

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені В. Н. КАРАЗІНА**

Ю. В. Александров

**ОСНОВИ
РЕЛЯТИВІСТСЬКОЇ
КОСМОЛОГІЇ**

**Навчальний посібник
для студентів спеціальності «Астрономія»**

Харків 2001

УДК 523.8(07)

Александров Ю.В. Основи релятивістської космології:

Навч. посібник. – 88 с.

В посібнику розглянуті історія розвитку космологічних уявлень, стисло викладені фізичні і математичні основи загальні теорії відносності, одержаний і проаналізований загальний розв'язок рівнянь Ейнштейна для однородного та ізотропного світу, розглянуті однокомпонентні та двохкомпонентні космологічні моделі та основні етапи фізичної еволюції Всесвіту.

Призначений для студентів спеціальності “Астрономія”, а також спеціальності “Фізика” класичних і педагогічних університетів.

Іл. 12. Табл. 9. Бібліогр.: 20 назв.

Затверджено НМЦ Харківського національного університету,
протокол № від 2003 р.

ПЕРЕДМОВА

Зараз на стику фізики надвисоких енергій та космології раннього Всесвіту відбуваються надзвичайно цікаві і важливі пізнавальні процеси. Вивчення самих ранніх етапів еволюції Всесвіту та їх наслідків – це єдине, що дає можливість перевірити висновки створюваної зараз єдиної теорії фізичних взаємодій (єдиної теорії поля). І, навпаки, ці перші етапи еволюції нашого світу як раз і є тією предметною цариною, де така теорія необхідна. Але більш-менш детальному ознайомленню з цими проблемами повинно передувати вивчення методів і результатів попереднього етапу розвитку космології – релятивістської космології, тобто космології, заснованої на загальній теорії відносності. Останнє і є предметом даного посібника.

Переходячи до більш докладного огляду змісту посібника треба відзначити, що різні його глави та підрозділи мають дещо різний стиль, різну математичну навантаженість. Перша глава має описовий характер, вона містить історико-методологічний нарис розвитку космологічних уявлень, в ній обговорюється специфіка космологічного знання.

Основною в посібнику є друга глава. Вона з огляду на те, що загальна теорія відносності (ЗТВ) не входить, як правило, до основного курсу теоретичної фізики, починається стислим викладом фізичних та математичних основ ЗТВ. Якщо читач забажає познайомитися з більш повним викладом ЗТВ та її математичної основи – загального тензорного аналізу, то він може звернутися до книг [1,3,9,10]. Далі в другій главі одержується і розглядається загальний розв'язок рівнянь Ейнштейна для однорідного та ізотропного світу при довільному рівнянні стану матерії. Обговорюються важливі для космології випадки рівняння стану (речовини, випромінювання, фізичного вакууму) і, відповідно, розглядаються особливості метричної еволюції Всесвіту під час інфляційної стадії і стадій випромінювання та речовини. Далі розглядається питання про космологічні тести, тобто спостережні можливості перевірки космологічних моделей, які випливають із ЗТВ. На закінчення другої глави розглядаються останні (на середину 2003 р.) результати, які свідчать про те, що в нинішню епоху розширення Всесвіту визначається не тільки речовиною, а і матерією у формі фізичного вакууму, і, відповідно, потребують для свого опису двохкомпонентної космологічної моделі.

Третя глава присвячена фізичній еволюції Всесвіту. На початку її наводяться необхідні дані з фізики елементарних частинок, потім розглядається послідовність змін у фізичному стані матерії у Всесвіті, що розширюється, із зниженням його температури. Далі обговорюються проблеми реліктового випромінювання та поведінки флуктуацій густини на

різних етапах еволюції Всесвіту. На закінчення розглядається низка питань, що узагальнюються в понятті “антропний принцип”.

Проблеми квантового Всесвіту докладно не розглядаються з двох обставин. По-перше, це потребує більш-менш спеціальної підготовки в галузі квантової теорії поля, а по-друге, ці проблеми ще знаходяться у стані свого становлення і інтенсивного розвитку, є різні підходи до них, або, як кажуть, різні сценарії еволюції раннього Всесвіту. Тому для викладання цих проблем і результатів поки ще більше підходить жанр оглядової статті, а не навчального посібника. Хоча певний стан проблеми відображений в книгах [2,6]. З останніми результатами можна ознайомитися за поточною літературою та в мережі ІНТЕРНЕТ на сайті “Астрономічні новини”: <http://astronews.prao.psn.ru/index.html>

Розглядання проблем космології потребує різноманітних знань з астрономії, фізики, математики, філософії. Викладене в цьому посібнику, мабуть, зустрінє ті чи інші зауваження і, можливо, інші точки зору на окремі питання. Все це буде сприйняте з вдячністю автором посібника.

Глава 1. РОЗВИТОК КОСМОЛОГІЧНИХ УЯВЛЕНЬ

1.1. Зародження космологічних уявлень. Уявимо собі життя первісного племені, що тільки перейшло від тваринного образу буття до примітивних форм виробництва – мисливства, рибальства і т.п. Весь навколишній світ здавався майбутнім людям таким, яким вони його сприймали безпосередньо в даний момент. Але плем'я, здобувши всю здобич на певній ділянці лісу чи савани, повинно була мандрувати далі і освоювати все нові та нові їх райони. Виникало та утверджувалося уявлення про те, що навколишній світ не обмежується тим, що безпосередньо сприймається людиною в даний момент часу (а саме так сприймають світ тварини). Зіткнення в ході цих мандр з новими явищами та умовами спонукало до бажання знати, а що «там, за горизонтом». Так, звичайно не відразу, а в довгому процесі еволюції первісної людини у неї сформувалася нагальна потреба мати уявлення про весь оточуючий її світ, про його устрій, про сили, що визначають його існування та розвиток. З появою і розвитком суспільної пам'яті почали формуватися і уявлення про існування цього світу не тільки в просторі, але і в часі. Виникла потреба людини в певних космологічних уявленнях. Дати відповідь на ці питання, насамперед про просторово-часову структуру світу стало ще однією, і дуже важливою, соціальною функцією астрономії, зокрема такого її розділу як космологія. За первісних часів та часів перших рабовласницьких цивілізацій ця функція, як і інші, виконувалася донауковою астрономією в рамках єдиної всеохоплюючої міфологічної форми суспільної свідомості. Свідочтвами цього є численні, існуючі у всіх народів світу, міфи, легенди та казки про створення і розбудову світу різними богами, титанами, героями тощо. В міфології, яка об'єднувала в собі зародки всіх пізніших форм духовного життя людства (науки, релігії, мистецтва), визрівало і емпіричне підґрунтя майбутньої науки, астрономічної зокрема. Формувався і ряд фундаментальних ідей, які зумовлюватимуть потім її розвиток. Це, насамперед, ідея існування закономірностей в явищах та подіях, що оточують людину, і які можуть бути нею пізнані та використані. Регулярність багатьох астрономічних явищ вельми сприяла появі та утвердженню цієї ідеї в людській свідомості. Це також і ідея зв'язку між земними та небесними, космічними явищами та процесами. Звичайно, що ці ідеї приймали в міфологічній, а потім в релігійній свідомості ще далеко не адекватні дійсності, ілюзорні, а подекуди гіперболізовані форми. Але саме їх виникнення та утвердження було дуже важливим для подальшого світоглядного розвитку людства.

Таким чином космологічні уявлення, тобто уявлення про весь навколишній світ в цілому, на протязі всієї історії людства були важливою, невід'ємною складовою частиною його культури, незалежно від того на якій підставі вони формувалися – міфологічній, релігійній чи науковій. І

завжди їх характерною рисою є гранично широка екстраполяція на весь світ якостей та властивостей цього світу, що були пізнані на підставі конкретного практичного досвіду.

1.2. Антична космологія. Підвалини наукової космології почали формуватися разом з самим виникненням в стародавній Греції ще не розчленованого натурфілософського знання. Пошуки першооснови всього того, що існує, представниками першої наукової школи – іонійської, зародки кількісного підходу до опису навколишнього світу у Піфагора та Платона, атомізм Демокрита та Епікура – це важливі цеглини в фундамент наукової космології. В ході цих пошуків і звершень науково-філософської думки визрівало і найважливіше поняття – поняття Космосу. В це поняття вкладався не тільки зміст, близький нашому терміну «Всесвіт». Це поняття означало не просто «все те, що існує», а і те, що все воно об'єднано певними закономірностями, порядком, структурою, гармонією, на протилежність невпорядкованому Хаосу, з якого Космос колись виник. При цьому це поняття мало не тільки логічне, а і естетичне навантаження. Треба відзначити, що тоді ще переважали уявлення про єдність земного та небесного світів, про єдність сил, що ними керують, хоч це уявлення було, в основному, інтуїтивне. В подальшому це поняття Космосу, звільнюючися зі своєї міфологічної оболонки і збагачуючися ідеєю розвитку, дістало досить вивершеного вигляду у відомому фрагменті з Геракліта Ефеського (VI-V ст. до н.е.): «Цей світовий порядок, один і той же для всіх, не створив ніхто ні з богів, ні з людей, але він завжди був, є і вічно буде живим полум'ям, мірою спалахуючим, мірою згасаючим».

Поряд з виникненням і розвитком загальнонаукових та космологічних понять і ідей йшов процес накопичення і застосування на практиці конкретних астрономічних знань. Взаємодія двох напрямків в розвитку давньогрецької натурфілософської думки – загальнотеоретичної та практично-астрономічної створила умови для якісно нового етапу у становленні астрономії як окремої науки – для появи перших астрономічних картин світу, які у вигляді цілісних космологічних моделей узагальнювали б всі окремі попередні результати. Але що ж являв собою тодішній Всесвіт, що ж повинні були описувати і хоч якось пояснити ці моделі? Це була сфера «нерухомих» зірок з її добовим обертанням, на фоні якої рухаються певним чином Сонце, Місяць та п'ять видимих неозброєним оком планет. Астрономічна картина і її основа – космологічна модель світу і повинні були описати цей рух теоретично і дати змогу використовувати цей опис в практичних цілях.

Одна з перших спроб зробити це належить Евдоксу Кнідському (IV ст. до н.е.). Модель Всесвіту Евдокса являла із себе систему з 27 концентричних сфер з центром, що збігався з центром Землі. Зовнішня - зоряна сфера мала тільки добове обертання, як і перші сфери Сонця, Місяця та планет. Другі їх сфери рівномірно оберталися з відповідними

періодами навколо осей, перпендикулярних екліптиці. Треті сфери Сонця та Місяця своїм обертанням відтворювали відомі вже тоді нерівномірності в їх русі. Обертанням третіх та четвертих сфер планет Евдокс намагався описати явища стояння та назаднього руху планет, підбираючи відповідні їх періоди обертання та кути нахилу їх осей до екліптики.

Схема Евдокса була пізніше розвинута Арістотелем (III ст. до н.е.), який довів кількість сфер до 56. Астрономічна картина світу Евдокса-Арістотеля попри всю свою наївність з сучасної точки зору стала принципово важливим явищем в розвитку науки. Вона була першою в історії людства картиною Всесвіту, що є «не створений ніким ні з богів, ні з людей». Картиною вже науковою, бо її елементи були пов'язані між собою причинно-наслідковими зв'язками, бо вона відображала, принаймні якісно, досить велику кількість окремих спостережних фактів, бо була створена шляхом логічної обробки значного масиву експериментальних даних на підставі певних загальних принципів.

Ця перша астрономічна картина світу органічно увійшла в енциклопедичний філософсько-науковий доробок Арістотеля, який створив і першу загальнонаукову картину світу. Характерні риси першої космологічної моделі світу – її узагальнюючий характер, її місце і роль як невід'ємної частини загальнонаукової картини світу, а саме тієї її частини, що несе інформацію про просторово-часову структуру цього світу, є відтоді притаманними і для всіх подальших моделей світу, які створювала астрономічна наука. І саме через їх створення, як підсумок певного етапу свого розвитку, астрономія і виконує одну із своїх найважливіших соціальних функцій – вносить свій специфічний, такий, що не може бути нічим замінений, внесок у вирішення довічної, докорінної проблеми пізнання – “світ та людина”; внесок в багатогранний, але водночас і цілісний процес духовного розвитку людства.

Відповідно з рівнем знань свого часу астрономічній картині світу Евдокса-Арістотеля властиві були істотні обмеження. Вона була геоцентричною, бо узагальнювала саме наслідки спостережень за видимим із Землі рухом світил. Вона мала формально-математичний характер, принаймні у Евдокса. Характерним для неї було і те, що перші космологічна модель світу і астрономічна картина світу майже збігалися між собою в своєму змісті.

Лише пізніше, з накопиченням знань про Всесвіт, про його справжні масштаби та устрій, космологічні моделі стають лише частиною астрономічної картини світу, але частиною узагальнюючою всі інші компоненти цієї картини. Частиною, що в найбільш концентрованому вигляді несе інформацію про просторово-часову структуру світу та його фізичну природу. Тому насамперед саме через космологічні уявлення астрономія і взагалі природознавство взаємодіють з філософією і духовним життям людства в цілому. Інша причина цієї взаємодії, цього тісного

взаємозв'язку полягає в гносеологічній специфіці космології, про яку вже згадувалося, – екстраполяції обмеженого в кожному епоху обсягу знань на весь Всесвіт. Обґрунтованість такої екстраполяції завжди була предметом теоретико-пізнавальних дискусій. Практика розвитку космології показала, що кожна космологічна модель виявлялася обмеженою, виявлялися факти і теоретичні положення, що суперечили їй. І це стимулювало подальший розвиток космологічних уявлень людства.

Подальшим розвитком космології Евдокса-Арістотеля була картина світу, що її почав розробляти Гіппарх, а завершив Птолемей. За обсягом астрономічних явищ та об'єктів, які вона охоплювала, ця система майже не відрізнялася від попередньої системи Евдокса-Арістотеля. Однак якісно новим в системі Гіппарха-Птолемея була відмова від умоглядних конструкцій типу концентричних сфер і розробка (на певних фізичних засадах) математичного засобу кількісного опису руху небесних тіл, що давав можливість прогнозувати цей рух. Цей засіб було розроблено в геометричній формі, взагалі властивій давньогрецькій математиці. Це був відомий метод епіциклів і диферентів – системи кіл, в якій центр чергового кола рухається по попередньому колу, а вже по останньому колу найменшого радіусу рухається саме небесне тіло. Суто математичний бік цього методу був ще до Гіппарха розроблений давньогрецьким математиком Аполлонієм Пергським. Сам Гіппарх послідовно застосував метод епіциклів та диферентів для опису руху Сонця і Місяця, а Птолемей поширив його на планети. Картина світу Гіппарха-Птолемея була геоцентричною, бо виходила з фізичних уявлень Арістотеля. В основі цих уявлень лежав принцип абсолютності руху, абсолютності швидкостей (а не прискорень). Це було узагальненням виробничої та побутової практики тих часів, яка показувала, що навіть для здійснення прямолінійного рівномірного руху потрібно прикладати постійну (в середньому) силу – насправді для подолання сили опору. А звідси і випливала неспроможність усвідомити і прийняти принцип відносності руху, отже і думку про рухомість Землі. Цікаво, що Птолемей в своєму «Альмагесті» обговорював обидві можливі системи світу – і геоцентричну і геліоцентричну. Але, навівши ряд фізичних міркувань (справедливих, звичайно, лише з точки зору фізики Арістотеля та спостережних даних того часу), він відхилив геліоцентричну систему.

