14. а) Схема оптических переходов при двухфотонном поглощении. б) Сигнал, регистрируемый приемником излучения

газах. Идея этого метода, высказанная в [17], заключается в следующем.

Пусть два пучка с частотами $\omega_1 \approx \omega_2$ распространяются в строго противоположных направлениях. В этом случае, как следует из формулы (5.63), $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$, и $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$. Отсюда видно, что резонанс в поглощении возникнет при выполнении условий $\omega_{ij} = \omega_1 + \omega_2$ независимо от того, с какими атомами (молекулами) взаимодействуют встречные пучки. Другими словами, это условие выполняется для всех атомов (молекул) с любыми направлениями их скоростей. Схема наблюдения двухфотонного поглощения при этом имеет вид, представленный на рис. 5.13.

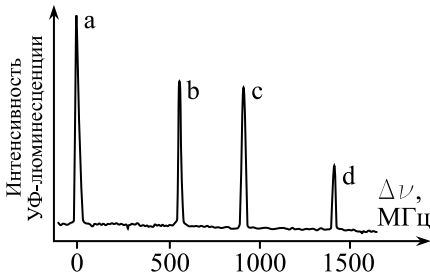


Рис. 5.15. Двухфотонный спектр перехода 3s—4d в натрии, свободный от доплеровского уширения

Так же, как и в опытах Кайзера и Гаррета, о двухфотонном поглощении свидетельствует узкий пик люминесценции, полуширина которого γ определяется однородным уширением. Для наблюдения люминесценции необходимо, чтобы между уровнями j и i находился промежуточный виртуальный уровень n (рис. 5.14а), переход на который с уровня i приводит к люминесцентному излучению. При дости-

жении резонанса регистрируемый приемником сигнал будет выглядеть как узкий пик шириной γ , находящийся на фоне доплеровски уширенного пьедестала (рис. 5.14б). Появление пьедестала вызвано тем, что кроме поглощения, вызванного встречными фотонами, существует по-

глощение, вызванное двумя фотонами, движущимися в одном направлении ($\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 2\vec{k}$). Этот пьедестал можно устранить, используя немного отличающиеся частоты $\omega_1 = \omega + \delta\omega$ и $\omega_2 = \omega - \delta\omega$, при которых условие резонанса для каждого пучка не выполняется.

Регистрация люминесценции предпочтительнее, чем непосредственная регистрация поглощения, так как $I_{\text{люм}}$ уверенно регистрируется при слабом двухфотонном поглощении. В качестве примера приведем двухфотонный бездоплеровский спектр (рис. 5.15) для перехода $3s \rightarrow 4d$ в парах натрия. Здесь $E_a - E_c$ соответствует сверхтонкому расщеплению $3s$ -состояния, а интервалы a-b и c-d — тонкой структуре $4d$ -уровня.

Литература к главе 5

- [1] Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. — М.: Наука, 1988. — 336 с.
- [2] Звелто О. Принципы лазеров. Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. — 559 с.
- [3] Лоудон Р. Квантовая теория света. Пер. с англ. — М.: Мир, 1976. — 488 с.
- [4] Демтредер В. Лазерная спектроскопия. Основные принципы и техника эксперимента. Пер. с англ. — М.: Наука, 1985. — 607 с.
- [5] Bennett W.R. // Phys. Rev. — 1962. — **126**, № 2. — P.580.
- [6] Wawilow S.I., Lewschin W.L. // Zeitschr. Phys. — 1926. — **35**, № 11–12. — P.920.
- [7] Нелинейная спектроскопия / Под ред. Бломбергена Н. Пер. с англ. — М.: Мир, 1979.
- [8] Хэнш Т. Нелинейная спектроскопия атомов и молекул // В сборнике [7].
- [9] Райнтжес Дж.Р. Нелинейные оптические параметрические процессы в жидкостях и газах. Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 510 с.
- [10] Гиббс Х.М. Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света. Пер. с англ. — М.: Мир, 1988. — 518 с.
- [11] Ярив А. Введение в теорию и приложения квантовой механики. Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — 359 с.

- [12] *Göppert-Mayer M.* // Ann. Physik. — 1931. — **9**. — P.273.
- [13] *Kaiser W., Garrett C.G.B.* // Phys. Rev. Lett. — 1961. — **7**. — P.229.
- [14] *Hopfield J.J., Worlok J.M.* // Phys. Rev. A — 1965. — **137**. — P.1455.
- [15] *Нокс Р.* Теория экситонов. Пер. с англ. — М.: Мир, 1966. — 219 с.
- [16] *Dinges R. et al.* // Phys. Rev. Lett. — 1970. — **25**. — P.922.
- [17] *Василенко Л.С., Чеботаев В.П., Шишаев А.В.* // Письма в журн. эксперим. и теор. физ. — 1970. — **12**. — С.161.

Глава 6

Резонансная нестационарная нелинейная оптика

6.1. Введение

До сих пор мы изучали эффекты резонансной нелинейной оптики при стационарном облучении нелинейной среды лазерами непрерывного действия. Эти эффекты могут также наблюдаться при действии импульсных лазеров, если длительность импульса $\tau_{\text{имп}}$ больше, чем τ — время жизни возбужденного состояния атомов. Ситуация существенно изменяется, если воздействовать на нелинейную среду кратковременными импульсами, $\tau_{\text{имп}} \ll \tau$. В настоящее время лазерная техника позволяет создавать импульсы с $\tau_{\text{имп}} < 10^{-9} - 10^{-14} \text{ с}^{-1}$. Воздействие таких импульсов должно привести к новым явлениям нестационарной нелинейной оптики. Кроме того, при исследовании двухфотонного поглощения мы предполагали, что электрическое поле световой волны существенно ниже внутренних электрических полей в атоме. В дальнейшем мы откажемся от такого соотношения полей. Более подробно явления нестационарной нелинейной оптики изложены в монографиях [1, 2]. В них изложена теория различных явлений и приведен набор некоторых экспериментальных наблюдений.

В настоящей главе мы дадим более краткое изложение теории основных явлений нестационарной оптики и приведем эксперименты, демонстрирующие эти явления.

6.2. Двухуровневый атом в сильном световом поле

Эффекты двух- и многофотонного поглощения выводятся в квантовой теории излучения при использовании теории возмущений, основанной на предположении малости амплитуды \mathcal{E}_0 действующего поля по сравнению с внутриатомными электрическими полями. При $\mathcal{E}_0 \approx \mathcal{E}_{\text{вн}}$ теория возмущений неприменима, и точное решение системы уравнений (5.44), стр. 142, недоступно. Однако если частота падающего излучения близка к частоте перехода между какими-либо разрешенными уровнями, например, $\omega \approx \omega_{21}$, то можно предположить, что населенности остальных уровней при оптическом возбуждении не меняются, т. е. $|a_i(t)|^2 = |a_i(0)|^2 = 0$ при $i \neq 1, 2$. В этом случае для анализа оптических переходов прибегают к модели двухуровневого атома, где первый уровень — уровень исходного (основного) состояния атома, а второй соответствует возбужденному состоянию. В модели двухуровневого атома волновая функция возмущенного атома $\psi(\vec{r}, t)$ сводится к двум слагаемым [1, 2]:

$$\psi(\vec{r}, t) = a_1(t)e^{-i\omega_1 t}\varphi_1(\vec{r}) + a_2(t)e^{-i\omega_2 t}\varphi_2(\vec{r}), \quad (6.1)$$

где по-прежнему $\varphi_1(\vec{r})$ и $\varphi_2(\vec{r})$ — волновые функции не возмущенного внешним полем атома в состояниях с энергией E_1 и E_2 , и $\langle \varphi_1 | \varphi_2 \rangle = \delta_{12}$. После подстановки $\psi(\vec{r}, t)$ в нестационарное уравнение Шредингера (5.40) на стр. 141, умножения двух частей уравнения на $\varphi_{1,2}^*(\vec{r})$ и интегрирования получаем два уравнения для нахождения коэффициентов $a_1(t)$ и $a_2(t)$:

$$\frac{da_1}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \left[a_1(t)V_{11}(t) + a_2(t)e^{-i\omega_{21}t}V_{12}(t) \right], \quad (6.2a)$$

$$\frac{da_2}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \left[a_1(t)e^{i\omega_{21}t}V_{21}(t) + a_2(t)V_{22}(t) \right]. \quad (6.2b)$$

Здесь $V_{ij}(t)$ — матричные элементы оператора взаимодействия (5.47), стр. 142.

В дальнейшем мы ограничимся переходами, разрешенными в электродипольном приближении, при котором пространственной фазой световой волны можно пренебречь. При этом $\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 \cos \omega t$. Представляя электрическое поле в комплексной форме $\vec{\mathcal{E}} = 0,5\vec{\mathcal{E}}_0[\exp(-i\omega t) + \text{к.с.}]$, имеем $V_{ij}(t) = V_{ij}e^{-i\omega t} + V_{ij}^*e^{i\omega t}$, где $V_{ij} = -0,5\vec{\mathcal{E}}_0\vec{d}_{ij}$, \vec{d}_{ij} — матричный элемент оператора дипольного момента. Так как оператор \hat{d} — нечетная функция координат, $\vec{d}_{ij} \neq 0$ при $i \neq j$ и $\vec{d}_{ij} = 0$ при $i = j$, т. е. матричные элементы $V_{11}(t) = V_{22}(t) = 0$. Кроме того, $V_{12}(t) = V_{21}^*(t)$. Учитывая изложенное, формулы (6.2) сводятся к следующим:

$$\frac{da_1}{dt} = -\frac{i}{\hbar}a_2(t) \left[V_{12}e^{-i(\omega_{21}+\omega)t} + V_{12}^*e^{-i(\omega_{21}-\omega)t} \right], \quad (6.3a)$$

$$\frac{da_2}{dt} = -\frac{i}{\hbar}a_1(t) \left[V_{21}e^{i(\omega_{21}-\omega)t} + V_{21}^*e^{i(\omega_{21}+\omega)t} \right]. \quad (6.3b)$$

Так как $\omega_{21} \approx \omega$, отбросим в (6.3) нерезонансные слагаемые, а также введем частоту отстройки от резонанса $\Delta = \omega_{21} - \omega$. Система уравнений (6.3) при этом упрощается:

$$\frac{da_1}{dt} = -\frac{i}{\hbar}a_2(t)V_{12}^*e^{-i\Delta \cdot t}, \quad (6.4a)$$

$$\frac{da_2}{dt} = -\frac{i}{\hbar}a_1(t)V_{21}e^{i\Delta \cdot t}. \quad (6.4b)$$

Решение этой системы будем искать в виде

$$a_1(t) = b_1(t)e^{-i\Delta \cdot t/2}, \quad (6.5a)$$

$$a_2(t) = b_2(t)e^{i\Delta \cdot t/2}. \quad (6.5b)$$

Подстановка (6.5) в уравнение (6.4) приводит к следующей системе уравнений для неизвестных функций $b_1(t)$ и $b_2(t)$:

$$\frac{db_1}{dt} = -i \left(-\frac{\Delta}{2}b_1 + \frac{V_{21}}{\hbar}b_2 \right), \quad (6.6a)$$

$$\frac{db_2}{dt} = -i \left(\frac{\Delta}{2}b_2 + \frac{V_{21}}{\hbar}b_1 \right). \quad (6.6b)$$

Первый уровень по определению является исходным, т. е. $a_1(0) = 1$, второй уровень возбужденного состояния не населен при $t = 0$, $a_2(0) = 0$. Поэтому решение системы находится при начальных условиях $b_1(0) = 1$, $b_2(0) = 0$. Общее решение системы (6.6) будем искать в виде

$$b_1(t) = \cos \Omega t + A \sin \Omega t, \quad b_2(t) = B \sin \Omega t. \quad (6.7)$$

Для нахождения неизвестных величин Ω , A и B подставим (6.7) в уравнения (6.6) и приравняем слагаемые перед $\sin \Omega t$ и $\cos \Omega t$. В итоге мы получаем

$$A = \frac{i\Delta}{2\Omega}, \quad B = -i\frac{V_{21}}{\hbar\Omega} \quad \text{и} \quad \Omega = \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + \frac{V_{21}^2}{\hbar^2}}. \quad (6.8)$$

Из (6.7) и (6.8) следует, что населенности двухуровневого атома $|a_1(t)|^2$ и $|a_2(t)|^2$ осциллируют со временем (рис. 6.1) с периодом $T_0 = \pi/\Omega$ и амплитудой $V_{12}^2/\hbar^2\Omega^2$. Как период, так и амплитуда осцилляции зависят от частоты отстройки от резонанса: чем меньше Δ , тем больше период и амплитуда, и при $\Delta = 0$ они максимальны.

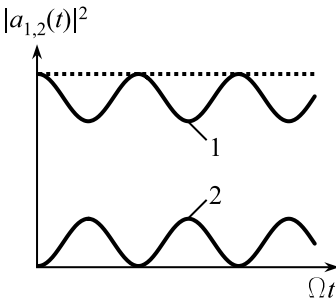


Рис. 6.1. Осцилляции Раби.
1 — $|a_1(t)|^2$, 2 — $|a_2(t)|^2$.
 $|a_1(t)|^2 + |a_2(t)|^2 = 1$

При этом удвоенная частота осцилляции (частота Раби)

$$\Omega_r = 2\Omega_0 = 2V_{21}/\hbar. \quad (6.9)$$

При точном резонансе ($\Delta = 0$) возникает инверсия населенности за время

$$T = \frac{\pi}{2\Omega_0}. \quad (6.10)$$

При этом все атомы переходят в возбужденное состояние (рис. 6.2). Такой результат не вытекает из ранее изложенной теории оптических переходов (см. главу 5), основанной на предположении $\mathcal{E}_0 \ll \mathcal{E}_{\text{вн}}$ и стационарного режима облучения атомного газа.

Следует сказать, что осцилляции Раби должны проявиться в оптических явлениях при определенных условиях их возбуждения. Изучение этих явлений составляет предмет нестационарной нелинейной оптики.

С этой целью мы введем поляризацию среды $P = N\bar{d}$, которая определяется через средний дипольный момент атома

$$\bar{d} = \langle \psi(\vec{r}, t) | \hat{d} | \psi(\vec{r}, t) \rangle, \quad (6.11)$$

вычисляемый по волновой функции (6.1), N — концентрация атомов. Подстановка (6.1) в (6.11) дает

$$\bar{d} = d_{12} \left[b_1(t)b_2^*(t)e^{i\omega t} + b_2(t)b_1^*(t)e^{-i\omega t} \right], \quad (6.12)$$

где d_{12} — матричный элемент оператора дипольного момента, $d_{12} = \langle \varphi_2 | \hat{d} | \varphi_1 \rangle$ для переходов, разрешенных в электродипольном приближении.

Заметим, что \bar{d} не зависит от $|a_i(t)|^2$, а зависит только от перекрестных членов. Используя решения для $b_1(t)$ и $b_2(t)$ с учетом (6.8), в итоге имеем

$$\bar{d} = d_{12} \left[\frac{2\Omega_0}{\Omega} \cos \Omega t \sin \Omega t \sin \omega t + \frac{\Delta \cdot \Omega_0}{\Omega^2} \sin^2 \Omega t \cos \omega t \right]. \quad (6.13)$$

Наибольший интерес представляют осцилляции \bar{d} при выполнении точного резонанса, т. е. при наибольшей осцилляции населенностей. При $\Delta = 0$ имеем

$$\bar{d} = d_{12} \sin 2\Omega_0 t \sin \omega t. \quad (6.14)$$

Как далее будет показано, частота $\Omega_0 \ll \omega$. Поэтому атом можно рассматривать как гармонический осциллятор, амплитуда которого модулируется во времени с частотой $2\Omega_0$.

Известно, что напряженность электрического поля волны, излучаемой гармоническим осциллятором, пропорциональна \ddot{d} . Для совокупности когерентно излучающих осцилляторов

$$\mathcal{E} \propto \ddot{P}, \quad (6.15)$$

где $P = N\bar{d}$ — поляризация. Дифференцируя \bar{d} и отбрасывая малые слагаемые, с учетом $\Omega_0 \ll \omega$ в итоге получаем электрическое поле электромагнитной волны

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 (\cos \omega t + A \omega^2 \sin 2\Omega_0 t \sin \omega t). \quad (6.16)$$

Здесь коэффициент $A \propto N d_{12}$. Из (6.16) видно, что к полю падающей волны добавляется электрическое поле, сдвинутое по фазе на $\pi/2$, огибающая функция которого периодически изменяется с частотой Раби.

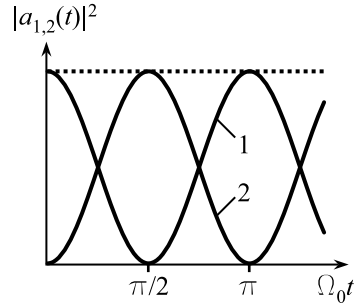


Рис. 6.2. Осцилляции Раби при $\Delta = 0$. 1 — $|a_1(t)|^2$, 2 — $|a_2(t)|^2$. $|a_1(t)|^2 + |a_2(t)|^2 = 1$

6.3. Оптическая нутация и свободное затухание поляризации

Для анализа возможности экспериментального наблюдения осцилляций Раби, или так называемой оптической нутации, сделаем некоторые оценки. Период осцилляций Раби, как следует из (6.9), равен

$$T_r = \frac{2\pi}{\Omega_r} = \frac{2\pi\hbar}{\mathcal{E}_0 d_{12}}. \quad (6.17)$$

Этот период следует сравнить с временем жизни атома τ по отношению к спонтанным переходам, не учитываемым в изложенной теории.

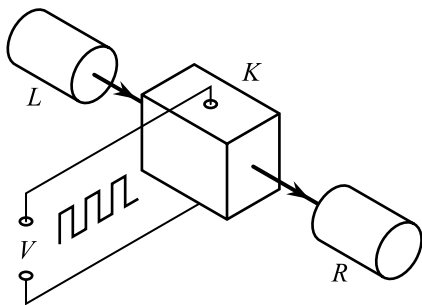


Рис. 6.3. Схема опыта Брюера и Шумейкера. L — лазер на молекулах CO_2 , $\lambda = 9,7$ мкм. K — кювета с газом $^{13}\text{CH}_3\text{F}$, R — приемник сигнала, прошедшего через кювету

Ясно, что оптическая нутация будет наблюдаться при $T_r \ll \tau$, так как в противном случае излучение атома испытывает быстрое затухание. Так как $T_r \propto \mathcal{E}_0^{-1}$, период осцилляций уменьшается с ростом \mathcal{E}_0 , т. е. оценка возможности наблюдения эффекта сводится к определению пороговой напряженности электрического поля \mathcal{E}_0^* , при котором $T_r = \tau$:

$$\mathcal{E}_0^* = \frac{2\pi\hbar}{\tau d_{12}}. \quad (6.18)$$

Так как анализ проводится в рамках разрешенных переходов, возьмем для значения $\tau \approx 10^{-8} \text{ с}^{-1}$ (характерная величина для видимого диапазона). Грубая оценка для матричного элемента $d_{12} \approx ea$, где a — радиус атома, дает $d_{12} \approx 5 \cdot 10^{-18} \text{ cgs}$. Отсюда $\mathcal{E}_0^* \approx 40 \text{ В/см}$, величина вполне достижимая для уже имеющихся лазеров. Величину \mathcal{E}_0^* можно существенно снизить за счет увеличения τ , если перейти к инфракрасному диапазону частот.

С другой стороны, при $\mathcal{E}_0 \gg \mathcal{E}_0^*$ вся совокупность атомов в газе должна быть переведена в возбужденное состояние за время $\tau_{\text{имп}} \ll \tau$, так как в противном случае возникает разброс в величине \mathcal{E}_0 и Ω_r при использовании лазерных импульсов. Однако использование кратковременных импульсов приводит к дополнительной трудности из-за их спек-

трального уширения $\delta\omega_{\text{имп}} \approx 2\pi\tau_{\text{имп}}^{-1}$. Величина $\delta\omega_{\text{имп}}$ может быть порядка частоты отстройки от точного резонанса при $\Delta \geq 2\Omega_0$, что приведет к значительному снижению эффекта.

Указанные трудности были обойдены в опытах Брюэра и Шумейкера [5], в которых был использован эффект Штарка для переключения частоты. Схема опыта по наблюдению оптической нутации дана на рис. 6.3.

Источником излучения служил CO_2 -лазер непрерывного действия ($\lambda = 9,7$ мкм). Кювета заполнялась молекулярным газом. Для эксперимента использовались молекулы фторида метана $^{13}\text{CH}_3\text{F}$ изотопа ^{13}C . Выбор молекулы определялся частотой перехода между соседними колебательными уровнями основного электронного состояния, отвечающей условию резонанса с частотой лазера. На кювету с газом воздействовали электрические импульсы от генератора прямоугольных импульсов с длительностью фронта нарастания, меньшей T_1 .

Под действием импульсов возникает штарковское расщепление уровней, что приводит к «мгновенному» изменению частоты ω_{21} . Далее следует учесть уширение полосы поглощения газа из-за эффекта Доплера. До включения электрического импульса лазерный пучок взаимодействует с группой молекул, компонента скорости которых $v_{\parallel}^* = \frac{1}{k}(\omega - \omega_{21})$ при $t < t_0$. После включения импульса при $t \geq t_0$ частота перехода ω_{21} изменяется за счет эффекта Штарка, и излучение молекул, движущихся со скоростями v_{\parallel}^* и находящихся в возбужденном состоянии, начинает затухать при развитии на фоне затухающего сигнала осцилляций Раби (рис. 6.4). При этом лазерный пучок взаимодействует с другой группой молекул с $v_{\parallel}^{**} = \frac{1}{k}(\omega - \omega'_{21})$. При выключении электрического импульса это взаимодействие исчезает, и молекулы со скоростями v_{\parallel}^{**} также проявляют затухающие осцилляции Раби.

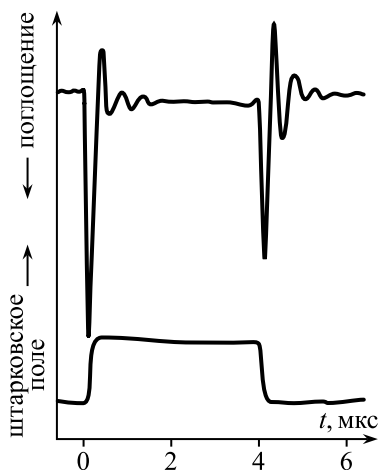


Рис. 6.4. Эффект оптических нутаций в молекуле $^{13}\text{CH}_3\text{F}$. Внизу — прямоугольный электрический импульс. Вверху — пропускание светового сигнала через кювету

Этот эксперимент свидетельствует о важном результате для спектроскопии, так как из него можно получить информацию о дипольном моменте d_{12} и времени жизни молекул τ в возбужденном состоянии по огибающей осцилляций Раби.

К эффекту оптической нутации примыкает **явление свободного затухания поляризации**. Сущность этого эффекта заключается в следующем. Пусть в опыте по наблюдению оптической нутации электрический импульс выключен. При этом резонанс лазерной волны с молекулами на частоте ω'_{21} исчезает из-за штарковского сдвига уровней. Однако молекулы, излучающие с частотой ω'_{21} , сохраняют некоторую запасенную энергию в возбужденном состоянии, и их излучение будет затухать с некоторым временем релаксации $\tau_{\text{рел}}$.

В начальный момент времени молекулы в излучающем газе согласованы между собой по фазе, что приводит к когерентному излучению ансамбля молекул или атомов с поляризацией \vec{P} . Однако с течением времени частицы, находясь в возбужденном состоянии, испытывают рассогласование по фазе из-за столкновительных процессов в газе или их взаимодействия с колебаниями в конденсированных средах. Излучение поляризации начинает затухать со временем $\tau_{\text{рел}} = T_2$. Это так называемое время дефазировки или поперечной релаксации. Обычно $T_2 < \tau$, где τ — время перехода частиц в основное состояние. Существенно, что свободное затухание поляризации происходит при нахождении многих частиц в возбужденном состоянии.

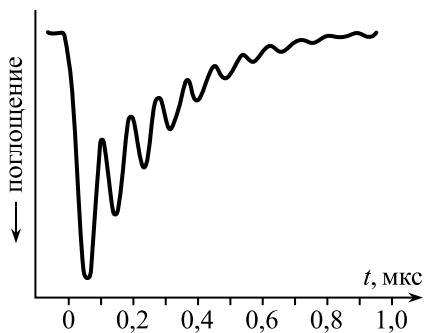


Рис. 6.5

Допустим, что это излучение смешивается с излучением лазера на частоте ω . При смешивании двух когерентных сигналов возникают биения с частотой $\Delta\omega = \omega - \omega'_{21}$ и соответствующие осцилляции затухающего сигнала. На рис. 6.5 показано свободное затухание поляризации, измеренное на молекулах NH_2D [6]. При наблюдении оптической нутации в опытах [5] этот эффект не был обнаружен. Заметим, что масштаб

времени на рис. 6.5 меньше, чем на рис. 6.4. Свободное затухание поляризации позволяет определить две величины: штарковский сдвиг частоты и время дефазировки T_2 .

6.4. Понятие площади импульса

При импульсном воздействии лазерного пучка амплитуда поля зависит от времени, $\mathcal{E}_0(t)$, и решение уравнений (6.6) в общем случае должно быть пересмотрено. Однако в предположении медленно меняющейся амплитуды импульса на протяжении периода световой волны и при выполнении условия точного резонанса ($\Delta = 0$) уравнения (6.6) допускают простое решение. Перепишем их, учитывая, что $V_{21} = -0,5d_{12}\mathcal{E}_0(t)$:

$$\frac{db_1}{dt} = i \frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{2\hbar} b_2, \quad \frac{db_2}{dt} = i \frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{2\hbar} b_1. \quad (6.19)$$

Далее используем следующий прием [7]: введем безразмерное время ϑ на основании соотношения

$$\frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{\hbar} dt = d\vartheta. \quad (6.20)$$

После подстановки (6.20) в (6.19) уравнения (6.19) упрощаются:

$$\frac{db_1}{d\vartheta} = i \frac{b_2}{2}, \quad \frac{db_2}{d\vartheta} = i \frac{b_1}{2}. \quad (6.21)$$

Решение этой системы при начальных условиях $b_1(0) = 1$ и $b_2(0) = 0$ (см. формулу (6.7))

$$b_1(\vartheta) = \cos \frac{\vartheta}{2}, \quad b_2(\vartheta) = i \sin \frac{\vartheta}{2}, \quad (6.22)$$

или, после интегрирования по времени (6.21), получаем в (6.22)

$$b_1(t) = \cos \left[\int_0^t \frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{2\hbar} dt \right], \quad b_2(t) = i \sin \left[\int_0^t \frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{2\hbar} dt \right]. \quad (6.23)$$

Для исследования последующих эффектов нестационарной оптики нас будет интересовать вычисление среднего дипольного момента и поляризации $P = N\vec{d}$. Подстановка (6.23) в формулу (6.11) приводит к следующему уравнению для поляризации

$$P = Nd_{12} \sin \omega t \cdot \sin \left[\int_0^t \frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{\hbar} dt \right]. \quad (6.24)$$

Аналогично рассчитываются населенности уровней в основном и возбужденном состоянии:

$$\begin{aligned} n_1 &= N|a_1(t)|^2 = N \cos^2 \left[\int_0^t \frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{2\hbar} dt \right], \\ n_2 &= N|a_2(t)|^2 = N \sin^2 \left[\int_0^t \frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{2\hbar} dt \right]. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Интеграл

$$\vartheta(t) = \int_0^t \frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{\hbar} dt \quad (6.26)$$

получил название площади под огибающей импульса к моменту времени t . При $t \rightarrow \infty$ это интеграл под всей огибающей.

Из приведенных формул (6.24)–(6.26) вытекают следующие результаты. Если $\vartheta(t) = \pi$, то при воздействии так называемого π -импульса возникает инверсия населенностей $n_1 = 0$ и $n_2 = N$, но при этом поляризация вещества отсутствует. Напротив, при действии $\pi/2$ -импульса населенности выравниваются, $n_1 = n_2 = 0,5N$, а поляризация по амплитуде достигает максимальной величины. Используя понятие площади импульса, можно проанализировать другие эффекты нестационарной нелинейной оптики.

6.5. Фотонное эхо

Необходимыми условиями для наблюдения этого эффекта являются действие на вещество кратковременных импульсов и неоднородное уширение полос поглощения и излучения. В атомном (молекулярном) газе это доплеровское усиление, в твердых телах возникает неоднородное уширение полос поглощения примесных центров из-за их различного взаимодействия с соседними атомами основного вещества-растворителя.

При неоднородном уширении возникает разброс собственных частот оптического перехода ω'_{21} и, как следствие — отстройка от точного резонанса $\Delta = \omega'_{21} - \omega$, где ω — частота лазерного импульса. При этом

полуширина $\gamma_{\text{неодн}} \approx \Delta$. Необходимым условием наблюдения фотонного эха является малая длительность импульса, $\tau_{\text{имп}} \ll \gamma_{\text{неодн}}^{-1}$. Если $\gamma_{\text{неодн}} \approx 10^{11} \text{ с}^{-1}$, то $\tau_{\text{имп}} \lesssim 10^{-12} \text{ с}$. Для проведения опытов по фотонному эху требуется в этом случае техника пикосекундных лазерных импульсов. При меньших значениях $\gamma_{\text{неодн}}$ достаточно использовать импульсы наносекундной длительности. Но из соотношения неопределенностей следует спектральное уширение импульса $\delta\omega \approx \tau_{\text{имп}}^{-1} \geq 10^{12} \text{ с}^{-1}$. При таком уширении $\delta\omega \geq \gamma_{\text{неодн}}$, т. е. можно считать, что все атомы могут находиться в условиях точного резонанса, в отличие от опытов по наблюдению оптической нутации.

Опишем кратко явление фотонного эха. Вначале на вещество действуют кратковременным импульсом с площадью $\pi/2$. Как следует из (6.24), при этом возникает поляризация вещества и излучение. После выключения импульса излучение затухает за время релаксации излучения $\tau_{\text{рел}}$. Существенным является то, что $\tau_{\text{рел}}$ излучения может быть меньше времени жизни атомов в возбужденном состоянии τ . Последняя величина называется временем продольной релаксации и в научной литературе по нестационарной оптике обозначается T_1 . В то же время релаксация излучения атомного газа после выключения импульса может происходить за счет рассогласования фаз при излучении отдельными атомами, как упоминалось в параграфе 6.3. При этом излучение приобретает некогерентный характер, и наведенная $\pi/2$ -импульсом поляризация значительно ослабляется, несмотря на сохранение части атомов в возбужденном состоянии. Это время жизни излучения называется временем поперечной релаксации и обозначается T_2 .

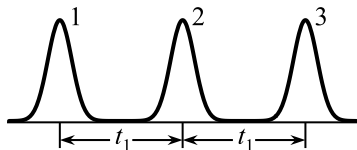


Рис. 6.6

Затем, спустя промежуток времени t_1 , подчиняющийся условию $T_2 < t_1 < T_1$, включается π -импульс, приводящий, как мы установили, к инверсии населенности. После действия π -импульса вновь возникает излучение и его релаксация со временем T_2 . Однако через тот же промежуток времени t_1 возникает третий импульс излучения (рис. 6.6). Этот импульс и есть **фотонное эхо**.

Фотонное эхо является аналогом спинового эха, наблюдаемого при действии кратковременных импульсов в радиодиапазоне на магнитные моменты атомов со спином, не равным нулю. Классическая теория фотонного эха строится на системе уравнений Блоха [1], учитывающих взаимодействие магнитных моментов атомов с переменным магнитным

полем электромагнитной волны и времена продольной и поперечной релаксации. Эта же система уравнений используется для исследования фотонного эха. Квантовая теория фотонного эха построена на уравнениях матрицы плотности, позволяющих ввести в эти уравнения феноменологические времена релаксации системы атомов T_1 и T_2 [1, 4]. Здесь мы используем менее строгий подход [7], используя ранее выведенные уравнения для двухуровневого атома.

Пусть на атомный газ воздействует импульс длительностью τ_1 . При выполнении условия резонанса имеем из (6.23)

$$b_1(\tau_1) = \cos \frac{\vartheta_1}{2}, \quad b_2(\tau_1) = i \sin \frac{\vartheta_1}{2}, \quad (6.27)$$

$$\text{где } \vartheta_1 = \int_0^{\tau_1} \frac{d_{12}\mathcal{E}_0(t)}{\hbar} dt.$$

После выключения импульса, т. е. исчезновения поля \mathcal{E}_0 в уравнениях (6.6), вторые слагаемые исчезают, и при начальных условиях, задаваемых (6.27), решение (6.6) к моменту времени t_1 дает

$$b_1(\tau_1 + t_1) = e^{i\frac{\Delta}{2}t_1} \cos \frac{\vartheta_1}{2}, \quad b_2(\tau_1 + t_1) = ie^{-i\frac{\Delta}{2}t_1} \sin \frac{\vartheta_1}{2}, \quad (6.28)$$

где $\Delta = \omega'_{21} - \omega$, т. е. учитывается отстройка от резонанса из-за дефазировки.

Затем, пусть при $t = t_1$ включается второй импульс с площадью ϑ_2 . При этом предполагаем, что вновь выполняется условие точного резонанса. В этом случае общее решение уравнений (6.6) ищем в виде

$$\begin{aligned} b_1(\tau_1 + \tau_2 + t_1) &= A \cos \frac{\vartheta_2}{2} + B \sin \frac{\vartheta_2}{2}, \\ b_2(\tau_1 + \tau_2 + t_1) &= C \cos \frac{\vartheta_2}{2} + D \sin \frac{\vartheta_2}{2}, \end{aligned} \quad (6.29)$$

где τ_2 — время действия импульса. Неопределенные коэффициенты ищем при начальном условии $\tau_2 = 0$. При этом $b_1(\tau_2 = 0) \equiv b_1(\tau_1 + t_1)$, $b_2(\tau_2 = 0) \equiv b_2(\tau_1 + t_1)$. Отсюда следует, что $A = b_1(\tau_1 + t_1)$, $C = b_2(\tau_1 + t_1)$. Для нахождения коэффициентов B и D воспользуемся уравнениями (6.21), в которых в качестве переменной величины используется безразмерное время ϑ_2 . Отсюда $B = iC$, $D = iA$ и, как следует из

формул (6.28) и (6.29) с учетом найденных коэффициентов,

$$\begin{aligned} b_1(\tau_1 + \tau_2 + t_1) &= e^{i\frac{\Delta}{2}t_1} \cos \frac{\vartheta_1}{2} \cos \frac{\vartheta_2}{2} - e^{-i\frac{\Delta}{2}t_1} \sin \frac{\vartheta_1}{2} \sin \frac{\vartheta_2}{2}, \\ b_2(\tau_1 + \tau_2 + t_1) &= ie^{-i\frac{\Delta}{2}t_1} \sin \frac{\vartheta_1}{2} \cos \frac{\vartheta_2}{2} + ie^{i\frac{\Delta}{2}t_1} \cos \frac{\vartheta_1}{2} \sin \frac{\vartheta_2}{2}. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Выключим поле \mathcal{E}_0 и вновь повторим процедуру расчета величин b_1 и b_2 с учетом расстройки резонанса по формулам (6.21). По прошествии времени t_2 с момента выключения поля имеем

$$\begin{aligned} b_1(\tau_1 + \tau_2 + t_1 + t_2) &= b_1(\tau_1 + \tau_2 + t_1) e^{i\frac{\Delta}{2}t_2} = \\ &= \cos \frac{\vartheta_1}{2} \cos \frac{\vartheta_2}{2} e^{i\frac{\Delta}{2}(t_1+t_2)} - \sin \frac{\vartheta_1}{2} \sin \frac{\vartheta_2}{2} e^{i\frac{\Delta}{2}(t_2-t_1)}, \\ b_2(\tau_1 + \tau_2 + t_1 + t_2) &= b_2(\tau_1 + \tau_2 + t_1) e^{-i\frac{\Delta}{2}t_2} = \\ &= i \sin \frac{\vartheta_1}{2} \cos \frac{\vartheta_2}{2} e^{-i\frac{\Delta}{2}(t_1+t_2)} + i \cos \frac{\vartheta_1}{2} \sin \frac{\vartheta_2}{2} e^{-i\frac{\Delta}{2}(t_2-t_1)}. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Нас интересует возможность появления излучения после выключения второго импульса. Для этого следует рассчитать дипольный момент $\bar{d} = \langle \psi(\vec{r}, t) | \hat{d} | \psi(\vec{r}, t) \rangle$. При вычислении \bar{d} можно убедиться, что первые слагаемые в (6.31), содержащие время $(t_1 + t_2)$ в экспонентах, дают быстро осциллирующие члены и после усреднения по отстройке Δ исчезают. Подстановка вторых слагаемых в (6.13) приводит к среднему значению \bar{d} , зависящему от частоты отстройки от резонанса

$$\bar{d} = d_{12} \sin \vartheta_1 \sin^2 \frac{\vartheta_2}{2} \cdot \sin[\omega t + 0,5\Delta \cdot (t_2 - t_1)]. \quad (6.32)$$

Так как в среде имеет место разброс частот Δ , этот результат следует усреднить по функции распределения величины Δ . В случае неоднородного уширения спектральных линий за счет эффекта Доплера естественно в качестве функции распределения использовать нормированную функцию Гаусса

$$f(\Delta) = \frac{1}{\pi\Delta_0} e^{-\frac{\Delta^2}{\Delta_0^2}}, \quad (6.33)$$

где $\Delta_0 = \bar{\omega}_{21} - \omega \approx \gamma_{\text{неодн}}$. Средняя величина по Δ определяется интегралом свертки

$$\langle \bar{d} \rangle_{\Delta} = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{d}(t, \Delta) f(\Delta) d\Delta. \quad (6.34)$$

После подстановки (6.32) в (6.34) и представления интеграла в виде суммы двух интегралов получаем

$$\begin{aligned} \langle \bar{d} \rangle_{\Delta} = d_{12} \sin \vartheta_1 \sin \frac{\vartheta_2}{2} \left\{ \sin \omega t \int_{-\infty}^{\infty} \cos [0,5 \Delta (t_2 - t_1)] f(\Delta) d\Delta + \right. \\ \left. + \cos \omega t \int_{-\infty}^{\infty} \sin [0,5 \Delta (t_2 - t_1)] f(\Delta) d\Delta \right\}. \end{aligned} \quad (6.35)$$

Второй интеграл в (6.35) имеет нечетную по Δ подынтегральную функцию и равен нулю. Первый определенный интеграл сводится к табличному [8]. Таким образом,

$$\langle \bar{d} \rangle_{\Delta} = d_{12} \sin \vartheta_1 \sin \frac{\vartheta_2}{2} \sin \omega t \exp \left[-\frac{\Delta_0^2}{16} (t_2 - t_1)^2 \right]. \quad (6.36)$$

Из полученной формулы можно сделать следующие выводы. Так как электрическое поле квазигармонического осциллятора $\vec{\mathcal{E}}'_0 = \langle \ddot{\bar{d}} \rangle_{\Delta} \propto \omega^2 \sin \omega t$, его амплитуда принимает максимальное значение при $t_2 = t_1$, а длительность пика излучения пропорциональна Δ_0^{-1} . Таким образом, через промежуток времени, равный промежутку между действием двух импульсов, возникает фотонное эхо. Полуширина эха по времени обратно пропорциональна полуширине $\gamma_{\text{неодн}}$. Амплитуда фотонного эха максимальна при $\vartheta_1 = \pi/2$, т. е. первым должен быть $\pi/2$ -импульс, и при $\vartheta_2 = \pi$ вторым должен быть π -импульс.

Фотонное эхо было предсказано в 1962 г. советскими учеными Нагибаровым и Копвиллемом, результат доложен на Всесоюзной конференции по низким температурам и опубликован в [9]. Экспериментально фотонное эхо впервые наблюдалось американскими учеными (Курнит Н.А. и др., [10]). Следует сказать, что при теоретическом предсказании и экспериментальном наблюдении упомянутые авторы опирались на существование ранее обнаруженного спинового эха [11].

Для наблюдения фотонного эха авторы [12] использовали рубиновый лазер с модуляцией добротности, позволяющий создавать импульсы длительностью 10 нс и мощностью около 200 кВт. В качестве образца для наблюдения эха использовался также рубиновый стержень миллиметровой толщины. Для согласования частоты излучения лазера и частоты поглощения на R_1 -линии ионов Cr^{3+} лазер поддерживался

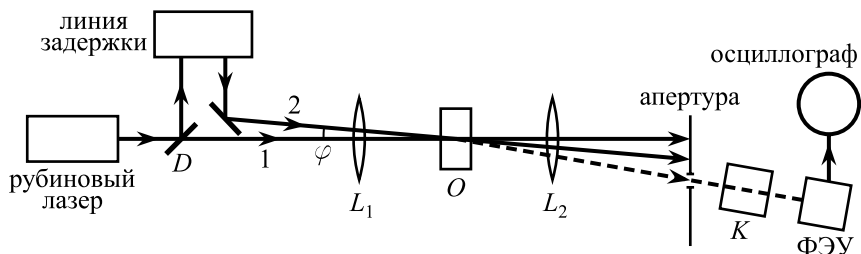


Рис. 6.7. Схема наблюдения фотонного эха. L_1 и L_2 — линзы, O — образец, K — ячейка Керра. Фотонное эхо наблюдается в направлении, указанном пунктиром

при температуре жидкого азота, а образец — при температуре жидкого гелия. Схема наблюдения фотонного эха представлена на рис. 6.7.

С помощью делительного зеркала D лазерный пучок разбивался на два. Первый пучок непосредственно фокусировался на образец, второй пучок отражался от зеркала D , проходил через линзу L_1 и фокусировался на образец O . Линия задержки задавала временной интервал Δt между двумя импульсами 80, 110 и 140 нс. Между двумя пучками создавался небольшой угол, $\varphi \approx 3^\circ$. Часть интенсивности этих пучков и эхо проходили через апертуру под углом 2φ (пунктир на рис. 6.7) и регистрировались с помощью ФЭУ, соединенного с осциллографом. Апертура позволяла задерживать нежелательные мощные лазерные пучки.

Во всех случаях ФЭУ регистрировал фотонное эхо на указанном временном интервале Δt после регистрации второго пучка. Ячейка Керра K была использована авторами для снижения интенсивности рассеянного лазерного излучения. В [10] не упоминается о площади импульсов, хотя интенсивность второго импульса, как следует из осциллограмм, была в два раза выше интенсивности первого.

6.6. Самоиндуцированная прозрачность

К эффектам резонансной нелинейной оптики относится также явление самоиндуцированной прозрачности. Это явление наблюдается при прохождении кратковременного лазерного импульса через поглощающую среду с оптической плотностью $\alpha d \gg 1$, где α — коэффициент

поглощения, d — толщина образца. При распространении слабых стационарных световых пучков они полностью поглощаются.

Эффект самоиндуцированной прозрачности был предсказан и экспериментально обнаружен Мак-Коллом и Ханом в 1967 г. [12]. Ими было установлено, что прохождение через нелинейную среду импульса длительностью $\tau_{\text{имп}} < T_2$ и T_1 и площадью, равной 2π , импульс проходит через образец без потери интенсивности.

Качественное объяснение эффекта заключается в следующем. Пусть симметричный 2π -импульс входит в поглощающую двухуровневую среду и выполняется условие точного резонанса $\Delta = 0$. Мысленно разобьем 2π -импульс на два π -импульса. Первый π -импульс соответствует переднему фронту импульса, второй — заднему фронту. Под действием переднего фронта атомы переходят в возбужденное состояние, и населенность нижнего уровня падает до нуля. Второй π -импульс, соответствующий заднему фронту, переводит атомы в основное состояние, и его населенность восстанавливается. При осцилляциях Раби такой процесс повторяется многократно, что в итоге приводит к полной прозрачности поглощающей среды, т. е. к явлению самоиндуцированной прозрачности.

Этот эффект существенно отличается от эффекта просветления среды при насыщении (см. параграф 5.2), так как последний возникает при стационарном режиме облучения образцов лазерным пучком. Отметим еще одну особенность явления. В результате осцилляции Раби происходит обмен энергией между квантовой системой и световым импульсом. При действии переднего фронта энергия запасается в системе практически неподвижных атомов, а при действии заднего фронта возникает их излучение. Такой процесс неизбежно приводит к снижению скорости распространения огибающей импульса v по сравнению с фазовой скоростью $v_\phi = c/n$.

Остановимся на теории явления. При исследовании оптической нутации и фотонного эха мы не рассматривали распространение импульса в среде, т. е. предполагали тонкий образец, для которого $ad < 1$. При изучении самоиндуцированной прозрачности мы откажемся от этого предположения и рассмотрим распространение импульса в сильно поглощающей среде ($ad \gg 1$). Для этого используем волновое уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E}(z, t) - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{E}(z, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(z, t). \quad (6.37)$$

Решение уравнения (6.37) будем искать в виде плоской гармонической

волны, распространяющейся вдоль оси z с амплитудой (огibaющей импульса), зависящей от z и t :

$$\mathcal{E}(z, t) = \mathcal{E}_0(z, t) \cos(\omega t - kz). \quad (6.38)$$

В отличие от (6.13), мы также учтем зависимость $P(z, t)$ и запишем волну поляризации в виде

$$P(z, t) = N\bar{d} = Nd_{12} \sin \vartheta(z, t) \sin(\omega t - kz), \quad (6.39)$$

где $\vartheta(z, t)$ — площадь действующего импульса. При решении волнового уравнения мы используем приближение медленно меняющихся амплитуд, $\frac{\partial^2 \mathcal{E}_0}{\partial z^2} \ll k \frac{\partial \mathcal{E}_0}{\partial z}$ и $\frac{\partial^2 \mathcal{E}_0}{\partial t^2} \ll \omega \frac{\partial \mathcal{E}_0}{\partial t}$, и сохраним слагаемые, содержащие первые производные по z и t . Дифференцирование правой части уравнения дает

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = Nd_{12} \left[-\omega^2 \sin \vartheta \sin(\omega t - kz) + 2\omega \cos \vartheta \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \cos(\omega t - kz) \right]. \quad (6.40)$$

Здесь, на основании того, что частота Раби $\Omega_r \ll \omega$, мы опустим слагаемые $\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial t}\right)^2 \ll \omega^2$. Далее при решении (6.37) отдельно приравняем множители перед $\cos(\omega t - kz)$ и $\sin(\omega t - kz)$. Множитель перед $\cos(\omega t - kz)$ имеет вид

$$\frac{\omega^2}{c^2} \left[(\varepsilon - n^2) + \frac{8\pi N \hbar \omega}{\mathcal{E}_0^2} \frac{\Omega_r^2}{\omega^2} \right] \mathcal{E}_0(z, t). \quad (6.41)$$

Здесь использовано соотношение $\frac{\partial \vartheta}{\partial t} \approx \Omega_r$. Так как $n^2 = \varepsilon$ и второе слагаемое в скобках приблизительно равно $2\Omega_r^2/\omega^2$ ($N\hbar\omega \approx \mathcal{E}_0^2/4\pi$), то при $\Omega_r \ll \omega$ множитель перед $\cos(\omega t - kz)$ мал, и им можно пренебречь. Второе уравнение, учитывающее слагаемые перед $\sin(\omega t - kz)$ в (6.37), на основании (6.40) имеет вид

$$\frac{\partial \mathcal{E}_0(z, t)}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial \mathcal{E}_0(z, t)}{\partial t} = -\frac{2\pi Nd_{12}\omega}{nc} \sin \vartheta(z, t), \quad (6.42)$$

где $\frac{c}{n} = v_\phi$. Таким образом, уравнение (6.42) можно использовать для анализа распространения импульса в поглощающей среде. Для этого, учитывая вышесказанное, предположим, что импульс распространяется со скоростью $v < v_\phi$, и будем считать, что зависимости его амплитуды \mathcal{E}_0 и площади ϑ от координаты и времени имеют вид $\mathcal{E}_0(z, t) = \mathcal{E}_0(z - vt)$ и вид $\vartheta(z, t) = \vartheta(z - vt)$. Для решения в (6.42) используем новую

переменную $z' = z - vt$. Так как $\frac{\partial z'}{\partial z} = 1$, $\frac{\partial z'}{\partial t} = -v$ и $\mathcal{E}_0(z') = -\frac{v\hbar}{d_{12}} \frac{\partial \vartheta}{\partial z'}$, левая часть уравнения (6.42) приобретает вид

$$\frac{\partial \mathcal{E}_0(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{v_\Phi} \frac{\partial \mathcal{E}_0(z, t)}{\partial t} = \frac{v_\Phi - v}{v_\Phi} \frac{\partial \mathcal{E}_0(z')}{\partial z} = -\frac{v(v_\Phi - v)}{v_\Phi} \frac{\hbar}{d_{12}} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z'^2}, \quad (6.43)$$

и уравнение (6.42) преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z'^2} = \frac{2\pi N \omega v_\Phi d_{12}^2}{\hbar v(v_\Phi - v)} \sin \vartheta = \kappa^2 \sin \vartheta. \quad (6.44)$$

Последнее уравнение — известное уравнение математического маятника с конечной, но не малой амплитудой [13]. Одно из решений этого нелинейного уравнения имеет следующую форму:

$$\vartheta(z') = 4 \operatorname{arctg}(e^{\kappa z'}), \quad (6.45)$$

в чем можно убедиться непосредственной проверкой. Так как $\mathcal{E}_0(z') = -v \frac{\hbar}{d_{12}} \frac{\partial \vartheta}{\partial z'}$, то из (6.45) следует

$$\mathcal{E}_0(z') = \frac{4v\kappa e^{\kappa z'}}{d_{12}(1 + e^{2\kappa z'})}. \quad (6.46)$$

Из (6.46) видно, что $\mathcal{E}_0(z') \rightarrow 0$ при $z' \rightarrow \pm\infty$. Учитывая определение $\operatorname{sch} x = \operatorname{ch}^{-1} x$, получаем

$$\mathcal{E}_0(z') = \frac{2\hbar v \kappa}{d_{12}} \operatorname{sch}(\kappa z'). \quad (6.47)$$

Перейдем к исходной координате z и времени t , а также учтем определение множителя κ^2 в (6.44) и найдем явную зависимость $\mathcal{E}_0(z, t)$:

$$\mathcal{E}_0(z - vt) = \mathcal{E}_{0m} \operatorname{sch} \left[\frac{d_{12} \mathcal{E}_{0m}}{2\hbar v} (z - vt) \right], \quad (6.48)$$

где $\mathcal{E}_{0m} = 2[2\pi N \hbar \omega v_\Phi v(v_\Phi - v)nc]^{1/2}$ — максимальная амплитуда огибающей импульса. Из решения (6.45) следует, что по нелинейной среде распространяется 2π -импульс, так как $\vartheta(\infty) - \vartheta(-\infty) = 2\pi$. Этот импульс имеет универсальную форму, определяемую гиперболическим секансом, независимо от формы импульса на входе в нелинейную среду.

