Міркування. Необхідна та достатня умови. Пряма та обернена теореми. Категоричний силогізм.

Курінний Григорій Чарльзович, Невмержицька Олена Миколаївна

Вересень 2014

Зміст

1 Міркування

1.1 Міркування формальні та змістовні

Міркування уявляємо як одержання нових знань із тих, що уже маємо. Правила, якими ми користуємося при цьому, можуть бути чітко усвідомленими, а можуть бути не усвідомленими. Якщо знання стосуються того, що ми уявляємо як щось справжнє, то міркування називаємо змістовними. Якщо ж знання є послідовностями символів, що позбавлені змісту, лише мають певну форму, а одержання нових таких знань відбувається за чітко вказаними правилами, то такі міркування називаємо формальними.

Нехай маємо знання (висловлення) $A \vee B$, а також знаємо, що $\neg A$. Із цих знань ми одержуємо знання B. Тут ми маємо правильне (для математиків) формальне міркування.

Нехай нам відомо, що всі трикутні прямокутники є круглими. І припустимо, що нам також відомо, що ромб є трикутним прямокутником. Тоді висновок, що ромб є круглим, зроблений правильно — формально правильно.

Нехай маємо знання — є два наперстки, і під одним із них знаходиться кулька. Також ми знаємо, що під першим наперстком кульки немає. Отже кулька знаходиться під другим наперстком. Це хибне змістовне міркування — тут не враховані обставини, при яких відбувається подія. І робити висновок, який зроблено, вкрай ризиковано.

Нехай маємо знання: після дощу земля мокра і є калюжі. Також зранку бачимо, що земля мокра і на землі калюжі. Робимо висновок — вночі був дощ. Це правильне змістовне міркування. Розглянемо подібне міркування, яке дає хибний висновок.

> Коли вітер, то прапор майорить. Ми бачимо, що прапор майорить. Робимо висновок, що погода вітряна.

Наведене міркування формально хибне. А змістовно — це залежить від обставин. В дійсності таке міркування стосувалося прапора, що встановили космонавти на Місяці. Оскільки на місяці повітря немає, то погода вітряною бути не може. Звідси випливає висновок, що космонавти не встановлювали прапор — зйомки проходили в павільйонах кіностудії. Обставини, які не враховувались при цьому, — прапор зроблений з пружного матеріалу, і саме пружність (непотрібна в земних умовах) заставляє прапор майоріти.

Нехай для деяких висловлень p, q нам відома істиність висловлювань $p \Rightarrow q$ і q. Робимо висновок, що також правильне висловлювання p. Це хибне формальне міркування.

Формальні підходи до питань: якими найпростішими реченнями користуються в своїх міркуваннях люди? які найпростіші правила міркувань? досліджувалися з античних часів логікою. Ознайомимося з цими результатами, оскільки саме формальні записи, формальна оцінка правильності, формальне доведення використовується математиками. Питання, що стосуються істиності, відносяться до семантики, а питання, що стосуються правильності записів та їх перетворень, стосуються синтаксису.

1.2 Теореми — пряма, обернена, протилежна, протилежна до оберненої та обернена до протилежної

В математиці вживаються вирази "пряма теорема", "обернена теорема", "протилежна теорема", "обернена до протилежної теореми", та "теорема, що протилежна до оберненої“.

В логіці слово теорема означає правильне і уже доведене твердження.

Вживання цього слова в інших розділах математики більш широке. Словом “теорема“ означають важливі твердження, що підлягають обгрунтуванню, строгому математичному доведенню. Теорема в останньому широкому розумінні може бути спростована.

Більшість теорем можна записати у вигляді

$$\forall x(p(x) \Rightarrow q(x)), \tag{1}$$

Коли з (1) розглядаються твердження

$$\forall x(q(x) \Rightarrow p(x)), \tag{2}$$

чи

$$\forall x(\neg p(x) \Rightarrow \neg q(x)), \tag{3}$$

чи

$$\forall x(\neg q(x) \Rightarrow \neg p(x)), \tag{4}$$

то

(1) називають прямою теоремою;

(2) називають оберненою теоремою до теореми (1);

(3) називають протилежною теоремою до теореми (1);

(4) називають протилежною до оберненої або оберненою до протилежної теореми.

