СЛАБО КОМПАКТНЫЕ МНОЖЕСТВА В ТОПОЛОГИЧЕСКИХ K-ПРОСТРАНСТВАХ

Ю. А. Абрамович

В работе изучаются условия, когда в топологическом K-пространстве слабая компактность множеств сохраняется при взятии замкнутой нормальной оболочки. Основными результатами являются теоремы 2.1 и 3.1. В качестве следствий из них укажем теоремы 2.2 и 3.3. В теореме 2.2 доказано, что в дискретном KN-пространстве X непрерывность нормы является необходимым и достаточным условием того, чтобы у всякого $\sigma(X, X^*)$-компактного множества K его $\sigma(X, X^*)$ — замкнутая нормальная оболочка $N(K)$ была тоже $\sigma(X, X^*)$-компактна. Более того, из теоремы следует, что уже $N(K)$ $\sigma(X, X^*)$-компактна. Отметим, что достаточность условия теоремы хорошо известна и верна всегда без учета дискретности. В третьем параграфе рассматриваются непрерывные K-пространства (т. е. пространства без ортов) и доказано (теорема 3.4), что непрерывное KN-пространство удовлетворяет условию сформулированной выше теоремы тогда и только тогда, когда оно есть KB-пространство. В четвертом параграфе рассматриваются вопросы, близкие к предыдущему.

1. Мы будем придерживаться в основном терминологии, принятой в монографии Б. З. Вулиха [2]. Приведем несколько определений, не содержащихся в [2].

Определение 1.1. *Топологическим K-пространством называется K-пространство, наделенное отделимой линейной топологией, обладающей базисом из нормальных*[1] *окрестностей нуля. Если дополнительно топология локально-выпукла, то пространство будем называть локально-выпуклым K-пространством*[2].

Пусть X — произвольный K-линеал, F — подмножество из X. Через $N(F)$ будем обозначать нормальную оболочку множества F, т. е.

$$N(F) = \{y \in X : \exists x \in F \text{ т. ч. } |y| \leqslant |x|\}.$$

Хорошо известно, что выпуклая оболочка нормального множества вновь нормальна. Поэтому для всякого подмножества F топологического K-пространства X замкнутая выпуклая нормальная оболочка множества F есть $\overline{\text{con}}\, N(F)$, т. е. это замыкание выпуклой оболочки его нормальной оболочки.

Определение. 1.2. *Будем говорить, что в топологическом K-пространстве (X, τ) выполнено условие (N) [соотв. (N_1)], если*

---

[1] Подмножество D K-линеала X называется нормальным, если $0 \leqslant |x| \leqslant |y|$ и $y \in D$ влечет $x \in D$.

[2] Иногда локально-выпуклые K-пространства называют KT-пространствами.

для всякого слабо компактного множества K его слабо замкнутая нормальная [соотв. слабо замкнутая выпуклая нормальная] оболочка вновь слабо компактна.

Заметим, что из получаемых результатов будет следовать, что уже иногда само множество $N(K)$ слабо компактно. Кроме приведенных условий, мы будем также рассматривать, не вводя специальных обозначений, условия следующего вида: исходное множество (относительно) счетно компактно в слабой топологии, или (относительно) секвенциально компактно, или K состоит из попарно дизъюнктных элементов и т. д.

Нами используется теорема Амемиих [1, А.8] и некоторые следствия из нее.

Теорема 1.1. (Амемия [1, А.8]. *Пусть X — K-пространство и $K\sigma(\overline{X}, X)$ — компактное подмножество из $\overline{X}$*[3][1]. *Тогда $\overline{\mathrm{con}}\, N(K)$ тоже $\sigma(\overline{X}, X)$ компактно. (Черта означает замыкание в $\sigma(\overline{X}, X)$-топологии).*

Следствие 1.1. (Накано). *Пусть X — K-пространство. Тогда для всякого $x \in X$ интервал $[-|x|, |x|] = \{y \in X : |y| \leqslant \leqslant |x|\}$ $\sigma(X, \overline{X})$-компактен.*

Следствие 1.2. *Для локально-выпуклого K-пространства (X, τ) следующие утверждения равносильны:*

1) *всякий интервал в X $\sigma(X, X'_\tau)$-компактен;* 2) $X'_\tau \subset \overline{X}$.

Следующая лемма известна, поэтому ее доказательство опускаем.