Как видно из (6.48), импульс распространяется вдоль оси z без затухания, т. е. ведет себя как **оптический солитон**, но отличается от солитона в прозрачной среде (см. параграф 3.8) по своим параметрам. Более строгая теория самоиндуцируемой прозрачности [2, 12] показывает, что при некотором отличии площади импульса на входе от 2π ($\vartheta \geq \pi$) по мере его распространения площадь становится равной 2π .

Как упоминалось, явление самоиндуцированной прозрачности было предсказано Мак-Коллом и Ханом, и ими же наблюдалось экспериментально. Для опытов использовался рубиновый лазер с модуляцией добротности и длительностью импульса 10 нс и рубиновый стержень, почти полностью поглощающий излучение на переходе $4A_2 \rightarrow E$ (R_1 -линия). Для согласования частот излучения и поглощения стержень охлаждался до 4,2 К. Ими обнаружено, что явление имеет порог по интенсивности лазерного пучка и пропадает при нагревании стержня выше 40 К.

Также показано, что наблюдаемая прозрачность не является обычным явлением насыщения, так как очень низкие скорости распространения импульса v ($v \approx 10^{-2}v_\phi$) не могут быть объяснены явлением насыщения. На основании развитой ими теории [12] они предсказали, что если площадь входного импульса ϑ не равна 2π , его распространение зависит от величины исходной площади. При $\vartheta < \pi$ импульс должен затухать. Напротив, если $\pi < \vartheta \leq 3\pi$, то по мере его распространения площадь импульса увеличивается или уменьшается до 2π , и импульс приобретает форму гиперболического секанса. Это положение иллюстрируется данными эксперимента (рис. 6.8).

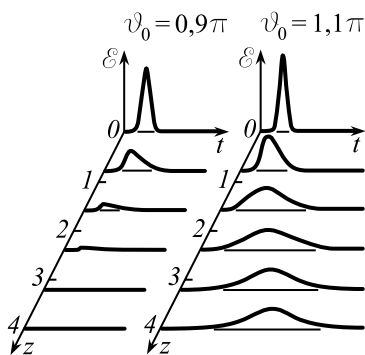


Рис. 6.8

При площади входного импульса $\vartheta(z=0) = 0,9\pi$ импульс в поглощающей среде затухает. Напротив, если площадь $\vartheta(z=0) = 1,1\pi$, импульс расширяется, приобретает устойчивую форму и становится 2π -импульсом. Отсюда следует, что самоиндуцированная прозрачность зависит от интенсивности лазерного пучка и является эффектом, пороговым по интенсивности. Увеличение площади импульса до 2π не противоречит закону сохранения энергии, так как увеличение площади импульса сопровождается уменьшением его амплитуды в максимуме. В том

случае, когда площадь входного импульса $\vartheta > 3\pi$, импульс на выходе поглощающей среды разбивается на два и более 2π -импульсов, различающихся по времени их появления на выходе. Это положение вытекает из теории и подтверждено экспериментом [14].

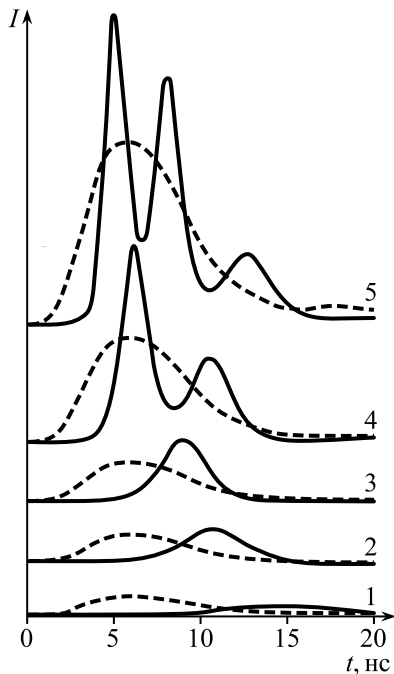


Рис. 6.9. Пунктирные линии — входные импульсы, сплошные кривые — импульсы на выходе. 1. $\vartheta_0 \approx \pi$, 2. $\vartheta_0 = 2\pi$, 3. $2\pi < \vartheta_0 < 3\pi$, 4. $\vartheta_0 \lesssim 5\pi$, 5. $\vartheta_0 \approx 6\pi$

формирования солитонов в поглощающих средах, техника изменения формы и амплитуды импульсов.

На рис. 6.9 хорошо видны задержка импульса на выходе по сравнению с входным импульсом и разбиение на два 2π -импульса с разными скоростями при $\vartheta_0 < 5\pi$, а при $\vartheta_0 \approx 6\pi$ на три импульса. Эксперимент был проведен на D_1 -линии Rb с плотностью пара около 10^{12} см^{-3} . Спектральное положение D_1 -линии с помощью магнитного поля было согласовано с частотой импульсного Hg⁺-лазера с длительностью импульса $\approx 7 \text{ нс}$.

Использование импульсных лазеров с перестраиваемой частотой (лазеры на красителях, твердотельные лазеры) позволило наблюдать эффект самоиндуцированной прозрачности в разнообразных поглощающих средах (см. [15]): в парах щелочных металлов, в молекулярных газах, на узких линиях поглощения редкоземельных элементов (Pr^{3+} , Er^{3+}) в диэлектрических матрицах и др. В итоге развита новая техника прохождения лазерных импульсов без потерь через поглотитель,

Литература к главе 6

- [1] Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. Пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — 222 с.

- [2] *Макомбер Дж.Д.* Динамика спектроскопических переходов. Пер. с англ. — М.: Мир, 1979. — 347 с.
- [3] *Лоудон Р.* Квантовая теория света. Пер. с англ. — М.: Мир, 1976. — 488 с.
- [4] *Яриу А.* Введение в теорию и приложения квантовой механики. Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — 359 с.
- [5] *Brewer R.G., Shoemaker R.L.* // Phys. Rev. Lett. — 1971. — **27**. — P.631.
- [6] *Brewer R.G.* // Phys. Today — 1977. — **30**. — P.50.
- [7] *Акулин В.М., Карлов Н.В.* Интенсивные резонансные взаимодействия в квантовой электронике. — М.: Наука, 1987. — 311 с.
- [8] *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. — М.: Наука, 1986. — 544 с.
- [9] *Копыльлем У.Х., Нагибаров В.Р.* // Физ. металлов и металловед. — 1968. — **15**. — С.318.
- [10] *Kurnit N.A., Abella I.D., Hartmann S.R.* // Phys. Rev. Lett. — 1964. — **13**. — P.567.
- [11] *Hahn E.L.* // Phys. Rev. — 1950. — **77**. — P.297.
- [12] *McCall S.L., Hahn E.L.* // Phys. Rev. — 1969. — **180**. — P.457.
- [13] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т.1: Механика. — М.: Наука, 1965. — 204 с.
- [14] *Slusher R.E., Gibbs H.M.* // Phys. Rev. A — 1972. — **5**. — P.1634.
- [15] *He G.S., Liu S.H.* Physics of nonlinear optics. — World Scientific, 1999.

Глава 7

Нелинейная оптика фоторефрактивных кристаллов

7.1. Введение

В главах 2 и 3 мы изучали нелинейные оптические явления в прозрачных средах с квадратичной и кубической поляризацией вещества. Предполагалось, что отклик этих сред на действующее поле практически мгновенен, за исключением действия кратковременных импульсов ($\tau_{\text{имп}} < 10^{-12}$ с), и такие среды имеют малые времена релаксации ($\tau_{\text{рел}} < 10^{-12}$ с). Малые значения $\tau_{\text{рел}}$ позволяют во многих случаях пренебречь запаздыванием в отклике среды на действующее поле световой волны, в связи с чем уравнения связанных волн при трех- и четырехволновом взаимодействии не включают в себя члены, учитывающие временную релаксацию. В частности, такой подход позволяет изучить эффекты самовоздействия с использованием формулы $n = n_0 + n_2 I$ в качестве основного уравнения для показателя преломления (параграф 3.6). Только через 10 лет после изобретения лазеров физики обратили внимание на целый ряд кристаллов, принадлежащих к сегнетоэлектрикам и проявляющих необычные оптические свойства. Правда, впервые на новые свойства ряда сегнетоэлектриков указали А. Эшкин и

др. в 1966 г. [1]. В своей работе они испытывали некоторые кристаллы в качестве электрооптических модуляторов света в лазерах и обнаружили их непригодность для модуляции лазерного пучка из-за сильного, пространственно неоднородного изменения показателя преломления и искажения волнового фронта волны. Фактически подробное изучение свойств и нелинейной оптики фоторефрактивных кристаллов (ФРК) проводилось в двух последних декадах XX века. Некоторые результаты исследований отражены в обзорных статьях и монографиях [2, 3, 4].

Отметим ряд оптических свойств фоторефрактивных кристаллов, отличающихся от свойств ранее изученных сред с квадратичной и кубической поляризацией.

1. Оказалось, что нелинейные оптические явления в фоторефрактивных кристаллах проявляются при действии слабых лазерных пучков с интенсивностью $I < 100 \text{ мВт/см}^2$, что позволяет для их изучения использовать стандартные мало-мощные газовые и полупроводниковые лазеры непрерывного действия. Эта особенность определила широкое практическое применение фоторефрактивных кристаллов и расширила круг лабораторий, занимающихся проблемами нелинейной оптики.
2. Скорость изменения показателя преломления зависит от энергии действующего пучка, приходящейся на единичную площадку, $H = It$. Эта особенность позволяет выяснить динамику фотопревращений при малых I по мере экспозиции фоторефрактивных кристаллов вплоть до насыщения фотопревращений.
3. Времена релаксации $\tau_{\text{рел}}$ различных кристаллов варьируются в широких пределах от долей секунды до многих лет и зависят от температуры кристалла. Для некоторых кристаллов $\tau_{\text{рел}}$ может быть настолько большим при комнатной температуре, что для возвращения фоторефрактивного кристалла в исходное состояние следует его нагреть или облучить. Эта особенность фоторефрактивных кристаллов успешно используется для записи и хранения оптической информации.

Указанные особенности позволяют получить значительные изменения показателя преломления Δn в фоторефрактивных кристаллах за счет больших экспозиций H при малых интенсивностях I лазерных пучков. Достижимы значения $\Delta n \approx 10^{-2}$, что на несколько порядков выше Δn в обычных прозрачных средах. Этот факт стимулировал ис-

пользование фоторефрактивных кристаллов для записи и считывания фазовых голограмм с дифракционной эффективностью, не уступающей эффективности современных фотоматериалов [2, 5]. При этом разрешающая способность голограмм и голографических изображений может быть существенно большей.

7.2. Механизмы превращений в фоторефрактивных кристаллах

Отличие фоторефрактивных кристаллов от обычных прозрачных сред по проявлению нелинейных эффектов определяется различием микроскопических механизмов, приводящих к изменению показателя преломления. Рассмотрим типичные ФРК-сегнетоэлектрики (LiNbO_3 , BaTiO_3). Эти кристаллы обладают большой шириной запрещенного промежутка E_g и, как правило, содержат неконтролируемые примеси, создающие уровни в запрещенной зоне. Падающее на кристаллы излучение с $\hbar\omega < E_g$ не приводит к междузонным переходам, но если частота индуцирующего пучка согласована с частотой перехода электронов с примесного уровня в зону проводимости или дырок в валентную зону, возникают свободные носители тока. Далее, для определенности рассмотрим примесные центры, передающие фотоэлектроны в зону проводимости (доноры).

Так как на кристаллы воздействуют узкие лазерные пучки, в кристалле возникает градиент концентрации фотоэлектронов и их диффузия из светлых мест в более темные. В темных местах электроны захватываются ловушками (акцепторы), энергия активации которых больше $k_B T$. Разделение зарядов способствует возникновению статического электрического поля, направленного в сторону ловушек и приводящего к дрейфовому току. Дрейфовый ток направлен против диффузионного, что приводит в итоге к равновесной ситуации, т. е. насыщению процесса. Статическое поле, в свою очередь, стимулирует в нецентросимметричном кристалле линейный электрооптический эффект (см. параграф 2.12) и, как следствие, изменение показателя преломления Δn . Отсюда происходит название кристаллов.

Обычно при записи голограмм на кристаллы воздействуют разнонаправленные световые пучки. При действии двух пучков в кристалле возникает их интерференция и захват фотоэлектронов в минимумах ин-

терференции. Как следствие, возникает периодическое изменение электрического поля в пространстве и индуцируемое им периодическое изменение Δn , т. е. в кристалле записывается фазовая или амплитудно-фазовая объемная решетка.

К фоторефрактивным кристаллам в настоящее время относят не только упомянутые диэлектрики, но и ряд полупроводников, в кристаллографическом классе которых отсутствует операция инверсии. Типичными представителями таких полупроводников являются кубические кристаллы со структурой сфалерита (GaAs, CdTe и др.) и гексагональные кристаллы со структурой вюрцита (CdSe, CdS и др.). Для этих кристаллов несколько отличается механизм фотопревращений. Обычно такие кристаллы облучаются пучком в области края фундаментальной полосы, т. е. при $\hbar\omega \gtrsim E_g$. При этом в кристалле генерируются фотоэлектроны и фотодырки. Из-за существенного различия в подвижности электронов μ_e и дырок μ_h ($\mu_e \gg \mu_h$) фотоэлектроны диффундируют в темные места и закрепляются на ловушках, неизбежно существующих в реальных кристаллах. Все это способствует образованию пространственного поля заряда и изменению Δn из-за эффекта Поккельса. Величины Δn в полупроводниках близки к Δn в диэлектриках, но, в отличие от сегнетоэлектриков, в них существенно меньшие значения $\tau_{\text{рел}}$ ($\tau_{\text{рел}} \leq 10^{-3}$ с).

Следует отметить, что нелинейными оптическими свойствами, близкими к свойствам фоторефрактивных кристаллов, обладает целый ряд органических сред и кристаллов: фотополимеры, кристаллы сложных органических соединений, жидкие кристаллы, биологические среды. Для них также присущи низкие пороги по интенсивности, позволяющие использовать маломощные лазеры, и большие значения Δn и $\tau_{\text{рел}}$. Но механизм фотопревращений в таких средах существенно отличается от механизмов в неорганических кристаллах. О некоторых механизмах будет упомянуто в следующих главах. Использованию нелинейной оптики таких сред в последнее время посвящено большое количество научных работ. Обзор некоторых из них представлен в монографии [6].

7.3. Теория фотопревращений в фоторефрактивных кристаллах

При теоретическом обсуждении механизмов фотопревращений в фоторефрактивных кристаллах используются различные варианты си-

системы уравнений, предложенной в [7]. В зарубежной литературе их часто называют уравнениями Кухтарева по имени первого автора в [7]. Приведем эту систему уравнений для частного случая сегнетоэлектриков, содержащих доноры и акцепторы (рис. 7.1).

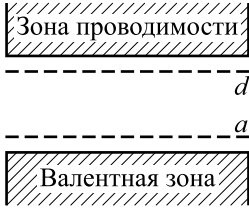


Рис. 7.1. Схема расположения уровней донора (d) и акцептора (a) в запрещенной промежуточной сегнетоэлектрика

Пусть под действием лазерного пучка интенсивности I электроны покидают доноры и переходят в зону проводимости. Пусть N_d и N_d^+ — концентрация нейтральных и ионизированных доноров соответственно. Скоростное уравнение, описывающее изменение N_d^+ , имеет вид:

$$\frac{\partial N_d^+}{\partial t} = (sI + \eta)(N_d - N_d^+) - \gamma_r N_d^+ N, \quad (7.1)$$

где N — концентрация электронов в зоне проводимости, s — эффективный поперечник поглощения, отнесенный к энергии фотона, η — скорость генерации темновых носителей при заданной температуре, второе слагаемое в (7.1) описывает рекомбинацию электронов с концентрацией N с ионизированными донорами, γ_r — коэффициент рекомбинации.

Далее следует учесть миграцию электронов по кристаллу, приводящую к возникновению пространственного заряда и тока фотозелектронов. Заряд ρ и плотность тока \vec{j} связаны уравнением непрерывности. Так как $\rho = e(N_d^+ - N)$, имеем

$$e \frac{\partial}{\partial t} (N_d^+ - N) + \operatorname{div} \vec{j} = 0. \quad (7.2)$$

При записи \vec{j} следует учесть появление статического поля $\vec{E}_{\text{ст}}$ при разделении зарядов и так называемый фотовольтаический ток. Общая плотность тока равна

$$\vec{j} = eN\mu_e \vec{E}_{\text{ст}} - eD_e \nabla N + \vec{j}_{\text{pv}}. \quad (7.3)$$

Первое слагаемое в (7.3) — **дрейфовый ток**, вызванный статическим полем, второе — **диффузионный ток**, определяемый градиентом концентрации электронов, $D_e = k_B T \mu_e / e$ — их коэффициент диффузии, \vec{j}_{pv} — **фотовольтаический ток**. Последний возникает в однородных, нецентросимметричных кристаллах [8] при их освещении и равен по оси i

$$\vec{j}_{\text{pv},i} = \frac{cn}{4\pi} \beta_{ijk} A_j A_k^*, \quad (7.4)$$

где β_{ijk} — фотовольтаический тензор, A_j , A_k — амплитуды светового поля по соответствующим осям.

Остановимся вкратце на способе обнаружения фотовольтаического тока и его свойствах. Вначале этот ток был обнаружен в кристалле $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}^{3+}$ [9]. При облучении кристалла в геометрии рис. 7.2 было обнаружено, что в образце, замкнутым через амперметр, возникает ток, направленный вдоль оси спонтанной поляризации \vec{C} (однаправленный ток). По направлению тока установлен его перенос фотоэлектронами. Плотность тока, как показал опыт [9], зависит от I и коэффициента поглощения α :

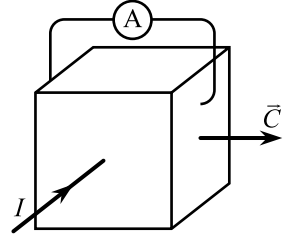


Рис. 7.2

$$j_{pv} = \alpha G(\omega) I. \quad (7.5)$$

Здесь $G(\omega)$ — так называемая константа Гласса, зависящая от ω и тензора β_{ijk} заданного кристалла. В разомкнутом образце (вместо амперметра между электродами помещается вольтметр с большим внутренним сопротивлением) возникает фотовольтаическая ЭДС, вызванная компенсацией фотовольтаического тока током фотопроводимости:

$$\alpha G(\omega) I = E_{pv} \beta I, \quad (7.6)$$

где правая часть — обычный ток фотопроводимости, вызванный фотовольтаическим электрическим полем E_{pv} . Поле E_{pv} , как видно из (7.6), не зависит от I . Если вдоль оси \vec{C} к кристаллу приложено внешнее поле E_0 , фотовольтаический ток может быть скомпенсирован дрейфовым током с $j = e\mu_e N E_0$. При наклонном падении светового пучка E_{pv} зависит от угла χ между осью \vec{C} и плоскостью падения

$$E_{pv}(\chi) = E_{pv}(0) \cos \chi. \quad (7.7)$$

При $\chi = \pi/2$ фотовольтаический ток исчезает. Величина E_{pv} наибольшая в кристаллах LiNbO_3 и достигает нескольких киловольт, в других сегнетоэлектриках E_{pv} заметно меньше.

Вернемся к системе уравнений (7.1)–(7.4). Для полного решения задачи она должна быть дополнена **уравнением Пуассона**

$$\text{div}(\varepsilon \vec{E}_{\text{ст}}) = 4\pi e(N_d^+ - N - N_a), \quad (7.8)$$

в котором учитывается захват фотоэлектронов акцепторами с концентрацией N_a . Приведенная система уравнений применима ко многим задачам нелинейной оптики фоторефрактивных кристаллов и допускает различного рода упрощения.

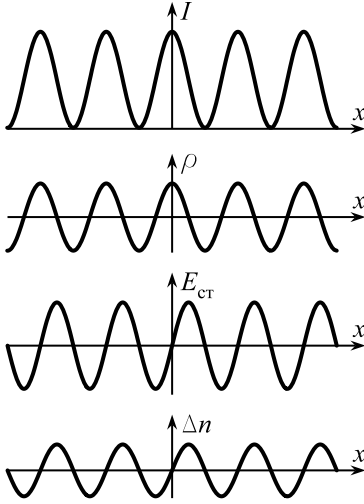


Рис. 7.3. Пространственное распределение интенсивности света I , плотности заряда ρ , статического поля $E_{ст}$ и изменения показателя преломления Δn

Так как нелинейные эффекты в фоторефрактивных кристаллах представляют интерес при неоднородном облучении кристаллов, мы используем часто употребляемый способ их наблюдения: облучение кристаллов двумя пучками. Пусть на кристалл падают два пучка с волновыми векторами \vec{k}_1 и \vec{k}_2 , расположенными в плоскости падения (x, z) и составляющим одинаковые углы падения $(\pm\varphi)$ с нормалью z . Интерференция пучков, как и при самодифракции, приводит к периодическому изменению интенсивности вдоль оси x :

$$I(x) = I_0(1 + m \cos Kx), \quad (7.9)$$

где $\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ — вектор интерференционного поля, $I_0 = I_1 + I_2$, где I_1 и I_2 — интенсивности двух пучков, $m = 2(I_1 I_2)^{1/2} / I_0$ — параметр модуляции интерференции, $m = 1$ при $I_1 = I_2$.

Далее будем считать, что в кристалле заданной толщины поглощение света мало ($\alpha L \ll 1$). Задача о пространственном распределении токов и зарядов сводится при этом к одномерной.

Так как на кристалл действует периодическое световое поле, все величины, кроме j , входящие в уравнения (7.1)–(7.3) и (7.8), становятся периодическими функциями координаты x . В частности, при наибольшем контрасте интерференции ($m = 1$) плотность заряда в уравнении (7.8) равна

$$\rho = \rho_0 \cos Kx. \quad (7.10)$$

Подставляя $\rho(x)$ в уравнение Пуассона и решая его при соответствующей

щих граничных условиях ($x = 0$, $\vec{E}_{\text{ст}} = 0$), имеем в одномерном случае

$$E_{\text{ст}}(x) = \frac{4\pi\rho_0}{\varepsilon K} \sin Kx. \quad (7.11)$$

Отсюда видно, что статическое поле, приводящее к эффекту Поггелеса и изменению n , смещено по фазе на $\pi/2$ относительно периодического поля (рис. 7.3).

Для качественного рассмотрения фотопроцессов в фоторефрактивных кристаллах мы сделаем дальнейшие упрощения. Во-первых, пренебрежем тепловым забросом электронов в зону проводимости (обычная ситуация для диэлектриков). Во-вторых, пренебрежем фотовольтаическим током по сравнению с дрейфовым и диффузионным токами. Как упоминалось, для многих диэлектриков (кроме LiNbO_3) j_{pv} — малая величина. В рамках такой модели вышеприведенная система уравнений (7.1)–(7.4) принимает вид

$$\frac{\partial N_{\text{d}}^+}{\partial t} = sI(N_{\text{d}} - N_{\text{d}}^+) - \gamma_{\text{r}} N_{\text{d}}^+ N, \quad (7.12\text{a})$$

$$e \frac{\partial}{\partial t}(N_{\text{d}}^+ - N_{\text{d}}) + \frac{\partial j}{\partial x} = 0, \quad (7.12\text{б})$$

$$j = eN\mu_{\text{e}}E_{\text{ст}} - eD_{\text{e}} \frac{\partial N}{\partial x}, \quad (7.12\text{в})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon E_{\text{ст}}) = 4\pi e(N_{\text{d}}^+ - N - N_{\text{a}}). \quad (7.12\text{г})$$

При длительном облучении кристалла непрерывными лазерными пучками возникает насыщение фотопроцесса, все производные по t зануляются, $\frac{\partial j}{\partial x} = 0$ и $j = \text{const}$. Система (7.12) приобретает вид

$$sI(N_{\text{d}} - N_{\text{d}}^+) = \gamma_{\text{r}} N_{\text{d}}^+ N, \quad (7.13\text{a})$$

$$j = eN\mu_{\text{e}}E_{\text{ст}} - eD_{\text{e}} \frac{\partial N}{\partial x}, \quad (7.13\text{б})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon E_{\text{ст}}) = 4\pi e(N_{\text{d}}^+ - N - N_{\text{a}}). \quad (7.13\text{в})$$

Эта система может быть решена в двух случаях:

1. однородное освещение, $m = 0$;
2. неоднородное (периодическое) освещение, $m \neq 0$.

Рассмотрим каждый случай в отдельности.

1. Однородное освещение ($m = 0$).

При однородном освещении кристалл в целом нейтрален, т. е.

$$N + N_a - N_d^+ = 0. \quad (7.14)$$

При совместном решении уравнений (7.13а) и (7.14) получаем квадратное уравнение относительно N :

$$\gamma_r N^2 + (sI + \gamma_r N_a)N + sI(N_a - N_d) = 0. \quad (7.15)$$

Решим это уравнение в приближении большой концентрации заряженных акцепторов по сравнению с концентрацией электронов: $N_a \gg N$ и $sI \ll \gamma_r N_a$. При этих предположениях решение (7.15) и уравнение (7.14) дают линейную зависимость N и N_d^+ от I :

$$N = \frac{N_d - N_a}{\gamma_r N_a} sI, \quad (7.16a)$$

$$N_d^+ = N_a + \frac{N_d - N_a}{\gamma_r N_a} sI. \quad (7.16b)$$

2. Периодическое освещение ($m \neq 0$).

Как упоминалось, при периодическом освещении величины, входящие в (7.12), кроме j , становятся периодическими функциями координаты x , т. е. их можно представить в виде интеграла Фурье по пространственной частоте K . В частности,

$$N(x) = \int_{-\infty}^{\infty} N(K) e^{iKx} dK. \quad (7.17)$$

Из (7.17) сразу следует

$$\frac{\partial N}{\partial x} = iK N. \quad (7.18)$$

В условиях насыщения дрейфовый ток компенсируется диффузионным, и $j = 0$. Отсюда в рамках диффузионной модели при учете соотношения Эйнштейна между μ_e и D_e следует

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\mu_e E_{ct}}{D_e} = \frac{e E_{ct}}{k_B T} N, \quad (7.19)$$

и подстановка (7.18) в (7.19) приводит к следующему уравнению для $E_{\text{ст}}$:

$$E_{\text{ст}} = i \frac{k_B T K}{e} = i E_d. \quad (7.20)$$

Величина E_d в теории фоторефрактивных явлений получила название **диффузионного поля**. Видно, что E_d не зависит от I , но зависит от периода интерференции $d = 2\pi/K$. Например, при $T = 300$ К и падении пучков с $\lambda = 633$ нм под углом 3° , $E_d = 250$ В/см.

Кроме диффузионного поля в теории вводится так называемое поле насыщения. Для этого представим величины, входящие в уравнение Пуассона, в периодической форме

$$E_{\text{ст}} = E_{\text{ст},0} e^{-iKx}, \quad (7.21a)$$

$$N_d^+ = N_{d,0}^+ + N_{d,1}^+ e^{-iKx}, \quad (7.21б)$$

$$N = N_0 + N_1 e^{-iKx}. \quad (7.21в)$$

Подстановка (7.21) в (7.18) и разделение постоянных и периодических слагаемых дает

$$N_{d,0}^+ = N_a + N_0, \quad (7.22a)$$

$$-iK E_{\text{ст},0} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} (N_{d,1}^+ - N_1). \quad (7.22б)$$

Допустим, что в минимумах интерференционной картины ионизированные доноры отсутствуют, и $N_0 \ll N_a$, и все электроны локализуются на акцепторах, $N_1 = 0$. При этом допущении, по-видимому, справедливом при высоком контрасте интерференции, в уравнении (7.22б) можно положить $N_{d,1}^+ \approx N_{d,0}^+ = N_a$. В итоге мы имеем

$$E_{\text{ст},0} = \frac{4\pi e N_a}{\varepsilon K} i = E_q i. \quad (7.23)$$

Поле E_q называется **полем насыщения**. Это максимально достижимое статическое поле в интерференционном поле. Видно, что, в отличие от диффузионного поля, поле насыщения обратно пропорционально K и зависит от концентрации акцепторов.

Используем уравнения (7.21) для анализа скоростного уравнения (7.12a) при малом контрасте интерференции ($m \ll 1$), $I(x)$ также запишем в комплексной форме. Рассмотрим стационарный режим,

$\partial N_d^+/\partial t = 0$. После подстановки (7.21) в (7.12а) и разделения постоянных и периодических слагаемых имеем

$$sI_0(N_d - N_{d,0}^+) - \gamma_r N_0 N_{d,0}^+, \quad (7.24a)$$

$$sI_0[m(N_d - N_{d,0}^+) - N_{d,1}^+] - \gamma_r(N_0 N_{d,1}^+ + N_1 N_{d,0}^+) = 0. \quad (7.24б)$$

Здесь мы отбросили слагаемые второго порядка малости, так как при $m \ll 1$, $N_{d,1}^+ \ll N_{d,0}^+$ и так далее. Используем также решения уравнения Пуассона (7.22). Предполагая, что $sI_0 \ll \gamma_r N_a$, находим, что решение системы уравнений (7.22) и (7.24) приводит к следующему уравнению для амплитуды переменного электрического поля [4]:

$$E_{sc} \equiv E_{ct,0} = \frac{iE_q E_d}{E_q + E_d} m. \quad (7.25)$$

Отсюда следует, что периодическое статическое поле сдвинуто по фазе относительно интерференционного поля на $\pi/2$ в согласии с (7.11), и его амплитуда пропорциональна m . Так как на основании (7.20) и (7.21) поля E_d и E_q зависят от K , уравнение (7.25) преобразуется к виду

$$E_{sc} = \frac{ik_B T K / e}{1 + K^2 / K_D^2} m, \quad (7.26)$$

где $K_D^2 = 4\pi e^2 N_a / \varepsilon k_B T$. При $K = K_D$ достигается максимум E_{sc} :

$$E_{sc,max} = i \left(\frac{N_a k_B T \pi}{\varepsilon} \right)^{1/2} m. \quad (7.27)$$

3. Учет внешнего статического поля и фотовольтаического поля.

Пусть внешнее поле напряженностью E_0 приложено вдоль оси x , $E_0 \parallel K$. Фотовольтаическая ЭДС также направлена параллельно K и не зависит от I . Полное поле в этом случае имеет вид

$$E_{ct} = E_0 - E_{pv} + E_{ct,0} e^{-iKx}. \quad (7.28)$$

Решая систему уравнений (7.12) с учетом (7.28) при стационарном режиме и использовании тех же упрощений, что и при выводе (7.25), т. е. $m \ll 1$, $sI_0 \ll \gamma_r N_a$, получаем амплитуду статического поля [4]

$$E_{sc} = \frac{E_q (iE_d + E_{pv} - E_0)}{E_q + (E_d + iE_0)} m. \quad (7.29)$$

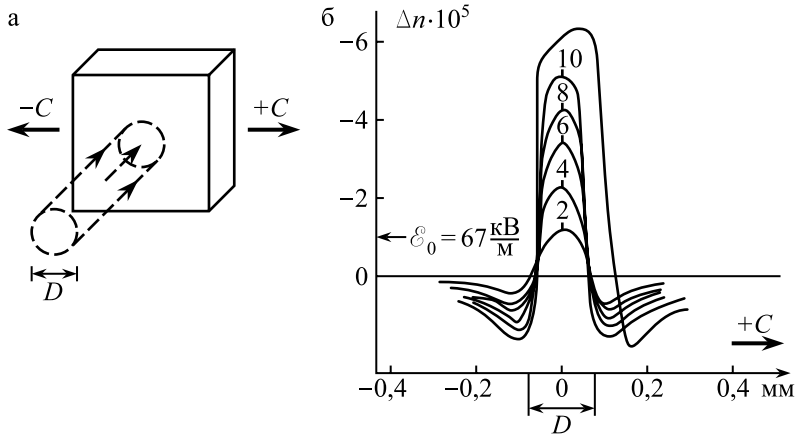


Рис. 7.4. а) Схема облучения LiNbO_3 и LiTaO_3 . б) Динамика роста Δn в LiTaO_3 . Цифры у кривых обозначают время экспозиции в минутах при $I_0 = 50 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$. Необозначенная кривая — большое время экспозиции

На основании (7.29) рассчитаем модуль амплитуды периодического статического поля и его сдвиг по фазе:

$$|E_{\text{sc}}| = \frac{E_{\text{q}}[E_{\text{d}}^2 + (E_{\text{pv}} - E_0)^2]^{1/2}}{[(E_{\text{q}} + E_{\text{d}})^2 + E_0^2]^{1/2}} m, \quad (7.30\text{a})$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{E_{\text{d}}(E_{\text{q}} + E_{\text{d}}) - E_0(E_{\text{pv}} - E_0)}{(E_{\text{pv}} - E_0)E_{\text{q}} + E_{\text{d}}E_0}. \quad (7.30\text{б})$$

Из (7.30а) следует, что при большом внешнем поле, $E_0 \gg E_{\text{d}}$ и $E_{\text{pv}} = 0$ амплитуда статического поля возрастает, а при отсутствии диффузионного и внешнего поля $E_{\text{sc}} = E_{\text{pv}} m$. Сдвиг по фазе интерференционного поля зависит от E_0 и E_{pv} . Как мы видим, при $E_0 = E_{\text{pv}} = 0$ этот сдвиг равен $\pi/2$ (**нелокальный отклик**), но при отсутствии внешнего и диффузионного поля $\varphi = \pi$, т. е. имеет место **локальный отклик**.

Величина E_{sc} определяет максимальное изменение показателя преломления n в фазовой решетке фоторефрактивного кристалла за счет линейного электрооптического эффекта. В общем случае

$$\Delta n = \frac{1}{2} n^3 r_{\text{эфф}} E_{\text{sc}}, \quad (7.31)$$

где $r_{\text{эфф}}$ — эффективный электрооптический коэффициент, являющийся линейной комбинацией коэффициентов электрооптического тензора r_{ijk} , которая, в свою очередь, зависит от ориентации светового поля относительно кристаллографических осей и от кристаллографического класса кристалла. При постановке эксперимента для получения оптимального результата следует использовать известные матрицы r_{lk} (см. главу 3). Вид этих матриц и значения матричных элементов приводятся в монографиях [4, 10].

Поле пространственного заряда приводит также к наведенному светом двулучепреломлению, наиболее эффективно проявляющемуся в кристаллах кубической симметрии. **Двулучепреломление, вызванное облучением**, было впервые исследовано в кристаллах LiNbO_3 и LiTaO_3 [11]. Кристалл облучался пучком He—Ne лазера, $\lambda = 633$ нм, диаметр $D = 0,2$ мм (рис. 7.4а). Распределение двулучепреломления по образцу $\Delta n = n_o - n_e$ изучалось узким пробным пучком, сканируемым вдоль полярной оси C_+ ($x \parallel \vec{C}$) и поляризованным под 45° к оси. Величина Δn линейно возрастала с ростом экспозиции $H = It$ (рис. 7.4), при этом обнаружено выполнение закона взаимозаместимости $I_1 t_1 = I_2 t_2$. Обнаружены также длительное хранение наведенного двулучепреломления и возможность его стирания при однородной засветке.

7.4. Распространение световых волн в фоторефрактивных кристаллах. Двухпучковая схема

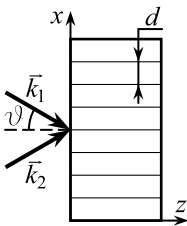


Рис. 7.5

Рассмотрим распространение двух плоских монохроматических волн, падающих на фазовую дифракционную решетку с волновым вектором $\vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$. При $\vec{K} \parallel x$ и падении волн под одинаковым углом ϑ к оси z (рис. 7.5), $k_{1x} = -k_{2x}$, $k_{1z} = k_{2z} = k_z$. Запишем суммарное поле двух волн в виде

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = \\ &= A_1 \exp[i(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r})] + A_2 \exp[i(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r})]. \end{aligned} \quad (7.32)$$

При стационарном режиме облучения волновое уравнение сводится к

уравнению Гельмгольца

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E + \frac{n^2 \omega^2}{c^2} E = 0, \quad (7.33)$$

где $E = E_1(x, z) + E_2(x, z)$. Фазовая решетка определяется модуляцией показателя преломления n . Представим n в виде

$$n = n_0 - \frac{cn_0 \Delta n}{8\pi I_0} \left\{ A_1 A_2^* \exp[i(Kx + \varphi)] + A_1^* A_2 \exp[-i(Kx + \varphi)] \right\}, \quad (7.34)$$

где n_0 — показатель преломления при $I = 0$, φ — фазовый сдвиг штрихов решетки относительно интерференционной картины. При решении (7.33) в приближении плоских волн (7.32) будем считать, что амплитуды A_1 и A_2 зависят только от координаты z . Решение (7.33) будем искать в приближении медленно меняющихся амплитуд. Подстановка (7.32) и (7.34) в (7.33) после удаления малых слагаемых, пропорциональных Δn^2 , приводит к следующему уравнению:

$$\begin{aligned} & -2ik_z \left(\frac{dA_1}{dz} \exp\left\{-i[k_{1x}x + k_z z]\right\} + \frac{dA_2}{dz} \exp\left\{-i[k_{2x}x + k_z z]\right\} \right) = \\ & = \frac{n_0^2 \Delta n \omega^2}{4\pi c I_0} \times \left(A_1 |A_2|^2 e^{i\varphi} \exp\left\{-i[k_{1x}x + k_z z]\right\} + \right. \\ & \quad + A_2 |A_1|^2 e^{-i\varphi} \exp\left\{-i[k_{2x}x + k_z z]\right\} + \\ & \quad + A_1^2 A_2^* e^{i\varphi} \exp\left\{i[(k_{2x} - 2k_{1x})x - k_z z]\right\} + \\ & \quad \left. + A_2^2 A_1^* e^{-i\varphi} \exp\left\{-i[(2k_{2x} - k_{1x})x + k_z z]\right\} \right). \end{aligned} \quad (7.35)$$

Последние два слагаемых в больших круглых скобках в правой части осциллируют вдоль оси x с большой пространственной частотой и могут быть опущены. Приравнявая в уравнении (7.35) слагаемые при одинаковых экспонентах, приходим к уравнениям связанных волн:

$$\begin{aligned} -2ik_z \frac{dA_1}{dz} &= \frac{n_0^2 \Delta n \omega^2}{4\pi c I_0} e^{i\varphi} |A_2|^2 A_1, \\ -2ik_z \frac{dA_2}{dz} &= \frac{n_0^2 \Delta n \omega^2}{4\pi c I_0} e^{-i\varphi} |A_1|^2 A_2. \end{aligned} \quad (7.36)$$

Упростим уравнения (7.36), введя комплексную константу связи двух взаимодействующих волн:

$$\gamma = \frac{2in_0\Delta n\omega^2}{k_z c^2} e^{i\varphi} = \gamma_1 + i\gamma_2. \quad (7.37)$$

Предположим также, что комплексные амплитуды A_1 и A_2 в (7.36) имеют различные фазы ψ_1 и ψ_2 , зависящие от координаты z , и запишем модули амплитуд через интенсивности I_1 и I_2 :

$$A_{1,2} = \sqrt{\frac{8\pi}{cn_0} I_{1,2}} \cdot e^{i\psi_{1,2}}. \quad (7.38)$$

После нахождения производных $\frac{dA_1}{dz}$ и $\frac{dA_2}{dz}$, подстановки γ в уравнения (7.36) и разделения в них действительных и мнимых частей получаем уравнения для нахождения $I_1(z)$ и $I_2(z)$:

$$\frac{dI_1}{dz} = \gamma_1 \frac{I_1 I_2}{I_0}, \quad \frac{dI_2}{dz} = -\gamma_1 \frac{I_1 I_2}{I_0} \quad (7.39)$$

и фаз ψ_1 и ψ_2 двух волн:

$$\frac{d\psi_1}{dz} = \frac{\gamma_2}{2} \frac{I_2}{I_0}, \quad \frac{d\psi_2}{dz} = \frac{\gamma_2}{2} \frac{I_1}{I_0}. \quad (7.40)$$

Решения уравнений (7.39) легко находятся. Для прозрачных сред при граничных условиях $I_1(0)$ и $I_2(0)$ при $z = 0$, $I_0 = I_1(0) + I_2(0) = I_1 + I_2$

$$I_1(z) = I_1(0) \frac{1+m}{1+me^{\gamma_1 z}}, \quad I_2(z) = I_2(0) \frac{1+m}{m+e^{-\gamma_1 z}}, \quad (7.41)$$

где отношение $m = I_2(0)/I_1(0)$.

Пусть интенсивности световых пучков на входе в кристалл различаются, $I_2(0) < I_1(0)$, $m < 1$ и $\gamma_1 > 0$. Из (7.41) следует, что по мере распространения волн по кристаллу слабая волна усиливается, а сильная волна гаснет (рис. 7.6).

При достаточно протяженном кристалле $I_2(z) \rightarrow I_0$ и $I_1(z) \rightarrow 0$. Как следует из (7.37), максимальное значение $|\gamma_1|$ достигается при $\varphi = \pm\pi/2$. При этом $\gamma_2 = 0$ и, как следует из (7.40), перераспределение интенсивностей с ростом z не влияет на разность фаз двух волн $\Delta\psi = \psi_1 - \psi_2 = \Delta\psi(0)$. Усиление слабой волны за счет сильной имеет

практическое значение в динамической голографии. Если сильная световая волна является плоской опорной волной, а слабая — предметной, то на выходе кристалла будет наблюдаться заметное усиление изображения предмета. Если сдвиг по фазе интерференционной картины $\varphi \neq \pm\pi/2$, то $\Delta\psi$ зависит от z , и интерференционная картина приобретает наклон по своему волновому вектору относительно вектора решетки \vec{K} . В этом случае возникает перестройка фазовой решетки по мере распространения двух взаимодействующих волн [12].

Как следует из (7.41), перекачка интенсивности двух пучков на динамических голограммах при преобладании диффузионного поля (нелокальный отклик) возможна также при $m = 1$, т. е. при $I_1(0) = I_2(0)$. Усиление одной из волн зависит от знака заряда носителей фототока: для фотоэлектронов $\gamma_1 < 0$, и первый пучок будет усиливаться, а второй — ослабляться. Напротив, для фотодырок $\gamma_1 > 0$, $\varphi = \pi/2$ и усиление испытывает второй пучок. Этот результат используется для определения знака носителей. В частности, таким образом установлена электронная проводимость в кристаллах LiNbO_3 .

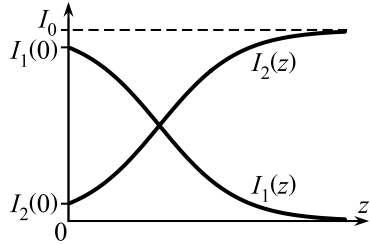


Рис. 7.6

Из уравнений (7.40) следует, что при $I_2 \neq I_1$, $\frac{d\psi_1}{dz} \neq \frac{d\psi_2}{dz}$, и подстановка $I_1(z)$ и $I_2(z)$ в (7.40) дает уравнение для разности фаз:

$$\frac{d}{dz}(\psi_1 - \psi_2) = \frac{\gamma_2}{2} \frac{me^{\gamma_1 z} - 1}{me^{\gamma_1 z} + 1}. \quad (7.42)$$

Из (7.42) видно, что при нелокальном отклике ($\gamma_1 \neq 0$)

$$\Delta\psi(z) = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \ln \left(\frac{1 + me^{\gamma_1 z}}{1 + m} \right) - \gamma_2 z + \Delta\psi(0), \quad (7.43)$$

т. е. при чисто нелокальном отклике ($\gamma_2 \neq 0$) разность фаз $\Delta\psi(z)$ не зависит от z : $\Delta\psi(z) = \Delta\psi(0)$. В то же время при чисто локальном отклике $\gamma_1 = 0$, интенсивности двух пучков, как следует из (7.39), не зависят от z , а разность фаз $\Delta\psi$ зависит от z линейным образом:

$$\Delta\psi(z) = \frac{\gamma_2}{2} \frac{m - 1}{m + 1} z + \Delta\psi(0). \quad (7.44)$$

Эти выводы противоположны тому, что вытекает из дифракции Брэгга на статической решетке, так как в последнем случае при локальном отклике возникает перекачка I от сильного пучка к слабому.

Уравнения (7.39) выведены для прозрачных кристаллов. Но для возбуждения носителей фототока в фоторефрактивных кристаллах требуется их облучение в области примесного поглощения, при наличии которого эти уравнения видоизменяются:

$$\frac{dI_1}{dz} = \gamma_1 \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} - \alpha_1 I_1, \quad \frac{dI_2}{dz} = -\gamma_1 \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} - \alpha_1 I_2. \quad (7.45)$$

Решение этих уравнений при тех же граничных условиях включает диссипативный множитель $\exp(-\alpha z)$:

$$I_1(z) = I_1(0) \frac{1+m}{1+me^{\gamma_1 z}} e^{-\alpha z}, \quad I_2(z) = I_2(0) \frac{1+m}{m+e^{-\gamma_1 z}} e^{-\alpha z}. \quad (7.46)$$

Вывод этих уравнений дан в [4].

7.5. Вырожденное четырехволновое взаимодействие в фоторефрактивных кристаллах

Более сложным, по сравнению с двухпучковым взаимодействием, является взаимодействие четырех волн. Рассмотрим вырожденное четырехволновое взаимодействие, аналогичное рассмотренному в средах с кубической поляризацией (параграф 3.12).

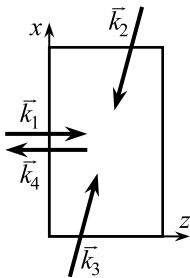


Рис. 7.7

Пусть на кристалл падают три волны с волновыми векторами \vec{k}_1 , \vec{k}_2 и \vec{k}_3 (рис. 7.7). Остановимся на наиболее простом случае. Волны имеют одинаковую поляризацию, и их волновые вектора лежат в плоскости (x, z) . При взаимодействии волн в кристалле возникает четыре фазовые решетки с векторами $\vec{K}_{12} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$, $\vec{K}_{13} = \vec{k}_1 - \vec{k}_3$, $\vec{K}_{23} = \vec{k}_2 - \vec{k}_3$ и $\vec{K}_{32} = \vec{k}_3 - \vec{k}_2$. Дифракция Брэгга на этих решетках индуцирует новую волну с волновым вектором \vec{k}_4 . Пусть $\vec{k}_2 = -\vec{k}_3$. Тогда при падении третьей волны на решетку с вектором \vec{K}_{12} из-за дифракции Брэгга в порядок $m = -1$

возникает новая волна с волновым вектором

$$\vec{k}_4 = \vec{k}_3 + m\vec{K}_{12} = \vec{k}_3 + \vec{k}_2 - \vec{k}_1 = -\vec{k}_1. \quad (7.47)$$

Видно, что при встречных пучках «2» и «3» волны «1» и «4» также являются встречными, и автоматически выполняется условие фазового синхронизма, $\sum_i \vec{k}_i = 0$. Тот же результат имеем при падении второй волны на решетку с \vec{K}_{13} . Взаимодействие волн с \vec{k}_2 и \vec{k}_3 дает стоячую волну, осциллирующую с частотой ω , и решетки \vec{K}_{23} и \vec{K}_{32} могут быть исключены из рассмотрения. Взаимодействие новой волны со второй и третьей волной в свою очередь приводит к появлению двух новых решеток с векторами $\vec{K}_{42} = \vec{k}_4 - \vec{k}_2$ и $\vec{K}_{43} = \vec{k}_4 - \vec{k}_3$. Таким образом, в кристалле формируется шесть решеток. Остальные варианты взаимодействия волн, например, при дифракции в порядок $m = 1$, приводят к нарушению фазового синхронизма.

Рассмотрим распространение первой и четвертой волны с помощью уравнений связанных волн. Будем считать, что вторая и третья волны — волны накачки, $A_{2,3} \gg A_{1,4}$. При этом можно считать, что их амплитуды постоянны и не зависят от координат. Задача в этом случае сводится к решению двух уравнений связанных волн с амплитудами A_1 и A_4 . В приближении медленно меняющихся амплитуд имеем

$$-2ik_z \frac{dA_1}{dz} = \frac{\Gamma}{I_0} A_2 A_3 A_4^*, \quad 2ik_z \frac{dA_4}{dz} = \frac{\Gamma^*}{I_0} A_2 A_3 A_1^*. \quad (7.48)$$

Здесь I_0 — сумма интенсивностей двух волн, Γ — коэффициент связи двух волн,

$$\Gamma = \frac{n_0^2 \Delta n \omega^2 e^{i\varphi}}{4\pi c}, \quad (7.49)$$

где φ — сдвиг по фазе интерференционной картины относительно зарождающихся решеток. Решение уравнений (7.48) зависит от φ . При чисто нелокальном отклике, $\varphi = \pi/2$, приходим к простой системе уравнений

$$\frac{dA_1}{dz} = aA_4^* \quad \text{и} \quad \frac{dA_4}{dz} = aA_1^*, \quad (7.50)$$

где $a = |\Gamma A_2 A_3| e^{i\psi} / 2k_z I_0 = b e^{i\psi}$ и ψ — постоянная разность фаз волн накачки. Решение (7.50) сводится к решению двух дифференциальных уравнений второго порядка

$$\frac{d^2 A_1}{dz^2} - b^2 A_1 = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d^2 A_4}{dz^2} - b^2 A_4 = 0, \quad (7.51)$$

при заданных граничных условиях. При падении первой волны на пластину толщиной L граничные условия для двух волн имеют вид $A_1(0) \neq 0$ и $A_4(L) \neq 0$. Амплитуда $A_4(L)$ меньше, чем $A_1(0)$, и определяется отражением падающей волны от задней границы кристалла и возможным ее поглощением. Общее решение уравнений (7.51) будем искать в виде

$$A_1(z) = A \operatorname{ch} bz + B \operatorname{sh} bz, \quad A_4(z) = C \operatorname{ch} bz + D \operatorname{sh} bz. \quad (7.52)$$

При заданных граничных условиях $A = A_1(0)$, и, после подстановки $A = A_1(z)$ и $A_4(z)$ в уравнения (7.50), получаем $D = A_1^*(0)e^{i\psi}$, $C = [A_4(L) - A_1^*(0)e^{i\psi} \operatorname{sh} bL] / \operatorname{ch} bL$, $B = C^*e^{i\psi}$. **Зависимости амплитуд от координат** приобретают вид

$$A_1(z) = A_1(0) \frac{\operatorname{ch} b(z-L)}{\operatorname{ch} bL} + A_4^*(L)e^{i\psi} \frac{\operatorname{sh} bz}{\operatorname{ch} bL}, \quad (7.53a)$$

$$A_4(z) = A_1^*(0)e^{i\psi} \frac{\operatorname{sh} b(z-L)}{\operatorname{ch} bL} + A_4(L) \frac{\operatorname{ch} bz}{\operatorname{ch} bL}. \quad (7.53b)$$

Так как коэффициенты отражения кристаллов порядка 0,1 и значительно уменьшаются при просветлении задней границы, во многих случаях можно положить $A_4(L) = 0$. Расчет $I_1(z)$ и $I_4(z)$ при этом показывает ослабление первой волны и усиление четвертой по мере их распространения (рис. 7.8).