Предикат $p(x)$ називають умовою (або засновком, або припущенням) теореми, що записана у вигляді (1), а $q(x)$ — висновком цієї теореми. Використовуючи поняття умови та висновку теореми можна сказати, що

умовою оберненої теореми є висновок, а висновком — умова прямої теореми;

умовою протилежної теореми є заперечення умови, а висновком — заперечення висновку прямої теореми;

умовою протилежної до оберненої теореми є заперечення висновку, а висновком — заперечення умови прямої теореми.

Оскільки для будь-яких висловлень a, b можна записати рівносильності

$$a \Rightarrow b = \neg a \vee b = \neg\neg b \vee \neg a = \neg b \Rightarrow \neg a,$$

то порівнюючи (1) та (4) бачимо, що пряма теорема правильна тоді і тільки тоді, коли правильна теорема, що обернена до протилежної або протилежна до оберненої. Записавши рівносильність

$$b \Rightarrow a = \neg a \Rightarrow \neg b$$

і порівнюючи (2) та (3) бачимо, що обернена теорема правильна тоді і тільки тоді, коли правильна протилежна.

Розглянемо теореми

1. Якщо натуральне число ділиться на 4, то воно парне.
2. Якщо висловлення хибне, то його заперечення правильне.
3. Якщо кожна з двох прямих паралельна третій, то ці прямі паралельні.
4. Якщо грунт містить багато піску, то він погано зберігає вологу.

В прикладі 1 мова йде про натуральні числа. Отже наведене твердження можна записати у вигляді (1), взявши універсальною множиною сукупність натуральних чисел і позначивши:

$p(x)$ — властивість натурального числа x ділитися на 4,

$q(x)$ — властивість натурального числа x бути парним.

В прикладі 2 універсальною множиною можна взяти сукупність висловлень і позначити

$p(x)$ — властивість висловлення x бути хибним,

$q(x)$ — властивість заперечення висловлення x бути істинним.

В прикладі 3 універсальною множиною можна взяти сукупність пар прямих і позначити

$p(x)$ — властивість кожної прямої із пари x бути паралельною якійсь третій прямій,

$q(x)$ — властивість прямих, що утворюють пару x, бути паралельними одна одній.

В прикладі 4 універсальною множиною можна взяти сукупність грунтів і позначити

$p(x)$ — властивість грунту x містити багато піску,

$q(x)$ — властивість грунту x погано зберігати вологу.

Тепер запишемо обернені теореми, що відповідають прямим теоремам 1, 2, 3, 4. Ними будуть наступні:

1. Якщо число ділиться на два (парне), то воно ділиться на 4.
2. Якщо заперечення висловлення правильне, то саме висловлення хибне.
3. Якщо дві прямі паралельні між собою, то існує третя пряма, якій вони обидві паралельні.
4. Якщо грунт погано зберігає вологу, то він містить багато піску.

Протилежними до прямих теорем 1, 2, 3, 4 будуть наступні.

1. Якщо число не ділиться 4, то воно не парне.
2. Якщо висловлення не хибне, то його заперечення не правильне.
3. Якщо неправильно, що кожна з двох прямих паралельна третій, то ці прямі не паралельні.
4. Якщо грунт не містить багато піску, то він не погано зберігає вологу.

Обернені до протилежних теорем, що розглядаються, запишуться так.

1. Якщо число не ділиться 2 (непарне), то воно не ділиться на 4.
2. Якщо заперечення висловлення не правильне, то саме висловлення не хибне.
3. Якщо прямі не паралельні, то неправильно, що ці прямі паралельні деякій прямій.
4. Якщо грунт не погано зберігає вологу, то він не містить багато піску.

Як показують наведені приклади у випадку, коли пряма теорема правильна, обернена та протилежна теореми можуть бути хибними.

Деякі теореми стосуються одночасно кількох понять, при записі теореми у вигляді формули з'являються кілька змінних. Наприклад розглянемо теорему :

Якщо два кола мають однакові радіуси, і хорда першого кола має таку ж довжину, як і хорда другого кола, то ці хорди рівновіддалені від центрів кіл (див. рис. 1)

В цій теоремі йде мова про дві точки O_1, O_2 — центри кіл, що розглядаються, два числа r_1, r_2 — радіуси кіл, дві хорди l_1, l_2. Введемо позначення для найпростіших предикатів, за допомогою яких ми запишемо теорему у вигляді формули. Ними будуть

$A = A(r_1, r_2)$ означає, що $r_1 = r_2$;

$B = B(l_1, l_2)$ означає, що довжина l_1 збігається з довжиною l_2;

$C = C(O_1, l_1, O_2, l_2)$ означає, що відстань h_1 від O_1 до l_1 збігається з відстанню h_2 від O_2 до l_2.