І все ж система Гіппарха-Птолемея – це величезне надбання не тільки астрономії, а і всієї людської культури. Вперше в історії було створено кількісну теорію, яка не тільки узагальнила велику силу фактів з певної сфери дійсності, а і дозволяла користуватися нею в подальшій науковій та виробничій практиці. При створенні цієї теорії був реалізований один з фундаментальних принципів наукової методології – з'ясування та опис складних процесів шляхом їх розкладання в сукупність більш простих елементарних процесів. І це було зроблено не тільки якісно, але і кількісно

на основі ідеї послідовних наближень. З сучасної математичної точки зору це була теорія, де вперше було застосовано спектральний аналіз складних періодичних процесів. Причому в його найважливішому і найпоширеному вигляді – у вигляді Фур'є-аналізу. Бо, якщо перекласти геометричну побудову з епіциклів та диферентів на сучасну аналітичну мову, то це будуть скінченні ряди Фур'є для координат небесних тіл (амплітуди та частоти яких визначалися, звичайно, емпіричним шляхом). Особливості системи тригонометричних функцій (синусів та косинусів) роблять Фур'є-аналіз справді могутнім засобом пізнання природи, вся сила якого розкривається лише тепер. Інша справа те, що обрана, кажучи сучасною мовою, система відліку в картині світу Гіппарха-Птолемея не є оптимальною, бо геоцентрична система координат суттєво неінерціальна, в той час як геліоцентрична дуже близька до інерціальної. Тому траєкторії рухів тіл в геоцентричній системі набагато складніші, ніж в геліоцентричній. Відповідно, збіжність рядів Фур'є в цій (Гіппарха-Птолемея) системі дуже повільна. Але істотно це стало на заваді у практичному застосуванні цієї системи значно пізніше.

Перші космологічні моделі античної астрономії, хоча і потребували для своєї побудови певного рівня абстрагування та логічного осмислення дійсності, відображали разом з тим певний етап пізнання цієї дійсності – етап її безпосереднього споглядання. Тому вони і були моделями сферично-обмеженого Всесвіту. Але вже в них проявилася важлива риса космології – тісний взаємозв'язок з певними фізичними уявленнями.

Вище не раз згадувалося поняття “космологічна модель”. Взагалі поняття моделі досить широко вживане в теорії і в практиці процесу пізнання. Воно підкреслює і зв'язок між реальним об'єктом цього процесу та його результатом, що формується в людській свідомості, і, водночас, різницю між ними. Кожна пізнавальна модель має певні межі свого застосування, бо відображає досліджуваний об'єкт не повністю, а лише в певному обмеженому прояві його властивостей. Це стосується і космологічних моделей.

В III столітті до н.е. відбулася ще одна важлива для розвитку космології подія, причому не тільки античної, – Аристарх Самоський створив першу послідовно геліоцентричну систему світу. Для того, щоб хоча б висунути таку ідею, треба було подолати психологічний бар'єр, не менший, ніж було потрібно для сприйняття ідеї про кулястість Землі. Виникають питання – з яких підстав Аристарх прийшов до геліоцентризму і чому ця ідея не була сприйнята наукою його часу? Справа в тому, що Аристарх Самоський не тільки сприйняв ідеї Арістотеля про небесні тіла, як фізичні тіла в просторі із своїми формою та розміром, але і зробив принципово новий крок, він знайшов засіб визначення (в долях радіусу Землі) відстані до Сонця і Місяця, а відтак і їх розмірів. Він визначив відхилення від 90° кута між напрямками на Сонце та Місяць, коли останній

спостерігається в чверті. Інша справа, що зорова ілюзія, властива людині – значне завищення окомірних оцінок малих кутів привела до заниження відстаней і розмірів Сонця і Місяця приблизно в 20 разів. Але і цього виявилось достатнім для того, щоб зрозуміти, що саме Сонце є справжнім центром тієї частини Всесвіту, яка тоді спостерігалася. Вперше людина сягнула за межі своєї планети не змогли, а озброєна науковим методом пізнання.

Втім сміливі і значною мірою обгрунтовані космологічні ідеї Арістарха не були сприйняті не тільки суспільством в цілому, над яким тяжіли і офіційна релігійна ідеологія і “здоровий глузд” повсякденного досвіду, а і науковим співтовариством. Були і конкретні заперечення – посилення на відсутність річних паралактичних зміщень зірок, що Арістарх цілком слушно пояснював їх надзвичайною віддаленістю. Але головна причина була в пануванні на той час фізики Арістотеля з її абсолютизацією станів руху та спокою. Таким чином, науковий здобуток Арістарха із Самоса виявився передчасним, але не слід його недооцінювати. На нього спирався Копернік, починаючи той шлях, що привів Кеплера, Галілея і Ньютона до створення нових астрономії і фізики, нової космології.

Іншим провозвісником нових методів в науці був Архімед (II ст. до н.е.). Не тільки в математиці (метод неподільних) і механіці (правило важеля, закон гідростатики), а і в космології від зробив часткові, але важливі кроки – знайшов вірну за порядком величини оцінку відстаней до зірок, розробляв змішану гео-геліоцентричну систему.

Щоб відчутти методологічне значення діяльності Арістарха і Архімеда, досить порівняти їх результати з змогливими космологічними міркуваннями Платона і з вже значною мірою фізичною, але суто якісною космологією Арістотеля. Арістарх і Архімед зробили перші окремі кроки на тому шляху, яким потім пішла наука нового часу – кількісні спостереження та експерименти, їх математична обробка, аналіз та узагальнення. Але для цього знадобилося ще понад півтори тисячі років розвитку точного природознавства.

Середньовіччя було епохою становлення так званих світових релігій – християнства, буддизму, ісламу з їх досить жорстким контролем над всіма сферами духовного життя людства. Тому в цей час антична картина світу лише уточнювалася в деталях, а подекуди спостерігався і відхід до більш примітивних уявлень. Але і в рамках панування релігійного світогляду розвивалися ідеї та погляди, що готували підґрунтя для нового якісного кроку в космологічних уявленнях – для переходу до моделі необмеженого у часі і просторі Всесвіту, яку створила наука нового часу.

Серед тих, хто робив це, були китайські вчені, які розвивали ідеї про єдність світу, про існування закономірностей в його розвитку, насамперед як взаємодію двох протилежних начал («янь» та «їнь»). В цих рамках формувалися уявлення про безмежність світу в просторі та часі, про

матеріальну першооснову світу («ці») та певну спрямованість його еволюції («дао»). На жаль, все зростаюча ізоляція Китаю не дозволила багатьом досягненням китайської астрономії та філософії своєчасно увійти в здобуток світової науки і тим самим вплинути на її розвиток. Заслугою індійської наукової думки, насамперед математиків та астрономів Аріабхати і Брамагупти, було, зокрема, збереження досягнень античної космології. Через їх праці ці досягнення стали здобутком арабської, а потім і європейської науки. Арабські та середньоазіатські астрономи насамперед продовжили накопичення кількісних даних про видимий рух небесних тіл, але інколи висували і нові ідеї космологічного значення – про обертовий рух Землі (Біруні), про нескінченний у часі і просторі Всесвіт (О.Хайам).

Після кількох сторіч духовного зубожіння в Західній Європі почався певний підйом, спочатку у вигляді перекладацької діяльності з арабської, а потім і давньогрецької мов. З XIII ст. поширюється в Західній Європі вчення Арістотеля в перекладах на латинську мову. Виявившись не в змозі заборонити це вчення в силу його логічності та відповідності наслідкам безпосереднього споглядання природи, католицька церква канонізувала його. Це зробили головним чином засновник німецької схоластики Альберт Великий (1193-1280) та його послідовник видатний італійський теолог Фома Аквінський (1225-1274). Але при цьому антична космологічна модель світу стала ареною дій надприродних сил – всемогутнього бога, його антипода – диявола та цілої ієрархії їх прислужників. З багатой спадщини великого македонця було взято насамперед те, що не утворювало самої сильної сторони його вчення – протиставлення земного та небесного, бо це відповідало християнській догматиці.

В схоластичних дискусіях в монастирських школах та перших університетах поряд з «проблемами» кількості ангелів на кінчику голки почалося обговорення і справді глибоких питань будови та властивостей навколишнього світу. Почали формуватися ідеї, що готували наукову революцію XVI - XVII ст. Англійський натурфілософ Р.Гроссетет (єпископ Лінкольнський, 1175-1253) розвивав фізичні уявлення про світ, що виходили з оптико-механічних аналогій. Геометрично ясна обернено-квадратична залежність освітленості від відстані пізніше привела (зокрема Кеплера) до поширення цієї залежності і на силу, яка діє з боку Сонця на планети. Геометричні міркування поширювалися Гроссететом і на космогонічні процеси. Послідовник Гроссетета Р.Бекон (1214-1294), розвиваючи його фізичні уявлення, критично ставився до догматизованого вчення Арістотеля, наполягав на необхідності вивчення природи експериментальними методами, тобто виступав з тих же позицій, з яких колись сам Арістотель критикував умоглядну натурфілософію Платона. Поступово з'являлося і критичне ставлення до основної підвалини античної космології - вчення про нерухомість Землі. В першій половині XIV ст. це проявилось в працях ректора Паризького університету Ж.Бурідана. Він

писав про можливість поступального і обертального руху Землі. В роботах іншого ректора цього ж університету М.Орема розглядався інший аспект буття навколишнього світу. В праці «Про співмірність або неспівмірність небесних рухів» він обстоював думку про неспівмірність цих рухів, бо це нібито надає Всесвіту більше можливостей для його розвитку. Цікаво, що з тих же позицій Орем критикував і астрологічні вірування.

Більш послідовно нові ідеї та уявлення почали розвиватися з початком епохи Відродження, насамперед в Італії. В XV ст. це робив німець за походженням римський кардинал М.Кузанський (1401-1464). Не покидаючи в цілому меж християнської теології, він в її рамках зумів розвинути космологічні уявлення, які в деяких відношеннях йшли далі поглядів не тільки Арістотеля і Птолемея, а в дечому і Коперніка. Він вважав Всесвіт нескінченним в просторі та в часі і тому таким, що не має певного центру, відстоював не тільки можливість, але і реальність руху Землі та кінематичну однорідність Всесвіту.

Надзвичайно цікавими були космологічні уявлення самого різнобічного генія часів Відродження Леонардо да Вінчі. Він виходив з матеріальної єдності світу, вважав небесні тіла самостійними центрами тяжіння, а Всесвіт в цілому величезним механізмом, який підкоряється певним законам. В натурфілософській формі він висунув ряд глибоких ідей – про важливу роль математики в справі пізнання природи, про певну субстанцію типу ефіру, в якій розповсюджується звук, про геологічну еволюцію Землі і, нарешті, про тісні зв'язки між космосом і людиною.

Все це поряд з подальшим розвитком практичної астрономії створювало умови для першої наукової революції, в центрі якої було виникнення нової астрономії та нової фізики, нової космологічної картини світу.

1.3. Ньютонівська космологія. Як відомо, перший вирішальний крок на цьому шляху зробив М.Копернік. Робив Копернік цей принципово новий крок в науці втім, багато в чому виходячи з старих натурфілософських засад. Всесвіт Коперніка також був обмежений сферою «нерухомих» зірок, хоча і радіусу настільки великого, щоб не було помітно паралактичного зміщення зірок. Він твердо вірив в необхідність рівномірних колових рухів небесних тіл, тому йому довелося зберегти невелику кількість епіциклів. Але ті кроки вперед, що їх зробив Копернік, виявилися незрівнянно важливішими, ніж історично зумовлені обмеження його картини світу.

Копернік зумів відкинути догму про нерухомість Землі. При цьому рух Землі (і поступальний і обертальний) виступав у нього не як можливе припущення, а як важливий космологічний принцип. Копернік зробив це, розуміючи в значній мірі фізичні наслідки цього рішучого кроку, – необхідність принципу відносності руху, хоча цей принцип в загальному вигляді ним ще не був сформульований. Копернік виходив з свого розуміння того, що геоцентрична система була власне лише схемою, яка

дозволяла обчислювати тільки напрямки на небесні тіла, але не відображала устрій реального Всесвіту. В пошуках цього устрою з позицій простоти та гармонії, які були введені в натурфілософію ще Піфагором та Платоном, він зробив центром Всесвіту Сонце, і тим самим зробив ще один видатний крок вперед – проголосив принципову єдність між величезною (в уяві людей) Землею і яскравими рухомими цятками на небі, що здавна називалися планетами. Вважаючи, що у Всесвіту повинен бути центр, Коперник наслідував старим традиціям, але суттєво те, що його модель світу, а фактично ближнього космосу, який став відтепер Сонячною системою, була в певних межах адекватна фізичній реальності.

Але не менш ніж суто астрономічне та фізичне значення інтелектуального подвигу Коперніка мало його методологічне загальнонаукове значення. Якщо всупереч тисячолітнім звичкам, тяжінню над людським розумом визнаних авторитетів та церковної схоластики можна відкинути одну догму, до того ж таку «очевидну», як нерухомість Землі, то можна критично підійти і до інших, до того ж не тільки в справах небесних, але і земних. В своїй роботі Коперник фактично вже володів тим положенням, яке пізніше Галілей проголосив як важливий методологічний принцип, – йдеться про фундаментальну роль математики в процесі пізнання природи. Почався революційний процес вивільнення науки з релігійних тенет, процес становлення науки нового часу на нових методологічних засадах.

Найважливішими ланками цього процесу були наукові здобутки І.Кеплера та Г.Галілея. На підставі обробки великого масиву спостережень Т.Браге Кеплер зумів подолати ще одну догму античної космології – про необхідність тільки колового та рівномірного руху небесних тіл. Він притул підійшов до ідеї сили тяжіння, яка діє з боку Сонця на планети і зумовлює їх рух за певними законами, які Кеплер і зміг встановити. При цьому це мало і важливе загальне гносеологічне значення. Саме Кеплера та відкриті ним закони планетних рухів мав на увазі А.Пуанкаре, коли писав про те, що “це астрономія відкрила нам існування законів”.

В науковій творчості Галілея тісно поєднувалися астрономічні та загальнофізичні аспекти. Відомі телескопічні відкриття Галілея – фази Венери, супутники Юпітера, рельєф місячної поверхні, сонячні плями – все це підтверджувало геліоцентричну систему світу і водночас насичувало її фізичним змістом. А відкриття зоряної природи Чумацького шляху було першим кроком в подоланні уявлень про сферично-обмежений Всесвіт. Але не менше значення мали теоретичні досягнення Галілея – принцип відносності руху та закон інерції, які підводили до уявлень про необмежений Всесвіт вже не із загальнофілософських, а конкретно фізичних міркувань.

В створенні нових астрономії та фізики, а відтак і нової космології, певну роль відіграла різнобічна наукова діяльність Р.Декарта, зокрема його

теоретико-пізнавальні та математичні здобутки. На підставі відкритого ним закону збереження імпульсу Декарт дійшов до висновку про світ, хоча і створений Богом, але такий, що далі еволюціонує під впливом тільки природних причин без всілякого наступного втручання Бога. Він розвинув і свої конкретні космологічні уявлення на основі створеної ним “теорії вихорів”, яка втілювала на певному рівні ідею неперервності в будові нашого світу. Але ще уможлядна в значній мірі космологія Декарта прогала в подальшому свій історичний спір з ньютонівською космологією.