Лемма 1.1. *Пусть в нормированном пространстве E замкнутая выпуклая оболочка любого компактного множества слабо компактна. Тогда E — банахово пространство.*

Из приведенной леммы вытекает, что (b) — полнота[2] *KN*-пространств является необходимым условием для выполнения условия (N_1).

2. В первоначальном варианте статьи все теоремы формулировались для KN-пространства. На возможность более общих формулировок для топологических K-пространств обратил внимание В. А. Гейлер, многие советы которого учтены в настоящем варианте.

Теорема 2.1. *Пусть X — дискретное K-пространство, наделенное топологией $\sigma(X, Y)$, где Y — фундамент в $\overline{X}$. Допустим, что всякий порядковый интервал в X секвенциально компактен* (из следствия 1.1 следует компактность интервалов). *Тогда для всякого (относительно) секвенциально компактного множества $K \subset X$ его нормальная оболочка $N(K)$ тоже (относительно) секвенциально компактна.*

---

[1] Если X — K-пространство, то через $\overline{X}$ обозначается сопряженное в смысле Накано пространство, т. е. пространство всех вполне линейных функционалов на X [2].

[2] Так мы обозначаем, следуя [2], полноту по норме.

Доказательство. Будучи дискретным K-пространством, X есть фундамент в пространстве $s(T)$ (всех вещественнозначных функций на некотором множестве T). Пусть K—произвольное секвенциально компактное подмножество X. Случай, когда K относительно секвенциально компактно, рассматривается совершенно аналогично. Возьмем произвольную последовательность $x_n \in N(K)$. Следовательно, $x_n = \lambda_n y_n$, где $y_n \in K$ и $\lambda_n = \{\lambda_n(t)\}_{t \in T}$, причем $|\lambda_n(t)| \leqslant 1$ для всех $t \in T$, т. е. элемент λ_n принадлежит пространству $m(T)$ и $\|\lambda_n\|_{m(T)} \leqslant 1$. Так как K секвенциально компактно (речь идет все время о топологии $\sigma(X, Y)$), то, не умаляя общности, можем считать, что $y_n \to y \in K$, иначе выберем сходящуюся подпоследовательность. Рассмотрим теперь последовательность $\{\lambda_n y\} \subset [-|y|, |y|] \subset N(K)$. Так как интервал $[-|y|, |y|]$ секвенциально компактен, то из этой последовательности можем выделить сходящуюся подпоследовательность $\lambda_{n_i} y \to x \in N(K)$. Опять (для удобства) будем считать, что уже $\lambda_n y \to x$. Докажем теперь, что $x_n \to x$, тем самым докажем секвенциальную компактность множества $N(K)$.

Возьмем произвольный $f \in Y$. Имеем

$$f(x_n - x) = f(x_n - \lambda_n y) + f(\lambda_n y - x).$$

Второе слагаемое, очевидно, стремится к нулю, так как $\lambda_n y \to x$. Остается доказать, что $f(x_n - \lambda_n y) \to 0$. Поскольку для любых $z = \{z(t)\} \in X$ и $g = \{g(t)\} \in \overline{X} \subset s(T)$ $z \cdot g = \{z(t)\, g(t)\} \in l^1(T)$, то условие $y_n \to y$ дает $f \cdot y_n \to f \cdot y$ в топологии $\sigma(l^1(T), m(T))$. Отсюда на основании известной леммы Филлипса [4, гл. IV, § 5, упр. 4в] получаем

$$\| f \cdot y_n - f \cdot y \|_{l^1(T)} = \sum_{t \in T} | f(t)\, y_n(t) - f(t)\, y(t) | \to 0,$$

а это, очевидно, дает, что

$$f(\lambda_n y_n - \lambda_n y) = \sum_{t \in T} f(t)\, \lambda_n(t)\, (y_n(t) - y(t))$$

стремится к нулю при $n \to \infty$.

Замечание. Нетрудно показать, что предположение о секвенциальной компактности интервалов в топологии $\sigma(X, Y)$ равносильно предположению об их секвенциальной компактности в топологии $\sigma(X, \overline{X})$. В предположении же континуум гипотезы это все равносильно счетности типа пространства X.