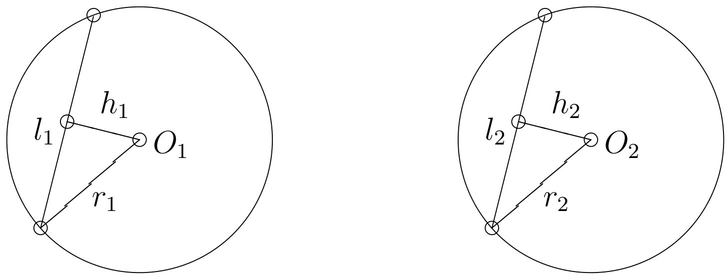

Рис. 1: Рівновіддаленість хорд від центрів

При таких позначеннях теорема запишеться у вигляді формули

$$\forall O_1, O_2, r_1, r_2, l_1, l_2 (A \wedge B \Rightarrow C) \tag{5}$$

із шістьма предметними змінними $O_1, O_2, r_1, r_2, l_1, l_2$. Щоб переписати (5) у вигляді (1) потрібно набір із 6 змінними позначити одним символом :

$$x = (O_1, O_2, r_1, r_2, l_1, l_2).$$

В мовній практиці звичайно не підкреслюють, що є предметною змінною і як ця змінна величина позначається. Наприклад, у твердженні : "Якщо речення безособове, то воно не має підмета" недоречно підкреслювати, що "речення" тут змінна величина, і говорити, "Якщо речення x безособове, то воно не має підмета y". Також звичайно квантор "для всіх" лише мається на увазі, його наявність чітко не відмічається. Відмічаючи ретельно все ми повині були б сказати : "Для всіх x, для всіх y, якщо x речення і x безособове, то y не є підметом для x". Не ставлячи кванторів і не позначаючи предметні змінні ми замість (1) звичайно пишемо

$$p \Rightarrow q, \tag{6}$$

і говоримо, що p — умова теореми, а q — її висновок.

Кожне висловлення p рівносильне формулі

$$(p \vee \neg p) \Rightarrow p, \tag{7}$$

яка має вигляд (6). Але таке переписування штучне, і ми розглядаємо обернені, протилежні та протилежні до обернених теорем тільки для тих теорем, що досить природно записуються у вигляді (6) чи (1).

Прикладом може бути теорема:

"Число 2^{756239} просте"

що штучно переписується у вигляді (1), коли предикатом $p(x)$ взяти

"число x дорівнює 2^{756239}",

а предикатом $q(x)$ взяти

“Число x просте“.

Ні обернену, ні протилежну до цієї теореми не розглядають.

Прикладом такої ж теореми є наступна:

Множина простих чисел нескінченна.

.

Деякі теореми природно записуються у вигляді формули

$$\forall x(p(x) \Leftrightarrow q(x)),$$

або у вигляді формули

$$\exists x p(x).$$

Прикладами таких теорем будуть:

“Існує множина, що є підмножиною будь-якої множини“;

“Існує алгоритм знаходження найбільшого спільного дільника двох натуральних чисел“;

“Висоти трикутника перетинаються всередині трикутника тоді і тільки тоді, коли цей трикутник гострокутний“.

Для таких теорем також не розглядають обернені, протилежні та обернені до протилежних теореми.

2 Умовивід. Пряме доведення з використанням modus ponens і доведення методом від протилежного з використанням modus tollens.

Умовивід, це форма мислення, за допомогою якої із одних думок (засновків) одержують нові думки — висновки.

Висновки можемо робити і з порожньої можини засновків. Наприклад, без будь-яких додаткових знань ми можемо стверджувати, що кожне натуральне число або парне або непарне. Це випливає із закону виключеного третього. Але закон виключеного третього, як і інші прийняті закони мислення, не є засновком.

Висновки можна робити із одного засновку. Із припущення, що здорова молода рослина має помітний приріст, можна зробити висновок, що коли приросту немає, то рослина або не молода, або не здорова. Висновок із одного засновку називають безпосереднім умовиводом.