Саме І.Ньютону випала честь завершити побудову нової природничо-наукової картини світу. Власне кажучи, головне, що зробив Ньютон – він знайшов розв’язок в її основі задачі про рух небесних тіл. Але для цього йому знадобилося – 1) закласти основи диференціального та інтегрального обчислення, 2) сформулювати основні закони динаміки, 3) відкрити закон всесвітнього тяжіння. В цьому наочно проявилася єдність математичного, фізичного та астрономічного аспектів наукової діяльності Ньютона. Вирішуючи другу та третю з вище вказаних задач, Ньютон заклав основи нової космології – космології необмеженого в просторі та часі однорідного та ізотропного Всесвіту. Бо саме такі властивості мали введені ним абсолютні простір і час. Абсолютний характер цих понять був історично обумовлений і пізніше відкинутий подальшим розвитком фізики. Але їх позитивний зміст (який полягає в твердженні про існування інерціальних систем відліку) та їх основоположне космологічне значення зіграли свою визначну роль.

Величезна за значенням та обсягом задача – наповнити безмежний простір Ньютона конкретним астрономічним змістом, визначити структури, що його заповнюють – була вирішена на протязі XVIII-XIX сторіч оптичною телескопічною астрономією. Взагалі треба підкреслити, що якісно нові космологічні уявлення виникають не тільки на підставі нових загальних ідей і теоретичних положень, а і на основі принципово нових методів астрономічних спостережень.

Насамперед треба було встановити масштаби цього нового світу. Відносні розміри Сонячної системи дала вже теорія Коперніка-Кеплера. Задача встановлення її абсолютних розмірів зводилася до визначення горизонтального паралаксу Сонця. Після ряду спроб ця задача була вирішена з більш-менш придатною точністю за спостереженнями проходження Венери по диску Сонця в 1761 та 1769 р.р. Відтоді значення астрономічної одиниці (1 а.о.=149.5 млн. км) є вихідним для визначення відстаней до всіх космічних об’єктів в Сонячній системі та поза її межами, і тим самим просторової структури Всесвіту в цілому. Насамперед це дало змогу визначити абсолютні розміри Сонця та планет. А третій закон Кеплера дозволив встановити і їх відносні маси. А щоб перейти до абсолютних значень цих мас, треба було визначити масу Землі, або, що те

ж саме, знайти значення однієї з фундаментальних світових сталих – ньютонівської сталої тяжіння. Вперше це зробив в 1771 р. М. Маскелайн, а в 1798 р. Г. Кавендіш визначив її величину з достатньою для тих часів точністю.

Але потім постала ще більш грандіозна задача – визначити відстані до зірок. Для цього потрібно було виміряти їх річні паралакси, тобто їх зміщення на небесній сфері внаслідок річного руху Землі навколо Сонця. Спроби зробити це робилися ще з кінця XVII ст. В першій половині XVIII ст. в ході цих спроб було зроблено три важливих відкриття – власного руху зірок (Е. Галлей, 1705 р.), аберації світла та нутації (Д. Брайлей, 1727 р. та 1729 р.). Визначення сталої аберації дозволило уточнити значення швидкості світла, ще однієї, як з'ясувалося пізніше, фундаментальної сталої нашого світу. Оскільки річні паралакси зірок дуже малі (менше 1''), то виміряти їх вдалося лише в середині XIX ст. Це зробили в 1837-1840 р.р. В. Я. Струве, Ф. Бессель та Д. Гендерсон.

Іншими важливими кроками на шляху у створенні підвалин космології зоряного Всесвіту було виявлення нових класів об'єктів – змінних та подвійних зірок, зоряних скупчень, різних видів туманностей. Водночас на підставі перших спостережень цих об'єктів, а головне, під впливом ньютонівських уявлень про нескінченний Всесвіт, яким керує сила тяжіння, з'явилися ще значною мірою умоглядні, але вельми глибокі ідеї про устрій цього нового зоряного світу. Це думки про те, що Чумацький шлях – це видимий прояв велетенської зоряної системи, до якої належить і Сонце, про існування інших подібних зоряних систем, про таку ж зоряну природу деяких туманностей, про ієрархічну структуру Всесвіту з подібних систем різного порядку. Це було зроблене В. Дерхемом (1714 р.), Е. Сведенбергом (1731 р.), Л. Мопертюї (1742 р.), Т. Райтом (1750 р.), Р. Бошковичем (1758 р.), І. Ламбертом (1761 р.), І. Кантом (1763 р.). Водночас відбувалося в нових умовах відродження ідей про утворення та розвиток систем космічних об'єктів. Це робили поряд з вищеназваними авторами також В. Уїстон (1696 р.), Ж. Бюффон (1749 р.). Бюффоном було запропоновано перший варіант катастрофічної гіпотези про походження Сонячної системи, при цьому вперше бог, як першоджерело розвитку, був замінений природними причинами. В той же час подекуди нові космологічні та космогонічні ідеї висувалися ще в «релігійній упаковці» (особливо це стосується В. Уїстона, В. Дерхема, Т. Райта).

Але вже у І. Канта чітко було сформульовано задачу виключення бога з природознавства навіть як першоджерела розвитку взагалі та обертового руху зокрема. В цілому праця Канта «Загальна природна історія і теорія неба» найбільш багата плідними думками. Це і небулярна гіпотеза походження Сонячної системи, і ідея про виникнення спонтанних флуктуацій в спочатку однорідному середовищі та їх подальший розвиток під дією сил притягання та відштовхування, і поширення еволюційних

уявлень на весь Всесвіт, і ідея про зв'язок між можливістю та формами життя і фізичними умовами на різних небесних тілах тощо. Небулярна гіпотеза Канта була розвинута і математично оброблена П.Лапласом і зіграла важливу історичну роль. Спроба вирішити основну проблему гіпотези Канта-Лапласа про розподіл кінетичного моменту між Сонцем та планетами стимулювала розвиток планетної космогонії на протязі півтора століть.

Багато цікавих думок про устрій нашого світу, про ідею простоти, як один з принципів цього устрою, про необмеженість матерії в просторі та часі і підкореність її розвитку об'єктивним законам (хоча і з поряд існуючим духовним світом) висунув український філософ, поет і просвітитель Г.С.Сковорода (1722-1794). Ідеєю простоти, як евристичним принципом (тобто таким, що допомагає у відшуканні істини), керувався М.Копернік, її високо цінував А.Ейнштейн. На жаль за рядом історичних обставин різнобічна діяльність Г.С.Сковороди, як і М.В.Ломоносова, що проходила в ті ж часи, не вплинула в належній мірі на розвиток західноєвропейської науки.

Новий якісний крок в пізнанні зоряного світу, який відкрила перед людиною телескопічна астрономія, зробив В.Гершель. Він заклав основи нової наукової дисципліни – зоряної астрономії зі своїми задачами та методами. Він мав змогу бачити зірки до 15-тої зоряної величини. Це десь біля 50 млн. зірок. Ясно, що треба було винайти якусь методику їх дослідження. І Гершель застосував спосіб «черпків» – детальне вивчення задалегідь обраних ділянок неба. Наслідком цього вивчення стало насамперед різке збільшення інформації про різні види об'єктів поза межами Сонячної системи. Якщо до Гершеля це були десятки об'єктів, то він склав фотометричний каталог 3000 зірок, його каталог подвійних зірок включав 800 зоряних пар, а каталог туманностей – понад 2500 об'єктів. Але головним було те, що всю цю величезну (для тих часів) інформацію Гершель узагальнив в цілісне і вірне в основному уявлення про нашу зоряну систему – Галактику. Він визначив в першому наближенні її розміри та форму, вперше встановив рух Сонця відносно Місцевої групи зірок, обгрунтував висновок про те, що ряд туманностей, зокрема відома туманність в Оріоні, є галактичними об'єктами – скупченнями дифузної речовини. Гершель першим зрозумів, що спостерігаючи далекі галактичні, а тим більш позагалактичні об'єкти, ми бачимо їх в минулому, тим більш далекому, чим далі вони від нас розташовані, і це дає змогу вивчати еволюцію космічних утворень. Він також вірно визначив напрямок цієї еволюції – утворення компактних об'єктів – зірок з дифузної речовини туманностей. Нарешті Гершель першим підійшов до виявлення крупномасштабної структури Всесвіту – те, що він назвав «пластами галактик», тепер відомо як їх скупчення. Таким чином нескінченний простір Ньютона одержав у Гершеля конкретне матеріальне наповнення.

В XIX ст. справу Гершеля продовжили його син Дж.Гершель, В.Я.Струве, Ф.Аргеландер, М.А.Ковальський, Я.Каптейн, Х.Зеєлігер та інші. Була висунута здогадка про існування міжзоряного середовища, встановлена спіральна структура ряду туманностей, виявлені деякі закономірності руху зірок в Галактиці, висунута ідея про її обертання. Завершився, в основному, перехід від умоглядних міркувань про будову зоряного світу до сукупності спостережних фактів, значною мірою систематизованих та узагальнених.

Створення на протязі XIX сторіччя основ астрофізики, найважливішими моментами якого були відкриття та вивчення лінійчастого спектру Сонця та зірок, застосування в астрономії ефекту Доплера, закладання основ фотометрії та спектрального аналізу, привело до якісно нової парадигми в астрономічних дослідженнях. Вивчення не стільки руху небесних тіл, скільки їх будови та фізичних процесів, що цю будову зумовлюють, стає основною метою цих досліджень. Узагальнення цих процесів в масштабах всього Всесвіту означало появу нового аспекту в космології – появу фізичної космології.

Наслідком цього процесу узагальнення стало виявлення певних протиріч в картині нескінченного ньютонівського Всесвіту, які дістали назву космологічних парадоксів. Фотометричний парадокс полягає в тому, що вічне існування в нескінченному просторі необмеженої кількості зоряних систем повинно зробити яскравість всього неба приблизно такою ж як яскравість сонячного диска. З огляду на давно вже відому скінченність швидкості світла для виникнення фотометричного парадоксу потрібна нескінченність Всесвіту не тільки в просторі, але і в часі, на що почасти не звертають уваги. Цей парадокс звичайно зв'язують з іменами Ж.Шезо (1758 р.) та Г.Ольберса (1826 р.), але, як стало нещодавно відомо, його існування ще на початку XVIII ст. відзначав Е.Галлей.

Гравітаційний парадокс (Х.Зеєлігер, 1886 р.) зв'язаний з невизначеністю сили тяжіння, яка діє на будь яке тіло в нескінченному Всесвіті. Саме її невизначеність (типу $\infty-\infty$), а не нескінченно велика величина, як інколи говорять та пишуть. І тільки конкретна просторова структура Всесвіту дозволяє розкрити цю невизначеність. При цьому світ, однорідний в усіх своїх масштабах, дасть нульове значення сили тяжіння. Тому протиріччя виникає між фактом певної структурності світу та його нескінченністю. В той же час треба нагадати, що Ньютона спонукав до ідеї Всесвіту, нескінченного в просторі та часі, парадокс, який виникає в моделі скінченного стаціонарного Всесвіту – наявність у нього центру і скупчення з часом всієї речовини в околі цього центру під дією сили тяжіння.

Третім парадоксом став парадокс «теплової смерті», який виникає внаслідок застосування другого принципу термодинаміки до Всесвіту, як замкненої системи, і полягає в тому, що нескінченний в часі Всесвіт повинен був би вже прийти в повністю врівноважений та безструктурний

стан. На наш погляд цей парадокс утворюється саме нескінченно довгим існуванням Всесвіту в минулому і його нинішнім неврівноваженим станом, а не необхідністю його переходу в рівноважний стан в майбутньому.

Узагальнюючи, можна сказати, що виявилось протиріччя між логічними висновками з вихідних принципів ньютонівської картини світу – її нескінченністю в просторі та часі і його теперішнім станом – структурою цього світу у вигляді сукупності зоряних систем. Це протиріччя відносно тому, що може бути знято і в рамках ньютонівської фізики, але за рахунок накладання на цей світ досить жорстких обмежень. Перші два парадокси зникають в світі з нескінченно ієрархічною будовою і достатньо швидким зменшенням середньої густини з ростом порядку системи, а третій парадокс знімається хоча б флуктуаційною гіпотезою Больцмана. Зараз ці парадокси, принаймні перші два, мають лише історичне значення, але в свій час їх значення було велике. Їх природне зняття релятивістською космологією значно полегшило сприйняття людською свідомістю нової незвичайної і грандіозної ідеї – ідеї нестационарного Всесвіту. Цей новий Всесвіт, картина якого була породжена наукою ХХ ст., можна назвати Всесвітом Фрідмана-Гамова на відміну від Всесвіту Ньютона-Гершеля, котрому він прийшов на зміну.

І ще одне зауваження. Звертаючися до виникнення науки нового часу, ми завжди підкреслюємо значення не тільки конкретно-наукових здобутків (геліоцентрична система, закон інерції та інш.), а і появу нових принципів, нових парадигм, на шляху застосування яких були одержані ці здобутки. Ключовим моментом у виникненні цих нових принципів було утвердження ідеї проведення цілеспрямованих кількісних експериментів та спостережень з їх наступним узагальненням у вигляді законів природи. Сам по собі кількісний підхід був властивий ще піфагорійцям, теоретично його обґрунтовував Платон. Але засновник фізики Арістотель не міг ще його сприйняти, бо фізика Арістотеля цілком лежала в рамках античної ідеї Космосу – впорядкованої, гармонійної, але водночас якісно різноманітної структури. Руйнування такої концепції Космосу, заміна її безмежним простором, в якому рухаються окремі тіла під дією сили тяжіння, це та ціна, яку довелося заплатити науці за можливість пізнати і використати на практиці закони механічного руху – найпростішої форми руху матерії. Але це був лише перший крок на шляху пізнання законів інших, більш складних його форм, а тим самим і до пізнання єдності світу в його багатогранності на новому більш глибокому рівні.

1.4 Космологія ХХ століття. Безперечно, що ідея нестационарного, еволюціонуючого Всесвіту стала найбільш значимим за своїми масштабами і своїми світоглядними наслідками аспектом проникнення ідей еволюціонізму в астрономію. Ця ідея в її сучасній формі є результатом застосування до однорідного та ізотропного Всесвіту основних рівнянь загальної теорії відносності (ЗТВ), що вперше було зроблене в 1922 р.

О.О.Фрідманом. Розв'язок рівнянь ЗТВ, знайдений Фрідманом, виявився математично подібним до випадку прямолінійного руху в класичній задачі двох тіл. Це породжувало ілюзії, що можна подолати космологічні парадокси ньютонівського світу в рамках класичної фізики. Але це не так з огляду на зовсім різну фізичну інтерпретацію цих двох математично подібних розв'язків. В одному випадку це рух сукупності матеріальних точок в просторі та часі, в другому - еволюція метричних властивостей самого простору-часу.