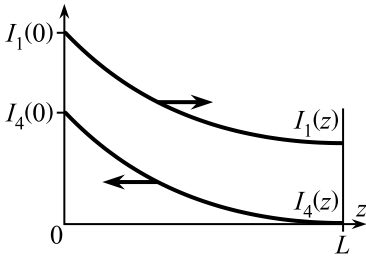


Рис. 7.8

Усиление встречной волны определяется интенсивностью волн накачки и пропорционально $|A_2 A_3|^2$. Интенсивность встречной волны на выходе ($z = 0$)

$$I_4(0) = I_1(0) \operatorname{th}^2 bL. \quad (7.54)$$

С ростом коэффициента усиления b имеем $I_4(0) \rightarrow I_1(0)$. Из (7.53б) также видно, что новая волна играет роль

фазово-сопряженной волны по отношению к падающей волне, так как

$$\begin{aligned} A_1(0, x, y) &= |A_1(0, x, y)| e^{i\psi_1(x, y)}, \\ A_4(0, x, y) &= |A_1(0, x, y)| e^{-i[\psi_1(x, y) + \psi]} \operatorname{th} bL. \end{aligned} \quad (7.55)$$

Заметим, что распределение интенсивностей двух волн по кристаллу сходно с распределением при дифракции Брэгга падающей волны

на статической отражательной решетке [13] с вектором $\vec{K} \parallel \vec{k}_1$. В динамической голографии роль таких решеток при вырожденном четырехволновом взаимодействии играют решетки с суммарным вектором $\vec{K} = \vec{K}_{12} + \vec{K}_{13} = 2\vec{k}_1$.

При локальной связи ($\varphi = 0, \pi$) система уравнений (7.48) приобретает вид

$$\frac{dA_1}{dz} = iaA_4^* \quad \text{и} \quad \frac{dA_4}{dz} = -iaA_1^*, \quad (7.56)$$

что приводит к распределению интенсивностей двух волн по кристаллу, сходному с распределением при вырожденном четырехволновом взаимодействии в средах с кубической поляризацией (см. параграф 3.12 и рис. 3.29).

Мы рассмотрим простой случай динамической голографии при вырожденном четырехволновом взаимодействии, при котором распределение интенсивности сигнальных волн «1» и «4» определяется дифракцией на отражательной решетке. Однако кроме отражательных решеток при вырожденном четырехволновом взаимодействии в фоторефрактивных кристаллах формируются также пропускающие решетки: две статические на волнах накачки и две динамические на волнах накачки и сигнальных волнах.

Рассмотрим для простоты симметричный случай: \vec{k}_2 и \vec{k}_3 параллельны оси x . При этом образуются статические пропускающие решетки с $\vec{K}_{2,3} \parallel x$ и динамические решетки с векторами $\vec{K}' = \vec{K}_{42} + \vec{K}_{12}$ и $\vec{K}'' = \vec{K}_{43} + \vec{K}_{13}$, также параллельные оси x . Модули векторов всех пропускающих решеток будут одинаковы и равны $2k$. При падении волн накачки под углом β к оси x пропускающие решетки имеют по модулю $|\vec{K}| = 2k \cos \beta$. При $A_{2,3} \gg A_{1,4}$ уравнения для описания распространения световых волн при их взаимодействии с пропускающими решетками сходны с уравнениями (7.36) при двухпучковой связи.

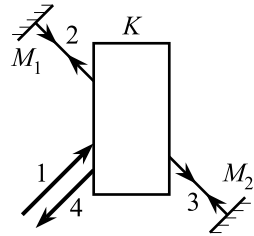


Рис. 7.9

Кроме стандартной схемы вырожденного четырехволнового взаимодействия (рис. 7.7) предложены такие схемы, в которых вырожденное четырехволновое взаимодействие достигается при действии **одного** лазерного пучка [5]. Одна из таких схем дана на рис. 7.9.

Пусть лазерный пучок «1» падает на кристалл и вызывает в нем слабое рассеяние. Часть рассеянного излучения падает на внешние зер-

кала M_1 и M_2 . При их параллельной установке отраженные пучки вновь падают на кристалл и интерферируют. Наибольший контраст картины интерференции достигается для коллинеарных встречных пучков «2» и «3», отраженных по нормали к M_1 и M_2 . При достижении некоторого порога по экспозиции, на интерференционном поле формируется затравочная фазовая решетка, которая при определенной геометрии зеркал и пучка «1» становится элементом ввода пучков «2» и «3», что приводит к увеличению дифракционной эффективности этой решетки. Более того, при взаимодействии пучка «1» с пучками «2» и «3» возможно формирование новых затравочных решеток с \vec{K}_{13} и \vec{K}_{12} и их усиление. При взаимном усилении двух волн и формируемых трех решеток, дифракция пучка «3» на решетке с \vec{K}_{12} или пучка «2» на решетке с \vec{K}_{13} вводит новую волну с волновым вектором $\vec{k}_4 = -\vec{k}_1$, и при $\vec{k}_2 = -\vec{k}_3$ достигается условие фазового синхронизма, т. е. мы снова приходим к вырожденному четырехволновому взаимодействию. Более подробное описание таких схем и их действия дано в [5].

7.6. Типы фоторефрактивных сегнетоэлектриков

Представим краткое описание фоторефрактивных кристаллов, наиболее часто употребляемых в экспериментах.

Наиболее популярным кристаллом является сегнетоэлектрик LiNbO_3 . Этот анизотропный кристалл представляет собой ромбоэдрическую решетку (кристаллографический класс $C_{3v}(3m)$) с элементарной ячейкой, содержащей две формульные единицы. Кристалл имеет полярную ось третьего порядка. К настоящему времени разработана методика выращивания монокристаллов, представляющих наибольший интерес для экспериментов.

Слои из атомов кислорода в кристалле образуют гексагональную решетку плотной упаковки. Образованные ионами O^{2-} октаэдрические пустоты на треть заполнены ионами Li, на треть — ионами Nb, и треть пустот — вакантные. Ионы Li, Nb и вакансии чередуются вдоль оси C кристалла (рис. 7.10).

Сведения по диэлектрическим, оптическим и другим свойствам кристалла LiNbO_3 содержатся в [14]. Кристалл обладает заметным фотогальваническим эффектом, особенно сильно проявляющимся при вве-

дении ионов Fe, Mn и др. Величина фотогальванического поля в кристаллах $\text{LiNbO}_3\text{:Fe}$ достигает $E_{\text{pv}} \approx 60 \text{ кВ/см}$. Многие опыты проведены в кристаллах, содержащих ионы Fe^{3+} с концентрацией $\approx 0,1 \text{ вес.}\%$. При этом прозрачные кристаллы (LiNbO_3 прозрачен при $0,4\text{--}4,5 \text{ мкм}$) приобретают дополнительное поглощение в видимой области с максимумом при $0,5 \text{ мкм}$.

Хотя железо вводится в кристаллы в соединении Fe_2O_3 , ионы Fe выступают в кристаллах в двух валентных состояниях Fe^{3+} и Fe^{2+} при отношении их концентраций $\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}^{3+} \approx 0,1 \div 0,2$. Таким образом, в кристаллах $\text{LiNbO}_3\text{:Fe}$ концентрация доноров (ионы Fe^{2+}) существенно меньше концентрации акцепторов (ионы Fe^{3+}). Глубина залегания донорных уровней относительно зоны проводимости составляет $1,3 \text{ эВ}$, что определяет очень низкую темновую проводимость σ_0 и значительное время максвелловской релаксации заряда при комнатной температуре

$$\tau_{\text{M}} = \frac{\varepsilon}{4\pi(\sigma_0 + \Delta\sigma)}. \quad (7.57)$$

Здесь $\Delta\sigma$ — удельная фотопроводимость. В отсутствие освещения кристалла ($\Delta\sigma = 0$) $\tau_{\text{M}} = 10^{12} \text{ с}$, что определяет возможность длительного хранения объемных голограмм. Голограммы могут быть стерты либо при нагревании кристаллов до $T > 200^\circ\text{C}$, либо при их освещении однородным пучком ($\Delta\sigma \neq 0$). Последнее обстоятельство является препятствием при считывании голограмм, так как облучение считывающим пучком приводит к их уничтожению. В связи с этим разработаны различные способы их фиксации.

К другим фоторефрактивным кристаллам, сходным с LiNbO_3 по структуре и оптическим свойствам, относятся кристаллы LiTaO_3 , $\text{Ba}_x\text{Sr}_{1-x}\text{Nb}_2\text{O}_6$ (SBN), KNbO_3 , $\text{KTa}_{1-x}\text{Nb}_x\text{O}_3$ (КТН). Описание этих кристаллов дано в [3].

Из других достаточно подробно изученных кристаллов по их фо-

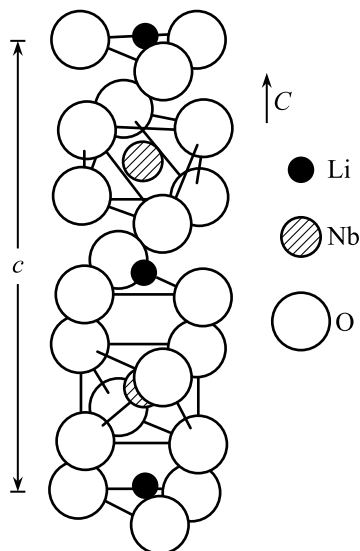


Рис. 7.10. Чередование плоскостей расположения Li^+ , Nb^{5+} и вакантных октаэдрических пустот в кристалле LiNbO_3

торефрактивным свойствам следует отметить кристалл BaTiO_3 . Этот кристалл имеет тетрагональную решетку (класс $C_{4v}(4/m\bar{m})$) при комнатной температуре. Физические свойства кристаллов описаны в [14]. Кристалл имеет близкую к комнатной (5°C) температуру фазового перехода из тетрагональной в орторомбическую фазу, в связи с чем имеет высокие значения коэффициентов электрооптического эффекта ($r_{42} = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ см/В}$). Коэффициент r_{42} приводит к повороту плоскости поляризации при облучении кристалла светом с $\vec{E} \perp \vec{C}_4$, и геометрия облучения кристалла иная, чем LiNbO_3 . Хотя времена τ в BaTiO_3 существенно ниже, чем в LiNbO_3 , этот кристалл используется для генерации достаточно интенсивной фазово-сопряженной волны и изучения фэннинг-эффекта [2, 4].

Отметим также кубические кристаллы $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO) и $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (BTO), фоторефрактивные свойства которых подробно изучены в современной научной литературе. Кристаллы BSO и BTO легко выращиваются. Кристаллическая решетка этих кристаллов принадлежит к классу $T(23)$, кристаллы обладают линейным электрооптическим эффектом и возможностью наблюдения фоторефрактивных явлений при действии лазеров милливаттной мощности. Кристаллы применялись для анализа состояния поверхности различных сред методом голографической интерференции и наблюдения оптических солитонов.

7.7. Шумовые решетки в фоторефрактивных кристаллах и связанные с ними явления

Дифракционная эффективность объемных фазовых решеток, формируемых в фоторефрактивных кристаллах, на основании теории связанных волн должна быть равной 100 % [15]. Однако при измерениях 100 % никогда не достигается.

Причиной отклонения является структурное несовершенство реальных кристаллов, приводящее к оптической неоднородности и, как следствие, к рассеянию света. В свою очередь, рассеянное излучение, взаимодействуя с падающим лазерным пучком, создает дополнительные интерференционные поля, на которых развиваются новые дифракционные решетки — **шумовые решетки** («*noise gratings*»).

Впервые шумовые решетки были обнаружены в фотополимере полиметилметакрилате [16]. Авторы исследовали дифракционную эффективность пропускающих решеток, созданных в фотополимере двумя пучками от He—Cd лазера ($\lambda = 325$ нм). Измерения дали величину $\eta = I_{\text{диф}}/I_0 < 80\%$. На основании измерений Δn был показан фазовый характер объемных решеток. При восстановлении голограмм с помощью считывающего пучка ($\lambda = 515$ нм) было обнаружено два световых кольца, касающихся в точке пересечения пучка с экраном. Диаметр колец зависел от угла падения φ считывающего пучка. Схема наблюдения колец дана на рис. 7.11.

В последующем появление колец было обнаружено при записи голограмм в LiNbO_3 Р. Магнуссоном и Т.К. Гейлордом [17], они же дали объяснение их появления как результат дифракции считывающего пучка на шумовых решетках. Ими показано, что кольца возникают в результате конической дифракции на объемных шумовых решетках, и вычислены угловые диаметры Φ_1 и Φ_2 с помощью сферы Эвальда:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\Phi_1}{2} &= \frac{k_0 \sin \varphi}{k_0 \cos \varphi + k_r}, \\ \operatorname{tg} \frac{\Phi_2}{2} &= \frac{k_0 \sin \varphi}{k_0 \cos \varphi - k_r}. \end{aligned} \quad (7.58)$$

Здесь \vec{k}_0 — волновой вектор падающей волны, на которой записывается шумовая решетка, \vec{k}_r — волновой вектор считывающей волны ($\vec{k}_r \neq \vec{k}_0$).

Из (7.58) видно, что при $\varphi = 0$ кольца исчезают.

Помимо указанных колец, рассеяние света приводит к специфическому рассеянию света на выходе кристаллов, зависящему по его форме от симметрии кристаллов и геометрии облучения. Рассеяние света наблюдалось как при действии одного пучка накачки, так и при двухпучковом облучении. При достаточной экспозиции это рассеяние приобретает интенсивность, близкую к интенсивности регулярных пучков, что

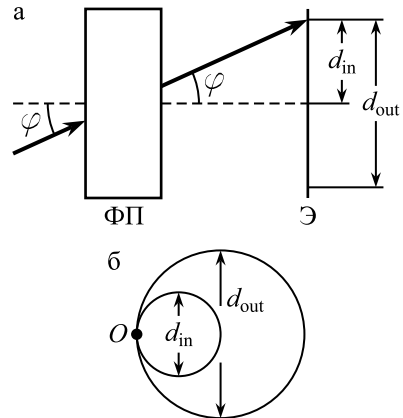


Рис. 7.11. а) Схема облучения фотополимера (ФП) считывающим пучком, падающим под углом φ , в которой наблюдаются световые кольца диаметром d_{in} и d_{out} на экране (Э). б) Картина на экране, O — точка пересечения пучка с экраном

является крайне нежелательным эффектом при записи голограмм, голографических изображений, и при других применениях фоторефрактивных кристаллов. Однако необычный характер рассеянного излучения и его разнообразие привлекли внимание многих физиков, и к настоящему времени по этому направлению опубликовано большое число работ.

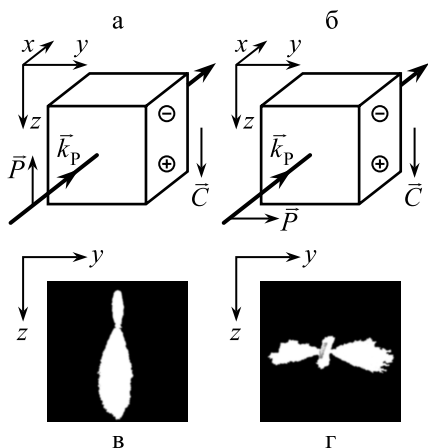


Рис. 7.12. Схемы облучения $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ е-волной (а), о-волной (б). Рассеянное излучение на экране при е-поляризованной (в) и о-поляризованной (г) волне накачки

при дифракции Брэгга волновой вектор дифрагированной волны

$$\vec{k}_d = \vec{k}_i + m\vec{K}. \quad (7.59)$$

Из (7.59) следует, что при дифракции в порядок $m = -1$ у дифрагированной волны $\vec{k}_d = \vec{k}_s$, т. е. выполняется условие фазового синхронизма, и волна, рассеянная в направлении \vec{k}_s , усиливается, что в итоге приводит к пространственно-временной неустойчивости шумовой решетки за счет роста контраста интерференции и положительной обратной связи. Так как индикатриса рассеянного излучения содержит много лучей, картина рассеянного излучения на выходе приобретает зачастую форму веера. Отсюда другое название эффекта рассеяния — **фэннинг-эффект**.

Рассеяние света непосредственно связано с формированием шумовых решеток в кристалле. Если световой пучок с волновым вектором \vec{k}_i падает на кристалл и рассеивается на дефекте в кристалле, то возникает рассеянная волна, распределение интенсивности в которой зависит от поляризации падающего излучения. Парциальная волна рассеянного излучения с волновым вектором \vec{k}_s при взаимодействии с падающей волной создает интерференционное поле, на котором возможен рост затравочной объемной решетки с волновым вектором $\vec{K} = \vec{k}_i - \vec{k}_s$. В свою очередь, падающее излучение дифрагирует на этой решетке, и

При изучении рассеянного излучения на выходе фоторефрактивного кристалла применялись сравнительно простые схемы облучения. Например [18], при облучении кристалла $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ одним поляризованным пучком, нормально падающим на переднюю грань кристалла (ось $\vec{C} \parallel z$), обнаружено, что рассеянное излучение при облучении необыкновенной волной (е-волна, рис. 7.12а) имеет вид двух вееров (рис. 7.12в) с осью $\parallel \vec{C}$, сходящихся к центру выходного пучка. Рассеянное излучение также состоит из е-волн. При облучении кристалла обыкновенной волной (о-волна, рис. 7.12б) рассеянный свет также состоит из двух вееров с осью $\perp \vec{C}$, но поляризация рассеянного света на выходе соответствует необыкновенным волнам (рис. 7.12г).

Авторы [18] в первом случае ($e \rightarrow e$) называли рассеяние излучения изотропным (хотя индикатриса рассеянного излучения анизотропна), во втором случае ($o \rightarrow e$) — анизотропным. Первый случай был приписан шумовым решеткам с $n \propto r_{33}E_{\text{sc}}$ ($\vec{E}_{\text{sc}} \parallel \vec{C}$), второй случай — решеткам с $n \propto r_{51}E_{\text{sc}}$ (поле пространственного заряда \vec{E}_{sc} ориентировано приблизительно вдоль направления пучка накачки). При интерпретации этих результатов авторы [18] не принимали во внимание фотовольтаический эффект, особенно сильно проявляющийся в $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$.

Однако в более ранней работе [19] высказано предположение о существенной роли фотогальванического тока в формировании шумовых решеток. Эксперименты, проведенные в [19] на кристаллах $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ и в [20] на кристаллах $\text{LiTaO}_3:\text{Cu}$, показали, что для более естественного объяснения анизотропного рассеяния следует привлечь возникновение E_{sc} за счет фотовольтаического тока. **Дифракционная эффективность фазовых шумовых решеток** в этом случае приобретает вид [19]:

$$\eta = \left[\frac{\pi d n^3 r_{lmn} \beta_{njk} E_j E_k^*}{\lambda \Delta \sigma \cos(\varphi/2)} \right]^2, \quad (7.60)$$

где d — толщина кристалла, E_j и E_k^* — компоненты поля поляризованного лазерного пучка по осям \hat{j} и \hat{k} кристалла, β_{njk} — тензор коэффициентов фотовольтаического тока, $\Delta \sigma$ — удельная фотопроводимость, r_{lmn} — электрооптический тензор, φ — угол рассеянного пучка. Эксперименты [19, 20] показали, что поле E_{sc} определяется компонентами $\beta_{15} = \beta_{131}$ и r_{15} , причем измеренное значение η хорошо согласуется с расчетной величиной.

Несмотря на некоторую дискуссию относительно роли фотоволь-

таического эффекта при формировании шумовых решеток в фоторефрактивных кристаллах (в [21] утверждалось, что учет только диффузионного тока дает отличные результаты при анализе светорассеяния в LiNbO_3 и BaTiO_3), в настоящее время общепринята необходимость учета фотовольтаического поля при расчетах E_{sc} .

Более сложная ситуация складывается при генерации шумовых решеток при облучении фоторефрактивных кристаллов двумя пучками. Здесь мы приходим к четырехволновому взаимодействию, где два пучка — это пучки накачки, и два — рассеянные пучки. Такие процессы рассеяния названы **параметрическими четырехволновыми процессами**. Разнообразные явления, возникающие при параметрическом четырехволновом взаимодействии, изложены в обзоре [22], здесь же даны теория этих процессов в фоторефрактивных кристаллах, основанная на механизмах фоторефрактивного эффекта, и решения уравнений связанных волн. Авторы [22] сосредоточили свое внимание на кольцах и узких линиях, возникающих в рассеянном излучении. Для их появления, так же как и в случае обычного четырехволнового взаимодействия, необходимо выполнение условия фазового синхронизма

$$\vec{k}_\alpha + \vec{k}_\beta = \vec{k}_\gamma + \vec{k}_\delta \quad \text{и} \quad \vec{k}_\alpha - \vec{k}_\beta = \vec{k}_\gamma - \vec{k}_\delta. \quad (7.61)$$

Здесь индексы α и β относятся к волнам накачки, γ и δ — к рассеянным волнам. Первое условие относится к параметрическому **А-процессу**, второе — к **В-процессу**.

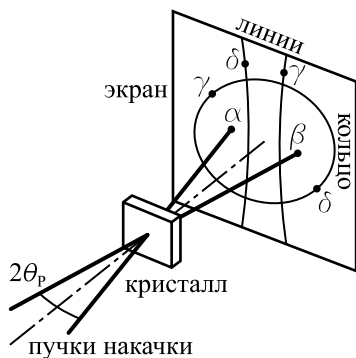


Рис. 7.13

Схема облучения кристалла и наблюдения колец и линий показана на рис. 7.13. Так как основные эксперименты выполнены на анизотропных кристаллах (LiNbO_3 , LiTaO_3 , BaTiO_3 и др.), следует различать облучение кристаллов поляризованными обыкновенными о-волнами и необыкновенными е-волнами, а также появление рассеянных о- и е-волн. При этом возможны различные комбинации: $oo \rightarrow oo$, $oo \rightarrow ee$, $ee \rightarrow oe$, $oe \rightarrow oo$, $oe \rightarrow eo$ и т.д., где первая пара относится к волнам накачки, вторая — к рассеянным волнам. В [22]

насчитывается 19 таких комбинаций, 9 из которых относятся к А-процессу и 10 — к В-процессу (комбинация $oe \rightarrow eo$ при А-процессе сов-

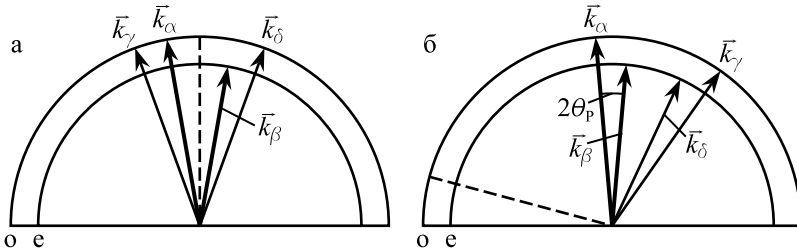


Рис. 7.14. Векторные диаграммы при параметрических процессах: а) А-процесс, $oe \rightarrow oo$; б) В-процесс, $oe \rightarrow eo$. Штриховые линии — оси конусов рассеяния

падает с комбинацией $oe \rightarrow oe$). Все эти типы рассеяния, кроме одного ($oe \rightarrow oo$), наблюдались экспериментально.

Эксперименты выполнены в наиболее простых геометриях: волны накачки падали под одинаковым углом θ_p к нормали y с волновыми векторами в плоскостях (x, y) или (x, z) (ось $z \parallel \vec{C}$). В этих случаях наиболее просто вычисляются углы рассеяния при конической дифракции, задаваемой условиями (7.61). Рассчитаем внешние углы рассеяния на выходе кристалла.

Рассмотрим отрицательные одноосные кристаллы, для которых величина двулучепреломления $\delta n = n_o - n_e > 0$. В качестве примера возьмем А-процесс $oo \rightarrow ee$. Из условия фазового синхронизма (7.61) следует $k_{yp} = k_{ye}$, т. е. $n_o \cos \theta'_p = n_e \cos \theta'_e$, где $\theta'_{p,e}$ — углы преломления. Из граничных условий на входе и выходе кристалла имеем $\sin \theta_p = n_o \sin \theta'_p$ и $\sin \theta_e = n_e \sin \theta'_e$. Комбинируя первое равенство и два последних, исключим углы $\theta'_{p,e}$ и получим

$$\sin^2 \theta_e = \sin^2 \theta_p - 2\bar{n}\delta n, \quad (7.62)$$

где $\bar{n} = (n_o + n_e)/2$. Аналогично, при А-процессе $oo \rightarrow oe$ имеем $\sin^2 \theta_{o,e} = \sin^2 \theta_p = \bar{n}\delta n$. Но при В-процессе возникают другие углы рассеяния: при $oo \rightarrow ee$ имеем $\theta_e^2 = \theta_p^2$, а при $oo \rightarrow oe$ $\sin \theta_{o,e} = \pm \sin \theta_p + \bar{n}\delta n / 2 \sin \theta_p$. Из приведенных формул видно наличие «запрещенных» углов θ_p , при которых $\sin^2 \theta_{o,e} < 0$.

Рис. 7.14 иллюстрирует коническую дифракцию при двух процессах. Видно выполнение условий (7.61). Шумовые решетки в этих про-

цессах имеют вектора

$$\begin{aligned}\vec{K}_s &= \vec{k}_\gamma - \vec{k}_\beta \equiv \vec{k}_\alpha - \vec{k}_\delta \quad (\text{А-процесс}), \\ \vec{K}_s &= \vec{k}_\gamma - \vec{k}_\beta \equiv \vec{k}_\delta - \vec{k}_\alpha \quad (\text{В-процесс}),\end{aligned}\tag{7.63}$$

но пространственное положение их векторов различно в двух случаях.

Рис. 7.15 демонстрирует кольца на экране, возникающие при облучении кристалла BaTiO_3 волнами накачки ($\lambda = 514\text{ нм}$), распространяющимися в плоскости (x, y) и ортогонально поляризованными (о- и е-волнами). На рис. 7.15а показаны дуги от кольца при А-процессе $oe \rightarrow oo$ при $\theta_p = 10^\circ$, на рис. 7.15б (при $\theta_p = 30^\circ$) появляется внутреннее кольцо, соответствующее А-процессу $oe \rightarrow ee$. Для этого типа рассеяния $\sin^2 \theta_e = \sin^2 \theta_p - \bar{n} \delta n$ и, согласно расчетам, внутреннее кольцо появляется при $\theta_e \geq 23^\circ$. Экспериментальные зависимости θ_o и θ_e от θ_p хорошо согласуются с расчетными (рис. 7.15в) при известных значениях n_o и n_e для BaTiO_3 .

Более сложный пример рассеяния приведен в [22] для $\text{LiNbO}_3:\text{Cu}$, облученного двумя е-волнами ($\lambda = 488\text{ нм}$), распространяющимися в плоскости (x, z) . При этом на экране кроме анизотропного рассеяния наблюдается система пересекающихся колец и линий, вызванных различными А- и В-процессами. В точках тройных пересечений дуг и линий возникают яркие точечные дифракционные рефлексy, свидетельствующие о формировании регулярных шумовых решеток с высокой дифракционной эффективностью. Детальный анализ картины дан в обзоре [22], где развита также теория параметрического вырожденного

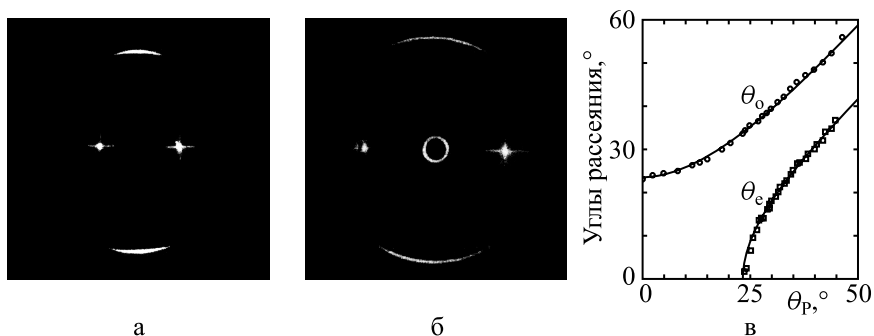


Рис. 7.15

четырёхволнового взаимодействия с участием шумовых решеток.

В 1982 г. Дж. Фейнберг экспериментировал с четырехволновым смещением на кристалле BaTiO_3 с целью получить фазово-сопряженную волну и обращение волнового фронта и случайно обнаружил интересный эффект [23]. Оказалось, что если из двух встречных волн накачки оставить только одну, то на выходе кристалла формируется **фазово-сопряженная волна**, идущая строго навстречу падающей.

Эксперимент был выполнен на кристалле кубической формы при его освещении наклонно падающим пучком от He—Ne лазера ($\lambda = 633 \text{ нм}$). Вначале лазерный пучок проходит через кристалл, не изменяя своей формы. Но через несколько секунд возникает рассеяние, связанное с образованием шумовых решеток. Через последующие несколько секунд появляется слабый пучок, идущий строго навстречу падающему. По мере облучения веер рассеянного света исчезает, и встречный пучок усиливается по интенсивности до половины интенсивности падающего пучка. Если посмотреть на кристалл сбоку (рис. 7.16) после такого облучения, то внутри кристалла наблюдаются расходящиеся лучи, образующие пет-

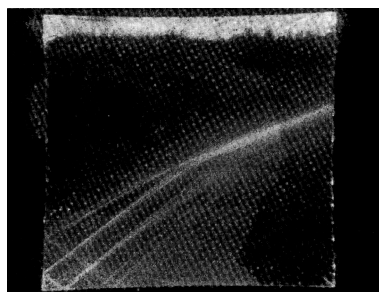


Рис. 7.16

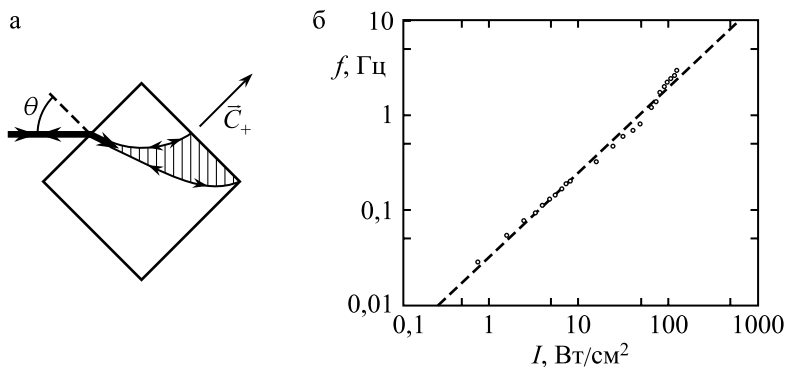


Рис. 7.17. а) Геометрия облучения кристалла BaTiO_3 аргоновым лазером. б) Зависимость частоты самоосцилляций от интенсивности пучка накачки

ли из-за полного внутреннего отражения на задней и нижней гранях кристалла и явления самодефокусировки. Идущие назад лучи при их взаимодействии сходятся и образуют фазово-сопряженную волну. Оказалось, что фазовое сопряжение в этой волне существенно лучше, чем в обычной четырехволновой схеме.

Схема получения фазово-сопряженной волны в BaTiO_3 сходна со схемой на рис. 7.9, но в последней использованы внешние зеркала. С помощью опытов по обращению волнового фронта было получено отличное изображение кошки. Поэтому конфигурация рис. 7.16 для создания фазово-сопряженной волны получила название *sat-конфигурации*. К настоящему времени она широко исследуется.

Отметим некоторые работы. В [24] обнаружены **осцилляции фазово-сопряженной волны** при освещении кристалла BaTiO_3 аргоновым лазером ($\lambda = 488$ нм). Опыты были проведены для трех случаев:

1. C -границ кристалла (ось \vec{C} нормальна к этим граням, рис. 7.17) контактировали с воздухом;
2. C -границ покрывались хорошо отражающим слоем серебра;
3. C -границ покрывались диффузно отражающей белой краской.

В последнем случае наблюдались регулярные самоосцилляции с частотой f , линейно возрастающей с интенсивностью пучка накачки. Во втором случае состояние осцилляции прекращалось через некоторое время, и, наконец, в первом и втором случаях при больших значениях I наблюдались хаотические осцилляции.

Авторы [24] привели качественное объяснение осцилляций, зависящих от оптического состояния C -граней. В первом и втором случаях

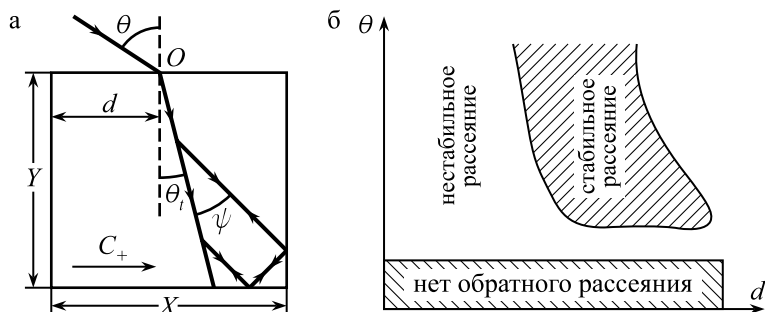


Рис. 7.18

оптический хаос связывался с конкуренцией двух внутренних пучков, формирующих сопряженную волну на выходе. Один из двух пучков формировался резонатором из двух C -граней. Регулярные осцилляции объяснялись существованием движущихся фазовых шумовых решеток, подтвержденным наблюдением движущихся интерференционных полос.

В работе [25] проведено систематическое исследование условий возникновения фазово-сопряженного пучка. Авторы [25] исследовали эти условия в зависимости от трех параметров (рис. 7.18): угла падения пучка накачки θ , расстояния d от левой грани до точки вхождения лазерного пучка в кристалл и угла ψ между лучами петли и преломленным лучом. Все расчеты и эксперименты проведены для лучей, лежащих в плоскости, содержащей \vec{C}_+ -ось. В результате показано, что при малых θ (рис. 7.18б) обратный пучок отсутствует. При больших θ , но малых d , обратный пучок нестабилен, стабильный пучок возникает в ограниченном интервале θ и d , что схематически представлено на рис. 7.18.

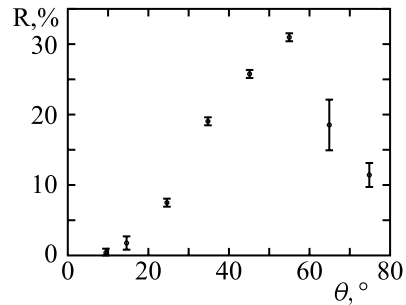


Рис. 7.19

Показано также, что наиболее устойчивое состояние фазово-сопряженной волны достигается при $\psi \approx 10^\circ$. Эксперименты, проведенные на кристаллах BaTiO_3 прямоугольной формы с длинами ребер около 6 мм, показали, что наибольшая интенсивность сопряженного пучка $R = I_s/I_0$ около 45 % достигается при $\theta \approx 55^\circ$ (рис. 7.19). Авторы [25] считают, что теория взаимодействия световых пучков, возникающих в cat-конфигурации, до сих пор отсутствует из-за сложности проблемы.

7.8. Применение фоторефрактивных кристаллов

Фоторефрактивные кристаллы в силу своих необычных нелинейных свойств получили многочисленные практические применения. В данном курсе лекций мы не можем остановиться на полном изложении

применений фоторефрактивных кристаллов, и их подробное описание потребовало бы создания специального курса. Большинство применений изложено в монографиях [3, 4] и статьях [2, 5]. Здесь мы кратко остановимся на некоторых применениях.

Мы уже упоминали о применениях фоторефрактивных кристаллов с большими временами ($\tau_{\text{рел}} \approx 10^{10} \div 10^{12}$ с) для записи и хранения оптической информации. Фоторефрактивные кристаллы из-за механизма записи обладают значительно большей разрешающей способностью по сравнению с обычными фотоматериалами, что создает им преимущество. Трудности, возникающие при считывании информации, в настоящее время обходятся различными способами [3, 5]. Фоторефрактивные кристаллы также применяются для усиления слабых световых пучков и изображений, о чем свидетельствуют расчеты их интенсивности на выходе кристаллов (параграф 7.4).

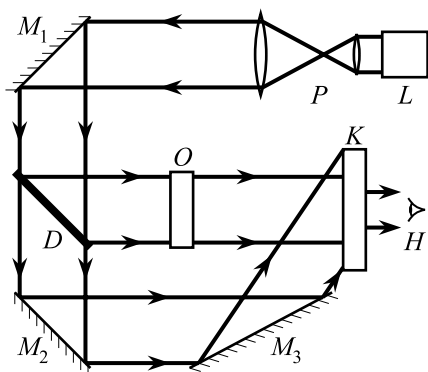


Рис. 7.20. Схема голографической интерферометрии фазовых объектов. L — лазер, P — расширитель лазерного пучка, M_1 , M_2 и M_3 — зеркала, D — делитель пучка, O — фазовый объект, K — фоторефрактивный кристалл, H — наблюдатель

К настоящему времени созданы различные методы создания фазово-сопряженных волн не только на четырехволновом взаимодействии (параграф 7.5), но и на шумовых голограммах (параграфы 7.6 и 7.7). Фазово-сопряженные волны при этом обладают лучшим качеством по сравнению с волнами в средах с кубической поляризацией. Поэтому фоторефрактивные кристаллы используются в задачах по обращению волнового фронта.

Отметим также использование фоторефрактивных кристаллов в **голографической интерферометрии** [26, 27], применяемой для изучения состояния поверхности отражающих объектов

или состояния прозрачных объектов при их фазовых искажениях. Сущность голографической интерферометрии заключается в следующем. Запишем голограмму объекта к какой-то момент времени t_1 . Затем уберем опорную волну, оставив при этом волну, освещающую объект, и будем рассматривать объект через голограмму. При этом волна, рассе-

янная от объекта, и волна, формирующая его изображение, гасят друг друга за счет их сдвига по фазе на π . Мы будем наблюдать равномерно освещенное поле, если к моменту наблюдения t_2 с объектом не произошло никаких изменений. Но если к моменту t_2 в объеме произошли пространственные или фазовые изменения, наблюдатель увидит интерференционные полосы, по положению которых можно судить о возникающих искажениях. Этот метод назван голографической интерферометрией в реальном времени. Ясно преимущество записи голограмм в фоторефрактивных кристаллах, так как их запись в галоидо-серебряных фотоэмульсиях требует химической обработки.

Существуют также другие методы голографической интерферометрии (двухэкспозиционная интерферометрия и др.), описание которых дано в [3, 4, 5].

Приведем упрощенную схему, используемую для голографической интерферометрии фазовых объектов (рис. 7.20).

В схеме используется расширитель лазерного пучка для полного освещения изучаемого объекта, зеркала M_2 и M_3 поставлены для создания опорной волны. Предметная и опорная волна создают в фоторефрактивном кристалле объемную голограмму. В интерферометрии в реальном времени опорная волна выключается, и наблюдатель видит предмет, изображение которого накладывается на его голографический образ. В двухэкспозиционной интерферометрии записывают две голограммы при t_1 и t_2 . Наложение двух изображений (без предмета в этом случае) создает интерференционную картину, свидетельствующую о фазовых искажениях предмета. Для отдаленной регистрации картины используется видеокамера, соединенная с монитором. Таким образом можно проследить за фазовыми искажениями в прозрачных пластинах, подвергнутых механической нагрузке, за флуктуациями тепловых потоков от нагретых тел и др.

Фоторефрактивные кристаллы используются также для создания лазеров с улучшенными характеристиками. Предложены **лазеры, где активными элементами являются фоторефрактивные кристаллы**, работающие на вырожденном четырехволновом взаимодействии [28]. Принципиальная схема лазера дана на рис. 7.21. Здесь «1», «2» — пучки накачки, «3», «4» — пучки генерации. По-парная интерференция приводит к шести интерференционным полям,

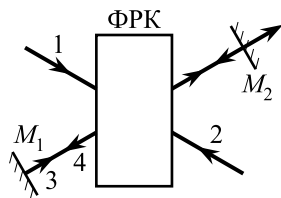


Рис. 7.21

периодическое изменение интенсивности которых достигается при одинаковой поляризации пучков. При ортогональной поляризации волн возникает периодическое изменение характеристик поляризации пучков генерации.

Появление «3» и «4» пучков поясняется следующим. Волна накачки «2», дифрагируя на решетке, записанной волной «1» и затравочной шумовой волной «3», порождает фазово-сопряженную волну «4». Волны «3» и «4» разнонаправлены и коллинеарны при нормальном падении на зеркала резонатора M_1 и M_2 . В свою очередь, волна «1», дифрагируя на другой решетке, записанной волнами «3» и «4», приводит к усилению волны «3». Таким образом, возникает генерация двух волн, фазовое сопряжение и коллинеарность которых обеспечивают хорошее качество генерируемого лазерного пучка на выходе через частично прозрачное зеркало M_2 .

Фазово-сопряженную волну можно создать в резонаторе, если вместо обычного зеркала в нем поместить кристалл BaTiO_3 в сатконфигурации. В этом случае, в отличие от схемы рис. 7.21, в качестве активного элемента лазера может выступать другое вещество. Как упоминалось в параграфе 7.7, в заданной установке BaTiO_3 создает фазово-сопряженную волну, улучшающую характеристики лазерного пучка на выходе и повышающую его мощность. Такой результат был продемонстрирован на опыте в работе [29] при использовании BaTiO_3 в качестве зеркала в аргоновом лазере.

Фоторефрактивные кристаллы могут также быть использованы для отклонения или переключения лазерных пучков. Такие процессы достигаются путем изменения показателя преломления при приложении внешнего поля напряженностью E_0 . Допустим, что в фоторефрактивном кристалле записана объемная голограмма при заданных углах падения и длине волны лазерных пучков. Приложение внешнего поля из-за линейного электрооптического эффекта изменяет угол преломления пучка, что приводит к нарушению условия Брэгга и исчезновению изображения объекта. Пусть в фоторефрактивном кристалле записано несколько голограмм различными сигнальными (предметными) волнами s_i и одной и той же опорной волной при одновременном приложении различных полей E_{0i} . Воспроизведение изображения предмета, записанного на волне s_j , будет достигнуто, если в той же установке приложить к кристаллу поле E_{0j} . Все остальные голограммы, записанные при полях $E_{0i} \neq E_{0j}$, не будут давать изображения из-за нарушения условия дифракции Брэгга. Таким образом, меняя поле E_0 , можно про-

вести выборку изображений. Такой результат был получен в работе [30] на кристалле $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$, где путем дискретного приложения полей E_{0i} с интервалом 300 В удалось записать, а затем восстановить отдельно шесть изображений.

Фоторефрактивные кристаллы нашли также применение в обработке оптической информации. Исследование различных методов этой обработки составляет предмет так называемой Фурье-оптики [31, 32, 33]. В этой, в настоящее время обширной области оптики используется способность тонких линз создавать Фурье-преобразование изображений. С помощью различных устройств, помещаемых в Фурье-плоскость, разработаны различные методы фильтрации изображений, улучшения их качества путем удаления оптического шума, методы распознавания образов. Большую роль в Фурье-оптике играет голография. Способность фоторефрактивных кристаллов к записи фазовых динамических голограмм, к генерации фазово-сопряженных волн, нашла им применение в Фурье-оптике. Подробнее обсуждение этих применений приведено в [3, 4, 5].

Литература к главе 7

- [1] *Ashkin A., Boyd G.D. et al.* // *Appl. Phys. Lett.* — 1966. — **9**. — P.72.
- [2] *Günter P.* // *Phys. Rep.* — 1982. — **93**, № 4. — P.199.
- [3] *Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В.* Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. — Л.: Наука, Ленинградское отд., 1983. — 269 с.
- [4] *Yeh P.* *Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics.* — New York: Wiley & Sons, 1993.
- [5] *Stepanov S.I.* // *Rep. Prog. Phys.* — 1994. — **57** — P.39.
- [6] *Prasad P.N., Williams D.J.* *Introduction to Nonlinear Optical Effects in Polimers and Molecules.* — New York: Wiley & Sons, 1991.
- [7] *Kukhtarev N.V., Markov V.B., Odoulov S.G., Soskin M.S., Vinetski V.L.* // *Ferroelectrics.* — 1979. — **52**, № 949. — P.1545.
- [8] *Белинчер В.И., Стурман Б.И.* // *Усп. физ. наук.* — 1980. — **130**, № 3. — С.415.
- [9] *Glass A.M., von der Linde D., Negran T.J.* // *Appl. Phys. Lett.* — 1974. — **25**. — P.233.

- [10] *Нарасимхамурти Т.* Фотоупругие и электрооптические свойства кристаллов. Пер. с англ. — М.: Мир, 1987. — 621 с.
- [11] *Chen F.S.* // J. Appl. Phys. — 1969. — **40**. — P.3389.
- [12] *Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В.* Динамическая голография. — Киев: Наукова думка, 1983. — 127 с.
- [13] *Yariv A.* // Proc. IRE. — 1958. — **46**. — P.1956.
- [14] Акустические кристаллы / Под ред. *Шаскольской М.П.* — М.: Наука, 1982. — 632 с.
- [15] *Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л.* Оптическая голография. — М.: Мир, 1973. — 686 с.
- [16] *Moran J.M., Kaminov I.P.* // Appl. Opt. — 1973. — **12**, № 8. — P.1964.
- [17] *Magnusson R., Gaylord T.K.* // Appl. Opt. — 1974. — **13**, № 7. — P.1545.
- [18] *Rupp R.A., Drees F.W.* // Appl. Phys. B — 1986. — **39**. — P.223.
- [19] *Авакян Э.М., Белабаев К.Г., Одулов С.Г.* // Физ. тв. тела. — 1983. — **25**, № 11. — С.3274.
- [20] *Odoulov S., Belabaev K., Kiseleva I.* // Opt. Lett. — 1985. — **10**, № 1. — P.31.
- [21] *Temple D.A., Warde C.* // J. Opt. Soc. Amer. B — 1986. — **3**, № 2. — P.337.
- [22] *Sturman B.I., Odoulov S.G., Goulkov M.Yu.* // Phys. Rep. — 1996. — **275**. — P.197.
- [23] *Фейнберг Дж.* Фоторефрактивная нелинейная оптика. Пер. с англ. / В сборнике «Физика за рубежом». — М.: Мир, 1991. — С.182.
- [24] *Günter P., Voit E., Zha M.Z.* // Opt. Commun. — 1985. — **55**, № 3. — P.210.
- [25] *Lin H., Templeton J.E.* // J. Opt. Soc. Amer. B — 1997. — **14**, № 1. — P.99.
- [26] Оптическая голография / Под ред. *Колфилда Г.* Пер. с англ., Т.2. — М.: Наука, 1982. — 735 с.
- [27] *Островский Ю.И., Бутусов М.М., Островская Г.В.* Голографическая интерферометрия. — М.: Наука, 1977. — 339 с.

-
- [28] *Одулов С.Г., Соскин М.С., Хижняк А.И.* Лазеры на динамических решетках. Оптические генераторы на четырехволновом взаимодействии. — М.: Наука, 1990. — 271 с.
- [29] *Cronin-Golomb M., Fisher B. et al.* // *Appl. Phys. Lett.* — 1982. — **41**. — P.219.
- [30] *Petrov M.P., Stepanov S.I., Kamshilin A.A.* // *Ferroelectrics*. — 1978. — **22**. — P.691.
- [31] *Гудмен Дж.* Введение в Фурье-оптику. Пер. с англ. — М.: Мир, 1970. — 364 с.
- [32] *Юу Ф.Т.С.* Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию. Пер. с англ. — М.: Сов. радио, 1979. — 304 с.
- [33] *Акаев А.А., Майоров С.А.* Оптические методы обработки информации. — М.: Высшая школа, 1988. — 236 с.

Глава 8

Нелинейные оптические явления в ограниченных средах

8.1. Введение

К оптически ограниченным средам мы относим среды, в которых диэлектрическая проницаемость ε различна по обе стороны границы. Границы способствуют распространению вдоль них электромагнитных волн. В этой главе мы рассмотрим наиболее простые случаи: среда состоит из двух полубесконечных сред с $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$, контактирующих между собой по плоской поверхности, и две среды с ε_0 и ε_2 , разделенные плоскопараллельным слоем с $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_0, \varepsilon_2$ (планарный волновод). В первом случае мы будем рассматривать нелинейные оптические эффекты, связанные с возбуждением на поверхности раздела поверхностных электромагнитных волн (поверхностных поляритонов), во втором — эффекты, связанные с возбуждением волноводных мод. Уравнения Максвелла при определенных условиях допускают распространение вдоль поверхности электромагнитных волн, амплитуда которых экспоненциально затухает по обе стороны границы раздела. Если каким-то способом удастся преобразовать объемную волну, падающую на границу, в поверхностную, то энергия объемной волны концентрируется в поверхностной волне, за-

нимающей меньший объем. В этом случае интенсивность поверхностной волны может существенно превосходить интенсивность возбуждающей волны, что способствует усилению нелинейных эффектов. Кроме того, если контактируют среды с кубической поляризацией, то поверхностный слой теряет в своей группе симметрии операцию инверсии. Другими словами, с помощью поверхностной волны можно возбудить вторую гармонику, возбуждение которой в средах с ε_1 и ε_2 невозможно. Сходные соображения можно отнести и к волноводным слоям. К ограниченным средам также относятся оптические волокна, нелинейные свойства которых обсуждались в параграфе 3.9.

8.2. Поверхностные волны на границе раздела двух сред

Рассмотрим поверхностную волну, распространяющуюся вдоль оси x и экспоненциально затухающую по обе стороны по нормали z (рис. 8.1).

Для доказательства существования таких волн обратимся к уравнениям Максвелла [1]. При решении задачи целесообразно разделить волну на две: поперечную ТМ-волну и поперечную ТЕ-волну. Для поперечной ТМ-волны магнитное поле $\vec{H} \perp x, z$, т. е. в заданной системе координат $H_x = H_z = 0$, $H_y \neq 0$, а электрическое поле $\vec{E} \perp \vec{H}$ имеет отличные от нуля компоненты E_x и E_z .

Напротив, для поперечной ТЕ-волны электрическое поле \vec{E} перпендикулярно осям x и z , т. е. $E_x = E_z = 0$, $E_y \neq 0$, в то время как $H_y = 0$, но H_x и H_z не равны нулю.