Следствие. *Пусть X — дискретное K-пространство. Если на X существует метрическая локально-выпуклая топология τ_1, мажорируемая топологией Макки $m(X, \overline{X})$, то выполняется условие предыдущей теоремы, т. е. всякий порядковый интервал секвенциально компактен в топологии $\sigma(X, \overline{X})$. Кроме того, тогда в $(X, \sigma(X, \overline{X}))$ всякое (относительно) счетно компактное множество (относительно) секвенциально компактно.*

Доказательство непосредственно следует из известной теоремы Эберлейна—Шмульяна [4, гл. IV, § 2, упр. 13в) и 14 в)].

Напомним, что *норма в KN-пространстве X называется непрерывной, если выполнено следующее условие:*

(А) $X \ni x_n \downarrow 0$ *влечет* $\|x_n\| \to 0$.

Теорема 2.2. *Пусть X — дискретное KN-пространство. Для того чтобы в X было выполнено условие (N), необходимо и достаточно, чтобы норма в X была непрерывна.*

Необходимость. Из условия (N) следует, что всякий интервал в X $\sigma(X, X^*)$-компактен. А это, как хорошо известно (см. следствие 1.2), влечет включение $X^* \subset \overline{X}$, что равносильно непрерывности нормы в X. Подчеркнем, что необходимость доказана без использования дискретности пространства.

Достаточность. Пусть в X выполнено (A) и K произвольное $\sigma(X, X^*)$-компактное подмножество. Должны доказать, что $N(K)$ относительно $\sigma(X, X^*)$ компактно. Мы даже докажем, что $N(K)$ $\sigma(X, X^*)$-компактно. Так как X^* фундамент в $\overline{X}$, и так как для нормированного пространства X по теореме Эберлейна — Шмульяна (относительная) $\sigma(X, X^*)$-компактность совпадает с (относительной) секвенциальной $\sigma(X, X^*)$-компактностью, то применима предыдущая теорема с $Y = X^*$. Из нее и следует, что $N(K)$ $\sigma(X, X^*)$-компактно.

Из теоремы 2.2, замечания после леммы 1.1 и известной теоремы Крейна о компактности замкнутой выпуклой оболочки легко вытекает характеристика условия (N_1).

Теорема 2.3. *Пусть X — дискретное KN-пространство. Для того чтобы в X было выполнено условие (N_1), необходимо и достаточно, чтобы X было банаховым KN-пространством с непрерывной нормой.*

Замечание 1. Таким образом, видим, что в дискретном случае условия (N) и (N_1) отличаются «на полноту по норме» пространства X. Однако это отличие весьма незначительное, так как непрерывность нормы влечет интервальную полноту пространства по теореме Накано (см., например [5] или [1] В. I).

Замечание 2. Нетрудно показать, что теоремы 2.2 и 2.3 остаются справедливыми и для дискретных KN^* — пространств (см. [2]), то есть метрических локально выпуклых K-пространств.

3. Перейдем к изучению рассматриваемых свойств в непрерывных (т. е. без ортов) K-пространствах. Начнем с простой леммы.

Лемма 3.1. *Пусть X — K-пространство с достаточным множеством вполне линейных функционалов $\overline{X}$. Пусть $0 \leqslant x_\alpha \uparrow$ возрастающее направление элементов из X, имеющее хотя бы одну $\sigma(X, \overline{X})$-предельную точку $x_0 \in X$. Тогда x_0 единственна и $x_0 = \sup x_\alpha$.*

Доказательство тривиально и опускается.

Прежде чем перейти к следующей теореме сделаем ряд замечаний. Если X — K-пространство с тотальным $\overline{X}$, то, как хорошо известно [2 стр. 159, 160], существует расширенное K-пространство непрерывных функций $C_\infty(Q)$[1] на экстремальном бикомпакте Q такое, что справедливы вложения $X \subset \overline{\overline{X}} \subset C_\infty(Q)$. При этом каждое из пространств содержится в другом как фундамент.

Так как $\overline{X}$ тотально, то (см. [3]) на бикомпакте Q существует (счетно-аддитивная неотрицательная) локально конечная мера μ, заданная на σ-алгебре множеств $\{E\Delta A\}$ (где E — открыто-замкнутое подмножество Q и A I-категории в Q), удовлетворяющая следующим условиям:

1) $\mu(A) = 0$ для всякого A — I категории в Q;

2) $\mu(G) > 0$ для всякого непустого открытого $G \subset Q$. Ясно, что если элемент $x \in C_\infty(Q)$ счетного типа, т. е. не представим в виде соединения несчетного числа попарно дизъюнктных элементов, то мера его носителя

$$Q_x = \overline{\{q \in Q : x(q) > 0\}}^2$$

σ-конечна. Отметим также, что, если E—открыто-замкнутое подмножество в Q, имеющее σ-конечную меру, то всегда можно считать (переходя, если надо, от меры μ к другой мере, удовлетворяющей всем перечисленным условиям), что $\mu(E) = 1$. Напомним, наконец, что нормальное подпространство Z_1 K-пространства Z называется σ-идеалом, если для любой последовательности $z_n \in Z_1$ такой, что $0 \leqslant z_n \uparrow z \in Z$, следует, что $z \in Z_1$.