Утвердження ідеї про нестационарний Всесвіт, що розширюється, стало одним з докорінних переворотів в уявленнях людства про навколишній світ і було пов'язано з подоланням значних гносеологічних та психологічних складнощів. Але досить швидкому подоланню цих складнощів сприяло те, що поява ЗТВ та перших нестационарних космологічних моделей співпала за часом з виникненням та розвитком позагалактичної астрономії в першій чверті ХХ ст. Була доведена позагалактична природа ряду туманностей, одержані більш-менш достовірні оцінки відстаней до них, визначені їх променеві швидкості. Це дозволило Е.Хабблду дійти до одного з найвизначніших результатів в історії астрономії – встановити пропорційність між швидкостями віддалення галактик та відстанями до них. З'явилася ще одна фундаментальна величина – стала Хаббла (стала в просторі, але не в часі). Темп зміни з часом сталої Хаббла, а також радіусу кривизни простору-часу та середньої густини матерії стали основними кількісними характеристиками еволюції Всесвіту в різних космологічних моделях.

З утвердженням (в 30-40 роках) основних уявлень релятивістської космології астрономічна та фізична картина світу виявилася поділеною на «сфери впливу» між основними фізичними теоріями. В мегасвіті - у Всесвіті в цілому (і, як виявилось пізніше, в компактних та надмасивних об'єктах) панує ЗТВ і, відповідно, гравітаційна взаємодія. В мікросвіті потрібна квантова теорія, тут проявляють себе електромагнітна, слабка та сильна взаємодії. При цьому в масштабі атомів та молекул (і відносно малих енергій) діють закони нерелятивістської квантової механіки. В менших масштабах атомних ядер та елементарних частинок (при енергіях порядку і більше енергії спокою цих частинок) потрібна релятивістська квантова теорія поля. В проміжних масштабах макросвіту (від пилових частинок до зоряних систем) достатні закони ньютонівської механіки та класичної електродинаміки. Цей розподіл світу став тією ціною, яку довелося заплатити науці за вихід з кризи, пов'язаної з неспроможністю класичної фізики описувати весь Всесвіт в його проявах різних масштабів. Склалася ситуація, що суперечила одвічному прагненню наукової та філософської думки – до знаходження найбільш загальних рис та властивостей оточуючого нас світу. Ця ситуація, хоча вона і відносилася лише до фізичної форми руху матерії та астрономічної картини світу і

врешті-решт не суперечила таким аспектам єдності світу, як його матеріальність та об'єктивне існування, все ж значно утруднювала сприйняття та порозуміння цієї єдності. Найбільш чітко висловив незадоволення таким перебігом подій А.Ейнштейн, висунувши програму об'єднання всіх фундаментальних взаємодій або, інакше кажучи, побудови єдиної теорії поля. Шлях до цього з космологічної точки зору відкрила ідея Г.А.Гамова про перехід від середньої густини Всесвіту до середньої енергії окремих частинок, тобто температури Всесвіту. Це означало появу моделі гарячого (в минулому) Всесвіту і розглядання відповідних фізичних процесів в світі елементарних частинок високих енергій. А це в свою чергу дозволило пояснити походження сучасного хімічного складу Всесвіту.

Головними здобутками в розвитку спостережних основ космології в останні десятиріччя було відкриття квазарів, відкриття реліктового випромінювання, встановлення крупномасштабної структури Всесвіту – його однорідності та ізотропності в масштабах понад сотні мегапарсек. В останній час – це дослідження флуктуацій в просторовому розподілі реліктового випромінювання, уточнення сучасних значень параметрів космологічних моделей за спостереженнями позагалактичних наднових та іншими методами, розробка нових способів визначення сталої Хаббла, зокрема за спостереженнями явища гравітаційного лінзування квазарів галактиками.

Розвиток фізики надвисоких енергій привів до розуміння того, що етапам, коли еволюція Всесвіту визначалася середньою густиною випромінювання, а потім речовини в пилоподібному стані (так звані фрідманівські стадії еволюції), передувала стадія, коли визначальною була густина енергії фізичного вакууму, що приводило до експоненціального закону розширення Всесвіту (так звана інфляційна стадія). А її існування дозволило подолати парадокси, які виявилися при аналізі фрідманівської космології.

В останні два десятиріччя якісно новим у розвитку космології стало вивчення процесів в ранньому Всесвіті – при настільки великих значеннях енергії, коли потрібно застосування теорії, яка описує Всесвіт як об'єкт квантовий і водночас гравітуючий. На стику космології раннього Всесвіту та фізики надвисоких енергій вдалося підійти до створення єдиної теорії поля. Розгляд квантового Всесвіту привів до появи принципово нових космологічних ідей, зокрема ідеї про самовідновлюючийся Всесвіт, про множинність всесвітів з різними фундаментальними властивостями.

З іншого боку утверджується і знаходить свої спостережні підтвердження думка про те, що в нинішню епоху еволюція Всесвіту визначається не тільки і не стільки пилоподібною речовиною, скільки матерією у стані фізичного вакууму (темною матерією). Все це означає те, що ми знаходимося на порозі нових якісних зрушень в космології.

Закінчимо цю главу деякими міркуваннями про статус сучасної космології в системі наукового знання. Що це – частина астрономії, частина фізики або окрема наука. В літературі можна зустріти всі ці три точки зору. Але як на наш погляд, все ж більш правильним буде вважати космологію розділом астрономії, бо саме астрономічні спостереження створюють емпіричний базис космології. Хоча зв'язок з основними фізичними уявленнями тут особливо тісний і важливий, бо саме вони дають підстави для екстраполяції властивостей Метагалактики – охопленої спостереженнями частини Всесвіту на весь Всесвіт.

Глава 2. РЕЛЯТИВІСТСЬКА КОСМОЛОГІЯ

2.1. Основи загальної теорії відносності (ЗТВ). В нижче поданому короткому вступі до ЗТВ увага сосереджена на роз'ясненні основ математичного апарату та фізичного змісту ЗТВ, подекуди без строгого доведення окремих положень та формул.

Загальна теорія відносності виходить з відомого і встановленого з великою точністю експериментального факту *рівності інертної та гравітаційної мас* будь-якого фізичного об'єкту. Загальність цього факту означає, що є глибокий зв'язок між рухом за інерцією і рухом в гравітаційному полі. Цей зв'язок знаходить свій прояв у принципі *еквівалентності руху* в гравітаційному полі в інерціальній системі координат і вільного руху у відповідній неінерціальній системі координат. Треба тільки зауважити, що цей принцип має *локальний* характер, бо гравітаційне поле зникає на нескінченності, а неінерціальність системи координат зберігається в усьому просторі.

Оскільки рух в довільному гравітаційному полі криволінійний та нерівномірний, то ми приходимо до необхідності замінити плоску чотиривимірну різноманітність простору-часу Мінковського спеціальної теорії відносності (СТВ) на викривлену просторово-часову різноманітність. Ця необхідність випливає з того, що, замінюючи рух в гравітаційному полі на вільний рух в неінерціальній системі відліку, не можна в скінченній частині простору ввести декартову систему координат замість криволінійної, як це завжди можна зробити в плоскому просторі-часі. Відповідно до цього треба узагальнити відомий вираз для інтервала в СТВ

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 \quad (2.1)$$

на довільну квадратичну форму від диференціалів координат

$$ds^2 = \sum_{i=0}^3 \sum_{k=0}^3 g_{ik} dx^i dx^k, \quad (2.2)$$

де $x^0 = ct$ – часова координата, а x^α ($\alpha = 1, 2, 3$) – просторові координати. Сукупність коефіцієнтів $g_{ik} = g_{ik}(x^0, x^1, x^2, x^3)$ утворює *фундаментальний* або *метричний тензор*, бо цей тензор визначає метричні властивості (метрику) простору-часу. Тензор g_{ik} описує викривленість простору-часу в заданій системі координат і водночас він описує гравітаційне поле, бо в цій викривленості і проявляє себе з точки зору ЗТВ гравітація як фізичне явище.

Щоб переконатися в необхідності переходу від (2.1) до (2.2), досить розглянути найпростіший випадок неінерціальної системи відліку – систему, рухається вздовж осі x_1 з прискоренням a . Неважко одержати, що в цьому випадку $g_{00} = 1 + (at/c)^2$, а $g_{01} = g_{10} = -at/c$. Відмінність від 0

недіагональних компонент метричного тензора g_{01} та g_{10} показує, що вже принцип еквівалентності визначає тензорний характер теорії гравітації.

Певні труднощі, особливо при першому знайомстві із ЗТВ, пов'язані з тим, що ми не можемо наочно уявити собі викривлений простір, бо всі наші просторові уявлення сформовані на підставі нашого життя в плоскому просторі. Але тут на допомогу може прийти двовимірні аналоги: площина – плоский простір, викривлена поверхня – викривлений простір. В космології, зокрема, відіграє важливу роль однорідний простір, а тому такий, що має всюди однакову кривизну – додатню, від'ємну або нульову. Двовимірним аналогом простору з постійною додатньою кривизною є звичайна сфера радіуса a , геометрія на якій має назву геометрії Рімана і з якою астрономи добре обізнані. Аналогом простору з постійною від'ємною кривизною є псевдосфера, що утворюється як поверхня обертання навколо осі x (див. Додаток, рис.2.1) кривої, яка має назву трактриси або лінії погоні. Остання назва цієї лінії пов'язана з тим, що її описує точка на гладкій площині, якщо її розмістити в точці A , а потім тягти за мотузок довжини $AO=a$ при умові, що точка O почне рухатися рівномірно вздовж осі x . На псевдосфері реалізується неевклідова геометрія Лобачевського з уявним радіусом кривизни ia . Важливу роль в геометрії викривленого простору має поняття *геодезичної*, тобто лінії, на якій довжина дуги між двома точками досягає мінімуму і яку (довжину) і можна прийняти за відстань між цими точками (узагальнення поняття прямої лінії). В двовимірному просторі Рімана – це дуга великого кола на сфері.

Основи геометрії багатовимірного простору з довільною квадратичною формою метрики були закладені в 1854 р. Б.Ріманом, який зробив це відштовхуючися від теорії поверхонь, розвинутої К.Гауссом. Кількісна міра викривленості поверхні в певній точці (її гауссова кривизна) була введена таким чином. Якщо розглянути множину перетинів поверхні всіма площинами, що проходять через нормаль до поверхні в даній точці, то серед них будуть дві криві – з найбільшим (ρ_1), та найменшим (ρ_2) радіусами кривизни. Тоді модуль *гауссової кривизни* K визначається як $1/\rho_1\rho_2$. Знак кривизни додатній, якщо обидва екстремальних переріза лежать по один бік від дотичної площини, і від'ємний – якщо по різні, тобто якщо один переріз опуклий, а інший – увігнутий. Тепер можна говорити і про “радіус” кривизни поверхні $a = 1/\sqrt{K}$. У поверхонь постійної кривизни гауссова кривизна дорівнює $K = (\Sigma - \pi)/S$, де Σ – сума кутів трикутника, що лежить на цій поверхні, а S – його площа.

Очевидно, що гауссова кривизна площини дорівнює 0, сума кутів трикутника є π , у сфери – $K=1/a^2$, а сума кутів сферичного трикутника завжди більша від π . У псевдосфери перетин з найбільшим радіусом кривизни – це утворююча, що проходить через дану точку, з найменшим – лежить в площині, перпендикулярній до відповідної площини симетрії.

При цьому перший переріз – увігнутий, а другий – опуклий, тому її гаусова кривизна від’ємна. Якщо пересуватися вздовж осі x , то найбільший радіус кривизни буде зменшуватися, а найменший – збільшуватися. Причому це відбувається таким чином, що гауссова кривизна лишається незмінною. Сума кутів трикутника на псевдосфері завжди менша від π .

Як відомо, в евклідовій геометрії твердження про суму кутів трикутника еквівалентне аксіомі про паралельні прямі (паралельні геодезичні). Відповідно до цього на сфері взагалі нема паралельних геодезичних, тобто таких, що не перетинаються. На псевдосфері, навпаки, через точку поза даною геодезичною проходить цілий пучок геодезичних, які не перетинають дану. Цей пучок лежить в межах певного кута (кута паралельності), величина якого залежить від відстані між даною геодезичною і точкою, через яку проходять паралельні їй геодезичні.

Вже засновники неевклідової геометрії Н.І.Лобачевський та К.Гаусс ставили питання про характер геометрії нашого реального простору і навіть намагалися визначити її вимірюванням кутів певного трикутника (Гаусс – між трьома точками на земній поверхні, Лобачевський – в трикутнику, що утворюється діаметром земної орбіти та напрямками на Сіріус з двох протилежних точок цієї орбіти). Звичайно, що вони не змогли одержати певного результату, бо в малому геометрія будь якого простору практично евклідова, в нинішньому ж нашому Всесвіті, як виявилось, розмір такої малої області значно перевершує розміри галактик. Про можливий зв’язок геометрії простору з матерією, що в ньому знаходиться і рухається, писав ще в 1885 р. англійський математик В.Кліффорд.

У виразі (2.2) привертає до себе увагу наявність в ньому верхніх та нижніх індексів. Їх поява викликана тим, що в криволінійній системі координат доводиться розрізняти дві можливі форми завдання вектора як сукупності в N -вимірному просторі N скалярних величин – коваріантну та контраваріантну. За визначенням *контраваріантним вектором* A^i зветься вектор, компоненти якого при переході від однієї системи координат x^{ik} до іншої x^i перетворюються як диференціали координат

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{ik}} dx^{ik}, \quad (2.3)$$

тобто

$$A^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^{ik}} dx^{ik}. \quad (2.4)$$

Коваріантний вектор A_i - це такий вектор, що перетворюється за законом:

$$A_i = \frac{\partial x^{ik}}{\partial x^i} A'_k. \quad (2.5)$$

тобто так, як перетворюється градієнт скалярної функції

$$\frac{\partial \psi}{\partial x^i} = \frac{\partial x^{ik}}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^{ik}}. \quad (2.6)$$

З геометричної точки зору появу цих двох типів векторів (а, точніше кажучи, двох форм однієї і тієї ж векторної величини) можна пояснити таким чином. В нескінченно малому околі якоїсь точки криволінійну систему координат можна замінити прямолінійною, але косокутньою системою (рис. 2.2). А в такій системі координат вектор можна задавати лінійною комбінацією ортів системи \vec{e}_1 та \vec{e}_2 , тобто в двомимірному випадку $\vec{A} = A^1 \vec{e}_1 + A^2 \vec{e}_2$, при цьому коефіцієнти A^1 та A^2 і є компонентами вектора \vec{A} . Інший спосіб – це задати вектор \vec{A} його проєкціями на осі координат A_1 та A_2 . З рис. 2.2 випливає, що

$$A_1 = A^1 + \cos \alpha \cdot A^2, A_2 = \cos \alpha \cdot A^1 + A^2. \quad (2.7)$$

Це можна записати інакше:

$$A_i = g_{ik} A^k, \quad (2.8)$$

де в даному випадку

$$g_{sk} = \begin{pmatrix} 1 & \cos \alpha \\ \cos \alpha & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

при цьому, як не важко перевірити, квадрат довжини вектора $\vec{A} \in A_i A^i$. В загальному випадку величина A^i дорівнює ортогональній проєкції вектора, поділеній на величину g^{ii} (див. [14]). В плоскому часі-просторі Мінковського з псевдоевклідовою метрикою в декапртовій системі координат, яку в цьому випадку завжди можна ввести, $g_{00}=1$, $g_{\alpha\alpha}=-1$, $g_{ik}=0$ при $i,k \neq 0$. При цьому просторові коваріантні та контраваріантні компоненти вектора відрізняються тільки своїми знаками. Тут і далі грецькі індекси пробігають значення 1,2,3, тобто відповідні величини відносяться тільки до просторової частини метрики простору-часу.