Рассмотрим вначале возможность распространения ТМ-волны. Решение уравнений Максвелла будем искать в виде

$$H_{1y} = H_{01y} e^{i(\omega t - k_x x) - \alpha_1 z}, \quad \vec{E}_1 = (E_{01x} \vec{i} + E_{01z} \vec{k}) e^{i(\omega t - k_x x) - \alpha_1 z} \quad (8.1)$$

в первой среде (\vec{i} и \vec{k} — орты осей x и z) и

$$H_{2y} = H_{02y} e^{i(\omega t - k_x x) + \alpha_2 z}, \quad \vec{E}_2 = (E_{02x} \vec{i} + E_{02z} \vec{k}) e^{i(\omega t - k_x x) + \alpha_2 z} \quad (8.2)$$

во второй среде.

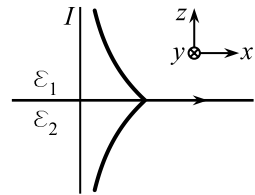


Рис. 8.1

Подстановка \vec{E}_1 и \vec{E}_2 в третье уравнение Максвелла дает связь между компонентами E_{1z} и E_{1x} , и между E_{2z} и E_{2x} :

$$E_{1z} = -\frac{ik_x}{\alpha_1}E_{1x} \quad \text{и} \quad E_{2z} = \frac{ik_x}{\alpha_2}E_{2x}. \quad (8.3)$$

Подставим электрическое и магнитное поле в первое уравнение Максвелла (1.3а), стр. 11. В этом случае мы получаем связь между компонентами электрического и магнитного поля для двух сред:

$$H_{1y} = \frac{i\omega\varepsilon_1}{\alpha_1}E_{1x} \quad \text{и} \quad H_{2y} = -\frac{i\omega\varepsilon_2}{\alpha_2}E_{2x}. \quad (8.4)$$

Далее, опустив в волновом уравнении общий множитель $e^{i\omega t}$, перейдем к уравнению Гельмгольца, решение которого для x -компонент электрического поля будем искать в виде

$$E_{1x} = Ce^{-ik_x x - \alpha_1 z} \quad \text{и} \quad E_{2x} = De^{-ik_x x + \alpha_2 z}. \quad (8.5)$$

Из граничных условий для тангенциальных компонент электрического и магнитного поля ($E_{1x} = E_{2x}$ и $H_{1y} = H_{2y}$) с учетом (8.4) получим соответственно

$$C = D \quad \text{и} \quad \left(\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1} + \frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}\right)C = 0. \quad (8.6)$$

Отсюда следует нетривиальное решение для компонент поля \vec{E} ($C \neq 0$), если

$$\varepsilon_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\varepsilon_1. \quad (8.7)$$

Так как по определению $\alpha_{1,2} \neq 0$, поверхностная волна существует, если ε_2 и ε_1 имеют противоположные знаки. Такое условие выполняется для действительной части диэлектрической проницаемости металлов в широкой области спектра, если металл граничит с прозрачной средой (верхняя среда, $\varepsilon_1 > 0$). Это же условие выполняется для ионных кристаллов в районе узких фононных полос в ИК-области спектра, а также в районе экситонных полос в полупроводниках и диэлектриках [1]. В дальнейшем мы ограничимся металлами.

Подставим E_{1x} и E_{2x} в уравнение Гельмгольца:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E_{1,2x} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{1,2}E_{1,2x} = 0. \quad (8.8)$$

После дифференцирования имеем $k_x^2 - \alpha_{1,2}^2 = (\omega^2/c^2)\varepsilon_{1,2}$. Используя это соотношение, найдем волновой вектор k_x поверхностной волны, исключив при этом α_1 и α_2 с помощью (8.7). После алгебраических преобразований получаем

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}. \quad (8.9)$$

Это — **дисперсионное уравнение** для постоянной распространения поверхностной ТМ-волны [1].

Повторим эту процедуру расчета для поперечной ТЕ-волны. В этом случае

$$\begin{aligned} E_{1,2y} &= E_{01,2y} e^{i(\omega t - k_x x) \mp \alpha_{1,2} z}, \\ \vec{H}_{1,2} &= (H_{01,2x} \vec{i} + H_{01,2z} \vec{k}) e^{i(\omega t - k_x x) \mp \alpha_{1,2} z}, \end{aligned} \quad (8.10)$$

знак «+» перед $\alpha_{1,2}$ относится ко второй среде. Последовательное использование четвертого и первого уравнений Максвелла (1.3г) и (1.3а) приводит к следующей связи между тангенциальными компонентами электрического и магнитного поля:

$$H_{1x} = \frac{i\omega\varepsilon_1\alpha_1}{c(k_x^2 - \alpha_1^2)} E_{1y} \quad \text{и} \quad H_{2x} = -\frac{i\omega\varepsilon_2\alpha_2}{c(k_x^2 - \alpha_2^2)} E_{2y}. \quad (8.11)$$

Для компонент электрического поля ищем решение уравнения Гельмгольца в виде

$$E_{1x} = A e^{-ik_x x - \alpha_1 z} \quad \text{и} \quad E_{2x} = B e^{-ik_x x + \alpha_2 z}. \quad (8.12)$$

Использование граничных условий $E_{1y} = E_{2y}$ и $H_{1x} = H_{2x}$ дает следующий результат:

$$A = B \quad \text{и} \quad \frac{\varepsilon_1 \alpha_1}{k_x^2 - \alpha_1^2} A = -\frac{\varepsilon_2 \alpha_2}{k_x^2 - \alpha_2^2} B. \quad (8.13)$$

Но из уравнения Гельмгольца следует, что $k_x^2 - \alpha_{1,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{1,2}$. После подстановки этого соотношения во второе граничное условие с учетом равенства $B = A$ имеем

$$(\alpha_1 + \alpha_2)A = 0. \quad (8.14)$$

Так как по определению α_1 и α_2 положительны, уравнение (8.14) имеет единственное решение: $A = 0$. Отсюда следует, что **поверхностная поперечная ТЕ-волна не существует**. Появление поверхностной ТЕ-волны возможно только при наличии на поверхности металла диэлектрической пленки с $\varepsilon_3 \neq \varepsilon_1$, но толщина пленки должна быть больше пороговой ($h > h_{\text{пор}}$).

Обратимся к анализу постоянной распространения ТМ-волны в металлах. Диэлектрическая проницаемость ε_2 в металлах является комплексной величиной: $\varepsilon_2 = \varepsilon'_2 - i\varepsilon''_2$. Поэтому k_x — также комплексная величина, $k_x = k'_x - ik''_x$. Мнимая часть k_x определяет затухание ТМ-волны, тем большее, чем больше величина ε''_2 . Условие слабого затухания ТМ-волны сводится к условию малости $\varepsilon''_2 \ll |\varepsilon'_2|$. Этому условию удовлетворяют щелочные металлы, благородные металлы Ag и Au, Cu и ряд других металлов. Условие $\varepsilon'_2 < 0$ выполняется в спектральной области, где основной вклад в ε_2 вносят свободные электроны. Для описания частотной зависимости ε'_2 и ε''_2 в этой области используются **формулы Друде—Лоренца** [2]

$$\varepsilon'_2 = \varepsilon_M - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}, \quad \varepsilon''_2 = \frac{\omega_p^2 \nu}{\omega(\omega^2 + \nu^2)}, \quad (8.15)$$

где $\omega_p = 4\pi Ne^2/m$ — плазменная частота, N — концентрация свободных электронов, ν — частота их рассеяния; ε_M — диэлектрическая проницаемость, определяемая междузонными переходами.

При $\omega < \omega_{\text{пор}}$ ($\omega_{\text{пор}}$ — пороговая частота для междузонных переходов) ε_M — действительная величина. Сделаем некоторые оценки, используя в качестве металла серебро, наиболее часто применяемое в экспериментах. Для Ag $\varepsilon_M \approx 4$, $\omega_p \approx 1,3 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$, и частота ν зависит от температуры и изменяется от 10^{12} до 10^{13} с^{-1} , $\omega_{\text{пор}} \approx 6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Рассмотрим ближнюю ИК-область, $\lambda \approx 1 \text{ мкм}$ и $\omega \approx 2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$. В этой области $\omega^2 \gg \nu^2$, и квадратом частоты ν в (8.15) можно пренебречь. Подстановка приведенных величин ($\nu = 10^{13} \text{ с}^{-1}$) в (8.15) дает $\varepsilon'_2 \approx -40$ и $\varepsilon''_2 \approx 0,25$. Отсюда следует выбор диапазона частот, необходимый для получения достаточно протяженной ТМ-волны: $\nu \ll \omega \ll \omega_p/\sqrt{\varepsilon_M}$. Пренебрегая в этой области ε''_2 , из уравнений (8.9) и (8.15) найдем закон дисперсии $\omega(k_x)$:

$$\omega^2 = \frac{1}{2\varepsilon_1\varepsilon_M} \left\{ \omega_p^2\varepsilon_1 + k_x^2c^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_M) \pm \sqrt{[\omega_p^2\varepsilon_1 + k_x^2c^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_M)]^2 - 4\omega_p^2\varepsilon_1\varepsilon_M k_x^2c^2} \right\}. \quad (8.16)$$

Выбор знака перед корнем диктуется неравенством $\nu \ll \omega \ll \omega_p/\sqrt{\varepsilon_M}$ и условием $|\varepsilon'_2| > \varepsilon_1$ (см. (8.9)). Эти условия заставляют отбросить решение со знаком «+». Зависимость $\omega(k_x)$ имеет вид кривой с насыщением

(рис. 8.2) с предельным значением ω при $k_x \rightarrow \infty$, равным

$$\omega_{\text{пред}} = \frac{\omega_p}{\sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_M}}. \quad (8.17)$$

Возникает вопрос о возбуждении поверхностных электромагнитных волн светом. Пусть объемная ТЕМ-волна распространяется по прозрачной среде с ε_1 под скользящим углом ($k_z \approx 0$) и поляризована в плоскости падения. Закон дисперсии для этой волны $\omega = ck_x/\sqrt{\varepsilon_1}$.

Из рис. 8.2 следует, что при фиксированной частоте $\omega < \omega_{\text{пред}}$ и $\omega = \omega_{\text{ПЭВ}}$ условие фазового синхронизма не выполняется, так как $k_{1x} < k_{2x}$. Тем более оно не выполняется при падении ТЕМ-волны под углом φ (заштрихованная часть на рис. 8.2). Поверхностная ТМ-волна, если она каким-то образом возбуждена, не может в силу тех же условий превратиться в объемную, т. е. она является безызлучательной волной.

Ввести объемную ТМ-волну в поверхностную можно с помощью специальных устройств. Один из способов заключается в следующем.

Пусть металл граничит с воздухом ($\varepsilon_1 = 1$). К металлическим поверхностям подносится призма с показателем преломления n так, чтобы между ее нижней гранью и поверхностью металла был небольшой зазор толщиной $h < \lambda$. Если угол падения на нижнюю грань $\theta > \theta_{\text{пред}}$, световая волна кроме полного внутреннего отражения испытывает частичное проникновение в зазор, экспоненциально затухая вдоль оси z (рис. 8.3). У волны, распространяющейся вдоль нижней грани, $k_x = (\omega/c)n \sin \theta$. При определенном θ выполняется условие согласования волнового вектора этой волны и волнового вектора поверхностной волны $k_x = k_{2x}$, где k_{2x} вычисляется по (8.9) при $\varepsilon_1 = 1$.

Поверхностная волна будет возбуждаться за счет нарушенного полного внутреннего отражения, если глубина проникновения δ волны из

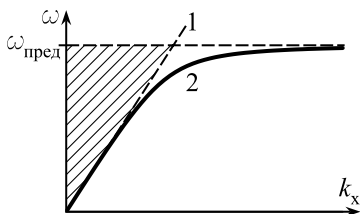


Рис. 8.2. «1» — световая линия $\omega = ck_x/\sqrt{\varepsilon_1}$, «2» — закон дисперсии поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ) по формуле (8.16)

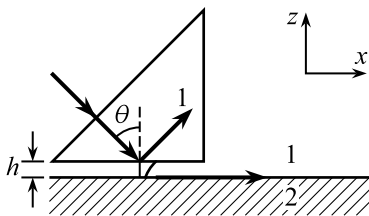


Рис. 8.3. Схема Отто ввода поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ)

призмы в воздушный зазор больше h . Таким образом организуется ввод поверхностной волны. Вывод поверхностной волны в объемную волну осуществляется с помощью второй призмы, расположенной от первой на расстоянии, меньшем длины пробега поверхностной волны. Это так называемая **схема Отто** ввода и вывода поверхностных волн.

Ввести поверхностную электромагнитную волну можно также с помощью дифракционной решетки, нанесенной на поверхность металла. Условие дифракции объемной волны на решетке, приводящее к возбуждению поверхностной электромагнитной волны, имеет вид

$$\vec{k}_{2x} = \vec{k}_{1x} + m\vec{K}, \quad (8.18)$$

где $\vec{K} = (2\pi/d)\vec{s}$, d — период решетки, \vec{s} — единичный вектор, параллельный оси x , m — порядок дифракции, $k_{1x} = (\omega/c)\sqrt{\epsilon_1}\sin\theta$. Условие (8.18) удовлетворяется при определенном угле падения φ .

Реальные поверхности металлов не представляют собой идеальную плоскость и имеют определенную шероховатость. Координата z поверхности является сложной функцией координат вдоль поверхности $z(x, y)$. Координату z следует отсчитывать относительно средней границы раздела двух сред (плоскость $z = 0$).

Любую шероховатую поверхность можно разложить на совокупность синусоидальных плоских решеток, используя интеграл Фурье

$$z(\vec{r}) \propto \int F(\vec{K}) e^{-i\vec{K}\vec{r}} d\vec{K}, \quad (8.19)$$

где $\vec{K} = K_x\vec{i} + K_y\vec{j}$, \vec{K} — вектор плоской решетки, $F(\vec{K})$ — функция, определяющая ее дифракционную эффективность. Функция $F(\vec{K})$ зависит от структуры поверхности, задаваемой способом ее приготовления и обработки.

Некоторые из этих решеток являются элементами ввода поверхностных электромагнитных волн, что проверялось специальным экспериментом с помощью схемы Отто [3], при этом шероховатость создавалась контролируемым способом. При определенном угле падения объемной Р-поляризованной волны на шероховатую поверхность ряд решеток из указанной совокупности подчиняется условию (8.18), т. е. они являются элементами ввода поверхностных волн. Другими словами, шероховатая поверхность может ввести поверхностную волну без применения схемы Отто.

Так как интенсивность поверхностных электромагнитных волн сосредоточена в районе поверхности, использование поверхностных волн является эффективным способом изучения ее состояния, в частности, при адсорбции на поверхности тонких молекулярных слоев [4]. Выступы шероховатой поверхности могут усиливать электрическое поле поверхностной волны во много раз.

Этим фактом можно воспользоваться для усиления комбинационного рассеяния света молекулами, расположенными в районе выступов. Возникает так называемое гигантское комбинационное рассеяние [5], широко используемое в настоящее время для изучения комбинационного рассеяния света малым количеством вещества (подробнее см. [5]). Шероховатые поверхности также используются для изучения различных эффектов в нелинейной оптике.

8.3. Генерация второй гармоники с участием поверхностных электромагнитных волн

Как упоминалось, граница раздела двух изотропных центросимметричных сред не обладает центром инверсии при $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$. Пусть металл граничит с диэлектриком. При действии достаточно мощной лазерной волны частотой ω , возбуждающей поверхностную волну, в приграничных участках диэлектрика возможно появление нелинейной квадратичной поляризации с частотой 2ω :

$$P^{(2)} \propto (E_{01x} \vec{i} + E_{01z} \vec{k})^2 e^{-2\alpha_1 z} \exp[i(2\omega t - 2k_x x)]. \quad (8.20)$$

Поляризация $P^{(2)}$ является источником генерации поверхностных электромагнитных волн с частотой 2ω . Решение волнового уравнения с учетом $P^{(2)}$ дает вторую гармонику с частотой 2ω и волновым вектором $k_x(2\omega)$. В общем случае $k_x(2\omega) \neq 2k_x(\omega)$. Но если $k_x(2\omega) = \frac{2\omega}{c}\varepsilon_1(\omega)$ больше $2k_x(\omega)$, то поверхностная волна превращается в объемную электромагнитную волну, которую можно наблюдать в отраженном свете. Такие наблюдения второй гармоники были выполнены [1], но ее интенсивность была незначительной. Вторую гармонику можно также возбуждать с помощью шероховатой поверхности, без применения схемы Отто.

Хотя способ генерации второй гармоники в отраженном свете наиболее прост, более интенсивную вторую гармонику можно получить, используя схему Кречманна [6].

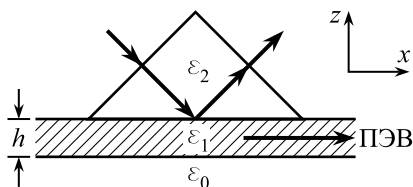


Рис. 8.4. Схема Кречманна возбуждения поверхностных электромагнитных волн

Схема Кречманна ввода поверхностной волны, в отличие от схемы Отто, основана на использовании тонкого металлического слоя (рис. 8.4). Необходимыми условиями возбуждения поверхностных волн в этой схеме являются $\varepsilon'_1 < 0$, $\varepsilon_2 > \varepsilon_0 > 0$ и $\varepsilon''_1 \ll |\varepsilon'_1|$. Если пренебречь мнимой частью ε_1 , то уравнение, описывающее распространение поверхностных волн в слое, имеет вид [7]

$$\text{th}(ik_{1z}h) = \frac{q_1(q_0 + q_2)}{q_1^2 + q_0q_2}, \quad (8.21)$$

где $q_i = k_i/\varepsilon_i = \sqrt{(\omega/c)^2\varepsilon_i - k_x^2}$, и в металлическом слое k_{1z} — мнимая величина. Уравнение (8.21) используется для расчета постоянной распространения поверхностной волны при заданной толщине слоя h . При $h \rightarrow \infty$ общая поверхностная волна распадается на две поверхностные волны, распространяющиеся вдоль границ 1–0 и 1–2 с постоянными распространения соответственно

$$k_{0x} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1}{\varepsilon_0 + \varepsilon_1}} \quad \text{и} \quad k_{2x} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_2\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}}. \quad (8.22)$$

Эксперимент по генерации второй гармоники с помощью схемы Кречманна был выполнен в работах [8, 9]. Тонкий серебряный слой был нанесен на гипотенузную грань 45° стеклянной призмы. Толщина серебряной пленки была около 600 \AA , что давало возможность получения поверхностной волны, локализованной около двух границ. Для возбуждения второй гармоники использовались импульсные лазеры (рубиновый, $\lambda = 6943 \text{ \AA}$, $P \approx 1 \text{ МВт}$) и YAG:Nd³⁺-лазер ($\lambda = 1,06 \text{ мкм}$).

В первом эксперименте (рис. 8.5а) вторая гармоника наблюдалась в свете, отраженном от границы призма—пленка. Для подавления возможного рассеянного излучения от лазера использовались фильтр из раствора CuSO_4 и узкополосный интерференционный фильтр на частоту 2ω . Обнаружено, что вторая гармоника составляет угол $1,5^\circ$ с отраженным лазерным пучком, и ее интенсивность резко увеличивается

при угле $\theta = 43^\circ$, при котором выполняется условие резонанса для возбуждения поверхностной электромагнитной волны. Расчетное значение $I(2\omega, \theta)$ хорошо согласуется с экспериментальными наблюдениями.

Во втором эксперименте два Р-поляризованных лазерных пучка падали на поверхность пленки серебра под одинаковым углом θ (рис. 8.5б). При таком облучении возбуждались две поверхностные волны, направленные навстречу друг другу ($k_{1x} = k_x(\omega)$, $k_{2x} = -k_x(\omega)$). При этом на выходе из серебряного слоя наблюдалась вторая гармоника, распространяющаяся по нормали к границе слой—воздух ($k_x(2\omega) = 0$). Направление распространения соответствовало выполнению условия фазового синхронизма $k_x(2\omega) = k_{1x}(\omega) + k_{2x}(\omega)$. Если ко второй границе пленки примыкала кварцевая пластинка, интенсивность второй гармоники существенно увеличивалась, по-видимому, за счет нелинейности второго порядка в пластинке.

В более поздних экспериментах обнаружено, что генерация второй гармоники существенно усиливается, если на поверхности серебра создавать тонкие диэлектрические слои. Было установлено, что после обработки поверхности хлором сигнал второй гармоники усиливается почти в 25 раз из-за образования поверхностного монослоя из молекул AgCl. Такие эксперименты впоследствии были использованы для обнаружения на поверхности монослоев адсорбированных молекул (более подробно см. в [5]).

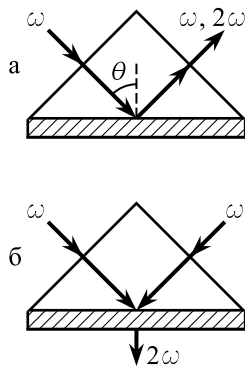


Рис. 8.5. Генерация второй гармоники: а) при действии одного пучка, б) при действии двух пучков с частотой ω

8.4. Генерация периодических структур на поверхности твердых тел

В 1965 г. в экспериментах по лазерному облучению полупроводников [10] было обнаружено, что, кроме области оплавления полупроводника в центральной части облучаемого пятна, на периферии пятна наблюдаются эквидистантные штрихи, ориентация которых зависит от поляризации лазерного пучка. Существенным является возникновение

штрихов при действии **одного** лазерного пучка. В дальнейшем стало ясно, что совокупность штрихов составляет нерегулярную дифракционную решетку, период которой при нормальном падении индуцирующего пучка равен λ , и что возникновение штрихов связано со светом лазера, рассеянным поверхностью облучаемых образцов.

Часть рассеянного излучения возбуждает поверхностную электромагнитную волну с постоянной распространения, подчиняющейся формуле (8.9), и интерференция падающей волны с поверхностной волной создает периодическое по интенсивности световое поле. При плавлении вещества возникает его интенсивное испарение в максимумах и конденсация в минимумах интерференционного поля, т. е. имеет место перенос вещества вдоль поверхности с возникновением периодического рельефа с периодом, равным периоду интерференции.

Наиболее благоприятны условия возбуждения поверхностных электромагнитных волн в металлах. Полупроводники при сильном нагреве мощными импульсными пучками также проявляют металлические свойства, что способствует возбуждению в них поверхностных волн. Хотя рассеяние света номинально гладкой поверхностью весьма слабое и начальный контраст интерференционного поля невелик, затравочная решетка с малой дифракционной эффективностью становится элементом ввода поверхностной волны, что способствует росту контраста интерференционного поля и, как следствие, росту спонтанных решеток за счет положительной обратной связи.

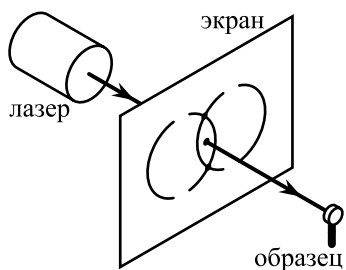


Рис. 8.6

Обзор работ, выполненных до 1986 г. по исследованию периодических структур, индуцированных одним лазерным пучком на поверхности твердых тел, представлен в [11]. Из-за необычности и непредсказуемости их пространственного строения и динамики развития периодические структуры названы спонтанными структурами (решетками) в отличие от обычных голографических решеток, формируемых двумя лазерными пучками.

Остановимся на работе [12], в которой проведены детальные экспериментальные исследования образования периодических структур на поверхностях металлов (Al, бронза) и полупроводников (Ge, Si). Эксперимент проведен по схеме рис. 8.6, где между лазером и образцом помещается экран для наблюдения картины дифракции от возникающих

спонтанных решеток. Для облучения образцов использовался мощный импульсный YAG:Nd³⁺-лазер ($\lambda = 1,06$ мкм) с длительностью импульсов 20 нс, а также вторая гармоника с $\lambda = 0,53$ мкм. Во всех случаях излучение лазера было линейно поляризовано.

Обнаружено, что формирование спонтанных решеток обладает порогом по интенсивности, и отчетливые решетки образуются при действии около 30 импульсов, что соответствует энергии лазерного пучка около 10 мДж/см². Вначале штрихи спонтанных решеток образуются в центре облучаемого пятна, затем расползаются от центра лазерного пучка к периферии, но при длительном облучении центральная часть спонтанных решеток разрушается.

При нормальном падении штрихи решеток направлены, главным образом, перпендикулярно вектору поляризации \vec{E}_0 лазерного пучка, и их период равен λ . При наклонном падении лазерного пучка развитие спонтанных решеток зависит от ориентации вектора \vec{E}_0 относительно плоскости падения.

Обнаружено, что при облучении Р-поляризованным пучком образуются две доминантные S₊- и S₋-решетки со штрихами, перпендикулярными \vec{E}_0 , и периодами, зависящими от угла падения:

$$d_{S_+, S_-} = \frac{\lambda}{1 \pm \sin \varphi}, \quad (8.23)$$

где φ — угол падения пучка. Однако при $\varphi > 35^\circ$ появляются новые спонтанные решетки с более регулярными штрихами, вытянутыми вдоль \vec{E}_0 . Они получили название С-решеток. Период этих решеток равен

$$d_C = \frac{\lambda}{\cos \varphi}. \quad (8.24)$$

Термины «S₊-», «S₋-» и «С-решетки» закрепились в научной литературе для доминантных решеток такого типа.

При S-поляризации лазерного пучка при малых φ формировались С-решетки со штрихами, перпендикулярными \vec{E}_0 , но при $\varphi \geq 35^\circ$ возникла сложная сетка из пересекающихся нерегулярных периодических структур.

Следует отметить различие в строении доминантных спонтанных решеток, формируемых при нормальном падении пучка, и S₊-, S₋- и С-решеток. Спонтанные решетки, растущие при нормальном падении, нерегулярны, состоят из отдельных микрорешеток (доменов), насчитыва-

вающих около десяти штрихов и имеющих ланцетовидную форму. Решетки вытянуты перпендикулярно штрихам, рис. 8.7. Такую же структуру имеют S_+ - и S_- -решетки. Для описания таких решеток введем их вектор

$$\vec{K} = \frac{2\pi}{d}\vec{s}, \quad (8.25)$$

где единичный вектор \vec{s} направлен перпендикулярно штрихам.

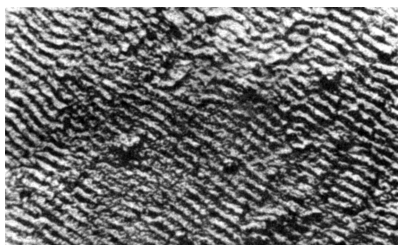


Рис. 8.7. Спонтанные решетки на поверхности стали при облучении CO_2 -лазером (нормальное падение)

Из рис. 8.7 видно, что вектора отдельных микрорешеток имеют некоторый разброс относительно доминантного направления \vec{s}_0 . Разброс вызван разбросом параметров волновых векторов поверхностных волн, возбужденных в результате рассеяния света, а размеры и форма микрорешеток определяются конкуренцией в развитии соседних доменов. Такой же характер имеют S_+ - и S_- -решетки. Дифракционные рефлексy от такого типа решеток имеют серповидную форму (рис. 8.8). По угловой ширине серпа можно судить об азимутальном разбросе векторов \vec{K} , а по положению участка с максимальной интенсивностью — о направлении вектора доминантной структуры. Результирующая картина дифракции от спонтанных решеток показывает, что дуги соответствуют S_+ - и S_- -решеткам, в то время как точечные рефлексy соответствуют регулярным С-решеткам.

Авторы [12] изучили также эволюцию различных решеток. Интересна эволюция спонтанных решеток, развивающихся при действии последовательности лазерных импульсов ($\varphi < 35^\circ$).

Вначале, при облучении двумя импульсами, возникают S_+ -решетки в узкой кольцевой области, окружающей облучаемое пятно. Облучение большим числом импульсов приводит к стягиванию S_+ -решеток к центру пятна. После восьми импульсов в кольцевой зоне на фоне S_+ -решеток возникают С-решетки. Затем решетки охватывают все пятно. Наконец, при большой экспозиции начинают развиваться S_- -решетки.

Внутренняя часть пятна состоит из S_- -решеток, далее следуют кольцо из С-решеток и внешнее кольцо из S_+ -решеток. Это один из примеров сложной эволюции спонтанных решеток. Выяснено, что в образцах, имеющих небольшие царапины из-за полировки, развитие решеток

имеет другой характер. Но, как показали авторы, на конечной стадии облучения картина дифракции мало зависит от начального состояния поверхности и от облучаемого материала.

Целый ряд обзоров посвящен теории возникновения и развития спонтанных решеток (см. ссылки в [11, 13, 14]). Основная направленность этих исследований — выявление доминантных решеток и зависимости их характеристик от поляризации и угла падения индуцирующего лазерного пучка. В [11, 13] отмечается большая сложность этой проблемы, определяемая не только сложностью применения электромагнитной теории к описанию дифракции света реальной поверхностью, но также плохим знанием конкретных механизмов отклика поверхности на действующий лазерный пучок. В [11] обсуждаются три различных, но взаимосвязанных теоретических подхода к анализу роста спонтанных решеток.

Первый подход, наиболее общий, основан на существовании случайных поперечных вариаций физических и электромагнитных свойств реальной поверхности. Эти вариации можно разложить на Фурье-компоненты (отдельные синусоидальные решетки) подобно разложению шероховатых поверхностей (формула (8.19)). С помощью теории дифракции можно рассчитать количество света, дифрагированного каждой из компонент в различные дифракционные порядки выше или ниже поверхности. Существенно, что для определенных компонент некоторые из этих порядков дают волны, скользящие вдоль поверхности (аномалии Вуда). Скользящие волны при суперпозиции с падающей волной должны давать наибольшую периодическую интенсивность света в районе поверхности. В этом периодическом поле за счет периодического нагревания, термического расширения, испарения и других физических механизмов возможен рост спонтанных решеток по их амплитуде, усиление скользящей дифрагированной волны. Это в итоге приводит к увеличению контраста интерференционного поля и к большему росту решеток за счет положительной обратной связи при подавлении осталь-

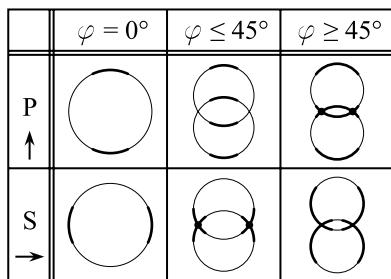


Рис. 8.8. Фурье-образ спонтанных решеток, наблюдаемых на Ge при $\lambda = 1,06$ мкм в зависимости от угла падения φ и поляризации. Дуги — дифракционные рефлексy от S_+ - и S_- -решеток, точки — от S -решеток

ных решеток, растущих с меньшей скоростью.

Второй подход, близкий к первому, конкретизирует направляемые поверхностью волны. Это либо поверхностные электромагнитные волны в металлах, либо поверхностные поляритоны в диэлектриках [1]. При этом рассматривается взаимодействие падающей волны с поверхностной волной, возбужденной на шероховатой поверхности. Далее применяется первый подход. Второй подход получил наибольшее распространение в научной литературе [13, 14].

Третий подход основан на существовании на поверхности центров рассеяния точечного или иного типа. Если имеется хаотический набор центров рассеяния, он может приводить к сложному строению спонтанных решеток в виде набора микрорешеток, конкурирующих между собой при их развитии (рис. 8.7).

Общая формула, описывающая рост спонтанных решеток на исходном поверхностном рельефе $z(x) = h_0 \cos Kx$ из-за положительной обратной связи, имеет вид [14]:

$$z(x, t) = h_0 \exp(\Gamma t) \cos[K(x + ut)], \quad (8.26)$$

где h_0 — высота затравочной решетки, \vec{K} — ее вектор ($\vec{K} \parallel x$), Γ — инкремент роста решетки, зависящий от поляризации и угла падения лазерного пучка, от азимута рассеянной поверхностной волны и от конкретного физического механизма, способствующего росту спонтанной решетки.

Величина u — скорость перемещения рельефа вдоль поверхности, зависящая от сдвига по фазе $\Delta\psi$ между исходным рельефом и интерференционным полем, $u \propto \sin \Delta\psi$. При $\Delta\psi = 0, \pi$ решетка растет по амплитуде, не перемещаясь по поверхности, но при $\Delta\psi \neq 0, \pi$ решетка будет двигаться вдоль оси x в ту или иную сторону, в зависимости от знака u . В свою очередь величина $\Delta\psi$ зависит от механизма трансформации рельефа. Авторы [14] отмечают, что близость периода спонтанной решетки к λ при нормальном падении лазерного пучка связана с малым отличием эффективного показателя преломления поверхностной электромагнитной волны от 1. Например, для Ge $n_{\text{эфф}} = 1,005$.

Спонтанные решетки растут не только на поверхностных волнах. В работе [15] обнаружен также рост спонтанных решеток на поверхности прозрачного кристалла NaCl при его облучении CO₂-лазером ($\lambda = 10,6 \text{ мкм}$) с периодом $d = \lambda/n$, где n — показатель преломления кристалла. Такие решетки связываются с генерацией нерезонансных радиационных мод [16], часть которых, по-видимому, рассеивается в направлениях, скользящих вдоль поверхности.

Следует сказать, что формула (8.26) описывает только начальный рост спонтанных решеток и используется для нахождения доминантных решеток [13]. В то же время из опытов известно, что спонтанные решетки по мере облучения испытывают насыщение и даже разрушаются. Кроме того, в большинстве теорий не рассматриваются микрорешетки и их конкуренция, распределение доминантных спонтанных решеток по облучаемому пятну и другие вопросы. В некоторых случаях рост ТМ-решеток на поверхностях металлов сопровождается появлением ТЕ-решеток из-за окисления их поверхности. Можно утверждать, что теория роста и развития спонтанных решеток далека до завершения.

8.5. Планарные волноводы и их оптические свойства

Так как представляет интерес нелинейная оптика планарных волноводов, остановимся кратко на основных положениях интегральной оптики, задающих линейную оптику этих объектов.

Планарный волновод — это плоскопараллельный диэлектрический слой с диэлектрической проницаемостью ε_1 , ограниченный с двух сторон полубесконечными средами с проницаемостями ε_0 и ε_2 , меньшими ε_1 . Будем считать все среды изотропными и непоглощающими. В этом случае $\varepsilon_i = n_i^2$. Различают симметричный ($\varepsilon_2 = \varepsilon_0$) и асимметричный ($\varepsilon_2 \neq \varepsilon_0$) волноводы.

Задача о распространении волн (волноводных мод) в волноводе, так же как и задача о распространении поверхностных электромагнитных волн, решается отдельно для поперечной ТЕ-волны ($\vec{E} = E_y \vec{j} \perp \vec{\beta}$, $H_y = 0$, $\vec{H} = H_x \vec{i} + H_z \vec{k}$) и поперечной ТМ-волны ($\vec{H} = H_y \vec{j} \perp \vec{\beta}$, $E_y = 0$, $\vec{E} = E_x \vec{i} + E_z \vec{k}$), где $\vec{\beta}$ — волновой вектор моды (рис. 8.9). Решение этой задачи сводится к нахождению дисперсионного уравнения, устанавливающего зависимость постоянной распространения моды β от толщины волновода h , показателей преломления n_i и длины волны λ , и к нахождению распределения полей вдоль оси z .

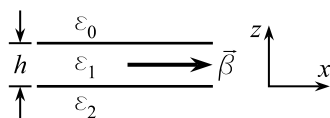


Рис. 8.9

Задача решается двумя методами [17, 18]: геометрическим (метод,

использующий зигзагообразное распространение волн внутри волновода (при полном внутреннем отражении) и электродинамическим с использованием уравнений Максвелла и граничных условий при $z = 0$ и $z = h$. Оба метода приводят к дисперсионным уравнениям для ТЕ- и ТМ-мод:

$$\text{ТЕ: } h k_0 p_1 = \arctg \frac{p_0}{p_1} + \arctg \frac{p_2}{p_1} + m\pi, \quad (8.27a)$$

$$\text{ТМ: } h k_0 p_1 = \arctg \frac{\varepsilon_1 p_0}{\varepsilon_0 p_1} + \arctg \frac{\varepsilon_1 p_2}{\varepsilon_2 p_1} + m\pi, \quad (8.27б)$$

где $p_1 = \sqrt{n_1^2 - n_{\text{эфф}}^2}$, $p_{0,2} = \sqrt{n_{\text{эфф}}^2 - n_{0,2}^2}$, $n_{\text{эфф}} = \beta/k_0$ — эффективный показатель преломления моды, $k_0 = 2\pi/\lambda$, $m = 0, 1, \dots$ — индекс соответствующей моды.

Из уравнений (8.27) следует, что величина β при заданных значениях n_i зависит от толщины h и индекса моды m . Обычно волноводный слой формируется на подложке и граничит с воздухом, т. е. $n_2 > n_0$. Так как индекс моды приобретает дискретный набор значений, при заданной толщине h имеем дискретный набор величин β . Как следует из (8.27), действительные значения β лежат в пределах $k_0 n_2 \leq \beta \leq k_0 n_1$, верхний предел достигается при $h \rightarrow \infty$, нижний — при толщине, называемой толщиной отсечки соответствующей моды (предельная мода). Чтобы найти **толщины отсечек**, положим $\beta = k_0 n_2$ в формулах (8.27). Отсюда

$$h_{\text{ТЕ}_m} = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \arctg \sqrt{\frac{n_2^2 - n_0^2}{n_1^2 - n_2^2}} + \frac{m\lambda}{2\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}, \quad (8.28a)$$

$$h_{\text{ТМ}_m} = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \arctg \left(\frac{n_1^2}{n_0^2} \sqrt{\frac{n_2^2 - n_0^2}{n_1^2 - n_2^2}} \right) + \frac{m\lambda}{2\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}, \quad (8.28б)$$

где первые слагаемые — соответствующие толщины отсечек для ТЕ₀- и ТМ₀-волноводных мод, и $h_{\text{ТМ}_0} > h_{\text{ТЕ}_0}$. Из (8.28) видно, что толщины отсечек возрастают с ростом индекса m . В интервале $h_{\text{ТЕ}_0} \leq h < h_{\text{ТМ}_0}$ в слое возбуждается только ТЕ₀-мода (одномодовый волновод), при $h_{\text{ТМ}_0} \leq h < h_{\text{ТЕ}_1}$ — две моды и так далее, т. е. число мод возрастает с увеличением h . Из (8.28) также следует, что для симметричного волновода ($n_2 = n_0$) толщины отсечек $h_{\text{ТЕ}_m} = h_{\text{ТМ}_m}$ и $h_{\text{ТЕ}_0} = h_{\text{ТМ}_0} = 0$.

Из решения уравнений Максвелла также следует распределение электрического поля волноводных мод. Внутри симметричного волно-

вода (рис. 8.10) моды представляют собой гармонические стоячие волны вдоль оси z , вне волновода поле экспоненциально затухает по обе стороны от границ. В общем случае электрическое поле волноводной моды

$$E(x, z) = E(z)e^{i(\omega t - \beta x)}. \quad (8.29)$$

Моды можно разделить на четные и нечетные. Поле нечетных (четных) мод меняет (не меняет) свой знак при отражении относительно плоскости, параллельной границам и проходящей через середину волновода $z = h/2$. Видно, что четным индексам соответствуют четные моды. Стоячие волны имеют число узлов, равное индексу моды.

Для асимметричного волновода максимумы полей смещаются в сторону подложки, так как $n_2 > n_0$ и длина затухания моды в подложке больше, чем на воздухе. Отметим также, что по мере приближения толщины h к h_{TE_0} или h_{TM_0} ($h > h_{\text{TE}_0}$) длина экспоненциального затухания моды в подложке увеличивается, и большая часть мощности волноводной моды попадает в подложку [17].

Так как $n_1 > n_0, n_2$, волноводная мода, так же как и поверхностная волна, является безызлучательной. Для ввода и вывода объемных волн применяются такие же устройства, как и для поверхностных волн: призмные и решеточные элементы ввода/вывода.

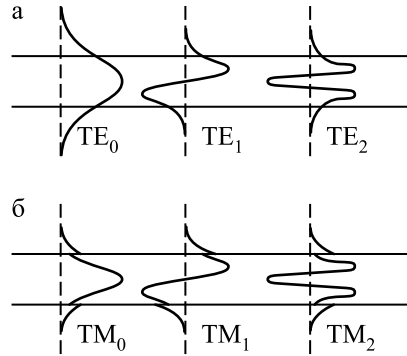


Рис. 8.10. Распределение электрического поля для TE_m -мод (E_y) и TM_m -мод (E_z) симметричного волновода

8.6. Нелинейная оптика планарных волноводов

Так же, как и при возбуждении поверхностных волн с помощью элементов ввода, при возбуждении волноводных мод имеет место значительная концентрация энергии объемной волны в волноводе, поперечные размеры которого порядка λ . Это факт позволяет для наблюде-

ния нелинейных эффектов в планарных волноводах использовать маломощные лазеры непрерывного действия (полупроводниковые и газовые лазеры). Волноводные моды в диэлектрических волноводах имеют определенные преимущества по сравнению с поверхностными электромагнитными волнами на поверхности металл—диэлектрик, так как из-за неизбежного поглощения света в металлах длина пробега поверхностных волн существенно меньше, чем у волноводных мод. В лучшем случае длина пробега поверхностной волны для благородных металлов порядка 1 сантиметра в ИК-области спектра [1]. В то же время длина пробега волноводных мод может быть порядка дециметра, и ее ограничение связано, главным образом, с рассеянием света на неидеальных границах волновода.

Вторым преимуществом волноводов по сравнению с объемными средами являются гораздо большие возможности удовлетворения условий фазового синхронизма при генерации гармоник, суммарных и разностных частот. Так как постоянная распространения волноводной моды зависит от ряда параметров, в том числе от h и λ , можно путем выбора материала слоя и его толщины выполнить условие фазового синхронизма при генерации гармоник. Как мы видели в параграфе 2.3, генерация интенсивной второй гармоники достигается в анизотропных кристаллах, обладающих областью прозрачности при $\omega' = 2\omega$, что существенно ограничивает список кристаллов, используемых для этой цели. При использовании планарных волноводов интенсивную вторую гармонику можно получить в материалах, в которых условие фазового синхронизма заведомо не выполняется.

Основные трудности в использовании планарных волноводов в интегральной и нелинейной оптике связаны с технологией изготовления достаточно совершенных тонких пленок. Техника их изготовления существенно сложнее, чем техника выращивания кристаллов. Обычное напыление в вакууме дает поликристаллические слои, приводящие к рассеянию света. Определенные преимущества дает метод молекулярно-лучевой эпитаксии [18], но и в таких пленках рассеяние света неизбежно.

Несмотря на указанные трудности, к настоящему времени опубликовано большое количество работ (около 1000), посвященных генерации гармоник и другим нелинейным эффектам в планарных волноводах. Эти работы можно разделить на две категории: работы, в которых исследуются нелинейные эффекты, связанные с поляризацией второго порядка, и работы по нелинейным эффектам, вызванным кубической

поляризациям.

При исследовании генерации второй гармоники различают два типа волноводов: квадратичной поляризацией обладает или сама пленка, или подложка. Важной характеристикой, определяющей генерацию второй гармоники, является конверсионная эффективность

$$\eta = \frac{P(2\omega)}{P(\omega)}, \quad (8.30)$$

где $P(\omega)$ — мощность индуцирующей объемной волны, $P(2\omega)$ — мощность направляемой второй гармоники после ее выхода через согласующее устройство. Обзор работ [19] указывает, что, как правило, величина η больше, если квадратичной поляризацией обладает пленка, так как по подложке распространяется малая доля волноводной моды. В литературе приводятся различные типы преобразования волноводных мод частотой ω во вторую гармонику: $TE_{m_1} \rightarrow TE_{m_2}$; $TM_{m_1} \rightarrow TM_{m_2}$; $TE_{m_1} \rightarrow TM_{m_2}$; $TM_{m_1} \rightarrow TE_{m_2}$, указаны длины пробега волноводной моды L .

Один из примеров генерации второй гармоники в волноводе — генерация в тонком слое GaAs ($h = 3,2$ мкм) мощностью в 1 Вт. Условие фазового синхронизма в объемном кристалле GaAs не достигается, однако за счет волноводного распространения удалось получить вторую гармонику при преобразовании TE_1 - в TE_2 -моду с $\eta = 10^{-2}$ [20] за счет согласования $n_{TE_2}(2\omega) = 2n_{TE_1}(\omega)$ при заданной толщине кристалла. Выполнение условия фазового синхронизма для плоскопараллельного волновода — трудная задача. Но ее можно обойти, если использовать пологий волноводный клин и возбуждать моду перпендикулярно направлению сужения клина. Путем плавного перемещения клина можно достичь выполнения условия фазового синхронизма при $h = h^*$, не прибегая к сложным вычислениям эффективных показателей преломления мод на частотах ω и 2ω .

В результате ряда проведенных экспериментов показано, что наилучшими волноводами являются диффузионные волноводы, изготовленные на поверхности $LiNbO_3$ путем имплантации ионов переходных металлов, и некоторые органические полимерные пленки. В таких материалах достигнута величина $\eta = 25\text{--}30\%$ [21]. Существенно, что эта величина достигается при сравнительно низкой мощности возбуждающей волны ($P_\omega \approx 50$ Вт). Если толщина волноводной пленки $h < h^*$, то достаточно интенсивную вторую гармонику можно получить за счет пространственного синхронизма в пленке. Так как обычно $k_{2\omega} < 2k_\omega$,

пространственный синхронизм в нелинейном волноводе осуществляется путем направления вдоль волновода двух пучков частотой ω под углом θ к его оси. При этом вторая гармоника распространяется по оси волновода, и ее интенсивность максимальна, если $\cos \theta = n_{2\omega}/n_\omega$, где $n_{2\omega}$ и n_ω — соответствующие эффективные показатели преломления волноводных мод на частотах 2ω и ω .

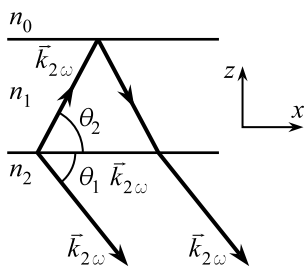


Рис. 8.11

В том случае, когда квадратичной поляризацией обладает только подложка, вторая гармоника возбуждается волноводной модой частоты ω в подложке из-за частичного проникновения моды в подложку. При этом фазовое согласование достигается за счет пространственного синхронизма в плоскости (x, z) , где ось z — нормаль к границе раздела пленка—подложка, и волноводная мода распространяется вдоль оси x (рис. 8.11). Как упоминалось, волноводная мода имеет эф-

фективный показатель преломления $n_{\text{эфф}} = \beta/k_0$, лежащий в пределах $n_2(\omega) \leq n_{\text{эфф}} < n_1(\omega)$. Таким образом, при определенном выборе толщины волновода может оказаться, что

$$n_2(\omega) < n_{\text{эфф}} < n_2(2\omega). \quad (8.31)$$

Скорость второй гармоники в этом случае из-за фазового синхронизма равна $v(2\omega) = 2\omega/2\beta = c/n_{\text{эфф}}$ и превосходит фазовую скорость света в подложке $v_\phi(2\omega) = c/n_2(2\omega)$. Отсюда следует, что в нелинейной подложке будет наблюдаться излучение, распространяющееся под углом θ_1 , для которого

$$\cos \theta_1 = \frac{v_\phi(2\omega)}{v(2\omega)} = \frac{n_{\text{эфф}}}{n_2}. \quad (8.32)$$

Это излучение — аналог излучения Вавилова—Черенкова [22].

Впервые Черенковское излучение второй гармоники наблюдалось в [23] на системе ZnS-волновод, ZnS-подложка при лазерном возбуждении волноводной TE_0 -моды при $\lambda = 1,06$ мкм. При $h = 0,2$ мкм излучение наблюдалось под углом $\theta_1 = 13^\circ 28'$ в соответствии с расчетом $n_{\text{эфф}}$ в ZnS и θ_1 по (8.27) и (8.32). В последующих работах Черенковское излучение второй гармоники наблюдалось неоднократно. Такой способ генерации второй гармоники часто предпочтительнее, так как не требует

второго элемента вывода волноводной моды, а интенсивность Черенковской второй гармоники на порядок выше таковой для волноводной моды.

Новые нелинейные эффекты возникают, если материалы волноводов и окружающих сред обладают кубической поляризацией. Как показано в главе 3, явления самовоздействия в таких средах связаны с изменением n при действии света ($n = n_0 + n^{(2)}I$). При волноводном распространении света нелинейное уравнение записывается для трех сред. При распространении ТЕ-мод имеем

$$\Delta E_{iy}(z) + k_0^2 \left[n_i^2 + \alpha_i |E_{iy}(z)|^2 \right] E_{iy} = 0, \quad (8.33)$$

где индекс i относится к трем средам ($i = 0, 1, 2$), $\alpha_i = \frac{c}{4\pi} n_i^{(2)} n_i^2$.

Решение системы уравнений (8.33) имеет различный вид в зависимости от нелинейности окружающих сред или волноводной моды и от знака нелинейного коэффициента $n^{(2)}$. Для самофокусирующих (самодефокусирующих) сред $n^{(2)} > 0$ ($n^{(2)} < 0$). В случае, когда нелинейностью обладают окружающие среды, дисперсионное уравнение для ТЕ _{m} -мод имеет вид (см. [19])

$$\operatorname{tg}(k_0 h p_1) = \frac{p_1 [p_0 \operatorname{th}^{\pm 1}(k_0 p_0 z_0) + p_2 \operatorname{th}^{\pm 1}(k_0 p_2 z_2)]}{p_1^2 - p_0 p_2 \operatorname{th}^{\pm 1}(k_0 p_0 z_0) \operatorname{th}^{\pm 1}(k_0 p_2 z_2)}, \quad (8.34)$$

где параметры z_0 и z_2 зависят от $n_i^{(2)}I$ и при $n_i^{(2)} \rightarrow 0$, $z_i \rightarrow \infty$; знаки ± 1 соответствуют $n^{(2)} > 0$ («+») и $n^{(2)} < 0$ («-»). Видно, что при $n_i^{(2)} \rightarrow 0$ уравнение (8.34) сводится к обычному дисперсионному уравнению (8.27а) для ТЕ _{m} -мод.

Если нелинейностью обладает волноводная пленка, а окружающие среды линейны, дисперсионное уравнение приобретает иной вид, и зависимость $n_{\text{эфф}}$ от I выражается через эллиптические функции Якоби. Явный вид дисперсионных уравнений для ТЕ-мод в асимметричном волноводе при $n^{(2)} > 0$ и $n^{(2)} < 0$ приведен в [24]. Решение этих уравнений может быть проведено численными методами. В качестве примера приведем результат решения для самодефокусирующих и самофокусирующих сред [24].