Теорема 3.1. *Пусть X — непрерывное K-пространство счетного типа*[3] *с тотальным $\overline{X}$. Следующие утверждения эквивалентны:*

1) *X — σ-идеал в $\overline{\overline{X}}$;*

2) *для всякой последовательности $0 \leqslant x_n \uparrow$ элементов из X, такой, что $\sup\limits_n f(x_n) < \infty$ для любого $f \in \overline{X}$ существует $\sup x_n \in X$;*

3) *если последовательность $x_n \to 0$ $\sigma(X, \overline{X})$ $(x_n \in X)$ и последовательность модулей $|x_n|$ возрастает (т. е. $|x_1| \leqslant \ldots \leqslant |x_n| \leqslant \ldots$), то $\{x_n\}$ ограничено в X по упорядочению.*

Доказательство. Равносильность (1) $\Leftrightarrow$ (2) проверяется без труда.

Докажем (1) $\Rightarrow$ (3). Пусть $x_n \to 0$ $\sigma(X, \overline{X})$ и $|x_n| \uparrow$ $(x_n \in X)$. Так как $\{x_n\} \cup \{0\}$ $\sigma(X, \overline{X})$-компактно в X, то, учитывая вложение $X \subset \overline{\overline{X}}$, из теоремы 1.1 Амемии получаем, что нормальная

[1] $C_\infty(Q)$ называется максимальным расширением пространства X. Функции из $C_\infty(Q)$ могут принимать бесконечные значения на нигде не плотных подмножествах.

[2] Черта означает замыкание множества.

[3] В. А. Гейлер заметил, что от условия счетности типа (которое мы используем только при доказательстве импликации (3) $\Rightarrow$ (1)) можно освободиться.

оболочка $N(\{x_n\} \cup \{0\})$ относительно $\sigma(\overline{\overline{X}}, \overline{X})$-компактна. Следовательно, у последовательности $|x_n|$ имеется $\sigma(\overline{\overline{X}}, \overline{X})$-предельная точка $x_0 \in \overline{\overline{X}}$ и по лемме 3.1 $|x_n| \uparrow x_0$. Поэтому $x_0 \in X$, так как X σ-идеал в $\overline{\overline{X}}$.

Перейдем теперь к доказательству (3) $\Rightarrow$ (1). Пусть $0 \leqslant x_n \in X$, $x_n \uparrow x \in \overline{\overline{X}}$. Должны доказать, что $x \in X$. Из счетности типа пространства X следует, что носитель элемента x

$$Q_x = \overline{\{q \in Q : x(q) > 0\}}$$

имеет σ-конечную меру. Учитывая все сказанное перед теоремой, будем считать, что $\mu Q_x = 1$. Поскольку X — непрерывное K-пространство, мера μ есть непрерывная мера на Q. Обозначим через $\Gamma = \{\gamma\}$ совокупность всех конечных двоичных последовательностей (включая пустую), т. е. элементы Γ имеют вид $\gamma = \{i_1, \ldots, i_k\}$, где $i_m = 0$ или 1.

Легко показать, что существует совокупность открыто-замкнутых множеств E_γ, удовлетворяющих следующим свойствам:

а) $E_\varnothing = Q_x$;

б) для любой $\gamma = (i_1, \ldots, i_k)$ справедливо равенство $E_{(i_1, \ldots, i_k)} = E_{(i_1, \ldots, i_k, 0)} \cup E_{(i_1, \ldots, i_k, 1)}$;[1]

с) $\mu E_{(i_1 \ldots, i_k)} = \frac{1}{2^k}$.

Для каждого $n = 1, 2, \ldots$ введем на Q функцию φ_n, полагая

$$\varphi_n(q) = \begin{cases} 0 & q \notin Q_x, \\ 1 & q \in E_{(i_1, \ldots, i_{n-1}, 0)}, \\ -1 & q \in E_{(i_1, \ldots, i_{n-1}, 1)}. \end{cases}$$

Таким образом, все функции $\varphi_n \in C(Q) = L^\infty(Q, \mu)$ и их нормы равны единице. Такую систему функций естественно назвать системой Хаара.