В записах (2.2) – (2.9) використане *правило підсумовування* Ейнштейна, яке має на увазі підсумовування по двом однаковим індексам, якщо один з них верхній, а другий – нижній. Узагальнена на випадок довільної системи координат формула (2.8) виражає так зване правило опускання (або піднімання) індексів, тобто правило переходу від однієї форми задання векторів до іншої. Це правило поширюється і на тензорні величини, які також можуть бути коваріантними (A_{ik}) та контраваріантними (A^{ik}), а також *змішаними* (A_k^i). При цьому, наприклад,

$$A_{ik} = g_{il} A_k^l \quad (2.10)$$

або

$$A_k^i = g_{kl} A^{il}. \quad (2.11)$$

Тензори g_{il} та g^{kl} – взаємно-обернені, тобто $g_{il} g^{kl} = \delta_i^k$ – одиничному тензору. Зауважимо також, що метричний тензор g_{ik} , є симетричним, що впливає з дії комутативного закону для множення в (2.2). Поряд з операцією піднімання чи опусканням індексів можлива операція згортання за певним індексом:

$$A = A_i^i = g_{ik} A^{ik} = g^{ik} A_{ik}. \quad (2.12)$$

Очевидно, що скаляр A – це слід тензора A_k^i в його змішаній формі.

Викривленість простору-часу (під впливом будь-якої фізичної форми матерії, що рухається в ньому) призводить до певних ускладнень при диференціюванні векторів та тензорів як функцій координат. Щоб одержати похідну, треба спочатку знайти різницю значень диференційованої функції в двох близьких точках. Якщо ця функція – вектор, то потрібно для цього перенести початок цього вектора з однієї точки до іншої, близької до першої. Якщо обчислюється частинна похідна за певною координатою x^i , то це повинно бути паралельне перенесення вздовж відповідної координатної лінії, яка є кривою. Тому при такому переносі компоненти вектора змінюються. Паралельність переносу означає зберігання кута між вектором і координатною лінією, вздовж якої він переноситься. Оскільки перенесення робиться між нескінченно близькими точками, то вплив цієї зміни на значення диференціалів компонент вектора можна вважати лінійним не тільки за значеннями компонент вектора, але і значеннями диференціалів координат. Тому диференціал контраваріантного вектора A^i в криволінійній системі координат треба записати в такому вигляді:

$$DA^i = \frac{\partial A^i}{\partial x^k} dx^k + \Gamma_{kl}^i A^l dx^k. \quad (2.13)$$

А поділивши (2.13) на dx^k , одержимо *коваріантну похідну*

$$A_{;k}^i = \frac{\partial A^i}{\partial x^k} + \Gamma_{kl}^i A^l. \quad (2.14)$$

Для коваріантного вектора A_i така похідна дорівнює:

$$A_{i;k} = \frac{\partial A_i}{\partial x^k} - \Gamma_{ik}^l A_l. \quad (2.15)$$

Сукупність коефіцієнтів Γ_{kl}^l не утворює тензора третього рангу. Ці коефіцієнти мають назву *символів Кристофеля* або *коефіцієнтів зв'язності*. Формули (2.14) та (2.15) узагальнюються на випадок тензорів, зокрема, таким чином:

$$A_{k;l}^i = \frac{\partial A_k^i}{\partial x^l} - \Gamma_{kl}^m A_m^i + \Gamma_{ml}^i A_k^m. \quad (2.16)$$

Якщо порівняти два вирази: $DA_i = g_{ik} DA^k$ та $DA_i = D(g_{ik} A^k)$, то дійдемо до висновку, що $g_{ik;l} = 0$. А застосовуючи до величин $g_{ik;l}$ загальну формулу (2.16), одержимо, що

$$g_{ik;l} = \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} - g_{mk} \Gamma_{il}^m - g_{im} \Gamma_{kl}^l. \quad (2.17)$$

Зробивши нарешті в (2.17) циклічну перестановку індексів і взявши півсуму одержаних трьох рівностей, матимемо (з урахуванням симетрії $\Gamma_{ik}^l = \Gamma_{ki}^l$), що

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{im} \left(\frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right). \quad (2.18)$$

З виразів (2.14) та (2.18) випливає і рівність (2.15).

Поява символів Кристофеля пов'язана з криволінійним недекартовим характером системи координат. Втім завжди можна обрати таку систему координат, що в даній точці всі символи Кристофеля дорівнюватимуть 0. Крім того нелінійність формули (2.18) приводить до того, що символи Кристофеля мають тензорний характер лише при лінійних перетворюваннях координат, а у випадку довільних перетворень це не має місця.

Тому бажано мати міру саме викривленості часу-простору, яка б до того ж мала тензорний характер. Такою мірою є *тензор кривизни Рімана-Кристофеля*. Ввести його можна в такий спосіб. Чим більше викривленість простору, тим більше буде зміна вектора при його паралельному переносі вздовж замкненого контуру, який обмежує поверхню певної площі. Справді, поворот вектора при обході меж октантів двох сфер різних радіусів однаковий і дорівнює 90° (рис. 2.3). Однак площа октанта сфери меншого радіусу менша, тобто в розрахунку на одиницю площі поворот вектора буде більший у відповідності з більшою кривизною цієї сфери. Зміна вектора при обході довільного замкненого контуру L дорівнюватиме:

$$\Delta A_k = \oint_L \Gamma_{kl}^i A_i dx^l. \quad (2.19)$$

Перейдемо в (2.19) від криволінійного інтегралу до поверхневого по поверхні S , що обмежена контуром L , за допомогою теореми Стокса. При цьому ротор вектора A_i будемо обчислювати за формулою (2.15) з урахуванням того, що в малому околі будь-якої точки $\partial A_i / \partial x_m = \Gamma_{im}^n A_n$. Зменшуючи потім необмежено контур L та поверхню S , одержимо, враховуючи, що при цьому величина $DA_k = 0$,:

$$\Delta A_k = \frac{1}{2} R_{klm}^i A_i \Delta S^{lm}. \quad (2.20)$$

Тензор четвертого рангу R_{klm}^i і є відшукуваною тензорною мірою викривленості часу-простору в точці, до якої стягується контур L . Він дорівнює:

$$R_{klm}^i = \frac{\partial \Gamma_{km}^l}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{kl}^i}{\partial x^m} + \Gamma_{nl}^i \Gamma_{km}^n - \Gamma_{nm}^i \Gamma_{kl}^m. \quad (2.21)$$

З огляду на (2.18) компоненти тензора кривизни містять лінійно другі похідні від компонент метричного тензора та добутки їх перших похідних. Якщо тензор R_{klm}^i згорнути за індексами i та l , то одержимо *тензор кривизни другого рангу (тензор Річчі)*:

$$R_{km} = \frac{\partial \Gamma_{km}^l}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{kl}^l}{\partial x^m} + \Gamma_{nl}^l \Gamma_{km}^n - \Gamma_{nm}^l \Gamma_{kl}^m. \quad (2.22)$$

Нарешті, згортаючи (2.22) за індексами k і m матимемо *скалярну кривизну*

$$R = g^{km} R_{km}, \quad (2.23)$$

яка певним чином узагальнює гауссову кривизну K . Всі компоненти тензору R^i_{klm} дорівнюють 0 тільки в плоскому просторі-часі. Якщо від (2.21) перейти до повністю коваріантного тензора кривизни R_{iklm} , то можна побачити, що останній антисиметричний за кожною з пар індексів ik та lm і симетричний по відношенню до перестановки місцями цих пар індексів. Тензор Річчі симетричний, як це випливає з (2.22). Крім того тензор R^i_{klm} задовольняє диференціальній рівності, яка має назву *тотожності Біанкі*:

$$R^n_{ikl;m} + R^n_{imk;l} + R^n_{ilm;k} = 0. \quad (2.24)$$

Тотожність Біанкі безпосередньо впливає з формули коваріантного диференціювання тензорів в *локально-геодезичній* системі координат. Це саме така система, яку можна ввести в околі будь-якої точки так, що в цій точці всі величини Γ^i_{kl} обертаються на 0. Можливість цього, в свою чергу, впливає з тензорного характеру символів Кристофеля по відношенню до лінійних перетворень координат. А оскільки тотожність Біанкі є скалярною, то вона повинна зберігатися і в довільній системі координат.

Вище були розглянуті математичні відомості, мінімально необхідні для розуміння ЗТВ. Для більш докладного з цим ознайомлення можна звернутися до книг [2,8,9]. Ми ж перейдемо до розгляду основного рівняння ЗТВ. Виходячи з основної фізичної ідеї ЗТВ, це рівняння повинно зв'язувати характеристики метрики простору-часу – тензори g_{ik} та R_{ik} з розподілом та рухом гравітуючих мас, які знаходяться в ньому. Ці розподіл та рух описуються, як відомо вже із СТВ, *тензором енергії-імпульсу*, зміст компонент якого краще з'ясовується в контраваріантній його формі:

$$T^{ik} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \frac{W_1}{c} & \frac{W_2}{c} & \frac{W_3}{c} \\ \frac{W_1}{c} & p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ \frac{W_2}{c} & p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ \frac{W_3}{c} & p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

де часова компонента T^{00} - це *густина енергії* ε . Змішані компоненти $T^{0\alpha}$ утворюють вектор \vec{W}/c , де \vec{W} – *вектор потоку енергії* (вектор Умова-Пойнтінга), c - швидкість світла у вакуумі. Нарешті, просторова частина $T^{\alpha\beta}$ збігається з *тензором напружень*, тобто діагональні її компоненти – це тиск вздовж відповідної координатної осі, а недіагональні компоненти – це зсувні напруження в площині, що перпендикулярна осі α , в напрямку осі β . Поняття тензору енергії-імпульсу має на увазі опис матеріальних об'єктів як неперервних (суцільні середовища, фізичні поля). Для опису дискретних систем треба користуватися узагальненими функціями,

найпростішим і найвідомішим представником яких є δ - функція Дірака, яка описує матеріальну точку. Для замкненої системи має місце рівність 0 *коваріантної дивергенції* тензора енергії-імпульсу:

$$T_{k;i}^i = 0. \quad (2.26)$$

Часова компонента (2.26) виражає закон збереження енергії, а сукупність просторових – закон збереження моменту імпульсу.

Оскільки ньютонівська теорія тяжіння є граничним випадком ЗТВ, то одна з компонент основного рівняння ЗТВ у випадку слабого гравітаційного поля (якщо його потенціал $\Psi \ll c^2$) повинна переходити в класичне лінійне рівняння Пуассона

$$\nabla^2 \Psi = \frac{4\pi G}{c^2} \varepsilon, \quad (2.27)$$

де G - гравітаційна стала. Тому і саме відшукуване рівняння ЗТВ повинно бути лінійним відносно тензорів, які воно зв'язує, тобто його можна записати у такому вигляді:

$$R_{ik} + a g_{ik} = b T_{ik}. \quad (2.28)$$

Рівності (2.24) та (2.26) дозволяють знайти коефіцієнт $a = -R/2$. А граничний перехід при $\Psi \ll c^2$ дає коефіцієнт $b = 8\pi G/c^4$. Отже одержуємо таке основне рівняння ЗТВ – *рівняння Ейнштейна*:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}. \quad (2.29)$$

Переходячи до змішаної форми рівняння Ейнштейна, можна записати його в такому, зручному для нас в подальшому, вигляді:

$$R_k^i = \frac{8\pi G}{c^4} \left(T_k^i - \frac{1}{2} \delta_k^i T_l^l \right). \quad (2.30)$$

Звичайно викладене вище – це не вивід рівнянь Ейнштейна, а лише пояснення, чому вони мають саме таку форму. В розгорнутому вигляді рівняння Ейнштейна – це система десяти (з огляду на симетричність тензорів) диференціальних рівнянь другого порядку в частинних похідних. Вирази (2.18) та (2.22) показують, що ці рівняння лінійні щодо других похідних від компонент метричного тензору за координатами. З фізичного боку рівняння Ейнштейна, оскільки вони зв'язують метричний тензор з тензором енергії-імпульсу, є водночас і рівняннями гравітаційного поля і рівняннями руху матерії в цьому полі.

Вільний рух буде відбуватися при цьому за геодезичними, тобто за лініями, що узагальнюють поняття прямої в евклідовому просторі і виміряна за якими відстань між двома точками буде найменшою. Їх рівняння одержуються узагальненням за допомогою (2.14) рівняння руху за інерцією в СТВ – $du^i/ds = 0$, де $u^i = dx^i/ds$ - чотиривимірна швидкість. Отже рівняння геодезичної є таке:

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0. \quad (2.31)$$

Якщо ввести в околі матеріальної точки або сферично-симетричного тіла сферичну систему координат і врахувати, що в цьому околі тензор енергії-імпульсу дорівнює 0, то одержимо, як розв'язок рівняння Ейнштейна, метрику простору-часу, яку створює цей об'єкт. Ця метрика (метрика Шварцшильда) має такий вигляд:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}} - r^2 (\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2), \quad (2.32)$$

де *гравітаційний радіус* центрального тіла масою *M*

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (2.33)$$

Вирішуючи задачу двох тіл в полі Шварцшильда для частинки з малою масою *m* або безмасової частинки – фотона, тобто розв'язуючи рівняння (2.31) в метриці (2.32), одержимо вирази для трьох відомих експериментальних ефектів ЗТВ:

- 1) повороту лінії апсид супутника;
- 2) відхилення променя світла поблизу гравітуючого тіла;
- 3) зменшення частоти коливань (і, відповідно, зсув спектральних ліній) в гравітаційному полі.

В межах Сонячної системи величина цих ефектів, що мають порядок V/c^2 , досить мала. Поворот перигелію Меркурія становить 43" за 100 років, а відхилення променя світла поблизу краю Сонця – 1.75". Тому на протязі десятиріч точність їх вимірювання була невисокою – десь біля $\approx 10\%$. Це було одним з приводів для неодноразових спроб якщо не спростувати ЗТВ, то принаймні замінити її якоюсь альтернативною теорією (відома, зокрема, тензорно-скалярна теорія Дікке-Бранса). Але зараз вся сукупність нових наземних експериментів (зокрема на підставі ефекту Мессбауера) і спостережень за рухом планет земної групи та АМС за допомогою радіотехнічних засобів підтверджують ЗТВ з точністю принаймні в 0.01%.

Як на наш погляд, то недоречними є “теоретичні” претензії до ЗТВ з боку того, що в ній не можна записати в чисто тензорному вигляді тензор енергії-імпульсу системи “матерія+гравітаційне поле”. Ця обставина є просто проявом того, що ЗТВ не є польовою теорією, тобто гравітація в ній трактується не як певне фізичне поле, а як вплив розподілу та руху матерії на метричні властивості простору та часу.

Отже на закінчення нашого стислого огляду основ ЗТВ, треба зробити такий висновок – ЗТВ є теорією, що надійно підтверджується фізичними експериментами та астрономічними спостереженнями і може та повинна бути покладена в основу сучасної космології. Але не можна не визнати, що ЗТВ ще не перевірена експериментально в сильних гравітаційних полях, тому розвиток альтернативних теорій тяжіння та їх експериментальна перевірка теж можливі. Крім того опис самих ранніх етапів еволюції Всесвіту потребує квантового узагальнення теорії гравітації.