На рис. 8.12 приведена зависимость $n_{\text{эфф}}$ от полного потока энергии S , протекающего вдоль волновода. Эта зависимость найдена путем интегрирования по координате z . Из рис. 8.12а видно, что при $S = 0$ в пленке заданной толщины существуют три волноводные моды. С ростом

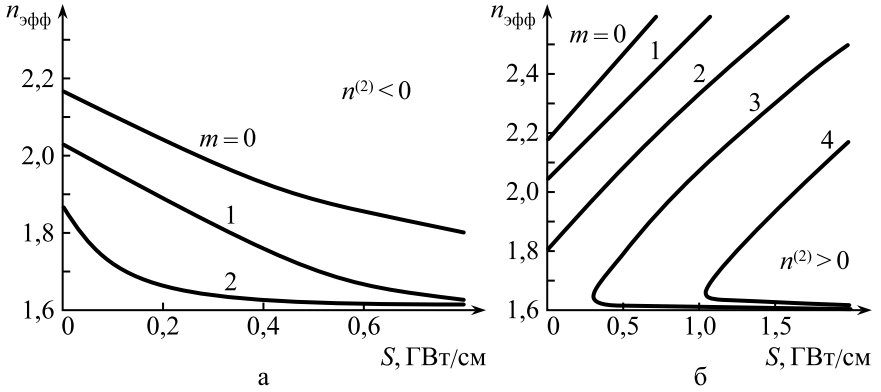


Рис. 8.12. Зависимость эффективного показателя преломления моды $n_{\text{эфф}}$ от полного потока энергии S для волновода: а) с самодефокусирующим слоем, б) с самофокусирующим слоем. Параметры волновода: $n_0 = 1$, $n_1 = 2,2$, $n_2 = 1,6$, $h/\lambda = 0,97$, $n_1^2(E) = n_1^2(0) + \varepsilon^{(2)} E^2$, $\varepsilon^{(2)} = \mp 10^{-11} \text{ см}^3/\text{эрг}$

S показатель $n_{\text{эфф}}$ уменьшается и стремится к показателю преломления подложки n_2 , т. е. к отсечке мод с $m = 1$ и $m = 2$. Этот результат качественно согласуется с выводами, которые можно получить из линейного дисперсионного уравнения (8.27а).

Допустим, что при заданной толщине h существуют три TE_m -моды с $m = 0, 1, 2$, т. е. $h > h_{\text{TE}_2}$. Если в (8.28а) подставить вместо $n_1^2 = n_1^2(0)$ зависимость $n_1^2(E) = n_1^2(0) - \varepsilon^{(2)} E^2$, то с ростом S толщины отсечки h_{TE_m} возрастают, и при определенных значениях $n_1^2(E)$ последовательно отсекаются моды с $m = 2$ и $m = 1$.

Зависимость $n_{\text{эфф}}(S)$ для самофокусирующей среды волновода сложнее, и она не может быть объяснена с помощью уравнений (8.27а) и (8.28а). Как видно из рис. 8.12б, в некотором интервале $0 \leq S \leq S_1$ существуют три моды, величина $n_{\text{эфф}}$ которых возрастает с ростом S . При $S \geq S_1$ появляется TE -мода с $m = 3$. Но при $S \geq S_1$ нелинейное дисперсионное уравнение допускает два решения для $n_{\text{эфф}}$. Одно решение предсказывает рост $n_{\text{эфф}}$ TE_3 -моды с ростом S , но второе решение дает значения $n_{\text{эфф}}$, близкие к $n_2 = 1,6$ и уменьшающиеся с ростом S . Состоянию с большим $n_{\text{эфф}}$ соответствует мода, энергия которой сосредоточена внутри волновода, а при меньшем $n_{\text{эфф}}$ большая часть энергии распространяется вне волновода. К сожалению, в работе [24] не показано, какое из этих решений реализуется в эксперименте.

Из зависимостей $n_{\text{эфф}}(S)$ можно сделать следующие выводы:

1. При заданной толщине h можно управлять числом мод, проходящих через нелинейный волновод, увеличивать (уменьшать) их число при $n^{(2)} > 0$ ($n^{(2)} < 0$).
2. Если возбуждается одна мода, то зависимость $n_{\text{эфф}}(S)$ позволяет выключить (включить) моду на выходе при заданном угле падения объемной волны на согласующий элемент. Другими словами, нелинейный волновод можно использовать как переключатель светового сигнала в быстродействующих оптоэлектронных схемах.
3. Изменяя угол падения объемной волны на волновод, можно определить нелинейный коэффициент $n^{(2)}$.

В последующих теоретических исследованиях [25] показано, что при возбуждении одной TE_m -моды в нелинейном волноводе возможно появление TE -мод с другими индексами $m' \neq m$. Исследование в [25] проведено с помощью уравнений (8.33). Авторы [25] обратили внимание на то, что уравнения (8.33) сходны с уравнением для ангармонического осциллятора. Это позволило им, используя метод, развитый в [26], найти нелинейное поле в волноводе $E_m^{(\text{нел})}$ методом последовательного приближения. После разложения $E_m^{(\text{нел})}$ на поля линейного волновода ($E_m^{(\text{нел})} = \sum_{m'} C_{m,m'} E_{m'}$) можно с помощью теоремы ортогональности для мод с разными индексами [17] вычислить коэффициенты разложения $C_{m,m'}$.

На рис. 8.13 показаны результаты расчета относительных интенсивностей $|C_{1,m'}|^2$ при возбуждении TE_1 -моды. Расчет проведен для стеклообразной пленки As_2S_3 , обладающей высоким коэффициентом

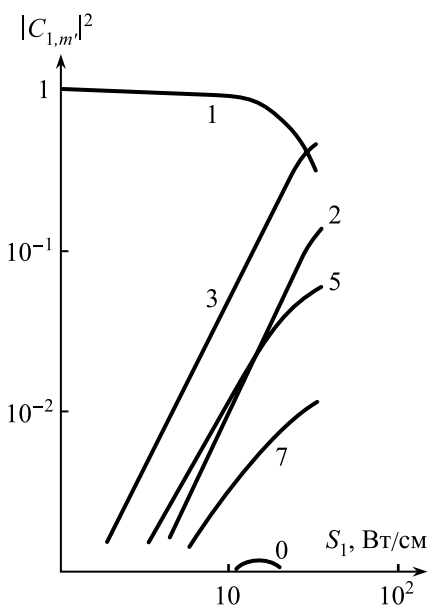


Рис. 8.13. Зависимость $|C_{1,m'}|^2$ от мощности возбуждения TE_1 -моды. Числа — индексы мод m'

нелинейности $n^{(2)} \approx 10^{-7} \text{ см}^2/\text{Вт}$ при $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ и нанесенной на стеклянную подложку. При расчете использованы следующие величины: $n_0 = 1$, $n_1 = 2,4$, $n_2 = 1,5$, $h = 1,5 \text{ мкм}$. Из расчета видно, что при величине потока $S_1 \approx 10 \text{ Вт/см}$ интенсивность TE_3 -моды сравнима с интенсивностью исходной TE_1 -моды, что связано с высокой нелинейностью пленки As_2S_3 . Авторы [25] утверждают, что результаты расчетов качественно согласуются с экспериментом, из которого следует $I_{\text{TE}_2} \gg I_{\text{TE}_0}$ при возбуждении TE_1 -моды, однако о нелинейном возбуждении TE_3 -моды в работе не упомянуто.

Другое применение планарных волноводов — создание в них оптической бистабильности и связанного с ней оптического гистерезиса. Впервые явление бистабильности на границе раздела линейной и нелинейной сред было предсказано в [27]. В этой работе было показано, что при скользящем падении света из линейной в нелинейную дефокусирующую среду с $n^{(2)} < 0$ амплитудный коэффициент отражения r имеет сложную зависимость от интенсивности и угла скольжения $\psi = \pi/2 - \varphi$ [27]:

$$4r\psi^2 + \frac{\Delta\varepsilon_{\text{л}}}{\varepsilon_0}(1+r)^2 + \frac{\varepsilon^{(2)}|E_0|^2}{\varepsilon_0}(1+r)^4 = 0. \quad (8.35)$$

Здесь $\Delta\varepsilon_{\text{л}} = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$, где ε_1 и ε_0 — диэлектрические проницаемости двух сред ($\varepsilon_1 > \varepsilon_0$), $\varepsilon^{(2)}$ — нелинейный коэффициент, $\varepsilon^{(2)} < 0$ для дефокусирующей среды с $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(0) + \varepsilon^{(2)}|E_1|^2$, E_0 и E_1 — амплитуды полей в линейной и нелинейной средах. Формула (8.35) выведена в предположении малых ψ и малости $|\Delta\varepsilon_{\text{л}} + \varepsilon^{(2)}|E_1|^2|$ по сравнению с ε_0 .

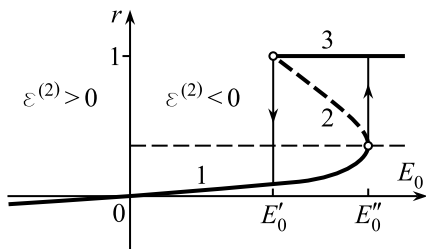


Рис. 8.14

На рис. 8.14 показана зависимость $r(E_0^2)$ при $\varepsilon^{(2)} > 0$ и $\varepsilon^{(2)} < 0$ для простейшего случая $\Delta\varepsilon_{\text{л}} = 0$. В этом случае при $E_0 = 0$ среда полностью прозрачна, т. е. $r = 0$. Расчет по формуле (8.35) с учетом нелинейного закона преломления показывает, что с ростом E_0 при $\varepsilon^{(2)} < 0$ на некотором участке $E'_0 \leq E_0 \leq E''_0$ уравнение

(8.35) допускает три решения. Одно из них соответствует неустойчивой ветви (r падает с ростом E_0); на нижней, устойчивой ветви «1» r растет с ростом E_0 до точки поворота E''_0 ; верхняя ветвь «3» соответствует полному внутреннему отражению ($r = 1$). Видно, что имеет место биста-

бильность, как в нелинейном резонаторе Фабри—Перо (параграф 3.11). Так как неустойчивая ветвь не реализуется, при возрастании E_0 коэффициент отражения доходит по ветви «1» до точки поворота и испытывает скачок к полному внутреннему отражению. При уменьшении E_0 полное внутреннее отражение сохраняется до точки поворота при E'_0 , и возникает скачок на нижнюю ветвь. Налицо оптический гистерезис.

Экспериментально оптический гистерезис в указанной простой геометрии не наблюдался, несмотря на скачок коэффициента отражения к значению $r = 1$. Возможной причиной отсутствия гистерезиса является искажение плоской волны при скользящем падении света на границу раздела двух сред. Тем не менее работа [27] стимулировала наблюдение оптической бистабильности и гистерезиса в планарных волноводах.

Так как явление бистабильности проявляется при малых углах скольжения ψ , следует ожидать, что это явление должно проявляться на направляемых модах в нелинейном волноводе. Примером наблюдения этого эффекта может служить работа [28].

Эксперимент в [28] был проведен на желатиновой пленке с добавлением молекул красителя для создания тепловой самодефокусировки ($n^{(2)} < 0$). Пленка толщиной 4,8 мкм наносилась на гипотенузную грань стеклянной призмы, служащей для ввода ТМ₀-моды излучением аргонового лазера ($\lambda = 488$ нм). При опытах задавалась постоянная мощность лазерного пучка ($P = 40$ мВт), а условие возбуждения моды изменялось путем изменения отстройки угла падения $\delta\varphi$ от значения φ_0 , соответствующего условию пространственного синхронизма при малой мощности. Из-за большого времени релаксации тепловой нелинейности ($\tau \approx 1$ с) отраженный от пленки пучок мог быть зарегистрирован на фотопленке. Было обнаружено, что при прямом и обратном ходе $\delta\varphi$ распределение интенсивности в отраженном пучке различно, что свидетельствует о появлении оптического гистерезиса.

Эксперимент [28] свидетельствует о наличии так называемой **беззеркальной бистабильности**. Другим примером является бистабильность в нелинейных волноводах, в которых за счет эффекта самоотражения создается динамическая дифракционная решетка или статическая решетка, как в лазерах с распределенной обратной связью (рис. 8.15). В этом случае для волноводной моды обеспечивается распределенная обратная связь. Показатель пре-

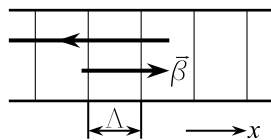


Рис. 8.15

ломления нелинейной среды волновода при этом модулируется:

$$n(x) = n_1(0) + \Delta n \sin \frac{2\pi}{\Lambda} x + n^{(2)} |E|^2, \quad (8.36)$$

где $\Lambda = \pi/\beta$ — период Брэгговской отражательной решетки. Так же, как в нелинейном интерферометре Фабри—Перо, зависимость выходной мощности от входной имеет S-образный характер, что обеспечивает оптический гистерезис. Но, в отличие от интерферометра, распределенная обратная связь исключает мультистабильность. Более подробно об эффекте бистабильности в планарных волноводах можно прочесть в [29], где приводятся также ссылки на оригинальные работы.

Кроме указанных явлений в планарных нелинейных волноводах к настоящему времени выполнено большое число исследований по другим явлениям и их возможным применениям. Следует упомянуть работы по параметрическому усилению волноводных мод, по вырожденному четырехволновому взаимодействию с формированием фазово-сопряженных волн, по исследованию нелинейных эффектов в многослойных волноводных структурах, по формированию оптических солитонов. Обзор работ по оптическим солитонам в волноводах содержится в книге [30].

8.7. Генерация периодических структур — спонтанных решеток в нелинейных планарных волноводах

В предыдущем параграфе мы обсуждали нелинейные эффекты, возникающие в планарных волноводах при вводе волноводных мод с помощью согласующих элементов, обеспечивающих условие фазового синхронизма. С другой стороны, так же как и при возбуждении поверхностных электромагнитных волн (см. параграф 8.2), волноводную моду можно возбудить, не прибегая к согласующим призмам или решеткам и используя оптическую неоднородность реальных волноводов. При любом способе приготовления тонких волноводных пленок в них образуются рассеивающие центры как на границах пленки, так и внутри (дислокации в эпитаксиальных пленках, границы зерен в поликристаллических пленках и др.). Падающий на пленку лазерный пучок испытывает рассеяние в пленке. Часть рассеянного излучения выходит за

пределы пленки, но часть испытывает полное внутреннее отражение и возбуждает в пленке волноводные моды.

В свою очередь, падающая волна интерферирует с волноводной модой. Если пленка обладает оптической нелинейностью, то на интерференционном поле возможен рост динамических или статических дифракционных решеток.

Впервые такие дифракционные решетки были обнаружены в тонких светочувствительных пленках AgCl—Ag, содержащих серебро в виде мельчайших гранул и облученных линейно поляризованным пучком He—Ne лазера ($\lambda = 633$ нм, $P \approx 10$ мВт) [31]. Обнаружению спонтанных решеток предшествовало исследование авторами наведенного в пленках фотоиндуцированного дихроизма (эффект Вейгерта) и двулучепреломления. В этом исследовании с помощью просвечивающей электронной микроскопии была установлена связь дихроизма и двулучепреломления с образованием ориентированных линейно поляризованным пучком цепочек из гранул Ag (более подробно см. в обзоре [32]).

Из этих экспериментов следовало, что лазерное облучение изменяет оптические характеристики пленок (коэффициент поглощения и показатель преломления), т. е. композитные пленки AgCl—Ag являются оптически нелинейными средами.

Хлористое серебро и другие галогениды серебра широко используются в фотографии. На оптическую нелинейность фотоматериалов и фотохромных сред обращается внимание в книге [33]. В отличие от обычных фотоматериалов, где под действием света в результате фотохимического процесса возникает «скрытое» изображение, фотопревращения в пленках AgCl—Ag совершаются в реальном времени и не сопровождаются увеличением объема серебра при облучении.

Отметим также близость пленок AgCl—Ag по своим фотопревращениям к фоторефрактивным кристаллам (глава 7). Так же, как и в последних, изменение оптических постоянных зависит от поглощенной энергии $H = I \cdot t$, и имеет место эффект насыщения. Но, в отличие от многих фоторефрактивных кристаллов, для пленок характерны бесконечное время релаксации после выключения индуцирующего пучка и иной микроскопический механизм фотопревращений.

Вернемся к формированию спонтанных решеток в пленках AgCl—Ag. В [31] измерялась зависимость периода спонтанных решеток d от толщины пленки h при нормальном падении индуцирующего пучка. Было обнаружено, что спонтанные решетки растут преимущественно со штрихами, параллельными вектору поляризации \vec{E}_0 .

С ростом толщины период уменьшается от наибольшего значения $d_m = 418$ нм, затем при $h_1 = 280$ нм период скачком возрастает до d_m и в интервале 280–500 нм убывает, при $h_2 = 500$ нм вновь достигает d_m и так далее. Расчет $d(h)$ был проведен по формуле (8.27а) для TE_m -мод в предположении равенства $d = 2\pi/\beta_{TE}$ при $n_0 = 1$, $n_2 = 1,515$ (стеклянная подложка) и при табличном значении показателя преломления $AgCl$ $n_1 = 2,06$. Как следует из рис. 8.16, наблюдается отличное согласие теории и эксперимента, что указывает на формирование решеток на рассеянных в пленке волноводных TE_m -модах. Верхнее значение соответствует постоянной распространения d_m предельной моды, найденной при $n_{TE} = n_2$.

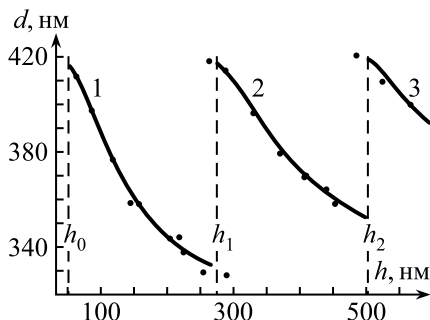


Рис. 8.16. Зависимость $d(h)$ для пленки $AgCl-Ag$. Точки — измеренные значения, кривые «1», «2», «3» — расчет $d(h)$ по формуле (8.27а) на стр. 228 для TE_0 -, TE_1 - и TE_2 -мод. Вертикальные штриховые линии — толщины отсечек для TE -мод, вычисленные по (8.28а)

относительно главного направления \vec{s}_0 , в связи с чем дифракционный рефлекс от них имеет серповидную форму. Но, в отличие от рис. 8.7, где показаны микрорешетки на рассеянных ТМ-модах, здесь приведены решетки, возникающие на рассеянных волноводных TE_0 -модах.

При наклонном падении лазерного пучка вектор интерференционной картины равен

$$\vec{K}_{\text{инт}} = \vec{\beta} - \vec{k}_x, \quad (8.37)$$

где \vec{k}_x — тангенциальная составляющая волнового вектора лазерной волны, падающей на пленку. В тонких фотослоях образуется плоская

Электронные микрофотографии показывают, что в целом спонтанные решетки нерегулярны и состоят из отдельных микрорешеток ланцетовидной формы (рис. 8.17), как и спонтанные решетки на поверхностных электромагнитных волнах. Вектора микрорешеток $\vec{K} = \frac{2\pi}{d}\vec{s}$ направлены, главным образом, перпендикулярно вектору \vec{E}_0 . Микрорешетки вытянуты в направлении вектора \vec{K} , имеют длину в 3–5 мкм и ширину около 1 мкм. Так же, как и микрорешетки на поверхностях твердых тел (рис. 8.7), они имеют разброс направлений векторов решеток

дифракционная решетка с вектором $\vec{K} = \vec{K}_{\text{инт}}$. Введем азимут рассеянной моды $\alpha = \angle(\vec{\beta}, \vec{k}_x)$. Волна, падающая на решетку, испытывает на ней дифракцию, и тангенциальная составляющая волнового вектора дифрагированной волны

$$\vec{k}_d = \vec{k}_x + m\vec{K} = [k_x + m(\beta \cos \alpha - k_x)]\vec{i} + m\beta \sin \alpha \vec{j}, \quad (8.38)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2$ — порядок дифракции. Так как период спонтанных решеток, как правило, меньше λ , актуальны порядки $m = \pm 1$.

Из (8.38) следует, что при $m = 1$, $\vec{k}_d = \vec{\beta}$, т. е. решетка вводит моду (аномалия Вуда), что обеспечивает ее рост за счет положительной обратной связи. Но при $m = -1$ в общем случае $\vec{k}_d \neq \vec{\beta}$. Здесь возможны два случая: $k_d \geq k_0 n_s$ (n_s — показатель преломления подложки) и $k_d \leq k_0 n_s$. В первом случае при $m = -1$ и $\varphi \neq 0^\circ$ возникает эванесцентная, затухающая волна, но при нормальном падении света ($\varphi = 0^\circ$) и $m = -1$ решетка также вводит моду с $\vec{k}_d = -\vec{\beta}$ (двойная аномалия Вуда), что вызывает рост антипараллельной решетки с $\vec{K}' = -\vec{K}$ и взаимное усиление этих двух решеток. При $\varphi \neq 0^\circ$ и $k_0 \leq k_d \leq k_0 n_s$ дифракция в порядок $m = -1$ вводит моду в подложку, а при $k_d \leq k_0$ возбуждается объемная волна в окружающей среде (воздух, $n_0 = 1$).

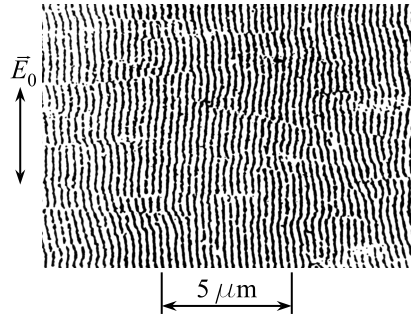


Рис. 8.17. Микрофотография пленки AgCl—Ag, облученной при нормальном падении лазерного пучка

Эксперимент по формированию спонтанных решеток при наклонном падении S- и P-поляризованного лазерного пучка на одномодовую пленку AgCl—Ag был проведен в [34] (He—Cd лазер, $\lambda = 442$ нм, $P = 30$ мВт).

Измерения показали (рис. 8.18), что при S-поляризации в пленках AgCl—Ag растут доминантные S₋ и S₊-решетки на рассеянных TE₀-модах с векторами $\vec{K} \parallel \vec{k}_x$ и периодами

$$d_{\mp}(\varphi) = \frac{\lambda}{n_{\text{TE}_0} \mp \sin \varphi}, \quad (8.39)$$

где $n_{\text{TE}_0} = \beta_{\text{TE}_0}/k_0$. Кроме того, обнаружено появление «сверхрешетки» с периодом $d = d_- d_+ / (d_- + d_+)$, возникающей при наложении S₋-

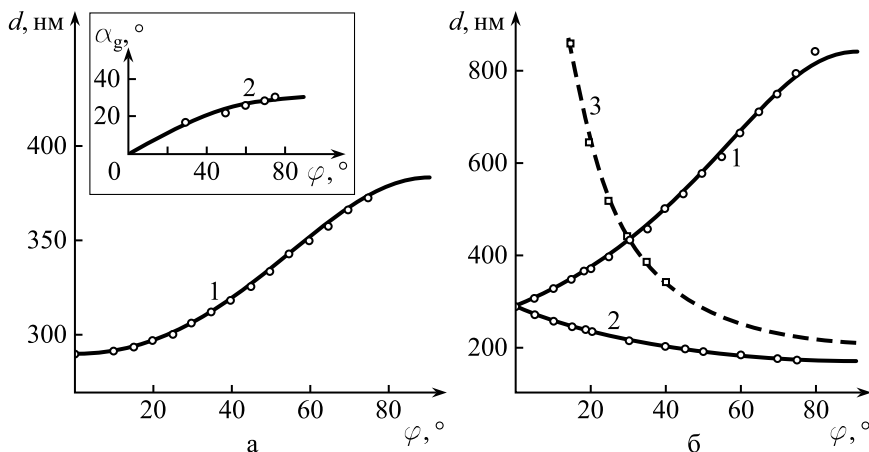


Рис. 8.18. а) Зависимость $d(\varphi)$ при Р-поляризации лазерного пучка (кривая «1» — расчет, точки — эксперимент). На вставке — зависимость угла наклона штрихов микрорешеток в «паркетной» решетке от угла падения пучка φ (кривая «2» — расчет, точки — эксперимент). б) Зависимость $d(\varphi)$ при S-поляризации пучка: «1» для S_- -решетки, «2» для S_+ -решетки, «3» для «сверхрешеток», для которых $d = \lambda/2 \sin \varphi$. Измерения $d(\varphi)$ проведены на пленке AgCl—Ag с толщиной, равной толщине отсечки TE_0 -моды

и S_+ -решеток при их развитии ($d = \lambda/2 \sin \varphi$). При Р-поляризации лазерного пучка растет доминантная С-решетка с периодом

$$d_C(\varphi) = \frac{\lambda}{\sqrt{n_{TE_0}^2 - \sin^2 \varphi}}. \quad (8.40)$$

Кроме того, при углах падения $\varphi > 30^\circ$ в пленках обнаружены так называемые «паркетные» решетки (Р-решетки), период которых

$$d_P(\varphi) = \frac{\lambda}{\sqrt{n_{TE_0}^2 + \sin^2 \varphi}}. \quad (8.41)$$

Электронные микрофотографии таких решеток (рис. 8.19а) напоминают паркет по ориентации штрихов отдельных микрорешеток относительно плоскости падения и чередованию микрорешеток. Паркетные решетки растут на TE_0 -модах, рассеянных под азимутами $\alpha = \pm\pi/2$.

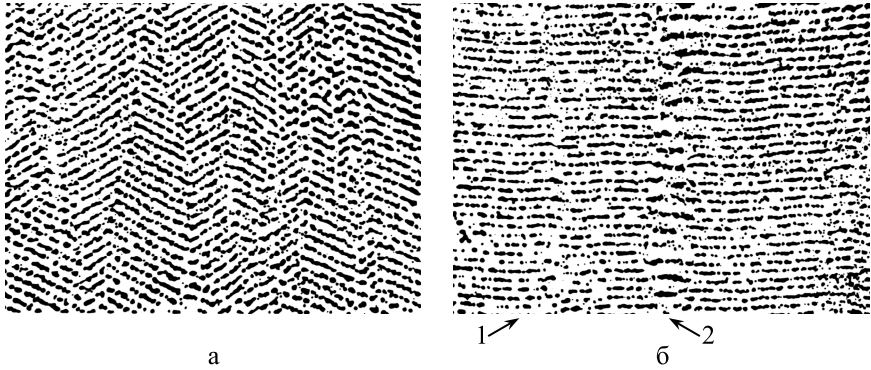


Рис. 8.19. Микрофотографии спонтанных решеток. а) «Паркетные» решетки при Р-поляризации пучка и угле падения $\varphi = 70^\circ$, $h = 100$ нм; б) S_- -решетки («1») и S_+ -решетки («2») при $\varphi = 25^\circ$ и $h = 30$ нм

В этом случае, как показывает расчет по формуле (8.37), штрихи Р-микрорешеток ориентированы под азимутами

$$\alpha_g = \arctg \frac{k_x}{\beta}. \quad (8.42)$$

Если предположить, что рассеяние света в пленке происходит на мельчайших дефектах точечного типа (Рэлеевское рассеяние), то интенсивность света, рассеянного в ТЕ-моду, при S-поляризации $I \propto \cos^2 \alpha$, а при Р-поляризации $I \propto \sin^2 \alpha \cos^2 \psi$, где ψ — угол преломления. Этим объясняется рост доминантных S_- - и S_+ -решеток (азимуты $\alpha = 0$ и π) при S-поляризации и С- и Р-решеток при Р-поляризации индуцирующего пучка. В отличие от Р-решеток, растущих под $\alpha = \pm \pi/2$, С-решетки возникают на рассеянных модах под азимутами

$$\alpha^* = \pm \arccos \frac{k_x}{\beta}. \quad (8.43)$$

Казалось бы, Р-решетки должны иметь преимущество в росте над С-решетками, как следует из индикатрис рассеянного света. Однако опыт показывает противоположный результат. Причина такого расхождения заключается в следующем. Как следует из формулы (8.38), С-решетка с $\alpha = \alpha^*$ вводит в пленку волноводную моду не только при $m = 1$ ($\beta = k_x \vec{i} + \beta \sin \alpha^* \vec{j}$), но и при $m = -1$ ($\beta = k_x \vec{i} - \beta \sin \alpha^* \vec{j}$), т. е.

при $\alpha = \alpha^*$ имеет место двойная аномалия Вуда. При этом дифракция на решетке с вектором \vec{K}_C способствует росту антипараллельной С-решетки с $\vec{K}'_C = -\vec{K}_C$, и наоборот. В то же время остальные спонтанные решетки растут на обычных аномалиях Вуда. Формула (8.43) объясняет также смену С-решеток на Р-решетки с ростом φ , так как при $\varphi \rightarrow \pi/2$ азимут α^* и $I(\alpha^*)$ уменьшаются.

Отметим также различие и сходство спонтанных решеток, растущих в волноводных пленках и на поверхностях твердых тел. В последнем случае также при $\varphi \neq 0^\circ$ растут доминантные S_- , S_+ - и С-решетки, и С-решетка имеет регулярный характер, но на поверхностных волнах (ТМ-волны) S_- и S_+ -решетки растут при Р-поляризации, а С-решетки — при S-поляризации. Кроме того, период спонтанных решеток, растущих в волноводных пленках, меньше из-за показателей преломления мод $n_{TE} > 1$.

Определение периодов d спонтанных решеток по дифракции вызывает определенные трудности из-за их малых значений. Известный автоколлимационный метод требует изменения угла падения и переориентации образца, что прерывает процесс его облучения и нарушает динамику развития решеток. Кроме того, этот метод непригоден при $d < \lambda/2$. Поэтому при определении периодов $d < \lambda/2$ пленки AgCl—Ag наносились на катетную грань 45° -призмы, и дифракция наблюдалась на выходе пучков через гипотенузную грань. Другие дифракционные методы требуют применения пробных пучков с $\lambda_d < \lambda$, но при использовании пробных пучков для фоточувствительных пленок требуется монохроматическое УФ-излучение (азотный лазер, $\lambda = 337$ нм), при котором фотослой обладают сильным поглощением и испытывают фоторазложение.

При исследовании генерации спонтанных решеток в фотослоях обнаружено так называемое **малоугловое рассеяние**, наблюдаемое на экранах, поставленных между лазером и облучаемым образцом, и на экранах за образцом [32, 35, 36]. Обнаружено, что картина малоуглового рассеяния зависит от угла падения и поляризации лазерного пучка и от типа возникающих спонтанных решеток. Признаком малоуглового рассеяния является возникновение узких световых пучков, составляющих малые углы с лазерным пучком, и их пересечение в центре лазерного пучка. Световые пучки направлены либо в сторону лазерного пучка, либо навстречу ему. При наклонном падении лазерного пучка аналогичная картина малоуглового рассеяния наблюдается в отраженном пучке

и встречном к нему.

Рис. 8.20 иллюстрирует картины малоуглового рассеяния, возникающие при облучении пленок AgCl—Ag при нормальном и наклонном падении лазерного пучка на образец. Как видно, при нормальном падении лазерного пучка картина малоуглового рассеяния имеет вид двух дуг, касающихся в центре лазерного пучка. Касательные к дугам в этой точке параллельны вектору поляризации \vec{E}_0 . При наклонном падении Р-поляризованного пучка возникают две дуги, пересекающиеся в центрах падающего и отраженного лазерных пучков. Другие, более сложные примеры картин малоуглового рассеяния приведены в [35, 36].

Причины возникновения малоуглового рассеяния следующие. Как упоминалось, периодическая структура, возникающая на рассеянных волноводных модах, состоит из микрорешеток с азимутальным разбросом их векторов \vec{K} . Среди микрорешеток имеются доминантные с $\vec{K} = \vec{K}_0$, обладающие наибольшей дифракционной эффективностью и занимающие наибольшую площадь на облученном пятне. Пусть β_0 — волновой вектор моды, на которой растут решетки с $\vec{K} = \vec{K}_0$. Эта мода, распространяясь по волноводу, падает на более слабые решетки с $\vec{K} \neq \vec{K}_0$ и дифрагирует на них. В итоге возникает излучательная мода с тангенциальной компонентой

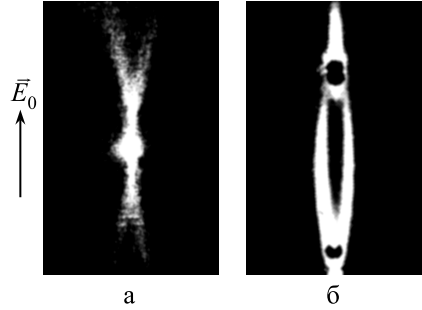


Рис. 8.20. Картины малоуглового рассеяния от спонтанных TE_0 -решеток в одномодовых пленках: а) при $\varphi = 0^\circ$, б) при $\varphi \approx 20^\circ$ и Р-поляризации пучка

$$\vec{k}_r = \vec{\beta}_0 + m\vec{K} = [\beta_{0x} + m(\beta \cos \alpha - k_x)]\vec{i} + [\beta_{0y} + m\beta \sin \alpha]\vec{j}. \quad (8.44)$$

Излучательные моды и соответствующие им объемные волны появляются также при распространении мод от слабых решеток с вектором \vec{K} и их дифракции на доминантных решетках с $\vec{K} = \vec{K}_0$. Тангенциальная компонента \vec{k}_r в этом процессе

$$\vec{k}_r = \vec{\beta} + m\vec{K}_0. \quad (8.45)$$

Последняя формула дает тот же результат, что и (8.44). Следует сказать, что формула (8.45) работает также при рассеянии мод на различ-

ных дефектах и их дифракции на доминантной решетке, т. е. в отсутствие более слабых решеток.

Возникновение картины малоуглового рассеяния можно понять с помощью **диаграммы Эвальда**, построенной в плоскости (k_x, k_y) , см. рис. 8.21. На диаграмме внешняя окружность — радиуса β , внутренняя — радиуса $k_0 = 2\pi/\lambda$. Точки на диаграмме — $A(0, k_x)$, $B(0, -k_x)$. Вектора мод отсчитываются от центра окружностей O , вектора решеток — от точки A .

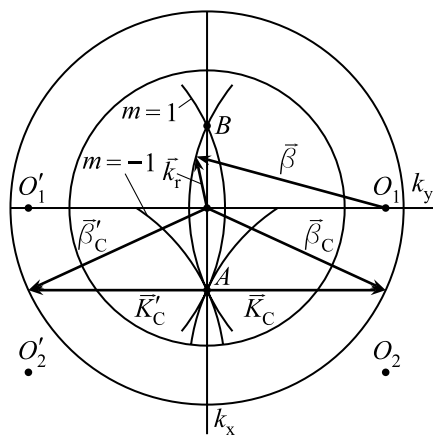


Рис. 8.21. Расположение векторов излучательных мод в плоскости (k_x, k_y) при дифракции моды, порождающей С-решетки, на соседних спонтанных решетках с $\vec{K} \neq \vec{K}_C, \vec{K}'_C$

Приведем в качестве примера анализ картины малоуглового рассеяния, если доминантной является С-решетка. Порождающая ее мода имеет вектор $\vec{\beta}_C = k_x \vec{i} + \sqrt{\beta^2 - k_x^2} \vec{j}$. Как следует из формулы (8.44), в Фурье-плоскости при дифракции моды $m = 1$ концы векторов \vec{k}_r расположены на дугах окружности радиуса β с центром в точке $O_1(0, \sqrt{\beta^2 - k_x^2})$, а при дифракции в порядок $m = -1$ на дугах с центром $O_2(2k_x, \sqrt{\beta^2 - k_x^2})$.

Как видно из построения, в верхней полуплоскости вектора \vec{k}_r соответствуют объемным волнам, идущим навстречу лазерному пучку, т. е. картина малоуглового рассеяния может наблю-

даться на экране, поставленном между пучком и образцом, или на экране, поставленном поперек направления, противоположного отраженному пучку. В нижней полуплоскости вектора \vec{k}_r определяют объемные волны в направлении пучка, прошедшего через образец, и в направлении отраженного пучка. Обычно лазерный луч перпендикулярен плоскостям экранов, что при наклонном падении искажает картину малоуглового рассеяния на экране по сравнению с картиной на рис. 8.21. Это искажение легко учесть путем преобразования системы координат, связанной с образцом, к системе, связанной с экраном. Сопоставление диаграммы (рис. 8.21) с картиной малоуглового рассеяния (рис. 8.20) показывает, что доминантной является С-решетка.

Таким образом, изучение картины малоуглового рассеяния в процессе облучения позволяет определить тип доминантных решеток, а также динамику их развития, так как при неподвижной установке образца картина изменяется с экспозицией. По распределению интенсивности дуг на экране можно судить о распределении дифракционной эффективности слабых спонтанных решеток, взаимодействующих с доминантной модой.

Характер формирования спонтанных решеток существенно изменяется [32, 37], если светочувствительные волноводные пленки облучать через призму (рис. 8.22). Пленки AgCl—Ag на стеклянной подложке облучались Р-поляризованным пучком. Толщина пленок была в пределах $h_{\text{TM}_0} < h < h_{\text{TE}_1}$. Образец облучался по автоколлимационной схеме, по которой в пленке формируется голографическая решетка с вектором $\vec{K}_B = 2\vec{k}_x$, $k_x = (2\pi n/\lambda) \sin \varphi$, n — показатель преломления призмы.

На основании изучения картины малоуглового рассеяния на экране выяснено, что кроме голографической решетки зарождаются и растут спонтанные решетки. На начальных стадиях облучения растут Р-решетки на рассеянных TE_0 -модах. По мере экспозиции Р-решетки исчезают, и возникают регулярные решетки на рассеянных TM_0 -модах. Для определения периода ТМ-решеток образец снимался с призмы и освещался пробным пучком от He—Cd лазера. Величина d определялась по автоколлимационной схеме.

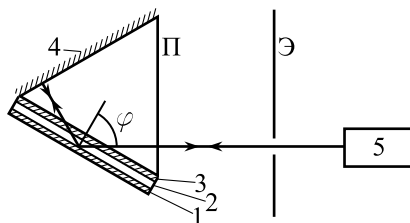


Рис. 8.22. Схема формирования спонтанных решеток в AgCl—Ag. «Э» — экран, «П» — стеклянная призма (60°), «1» — пленка AgCl—Ag, «2» — подложка, «3» — иммерсионная жидкость, «4» — серебряное зеркало, «5» — He—Ne лазер ($\lambda = 632,8 \text{ нм}$); $\varphi = 60^\circ$

Картина дифракции от пробного пучка при его нормальном падении дана на рис. 8.23 [37]. Видно, что картина состоит из тонких дуг, соответствующих нерегулярным спонтанным решеткам, и ярких рефлексов, принадлежащих регулярным спонтанным решеткам. Горизонтальные дуги, расположенные по обе стороны от центра пробного пучка, принадлежат нерегулярным S_- - TM_0 -решеткам. Наиболее яркие рефлексy вдоль оси y принадлежат С- TM_0 -решеткам. Дифракция от голографической решетки на рис. 8.23 отсутствует из-за малого периода этой решетки ($d_B = 238 \text{ нм}$).

Из результатов эксперимента можно сделать следующие выводы:

1. Появление новых точечных рефлексов, кроме рефлексов от первичных С- и В-решеток, свидетельствует о зарождении вторичных регулярных спонтанных решеток с векторами \vec{K} , лежащими под азимутами $\alpha_g \neq 0, \pi$ и $\pi/2$ к плоскости падения.

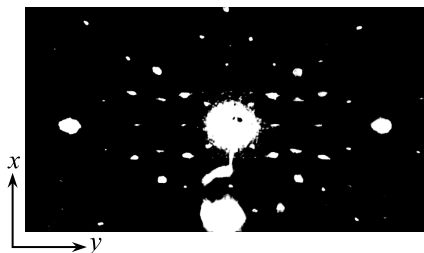


Рис. 8.23. Картина дифракции от спонтанных решеток при нормальном падении пробного пучка ($\lambda = 442$ нм). Толщина пленки AgCl–Ag $h = 200$ нм. Картина наблюдается в отраженном свете на экране с отверстием

Их возникновение определяется двухмерной дифракцией Брэгга (ДДБ) [38, 39] рассеянных волноводных мод на первичных решетках. При ДДБ вектор дифрагированной волны

$$\vec{\beta}' = \vec{\beta} + m\vec{K}_0, \quad (8.46)$$

$m = \pm 1$ и имеет место взаимное резонансное усиление мод с волновыми векторами $\vec{\beta}$ и $\vec{\beta}'$ [39]. Учитывая несинусоидальный характер С- и В-решеток, на конечной стадии облучения вектор первичной решетки \vec{K}_0 в заданной

геометрии облучения можно представить в виде [37]

$$\vec{K}_0 = n\vec{K}_C + p\vec{K}_B, \quad (8.47)$$

где $n, p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Исследование дифракции при больших углах подтверждает существование дифракционных максимумов высоких порядков от С- и В-решеток. Таким образом, появление новых вторичных структур указывает на определенную самоорганизацию спонтанных решеток в процессе облучения пленок Р-поляризованным лазерным пучком. Решающую роль в этом процессе играет двухмерная дифракция Брэгга.

2. Как упоминалось, при малых φ спонтанные решетки зарождаются на рассеянных ТЕ-модах. Облучение же образцов через призму приводит к возникновению спонтанных ТМ-решеток. Это различие можно объяснить на основании теории рассеяния света малыми сферическими частицами, расположенными в волноводе [40]. Как показано в [41], при S-поляризации пучка индикатрисы рассеяния в ТЕ- и ТМ-моды не зависят от φ :

$$I_{S,TE} \propto \cos^2 \alpha, \quad I_{S,TM} \propto \sin^2 \alpha \cos^2 \theta, \quad (8.48)$$

где $\theta = \angle(\vec{k}_s, z)$ — меридиональный угол, \vec{k}_s — волновой вектор волны, рассеянной в пленке. Но при Р-поляризации лазерного пучка

$$I_{P,TE} \propto \sin^2 \alpha \cos^2 \psi, \quad I_{P,TM} \propto (\cos \alpha \cos \theta \cos \psi + \sin \theta \sin \psi)^2, \quad (8.49)$$

т. е. появляется зависимость от угла преломления света ψ в пленке.

Как показывает расчет по формуле (8.49), для пленки рис. 8.23 при $\varphi = 60^\circ$ и $n_0 = 1,52$, $\beta_{TM_0} = 1,7 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$, $\sin \theta = \beta_{TM_0}/k_0 n_1 = 0,83$ и $\sin \psi = 0,64$, отношение $\rho = I_{P,TM}^{\max}/I_{P,TE}^{\max} = 1,81$. В то же время при том же угле падения со стороны воздуха ($n_0 = 1$) величина $\rho = 1,09$. Приведенные оценки показывают, что при облучении пленок через призму Р-поляризованным пучком должны формироваться спонтанные решетки на рассеянных ТМ-модах, что соответствует эксперименту. Но при облучении со стороны воздуха, из-за близости ρ к 1, существует диапазон углов φ , в котором имеет место конкуренция рассеянных ТЕ- и ТМ-мод в зарождении спонтанных решеток. Эксперименты, проведенные при различных φ , подтверждают это.

В качестве примера конкуренции мод проведем результаты исследований, изложенные в работе [41]. Эксперимент был проведен на пленках AgCl—Ag толщиной $h = 100 \text{ нм}$, облученных He—Ne лазером при $\varphi = 49^\circ 40'$. Облучение проводилось Р-поляризованным пучком и линейно поляризованным пучком смешанной Р/С-поляризации при отклонении плоскости поляризации от плоскости падения на углы $\chi = 15^\circ$ и 20° . При $h = 100 \text{ нм}$ пленка AgCl—Ag — двухмодовая, и возможен рост спонтанных решеток на ТЕ₀- и ТМ₀-модах.

Обратим внимание на вырожденные С-решетки, растущие на двойных аномалиях Вуда. Оказывается (см. [41]), что в случае конкурирующих мод вместо двух антипараллельных С-решеток (одномодовый случай) возможно появление восьми С-решеток с векторами

$$\begin{aligned} \vec{K}_{1,2} &= \pm \sqrt{\beta_{TE}^2 - k_x^2} \vec{j}, \\ \vec{K}_{3,4} &= \pm \sqrt{\beta_{TM}^2 - k_x^2} \vec{j}, \\ \vec{K}_{5,6} &= -\frac{\Delta}{4k_x} \vec{i} \pm \sqrt{\beta_{TM}^2 - \left(k_x - \frac{\Delta}{4k_x}\right)^2} \vec{j}, \\ \vec{K}_{7,8} &= \frac{\Delta}{4k_x} \vec{i} \pm \sqrt{\beta_{TE}^2 - \left(k_x + \frac{\Delta}{4k_x}\right)^2} \vec{j}, \end{aligned} \quad (8.50)$$

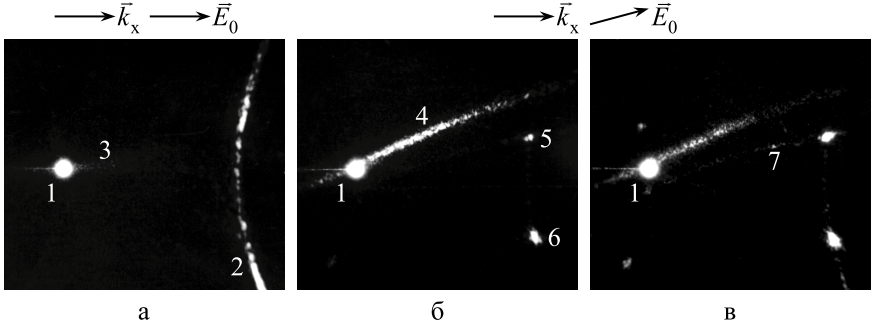


Рис. 8.24. Картины дифракции и малоуглового рассеяния на экране между лазером и образцом. а) $\chi = 0^\circ$, Р-поляризация, «1» — центр лазерного пучка, «2» — дифракция от S_- -решеток, «3» — малоугловое рассеяние от Р-решеток. б) $\chi = 15^\circ$, «4» — малоугловое рассеяние от С- TE_8 -решеток, «5», «6» — дифракция от вторичных структур. в) $\chi = 20^\circ$, «7» — малоугловое рассеяние TM_0 -мод на S_8 -решетке

где $\Delta = \beta_{TE}^2 - \beta_{TM}^2$.

Здесь парными (антипараллельными) решетками являются 1 и 2, 3 и 4, 5 и 8, 6 и 7. Кроме того, при наложении однотипных доминантных S_- и S_+ -решеток зарождается В-решетка [41] с вектором

$$\vec{K}_B = \vec{K}_{S_-} + \vec{K}_{S_+} = (\beta - k_x)\vec{t} - (\beta + k_x)\vec{t} = -2k_x\vec{t}. \quad (8.51)$$

В отличие от голографической решетки в опыте с призмой [37], в данном случае знак вектора В-решетки противоположен \vec{k}_x . В свою очередь, наложение В- и С-решеток приводит к восьми С/В-решеткам с векторами

$$\vec{K}_{C/B} = \vec{K}_C + \vec{K}_B. \quad (8.52)$$

С помощью полярных диаграмм можно доказать, что С/В-решетки также растут на аномалии Вуда за счет положительной обратной связи. Таким образом, S_- , S_+ , С-, В- и С/В-решетки можно отнести к первичным доминантным решеткам, а их число свидетельствует о сложности возникающих явлений.

При Р-поляризации наблюдается возникновение только S_- - TM_0 -решеток (рис. 8.24) и слабое малоугловое рассеяние от Р- TE_0 -решеток на начальных стадиях облучения. Однако при $\chi = 15^\circ$ и 20° картина на экране резко изменяется. Она становится асимметричной относительно

плоскости падения, появляется дуга «4», соответствующая малоугловому рассеянию TE_0 -мод на C - TE_0 -решетке с вектором \vec{K}_g , см. (8.50). На месте исчезнувшей дуги от S_- -решеток возникают два точечных рефлекса «5» и «6» на разных расстояниях от линии пересечения плоскости падения с экраном. При $\chi = 20^\circ$, кроме того, появляется слабая дуга «7» (аналогичная «4», проходящая через рефлекс «5». Так как рефлексы «5» и «6» появляются позже, чем дуга «4», их следует приписать, как и в [37], дифракции от регулярных **вторичных спонтанных решеток**.

Одной из причин усложнения картины является поворот осей индикатрис света, рассеянного в TE - и TM -моды при отклонении плоскости поляризации от плоскости падения. При повороте индикатрис на углы $\chi = 15^\circ$ и 20° (в направлении увеличения азимута α) усиливается TE_0 -мода, порождающая C_8 -решетку и, следовательно, парную к ней решетку с вектором C_5 , см. (8.50). В свою очередь, C_8 - и C_5 -решетки способствуют появлению C/V -решеток с теми же номерами. Для определения векторов вторичных решеток, дифракция от которых видна на рис. 8.24б,в (рефлексы «5» и «6»), были использованы найденные значения $n_{TE_0} = 1,620$ и $n_{TM_0} = 1,515$ (при $h = 100$ нм) и формулы (8.46), (8.50) и (8.52).

В результате, после испытания различных вариантов расчета, установлено, что рефлекс «6» принадлежит вторичной S'_1 -решетке, возникающей на TM_0 -мод, усиленной за счет двухмерной дифракции Брэгга TE_0 - и TM_0 -мод на $C/V, 5$ -решетке. Вторичная S''_1 -решетка (рефлекс «5») также растет на TM_0 -мод, усиленной в результате двухмерной дифракции Брэгга двух TM_0 -мод на $C/V, 8$ -решетке. По найденным азимутам TM_0 -мод вычислены азимуты векторов S'_1 - и S''_1 -решеток: $\alpha'_g = 18^\circ 10'$ и $\alpha''_g = -11^\circ 10'$. Так как периоды вторичных решеток больше λ , они легко обнаруживаются под оптическим микроскопом. Измеренные значения наклона их штрихов относительно плоскости падения составляют $\alpha'_g = 18,5^\circ \pm 1^\circ$ и $\alpha''_g = -12^\circ \pm 1^\circ$, что в пределах ошибок соответствует расчету. Появлению вторичных спонтанных решеток при $\chi > 15^\circ$ из-за дифракции TM_0 - и TE_0 -мод на первичных C/V -решетках, а не на C -решетках, способствуют более благоприятные интенсивности рассеянных мод, участвующих в двухмерной дифракции Брэгга.