Положим

$$y_n = x \cdot \varphi_n \chi_{F_n},$$

где

$$F_n = \overline{\{q \in Q : \ 2x_n(q) > x(q)\}}.$$

Так как $|y_n| \leqslant 2x_n$, то $y_n \in X$. Из построения имеем $F_n \uparrow Q_x$, и, следовательно, $|y_n| \uparrow x$. Покажем теперь, что $y_n \to 0$ в топологии $\sigma(X, \overline{X})$. Возьмем произвольный $f \in \overline{X}_+$. Через $f(q)$ будем обозначать функцию из $C_\infty(Q)$, отвечающую функционалу f.

[1] Отсюда следует, что множества $E_{(i_1, \ldots, i_k, 0)}$ и $E_{(i_1, \ldots, i_k, 1)}$ дизъюнктны.

Имеем

$$<f, y_n> = \int_{Q_x} f(q)\, y_n(q)\, d\mu = \int_{Q_x} f(q)\, x(q)\, \varphi_n(q)\, \chi_{F_n}(q)\, d\mu =$$

$$= \int_{Q_x} f(q)\, x(q)\, \varphi_n(q)\, d\mu - \int_{Q_x \setminus F_n} f(q)\, x(q)\, \varphi_n(q)\, d\mu.$$

Так как $x = \sup x_n \in \overline{X}$, то $fx \in L(Q_x, \mu)$, и, следовательно, $\int_{Q_x} fx\varphi_n d\mu \to 0$, как коэффициент Фурье суммируемой функции fx по системе Хаара. Для второго же интеграла имеем

$$\left|\int_{Q_x \setminus F_n} fx\varphi_n d\mu\right| \leqslant \int_{Q_x \setminus F_n} fx d\mu \to 0$$

в силу абсолютной непрерывности интеграла, так как $\mu(Q_x \setminus F_n) \to 0$. Таким образом, построенная последовательность функций $y_n \in X$ удовлетворяет условию (3) теоремы, и потому существует в X $\sup |y_n| = x$, что и завершает доказательство теоремы.

Следующая теорема является прямым следствием предыдущей.

Теорема 3.2. *Пусть X — непрерывное K-пространство, у которого $\overline{\overline{X}}$ счетного типа. Наделим X топологией $\sigma(X, \overline{X})$.*

Следующие утверждения эквивалентны:

1) *в X выполнено условие (N);*

2) *для всякого относительно $\sigma(X, \overline{X})$-компактного множества K его нормальная оболочка $N(K)$ тоже относительно $\sigma(X, \dot{X})$-компактна;*

3) *в X выполнено условие* (3) *предыдущей теоремы;*

4) *X рефлексивно по Накано.*

Доказательство. Импликации (1) $\Rightarrow$ (2) $\Rightarrow$ (3) очевидны. Так как $\overline{\overline{X}}$ счетного типа, то всякий σ-фундамент в $\overline{\overline{X}}$ совпадает с $\overline{\overline{X}}$. Поэтому (3) $\Rightarrow$ (4) по теореме 3.2. Импликация (4) $\Rightarrow$ (1) является прямым следствием теоремы Амемии 1.1.

Можно вывести следующую теорему.

Теорема 3.3. *Пусть X непрерывное KN-пространство. Тогда эквивалентны:*

а) *в X выполнено* (N_1); б) *в X выполнено* (N); с) *X KB-пространство*[1].

Замечание. Очевидно, что теорему можно дополнить еще некоторыми эквивалентными условиями (как в теореме 3.2) и соответствующей формулировкой для KN^*-пространств.

---

[1] Напомним, что KN-пространство X называется KB-пространством, если в нем выполнены условия (A) и (B). (B) означает следующее: если $0 \leqslant x_n \uparrow$ и $\sup \|x_n\| < \infty$, то существует $\sup x_n \in X$.