Перед тим, як перейти до застосування ЗТВ до космології, зробимо таке зауваження. Ще в 1917 р. А.Ейнштейн звернув увагу на те, що основне рівняння ЗТВ допускає певне узагальнення, а саме до правої його частини можна додати так званий Λ -член виду Λg_{ik} , який описує певну силу відштовхування. Пізніше космологічні застосування рівняння з Λ -членом розглядали В.де-Сіттер та Ж.Леметр. Зокрема розглядалася модель “пустого” Всесвіту, густина речовини в якому дорівнює 0, але враховується Λ -член. В 70-роках ХХ ст. був з’ясований фізичний зміст космологічної сталої Λ . Її відмінність від 0 означає наявність у Всесвіті в космологічно значимій кількості певної фізичної форми матерії – фізичного вакууму з відповідним рівнянням стану. Пізніше виявилася доцільність і навіть необхідність розглядання двохкомпонентних космологічних моделей з урахуванням наявності поряд із звичайною речовиною фізичного вакууму. Ми нижче спочатку розглянемо розв’язок рівнянь ЗТВ для однорідного та ізотропного світу без Λ -члена, але розв’язок загальний з точки зору рівняння стану матерії. При цьому модель “пустого” Всесвіту увійде в нього як частковий випадок. А двохкомпонентні моделі розглянемо пізніше в підрозділі 2.4. В такий спосіб краще виявляються особливості різних космологічних моделей і це в більший мірі відповідає історичному ходу подій в космології.

2.2. Загальний розв’язок рівнянь ЗТВ для однорідного та ізотропного світу. Як вже зазначалося в п. 1.4 зараз є достатні спостережні підстави виходити при побудові космологічної моделі нашого Всесвіту з *довершеного космологічного принципу*, тобто з припущення про його однорідність та ізотропність в просторі та однорідність в часі. І перше питання, яке постає при побудові такої моделі на базі ЗТВ, – це те, які обмеження накладає згаданий принцип на метрику простору-часу, який вигляд повинен мати в цьому випадку метричний тензор?

Однорідність в просторі означає, що можна обрати таку систему відліку часу, що просторова частина метрики буде однаковою в усьому просторі. Звідси випливає, що просторова частина тензору кривизни $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ повинна залежати тільки від самих просторових компонент метричного тензору, але не від їх похідних. А *ізотропність простору* та властивості симетрії тензору кривизни, сформульовані вище, однозначно приводять до такого її вигляду:

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \lambda(g_{\alpha\delta}g_{\beta\gamma} - g_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta}), \quad (2.34)$$

де λ - певний скаляр розмірності оберненого квадрату довжини. Тепер не дуже складні підрахунки показують, що тензор Річчі

$$R_{\alpha\beta} = R^{\gamma}_{\alpha\gamma\beta} = -2\lambda g_{\alpha\beta}, \quad (2.35)$$

а просторова частина скалярної кривизни $R = R^{\alpha}_{\alpha} = -6\lambda$. Таким чином ми приходимо до висновку, що простір однорідного та ізотропного світу повинен бути простором *постійної кривизни*, хоча і довільного знаку. Для

запису метрики цього простору зручно скористуватися таким прийомом – розглянемо цей тривимірний простір як гіперповерхню в деякому уявному чотиривимірному просторі (який не треба плутати з чотиривимірним простором-часом). Нехай координати точки в цьому 4-просторі $x_i (i = 1, 2, 3, 4)$.

Тоді рівняння поверхні постійної кривизни є таке:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = ka^2, \quad (2.36)$$

де a - радіус кривизни, а множник $k = \text{sign}(\lambda)$ фіксує знак кривизни, він має одне із значень: -1 ; 0 ; $+1$. Якщо $k = +1$, то (2.36) очевидне, як узагальнення рівняння сфери. При $k = 0$ маємо гіперплощину, як граничний випадок сфери при $a \rightarrow \infty$. При $k = -1$ одержуємо тривимірну псевдосферу з постійною від'ємною кривизною і уявним радіусом кривизни ia , бо $a^2 = 1/\lambda$. Але елемент довжини на цій гіперповерхні в будь-якому випадку дорівнює

$$dl^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2. \quad (2.37)$$

Виключаючи тепер dx_4 з (2.37) за допомогою диференціювання (2.36), одержимо, що

$$dl^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + \frac{(x_1 dx_1 + x_2 dx_2 + x_3 dx_3)^2}{ka^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2}. \quad (2.38)$$

Тепер можна записати величини $g_{\alpha\beta}$ і, підставляючи їх в (2.34), пересвідчитися в тому, що стала $\lambda = k/a^2$. Але в ізотропному просторі природньо перейти до сферичних координат r, φ, θ . Тоді матимемо, що

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1 - k \frac{r^2}{a^2}} + r^2 (\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2). \quad (2.39)$$

Неважко переконатися, що в просторі з додатньою кривизною довжина кола $2\pi r$, а площа сфери $4\pi r^2$. Однак відстань від їх центру до точки із заданою координатою r дорівнює

$$\int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - r^2/a^2}} = a \arcsin \frac{r}{a}, \quad (2.40)$$

тобто більша від r .

Повертаючись до метрики простору-часу, запишемо її тепер в такому вигляді:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - k \frac{r^2}{a^2}} - r^2 (\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2). \quad (2.41)$$

Бачимо, що ця метрика визначається одним параметром a , який в загальному випадку має назву *масштабного фактору*. Його зміна з часом, тобто залежність $a(t)$, і описує еволюцію метричних властивостей однорідного та ізотропного світу. Доцільно, як це нерідко робиться, перейти до безрозмірних змінних. В даному разі це зручно зробити за допомогою таких замін:

$$cdt = ad\eta, \frac{r}{a} = \sum(\chi), \quad (2.42)$$

де

$$\sum(\chi) = \begin{cases} \sin \chi; & k = +1 \\ \chi; & k = 0 \\ sh\chi; & k = -1. \end{cases}$$

а нова змінна χ має зміст *безрозмірної відстані*.

Тоді матимемо такий вираз для інтервала:

$$ds^2 = a^2(\eta) [d\eta^2 - d\chi^2 - \sum^2(\chi)(\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2)]. \quad (2.43)$$

Метрики (2.41) та (2.43) не є єдино можливими. Інколи використовується така метрика:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{dr_1^2 + r_1^2(\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2)}{(1 + \frac{kr_1^2}{4a^2})^2}, \quad (2.44)$$

що одержується з (2.41) заміною

$$r = \frac{r_1}{1 + \frac{kr_1^2}{4a^2}}.$$

Оскільки чисельник в (2.44) в декартових координатах дорівнює $dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2$, то ця форма метрика наочно підкреслює однорідний та ізотопний характер її просторової частини.

Метрика однорідного та ізотропного світу (в будь-якій формі) дістала назву *метрики Робертсона-Уокера*, хоча фактично її одержав ще в 1922 р. О.О.Фрідман. Ми далі використаємо цю метрику в формі (2.43), тобто будемо користуватися координатами $\eta, \chi, \theta, \varphi$. Запишемо відповідний їй метричний тензор:

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a^2 \sum^2(\chi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a^2 \sum^2(\chi) \sin^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

Для того, щоб остаточно знайти метрику однорідного та ізотропного світу, треба тепер знайти масштабний фактор a як функцію змінної η , яку називають *параметром еволюції* або *конформним часом*. Для цього треба обчислити символи Кристофеля, а потім тензор Річчі з одного боку. З іншого боку потрібно встановити вигляд тензору енергії-імпульсу.

Якщо розглядаються явища достатньо великих розмірів, в яких вже не проявляється дискретність середовища, то, як відомо з СТВ, тензор енергії імпульсу такого середовища є (в змішаній формі):

$$T_k^i = (p + \varepsilon)u^i u_k - p\delta_k^i, \quad (2.46)$$

де, нагадаємо, ε – густина енергії, p – тиск, а u^i – 4-швидкість. В масштабах, більших від розміру комірок крупномасштабної структури

Всесвіту ($> 10^2$ Мпк) – там, де проявляється однорідність та ізотропність нашого Всесвіту, матерія повинна знаходитися в середньому в стані спокою. Бо будь-який рух є або наслідком певних неоднорідностей або приведе до них. Тому у вказаних масштабах 4-швидкість повинна мати вигляд: $u^i = (1,0,0,0)$. А в цьому разі з (2.46) одержимо, що

$$T_k^i = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

Досить кропіткі, але в принципі не складні обчислення величин Γ_{kl}^i на підставі (2.18) та (2.45) дають такі результати:

$$\Gamma_{00}^0 = \frac{a'}{a}; \Gamma_{\alpha\beta}^0 = -\frac{a'}{a^3} g_{\alpha\beta}; \Gamma_{0\beta}^\alpha = \frac{a'}{a} \delta_\beta^\alpha; \Gamma_{\alpha 0}^0 = \Gamma_{00}^\alpha = 0, \quad (2.48)$$

де a' - це похідна від a за конформним часом η . Обчислювати величини $\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$ нема потреби, бо просторові компоненти тензора Річчі можуть бути знайдені з виразів (2.35) та (2.45). Обчислення тензора Річчі зручніше вести в змішаній формі. При цьому з рівняння Ейнштейна і діагональності тензорів g та T впливає і діагональний вигляд тензора кривизни. Його діагональні компоненти дорівнюють:

$$R_0^0 = \frac{3}{a^4} (a'^2 - aa''); R_\beta^\alpha = -\frac{1}{a^4} (2ka^2 + a'^2 + aa'') \delta_\beta^\alpha. \quad (2.49)$$

Тепер залишилося підставити (2.25), (2.47) та (2.49) в рівняння (2.29). Часова компонента дасть рівняння

$$\frac{1}{a^4} (a'^2 - aa'') = \frac{4\pi G}{c^4} \left(\frac{\varepsilon}{3} + p \right). \quad (2.50)$$

Просторові компоненти дають однакові рівняння

$$\frac{1}{a^4} (2ka^2 + a'^2 + aa'') = \frac{4\pi G}{c^4} (\varepsilon - p). \quad (2.51)$$

Додаючи (2.51) до (2.50), виключаємо другу похідну a'' . Одержуємо рівняння

$$\frac{1}{a^4} (a'^2 + ka^2) = \frac{8\pi G}{3c^4} \varepsilon, \quad (2.52)$$

Будь-яка пара рівнянь (2.50) – (2.52) містить три невідомі функції – a , ε , та p . Ясно, що в ході еволюції Всесвіту із зміною масштабного фактора a будуть змінюватися середня густина енергії і тиск. При цьому характер цієї зміни повинен узгоджуватися із законами збереження. А самі ці закони збереження неявно містяться в рівняннях (2.50) – (2.52) в силу (2.26). Тому зв'язок між зміною масштабного фактора з одного боку і середньою густиною енергії та тиском з іншого можна знайти з цих рівнянь. Але це можна зробити простіше, якщо скористуватися законом збереження енергії у вигляді першого начала термодинаміки:

$$dE = TdS - pdV, \quad (2.53)$$

де E - повна енергія системи, T - її температура, S - ентропія, V - її об'єм. При постійній ентропії маємо, переходячи до густини енергії $\varepsilon = E/V$, що

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon + p} = -\frac{dV}{V}. \quad (2.54)$$

Оскільки об'єм $V \propto a^3$, то остаточно маємо:

$$\int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon + p} = -3 \ln \frac{a}{a_0}. \quad (2.55)$$

В співвідношенні (2.55) знову з'явилася ще одна змінна – тиск p . Для його виключення треба записати *рівняння стану* середовища, яке можна представити в такому вигляді: $p = w\varepsilon$. Можливість цього впливає з тієї обставини, що обидві ці величини мають однакову розмірність. Можна також показати, що множник w за модулем не перевищує 1. Встановивши вигляд рівняння стану і виключаючи тиск з інтегралу (2.55), знаходимо залежність густини енергії від масштабного фактору:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(w+1)}. \quad (2.56)$$

Підставимо тепер (2.56) в рівняння (2.52) і розділимо в ньому змінні a та η . Тоді одержимо, що

$$\eta = \int_{a_1}^a \frac{da}{a \sqrt{\frac{8\pi G \varepsilon_0}{3c^4} a^2 \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(w+1)} - k}}. \quad (2.57)$$

Введемо в інтегралі (2.57) нову сталу a_0 умовою

$$a_0^2 = \frac{3c^4}{8\pi G \varepsilon_0}, \quad (2.58)$$

тоді матимемо:

$$\eta = \int_{a_1}^a \frac{da}{a \sqrt{\left(\frac{a_0}{a} \right)^{3w+1} - k}}. \quad (2.59)$$

Нижню границю a_1 в інтегралі (2.59) треба обрати так, щоб підкорінний вираз був додатнім, а інтеграл існував. При значеннях параметру стану $w \leq -1/3$ змінна a повинна бути не менша від a_0 . Тому тут треба покласти $a_1 = a_0$. При $w > -1/3$, навпаки, $a \leq a_0$ і треба покласти $a_1 = 0$. Звідси впливає і зміст сталої a_0 . Це початкове значення масштабного фактору в першому випадку і його максимальне значення – в другому (при $k = 1$). Для обчислення інтеграла (2.59) треба зробити таку заміну: $x^2 = (a/a_0)^{3w+1}$. Остаточний результат буде залежати також і від знаку кривизни простору-часу k . Врешті-решт одержимо, що

$$\begin{aligned}
& \arccos\left(\frac{a}{a_0}\right)^{\frac{3w+1}{2}}; & k=1 \\
\frac{2}{|3w+1|} & 1 - \left(\frac{a}{a_0}\right)^{\frac{3w+1}{2}}; & k=0 \quad 3w+1 < 0 \\
& \operatorname{arsh}1 - \operatorname{arsh}\left(\frac{a}{a_0}\right)^{\frac{3w+1}{2}}; & k=-1 \\
\eta = & & (2.60) \\
& \arcsin\left(\frac{a}{a_0}\right)^{\frac{3w+1}{2}}; & k=1 \\
\frac{2}{3w+1} & \left(\frac{a}{a_0}\right)^{\frac{3w+1}{2}}; & k=1 \quad 3w+1 > 0 \\
& \operatorname{arsh}\left(\frac{a}{a_0}\right)^{\frac{3w+1}{2}}; & k=-1
\end{aligned}$$

Знаходячи з (2.60) масштабний фактор як функцію параметра еволюції, одержимо *загальний розв'язок* рівнянь ЗТВ для однорідного та ізотропного світу. Але зробимо ми це пізніше, коли обговоримо питання про те які фізичні форми матерії мають космологічне значення, тобто які значення може приймати параметр рівняння стану w . А зараз з'ясуємо те, як, знаючи залежність $a(\eta)$, знайти інші характеристики, що змінюються в ході еволюції Всесвіту. Це, насамперед, *космологічний час* t , який, як це впливає з першої рівності (2.42), дорівнює

$$t = \frac{1}{c} \int_0^\eta a(\eta) d\eta. \quad (2.61)$$

Це *густина енергії* ε , яка на підставі (2.56) та (2.58) визначається так:

$$\varepsilon = \frac{3c^4}{8\pi G a_0^2} \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(w+1)}. \quad (2.62)$$

Це *параметр Хаббла* H , який також змінюється в ході еволюції Всесвіту. Із закону Хаббла $v_r = Hr$ і тієї обставини, що будь-яка відстань r пропорційна масштабному фактору a , маємо, що

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (2.63)$$

або з урахуванням (2.56)

$$H(\eta) = \frac{c}{a^2} a'. \quad (2.64)$$

Підставляючи (2.64) в рівняння (2.52), матимемо, що

$$\varepsilon - \frac{3H^2 c^2}{8\pi G} = \frac{k}{a^2}. \quad (2.65)$$

Вводячи позначення

$$\varepsilon_{cr} = \frac{3H^2 c^2}{8\pi G}, \quad (2.66)$$

бачимо, що знак кривизни простору-часу k визначається співвідношенням поміж густиною ε та величиною ε_{cr} , яка дістала назву *критичної густини енергії*. Якщо $\varepsilon > \varepsilon_{cr}$, то кривизна *додатня*. І, як видно з (2.60), масштабний фактор є періодичною функцією параметру еволюції з періодом $|3w+1|\pi/2$. При цьому величина a змінюється від a_0 до ∞ та навпаки при $w < -1/3$, а при $w > -1/3$ – від 0 до a_0 і навпаки. Якщо $\varepsilon = \varepsilon_{cr}$, то $k = 0$ (*плоский* випадок), значення η змінюється від 0 до $2/|3w+1|$ ($w < -1/3$) або від 0 до ∞ ($w > -1/3$). Масштабний фактор змінюється, відповідно, від a_0 до ∞ або від 0 до ∞ . При цьому похідна a' прямує до 0. Нарешті, при $\varepsilon < \varepsilon_{cr}$ кривизна *від'ємна*, а параметр еволюції змінюється в межах від 0 до значення $2 \arcsin 1/|3w+1|$ ($w < -1/3$) і від 0 до ∞ ($w > -1/3$). Величина a змінюється при цьому від a_0 до ∞ при $w < -1/3$ і від 0 до ∞ при $w > -1/3$, однак похідна a' прямує до певного додатнього значення (див. рис. 2.5).