При проведении эксперимента в [41] при $\chi > 15^\circ$ непосредственно на подложке было обнаружено множество рядов эквидистантных пятен, образующих линии, исходящие из центра пучка с различным наклоном по отношению к \vec{k}_x . Появление пятен свидетельствовало о зарождении

новых регулярных спонтанных решеток, дифракция от которых происходит в подложку. По интервалу между пятнами на линии и ориентации линий при заданной толщине подложки можно с помощью (8.38) определить моды, на которых растут новые спонтанные решетки, и их ориентацию.

Для объяснения их появления следует учесть существование слабых S_- -подобных решеток, растущих под азимутами $\alpha_g \neq 0$, и возникновение сильных вторичных S'_1 - и S''_1 -решеток. Интенсивные TM_0 -моды, на которых растут S'_1 - и S''_1 -решетки, совместно со слабыми TM_0 -модами, порождающими S_- -подобные решетки, испытывают двухмерную дифракцию Брэгга на одной из слабых решеток, усиливая вторую моду и тем самым слабую решетку. Таким образом, возникают регулярные **третичные решетки**, подробное описание которых приведено в [41].

Эти примеры свидетельствуют о большом разнообразии в зарождении и росте спонтанных решеток в пленках $AgCl-Ag$, зависящем от их толщины, угла падения, поляризации и длины волны лазерного пучка. При определенных условиях динамика развития спонтанных решеток зависит от конкуренции рассеянных ТЕ- и ТМ-мод с последовательным по экспозиции зарождением первичных, вторичных и третичных спонтанных решеток. Важную роль при этом играет двухмерная дифракция Брэгга, определяющая зарождение регулярных решеток.

Конкуренция в зарождении и временной эволюции различных спонтанных решеток возможна и в одномодовых пленках. При наклонном падении S-поляризованного пучка, как упоминалось, зарождаются доминантные S_+ - и S_- -решетки. С помощью специальной методики, использующей тонкий буферный слой между фотослоем и подложкой, с $n_b < n_1, n_2$ (см. [36]), изучена динамика их развития. На начальной стадии облучения в пленке $AgCl-Ag$ зарождаются S_+ -решетки. С ростом экспозиции рефлекс от S_+ -решеток гаснет с одновременным появлением и усилением рефлексов от S_- -решеток. Конкуренция S_+ - и S_- -решеток проявляется также в картине малоуглового рассеяния на экране, помещенном между лазером и образцом.

При фокусировке S-поляризованного пучка обнаружено новое явление [36, 42]: картина малоуглового рассеяния от спонтанных TE_0 -решеток разбивается на совокупность пятен, хаотически движущихся по экрану, что указывает на **оптическую турбулентность**. Средняя частота осцилляций пятен тем больше, чем больше интенсивность пучка, и уменьшается по мере экспозиции.

При больших экспозициях картина малоуглового рассеяния на экране полностью гаснет, а на экране, поставленном навстречу отраженному лазерному пучку, сохраняется, но с меньшей частотой осцилляции (рис. 8.25).

Результаты эксперимента находят следующее объяснение. Волноводные моды от доминантных S_- - и S_+ -решеток (соответственно $\alpha_g = 0$ и $\alpha_g = \pi$), падая на соседние решетки с $\vec{K} \neq \vec{K}_0$, не только приводят к возбуждению малоуглового рассеяния, но и к перестройке и уничтожению решеток с векторами \vec{K} . Как следует из формулы (8.44), доминантная мода S_- -решеток (S_+ -решеток) с азимутом $\alpha = 0$ ($\alpha = \pi$), взаимодействуя при $m = 1$ с S_+ -подобными (S_- -подобными) решетками, растущими на модах с азимутами, близкими к π (к 0), создает излучательные моды, идущие навстречу лазерному пучку. В то же время картина малоуглового рассеяния в прошедшем (или в отраженном) пучке соответствует дифракции с $m = -1$ доминантных мод на микрорешетках, растущих на модах с близкими азимутами. Другими словами, моды от доминантной S_- -решетки дифрагируют на S_- -подобных микрорешетках, и т.п. Так как по мере экспозиции возрастает дифракционная эффективность S_- -решеток, оптическая турбулентность связана с уничтожением S_+ -решеток за счет расширения площади S_- -решеток.

Кроме пленок AgCl—Ag , спонтанные решетки на рассеянных волноводных модах были обнаружены в пленках AgBr—Ag , As_2S_3 , AgI , фотохромных пленках AgCl—CuCl , двухслойных пленках AgCl—AgI (см. [35, 36] и ссылки в них), а также в фотополимерных слоях [43] и в волноводах на основе LiNbO_3 [44]. В последних двух случаях TE_m -моды вводились по схеме Отто. В пленках полиметилкрилата, окрашенных молекулами азокрасителей [43], спонтанные решетки были обнаружены по дополнительным дифракционным рефлексам при введении TE_0 -моды. Но при обсуждении авторы не использовали дисперсионные уравнения [25, 26], в связи с чем их оценки величин n_{TE} и n_{TM} вызывают сомнения.



Рис. 8.25. Верхняя половина мгновенной картины малоуглового рассеяния в отраженном пучке демонстрирует дискретную структуру и расширение полосы рассеяния при удалении от центра, $\varphi = 37^\circ$, $h = 109$ нм

В [44] спонтанные решетки наблюдались в многомодовых волноводах $\text{LiNbO}_3:\text{Ti}$ на подложке из LiNbO_3 . При введении TE_m -мод авторами обнаружено усиление излучения от TE -мод с низкими индексами m , которое было объяснено возникновением шумовых решеток на рассеянных модах с $\vec{K} = \vec{\beta}_{\text{TE}_m} - \vec{\beta}_{\text{TE}_{m-n}}$ ($n < m$) и их ростом из-за фазового синхронизма.

8.8. Механизмы фотопревращений в фотослоях. Применение спонтанных решеток

В поликристаллической пленке AgCl серебро выделяется в виде мельчайших гранул, размером около 10 нм, декорирующих границы кристаллитов. Гранулы создают в пленке широкую коллоидную полосу поглощения с максимумом при $\omega_m \approx 3,7 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, близкой к частоте Фрелиха [40]

$$\omega_F = \frac{\omega_p}{\sqrt{\varepsilon_M + 2\varepsilon_0}}. \quad (8.53)$$

Оценка по ε_M и ω_p для Ag (см. стр. 216) и $\varepsilon_0 = 4,3$ для AgCl дает $\omega_F = 3,67 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Полоса охватывает широкий участок видимого спектра, что позволяет создавать спонтанные решетки с помощью маломощных лазеров в пределах 430–650 нм.

Лазерное излучение не воздействует на AgCl ($E_g = 3,25 \text{ эВ}$), но возбуждает в гранулах плазменные колебания. Благодаря гигантским световым полям в районе гранул [5] и малой работе выхода электронов из гранул в AgCl ($\chi = 1,5 \text{ эВ}$) возникает фотоэффект. Фотоэлектроны, мигрируя по AgCl , захватываются ловушками. По оценке в [45] глубина залегания мелких ловушек в запрещенной зоне AgCl около 34 мэВ, что обеспечивает их устойчивость к тепловым воздействиям при комнатной температуре. Возникающее разделение зарядов создает статическое электрическое поле, из-за высокой ионной проводимости AgCl [46] способствующее переносу ионов Ag^+ к ловушкам, распаду гранул в максимумах и их выделению в минимумах интерференционного поля. О выделении гранул в минимумах с образованием штрихов свидетельствует образование узкого спектрального провала в неоднородно уширенной коллоидной полосе при частоте облучения [35].

Следует сказать, что в первом приближении диэлектрическая среда, содержащая малые сферические гранулы металла, с $d \lesssim 10$ нм, может рассматриваться как оптически однородная с эффективной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{эфф}}$, подчиняющейся формуле Максвелл—Гарнета [40]:

$$\frac{\varepsilon_{\text{эфф}} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{\text{эфф}} + 2\varepsilon_0} = q \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0}, \quad (8.54)$$

где q — удельный объем, занятый металлом (фактор заполнения), $\varepsilon = \varepsilon'_1 - i\varepsilon''_2$ — диэлектрическая проницаемость металла. При $q \lesssim 0,1$ коэффициент экстинкции среды определяется, главным образом, коэффициентом поглощения, а не рассеянием света [40]. Если оптические константы металла подчиняются формулам Друде—Лоренца (8.15) на стр. 216, то при $q \rightarrow 0$ мы приходим к формуле (8.53).

Заполнение пленки AgCl серебром приводит к изменению ее показателя преломления, тем большому, чем больше удельный объем q , занятый Ag. В соответствии с теорией дисперсии показатель преломления пленки AgCl—Ag $n_{\text{AgCl—Ag}}$ больше, чем у пленки AgCl при $\omega < \omega_m - \gamma/2$ и $n_{\text{AgCl—Ag}} < n_{\text{AgCl}}$ при $\omega < \omega_m + \gamma/2$ (γ — полуширина полосы). Величина n определяет $n_{\text{эфф}}$ волноводной моды и периоды спонтанных решеток d .

Измерения $d(H)$ на начальной стадии облучения ($H \approx H_{\text{пор}}$ [36], где $H = I \cdot t$) подтверждают приведенные неравенства. С ростом экспозиции $d(H)$ растет при облучении с $\lambda = 633$ нм ($\lambda > \lambda_m$) и уменьшается при $\lambda = 442$ нм ($\lambda < \lambda_m$). При больших значениях H приближается к значениям d , вычисленным по (8.27) при $n = n_{\text{AgCl}}$. Этот результат объясняется просто [47], если учесть выделение Ag в минимумах интерференции. В то же время $n_{\text{эфф}}$ моды определяется значением n в районе максимумов, свободных от гранул Ag. Образование спектрального провала в коллоидной полосе при длине волны лазерного пучка также согласуется с высказанным утверждением.

Опыты на пленках AgBr—Ag показали неустойчивость в них спонтанных решеток и их разрушение с ростом H . Причиной является малая глубина залегания мелких электронных ловушек (21 мэВ, [45]). Фотоэлектроны локализуются на редких глубоких ловушках, способствующих образованию крупных гранул Ag и проявлению эффекта Гершеля [35, 46].

Механизм фотопревращений в пленках AgI и As₂S₃—Ag иной. Он определяется фотохимическими реакциями. В пленках AgI спонтан-

ные решетки возникают при длине волны облучения $\lambda < 450$ нм и при $h < 130$ нм. Процесс генерации спонтанных решеток связан с собственным поглощением AgI с образованием поверхностного периодического рельефа в интерференционном поле. Периодический рельеф вызван фотолизом AgI в максимумах и хемадсорбцией выделяющихся при фотолизе атомов I в минимумах (подробнее см. обзор [35] и приведенные в нем ссылки).

Пленки As_2S_3 —Ag широко используются для изготовления голографических решеток [48]. Спонтанные решетки в них были обнаружены при облучении пучком He—Ne лазера ($\lambda = 633$ нм) [35, 36]. Механизм фотопревращений в них сложен и до конца не выяснен. Предполагается фотохимический механизм с образованием соединений Ag_2S , Ag_3AsS_3 и др. [48]. Так как показатели преломления этих соединений отличаются от показателя преломления As_2S_3 , возникновение спонтанных решеток в волноводных пленках связано с модуляцией n в интерференционном поле.

Спонтанные решетки могут быть также использованы в прикладных целях. Так как при $h < h_{\text{TE}_0}$ решетки растут на предельных модах подложки с $n = n_s$, то изменение периода $S_{-}\text{TE}_0$ -решеток позволяет по формуле (8.39) на стр. 241 определить показатель преломления подложки n_s с высокой точностью ($\delta n \approx 10^{-3}$) в пределах от 1,35 до 2,5 [35, 36]. При $n_s > n_1$ фотослой перестает быть волноводом, но, как показывает эксперимент, при выполнении условия $h < 2\delta$ ($\delta = (\lambda/2\pi)\sqrt{n_s^2 - n_1^2}$ — глубина проникновения моды подложки в фотослой) в пленке также формируются спонтанные решетки на предельной моде. Этот метод имеет преимущество по сравнению с обычными рефрактометрическими методами не только из-за широкого диапазона измерения n_s , но также благодаря возможности измерения n_s небольших кристаллов, размером около 10 мкм, в петрографических шлифах, у образцов с искривленной поверхностью и т.д.

Спонтанные решетки зарождаются также под действием излучения от квазимонохроматических некогерентных источников, что с помощью пленок AgCl—Ag позволяет записывать голограммы спектров в видимом диапазоне от разных источников в цветном изображении. При записи подложка с фотослоем помещается в фокальную плоскость спектрографа. Предметные волны создают спектр, опорные — рассеянные предельные TE_0 -моды. Восстановление голограмм достигается с помощью пучка белого света, направленного вдоль границы пленка—подложка (детальнее см. [36, 49]).

Светочувствительные пленки перспективны также для постановки лабораторных работ по нелинейной оптике и демонстрации нелинейных эффектов в учебных целях [49]. Для выполнения опытов здесь требуются маломощные лазеры непрерывного действия и стандартные вакуумные установки. Это оборудование имеется в университетах на факультетах физического и технического профиля.

О других применениях спонтанных решеток — в главе 9.

Литература к главе 8

- [1] Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред / Под ред. *Аграновича В.М., Миллса Д.А.* Пер. с нем., фр., англ. — М.: Наука, 1985. — 528 с.
- [2] *Гроссе П.* Свободные электроны в твердых телах. Пер. с нем. — М.: Мир, 1982. — 270 с.
- [3] *Kapitza H.* // Opt. Commun. — 1976. — **16**. — P.73.
- [4] *Chen C.K., Heinz T.F. et al.* // Phys. Rev. Lett. — 1981. — **46**. — P.245.
- [5] Гигантское комбинационное рассеяние / Под ред. *Ченга Р., Фуртака Т.* Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — 408 с.
- [6] *Kretschmann E.* // Zeitschr. Phys. — 1971. — **241**. — P.313.
- [7] *Шен И.Р.* Принципы нелинейной оптики. Пер. с англ. — М.: Наука, 1989. — 560 с.
- [8] *Simon H.J., Michell D.E., Watson J.G.* // Phys. Rev. Lett. — 1974. — **33**, № 26. — P.1531.
- [9] *Simon H.J., Benner R.E., Rado J.G.* // Opt. Commun. — 1977. — **23**. — P.245.
- [10] *Birnbaum M.* // J. Appl. Phys. — 1965. — **36**, № 10. — P.3688.
- [11] *Siegman A.E., Fauchet P.M.* // IEEE J. Quant. Electron. — 1986. — **QE-22**, № 8. — P.1384.
- [12] *Young J.F., Preston J.S. et al.* // Phys. Rev. B — 1982. — **27**, № 2. — P.1155.
- [13] *Арутюнян Р.В., Баранов В.Ю., Большов Л.А., Малюта Д.Д., Себрант А.Ю.* Воздействие лазерного излучения на материалы. — М.: Наука, 1989. — 367 с.

- [14] *Bonch-Bruевич A.M., Libenson M.N. et al.* // Opt. Engin. — 1992. — **31**, № 4. — P.718.
- [15] *Temple P.A., Soileau M.J.* // IEEE J. Quant. Electron. — 1981. — **QE-17**. — P.2067.
- [16] *Бонч-Бруевич А.М., Либенсон М.Н. и др.* // Изв. АН СССР, серия «физика». — 1989. — **53**, № 4. — С.769.
- [17] Интегральная оптика / Под ред. *Тамира Т.* Пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — 344 с.
- [18] *Хансперджер Р.* Интегральная оптика. Теория и технология. Пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 379 с.
- [19] *Stegeman G.I., Seaton C.T.* // J. Appl. Phys. — 1985. — **58**, № 15. — P.57.
- [20] *Anderson D.B., Boyd J.T.* // Appl. Phys. Lett. — 1971. — **19**, № 2. — P.266.
- [21] *Soler W., Suche H.* // Appl. Phys. Lett. — 1978. — **33**. — P.518.
- [22] *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.4: Оптика. — М.: Наука, 1985. — 751 с.
- [23] *Tien P.R., Ulrich R., Martin B.J.* // Appl. Phys. Lett. — 1970. — **17**, № 10. — P.447.
- [24] *Ахмедиев Н.Н., Болтарь К.О., Елеонский В.М.* // Опт. и спектр. — 1982. — **53**, № 6. — С.1097.
- [25] *Сморгонская Э.А., Шифрин Е.И.* // Журн. техн. физ. — 1990. — **60**, № 1. — С.77.
- [26] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т.1: Механика. — М.: Наука, 1965. — 204 с.
- [27] *Каплан А.Е.* // Журн. эксперим. и теор. физ. — 1977. — **72**, № 5. — С.1710.
- [28] *Баженов В.Ю., Соскин М.С., Тараненко В.Б.* // Квант. электрон. — 1986. — **13**, № 11. — С.2325.
- [29] *Гиббс Х.М.* Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света. Пер. с англ. — М.: Мир, 1988. — 518 с.
- [30] *Kivshar Y.S., Agrawal G.P.* Optical Solitons. From Fibers to Photonic Crystals. — Acad. Press, Elsevier Sci., 2003. — 510 p.

- [31] *Агеев Л.А., Милославский В.К.* // Журн. техн. физ. — 1984. — **54**, № 5. — С.888.
- [32] *Ageev L.A., Miloslavsky V.K.* // Opt. Engin. — 1995. — **34**, № 4. — P.960.
- [33] *Клышко Д.Н.* Физические основы квантовой электроники. — М.: Наука, 1986. — С.168.
- [34] *Блоха В.Б., Агеев Л.А., Милославский В.К.* // Журн. техн. физ. — 1985. — **55**, № 10. — С.1987.
- [35] *Агеев Л.А., Блоха В.Б., Милославский В.К.* // Квант. электрон. (Киев) — 1990. — Вып.38. — С.28.
- [36] *Милославский В.К., Агеев Л.А.* // Физическая инженерия поверхности. — 2003. — **1**, № 1. — С.59.
- [37] *Агеев Л.А., Лымарь В.И., Милославский В.К.* // Журн. техн. физ. — 1991. — **61**, № 7. — С.99.
- [38] *Маркузе Д.* Оптические волноводы. Пер. с англ. — М.: Мир, 1974. — 576 с.
- [39] *Семенов А.С., Смирнов В.Л., Шмалько А.В.* Интегральная оптика для систем передачи и обработки информации. — М.: Радио и связь, 1990. — 224 с.
- [40] *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. — 664 с.
- [41] *Makovetsky E.D., Miloslavsky V.K., Ageev L.A.* // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. — 2005. — **7**, № 7. — P.324.
- [42] *Агеев Л.А., Милославский В.К., Ларионова Е.И.* // Опт. и спектр. — 2000. — **89**, № 6. — С.1032.
- [43] *Andrews J.H., Singer K.D.* // Appl. Opt. — 1993. — **32**, № 33. — P.6703.
- [44] *Novikov A.D., Odoulov S.G. et al.* // J. Opt. Soc. Amer. B — 1990. — **8**, № 6. — P.1298.
- [45] *Kanzaki T.* // Photogr. Sci. and Engin. — 1980. — **24**, № 5. — P.219.
- [46] *Мейкляр П.В.* Физические процессы при образовании скрытого фотографического изображения. — М.: Наука, 1972. — 399 с.
- [47] *Денисюк Ю.Н.* // Оптическая голография / Под ред. Колфилда Г. Пер. с англ., Т.2. — М.: Наука, 1982. — 735 с.

- [48] *Индутный И.З., Костышин М.Т., Касярум О.П. и др.* Фотоиндуцированные взаимодействия в структурах металл-полупроводник. — Киев: Наукова думка, 1992. — 240 с.
- [49] *Агеев Л.А., Милославский В.К., Эльаштаб Х.И., Блоха В.Б.* Учебные эксперименты и демонстрации по оптике. — Харьков: Институт монокристаллов, 2000. — 262 с.

Глава 9

Пространственно- временная неустойчивость и формирование квазикристаллов

9.1. Примеры пространственно-временных неустойчивостей

Пространственно-временная неустойчивость присуща нелинейным средам из-за изменения их оптических характеристик под действием лазерных пучков. Неустойчивость проявляется в изменении формы пучков в нелинейных средах и на их выходе, а также во временной эволюции. С различными примерами пространственно-временных неустойчивостей мы уже знакомились в предыдущих главах.

Классическими примерами поперечной пространственной неустойчивости являются эффекты самофокусировки и самодефокусировки в Керровских средах (они сопровождаются сжатием или расширением лазерных пучков), явление самодифракции и т.д. Примером временной неустойчивости является самомодуляция, при которой возникает компрессия (декомпрессия) лазерных импульсов (параграф 3.9). Для всех

этих явлений характерен порог по интенсивности, ниже которого распространение лазерных пучков в веществе описывается уравнениями линейной оптики с учетом дифракции света и дисперсии оптических констант сред.

Более сложные примеры пространственно-временных неустойчивостей демонстрируют фоторефрактивные кристаллы. В них при сравнительно небольшой интенсивности пучков и после достижения порога по экспозиции наблюдаются такие явления, как анизотропное рассеяние света (фэннинг-эффект), образование колец и дуг на выходе кристаллов (глава 7) за счет образования шумовых решеток.

Эксперименты, проведенные на кристаллах BaTiO_3 , при пространственно-временной неустойчивости демонстрируют сложную эволюцию, сопровождающуюся фэннинг-эффектом на начальных стадиях облучения и формированием фазово-сопряженной волны на конечных стадиях. При определенных условиях облучения в фоторефрактивных кристаллах возникают осцилляции световых пучков, переходящие при больших интенсивностях в оптический хаос (нелинейная оптическая турбулентность).

Необычно проявление неустойчивостей в нелинейных планарных волноводах (глава 8). Формирование спонтанных решеток в них сопровождается характерным малоугловым анизотропным рассеянием света, а при фокусировке лазерного пучка — нелинейной оптической турбулентностью, вызванной конкуренцией различных спонтанных микро решеток (параграф 8.7). При призмном вводе узкого лазерного пучка в волновод в результате сложной эволюции возникают разнонаправленные узкие световые пучки, свидетельствующие о формировании регулярных решеток и двухмерных «квазикристаллов». В связи с возможностью возникновения в нелинейных средах различных квазикристаллов типа фотонных кристаллов интерес к проблеме пространственно-временных неустойчивостей особенно возрос в последнее время.

9.2. Пространственно-временная неустойчивость во встречных лазерных пучках и формирование гексагонов

Интерес к пространственно-временным неустойчивостям возрос после появления теоретической статьи [1], в которой показано, что во

встречных лазерных пучках, действующих на нелинейную среду, возможно формирование устойчивых структур гексагональной симметрии. В [1] рассмотрена следующая простая схема (рис. 9.1). Пусть плоская волна с полем \vec{E}_0 падает на тонкий слой Керровской среды. Нелинейная среда вносит фазовое искажение, и поле на выходе может быть представлено в виде

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r})[1 + i\varepsilon \cos(\vec{K}_\perp \vec{r})], \quad (9.1)$$

где \vec{K}_\perp — поперечный волновой вектор, диэлектрическая проницаемость ε мала ($|\varepsilon| \ll 1$), $\varepsilon > 0$ ($\varepsilon < 0$) для самофокусирующей (самодефокусирующей среды), $i = e^{i\pi/2}$ учитывает сдвиг по фазе на $\pi/2$.

Второе слагаемое в (9.1) учитывает фазовую модуляцию световой волны при прохождении через тонкий слой. Пусть волновой вектор \vec{k}_0 расходящегося пучка составляет малый угол θ с осью z . Набег фазы в направлении распространения волны вдоль оси z будет равен

$$\Delta k z = k_0(1 - \cos \theta)z = k_0 \frac{\theta^2}{2} z = \frac{k_\perp^2}{2k_0} z. \quad (9.2)$$

Если набег фазы вдоль оси z равен $(2m + 1)\pi/2$, то, как следует из (9.1), фазовая модуляция сводится к амплитудной модуляции.

При прямом и обратном ходе пучка $z = 2L$, и для самофокусирующей нелинейной среды ($\varepsilon > 0$) амплитудная модуляция достигается при $2\Delta k L = \pi/2$, для самодефокусирующей среды ($\varepsilon < 0$) $2\Delta k L = 3\pi/2$. Амплитудная модуляция приведет к поперечному перераспределению интенсивности пучка, дважды прошедшего через нелинейный слой, и к нарушению симметрии этого пучка. Авторы [1] для расчета интенсивностей прошедших пучков использовали следующие модельные уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial z} &= i\chi n F, & \frac{\partial B}{\partial z} &= -i\chi n B, \\ \ell_d^2 \delta_\perp n + \tau \frac{\partial n}{\partial t} + n &= |F|^2 + |B|^2, \end{aligned} \quad (9.3)$$

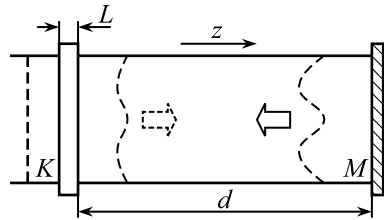


Рис. 9.1. Схема получения пространственно-временной неустойчивости во встречных пучках. K — тонкий слой нелинейной Керровской среды, M — зеркало, создающее встречный пучок

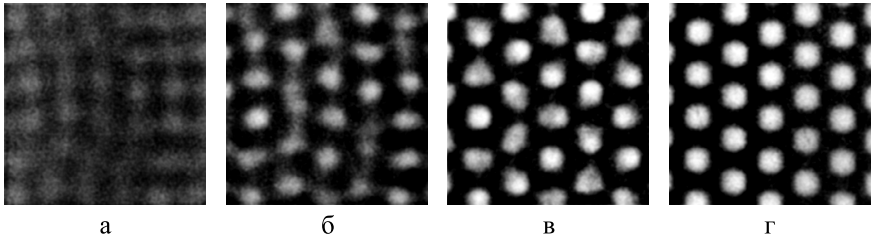


Рис. 9.2. Распределение интенсивности на выходе дефокусирующего слоя. Расчеты проведены для коэффициента отражения зеркала $R = 0,9$, нормированного времени прохождения пути $2L$, $t^* = (2L/c)\tau = 0,05$, $\sigma = 0,5$, $p = 1,05$. Слева направо — развитие картины с увеличением времени экспозиции

где F и B — поле падающей и отраженной волны соответственно, n — плотность возбуждений при оптическом эффекте Керра. Нелинейная восприимчивость $\chi > 0$ ($\chi < 0$) для самофокусирующей (самодефокусирующей) Керровской среды.

Третье уравнение учитывает поперечную диффузию фотовозбужденных частиц, ℓ_d — длина диффузии, τ — время релаксации фотовозбуждения. При решении системы уравнений (9.3) не учитывалась дифракция в тонком слое, а также предполагалось отсутствие нелинейных фазовых решеток из-за процессов диффузии. Несмотря на простоту, система (9.3) решалась численным методом. При этом были использованы следующие безразмерные параметры: $\vartheta = k_{\perp}^2 L / k_0$, $\sigma = L / \ell_d^2 k_0$, $p = I / I_{\text{пор}}$ (где $I \equiv |F|^2$) указывает на превышение I относительно порогового значения $I_{\text{пор}}$.

Из расчетов картин на выходе (рис. 9.2) следует, что на начальной стадии облучения образуется двухмерная картина с неопределенной квадратной симметрией, но по мере экспозиции она искажается, и в конечном итоге приобретает гексагональную симметрию. Такой же результат получен для самофокусирующего слоя. Устойчивые гексагоны появляются при небольших значениях p . При $p > 2$ гексагоны распадаются, и возникает оптическая турбулентность.

Дальнейшее, более подробное теоретическое изучение пространственно-временных неустойчивостей в схеме рис. 9.1 [2] показывает, что в подавляющем большинстве случаев динамика развития структур при поперечной неустойчивости приводит к устойчивым структурам гексагональной симметрии — гексагонам. Таким образом, гексагон — это победитель, который получает все («winner-takes-all»).

9.3. Эксперименты по исследованию квазикристаллов при пространственно-временной неустойчивости

Гексагоны — один из примеров квазикристаллов, формируемых в нелинейных средах. Первоначальная теория, развитая в [1, 2], анализирует формирование гексагонов в тонких слоях Керровских сред. Однако большинство экспериментов по наблюдению гексагонов и других квазикристаллов были проведены в фоторефрактивных и жидких кристаллах. Для этих сред характерны высокая оптическая нелинейность, большие времена релаксации наведенных фотопревращений, низкие пороги возникновения нелинейных эффектов. Эти особенности упомянутых сред и определили их выбор для проведения экспериментов.

Приведем в качестве примера опыты, проведенные на кристалле BaTiO_3 [3]. Так же, как и в [1], авторы [3] использовали схему с обращающим зеркалом (рис. 9.3). Лазерный пучок — вторая гармоника от YAG:Nd^{3+} -лазера мощностью 20 мВт. Различной установкой линз L_1 и L_2 можно регистрировать картины в ближнем и дальнем поле. Для предотвращения ореола от яркого лазерного пучка использовалась его блокировка.

Эволюция картины в дальнем поле (рис. 9.4) показывает, что на начальной стадии облучения формируются неустойчивые структуры (рис. 9.4б), но при времени экспозиции $t > 5$ с образуется устойчивый гексагон.

Авторы [3] изучили зависимость углового распределения пятен на экране от расстояния L между зеркалом и кристаллом K . При увеличении L от 1,4 до 4,4 мм угол θ уменьшался от $0,77^\circ$ до $0,44^\circ$. В результате установлено, что направление боковых пучков подчиняется соотношению

$$2\Delta k L \equiv k_0 \theta^2 L = \pi, \quad (9.4)$$

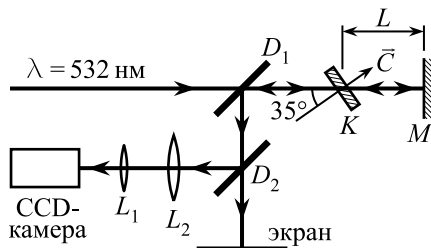


Рис. 9.3. Схема эксперимента по формированию гексагонов в кристалле BaTiO_3 (K) пучком второй гармоники YAG:Nd^{3+} -лазера. D_1 , D_2 — делители пучка, M — обращающее зеркало, L_1 , L_2 — линзы для наблюдения картин в ближнем и дальнем поле. В дальнем поле картина наблюдается на экране

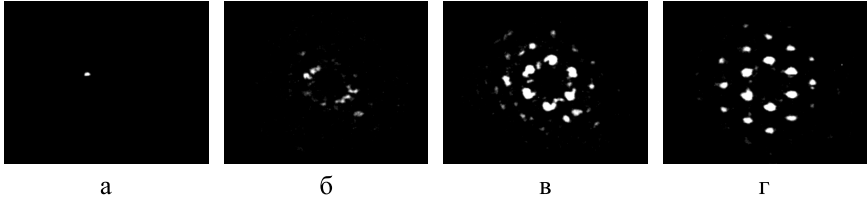


Рис. 9.4. Эволюция картины на экране в дальнем поле. Время экспозиции: а) $t = 0$ с, б) $t = 0,8$ с, в) $t = 2$ с, г) $t = 5$ с. Яркое пятно в центре картины заблокировано

отличающемся от предсказанного в [1] (формула (9.2)). В [3] высказано предположение, что это расхождение вызвано формированием в кристалле отражательных решеток на встречных индуцирующих пучках и на встречном индуцирующем и боковом пучке.

В работе [4] приведена и решена система уравнений, более сложная по сравнению с системой в [1]. Она описывает взаимодействие встречных пучков в фоторефрактивных кристаллах: распространяющегося вперед с полем F и встречного с полем B . Система имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{i}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp} F &= i\gamma^* \frac{|B|^2}{|F|^2 + |B|^2} F, \\ \frac{\partial B}{\partial z} + \frac{i}{2k_0 n_0} \Delta_{\perp} B &= -i\gamma^* \frac{|F|^2}{|F|^2 + |B|^2} B, \end{aligned} \quad (9.5)$$

где n_0 — показатель преломления фоторефрактивного кристалла, γ — коэффициент связи волн в фоторефрактивном кристалле (см. формулу (7.37) на стр. 188).

Вторые слагаемые в левых частях уравнений (9.5) учитывают дифракцию пучков. Принято, что каждый из взаимодействующих пучков состоит из сильного индуцирующего и двух слабых боковых пучков:

$$\begin{aligned} F(\vec{r}) &= F_0(z) [1 + F_{+1}(z) \exp(i\vec{k}_{\perp} \vec{r}) + F_{-1}(z) \exp(-i\vec{k}_{\perp} \vec{r})], \\ B(\vec{r}) &= B_0(z) [1 + B_{+1}(z) \exp(i\vec{k}_{\perp} \vec{r}) + B_{-1}(z) \exp(-i\vec{k}_{\perp} \vec{r})]. \end{aligned} \quad (9.6)$$

Здесь F_0 и B_0 — решение уравнений (9.5) в приближении плоских волн. Принято, что безразмерные поля $F_{\pm 1}, B_{\pm 1} \ll 1$ и $k_{\perp} \ll 2k_0 n_0$. Последние неравенства позволяют свести систему (9.5) к системе уравнений для слабых полей, решение которой позволяет найти порог для

развития поперечных картин при граничных условиях для кристалла толщиной d : $F_{+1}(0) = F_{-1}^*(0) = 0$ и $B_{+1}(d) = \exp(2ik_d n_0 L) F_{+1}(d)$, $B_{-1}^*(d) = \exp(-2ik_d n_0 L) F_{-1}^*(d)$.

В итоге порог был найден путем решения следующего уравнения в предположении $\gamma_r = 0$ ($\gamma_r = \text{Re } \gamma$):

$$\cos wd \cos k_d d + \frac{\gamma_i}{2w} \sin wd \cos [k_d (d + 2n_0 L)] + \frac{2k_d}{2w} \sin wd \sin k_d d = 0, \quad (9.7)$$

где $k_d \equiv \Delta k = k_{\perp}^2 / 2k_0 n$, $w = \sqrt{k_d^2 - 0,25\gamma_i^2}$ и $\gamma_i = \text{Im } \gamma$.

Уравнение (9.7) дает минимальную пороговую величину $\gamma_i d = 3,8$ при $k_d d = \pi$ и $L = 0$. Авторы вычислили также угол θ в зависимости от L при небольшом превышении порога. Этот угол хорошо согласуется с $\theta(L)$ для кристалла KNbO_3 .

Теория формирования гексагонов в фоторефрактивных кристаллах развита также П.М. Лушниковым [5]. Показано, что гексагон возникает в результате трехволнового взаимодействия пучков с одинаковыми по величине поперечными векторами \vec{k}_{\perp} . Взаимное усиление пучков достигается при $\vartheta_{i,j} = \angle(\vec{k}_i, \vec{k}_j) = \pi/3$. Всего во взаимодействие вовлекается шесть пучков. В [5] показано, что при развитии поперечной неустойчивости временная эволюция амплитуд A шести волн определяется уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \Gamma_0 A + \Gamma_1 A^2, \quad (9.8)$$

включающим в себя не только линейное по амплитуде слагаемое, которое определяет экспоненциальный рост амплитуд со временем с инкрементом Γ_0 , но также нелинейное по A слагаемое. Решение этого уравнения при $A(t=0) \equiv A_0$ имеет следующий вид:

$$A(t) = \frac{A_0 \Gamma_0}{(\Gamma_0 + \Gamma_1 A_0) \cdot \exp(-\Gamma_0 t) - \Gamma_1 A_0}, \quad (9.9)$$

из которого следует, что при конечном времени

$$t^* = \frac{1}{\Gamma_0} \ln \frac{\Gamma_0 + \Gamma_1 A_0}{\Gamma_1 A_0} \quad (9.10)$$

и $\Gamma_1 A_0 > 0$ знаменатель обращается в нуль.

Это так называемая «**взрывная неустойчивость**», которую, как показано в [5], следует учитывать при формировании гексагонов. Возможность существования взрывной неустойчивости не учитывалась в

предыдущих теориях. Естественно, что в реальных экспериментах следует учитывать насыщение нелинейности в фоторефрактивных кристаллах и закон сохранения энергии, т. е. при взрывной неустойчивости амплитуда A имеет конечную величину.

Ряд работ по наблюдению оптических картин в схеме с обращающим зеркалом выполнен на жидких кристаллах. В качестве объектов исследования были избраны нематические жидкие кристаллы. Как известно [6], нематические кристаллы состоят из почти линейных органических молекул. При температурах $T > T_{C_1}$, где T_{C_1} — температура фазового перехода жидкость—жидкий кристалл, молекулы в жидкости ориентированы хаотически, вещество проявляет все свойства обыкновенной жидкости. Однако при $T < T_{C_1}$ вещество проявляет качества анизотропного кристалла (двулучепреломление и др.), сохраняя при этом свойства жидкости (текучесть и др.).

Эта мезофаза сохраняется в некотором интервале $T_{C_2} \leq T \leq T_{C_1}$. При $T < T_{C_2}$ жидкий кристалл замерзает. В интервале температур $T_{C_2} \leq T \leq T_{C_1}$ оси молекул преимущественно ориентированы вдоль определенного направления, задаваемого единичным вектором \vec{n} — «директором». Направление директора часто задается стенками сосуда, в который помещена жидкость.

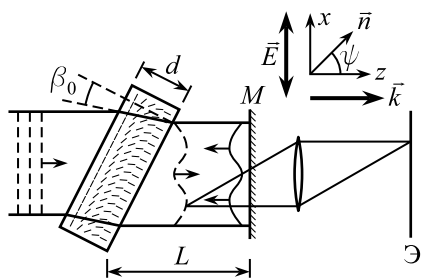


Рис. 9.5. Экспериментальная установка для наблюдения неустойчивостей при облучении жидкого кристалла толщиной $d = 100$ мкм пучком аргонного лазера. M — обращающее зеркало ($R = 0,98$). Картин в ближнем поле наблюдаются на экране \mathcal{E} с помощью линзы с $f = 9$ см

имел ориентацию вдоль стенки, на другой — перпендикулярно стенке ячейки. Внутри ячейки в отсутствие облучения директор непрерывно

Выбор нематических кристаллов для проведения опытов диктуется их высокой оптической нелинейностью и низкими порогами фотопревращений по сравнению с обычными Керровскими средами (нитробензол и др.), что позволяет при выполнении опытов использовать маломощные лазеры непрерывного действия.

В работе [7] нематический жидкий кристалл был помещен в плоскопараллельную ячейку, внутренние поверхности которой после обработки задавали определенное направление директора.

На одной поверхности директор имел ориентацию вдоль стенки, на другой — перпендикулярно стенке ячейки. Внутри ячейки в отсутствие облучения директор непрерывно

изменялся от одной до второй стенки (гибридная ориентация кристалла, рис. 9.5).

Такое устройство нематика очень чувствительно к реориентации молекул под действием линейно поляризованного света, если вектор \vec{n} лежит в плоскости (x, z) . Кристалл облучался непрерывным пучком Ar^+ -лазера ($\lambda = 514 \text{ нм}$, $I = 40 \text{ Вт/см}^2$).

Картины наблюдались в ближнем поле с помощью линзы, поставленной за отражающим зеркалом ($R = 0,98$). Снимки картин, полученных на экране при различных L (рис. 9.6), демонстрируют развитие поперечных структур. В соответствии с формулой (9.4) пространственный период образующихся структур $\Lambda = 2\pi/\Delta k_\perp$ увеличивается с ростом L . Но картины, полученные в [7], не дают четких гексагонов, что авторы связывают с конечным диаметром лазерного пучка. Для объяснения вращения директора при действии линейно поляризованного пучка в [7] использовано уравнение баланса

$$\gamma_1 \frac{\partial \psi}{\partial t} - K \Delta_\perp \psi - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \Delta \varepsilon (F^2 + B^2) \sin 2\psi = 0, \quad (9.11)$$

где γ_1 — коэффициент ротационной вязкости, K — коэффициент упругости, $\Delta \varepsilon = \varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp$.

Угол поворота директора ψ (рис. 9.5) разделяется на два слагаемых: $\psi = \beta(z) + \theta(x, y, z, t)$, где $\beta(z) = \beta_0 + (\pi/2d)z$, θ — угол поворота директора, индуцированный световым пучком. С учетом граничных условий $\theta = 0$ при $z = 0, d$, $\theta = \theta_m(x, y, t) \sin \frac{\pi z}{d}$ выведено уравнение для

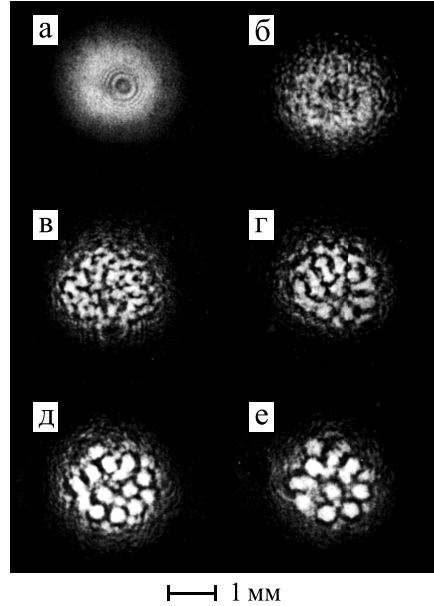


Рис. 9.6. Поперечная неустойчивость при разных L . а) Неискаженный лазерный пучок в отсутствие образца, б) пучок, рассеянный образцом в отсутствие зеркала, в) $L = 5 \text{ см}$, г) $L = 7,5 \text{ см}$, д) $L = 10 \text{ см}$, е) $L = 12,5 \text{ см}$

максимального угла вращения θ_m , непосредственно созданного с фазовой модуляцией светового пучка в нематическом кристалле $\delta\varphi = \varkappa\theta_m$, где $\varkappa \propto k_0 d \Delta\varepsilon$.

С помощью двухмерного Фурье-преобразования найдена амплитудная модуляция пучка (см. [7]). В итоге, для стабильной картины ($\frac{\partial\theta_m}{\partial t} = 0$) найдено поле F в зависимости от L :

$$\frac{F^2}{E_{\text{Fred}}^2} = \frac{2(1 + d^2 \Delta k_{\perp}^2 / \pi^2)}{\varkappa R \sin(\Delta k_{\perp}^2 L / k_0)}, \quad (9.12)$$

где E_{Fred} — поле Фредерикса [6].

Из (9.12) видно, что минимальное поле F достигается при $\Delta k_{\perp} = \pi\sqrt{\lambda L}$, что в первую очередь приводит к развитию структур с пространственным периодом $\Lambda = 2\pi/\Delta k_{\perp}$.

В работе итальянской группы физиков [8] использовался другой нематический кристалл в виде тонкой пленки, в которой направление директора задавалось стенками ячейки перпендикулярно их поверхностям, что отличает выбор образца от выбора в [7]. В [8] также использовались поляризованный пучок от Ar^+ -лазера и наклонное падение пучка на образец. В результате эксперимента получены четкие структуры гексагональной симметрии в ближнем и дальнем поле наблюдения. Обнаружено также, в согласии с [1, 2], что регулярные гексагоны наблюдались при небольшом превышении пороговой интенсивности ($I/I_{\text{пор}} = 1,2$); при больших $I/I_{\text{пор}}$ возникала тенденция к оптическому хаосу, как и в [1].

В этой же группе [9] выявлены условия, при которых возможно формирование структур негексагональной симметрии. Причиной этого является анизотропия кристалла и связанное с ней различие в длинах диффузии вещества жидкого кристалла

$$\ell_x = \frac{d}{\pi} \sqrt{\frac{k_{11}}{k_{33}}} \cos \varphi, \quad \ell_y = \frac{d}{\pi} \sqrt{\frac{k_{22}}{k_{33}}} \cos \varphi, \quad (9.13)$$

где k_{11} , k_{22} и k_{33} — упругие константы, ось x лежит в плоскости падения пучка на образец, φ — угол падения. Расчеты, проведенные в [9] с помощью уравнений типа (9.11) для кристалла с однородным направлением директора (как в [8]), показали, что при $\varphi = 45^\circ$ возможно формирование картин квадратной симметрии, что и наблюдалось экспери-

ментально. Таким образом, даже в простой схеме (рис. 9.1) возможно образование картин негексагональной симметрии.

9.4. Генерация нелинейных структур в системе с двухмерной обратной связью

В предыдущих параграфах мы остановились на формировании поперечных картин в нелинейных средах при использовании обращющего зеркала в схемах типа рис. 9.1. Более сложные структуры были обнаружены при пространственно-временной неустойчивости лазерных пучков в кольцевых резонаторах, внутрь которых помещается нелинейная среда. Исследования в установках такого типа были предприняты физиками МГУ [10, 11, 12], а также итальянскими физиками [13].

Остановимся на установке, использованной в работе [11], рис. 9.7. В этой схеме лазерный пучок проходит через нелинейную среду, затем с помощью делителя D_2 пучок расщепляется, и один из пучков падает на поворотное зеркало M_1 и трансформатор пучка G . Трансформатор преобразует поперечные координаты пучка с помощью оператора \hat{G} :

$$\vec{r}' = \hat{G}(\vec{r}) \quad (9.14)$$

и осуществляет над пучком следующие операции: сдвиг, вращение, сжатие и растяжение.

После трансформации пучок с помощью зеркала M_2 и делителя D_1 вновь попадал на нелинейную среду с определенным сдвигом по фазе относительно первичного пучка. В качестве нелинейной среды использовалась гибридная электрооптическая ячейка, состоящая из жидкого кристалла и фотопроводника. К ячейке было приложено постоянное напряжение. Облучение светом увеличивает фотопроводимость фотопро-

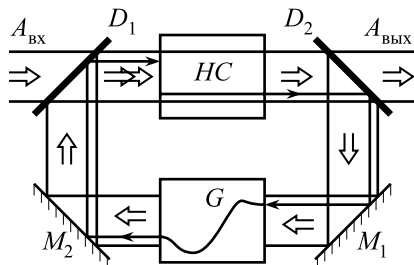


Рис. 9.7. Установка с двухмерной обратной связью для генерации нелинейных структур. НС — нелинейная среда, G — трансформатор пучка, D_1 , D_2 — делители пучка, M_1 , M_2 — обращющие зеркала

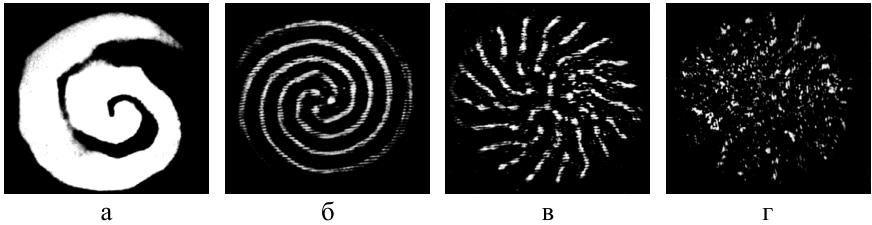


Рис. 9.8. Переход от спиральных волн а), б) к оптической турбулентности в), г) при увеличении интенсивности пучка

водника, что способствует большему падению напряжения на жидком кристалле и преобразованию его оптических свойств.

Для экспериментов в [11] использовался He—Ne лазер. В зависимости от способа трансформации пучка на выходе резонатора были зафиксированы различные картины: полосы («rolls»), вращающиеся волны («reverberators»), спиральные волны («helixes») и др.

Приведем в качестве примера спиральные волны, возникающие при различной интенсивности лазерного пучка (рис. 9.8). Примеры других структур можно найти в [10, 12]. Из рис. 9.8 следует, что при малой I образуется одна спиральная волна, с ростом I число спиралей увеличивается и начинается переход к оптической турбулентности. Такой результат получен при трансформации оптического пучка по типу $r' = (\alpha \vec{r}, \vartheta)$, где сжатие (растяжение) пучка достигается с помощью линзы, а поворот на угол ϑ — с помощью волоконного волновода. Расчет наблюдаемых картин был проведен с помощью нелинейного волнового уравнения типа (3.49) на стр. 71, учитывающего зависимость амплитуд на выходе от координат и времени, а также с помощью уравнения

$$\tau \frac{\partial u(\vec{r}, t)}{\partial t} + u(\vec{r}, t) = K \left\{ 1 + \gamma \cos[u(\vec{r}', t) + \varphi_0] \right\}, \quad (9.15)$$

где τ — время релаксации нелинейной среды, $\tau \gg T$, T — время прохождения обращенного пучка $u(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r}, t) - \varphi_0$, $\varphi(\vec{r}, t)$ — модуляция результирующего пучка по фазе, коэффициент $K = k_0 dn_2(1 - R)I_0 u$ учитывает нелинейность среды, коэффициент $\gamma \ll 1$ — отношение интенсивности обращенного пучка к падающему, R — суммарный коэффициент отражения зеркал. Численный расчет различных структур, проведенный в [11], при различных значениях $\vec{r}' = \hat{G}(\vec{r})$ хорошо описывает картины, наблюдаемые на выходе устройства.

В работе [13] в схеме, обеспечивающей двухмерную обратную связь с помощью волокна, удалось путем изменения интенсивности пучка, падающего на жидкокristаллическую ячейку, и интенсивности отраженного пучка наблюдать переход от полос к гексагонам.

Исследование картин, индуцированных при поперечной неустойчивости в ячейках с жидким кристаллом и фотопроводником, было продолжено группой немецких физиков [14]. Остановимся подробнее на работе ячейки. Она представляет собой **жидкокristаллический световой вентиль (ЖКСВ)**, см. рис. 9.9. Записывающий пучок «1» из-за поперечного изменения интенсивности приводит к изменению проводимости фотопроводника и к поперечному распределению напряжения на жидкокristаллическом слое. Рост напряжения $V_{\text{ЖК}}$ способствует переориентации молекул нематического кристалла. Считывающий пучок «2» из-за отражения от диэлектрического зеркала «3» дважды проходит через жидкий кристалл и испытывает запаздывание по фазе из-за изменения показателя преломления необыкновенной волны под действием напряжения

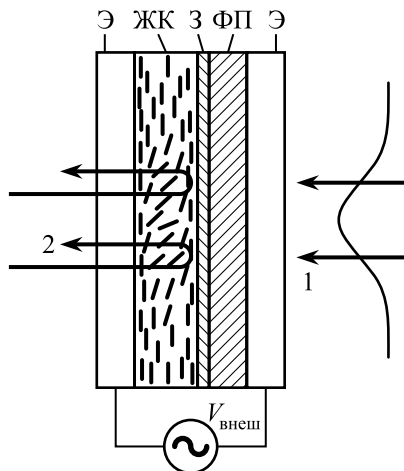


Рис. 9.9. Схема жидкокristаллического светового вентилья. ЖК — жидкий кристалл; З — зеркало; ФП — фотопроводник; Э — электроды, к которым приложено напряжение $V_{\text{внеш}}$; «1» — записывающий пучок; «2» — считывающий пучок

$$V_{\text{ЖК}} = (\varkappa_0 + \varkappa_1 I_1) V_{\text{внеш}}, \quad (9.16)$$

где $V_{\text{внеш}}$ — внешнее напряжение, приложенное к прозрачным электродам «Э», коэффициент $\varkappa_0 < 1$ определяет падение напряжения на жидкокristаллическом слое в отсутствие облучения, $I_1(\tau_1)$ — интенсивность записывающего пучка. Таким образом, в считывающий линейно поляризованный пучок вносится фазовая и поляризационная модуляция.