Следствие 3.1. *Пусть T — слабо компактный положительный (линейный) оператор из KB-линеала X в KB-пространство Y. Тогда любой оператор S из X в Y, мажорируемый оператором T (то есть для всякого $x \in X$ $|Sx| \leqslant T|x|$), будет регулярным слабо компактным оператором.*

Доказательство. Так как $|Sx| \leqslant T|x|$ $(x \in X)$, то S регулярный оператор и $0 \leqslant S_+ \leqslant T$, $0 \leqslant S_- \leqslant T$. Поскольку T слабо компактен, то образ единичного шара пространства X будет относительно $\sigma(Y, Y^*)$-компактен, а потому и его замкнутая выпуклая нормальная оболочка будет $\sigma(Y, Y^*)$-компактной. Отсюда следует, что и S_+ и S_- — слабо компактные операторы, а следовательно, $S = S_+ - S_-$ — тоже слабо компактен.

4. В этом параграфе мы дадим еще одно необходимое и достаточное условие непрерывности нормы в KN-пространствах (общее для всех KN-пространств), получаемое в теореме 4.2.

Приведем сначала одну довольно удобную лемму, которая будет использована ниже.

Лемма 4.1. *Пусть X K-пространство с тотальным $\overline{X}$ и Y — фундамент в $\overline{X}$. Наделим пространство X топологией $\sigma(X, Y)$. Пусть $F = \{x_\xi\}$ — множество попарно дизъюнктных элементов из X. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) *множество $F \cup \{0\}$ замкнуто, т. е. единственной предельной точкой множества F может быть лишь точка 0;*

2) *нормальная оболочка $N(F)$ замкнута;*

3) *если F относительно компактно, то $\{|x_\xi|\}$ относительно компактно;*

4) *если F относительно компактно, то для всякого $f \in Y$ $\lim f(x_\xi) = 0$, где предел берется по фильтру дополнений к конечным множествам.*

Наметим лишь доказательство пункта 2). Из тотальности Y на X следует, что для любой предельной точки x_0 множества $N(F)$ может существовать единственный индекс ξ_0 такой, что $|x_0| \wedge |x_{\xi_0}| \neq 0$. Отсюда без труда заключаем, что $x_0 \in [-|x_{\xi_0}|, |x_{\xi_0}|] \subset N(F)$.

Следствие. *Пусть X — K-пространство с тотальным $\overline{X}$. Тогда всякое относительно $\sigma(X, \overline{X})$-компактное подмножество $F = \{x_\xi\}$ попарно дизъюнктных элементов из X имеет $\sigma(X, \overline{X})$-компактную оболочку $N(F)$.*

Доказательство следует из леммы 4.1 (2), теоремы 1.1 и того, что X идеал в $\overline{\overline{X}}$.

Следующая теорема показывает, что с помощью семейств попарно дизъюнктных элементов получается удобная характеристика непрерывности топологии.

Теорема 4.1. *Пусть (X, τ) — локально-выпуклое K-пространство. Следующие условия эквивалентны:*

1) *топология τ непрерывна*[1];

2) *нормальная оболочка всякого относительно $\sigma(X, X'_\tau)$-компактного подмножества $F - \{x_\xi\}$ попарно дизъюнктных элементов $\sigma(X, X'_\tau)$-компактна.*

Доказательство. 1) $\Rightarrow$ 2) : Так как τ — непрерывная топология, то $Y = X'_\tau$ есть фундамент в $\overline{X}$. Далее применяем теорему 1.1 и лемму 4.1 (2). Справедливость импликации 2) $\Rightarrow$ (1) уже отмечалась ранее (см. следствие 1.2).

Замечание. Множество F в пункте (2) может предполагаться относительно $\sigma(X, X'_\tau)$-счетно компактным.

Приведем в заключение переформулировку этой теоремы на случай KN-пространств.

Теорему 4.2. *Пусть X KN-пространство. Тогда в X выполнено условие* (A) *тогда и только тогда, когда нормальная оболочка всякого $\sigma(X, X^*)$-компактного множества $F = \{x_\xi\}$ попарно дизъюнктных элементов вновь $\sigma(X, X^*)$-компактна.*

ЛИТЕРАТУРА

1. I. Amemiya. On ordered topological linear spaces. Proc. of the Symposium on linear spaces. 1960. Jerusalem.

2. Б. З. Вулих. Введение в теорию полуупорядоченных пространств. М., Физматгиз, 1961.

3. Н. Бурбаки. Интегрирование. М., 1967.

4. Н. Бурбаки. Топологические векторные пространства, ИЛ, М., 1959.

5. H. Hakano. Linear topologies on semi—ordered linear spaces. J. Fac. Sci. Hokk. Univ. 12, 1953, 87—104.

Поступила 26 июня 1970 г.