Умовиводи в античній логіці записуються у вигляді дробу, чисельником якого є припущення (засновки), а в знаменнику стоїть один висновок. В античній логіці висновки з порожньої множини засновків не робили. Отже, якщо $p_1, p_2, \ldots, p_n (n \geq 1)$ — засновки, а q — висновок, то умовивід записується так:

$$\frac{p_1, p_2, \ldots p_n}{q}.$$

Крім того, засновки в античній логіці пишуть не в рядок, а один під другим — в стовпчик.

2.1 Метод доведення з використанням modus ponens

Прямим методом доведення теореми, яка записана у вигляді $\forall x P(x)$, є повний перебір усіх можливостей (повна індукція) та повна математична індукція.

Прямим методом доведення теореми, яка записана у вигляді $\exists x P(x)$, є явна вказівка на той елемент, існування якого стверджує теорема.

Розглянемо ще один прямий метод доведення теореми, що записана як висловлення p, метод з використаням так званого modus ponens — правила відділення засновку. За цим способом теорема p вважається доведеною, якщо для деякого твердження q довели, що q правильне, і із q випливає p. Це правило можна записати у вигляді дробу

$$\frac{q, q \Rightarrow p}{p}.$$

2.2 Метод доведення з використанням modus tollens

Часто зустічається доведення теорем методом від протилежного. За цим способом p вважається доведеною, якщо для деякого твердження q довели, що q неправильне і із $\neg p$ випливає q, тобто припущеннz $\neg p$ приводить до суперечності — правильно і q і $\neg q$. Символьно це правило (воно ще називається modus tollens) записується так

$$\frac{\neg q, \neg p \Rightarrow q}{p}.$$

Прикладом доведення методом від протилежного є доведення того, що простих чисел нескінченно багато. Отже потрібно довести теорему

p — простих чисел нескінченно багато.

Доведення полягає в тому, що ми припускаємо протилежне:

$\neg p$ — простих чисел скінченна кількість і ми можемо їх перенумерувати. Отже нехай $p_1, p_2, \ldots p_n$ — всі різні прості числа. Утворюємо число $p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n + 1 = a$. Твердження q — "число a є простим".

Спочатку доводимо $\neg q$ — число a не просте, тому що воно строго більше будь-якого простого числа.

А з другої сторони, воно є простим, тому що не ділиться ні на одне інше просте число. Отже ми довели, що

$$\neg p \Rightarrow q.$$

Одержана суперечність доводить нескінченність множини простих чисел.

3 Антична логіка. Категоричний силогізм

3.1 Витоки логіки. Антична логіка.

Є точка зору, згідно якої в світі взаємодіють два протилежні чинники. В східних світоглядних системах діють інь (чоловіче, світле, впорядковуюче начало) та янь (жіноче, темне, начало, що вводить безлад), а в західних світоглядних системах розглядють впорядковуюче начало логос, а начало, що породжує безлад — хаос. Від грецького слова логос походить слово логіка — яким позначають науку про мислення.

Зараз ми звертаємося до традиційної логіки (саме тієї її частини, з якої виросла математична логіка) як до культурного надбання світу, що справило великий вплив на науку. Географічне положення України (та і сусідніх регіонів) і політичне становлення не дозволили скористатися надбаннями в сфері логіки країн Сходу (Китай, Корея, Японія, Індія), що мають давню потужну культуру.

Вкажемо на кілька постатей, що стояли біля витоків логіки, і, відповідно, час, починаючи з якого існує така наука.

Зенон Елейський — жив приблизно в 490 — 430 роки до нової ери на півдні Італії, від Зенона почалася мода на словесні змагання. Ця мода стала помітним чинником зародження логіки. Зенон створював апорії — міркування, що ставили розум в глухий кут

Сократ — жив в 469 — 394 роки в Афінах, був неперевершеним майстром уже згаданих словесних змагань, поширював свої погляди в усній формі, серед учеників відмітимо Ксенона та Платона.

Аристотель — жив в 384 — 322 роках до нової ери, заснував поблизу Афін (в Лікеях) знамениту шоклу — лікей, яка проіснувала близько 8 століть. Час створення Аристотелем праць з методів переконання визнано часом створення логіки.

3.2 Судженя, категоричне судження.

Класична логіка має справу не з висловленнями, а з судженнями.

> Судження — форма мислення, в якій засобами ствердження або заперечення розкриваються зв'язки предметів з їх ознаками, або відношення між предметами.

Судження — ідеальне, воно виражається матеріальними реченнями, тобто висловленнями.