Между соседними молекулами жидкого кристалла имеют место упругие силы взаимодействия, которые определяют их взаимную ориентацию. Так как молекулы на поверхности слоя имеют фиксированную

ориентацию (рис. 9.9), упругие силы противодействуют приложенному полю. Для нематических жидких кристаллов существует пороговое напряжение $V_{\text{пор}}$, ниже которого поворот молекул в слое отсутствует (переход Фредерикса [6]). Средний угол поворота молекул определяет изменение разности фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами. Как показано в [14],

$$\Delta\varphi = \begin{cases} \Delta\varphi_{\text{max}}, & \text{при } V_{\text{ЖК}} < V_{\text{пор}}, \\ \Delta\varphi_{\text{max}} \left(1 - \text{th}^2 \frac{V_{\text{ЖК}} - V_{\text{пор}}}{V_0}\right), & \text{при } V_{\text{ЖК}} \geq V_{\text{пор}}, \end{cases} \quad (9.17)$$

где $\Delta\varphi_{\text{max}} = 2k_0 d(n_e - n_o)$, и $V_{\text{пор}}$ и V_0 зависят от конкретного жидкого кристалла и толщины слоя d . Из формулы (9.17) видно, что при $\Delta\varphi_{\text{max}} > 0$ жидкий кристалл ведет себя как самодефокусирующая нелинейная среда с насыщением.

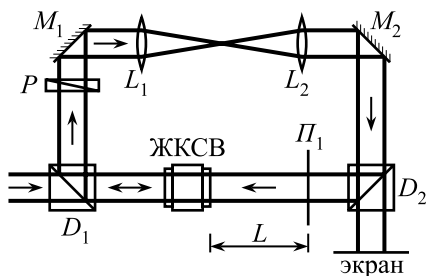


Рис. 9.10

Для теоретического анализа поперечных картин и эксперимента была использована следующая схема (упрощенный вариант дан на рис. 9.10). Падающий пучок, отражаясь от внутреннего зеркала ЖКСВ, проходит через поляризатор P и после отражения от зеркал M_1 и M_2 и делителя D_2 превращается в амплитудно модулированный записывающий пучок.

В свою очередь, считывающий пучок также проходит через поляризатор P и после отражения падает на экран. Таким образом, результирующая картина на экране является результатом интерференционного взаимодействия двух пучков: падающего пучка и модулированного по фазе считывающего пучка. Линзы L_1 и L_2 создают изображение считывающего пучка в плоскости Π_1 . Длина L определяет переход от фазовой к амплитудной модуляции и равносильна длине L в схеме рис. 9.1. Если плоскость Π_1 находится за ЖКСВ, система имитирует самофокусирующую нелинейную среду.

Авторы сформулировали уравнения, описывающие распространение световых волн в схеме рис. 9.10, в частности, уравнение, описывающее зависимость $\Delta\varphi$ от координат и времени с учетом конечного времени релаксации жидкого кристалла и диффузионного расплывания пучка в поперечном направлении, а также с учетом эффекта насыщения.

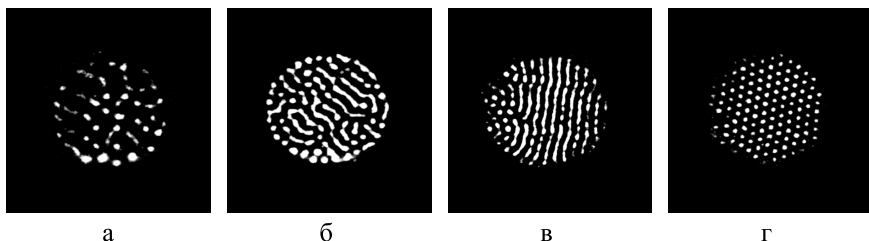


Рис. 9.11. Картины поперечной неустойчивости при различных значениях $V_{\text{внеш}}$: а) $V_{\text{внеш}} = 9,5 \text{ В}$, б) $V_{\text{внеш}} = 11 \text{ В}$, в) $V_{\text{внеш}} = 13 \text{ В}$, г) $V_{\text{внеш}} = 13,8 \text{ В}$

Численное решение этих уравнений показывает большое разнообразие в формировании поперечных картин в виде полос, квадратов, гексагонов и др. при различных отклонениях $V_{\text{ЖК}}$ от $V_{\text{пор}}$ как для случая чисто фазовой модуляции, так и при смешанной фазово-поляризационной модуляции считывающего пучка.

Было проведено сравнение результатов расчета с экспериментальными поперечными картинками, полученными при различных значениях $V_{\text{внеш}}$ и времени экспозиции. Примеры таких картин представлены на рис. 9.11, где видно, что по мере отклонения $V_{\text{внеш}}$ от порогового значения $V_{\text{пор}}$ развивается переход от структур типа полос к структурам гексагональной симметрии.

Более детально с расчетами и экспериментами, проведенными авторами [14], можно познакомиться при прочтении этой статьи.

В более поздней работе [15] авторы работы [13] усовершенствовали способ получения различных двухмерных квазикристаллов. С этой целью волоконный жгут, использованный в [13] для создания обращенной волны, укреплялся своим свободным концом на вращающей установке и мог поворачиваться на любой угол Δ от 0° до 360° . Точность поворота жгута была около $0,2^\circ$. Авторы установили, что при $\Delta = 0$ при облучении жидкокристаллической ячейки образуются устойчивые гексагоны, но при $\Delta = 180^\circ$ — полосы.

Наиболее интересные результаты получены при повороте волоконного жгута на дискретные углы $\Delta = 2\pi/N$, где $N = 2, 3 \dots 9$. При исследовании картин в ближнем и дальнем поле было обнаружено формирование квазикристаллов различной симметрии, зависящей от N . Например, при $N = 3$ формируются гексагоны, при $N = 4$ — квадратные решетки, при $N = 5$ — квазикристаллы с осью симметрии пятого порядка. В целом осью симметрии картин была ось C_N .

9.5. Пространственно-временная неустойчивость и гексагоны в планарных нелинейных волноводах

Теории пространственно-временной неустойчивости в нелинейных планарных волноводах уделено меньше внимания. В работе [16] рассмотрен простой случай: пучок шириной L нормально падает на волновод, обладающий Керровской нелинейностью $n = n_0 + n_2 I$ (рис. 9.12а).

Предположено, что волноводные ТЕ-моды рассеиваются в направлении x и $-x$. Авторами сформулирована система уравнений с учетом нелинейности волновода и взаимодействия мод, распространяющихся в противоположных направлениях, через нелинейную часть показателя преломления $\Delta n = n_2 I$.

В результате показано, что неустойчивость возникает за счет модуляции излучения и диэлектрической проницаемости среды, т. е. фактически за счет возникновения спонтанных решеток. Показано, что эта проблема сходна с задачей вырожденного четырехволнового взаимодействия в объемных средах (см. параграф 3.12). Построена диаграмма устойчивости, на основании которой может быть рассчитана пороговая интенсивность лазерного пучка для формирования спонтанных решеток (рис. 9.12б) и сформулированы **критерии неустойчивости**:

$$\Delta n \gtrsim 2\alpha\lambda \quad \text{и} \quad L \gtrsim \pi\lambda/2\Delta n. \quad (9.18)$$

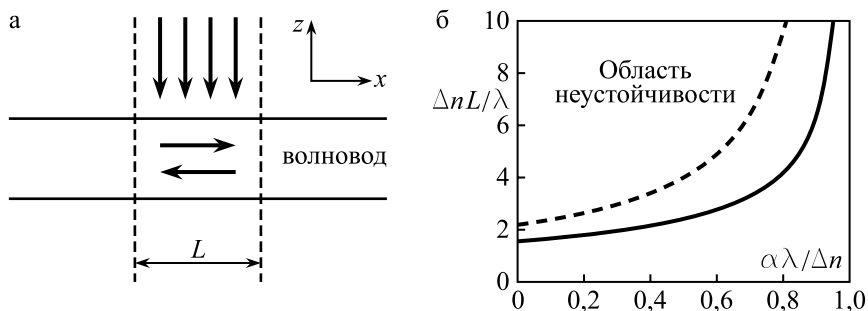


Рис. 9.12. а) Схема возбуждения мод в нелинейном волноводе. б) Диаграмма устойчивости. Сплошная кривая определяет порог неустойчивости для одномерного пучка, пунктирная — для гауссова пучка; $\Delta n = n_2 I$, α — коэффициент поглощения

Авторы [16], по-видимому, не были знакомы с работами по обнаружению спонтанных решеток в нелинейных волноводах (см. главу 8 и ссылки в ней), где обнаружено, что проблема возникновения и развития спонтанных решеток сложнее, чем представлено в [16], из-за рассеяния мод в различных направлениях в плоскости волновода, возникновения малоуглового рассеяния, генерации спонтанных решеток в результате двухмерной дифракции Брэгга и др. Другими словами, выводы [16] носят качественный характер, так как для анализа проблемы должна быть решена двухмерная задача.

Эксперименты, выполненные при установке фоторефрактивных и жидких кристаллов в оптических системах с обратной связью световых пучков (параграфы 9.3, 9.4), демонстрируют развитие на конечной стадии облучения различного рода регулярных и нерегулярных поперечных структур. Возникновение этих структур вызвано превращением при обратной связи фазово модулированной волны в амплитудно модулированную волну с модуляцией в направлении, поперечном к направлению ее распространения (см. параграф 9.2). Поперечную амплитудную модуляцию, в свою очередь, можно трактовать, особенно при зарождении регулярных структур, как формирование различных отражательных или пропускающих фазовых дифракционных решеток с векторами \vec{K} , которые при нормальном падении пучков равны волновым векторам \vec{k}_\perp .

Тонкие волноводные светочувствительные пленки создают новые возможности для генерации поперечных структур. Как упоминалось в параграфе 8.7, в ряде фотослоев развиваются поперечные периодические структуры на интерференционном поле, созданном лазерным пучком и рассеянными в пленке волноводными модами. Отсюда следует, что для анализа неустойчивости, приводящей к зарождению периодических структур, можно ограничиться приближением плоских волн и не учитывать дифракционное расхождение пучка в тонком фотослое. Так как постоянная распространения мод $\beta > k_0$, поперечные структуры могут приобретать в фотослоях малые периоды ($d < \lambda$), что отличает их от структур в фоторефрактивных и жидких кристаллах, где $k_\perp \ll k_0$.

При действии линейно поляризованного пучка, нормально падающего на фотослой, в нем формируются спонтанные доминантные решетки с $\vec{K} = \vec{\beta}$ и $\vec{K} \perp \vec{E}_0$ на рассеянных волноводных ТЕ-модах (параграф 8.7), аналогичные полосам в объемных кристаллах (параграфы 8.3, 8.4).

С другой стороны, при действии циркулярно поляризованного или

неполяризованного пучка в фотослое зарождается нерегулярная двухмерная сетка [17]. Сетка состоит из беспорядочно расположенных гранул размером ≈ 10 нм (рис. 9.13), а дифракция от сетки имеет вид кольца. Из дифракционных измерений следует среднее расстояние между гранулами в сетке $d = 2\pi/\beta$, т. е. в сетке сохраняется ближний порядок, но дальний порядок нарушается. В этом отношении сетка напоминает жидкость, где сохраняется ближний порядок между соседними молекулами при нарушении дальнего порядка. Таким образом, в отличие от квазикристаллов, действие циркулярно поляризованного пучка приводит к зарождению в фотослое своеобразной двухмерной квазижидкости.

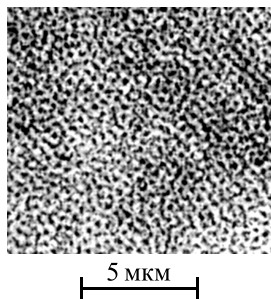


Рис. 9.13. Нерегулярная сетка, возникающая в пленке AgCl—Ag при действии неполяризованного пучка с $\lambda_1 = 546$ нм

В работе [18] была сделана попытка получения квазикристаллов при последовательном облучении линейно поляризованным пучком и циркулярно поляризованным пучком при нормальном падении. Эволюция поперечных картин в этом эксперименте наблюдалась на экране, поставленном между лазером и образцом, с помощью картин малоуглового рассеяния (параграф 8.7). Для создания циркулярно поляризованного света применялась кварцевая четвертьволновая пластинка. Облучение одномодовых пленок AgCl—Ag проводилось несфокусированным пучком He—Ne лазера ($\lambda_1 = 633$ нм, $P \approx 10$ мВт).

Малоугловое рассеяние при действии линейно поляризованного света состоит из двух факелов (параграф 8.7), пересекающих лазерный пучок, с осью, параллельной вектору поляризации \vec{E}_0 , и указывающих на формирование спонтанных решеток с вектором $\vec{K} \perp \vec{E}_0$. Включение циркулярно поляризованного света приводит к развитию двух новых факелов, ориентированных под азимутом $\alpha = 60^\circ$, что указывает на формирование гексагона. Однако зарождающийся гексагон является неполным, так как картина малоуглового рассеяния не обладает осью симметрии C_6 . Более того, при дальнейшей экспозиции на экране зарождаются новые факелы с осью под $\alpha = -45^\circ$, указывающие на генерацию квадратных решеток. При этом недостаточно развитый гексагон подавляется.

Причины конкуренции гексагонов и квадратных решеток подроб-

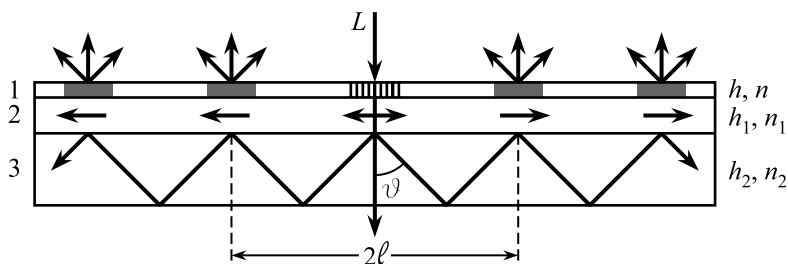


Рис. 9.14. Схема облучения трехслойного образца. «1» — светочувствительный слой ($\text{AgCl}-\text{Ag}$) с толщиной h и показателем преломления n ; «2» — буферный слой (криолит), h_1 и n_1 ; «3» — стеклянная подложка, h_2 и n_2 ; L — лазерный пучок

но обсуждаются в [18]. В этой же работе установлено, что развитие факелов малоуглового рассеяния зависит от знака циркулярно поляризованного света. При замене света, поляризованного по правому кругу, на свет, поляризованный по левому кругу, возникают факелы малоуглового рассеяния, ориентированные под $\alpha = -60^\circ$. Как показано в [18], зависимость от знака циркулярно поляризованного света определяется особенностями рассеяния такого света в волноводную ТЕ-моду анизометрическими поглощающими диполями (гранулами Ag сферической формы).

В дальнейшем той же группой продолжены исследования по формированию поперечных структур при фокусировке циркулярно поляризованного лазерного пучка [19]. Обнаружение структур проводилось по дифракции света по методике, изложенной в [17].

Для обнаружения дифракции от спонтанных решеток с периодом $d < \lambda$ готовится трехслойный образец, состоящий из волноводного фотослоя с $h < h_{\text{TE}_0}$, буферного слоя с показателем преломления n_1 , меньшим показателей преломления фотослоя и подложки ($n_1 < n, n_2$), и стеклянной подложки с $n_2 < n$ (рис. 9.14). Так как толщина фотослоя $h < h_{\text{TE}_0}$, его облучение узким лазерным пучком диаметром L приводит к зарождению спонтанных решеток на предельной TE_0 -моду двухслойной подложки. При определенной толщине буферного слоя h_1 в нем возбуждается ТЕ-мода, скользящая вдоль поверхности. Так как $n_1 < n_2$, мода частично преломляется в подложку под предельным углом ϑ , испытывает полное внутреннее отражение от задней грани и на расстоянии ℓ вновь проникает в буферный слой. В месте проникновения скользящая волна усиливается, и из-за рассеяния в фо-

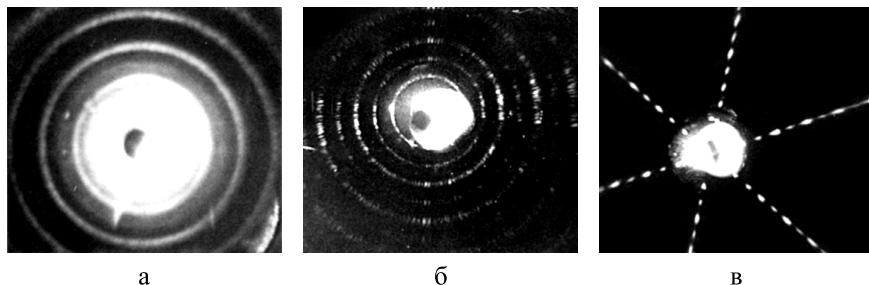


Рис. 9.15. Дифракция от спонтанных решеток, сформированных циркулярно поляризованным лазерным пучком в пленке AgCl—Ag с $q = 0,12$: а) пучок не сфокусирован, $S_F = 3,7 \cdot 10^5 \text{ мкм}^2$; б) пучок сфокусирован линзой с $F = 6 \text{ см}$, $S_F = 850 \text{ мкм}^2$; в) $F = 3 \text{ см}$, $S_F = 260 \text{ мкм}^2$

тослое создает на его поверхности светящиеся эквидистантные пятна, легко регистрируемые непосредственно на образце. Расстояние между пятнами

$$\ell = 2h_2 \operatorname{tg} \left(\arcsin \frac{n_1}{n_2} \right). \quad (9.19)$$

Предложенный метод позволяет определить азимутальное расположение пятен, регулярность формирования решеток, а также проследить за эволюцией при росте спонтанных решеток. Предварительные эксперименты, проведенные с облученной He—Ne лазером пленкой AgCl—Ag на слое криолита ($n_1 = 1,32$), нанесенными на подложку с $h = 1,5 \text{ мм}$, $n_2 = 1,515$, показали выполнимость формулы (9.19) при $h_2 = 500 \div 700 \text{ нм}$ и формирование в этом интервале толщин спонтанных решеток с $d_1 = \lambda/n_1$. При меньших значениях h_2 образуются неустойчивые спонтанные решетки с $d < d_1$, при $h_2 \leq 150 \text{ нм}$ — устойчивые спонтанные решетки с $d_2 = \lambda/n_2$. При $h_2 > 700 \text{ нм}$ скользящая мода не проникает в подложку, и светящиеся пятна на фотослое отсутствуют.

Эксперимент в [19] был проведен при фокусировке циркулярно поляризованного пучка на фотослой по методу рис. 9.14 при $h_2 = 25 \text{ нм}$ и $h_1 = 600 \text{ нм}$. Фокусировка пучка на фотослой AgCl—Ag производилась линзами с $F = 6, 3$ и $1,5 \text{ см}$. В результате опытов установлены следующие факты.

1. При действии несфокусированного лазерного пучка на образце формируются сплошные кольца (рис. 9.15а), указывающие на формирование нерегулярной сетки типа рис. 9.13.

2. При $F = 6$ см кольца распадаются на мелкие точки разной яркости (рис. 9.15б).
3. При $F = 3$ см на фотослое образуются шесть узких линий (лучей), состоящих из эквидистантных пятен (рис. 9.15в) и исходящих из центра лазерного пучка. Интервал между соседними пятнами на луче подчиняется формуле (9.19), а угол между любыми соседними лучами с большой точностью (до $0,1^\circ$) равен 60° . Этот результат указывает на формирование гексагона.
4. Формирование гексагона зависит от фактора заполнения пленки гранулами серебра q . При $q = 0,12$ гексагон образуется при $F = 3$ см, но при $q = 0,25$ — при $F = 1,5$ см. Период гексагона, найденный в [19], существенно меньше периодов, обнаруженных в экспериментах с фоторефрактивными и жидкими кристаллами.

Прежде чем обсуждать обнаруженный эффект, обрисуем структуру пленки AgCl—Ag , имеющую место при экспозициях H , меньших пороговой экспозиции $H_{\text{пор}} = 10 \text{ Дж/см}^2$ для зарождения спонтанных решеток. Пленка AgCl , осажденная на хододную подложку, поликристаллична со средним размером кристаллитов $a \approx 0,2 \text{ мкм}$. Как известно [20], гранулы Ag декорируют границы кристаллических зерен. При линейном характере границ и действии циркулярно поляризованного света гранулы образуют цепочки, хаотически расположенные в пленке AgCl . Так как размер гранул около 10 нм , цепочки могут содержать до десяти гранул. При нормальном падении лазерного пучка на цепочку наиболее эффективное рассеяние в TE_0 -моду должно быть в направлении, перпендикулярном цепочке, и тем большее, чем больше гранул в цепочках.

Роль фокусировки сводится к следующему. Число цепочек в месте облученного пятна площадью S_F равно

$$M = C \frac{S_F}{a^2}, \quad (9.20)$$

где коэффициент C (порядка единицы) зависит от формы кристаллита. Пусть наиболее вероятное число цепочек μ , приводящее к зарождению спонтанных решеток, существенно меньше M , и $\mu = b S_F$, где b зависит от q . Так как $S_F = \pi w_F^2$ (w_F — ширина перетяжки пучка в фокусе) и величина w_F зависит от F , величины M и μ уменьшаются при уменьшении F . Если предположить, что вероятность формирования спонтанных

решеток подчиняется распределению Пуассона с $\mu = 10^{-3}M$, имеем на основании расчетов M и μ при разных F ($\mu = 1, 4, 16$ при $F = 1, 5, 3, 6$ см).

Эти оценки качественно объясняют картины дифракции (для нефокусированного пучка $S_F = 3,7 \cdot 10^5$ мкм² и $\mu \approx 10^4$). При $\mu = 1$ образуется одна спонтанная решетка, на которой возможна двухмерная дифракция Брэгга (параграф 8.7) с волновым вектором дифрагированной моды

$$\vec{\beta}' = \vec{\beta} + \vec{K}, \quad (9.21)$$

где $\vec{\beta}$ — волновой вектор моды, падающей на решетку с вектором $\vec{K} = \beta\vec{s}$ при нормальном падении пучка на образец. Из (9.21) следует выполнение условия дифракции Брэгга при $\vec{\beta}'_{\parallel} = -\frac{1}{2}\beta\vec{s}$, т. е. при азимуте $\alpha = \angle(\vec{\beta}, \vec{K}) = \pi/3$. Дифракция Брэгга приводит к двум последствиям:

1. Интерференция двух мод приводит к дальнейшему росту решетки с вектором \vec{K} за счет самоотражения (см. параграф 3.10).
2. Интерференция лазерной волны с дифрагированными модами ведет к формированию новых спонтанных решеток с векторами $\vec{k}' = \beta\vec{s}'$, ориентированными под азимутами $\alpha = \angle(\vec{K}', \vec{K}) = \pm\pi/3$, т. е. к зарождению гексагона.

Отметим, что гексагоны формируются только при $\varphi = 0^\circ$. При отклонении угла падения φ на небольшой угол ($\gtrsim 1^\circ$) гексагон не формируется, так как вектор $\vec{K} \neq \beta\vec{s}$ при $\varphi \neq 0^\circ$.

9.6. Фотонные кристаллы и нелинейная оптика

В этом параграфе мы введем понятие о фотонном кристалле и дадим краткий обзор его применений в нелинейной оптике.

Идея создания фотонного кристалла была высказана Е. Яблоновичем в 1987 г. [21] с целью улучшения работы лазеров с распределенной обратной связью. Как известно, [22], это полупроводниковые диодные лазеры, на одном из слоев которых создается поверхностная периодическая структура с вектором \vec{K} , параллельным направлению лазерного

пучка, и с периодом $d = \lambda/2n_{\text{эфф}}$, где $n_{\text{эфф}}$ — эффективный показатель преломления лазерного канала. Поверхностная решетка приводит к одномерной дифракции Брэгга, при которой волны, отраженные от соседних областей решетки, испытывают сдвиг по фазе

$$\Delta\varphi = 2k_{\text{эфф}}d = 2\pi, \quad (9.22)$$

где $k_{\text{эфф}} = \frac{2\pi}{\lambda}n_{\text{эфф}}$.

Сдвиг по фазе 2π обеспечивает сильную обратную связь для заданной длины волны вынужденного излучения и, таким образом, приводит к усилению только одной продольной моды резонатора Фабри—Перо, образованного торцевыми гранями полупроводника. Остальные продольные моды с $\lambda' \neq \lambda$ подавляются из-за нарушения условия Брэгга.

Однако лазеры с распределенной обратной связью обладают сравнительно высоким порогом генерации из-за спонтанного излучения, рассеянного во всех направлениях. Авторами [20] для ограничения распространения спонтанного излучения вместо одномерной периодической структуры предложена трехмерная периодическая структура, аналогичная пространственной решетке в кристаллах.

Из физики твердого тела хорошо известно, что в полупроводниках и диэлектриках из-за дифракции Брэгга электронных волн на кристаллической решетке энергетический спектр электронов распадается на разрешенные зоны, разделенные запрещенными промежутками шириной E_g . Если с помощью диэлектриков с различными значениями показателей преломления ($n_1 \neq n_2$) создать трехмерную периодическую структуру, сходную с периодическим расположением атомов в кристалле, то в такой решетке также сформируется запрещенная зона, но для световых волн. Такая структура впоследствии была названа **фотонным кристаллом**.

Применительно к лазерам с распределенной обратной связью фотонный кристалл должен иметь запрещенную зону E_g , большую, чем E_g для электронов, так как вынужденное излучение имеет место при $\omega < E_g/\hbar$. В этом случае спонтанное излучение будет ограничено во всех направлениях, кроме направления лазерной волны.

Идея Яблоновича была подхвачена физиками, которые разработали теоретические методы расчета закона дисперсии, т. е. зависимости $\omega(\vec{k})$, для световых волн, распространяющихся в фотонных кристаллах различной структуры. В основу этих методов положены макроскопические уравнения Максвелла и теория групп. Методы вычисления зон

$\omega(\vec{k})$ в фотонных кристаллах весьма сходны с квантовомеханическими методами расчета энергетических электронных зон в кристаллах. Однако имеется специфика, связанная с электромагнитной природой света и с векторным характером электрического и магнитного поля.

Обычно исследуется прозрачный кристалл, диэлектрическая проницаемость которого является периодической функцией координат:

$$\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r} + \vec{a}), \quad (9.23)$$

где $\vec{a} = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + m_3 \vec{a}_3$ — вектор решетки, \vec{a}_1 , \vec{a}_2 и \vec{a}_3 — базисные вектора элементарной ячейки фотонного кристалла. Решение задачи проводится для гармонической электромагнитной волны, для которой поля записываются в форме $\vec{E}(t, \vec{r}) = \vec{E}(\vec{r})e^{i\omega t}$ и $\vec{H}(t, \vec{r}) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t}$. Первые два уравнения Максвелла сводятся к волновому уравнению и уравнению Гельмгольца (см. главу 1). В [23] показано, что для нахождения $\omega(\vec{k})$ следует использовать уравнение для магнитного поля \vec{H} :

$$\text{rot} \left[\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \text{rot} \vec{H}(\vec{r}) \right] = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H}(\vec{r}) \quad (9.24)$$

с учетом $\text{div} \vec{H} = 0$. Электрическое поле $\vec{E}(\vec{r})$ в фотонном кристалле находится из первого уравнения Максвелла (1.3а):

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{ic}{\omega \varepsilon(\vec{r})} \text{rot} \vec{H}. \quad (9.25)$$

Если переписать (9.24) в виде

$$\hat{\Theta} \vec{H}(\vec{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H}, \quad (9.26)$$

где $\hat{\Theta}$ — дифференциальный оператор, действующий на поле $\vec{H}(\vec{r})$, то в таком виде уравнение напоминает уравнение Шредингера для электронных волн в кристаллах. Здесь $\vec{H}(\vec{r})$ — собственные функции, а ω^2/c^2 — собственные значения оператора. Важными свойствами оператора являются его линейность и эрмитовость [23], что значительно упрощает расчеты зон.

Различают фотонные кристаллы с периодичностью в одном, двух и трех направлениях (**1D, 2D и 3D фотонные кристаллы**) [23, 24]. Схематическая иллюстрация 1D, 2D и 3D фотонных кристаллов представлена на рис. 9.16.

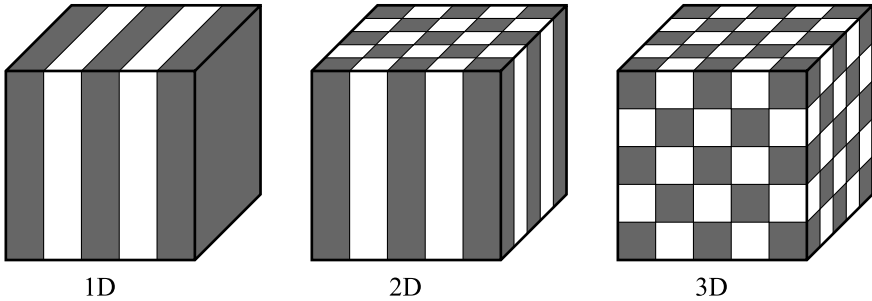


Рис. 9.16. Схема 1D, 2D и 3D фотонных кристаллов. Разные цвета соответствуют веществам с разными диэлектрическими проницаемостями

Наиболее простыми являются 1D-кристаллы. Они состоят из чередующихся слоев двух различных диэлектриков с показателями преломления n_1 и n_2 и толщинами $h_1 = \lambda_0/4n_1$ и $h_2 = \lambda_0/4n_2$. Средний период таких структур $d = h_1 + h_2 = \lambda_0/2\bar{n}$. Такие структуры давно известны и широко используются для изготовления селективных по спектру диэлектрических зеркал, интерференционных светофильтров и других устройств. Методика расчета оптики этих структур основана на матричном методе [25]. Диэлектрические зеркала обладают высоким отражением при λ_0 . Коэффициент отражения R приближается к единице с ростом числа четвертьволновых слоев в многослойной структуре. Ширина области высокого отражения тем больше, чем больше разность $\Delta n = n_1 - n_2$. Высокое отражение структуры указывает на формирование одномерной запрещенной зоны для световых волн с волновым вектором \vec{k} , перпендикулярным слоям. При распространении волн в других направлениях запрет снимается.

Пропускание T для 1D фотонного кристалла изображено на рис. 9.17а. Зависимость $T(\omega) = 1 - R$ отложена от ω/ω_0 , где $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ — частота, для которой сформирована многослойная структура. Видно, что на интервале $\Delta\omega/\omega_0 \approx 0,2$ пропускание фотонного кристалла равно 0, т. е. на этом интервале частот образуется запрещенная зона. По обе стороны от запрещенного промежутка в пропускании возникают осцилляции, число которых определяется числом слоев в многослойной структуре. В максимумах осцилляций пропускание достигает 1. На рис. 9.17б отложена плотность мод многослойника. Напомним, что моды возникают за счет квантования электромагнитного поля в замкнутом объеме V . В кубе объемом V плотность мод определяется числом мод,

приходящихся на единичный интервал частот $D(\omega) = \frac{dN}{d\omega}$. Для одно-родного пространства

$$D(\omega) = \frac{\omega^2 V}{\pi^2 v_{\text{ф}}^3}. \quad (9.27)$$

Но в многослойной структуре за счет параболического закона дисперсии $\omega(k_z)$ (ось z перпендикулярна слоям) плотность мод наибольшая на дне верхней разрешенной зоны и в верхней части нижней зоны. Из рис. 9.17 видно, что наибольшая плотность мод соответствует первым максимумам пропускания по обе стороны от запрещенного промежутка $\omega_0 = E_g/\hbar$, и $D(\omega)$ в 1D фотонном кристалле существенно отличается от $D(\omega)$ в однородном веществе.

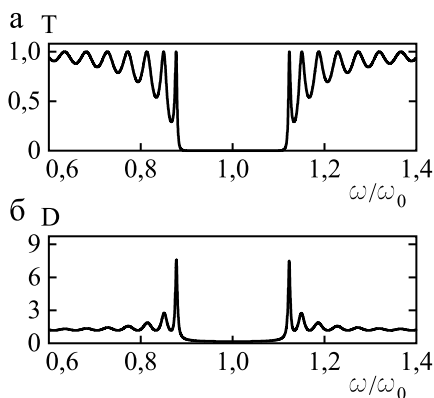


Рис. 9.17. а) Спектр пропускания многослойника $T(\omega)$. б) Плотность мод $D(\omega)$

эффективных показателей $n_{\text{эфф}}$ мод 1D фотонного кристалла. Несмотря на довольно сложный теоретический анализ этой проблемы, связанный с периодической зависимостью $n(\omega)$ и коэффициентов квадратичной поляризации $d^{(2)}(\omega)$, путем расчета системы уравнений связанных волн, распространяющихся в фотонном кристалле в прямом и обратном направлении, найдены оптимальные условия для генерации второй гармоники.

Для этой цели при длине волны λ_0 формируется структура с чередующимися слоями толщины $h_1 = \lambda_0/2n_1$ и $h_2 = \lambda_0/4n_2$. Такой фотонный кристалл имеет максимальное пропускание при λ_0 , но по обе сторо-

Если многослойная структура формируется из слоев диэлектриков, обладающих квадратичной поляризацией, то особенностями в плотности мод в такой структуре можно воспользоваться для генерации второй гармоники [26]. Из рис. 9.17б видно, что возбуждение мод волной накачки следует проводить в максимумах пропускания, где плотность мод наибольшая, и достаточно интенсивная вторая гармоника должна соответствовать по частоте также одному из максимумов при выполнении условия фазового синхронизма для эф-

ны от λ_0 в спектре структуры возникают запрещенные зоны (рис. 9.18), симметрично расположенные относительно ω_0 . Структура рассчитывается так (с учетом дисперсии n_1 и n_2), чтобы интервал между центрами запрещенных зон был равен частоте лазерной накачки $\omega_{\text{л}}$. Если лазерное излучение настроено так, что $\omega_{\text{л}}$ совпадает с первым максимумом пропускания по левую сторону от полосы задержки, то в такой системе возможно возбуждение второй гармоники, так как ее частота также будет расположена по левую сторону от второй высокочастотной полосы задержки пропускания. Наибольший выход второй гармоники достигается при выполнении условия фазового синхронизма [26]:

$$n_{\text{эфф}}(\omega_{\text{л}}) = n_{\text{эфф}}(2\omega_{\text{л}}). \quad (9.28)$$

Здесь $n_{\text{эфф}}$ — эффективный показатель преломления мод фотонного кристалла, и в максимумах пропускания $n_2 < n_{\text{эфф}} < n_1$. Это условие выполняется, если $2\omega_{\text{л}}$ совпадает с частотой первого или второго максимума пропускания по левую сторону от высокочастотной полосы задержки. Из расчетов следует, что если выполняются указанные условия, то, за счет высокой плотности мод в максимумах, интенсивность второй гармоники на несколько порядков может превосходить интенсивность гармоник в однородных образцах той же длины.

Таким образом, генерация второй гармоники в фотонном кристалле имеет ряд преимуществ по сравнению с генерацией в однородном материале. Во-первых, можно возбуждать гармонику в фотонном кристалле, состоящем из оптически изотропных слоев, в то время как в однородном изотропном материале генерация второй гармоники практически отсутствует (см. главу 2) из-за невыполнимости условия фазового синхронизма. Во-вторых, фотонный кристалл может иметь малые размеры, порядка 10 мкм, для генерации второй гармоники той же интенсивности, что и в массивных однородных кристаллах толщиной около 1 мм.

Трудности при генерации второй гармоники высокой интенсивности связаны, главным образом, с технологическими трудностями в из-

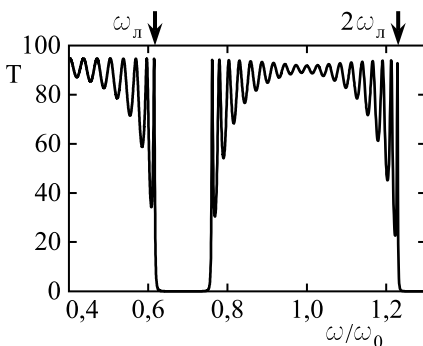


Рис. 9.18

готовлении одномерных фотонных кристаллов, отвечающих вышеуказанным требованиям, а также с существованием неизбежного рассеяния света на границах слоев. Тем не менее, эксперименты по генерации второй гармоники в 1D фотонных кристаллах проведены и дали неплохие результаты (более подробно см. [26] и имеющиеся там ссылки).

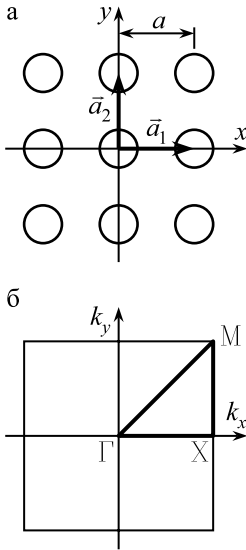


Рис. 9.19. а) Квадратная решетка. б) Зона Бриллюэна квадратной решетки

Основным фактором, снижающим конверсионную эффективность $I_{2\omega}/I_\omega$ при генерации второй гармоники, является рассеяние света в многослойной одномерной структуре. Рассеяние можно ограничить в 2D или 3D фотонных кристаллах.

Рассмотрим более подробно формирование зон в двухмерной периодической структуре типа рис. 9.16б: в квадратной решетке с периодом a . Элементарная ячейка квадратной решетки имеет два базисных вектора $\vec{a}_1 = a\vec{i}$ и $\vec{a}_2 = a\vec{j}$ (рис. 9.19а). Такую решетку можно создать экспериментально путем сверления отверстий микронного диаметра в однородном диэлектрике. Так как нас интересует зависимость частоты ω от волновых векторов $\vec{k} = k_x\vec{i} + k_y\vec{j}$, изучение этой зависимости, так же как и для электронных волн в кристаллах [27], проводится в пределах первой зоны Бриллюэна. Для плоской решетки зона Бриллюэна строится в плоскости (k_x, k_y) . Для ее построения следует найти обратную решетку с базисными векторами

$$2\pi\vec{b}_1 = 2\pi\frac{[\vec{a}_2\vec{s}]}{S} \quad \text{и} \quad 2\pi\vec{b}_2 = 2\pi\frac{[\vec{a}_1\vec{s}]}{S}, \quad (9.29)$$

где \vec{s} — орт оси z , S — площадь элементарной ячейки.

Для нахождения границ зоны Бриллюэна находятся наикратчайшие вектора $2\pi\vec{b} = 2\pi(m_1\vec{b}_1 + m_2\vec{b}_2)$, где $m_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Эти вектора проводятся из точки $(0, 0)$ и делятся на два. Линии, перпендикулярные векторам $2\pi\vec{b}$, ограничивают зону Бриллюэна. Для квадратной решетки таких векторов четыре. Вне первой зоны волновые вектора \vec{k} эквивалентны, так как $\omega(\vec{k} + 2\pi\vec{b}) = \omega(\vec{k})$. Учитывая также, что $\omega(\hat{R}\vec{k}) = \omega(\vec{k})$, где \hat{R} — элемент точечной группы симметрии квадратной решетки, достаточно изучить зависимость $\omega(\vec{k})$ в $1/8$ части зоны Бриллюэна по на-

правлениям $\Gamma \rightarrow X$, $\Gamma \rightarrow M$ и $X \rightarrow M$ между точками $\Gamma(0,0)$, $X(\pi/a,0)$ $M(\pi/a,\pi/a)$ (рис. 9.19б).

При расчете учитывается векторный характер распространяющихся волн. Закон дисперсии различен для волн, поляризованных перпендикулярно плоскости (x,y) , т. е. $E_z \neq 0$ (Е-поляризация, или ТМ-мода) и параллельно этой плоскости с $H_z \neq 0$ (Н-поляризация, или ТЕ-мода). Так же, как и для одномерного фотонного кристалла, закон дисперсии существенно зависит от соотношения n_1 и n_2 и от отношения диаметра пор или стержней к периоду d .

Для примера приведем зоны, рассчитанные для простой квадратной решетки при Е-поляризации [30] (рис. 9.20). Видно, что наиболее широкой является низкочастотная зона. Она отделена от следующей верхней разрешенной зоны интервалом $\Delta\omega/2\pi c = 0,03$, что определяет ширину первого запрещенного промежутка. При периоде квадратной решетки $a = 1$ мкм центр запрещенной зоны расположен при $\lambda_0 = 3,82$ мкм, т. е. в ИК-области спектра. Так как $\lambda_0 \propto a$, для перемещения запрещенных зон в видимую область необходимо уменьшить период приблизительно до 0,1 мкм. Наличие запрещенных зон указывает на возможность генерации второй гармоники и других нелинейных эффектов в двухмерных фотонных кристаллах.

Структура зон на рис. 9.20 рассчитана для квадратной решетки, бесконечно протяженной в z -направлении. Реальные двухмерные фотонные кристаллы ограничены в этом направлении, что приводит к потерям на радиационные моды во всех направлениях, кроме принадлежащих к плоскости (x,y) , из-за отсутствия запрещенных зон. Запрещенная зона для всех направлений может быть только у трехмерных фотонных кристаллов, но их изготовление вызывает определенные технологические трудности. Чтобы обойти это затруднение, была предложена компромиссная структура, состоящая из тонкого двухмерного фотонного

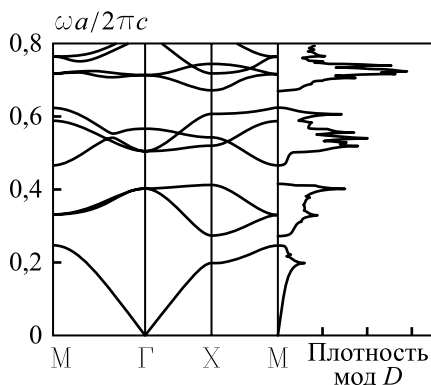


Рис. 9.20. Структура зон для решетки из цилиндров с $n_1^2 = 9$ в воздухе с $n_2^2 = 1$. Отношение a к радиусу цилиндра 1:0,38. В правой части — плотность мод D

кристалла, обладающего волноводными свойствами и ограниченного с двух сторон средами с меньшим показателем преломления.

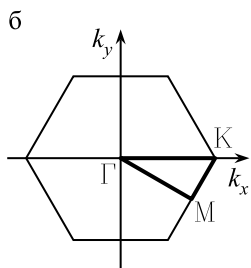
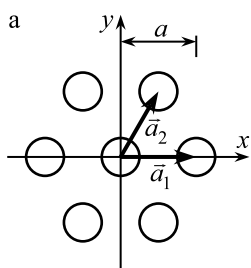


Рис. 9.21. а) Гексагональная решетка. б) Зона Бриллюэна гексагональной решетки

Остановимся на примере тонкого двухмерного фотонного кристалла, в котором создана двухмерная гексагональная решетка. Его элементарная ячейка — ромб (рис. 9.21а) с базисными векторами

$$\vec{a}_1 = a\vec{i} \quad \text{и} \quad \vec{a}_2 = \frac{a}{2}(\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}), \quad (9.30)$$

где a — ее период. Из (9.29) и (9.30) следуют базисные вектора обратной решетки

$$2\pi\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a}\left(\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{j}\right) \quad \text{и} \quad 2\pi\vec{b}_2 = \frac{4\pi}{a\sqrt{3}}\vec{j}. \quad (9.31)$$

Всего имеется шесть наикратчайших векторов $2\pi\vec{b}$ с углом между ними 60° и длиной $4\pi/3a$. Зона Бриллюэна этой решетки — шестиугольная (рис. 9.21б) с длиной ребер $4\pi/3a$. Так же, как и для квадратной решетки, зависимость $\omega(\vec{k})$ рассчитывается в пределах зоны в наиболее симметричных точках $\Gamma(0, 0)$, $K(4\pi/3a, 0)$ и $M(\pi/a, -\pi/\sqrt{3}a)$ и по направлениям $\Gamma \rightarrow K$, $\Gamma \rightarrow M$ и $K \rightarrow M$.

На рис. 9.22 приведен расчет зависимостей $\omega(\vec{k})$ для тонкого слоя кремния с относительной толщиной $h/a = 0,4$ с порами с относительным радиусом $r/a = 0,366$ [28]. Слой кремния окружен толстыми слоями SiO_2 , имеющими такие же поры, формирующие гексагональную решетку. Из-за различия в показателях преломления кремния и его окисла, тонкий слой кремния является симметричным планарным волноводом. При наличии пор в SiO_2 его эффективный показатель преломления $n_{\text{эфф}} = 1,22$. Расчет $\omega(\vec{k})$ проведен для четных ТЕ-мод симметричного волновода.

Две горизонтальные пунктирные линии на рис. 9.22 отмечают запрещенный промежуток между нижней и первой верхней разрешенными зонами. На этом же рисунке проведены световые прямые (см. параграф 8.2). В направлениях $\Gamma \rightarrow K$ и $\Gamma \rightarrow M$ это прямые с $\omega = ck/n_{\text{эфф}}$. При заданном k выше световой линии моды являются излучательными и быстро затухающими. Так как нижняя зона во всем интервале \vec{k}

лежит ниже световых линий, соответствующие ей моды являются волноводными и не испытывают потерь. Другими словами, в интервале относительных частот ω от 0 до ω_m , где ω_m — максимальная частота в нижней зоне, распространение волн в периодической двухмерной структуре с волноводным слоем приближается к распространению волн в трехмерном фотонном кристалле.

Ширина запрещенного промежутка ω_g зависит от отношения h/a , и есть оптимальное значение h/a , при котором ω_g максимально. Кроме того, ω_g различно для четных и нечетных ТЕ-мод для симметричного двухмерного фотонного кристалла и, как правило, для нечетных мод меньше. Сходные результаты дают расчеты зон для ТМ-мод. Так же, как и для одномерных фотонных кристаллов, ω_g зависит от разности Δn волноводного слоя и покрытий. С ее уменьшением ω_g падает, а наклон световых линий при постоянном n волновода возрастает, что может привести к утечке волноводных мод в нижней зоне. При формировании волноводного фотонного кристалла на однородной подложке (асимметричный волновод) из-за нарушения зеркальной симметрии возможно смешивание ТЕ- и ТМ-мод, и запрещенный промежуток ликвидируется. Подробный анализ различных ситуаций для волноводных фотонных кристаллов дан в [29] и ссылках в ней.

Следует сказать, что в настоящее время двухмерные и трехмерные фотонные кристаллы изготавливаются с периодом $a > 1$ мкм, т. е. для инфракрасной области спектра. Приготовление фотонных кристаллов с субмикронным периодом вызывает определенные технологические трудности. Однако, различные примеры, приведенные в параграфах 9.3–9.5, указывают на возможность формирования «квазикристаллов» в нелинейных средах (квадратные решетки, гексагоны). Период таких решеток зависит от длин волн лазерных пучков, геометрии опыта и может изменяться в широких пределах. Как упоминалось, в [19] при

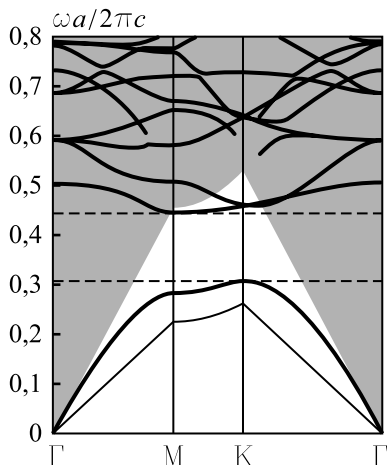


Рис. 9.22. Зонная структура для тонкого слоя кремния с относительной толщиной $h/a = 0,4$ с порами с относительным радиусом $r/a = 0,366$

облучении пленки AgCl—Ag сфокусированным циркулярно поляризованным пучком ($\lambda = 633$ нм) удалось получить гексагоны с периодом 0,475 мкм. Этот пример свидетельствует о возможности формирования фотонных кристаллов с субмикронным периодом, используя для этого нелинейные среды.

Важную роль в фотонных кристаллах играют разного рода дефекты. Хорошо известным примером дефекта в одномерном фотонном кристалле, состоящем из чередующихся слоев толщиной $h_1 = \lambda/4n_1$ и $h_2 = \lambda/4n_2$, является промежуточный слой толщиной $h^* = \lambda/2n^*$, где $n^* = n_1$ или n_2 . С помощью этого слоя создаются узкополосные интерференционные светофильтры, пропускающие свет в средней части полосы заграждения (рис. 9.17).

На языке фотонных кристаллов можно сказать, что такой дефект формирует уровень разрешенного состояния в середине запрещенного промежутка, аналогичный уровням примесных центров в запрещенной зоне полупроводниковых и диэлектрических кристаллов. Если лазерный пучок находится в резонансе с оптически нелинейным дефектом, то, как продемонстрировано в [30], наблюдается сильное усиление второй гармоники.

В двухмерных и трехмерных фотонных кристаллах возможно формирование дефектов точечного или линейного типа. Дефекты точечного типа могут быть созданы в пористом двухмерном или трехмерном фотонном кристалле путем изменения радиуса пор. При некотором соотношении r/a , отличном от r/a в фотонном кристалле, в запрещенном промежутке создается разрешенный уровень. Если создать периодическую последовательность точечных дефектов в каком-либо направлении, то образуется линейный дефект, аналогичный дислокациям в кристаллах. Такой линейный дефект может быть своеобразным волноводом в фотонном кристалле. Существенно, что такой волновод, окруженный фотонным кристаллом, не испытывает потерь при изгибе.

Известно, что при изгибе обычных планарных или волоконных волноводов возникает утечка направляемых мод в окружающее пространство [31]. Коэффициент потерь волноводных мод α зависит от радиуса кривизны изгиба R

$$\alpha = C_1 \exp(-C_2 R), \quad (9.32)$$

где коэффициенты C_1 и C_2 зависят от разности показателей преломления волновода и покрытий и от толщины волновода.

Потери на радиационные моды в значительной степени ограничи-

вают применение волноводов в интегральных оптических схемах, где требуются изгибы с R порядка λ . Если узкая разрешенная зона, созданная линейным дефектом, располагается в запрещенном промежутке трехмерного фотонного кристалла, то, как теоретически показано в [23], а затем экспериментально проверено в микроволновом диапазоне, большие изгибы таких волноводов не приводят к утечке направляемых мод. В том случае, когда обычный волновод окружен однородной средой, потери при изгибе возникают, главным образом, из-за нарушения полного внутреннего отражения. В то же время при изгибе волновода в фотонном кристалле ограничение потерь, связанное с наличием запрещенного промежутка, сохраняется.