В розглянутому характері поведінки масштабного фактору можна углядіти (у випадку $w > -1/3$) певну якісну аналогію з характером прямолінійного руху в класичній задачі двох тіл з її еліптичним, параболічним та гіперболічним випадками. Фізичний зміст цієї аналогії полягає в тому, що у випадку $\varepsilon > \varepsilon_{cr}$ матерії, так би мовити, настільки багато, що її гравітаційна дія спроможна зупити розширення Всесвіту, а у випадку $\varepsilon \leq \varepsilon_{cr}$ її недостатньо для цього.

Звернемо також увагу на те, що у випадку метрики Рімана з додатньою кривизною ($\varepsilon > \varepsilon_{cr}$) Всесвіт має *скінченний* об'єм в просторі

$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} a^3(\eta) \sin^2 \chi \sin \theta \, d\chi \, d\theta \, d\varphi = 2\pi a^3(\eta). \quad (2.67)$$

В цьому випадку ми маємо так звану закрити модель Всесвіту. Якщо ж $\varepsilon \leq \varepsilon_{cr}$, об'єм Всесвіту нескінченний, то це – відкриті моделі Всесвіту.

Зручно умови реалізації тієї чи іншої моделі сформулювати у вигляді порівняння з 1 *безрозмірної густини енергії* $\Omega = \varepsilon/\varepsilon_{cr}$. За допомогою формул (2.62), (2.64) та (2.66) знаходимо, що

$$\Omega(\eta) = \left(\frac{a^2}{a_0 a'} \right) \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(\kappa+1)}. \quad (2.68)$$

Якщо маємо справу з речовиною, маса спокою якої відмінна від 0, то, враховуючи співвідношення Ейнштейна $\varepsilon = \rho c^2$, де ρ – густина речовини, можна перейти від критичної густини енергії ε_{cr} до *критичної густини речовини*

$$\rho_{cr} = \frac{3H^2 c^2}{8\pi G}. \quad (2.69)$$

Нарешті, ще однією характеристикою космологічної моделі є *параметр сповільнення*, який за визначенням дорівнює

$$q = -\frac{\ddot{a}}{aH^2}. \quad (2.70)$$

Параметр сповільнення дуже просто зв'язаний з відносною густиною. Він дорівнює $\Omega/2$ для речовини, Ω для випромінювання і $-\Omega$ для фізичного вакууму. Це впливає із співвідношень (2.42), (2.51), (2.66), (2.68) та (2.70).

2.3. Однокомпонентні космологічні моделі. Для того, щоб перейти від загального розв'язку основного рівняння ЗТВ для однорідного та ізотропного світу до конкретних космологічних моделей, треба з'ясувати, при яких саме значеннях параметра κ рівняння стану має фізичний зміст взагалі та космологічний зокрема. Найвідомішим випадком рівняння стану є рівняння стану ідеального (нерелятивістського) газу – $p = nkT$, де n – концентрація частинок, k – стала Больцмана, T – температура газу. Якщо згадати, що середньоквадратичне значення швидкості частинок $\bar{v}^2 = 3kT/m$, то в термінах тиску та густини енергії матимемо рівняння стану ідеального газу у вигляді:

$$p = \frac{2}{3} \varepsilon. \quad (2.71)$$

Поряд з газом в багатьох астрофізичних середовищах є наявною і пилова компонента. Оскільки швидкості руху та концентрації пилових частинок на багато порядків менші від швидкостей та концентрацій атомів та молекул, то зіткнення цих частинок надзвичайно рідке явище. А останнє означає, що в пиловому середовищі відсутній ефект тиску. Тому пилове середовище має найпростіше з можливих рівняння стану:

$$p = 0. \quad (2.72)$$

У зв'язку з цим не можна не звернути увагу на те, що на нинішньому етапі еволюції нашого Всесвіту переважна кількість речовини зосереджена в зоряних системах різного порядку. І, як правило, міжзоряні відстані настільки перевершують розміри зірок, що зіткнення зірок практично не відбуваються. Тому принаймні зараз речовину в нашому Всесвіті можна розглядати, як *пилородібне середовище* з рівнянням стану $p = 0$.

Поряд з речовиною астрофізика в макроскопічних масштабах має справу ще з однією фізичною формою існування матерії – з електромагнітним полем. Більше того, різні аспекти взаємодії речовини та електромагнітного випромінювання лежать в основі методів практичної астрофізики і в основі інтерпретації спостережних даних теоретичною

астрофізикою. Як відомо з електродинаміки, тензор енергії-імпульсу електромагнітного поля має такий вигляд:

$$T_k^i = \frac{1}{4\pi} \left(-F^{il} F_{kl} + \frac{1}{4} F^{lm} F_{lm} \right), \quad (2.73)$$

де $F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k}$ - антисиметричний тензор електромагнітного поля, A_i - його 4-потенціал. З (2.73) випливає, що слід тензора енергії-імпульса цього поля $T_i^i = 0$. А оскільки тензор енергії-імпульса однорідного та ізотропного поля випромінювання повинен мати вигляд (2.47), то маємо таке рівняння стану *електромагнітного випромінювання*:

$$p = \varepsilon/3. \quad (2.74)$$

Опис фундаментальних взаємодій, в тому числі і електромагнітної, в сучасній квантовій теорії поля передбачає поряд із звичайними елементарними частинками існування так званих віртуальних частинок, час життя яких визначається не специфічними для кожного сорту частинок реакціями їх перетворень, а лише їх енергією та співвідношенням невизначеностей. Тому час життя цих частинок надзвичайно малий. Ці віртуальні частинки утворюють особливу фізичну форму існування матерії – *фізичний вакуум*. Особливістю фізичного вакууму є те, що він може бути в першому наближенні описаний однією скалярною функцією часу та координат $\varphi = \varphi(t, \vec{r})$. Тобто фізичний вакуум утворює скалярне поле на відміну від, наприклад, електромагнітного поля, яке є векторним (воно повністю описується одним чотирьохвимірним вектором). Якщо фізичний вакуум утворює однорідне та ізотропне поле, то функція $\varphi = \varphi(t)$, а густина його кінетичної енергії є $\dot{\varphi}^2/2$. Якщо густина потенціальної енергії вакууму є $V(\varphi)$, то густина повної енергії фізичного вакууму

$$\varepsilon = \dot{\varphi}^2/2 + V(\varphi), \quad (2.75)$$

а тиск в ньому

$$p = \dot{\varphi}^2/2 - V(\varphi). \quad (2.76)$$

Остання рівність записана з тих міркувань, що в суцільному середовищі саме тиск перешкоджає його руху і переходу потенціальної енергії в кінетичну. Можна виділити при цьому два граничних випадки. В першому з них потенціальна енергія має нульовий мінімум. Тоді одержуємо таке рівняння стану *нізькоенергетичного фізичного вакууму*:

$$p = \varepsilon. \quad (2.77)$$

Це гранично жорстке рівняння стану ($w=1$). В такому середовищі швидкість звуку $c_s = \sqrt{\partial p / \partial \rho} = c$ – швидкості світла. В другому випадку, навпаки, вся енергія вакууму зосереджена в її потенціальній частині, а $\dot{\varphi} = 0$. І рівняння стану такого *збудженого вакууму* є:

$$p = -\varepsilon. \quad (2.78)$$

Оскільки густина енергії завжди додатня (це впливає з умови енергодомінантності $T_{ik} t^i t^k \geq 0$ для будь-якого часоподібного вектора t^i , див. [11]), то тиск в цьому випадку від'ємний, себто має місце, власне кажучи, не стиснення середовища, а його розтягування – ніби діють якісь сили відштовхування. Можливий вид функції потенціальної енергії, що включає ці два розглядувані випадки, показаний на рис. 2.4а. Перший випадок – це найбільш стійкій стан фізичного вакууму, другий – нестійкий (один відповідає мінімуму потенціальної енергії, другий – її максимуму).

Розглянемо згадані вище фізичні середовища з точки зору залежності густини їх енергії від зміни масштабного фактору в ході еволюції Всесвіту (співвідношення (2.56)). В пилоподібному світі невзаємодіючих ($w=0$) частинок має значення тільки зміна їх концентрації, тому $\varepsilon \propto a^{-3}$. Для електромагнітного випромінювання ($w=1/3$) змінюється не тільки концентрація частинок – фотонів, а і змінюється енергія кожного фотона відповідно зміні довжини його хвилі пропорційно зміні величини a , тому $\varepsilon \propto a^{-4}$. Звідси, до речі, впливає і закон Стефана-Больцмана. В ідеальному газі ($w=2/3$) енергія пропорційна квадрату швидкості частинок, швидкість $v \propto r/t \propto a^{-1}$. Отже, враховуючи і зміну концентрації частинок, маємо, що $\varepsilon \propto a^{-5}$. В низькотемпературному фізичному вакуумі ($w=1$) густина енергії змінюється найбільш швидко – $\varepsilon \propto a^{-6}$. Це можна зрозуміти, якщо провести аналогію з низькотемпературним фонним газом в твердому тілі, теплоємність якого пропорційна кубу температури. І, нарешті, найбільш дивовижною є поведінка густини енергії в збудженому фізичному вакуумі ($w=-1$). Тут $\varepsilon = \varepsilon_0$, тобто густина енергії лишається незмінною – зміна концентрації частинок точно компенсується зміною енергії окремих частинок за рахунок зміни енергії їх гравітаційної взаємодії.

З космологічної точки зору випадок ідеального газу не є важливим, бо доля газу (крім того, що входить до складу зірок) достатньо мала. Нема підстав вважати розповсюдженим і стан низькоенергетичного вакууму, якщо він взагалі існує у Всесвіті. Для останніх трьох випадків (збуджений вакуум, пил, випромінювання) формули, що описують зміну в ході метричної еволюції Всесвіту його основних характеристик згідно із співвідношеннями (2.60-2.62), (2.64) та (2.68) наведені в табл. 2.1. Описувані співвідношеннями цієї таблиці космологічні моделі з фізичної точки зору поділяються на три групи – відповідно тому, яка фізична форма матерії є переважаючою і визначає характер еволюції Всесвіту – фізичний вакуум, випромінювання чи пилоподібна речовина. Про застосовність останнього випадку до сучасного Всесвіту йшлося вище. Відношення енергій речовини та випромінювання зараз $\approx 10^8$. При цьому основний внесок в енергію випромінювання вносить не випромінювання зірок та інших об'єктів, а первісне (реліктове) випромінювання. Енергія

Таблиця 2.1

Модель	Фізичний час	Масштабний фактор	Параметр Хаббла	Відносна густина	
κ	k	$t = t(\eta)$	$a = a(\eta) = a(t)$	$H = H(\eta) = H(t)$	$\Omega = \Omega(\eta)$
-1	1	$\frac{a_0}{2c} \ln \frac{1 + \sin \eta}{1 - \sin \eta}$	$\frac{a_0}{\cos \eta} = a_0 ch \frac{ct}{a_0}$	$\frac{c}{a_0} \sin \eta = \frac{c}{a_0} th \frac{ct}{a_0}$	
		$1/\sin^2 \eta = cth^2 \frac{ct}{a_0}$			
-1	0	$-\frac{a_0}{c} \ln(1 - \eta)$	$\frac{a_0}{1 - \eta} = a_0 \exp(\frac{ct}{a_0})$	$\frac{c}{a_0}$	1
-1	-1	$\frac{a_0}{2c} \ln \frac{1 + sh \eta}{1 - sh \eta}$	$\frac{a_0}{ch \eta} = a_0 sh \frac{c}{a_0} t$	$\frac{c}{a_0} sh \eta = \frac{c}{a_0} cth \frac{c}{a_0}$	$1/(\sqrt{2}ch \eta - sh \eta)^2$
0	1	$\frac{a_0}{2c} (\eta - \sin \eta)$	$\frac{a_0}{2} (1 - \cos \eta)$	$\frac{2c}{a_0} \frac{\sin \eta}{(1 - \cos \eta)^2}$	$\frac{2}{1 + \cos \eta}$
0	0	$\frac{a_0}{12c} \eta^3$	$\frac{a_0}{4} \eta^2 = \sqrt[3]{\frac{9a_0 c^2}{4}} t^{2/3}$	$\frac{8c}{a_0} \frac{1}{\eta^3} = \frac{2}{3} \frac{1}{t}$	1
0	-1	$\frac{a_0}{2c} (sh \eta - \eta)$	$\frac{a_0}{2} (ch \eta - 1)$	$\frac{2c}{a_0} \frac{sh \eta}{(ch \eta - 1)^2}$	$\frac{2}{ch \eta + 1}$
1/3	1	$\frac{a_0}{c} (1 - \cos \eta)$	$a_0 \sin \eta$	$\frac{c}{a_0} \frac{\cos \eta}{\sin^2 \eta}$	$1/\cos^2 \eta$
1/3	0	$\frac{a_0}{2c} \eta^2$	$a_0 \eta = \sqrt{2a_0 ct}$	$\frac{c}{a_0} \frac{1}{\eta^2}$	1
1/3	-1	$\frac{a_0}{c} (ch \eta - 1)$	$a_0 sh \eta$	$\frac{c}{a_0} \frac{ch \eta}{sh^2 \eta}$	$1/ch^2 \eta$

одного фотона цього випромінювання зараз дуже мала (його температура $T_\nu = 2.7K$). Однак воно заповнює рівномірно весь об'єм Всесвіту. Але згідно з вище викладеним густина енергії випромінювання змінюється в ході еволюції Всесвіту швидше ($\propto a^{-4}$), ніж густина енергії речовини ($\propto a^{-3}$). Тому в минулому повинен бути момент t_* , коли енергії цих двох форм матерії були однакові, а ще раніш густина енергії випромінювання була більше від густини енергії речовини. Після моменту t_* характер еволюції Всесвіту визначається енергією пилоподібної речовини. Це – *ера (або стадія) речовини* в історії нашого Всесвіту. Їй передувала до моменту t_* *ера (або стадія) випромінювання*, темп еволюції Всесвіту визначався енергією випромінювання. Для визначення часу t_* використовуємо те, що відношення ϵ_ν/ϵ_d зменшується обернено пропорційно масштабному фактору a , тобто як час $t^{-2/3}$. Обчисливши густину енергії випромінювання (див. розділ 3.2) та густину енергії речовини $\rho_d c^2$ в сучасну епоху, знайдемо, що час $t_* \approx 10^{12} c$.