Судження, в якому стверджується чи заперечується наявність певної властивості безвідносно до будь-яких умов, називаєтсья категоричним. Нехай S — поняття, а P — властивість. Виділяють чотири типи (їх позначають a, e, i, o) суджень:

a — загальностверджувальне судження — всі S мають властивість P;

e — загальнозаперечувальне судження — жоден S не має властивості P;

i — частковостверджувальне судження — деякі S мають властивість P;

o — частковозаперечувальне судження — дякі S не мають властивості P.

Позначення для категоричних суджень створені наступним чином. Латинською мовою

"affirmo" означає "стверджую",
"nego" означає "заперечую".

У відмічених латинських словах беруть перші дві голосні букви. Таким чином, маємо

affirmo	nego
a i	e o

З використанням позначень для предикатів, логічних зв'язок та кванторів (логічної символіки) відмічені типи категоричних суджень можна записати наступним чином:

знак	Формула	Зміст висловлення	Античний запис
a	$\forall x(S(x) \Rightarrow P(x))$	Загально-стверджувальне	$S \quad a \quad P$
e	$\forall x(S(x) \Rightarrow \neg P(x))$	Загально-заперечувальне	$S \quad e \quad P$
i	$\exists x(S(x) \wedge P(x))$	Частково-стверджувальне	$S \quad i \quad P$
o	$\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$	Частково-заперечувальне	$S \quad o \quad P$

В наведених записах буква S є першою буквою слова Subject, а P — першою буквою слова Predicate. І P і S називають термінами категоричного судження.

Висловлення "Деякі ссавці мають крила" — частковостверджувальне висловлення. Його можна записати у вигляді формули $\exists x(S(x) \wedge P(x))$, коли через $S(x)$ позначити властивість живого організму бути ссавцем, а через $P(x)$ — властивість живого організму мати крила.

Висловлення "Жодна річка не впадає в Морозівське озеро" — загальнозаперечувальне. Тут предметною областю можна взяти сукупність географічних понять, через $S(x)$ можна позначити властивість елемента x бути річкою, а через $P(x)$ — властивість x впадати в Морозівське озеро.

Висловлення "Деякі види рослин не ростуть в Україні" — частковозаперечувальне. Предметною областю тут можна взяти сукупність видів усіх живих організмів, через $S(x)$ можна позначити властивість виду x бути видом рослин, а через $P(x)$ — можна позначити властивість виду x рости в Україні.

Для вправи можна означити висловлення однією з літер **a, i, e, o** в залежності від того, чи буде це висловлення загальностверджувальним, загальнозаперечувальним, частковостверджувальним, частковозаперечувальним:

а). У всіх містах є промислові підприємства;

б). У деяких містах забруднене повітря;

в). У всіх містах немає толок та левад;

г). У деяких містах немає великих майданів.

3.3 Силогізм. Категоричний силогізм

Якщо засновків два або більше, то умовивід називають силогізмом. Якщо засновків два, то це простий силогізм. Якщо засновки і висновки є категоричними судженнями, то це категоричний силогізм. Далі нас будуть цікавити прості категоричні силогізми, які будемо називати просто силогізмами — інших силогізмів у нас не буде.

Аристотель сформулював 19 "правильних" правил побудови силогізмів. Замість слова "правило" в мовному оточенні античної логіки вживають термін "модус". Всі ці правила (тобто модуси) вкажемо. 19 способів одержання висновку із двох припущень — це багато для запам'ятовування. Михайло Псьол (Візантія, Константинополь, 1018 — біля 1078 чи пізніше) подав ідею використовувати мнемонічні правила — слова, що допомогають їх запам'ятати. Послідовно виклав згадані правила для запам'ятовування Петро Іспанський (1210 чи 1220–1277) — вони активно використовувалися в середньовічних університетах. Всі модуси простого категоричного силогізму розбиті на 4 групи (фігури), і запам'ятовували уже імена (штучно створені). Випишемо ці імена:

1. Barbara, Celarent, Darii, Ferioque;

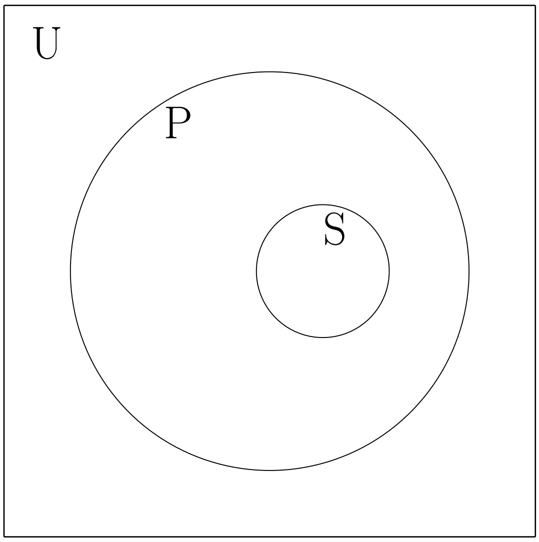

Рис. 2: Всі S є P, тобто $S \quad a \quad P$.