Фотонные кристаллы могут быть использованы для генерации оптических солитонов. Впервые возможность этого была упомянута в [32]. Авторы рассмотрели классический одномерный фотонный кристалл, состоящий из четвертьволновых слоев с $n_h > n_l$. Если слой с n_h обладает кубической нелинейностью, $n_h = n_h(0) + n_2 I$ с $n_2 < 0$, то при действии лазерного излучения, настроенного по частоте на нижний край запрещенного промежутка, уменьшение n_h сокращает его ширину и сдвигает его центр в сторону высоких частот. При определенной I пропускание нелинейного многослойника может измениться от 0 до 1. Теоретический анализ в [32] показывает, что прошедшая волна будет обладать свойствами оптического солитона, и в поперечном направлении распределение его амплитуды будет подчиняться формуле (3.65) на стр. 77. Это явление напоминает эффект самоиндуцированной прозрачности (параграф 6.6) в резонансных средах, но механизм генерации солитона здесь иной. Авторы назвали такой солитон «солитоном запрещенного промежутка» («gap-soliton»). Следует сказать, что предложенный эффект экспериментально был использован для переключения световых пучков, однако характеристики солитонов запрещенного промежутка в одномерных фотонных кристаллах, как нам известно, не изучались.

Более перспективным оказалось формирование оптических солитонов в двухмерных и трехмерных фотонных кристаллах [33]. Узкий лазерный пучок с диаметром, близким к периоду фотонного кристалла, может создать в нем линейный дефект, обладающий волноводными свойствами. Если моды фотоиндуцированного волновода попадают в запрещенный промежуток, то этот волновод будет обладать свойствами, приводящими к оптическим солитонам. В [33] проведен анализ устойчивости солитонов такого типа, найдены условия их устойчивости. По видимому, солитоны в фотонных кристаллах должны превосходить по

своим характеристикам оптические солитоны в однородных средах. Как видно из обзора, нелинейная оптика фотонных кристаллов находится на начальной стадии своего развития.

Литература к главе 9

- [1] *Alessandro G.D., Firth W.J.* // Phys. Rev. Lett. — 1991. — **66**, № 20. — P.2507.
- [2] *Vorontsov M.A., Firth W.J.* // Phys. Rev. A — 1994. — **49**, № 4. — P.2891.
- [3] *Honda T., Matsumoto H.* // Opt. Lett. — 1995. — **20**, № 17. — P.1755.
- [4] *Honda T., Banerjee P.P.* // Opt. Lett. — 1996. — **21**, № 11. — P.779.
- [5] *Лушников П.М.* // Журн. эксперим. и теор. физ. — 1998. — **113**, № 3. — С.1122.
- [6] *de Жен Р.* Физика жидких кристаллов. Пер. с англ. — М.: Мир, 1977. — 400 с.
- [7] *Macdonald R., Eichler H.J.* // Opt. Commun. — 1992. — **89**. — P.289.
- [8] *Tamburrini M., Bonavita M. et al.* // Opt. Lett. — 1993. — **8**, № 11. — P.855.
- [9] *Ciaramella E., Tamburrini M., Santomato E.* // Appl. Phys. Lett. — 1994. — **14**, № 1. — P.3080.
- [10] Новые физические принципы оптической обработки информации / Под ред. *Ахманова С.А., Воронцова М.А.* — М.: Наука, 1990. — 398 с.
- [11] *Akhmanov S.A., Vorontsov M.A. et al.* // J. Opt. Soc. Amer. B — 1992. — **9**, № 1. — P.78.
- [12] *Ахманов С.А., Никитин С.Ю.* Физическая оптика. — М.: Изд. МГУ, 1998.
- [13] *Pampaloni E., Residori S., Arecchi F.T.* // Europhys. Lett. — 1993. — **24**, № 8. — P.647.
- [14] *Neubecker R., Oppo G.L. et al.* // Phys. Rev. A — 1995. — **52**, № 1. — P.791.
- [15] *Pampaloni E., Ramazza P.L. et al.* // Phys. Rev. Lett. — 1995. — **74**, № 2. — P.258.

- [16] *Robert B.D., Sipe J.E.* // J. Opt. Soc. Amer. B — 1991. — **8**, № 4. — P.786.
- [17] *Varminsky M.V., Ageev L.A., Miloslavsky V.K.* // J. Opt. — 1998. — **39**. — P.253.
- [18] *Miloslavsky V.K., Nahal A., Ageev L.A.* // Opt. Commun. — 1998. — **147**. — P.436.
- [19] *Ageev L.A., Miloslavsky V.K. et al.* // Opt. Commun. — 2000. — **173**. — P.285.
- [20] *Childs C.B., Slifkin L.* // Phys. Rev. Lett. — 1960. — **5**, № 11. — P.522.
- [21] *Yablonovitch E.* // Phys. Rev. Lett. — 1987. — **58**, № 20. — P.2059.
- [22] *Хансперджер Р.* Интегральная оптика. Теория и технология. Пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 379 с.
- [23] *Joannopoulos J.D., Meade P.D., Winn J.N.* Photonic Crystals. Molding the Flow of Light. — Princeton university press, 1995.
- [24] *Sakoda K.* Optical Properties of Photonic Crystals. — Berlin: Springer, 1995.
- [25] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. Пер. с англ. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
- [26] *Bertolotti M.* // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. — 2006. — **8**. — P.9.
- [27] *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. Пер. с англ. — М.: Наука, 1997. — 791 с.
- [28] *Jamois C., Wehrspahn R.B. et al.* // Photonics and Nanostr. — 2003. — **1**, № 1. — P.1.
- [29] *Johnson S.G., Fan Sh. et al.* // Phys. Rev. B — 1999. — **60**, № 8. — P.5751.
- [30] *Trull J., Vilaseca L. et al.* // Opt. Lett. — 1995. — **20**, № 17. — P.1746.
- [31] Введение в интегральную оптику / Под ред. *Барносски М.* Пер. с англ. — М.: Наука, 1977. — 367 с.
- [32] *Chen W., Mills D.L.* // Phys. Rev. Lett. — 1987. — **58**, № 2. — P.160.
- [33] *Kivshar Y.S., Agrawal G.P.* Optical Solitons. From Fibers to Photonic Crystals. — Acad. Press, Elsevier Sci., 2003. — 510 p.

Предметный указатель

0—9, A—Ω, A—Z

2π-импульс, **168–172**

π-импульс, **162**, 163, 166, 168

π/2-импульс, **162**, 163, 166

ADP (NH₄H₂PO₄) кристалл, 33–34

AgBr—Ag пленка, 253, 255

AgCl—Ag пленка, **239–257**, 278–281

AgI пленка, 84, 253, 255, 256

Ar⁺-лазер (аргоновый), 42, 203, 208, 237, 268–270

As₂S₃ пленка, 84, 235, 236, 253

As₂S₃—Ag пленка, 255, 256

B-решетка, 248, 250

BaTiO₃ (титаната бария) кристалл, 176, **196**, 200, 202–205, 208, 262, 265

C-решетка, 223–224, **242–251**

 период в волноводном слое, 242

 период на поверхности твердых тел, 223

C/V-решетка, 250–251

C_{3v}(3*m*) класс, 30, 48, 59, 194

C_{4v}(4/*mm*) класс, 196

CO₂-лазер, 158, 159, 224, 226

D₂(222) класс, 21

D_{2d}(42*m*) класс, 29, 33, 46

D₃(32) класс, 26

D_{3d}(3*m*) класс, 59

GaAs кристалл, 177, 231

He—Cd лазер (гелий-кадмиевый), 85, 197, 241, 247

He—Ne лазер (гелий-неоновый), 34, 63, 85, 186, 203, 238–257, 272, 278–280

Hg⁺-лазер (ртутный), 172

KDP (KH₂PO₄) кристалл, 29–30, 32, 33, 38, 46–48

KNbO₃ (ниобата калия) кристалл, 195, 267

LiNbO₃ (ниобата лития) кристалл, 30, 38, 42–43, 48, **176–209**, 231, 253–254

LiTaO₃ (танталата лития) кристалл, 185–186, 195, 199–201

NaCl кристалл, 226

P-решетка, **242–244**, 247, 250

S₊-решетка, 223–225, 241–257

 период в волноводном слое, 241

 период на поверхности твердых тел, 223

S₋-решетка, 223–225, 241–257

 период в волноводном слое, 241

 период на поверхности твердых тел, 223

T(23) класс, 196

T_d(43*m*) класс, 21

TE-мода, 228–254, 289–291

 дисперсионное уравнение, 228

 при нелинейности окружающих сред, 233

 толщина отсечки, **228**, 242

ТЕМ-волна, 217

ТМ-волна поверхностная, 213–227

 дисперсионное уравнение, 215

 закон дисперсии для слабозатухающей волны на границе металл—прозрачная среда, 216

ТМ-мода, 228–252, 289–291

 дисперсионное уравнение, 228

 толщина отсечки, **228**

YAG:Nd³⁺-лазер, 30, 220, 223, 265

Z-сканирования метод, **68**

А

- Адаптивная оптика, 96
Азотный лазер, 244
Акустическая волна, 112–118
Амплитуда волны
 безразмерная, 76
 комплексная, 19
Амплитудная модуляция, **48–50**, 263, 270, 274, 277
Амплитудно-фазовая дифракционная решетка, 85, 177
Анизотропное рассеяние, 199–203, 262
Аномалия Вуда, 225, 241, 244, 250
 двойная, 241, 244, 249
Аномальная дисперсия показателя преломления, 81
Антистоксово рассеяние, 43, 102–118, 121
 вынужденное, 104–112
Аргоновый лазер (Ar^+), 42, 203, 208, 237, 268–270
Асимметричный волновод, 227, 229, 233, 291
Атом двухуровневый в сильном световом поле, **154–157**

Б

- Баланса уравнение, **269**
Бездоплеровская спектроскопия, 137, 149, 151
Беззеркальная бистабильность, **236–238**
Беннета спектральный провал, **136**, 138
Бистабильность оптическая, **88–92**, 139, 140, 236–238
 беззеркальная, **236–238**
Бриллюэна первая зона, 288–294
Брэгга
 дифракция, **86–88**, 93, 190, 192, 198, 282, 283
 двухмерная (ДДБ), **248–252**, 277, 282
 условие, 113, 208, 282, 283
Брюера и Шумейкера опыт, **158**, **159**
Бугера закон, **73**, 74, 131, 137

В

- Вавилова—Черенкова излучение, 232

- Ванье—Мотта экситон, 149
Ввода/вывода волны элемент, 194, 218, 220, 222, 229
Вейгерта эффект, 239
Вектор дифракционной решетки, 86, 190–194, 196–205, 218, 223–227, 240–254, 276–282
Вентиль световой жидкокристаллический (ЖКСВ), 273–275
Взаимодействие
 трехволновое, **22–24**, 33, 39, 111, 267
 четырёхволновое, **54–55**, 200, 204
 вырожденное, **92–95**, 97–98, 123
 вырожденное в фоторефрактивных кристаллах, **190–194**, 200, 203, 207
Взаимодействия оператор, 140–147, 154, 155
 матричный элемент, 140–147, 154, 155
Взрывная неустойчивость, **267**
Виды рассеянного излучения, **101–102**
Виртуальное состояние, 145–151
Внутридоплеровская спектроскопия, см. Бездоплеровская спектроскопия
Волна
 акустическая, 112–118
 квадратичной поляризации, 22, 26
 кубической поляризации, 56, 59, 93
 с удвоенной частотой, 59
 необыкновенная, 28, 199, 200, 273, 274
 обыкновенная, 28, 43, 199, 200, 274
 опорная, 85, 124, 189, 206, 207, 256
 поверхностная, **213–227**
 дисперсионное уравнение, 215
 закон дисперсии для слабозатухающей волны на границе металл—прозрачная среда, 216

- предметная, 85, 189, 207, 208, 256
с разностной частотой, 19, 31, 230
с суммарной частотой, 19, 22, 230
сигнальная, см. Волна предметная
спиральная, 272
фазово-сопряженная, **96–98**, 123–124, 192, 196, 203–209, 238, 262
осцилляции, 204–205
Волновая функция, 140–147, 154–157
Волнового фронта обращение, **96–98**, 121–124, 203, 204, 206
Волновод
асимметричный, 227, 229, 233, 291
плана́рный, 76, **227–257**, 262, 290, 292
генерация периодических структур, **238–254**
пространственно-временная неустойчивость и гексагоны, **276–282**
симметричный, 77, 227–229, 290
Волноводная мода
вектор, 227–254, 282
генерация второй гармоники, **230–233**
дисперсионное уравнение для ТЕ-моды, 228
при нелинейности окружающих сред, 233
дисперсионное уравнение для ТМ-моды, 228
постоянная распространения, 227, 230, 240, 277
предельная, 228, 240, 256, 279
рассеянная, 240–257, 277
конкуренция, 249–254
толщина отсечки
для ТЕ-моды, **228**, 242
для ТМ-моды, **228**
эффективный показатель преломления, 226–235, 241–255, 283–290
Волновое уравнение, 12, 16, 106, 107, 116, 117, 168, 272
Волновой вектор моды, 227–254, 282
Временной солитон, **73**, 82–83
Время
дефазировки, см. Время поперечной релаксации
поперечной релаксации, **160**, 163, 164
продольной релаксации, **163**
релаксации, 48, 61, 63, 85, 92, 104, 119, 195, 237, 239, 264, 272
Вторичные спонтанные решетки, 84, 248–252
Второй гармоники генерация, **24–27**, 29–31, 33, 41
в волноводных слоях, **230–233**
в фотонных кристаллах, **286–294**
в центросимметричных кристаллах, **59**
с участием поверхностных электромагнитных волн, **219–221**
Вуда аномалия, 225, 241, 244, 250
двойная, 241, 244, 249
Выжигание дыр в неоднородно уширенной полосе поглощения, **136**, 137, 254
Вынужденное
излучение, 36–39, 74, 111, 127–132, 143, 283
эффективный поперечник, 74
рассеяние, **101–124**
антистоксово, 104–112
комбинационное, **102–112**, 114, 116, 119, 121
Мандельштама—Бриллюэна (МБР), **112–118**, 120–123
на крыльях Рэлеевской линии, **119–121**, 124
применение, **121–124**
Рамана—Керра, 120
стоксово, 104–112
Выпрямление света, **31–32**
Вырожденное четырехволновое взаимодействие, **92–95**, 97–98, 123
в фоторефрактивных кристаллах, **190–194**, 200, 203, 207

Вязкости ротационной коэффициент, 269

Г

Гамильтона оператор, 140–141

Гаусса контур спектральной линии, **134–136**, 165

Гауссов пучок, **58**, 64, 66, 70, 276

Гексагональная симметрия, 177, 194, 262–294

Гексагонов формирование

в планарных нелинейных волно-
водах, **276–282**

при неустойчивости во встреч-
ных пучках, **262–264**

Гелий-кадмиевый лазер (He—Cd), 85, 197, 241, 247

Гелий-неоновый лазер (He—Ne), 34, 63, 85, 186, 203, 238–257, 272, 278–280

Гельмгольца уравнение, 22, 23, 54, 107, 110, 187, 214, 215, 284

Генерация

второй гармоники, **24–27**, 29–
31, 33, 41

в волноводных слоях, **230–
233**

в фотонных кристаллах, **286–
294**

в центросимметричных кри-
сталлах, **59**

с участием поверхностных
электромагнитных волн, **219–221**

вынужденного излучения пара-
метрическая, **36–39**

порог, 38

лазерного излучения, порог, 95

нелинейных структур в систе-
ме с двухмерной обратной
связью, **271–275**

периодических структур

в нелинейных планарных вол-
новодах, **238–254**

на поверхности твердых тел, **221–227**

третьей гармоники, **55–58**

Гистерезис оптический, 88–92, 236–
238

Главное сечение кристалла, **28**, 43

Главные значения показателей пре-
ломления, 28, 29, 33, 45, 47

Гласса константа, 179

Голограмма

отражательная, 86, 87

пропускающая, 86

Голографическая интерферометрия,
206–207

Голография динамическая, **83–88**,
189, 193, 209

Групповая скорость, **71**, 72–79, 81

Д

Движущихся фокусов теория, **71**

Двойная аномалия Вуда, 241, 244, 249

Двухмерная

дифракция Брэгга (ДДБ), **248–
252**, 277, 282

обратная связь, **271–275**

Двухмерный пространственный соли-
тон, 76

Двухосный кристалл, 45, 47

Двухуровневый атом в сильном све-
товом поле, **154–157**

Двухфотонное поглощение света, 108,
140–151, 153

нелинейная спектроскопия, 145

Декомпрессия/компрессия лазерных
импульсов, **79–83**, 261

Диаграмма Эвальда, 246

Динамическая

голография, **83–88**, 189, 193, 209
дифракционная решетка, 193,
237, 239

Динамический наклон интерферен-
ционной картины, 87, 189

Дипольный момент

оператор, 140, 144, 154–158

матричный элемент, 144, 154–
158

Директор, 268–271

Дисперсия закон для слабозатуха-
ющей поверхностной вол-
ны на границе металл—
прозрачная среда, 216

Дисперсионное уравнение

для волноводной ТЕ-моды, 228
при нелинейности окружаю-

- щих сред, 233
- для волноводной ТМ-моды, 228
- для поверхностной ТМ-волны, 215
- Дисперсия показателя преломления, 22, 26, 29, 54, 56, 72–83, 110, 262, 287
- аномальная, 81
- нормальная, 27, 29, 81
- Дифракции длина, 76
- Дифракционная решетка
- амплитудно-фазовая, 85, 177
- вектор, 86, 190–194, 196–205, 218, 223–227, 240–254, 276–282
- динамическая, 193, 237, 239
- дифракционная эффективность, 85, 194, 196, 197, 199, 202, 218, 222, 245, 247
- объемная, 93, 124, 177, 196–198
- отражательная, 124, 193, 238, 266, 277
- плоская, 84, 218, 240, 288
- пропускающая, 124, 193, 197, 277
- спонтанная, 84, 221–227, 238–257, 276–282
- вторичная, 84, 248–252
- доминантная, 223–254, 277
- картина дифракции, 222–225, 244–254
- первичная, 248–252
- третичная, 252
- статическая, 93, 190, 193, 237, 239
- фазовая, 85, 87, 185–194
- шумовая, **196–205**, 254, 262
- Дифракция
- Брэгга, **86–88**, 93, 190, 192, 198, 282, 283
- двухмерная (ДДВ), **248–252**, 277, 282
- Рамана—Ната, 86
- Дифференциальный коэффициент Эйнштейна, 131
- Диффузионное поле, 183–185, 189
- Диффузионный ток, 176–182, 200
- Длина
- дифракции, 76
- когерентности
- при генерации второй гармоники, **26**, 27
- при генерации третьей гармоники, **56**
- Добротности модуляция, 15, 33, 48, 104, 166, 171
- Доминантные спонтанные решетки, 223–254, 277
- Доплера эффект, 114, 133, 159, 165
- Доплеровское (неоднородное) уширение спектральной линии, 74, 133–136, 162, 165
- выжигание дыр, **136**, 137, 254
- Дрейфовый ток, 176–182
- Друде—Лоренца формулы, **216**, 255
- Е**
- Естественная ширина спектральной линии, 132–133
- Ж**
- Жидкий кристалл, 73, 265–294
- директор, 268–271
- нематический, 268–275
- фазовый переход, 268
- Жидкокристаллический световой вентиль (ЖКСВ), 273–275
- З**
- Заданного поля уравнение, 25
- при фокусировке пучка, 58
- Закон
- Бугера, **73**, 74, 131, 137
- дисперсии для слабозатухающей поверхностной волны на границе металл—прозрачная среда, 216
- Заполнения фактор, **255**, 281
- Запрещенная зона энергии в кристалле, 149, 176, 254, 283–294
- Запрещенного промежутка солитон, 293
- Затухание поляризации свободное, **158–160**
- Зеркало обращающее (инвертор), **96–98**, 265, 268, 269, 271
- Золотое правило Ферми, 143
- Зона
- Бриллюэна, 288–294

запрещенная, 149, 176, 254, 283–294

И

Излучение

Вавилова—Черенкова, 232
вынужденное, 36–39, 74, 111, 127–132, 143, 283
эффективный поперечник, 74
спонтанное, 41, 42, 74, 107, 283

Излучения параметрическая генерация, **36–39**
порог, 38

Изотропное рассеяние, 199

Импульса площадь, **161–162**, 169, 171

Инверсии операция, 20, 21, 26, 52, 59, 177, 213, 219

Инверсия населенности, 37, 127, 156, 162, 163

Инвертор (обращающее зеркало), **96–98**, 265, 268, 269, 271

Индикатриса

показателя преломления, 28
рассеяния, 198, 199, 243–254

Интеграл Фурье, 182, 218

Интегральная оптика, 227, 230, 293

Интерференционная картина, 80, 83–89, 177–194, 207, 240
динамический наклон, 87, 189
период, 84, 87, 222

Интерференция солитонов, 79

Интерферометр/резонатор Фабри—Перо, 49, 89–92, 115, 120, 139, 283

фактор резкости, 49, 89

Интерферометрия голографическая, 206–207

К

Кайзера и Гаррета опыт, **146**, 150

Кальцит, 59

КАРС, см. Когерентное антистоксово рассеяние света

Картина

дифракции от спонтанных решеток, 222–225, 244–254
интерференции, 80, 83–89, 177–194, 207, 240

динамический наклон, 87, 189
период, 84, 87, 222

малоуглового рассеяния, **244–254**, 262, 276–282

поперечной неустойчивости, 261–282
порог, 266

Квадратичная поляризация среды, 16, **18–50**, 59, 219, 231–232, 286

Квадратичной поляризации волна, 22, 26
свойства, **18–21**

Квадратичный электрооптический эффект, см. Эффект Керра

Квадратная симметрия, 264, 270, 275, 278, 288–291

Квазикристаллов формирование, **261–294**

Кварц, **26**, 82, 108, 114, 221, 278

Керра

постоянная, 61

эффект

оптический, **59–63**, 64, 264
электрооптический, 44, **59–63**

Класс кристаллографический, 20

$C_{3v}(3m)$, 30, 48, 59, 194

$C_{4v}(4/mm)$, 196

$D_2(222)$, 21

$D_{2d}(42m)$, 29, 33, 46

$D_3(32)$, 26

$D_{3d}(3m)$, 59

$T(23)$, 196

$T_d(\bar{4}3m)$, 21

Клейнмана соотношения, **24**, 55

Когерентное антистоксово рассеяние света (КАРС), **111–112**, 121

Когерентности длина

при генерации второй гармоники, **26**, 27

при генерации третьей гармоники, **56**

Коллоидная полоса поглощения, 254–255

Комбинационное рассеяние (КРС), 41, **102–104**, 219

- вынужденное, **102–112**, 114, 116, 119, 121
- Компрессия/декомпрессия лазерных импульсов, **79–83**, 261
- Конверсионная эффективность, **231**, 288
- Конкуренция рассеянных волноводных мод, 249–254
- Константа Гласса, 179
- Контур спектральной линии Гаусса, **134–136**, 165
Лоренца, 119, **129**, 132–135, 143, 147
Фохта, **134**, 135
- Коэффициент отражения нелинейный, 95
поглощения эффективный, 132, 135
рекомбинации, 178
ротационной вязкости, 269
связи волн, **191**, 266
Эйнштейна дифференциальный, 131
- Коэффициенты Эйнштейна, **128**, 131, 144
- Кречманна схема, **220**
- Кристалл
ADP ($\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$), 33–34
GaAs, 177, 231
KDP (KH_2PO_4), 29–30, 32, 33, 38, 46–48
NaCl, 226
главное сечение, **28**
двухосный, 45, 47
жидкий, 73, 265–294
директор, 268–271
нематический, 268–275
фазовый переход, 268
запрещенная зона, 149, 176, 254, 283–294
кальцита, 59
кварца, **26**, 114
нецентросимметричный, 18–50, 52, 59, 146, 176, 178
ниобата калия (KNbO_3), 195, 267
ниобата лития (LiNbO_3), 30, 38, 42–43, 48, **176–209**, 231, 253–254
одноосный, 28, 29, 45–48, 61, 201
сапфира, 114
танталата лития (LiTaO_3), 185–186, 195, 199–201
титаната бария (BaTiO_3), 176, **196**, 200, 202–205, 208, 262, 265
фотонный, **282–294**
фоторефрактивный, **174–209**, 239, 262, 265–268, 277, 281
центросимметричный, 20, 59
- Кристаллографический класс, 20
 $C_{3v}(3m)$, 30, 48, 59, 194
 $C_{4v}(4/m)$, 196
 $D_2(222)$, 21
 $D_{2d}(\bar{4}2m)$, 29, 33, 46
 $D_3(32)$, 26
 $D_{3d}(3m)$, 59
 $T(23)$, 196
 $T_d(\bar{4}3m)$, 21
- Критерии неустойчивости, 276
- Кубическая поляризация среды, 16, **52–98**, 213, 233, 293
- Кубической поляризации волна, 56, 59, 93
с удвоенной частотой, 59
свойства, **52–54**
- Кухтарева уравнения, 177–181
- Л**
- Лазер
азотный, 244
аргоновый (Ar^+), 42, 203, 208, 237, 268–270
гелий-кадмиевый (He—Cd), 85, 197, 241, 247
гелий-неоновый (He—Ne), 34, 63, 85, 186, 203, 238–257, 272, 278–280
на молекулах CO_2 , 158, 159, 224, 226
на фоторефрактивном кристалле, 207
неодимовый (YAG:Nd^{3+}), 30, 220, 223, 265
ртутный (Hg^+), 172
рубиновый, 26, 29–30, 32, 33, 63, 104, 115, 121, 122, 146, 148, 166, 171, 220

с распределенной обратной связью, 237, 282, 283
Лазерного излучения порог генерации, 95
Лазерных импульсов компрессия/декомпрессия, **79–83**, 261
Линейная поляризация среды, 16
Линейный электрооптический эффект (ЛЭОЭ), **44–50**, 60, 176, 185, 196, 208
Локальный отклик нелинейной среды, **87**, 88, 185, 189, 190, 193
Лоренца контур спектральной линии, 119, **129**, 132–135, 143, 147
Лэмба спектральный провал, **138**, 139
Люминесценция, 41, 146, 150–151
параметрическая, **41–43**

М

Максвелл—Гарнета формула, **255**
Максвелла
соотношение, **13**, 32
уравнения, **11**, 13, 212–215, 228, 283, 284
Малоугловое рассеяние, **244–254**, 262, 276–282
Мандельштама—Бриллюэна рассеяние (МБР), 102, 112
вынужденное, **112–118**, 120–123
порог генерации, 118
спонтанное, 113, 114, 117
Материальные уравнения, **11**, 14
Матричный элемент
оператора взаимодействия, 140–147, 154, 155
оператора дипольного момента, 144, 154–158
Медленно меняющихся амплитуд приближение, **23**, 55, 107, 110, 118, 161, 169, 187, 191
Междузонные переходы, 149, 176, 216
Метод z-сканирования, **68**
Механизмы превращений
в фоторефрактивных кристаллах, **176–177**
в фотослоях, **254–257**
Микрорешетка (домен решетки), 223–227, 240–262

Миллера правило, **21**
Мода волноводная
вектор, 227–254, 282
генерация второй гармоники, **230–233**
дисперсионное уравнение для ТЕ-моды, 228
при нелинейности окружающих сред, 233
дисперсионное уравнение для ТМ-моды, 228
постоянная распространения, 227, 230, 240, 277
предельная, 228, 240, 256, 279
рассеянная, 240–257, 277
конкуренция, 249–254
толщина отсечки
для ТЕ-моды, **228**, 242
для ТМ-моды, **228**
эффективный показатель преломления, 226–235, 241–255, 283–290

Модуляция
амплитудная, **48–50**, 263, 270, 274, 277
добротности, 15, 33, 48, 104, 166, 171
фазовая, 44, **48–50**, 263, 270, 272–275, 277
Мэнли—Роу соотношения, **35–36**

Н

Напряжение полуволновое, 47
Населенности инверсия, 37, 127, 156, 162, 163
Населенность уровня энергии, 73, 74, 103, 109, 128–147, 154–172
относительная, 129–136
Насыщения
поле, 183
эффект, 15, 73–76, **128–140**, 147, 168, 239, 274
Нелинейная спектроскопия двухфотонного поглощения, 145
Нелинейное уравнение Шредингера, 76
Нелинейный коэффициент отражения, 95

- Нелокальный отклик нелинейной среды, **87**, 88, 185, 189, 191
- Нематический жидкий кристалл, 268–275
- Необыкновенная волна, 28, 199, 200, 273, 274
- Неодимовый лазер (YAG:Nd³⁺), 30, 220, 223, 265
- Неоднородное (доплеровское) уширение спектральной линии, 74, 133–136, 162, 165
выжигание дыр, **136**, 137, 254
- Нестационарная резонансная нелинейная оптика, **153–172**
- Нестационарное уравнение Шредингера, **141**, 154
- Неустойчивость
взрывная, **267**
критерии, 276
пространственно-временная, **261–294**
в планарных нелинейных волноводах, **276–282**
во встречных лазерных пучках, **262–264**
распадная, 37
- Нецентросимметричный кристалл, 18–50, 52, 59, 146, 176, 178
- Ниобат
калия (KNbO₃), 195, 267
лития (LiNbO₃), 30, 38, 42–43, 48, **176–209**, 231, 253–254
- Нормальная дисперсия показателя преломления, 27, 29, 81
- Нутация оптическая, **158–160**, 163, 168
- О**
- Обратная связь
двухмерная, **271–275**
положительная, 37, 198, 222, 225, 226, 241, 250
- Обращающее зеркало (инвертор), **96–98**, 265, 268, 269, 271
- Обращение волнового фронта, **96–98**, 121–124, 203, 204, 206
- Объемная дифракционная решетка, 93, 124, 177, 196–198
- Обыкновенная волна, 28, 43, 199, 200, 274
- Ограниченных сред оптика, **212–257**
- Одномерный пространственный солитон, 76–79
- Одноосный кристалл, 28, 29, 45–48, 61, 201
- Однородное уширение спектральной линии, 74, 129–136, 138, 143, 146, 150
- Оператор
взаимодействия, 140–147, 154, 155
матричный элемент, 140–147, 154, 155
Гамильтона, 140–141
дипольного момента, 140, 144, 154–158
матричный элемент, 144, 154–158
- Операция инверсии, 20, 21, 26, 52, 59, 177, 213, 219
- Опорная волна, 85, 124, 189, 206, 207, 256
- Оптика
адаптивная, 96
интегральная, 227, 230, 293
ограниченных сред, **212–257**
планарных волноводов, **227–257**
силовая, 16
фоторефрактивных кристаллов, **174–209**, 239, 262, 265–268, 277, 281
- Оптическая
бистабильность, **88–92**, 139, 140, 236–238
беззеркальная, **236–238**
нутация, **158–160**, 163, 168
ось, 26–32, 46–50, 61
турбулентность, 252, 253, 262, 264, 272
- Оптические переходы, 216
запрещенные в электродипольном приближении, 144, 145, 147
междузонные, 149, 176, 216
разрешенные в электродипольном приближении, 144, 145,

- 147, 155, 157
- Оптический
гистерезис, 88–92, 236–238
фонон, 43, 112, 121, 214
эффект Керра, **59–63**, 64, 264
- Опыт
Брюера и Шумейкера, **158, 159**
Кайзера и Гаррета, **146**, 150
Терхьюна, **104**, 109, 110
Франкена, **26**
- Осцилляции
Раби, 156, **158–160**, 168
частота, 156, 157, 169
фазово-сопряженной волны, 204–205
- Ось
оптическая, 26–32, 46–50, 61
симметрии, 20, 59, 194, 275, 278
- Отклик нелинейной среды
локальный, **87**, 88, 185, 189, 190, 193
нелокальный, **87**, 88, 185, 189, 191
- Относительная населенность уровня энергии, 129–136
- Отражательная
голограмма, 86, 87
дифракционная решетка, 124, 193, 238, 266, 277
- Отражения коэффициент нелинейный, 95
- Отсечки толщина
для ТЕ-моды, **228**, 242
для ТМ-моды, **228**
- Отто схема, **218**, 219, 220, 253
- П**
- Параметрическая
генерация вынужденного излучения, **36–39**
порог, 38
люминесценция, **41–43**
- Параметрические
нелинейные эффекты, **32–33**
четырёхволновые процессы, 200
- Параметрическое
преобразование частоты вверх, **39–41**
усиление света, **33–35**, 36
- Паркетная решетка, **242–244**, 247, 250
- Первая зона Бриллюэна, 288–294
- Первичные спонтанные решетки, 248–252
- Переход Фредерикса, 274
- Переходы оптические
запрещенные в электродипольном приближении, 144, 145, 147
междужонные, 149, 176, 216
разрешенные в электродипольном приближении, 144, 145, 147, 155, 157
- Период интерференционной картины, 84, 87, 222
- Периодических структур генерация в нелинейных планарных волноводах, **238–254**
на поверхности твердых тел, **221–227**
- Периоды S_{+} -, S_{-} - и С-решеток в волноводном слое, 241, 242
на поверхности твердых тел, 223
- Плазменная частота, 57, 216
- Планарный волновод, 76, **227–257**, 262, 290, 292
генерация периодических структур, **238–254**
пространственно-временная неустойчивость и гексагоны, **276–282**
- Планарных волноводов оптика, **227–257**
- Пленка
AgBr—Ag, 253, 255
AgCl—Ag, **239–257**, 278–281
AgI, 84, 253, 255, 256
As₂S₃, 84, 235, 236, 253
As₂S₃—Ag, 255, 256
- Плоская дифракционная решетка, 84, 218, 240, 288
- Плоскость симметрии, 20
- Площадь импульса, **161–162**, 169, 171
- Поверхностная волна, **213–227**
генерация второй гармоники, **219–221**
дисперсионное уравнение, 215

- закон дисперсии для слабозатухающей волны на границе металл—прозрачная среда, 216
- Поверхность твердого тела, генерация периодических структур, **221–227**
- порог, 223
- Поглощение света двухфотонное, 108, **140–151**, 153
- нелинейная спектроскопия, 145
- Поглощения
- коллоидная полоса, 254–255
- коэффициент эффективный, 132, 135
- эффективный поперечник, 14, 74, 137, 178
- Показатель преломления
- главные значения, 28, 29, 33, 45, 47
- дисперсия, 22, 26, 29, 54, 56, 72–83, 110, 262, 287
- индикатриса, 28
- эффективный, 226–235, 241–255, 283–290
- Поккельса эффект, *см.* Линейный электрооптический эффект
- Поле
- диффузионное, 183–185, 189
- насыщения, 183
- пробоя вещества, 14, 15, 56
- Фредерикса, 270
- Полевое уширение спектральной линии, **130**, 136, 138
- Положительная обратная связь, 37, 198, 222, 225, 226, 241, 250
- Полоса поглощения коллоидная, 254–255
- Полуволновое напряжение, 47
- Поляризации свободное затухание, **158–160**
- Поляризация среды
- квадратичная по полю, 16, **18–50**, 59, 219, 231–232, 286
- кубическая по полю, 16, **52–98**, 213, 233, 293
- линейная по полю, 16
- Поляритон, *см.* Поверхностная волна
- Поперечной
- неустойчивости картина, 261–282
- порог, 266
- релаксации время, **160**, 163, 164
- Порог
- вынужденного комбинационного рассеяния, 108
- вынужденного рассеяния Мандельштама—Бриллюэна (МБР), 118
- генерации лазерного излучения, 95
- параметрической генерации вынужденного излучения, 38
- развития картин поперечной неустойчивости, 266
- самодефокусировки, 67
- самомодуляции, 80
- самофокусировки, 70
- формирования спонтанных решеток
- в волноводных пленках, 281
- на поверхности тел, 223
- Постоянная
- Керра, 61
- распространения моды, 227, 230, 240, 277
- Правило
- Миллера, **21**
- Ферми золотое, 143
- Предельная мода, 228, 240, 256, 279
- Предметная волна, 85, 189, 207, 208, 256
- Преломления показатель
- главные значения, 28, 29, 33, 45, 47
- дисперсия, 22, 26, 29, 54, 56, 72–83, 110, 262, 287
- индикатриса, 28
- эффективный, 226–235, 241–255, 283–290
- Приближение медленно меняющихся амплитуд, **23**, 55, 107, 110, 118, 161, 169, 187, 191
- Принцип суперпозиции, 10–11
- Пробоя вещества поле, 14, 15, 56
- Провал
- Беннета, **136**, 138

- Лэмба, **138**, 139
- Продольной релаксации время, **163**
- Прозрачность самоиндуцированная, **167–172**, 293
- Пропускающая
голограмма, 86
дифракционная решетка, 124, 193, 197, 277
- Пространственно-временная неустойчивость, **261–294**
в планарных нелинейных волноводах, **276–282**
во встречных лазерных пучках, **262–264**
- Пространственного синхронизма условие, 42, 110
- Пространственный солитон, **73–79**, 82
двухмерный, 76
одномерный, 76–79
- Пуассона уравнение, **179**, 180–184
- Пучок гауссов, **58**, 64, 66, 70, 276
- Р**
- Раби осцилляции, 156, **158–160**, 168
частота, 156, 157, 169
- Рамана—Керра вынужденное рассеяние, 120
- Рамана—Ната дифракция, 86
- Распадная неустойчивость, 37
- Распространение световых волн в фоторефрактивных кристаллах, **186–190**
- Рассеяние
анизотропное, 199–203, 262
антистоксово, 43, 102–118, 121
вынужденное, **101–124**
антистоксово, 104–112
комбинационное, **102–112**, 114, 116, 119, 121
Мандельштама—Бриллюэна (МБР), **112–118**, 120–123
на крыльях Рэлеяской линии, **119–121**, 124
применение, **121–124**
Рамана—Керра, 120
стоксово, 104–112
изотропное, 199
индикатриса, 198, 199, 243–254
комбинационное (КРС), 41, **102–104**, 219
Мандельштама—Бриллюэна (МБР), 102, 112
спонтанное, 113, 114, 117
малоугловое, **244–254**, 262, 276–282
Рэлея, 102, 103, 119–121, 243
стоксово, 43, 102–114, 121, 123
Рассеянного излучения виды, **101–102**
Рассеянные волноводные моды, 240–257, 277
конкуренция, 249–254
Резонансная нелинейная оптика, **127–151**
нестационарная, **153–172**
Резонатор/интерферометр Фабри—Перо, 49, 89–92, 115, 120, 139, 283
фактор резкости, 49, 89
Рекомбинации коэффициент, 178
Релаксации
время, 48, 61, 63, 85, 92, 104, 119, 195, 237, 239, 264, 272
поперечной время, **160**, 163, 164
продольной время, **163**
- Решетка дифракционная
амплитудно-фазовая, 85, 177
вектор, 86, 190–194, 196–205, 218, 223–227, 240–254, 276–282
динамическая, 193, 237, 239
объемная, 93, 124, 177, 196–198
отражательная, 124, 193, 238, 266, 277
плоская, 84, 218, 240, 288
пропускающая, 124, 193, 197, 277
спонтанная, 84, 221–227, 238–257, 276–282
вторичная, 84, 248–252
доминантная, 223–254, 277
картина дифракции, 222–225, 244–254
первичная, 248–252
третичная, 252
статическая, 93, 190, 193, 237, 239
фазовая, 85, 87, 185–194
шумовая, **196–205**, 254, 262

Ротационной вязкости коэффициент, 269

Ртутный лазер (Hg^+), 172

Рубиновый лазер, 26, 29–30, 32, 33, 63, 104, 115, 121, 122, 146, 148, 166, 171, 220

Рэлеевское рассеяние, 102, 103, 119–121, 243

С

Самовоздействия эффекты, **63–64**, 174, 233

Самодофокусировка, **64–68**, 75, 76, 204, 232–237, 261, 263, 264, 274

 порог по интенсивности, 67

Самодифракция, **83–88**, 93, 180, 261

Самониндуцированная прозрачность, **167–172**, 293

Самоканализование, **70–72**, 73–75

Самомодуляция, 73, **79–83**, 261

 порог по интенсивности, 80

Самоотражение, **88**, 237, 282

Самофокусировка, **64–72**, 73–76, 79, 233–234, 261, 263–264, 274

 порог по интенсивности, 70

Сапфир, 114

Света

 выпрямление, **31–32**

 усиление параметрическое, **33–35**, 36

Светлый солитон, 78

Световой вентиль жидкокристаллический (ЖКСВ), 273–275

Свободное затухание поляризации, **158–160**

Связанных волн уравнения

 при квадратичной поляризации среды, **22–24**, 33–35, 174, 286

 при кубической поляризации среды, **54–55**, 87, 93, 95, 174, 191, 200

Связи волн коэффициент, **191**, 266

Сегнетоэлектрик, 174, 176, 178, **194–196**

Сечение кристалла главное, **28**, 43

Сигнальная волна, *см.* Предметная волна

Силовая оптика, 16

Симметрии

 ось, 20, 59, 194, 275, 278

 плоскость, 20

 элемент, 20–21, 45, 59, 288

Симметричный волновод, 77, 227–229, 290

Симметрия

 гексагональная, 177, 194, 262–294

 квадратная, 264, 270, 275, 278, 288–291

Синхронизма

 пространственного условие, 42, 110

 фазового

 угол, 29

 условие, **27–31**, 39, 42, 43, 56–58, 107, 116, 191, 200, 221, 287

Скорость

 групповая, **71**, 72–79, 81

 фазовая, 13, 28, 47, 71, 113, 168, 232

Солитон оптический, **72–79**, 171–172, 196, 238, 293–294

 временной, **73**, 82–83

 запрещенного промежутка, 293

 пространственный, **73–79**, 82

 двухмерный, 76

 одномерный, 76–79

 светлый, 78

 темновой, 78

Солитонов интерференция, 79

Соотношение Максвелла, **13**, 32

Соотношения

 Клейнмана, **24**, 55

 Мэнли—Роу, **35–36**

Состояние виртуальное, 145–151

Спеклы, 122–124

Спектральная линия

 естественная ширина, 132–133

 контур

 Гаусса, **134–136**, 165

 Лоренца, 119, **129**, 132–135, 143, 147

 Фохта, **134**, 135

 уширение

 неоднородное (доплеровское),

74, 133–136, 162, 165
однородное, 74, 129–136, 138, 143, 146, 150
полевое, **130**, 136, 138
Спектральный провал
Беннета, **136**, 138
Лэмба, **138**, 139
Спектроскопия
бездоплеровская, 137, 149, 151
двухфотонного поглощения света, 145
Спиральная волна, 272
Спонтанное
излучение, 41, 42, 74, 107, 283
рассеяние Мандельштама—Бриллюэна (МБР), 113, 114, 117
Спонтанные решетки, 84, 221–227, 238–257, 276–282
вторичные, 84, 248–252
доминантные, 223–254, 277
картина дифракции, 222–225, 244–254
первичные, 248–252
третичные, 252
Статическая дифракционная решетка, 93, 190, 193, 237, 239
Стоксово рассеяние, 43, 102–114, 121, 123
вынужденное, 104–112
Суперпозиции принцип, 10–11
Схема
Кречманна, **220**
Отто, **218**, 219, 220, 253

Т
Танталат лития (LiTaO_3), 185–186, 195, 199–201
Темновой солитон, 78
Теория
движущихся фокусов, **71**
фотопревращений в фоторефрактивных кристаллах, **177–186**
Терхьюна опыт, **104**, 109, 110
Типы фоторефрактивных сегнетоэлектриков, **194–196**
Титанат бария (BaTiO_3), 176, **196**, 200, 202–205, 208, 262, 265

Ток
диффузионный, 176–182, 200
дрейфовый, 176–182
фотовольтаический, 178–181, 184, 199–200
Толщина отсечки
ТЕ-моды, **228**, 242
ТМ-моды, **228**
Точечная группа симметрии, см. Кристаллографический класс
Третичные спонтанные решетки, 252
Третьей гармоники генерация, **55–58**
Трехволновое взаимодействие, **22–24**, 33, 39, 111, 267
Турбулентность оптическая, 252, 253, 262, 264, 272

У

Угол фазового синхронизма, 29
Уравнение
баланса, **269**
волновое, 12, 16, 106, 107, 116, 117, 168, 272
Гельмгольца, 22, 23, 54, 107, 110, 187, 214, 215, 284
дисперсионное
для волноводной ТЕ-моды, 228
для волноводной ТЕ-моды при нелинейности окружающих сред, 233
для волноводной ТМ-моды, 228
для поверхностной ТМ-волны, 215
заданного поля, 25
при фокусировке пучка, 58
Пуассона, **179**, 180–184
Френеля, **14**, 27, 33
Шредингера
нелинейное, 76
нестационарное, **141**, 154
Уравнения
Кухтарева, 177–181
Максвелла, **11**, 13, 212–215, 228, 283, 284
материальные, **11**, 14

- связанных волн
при квадратичной поляризации среды, **22–24**, 33–35, 174, 286
при кубической поляризации среды, **54–55**, 87, 93, 95, 174, 191, 200
- Усиление света параметрическое, **33–35**, 36
- Условие
Брэгга, 113, 208, 282, 283
пространственного синхронизма, 42, 110
фазового синхронизма, **27–31**, 39, 42, 43, 56–58, 107, 116, 191, 200, 221, 287
- Уширение спектральной линии
неоднородное (доплеровское), 74, 133–136, 162, 165
выжигание дыр, **136**, 137, 254
однородное, 74, 129–136, 138, 143, 146, 150
полевое, **130**, 136, 138
- Ф**
- Фабри—Перо интерферометр, 49, 89–92, 115, 120, 139, 283
фактор резкости, 49, 89
- Фазовая
дифракционная решетка, 85, 87, 185–194
модуляция, 44, **48–50**, 263, 270, 272–275, 277
скорость, 13, 28, 47, 71, 113, 168, 232
- Фазово-амплитудная дифракционная решетка, см. Амплитудно-фазовая дифракционная решетка
- Фазово-сопряженная волна, **96–98**, 123–124, 192, 196, 203–209, 238, 262
осцилляции, 204–205
- Фазового синхронизма
угол, 29
условие, **27–31**, 39, 42, 43, 56–58, 107, 116, 191, 200, 221, 287
- Фазовый переход в жидком кристалле, 268
- Фактор
заполнения, **255**, 281
резкости интерферометра, 49, 89
- Ферми правило золотое, 143
- Фонон оптический, 43, 112, 121, 214
- Формирование
гексагонов
в планарных нелинейных волноводах, **276–282**
при неустойчивости во встречных пучках, **262–264**
квазикристаллов, **261–294**
- Формула Максвелл—Гарнета, **255**
- Формулы Друде—Лоренца, **216**, 255
- Фотовольтаический ток, 178–181, 184, 199–200
- Фотонное эхо, **162–167**, 168
- Фотонный кристалл, **282–294**
генерация второй гармоники, **286–294**
- Фоторефрактивные кристаллы, **174–209**, 239, 262, 265–268, 277, 281
вырожденное четырехволновое взаимодействие, **190–194**, 200, 203, 207
механизмы превращений, **176–177**
распространение световых волн, **186–190**
теория фотопревращений, **177–186**
шумовые решетки, **196–205**
- Фоторефрактивных сегнетоэлектриков типы, **194–196**
- Фотоэффект, 254
- Фохта контур спектральной линии, **134**, 135
- Франкена опыт, **26**
- Фредерикса
переход, 274
поле, 270
- Фрелиха частота, **254**
- Френеля уравнение, **14**, 27, 33
- Функция волновая, 140–147, 154–157
- Фурье интеграл, 182, 218
- Фэннинг-эффект, 196, **198**, 262

Ц

Центр инверсии, *см.* Операция инверсии

Центросимметричный кристалл, 20, 59

Ч

Частота

осцилляций Раби, 156, 157, 169
плазменная, 57, 216

Фрелиха, **254**

Частоты преобразование вверх, **39–41**

Четырехволновое взаимодействие, **54–55**, 200, 204

вырожденное, **92–95**, 97–98, 123
в фоторефрактивных кристаллах, **190–194**, 200, 203, 207

Четырехволновые процессы параметрические, 200

Ш

Шредингера уравнение

нелинейное, 76
нестационарное, **141**, 154

Штарка эффект, 159–160

Шумовые решетки, **196–205**, 254, 262
в фоторефрактивных кристаллах, **196–205**

Э

Эвальда диаграмма, 246

Эйнштейна

дифференциальный коэффициент, 131

коэффициенты, **128**, 131, 144

Экситон, 149, 214

Ванье—Мотта, 149

Электродипольное приближение

запрещенные переходы, 144, 145, 147

разрешенные переходы, 144, 145, 147, 155, 157

Электрооптический эффект

Керра, 44, **59–63**

квадратичный, *см.* Эффект Керра

линейный (ЛЭОЭ), **44–50**, 60, 176, 185, 196, 208

Электрострикция, 65, 115–118

Элемент

ввода/вывода волны, 194, 218, 220, 222, 229

симметрии, 20–21, 45, 59, 288

Эталон Фабри—Перо, *см.* Интерферометр Фабри—Перо

Эффект

Вейгерта, 239

Доплера, 114, 133, 159, 165

Керра

оптический, **59–63**, 64, 264

электрооптический, 44, **59–63**

насыщения, 15, 73–76, **128–140**, 147, 168, 239, 274

Поккельса, *см.* Линейный электрооптический эффект

Штарка, 159–160

электрооптический

квадратичный, *см.* Эффект Керра

линейный (ЛЭОЭ), **44–50**, 60, 176, 185, 196, 208

Эффективность

дифракционная, 85, 194, 196, 197, 199, 202, 218, 222, 245, 247

конверсионная, **231**, 288

Эффективный

коэффициент поглощения, 132, 135

показатель преломления моды, 226–235, 241–255, 283–290

поперечник

вынужденного излучения, 74
поглощения, 14, 74, 137, 178

Эффекты

параметрические нелинейные, **32–33**

самовоздействия, **63–64**, 174, 233

Эхо фотонное, **162–167**, 168

Навчальне видання

Милославський Володимир Костянтинович

Нелінійна оптика

російською мовою

Редактор І. Ю. Агаркова
Коректори О. В. Гавриленко, Л. Є. Ткаченко
Комп'ютерна верстка Є. Д. Маковецький
Макет обкладинки І. Н. Дончик

Підписано до друку 11.04.2008. Формат 60×84/16.
Папір офсетний. Друк ризографічний.
Обд.-вид. арк. 19,75. Умов.-друк. арк. 18,37.
Наклад 300 прим. Ціна договірна.

Надруковано ФОП «Петрова І. В.».
61144, Харків-144, вул. Гв. Широнінців 79^Б, к. 137
тел. 362-01-52.

Свідоцтво про державну реєстрацію ВОО № 948011 від 03.01.03