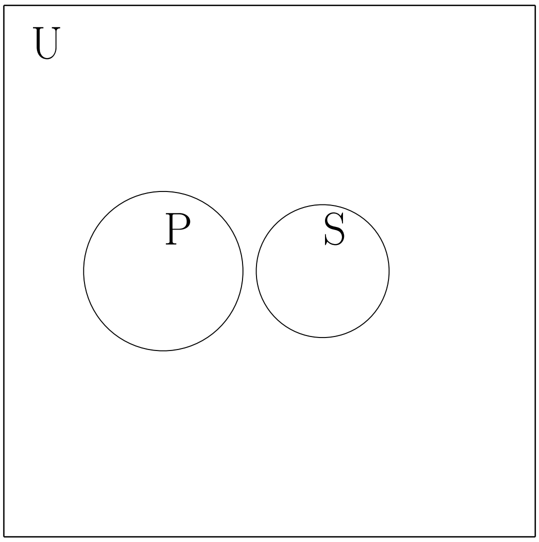

Рис. 3: Жоден S не є P, тобто $S \quad e \quad P$.

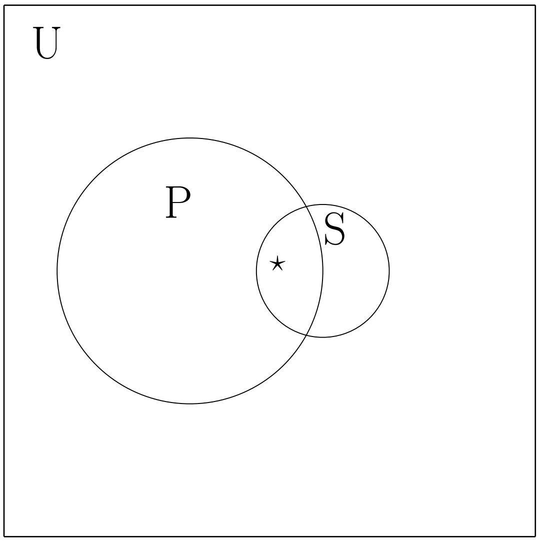

Рис. 4: Деякі S є P, тобто $S \quad i \quad P$.

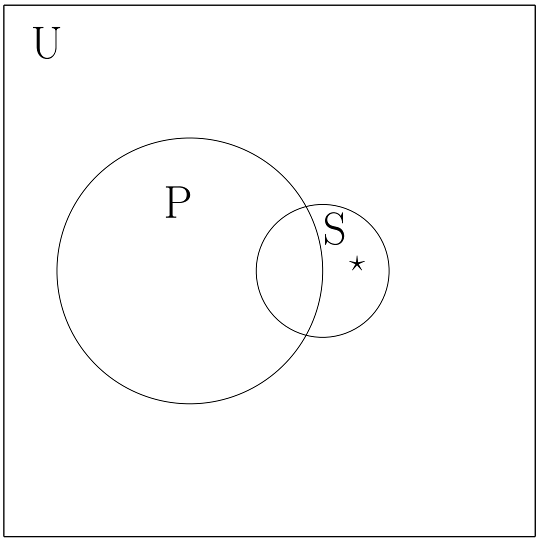

Рис. 5: Деякі S не є P, тобто $S \quad o \quad P$.

2. Cesare, Camestres, Festino, Daroco;

3. Darapti, Disamis, Datisi, Felapton, Bocardo, Ferison;

4. Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison.

Перша фігура

$$\text{Barbara}\quad \begin{array}{ccc} M & a & P \\ S & a & M \\ \hline S & a & P \end{array};\quad \text{Celarent}\quad \begin{array}{ccc} M & e & P \\ S & a & M \\ \hline S & e & P \end{array};$$

$$\text{Darii}\quad \begin{array}{ccc} M & a & P \\ S & a & M \\ \hline S & a & P \end{array};\quad \text{Ferioque}\quad \begin{array}{ccc} M & e & P \\ S & i & M \\ \hline S & o & P \end{array}.$$

Терміни модусів першої групи в чисельнику розподілені за однією схемою:
M P
S M А типи категоричного силогізму в модусі обираються за першими трьома голосними у вдповідному імені. Буква M для позначення терміну в модусі — це перша літера латинського слова Medium. Воно означає "той, хто займає середнє положення, посередник, середина".

Друга фігура.

$$\text{Cesare}\quad \begin{array}{ccc} P & e & M \\ S & a & M \\ \hline S & e & P \end{array};\quad \text{Camestres}\quad \begin{array}{ccc} P & a & M \\ S & e & M \\ \hline S & e & P \end{array};$$

$$\text{Festino}\quad \begin{array}{ccc} P & e & M \\ S & i & M \\ \hline S & o & P \end{array};\quad \text{Daroco}\quad \begin{array}{ccc} P & a & M \\ S & o & M \\ \hline S & o & P \end{array}.$$

Терміни модусів другої групи в чисельнику розподілені за однією схемою:
P M
S M

Третя фігура

$$\text{Darapti}\quad \begin{array}{ccc} M & a & P \\ M & a & S \\ \hline S & i & P \end{array};\quad \text{Disamis}\quad \begin{array}{ccc} M & i & P \\ M & a & S \\ \hline S & i & P \end{array};\quad \text{Datisi}\quad \begin{array}{ccc} M & a & P \\ M & i & S \\ \hline S & i & P \end{array};$$

$$\text{Felapont}\quad \begin{array}{ccc} M & e & P \\ M & a & S \\ \hline S & o & P \end{array};\quad \text{Bocardo}\quad \begin{array}{ccc} M & o & P \\ M & a & S \\ \hline S & o & P \end{array};\quad \text{Ferison}\quad \begin{array}{ccc} M & e & P \\ M & i & S \\ \hline S & o & P \end{array}$$

Терміни модусів третьої фігури в чисельнику розподілені за однією схемою:

M P
M S

Насамкінець розберемося з модусами червертої фігури — ця фігура має 5 модусів:

$$\text{Bramantip}\ \ \frac{\begin{array}{ccc}P & a & M\\ M & a & S\end{array}}{\begin{array}{ccc}S & i & P\end{array}};\quad \text{Camenes}\ \ \frac{\begin{array}{ccc}P & a & M\\ M & e & S\end{array}}{\begin{array}{ccc}S & e & P\end{array}};$$

$$\text{Dimaris}\ \ \frac{\begin{array}{ccc}P & i & M\\ M & a & S\end{array}}{\begin{array}{ccc}S & i & P\end{array}};\quad \text{Fesaro}\ \ \frac{\begin{array}{ccc}P & e & M\\ M & a & S\end{array}}{\begin{array}{ccc}S & o & P\end{array}};\quad \text{Fresison}\ \ \frac{\begin{array}{ccc}P & e & M\\ M & i & S\end{array}}{\begin{array}{ccc}S & o & P\end{array}}.$$

Терміни модусів четвертої фігури в чисельнику розподілені за схемою:
P M
M S

Філософи склали спеціальний віршик, в якому зустрічалися всі наведені імена. Цей віршик допомагав запам'ятовувати правила доведення.

Barbara, Celarent, Darii, Ferioque prioris
Cesare, Camestres, Festino, Baroko secundae
Tertia grande sonans recitat Darapti, Felapton Disamis, Datisi, Bokardo, Ferison.
Quartae Sunt Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison.

Зробимо і свій внесок в мнемоніку — допоміжні засоби для запам'ятовування. Для запам'ятовуваня схем розподілу термінів варто звернути увагу, що вони дещо схожі на букви И та П, що лежать на правому боці — вид спереду і ззаду. Перша фігура — буква и на правому боці вид спереду, друга фігура — буква п на правому боці вид спереду, третя фігура — буква п на правому боцівид ззаду, четверта фігура — буква и на правому боці, вид ззаду.

Наведемо приклади. Висловлення “Всі риби — тварини“ — загальностверджувальне висловлення. Справді, наведене висловлення можна записати у вигляді формули $\forall x(S(x) \Rightarrow P(x))$, якщо через $S(x)$ позначити предикат "x є рибою а $P(x)$ — x є твариною.

Наведемо приклади застосування правила **Barbara** . Нехай відомо, що всі посміттюхи — птахи. Нехай відомо також, що всі птахи мають дзьоба. Тоді за правилом **Barbara** ми можемо стверджувати, що всі посміттюхи мають дзьоба.

Ще один приклад. Вважаємо правильними висловлення “Всі юристи мають вищу освіту“ та “Всі, хто має вищу освіту, знають формальну логіку“. Тоді правило **Barbara** забезпечує нам правильність висловлення “Всі юристи знають формальну логіку“.

Слово **Celarent** має голосні літери **e,a** та **e** . Тому модус **Celarent** першої фігури категоричного силогізму має в своєму припущенні загальнозаперечувальне і загальностверджувальне висловлення. Це правило записується у вигляді

$$\frac{\forall(S(x) \Rightarrow M(x)), \quad \forall(M(x) \Rightarrow \neg P(x))}{\forall(S(x) \Rightarrow \neg P(x))}.$$

Наведене правило збігається з попереднім (модусом **Barbara),** коли в ньому (тобто в модусі **Barbara**) замінити предикат $P(x)$ на предикат $\neg P(x)$

Наведемо приклади використання модуса **Celarent** .

Якщо відомо, що всі водорості для свого життя вимагають багато вологи, а також відомо, що всі живі організми, які вимагають для свого життя досить багато вологи, не здатні жити в пустелях, то правило **Celarent** дозволяє зробити висновок, що всі водорості не живуть в пустелях, або, що те ж саме, в пустелях не живуть ніякі водорості.

Ще один приклад. Із припущень "Всі, хто проплів стометрову дистанцію, вміють плавати" та "Всі, хто вміє плавати, не зможуть розучитися плавати" можна зробити висновок (користуючись правилом **Celarent**) "Всі, хто проплів стометрову дистанцію, не зможуть розучитися плавати".

Слово **Darii** має в своєму записі голосні літери **a,i** та **i** . Отже маємо припущення: всі M є P, і деякі S є M. З цього робиться висновок, що деякі S є P. Правило **Darii** записується у такому вигляді:

$$\frac{\forall x(M(x) \Rightarrow P(x)), \exists x(S(x) \wedge M(x)),}{\exists x(S(x) \wedge P(x))}.$$

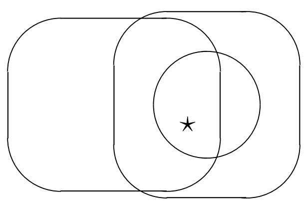

Рис. 6: Співвідношення між областями істинності предикатів в модусі **Darii**

Наведемо приклади застосування правила **Darii** . Припустимо, що ми переконані в правильності наступних двох висловлень :

Існує автомобіль марки Краз;

Всі автомобілі марки Краз виготовляють в Кременчуці.

Тоді можна зробити висновок:

Існує автомобіль, виготовлений в Кременчуці.

Наведемо ще приклад. Припустимо:

Існує хлопець, що володіє математичною логікою;

Всі, хто володіє математичною логікою, мають швидку мускульну реакцію.

Тоді правильним висновком за правилом **Darii** буде:

Існує хлопець, що має швидку мускульну реакцію.

В правилі **Ferio** припущеннями є висловлення типів **e** та **i** , а у висновку — висловлення типу **o** , тобто припущеннями є загальнозаперечувальне та частковостверджувальне висловлення, а у висновку — частковозаперечувальне висловлення. Це правило формулами логіки предикатів можна записати так:

$$\frac{\forall(M(x) \Rightarrow \neg P(x)), \quad \exists x(S(x) \wedge M(x))}{\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))}$$

Із запису правила **Ferio** видно, що воно одержується із правила **Darii** заміною $P(x)$ на $\neg P(x)$.

Наведемо приклади застосування правила **Ferio** . Припустимо, що ми переконані в правильності тверджень:

деякі речовини відлякують комарів та мошку;

всі, речовини, що відлякують комарів та мошку, називають репелентами.

Тоді ми переконані в правильності висловлення

деякі речовини називають репелентами.

Такий висновок зроблено на основі правила **Ferio** .

Візьмемо ще один приклад. Із припущень:

"Є дерева, чиї плоди розташовані дуже високо",

"Будь-які плоди, що розташовані дуже високо, не можна дістати руками."

За правилом **Ferio** можна зробити висновок, що

"Існують дерева, чиї плоди не можна дістати руками".

Покажчик