Розглянемо деякі властивості космологічних моделей Всесвіту на цих вище вказаних стадіях його еволюції. По-перше, звернемо увагу на те що при зменшенні параметру еволюції η і, відповідно, часу t відносна густина Ω прямує до 1. Ця обставина, до кількісної оцінки якої ми ще повернемося, дозволяє при розгляді минулого нашого Всесвіту в першому наближенні розглядати лише плоску модель з нульовою кривизною. В цьому випадку космологічний час t , тобто час, що пройшов від початку розширення Всесвіту, з точністю до множника ≈ 1 , обернено пропорційний значенню параметра Хаббла (див. табл. 2.1). Це визначає ще один, хоча і наближений, але дуже важливий сенс цього параметру. Крім того, тут є можливість виключити параметр еволюції η і розглядати залежності величин a , H та Ω безпосередньо від часу t .

В обох плоских розглядуваних моделях характер залежностей космологічного часу, масштабного фактору, параметру Хаббла та відносної густини від параметру еволюції якісно однаковий – ступеневий (хоча показники ступенів під час ери речовини більші). Це, зокрема, дало підставу обидві ці моделі (як і моделі з параметром стану $\kappa = 2/3$ та 1) називати *фрідманівськими моделями*, а засновану на них космологію – *фрідманівською космологією*. Хоча сам О.О.Фрідман розглядав лише пилоподібну модель.

Ще раз уважно глянемо на формули табл. 2.1, що відповідають пилоподібній моделі. Формули, які описують залежності масштабного фактору від параметру еволюції та часу з точністю до позначень збігаються з формулами, що визначають прямолінійний рух в ньютонівській задачі двох тіл. Масштабний фактор відповідає відстані точки до притягуючого центру, а параметр еволюції – ексцентричній аномалії та її гіперболічному аналогу. Ця обставина подекуди приводила

до думки, що нібито для космології ЗТВ взагалі не потрібна, а нестационарний світ можна описати в рамках механіки та теорії тяжіння Ньютона. Але це не так. Збіг формул в цих двох випадках є лише наслідком того, що ньютонівська фізика є граничним випадком ЗТВ для слабких ($V \ll c^2$) гравітаційних полів. Але фізичний зміст цих двох формально співпадаючих рівнянь та їх розв'язків принципово різний. В класичному випадку йдеться про рух однієї частинки або їх сферично-симетричної сукупності в плоскому нескінченному просторі. Всесвіт при цьому не буде однорідним та ізотропним в усьому нескінченному просторі (інакше розглядувана система координат не буде інерціальною). В релятивістському ж випадку зміна відстаней між будь-якими двома точками простору однакова тому, що відбувається завдяки метричній еволюції самого простору. Для наочності розглянемо таку двовимірну модель. Ньютонівський світ – площина, по якій рухаються точкові об'єкти, наприклад повзають мухи. Релятивістський світ (для визначеності – з додатньою кривизною) – це повітряна кулька, яка роздувається. І із збільшенням її розміру зростають всі відстані між нашими мухами (галактиками) на ній. Тобто закон Хаббла діє по відношенню до будь-якої точки простору. Втім можливість одержати основні співвідношення (нехай і формально) для випадку пілоподібного нестационарного світу в межах класичної фізики може бути корисною з методичного боку, бо дозволяє зробити це більш простими засобами без використання тензорного апарату ЗТВ. Зауважимо також, що загальний вигляд метрики Робертсона-Уокера може бути одержаний на підставі тільки космологічного принципу та принципу еквівалентності, але фізично коректно одержати вигляд функції $a(t)$ можливо тільки за допомогою рівнянь Ейнштейна.

Спостережним наслідком дії закону Хаббла є (в світі, що розширюється) ефект *червоного зміщення* спектральних ліній, яке описується величиною $z = (\lambda_1 - \lambda) / \lambda$, де λ та λ_1 - довжини хвилі світла в моменти його випромінювання t та прийому t_1 . Ці довжини хвилі пропорційні масштабному факторові a . Для променя світла, що розповсюджується в напрямку $\theta = \varphi = const$, маємо з (2.43) та умови $ds = 0$, що $\eta_1 = \eta - \chi$. Тому

$$z = \frac{a(\eta + \chi)}{a(\eta)} - 1, \quad (2.79)$$

де χ - безрозмірна відстань між точками випромінювання та прийому світла. Якщо величини χ і, відповідно, z малі в порівнянні з 1, то

$$z = \chi \frac{a'}{a} = \frac{r}{c} H. \quad (2.80)$$

Нестационарність та неевклідовість метрики Всесвіту впливатиме і на потік випромінювання, який приймається від джерела з відстані χ . Він

буде обернено пропорційний площі сфери радіусу χ , яка дорівнює $4\pi a^2 \Sigma^2(\chi)$. Крім того буде змінюватися енергія кожного фотона пропорційно a^{-1} . Нарешті, буде змінюватися одиниця часу, теж пропорційно a^{-1} . Тому *болометричний потік* дорівнюватиме

$$F = \frac{La^2(\eta + \chi)}{4\pi a^4(\eta)\Sigma^2(\chi)} = \frac{L}{4\pi D^2}, \quad (2.81)$$

де L – болометрична світність джерела, а так звана *фотометрична відстань*

$$D = \frac{a^2(\eta)\Sigma(\chi)}{a(\eta + \chi)} = \frac{c(1+z)}{H_c \sqrt{\Omega-1}} \sum (\sqrt{\Omega-1} \int_0^z \frac{dz}{(1+z)\sqrt{1+\Omega z}}) = \quad (2.82)$$

$$= \frac{c(1+z)}{H \sqrt{\Omega-1}} \sum (\ln \frac{\sqrt{1+\Omega z} + \sqrt{1-\Omega}}{\sqrt{1+\Omega z} - \sqrt{1-\Omega}}).$$

Вирази (2.82) записані для випадку $\Omega < 1$. У випадку $\Omega > 1$ треба різницю $\Omega-1$ замінити на $1-\Omega$. В плоскому світі ($\Omega=1$) вираз для фотометричної відстані спрощується:

$$D = \frac{c}{H} (1+z) \ln(1+z). \quad (2.83)$$

Більш складним чином, ніж в ньютонівському світі, буде змінюватися і кутовий розмір спостережуваного об'єкта із зміною відстані до нього. Якщо розмір об'єкта l малий в порівнянні з відстанню до нього, то його *кутовий розмір* буде рівний в плоскому випадку

$$\vartheta = \frac{l}{a\chi}, \quad (2.84)$$

це впливає і (2.42) між відстанню r і безрозмірною відстанню χ .

Зробимо нарешті кількісну оцінку поведінки відносної густини Ω . З виразу для величини Ω для закритої моделі пілоподібного світу випливає, що

$$\Omega - 1 = tg^2 \frac{\eta}{2}. \quad (2.85)$$

А залежність $t(\eta)$, показує, що при відношенні $t/t_c \ll 1$ відношення $t/t_c \approx (\eta/\eta_c)^{1/3}$. Тому відношення відхилень відносної густини від 1 $\propto (t/t_c)^{2/3}$, де $t_c \approx 10^{17.3} c$. Якщо прийняти як верхню оцінку для Ω_c значення 10^2 , то одержимо, що при $t \approx 10^{12} c$ (час переходу від ери випромінювання до ери речовини) відхилення $\Omega-1 \approx 10^{-2}$. А для $t \approx 10^2 c$ (час утворення первинного гелію) $\Omega-1 \approx 10^{-10}$. З одного боку таке сильне спрямування відносної густини до 1 дійсно спрощує оцінки часу подій минулої історії нашого Всесвіту. Можна користуватися досить простими ступеневими залежностями величин a, H, ε, ρ безпосередньо від часу. З другого боку виникає питання, чому наш Всесвіт, якщо не плоский, то був таким надзвичайно близьким до плоского в минулому, хоча априорі він міг би

яку завгодно кривизну своєї метрики. Це – так звана проблема (або парадокс) “площинності” Всесвіту.

Якщо вже зайшла мова про парадокси, то вкажемо на те, що відомі космологічні парадокси безмежного в прострі та часі ньютонівського світу, знімаються в релятивістській космології саме скінченністю еволюції Всесвіту в минулому. Але у фрідманівській космології з’являються нові парадокси (див. докладніше [10]).

Головний з них - це *парадокс горизонту*. Пов’язаний він з існуванням горизонту подій (або космологічного горизонту) – скінченої відстані від будь-якої точки до тих точок, до яких може долинати будь-який сигнал за скінченний проміжок часу t , що пройшов від початку розширення Всесвіту. Його існування очевидне у відкритих моделях, де існують точки, як завгодно віддалені одна від одної. Для закритих моделей Всесвіту, в яких найбільша можлива відстань між двома точками обмежена і дорівнює πa , існування горизонту подій треба довести. Для цього треба знайти залежність відстані до горизонту подій від часу. Ця відстань за рахунок збільшення всіх відстаней в ході розширення Всесвіту буде більшою, ніж її очевидне значення $l_g = ct$ в стаціонарному світі Мінковського. Тому елемент шляху dl' , що його пройшло світло за час від t' до $t' + dt'$, в момент часу t перетвориться на $dl = a(t)/a(t')dt'$. Звідси для відстані до космологічного горизонту маємо:

$$l_g = ca \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = a(\eta)\eta. \quad (2.86)$$

Для ери речовини на стадії розширення Всесвіту значення параметру еволюції $\eta < \pi$. Порівняння з найбільшою можливою відстанню πa підтверджує існування горизонту подій і в закритій моделі.

Суттєво при цьому те, що відстань до космологічного горизонту зростає швидше, ніж зростає масштабний фактор. Це означає, що в достатньо пізню епоху всередині горизонту для даної точки опиняться області простору, які раніше знаходилися поза його межами, тобто були раніше з даною точкою причинно не пов’язані і еволюціонували раніше незалежно одна від одної (див. рис. 2.6). В цій ситуації стає незрозумілим, як виникає однорідність будови Всесвіту, яку ми зараз спостерігаємо. Зараз спостереженнями охоплена частина Всесвіту, що за порядком розміру співставна з відстанню до космологічного горизонту, яка, в свою чергу, більш-менш близька до нинішнього значення масштабного фактору. А, наприклад, в час $t \approx 10^2 c$ відношення $l_g/a = \eta \approx 10^{-5}$. Тобто в просторі, що тепер знаходиться в межах горизонту, тоді знаходилося $\approx 10^{15}$ окремих причинно не зв’язаних між собою областей. В цьому і полягає парадокс горизонту.

Нарешті, недоліком фрідманівських космологічних моделей, принаймні на перший погляд, є існування *сингулярності* в момент часу

$t = 0$, коли масштабний фактор повинен також обернутися на 0, а густини матерії та її енергії повинні ставати нескінченно великими. Принципово проблема сингулярності знімається тим, що вона виникає в релятивістській теорії, класичній по відношенню до квантової фізики. А коли розміри та час еволюції Всесвіту стають достатньо малими, то ця теорія перестає бути застосовною. Тому її наслідки не можна екстраполювати до часу $t = 0$. Напевне класична теорія перестає працювати на планківських просторово-часових масштабах – $l_p = 10^{-33}$ см та $t_p = 10^{-43}$ с. Нагадаємо, що це сталі розмірності довжини та часу, утворені з світових сталих – швидкості світла c , гравітаційної сталої G та сталої Планка h . *Планківська довжина* дорівнює

$$l_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}}, \quad (2.87)$$

а *планківський час*

$$t_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^5}}. \quad (2.88)$$

Однак повністю проблема сингулярності, як і парадокси горизонту та “площинності”, знімаються існуванням в історії нашого Всесвіту *інфляційної стадії* еволюції, яка передувала ері випромінювання. Тому дія залежностей фрідманівської космології припиняється навіть задовго до досягнення Всесвітом (якщо йти в його минуле) планківських масштабів. Про фізичні підстави для такого твердження буде сказано в наступній главі. Суть же справи в тому, що на цій стадії еволюція Всесвіту визначається матерією в стані збудженого фізичного вакууму. Розширення Всесвіту відбувається при цьому згідно з даними табл. 2.1 (при значенні параметру стану $w = -1$) за експоненціальним законом (у випадку неплоскої геометрії – асимптотично за експонентою). Тому за відносно невеликий час значення масштабного фактору може стати вельми великим, тобто світ може стати достатньо плоским – вирішується проблема його “площинності”. Більше того, якщо у вираз для параметру Хаббла $H = c/a_0$ підставити значення величини a_0 з (2.58), то одержимо якраз вираз для критичної густини (2.66). В цій інфляційній моделі ранішнього Всесвіту відношення l_g/a досить швидко наближується до 1 (знімається парадокс горизонту) і стає можливою еволюція Всесвіту з однієї малої однорідної та ізотропної області. Сама назва “інфляційна стадія” (або модель) походить від англійського слова *inflation* (роздування), тому інколи говорять про Всесвіт, що роздувається. Але цікаво відзначити, що за таким же експоненціальним законом розвивається і грошова інфляція, якщо їй не протидіють якійсь антиінфляційні процеси.

На закінчення наведемо ще деякі корисні співвідношення. Маємо з (2.55) та табл. 2.1, що зміна густини матерії відбувається у фрідманівській космології (в плоскому випадку) обернено пропорційно часу еволюції:

$$\rho_r = \frac{3}{32\pi G t^2}, \quad \rho_d = \frac{1}{8\pi G t^2} \quad (2.89)$$

або (в g/cm^3 та s):

$$\rho_r = \frac{4.5 \cdot 10^5}{t^2}; \rho_d = \frac{8 \cdot 10^5}{t^2}. \quad (2.90)$$

Існування космологічного горизонту приводить до того, що в кожний момент доступна для спостережень тільки скінченна частина Всесвіту і, відповідно, скінченна маса, яка в цій частині знаходиться. Ця маса дорівнює

$$M_{obs} = 4\pi \int_0^\eta \rho a^3 \Sigma^2(\chi) d\chi = \frac{3c^2 a_0}{2G} \begin{cases} (\eta - \sin \eta \cos \eta); k = +1 \\ \eta^3; k = 0 \\ (sh \eta ch \eta - \eta); k = -1 \end{cases} \quad (2.91)$$

Величина $3\pi c^2 a_0 / 2G$ у випадку закритої моделі є повна її маса. Але це повна маса в розумінні суми мас окремих тіл у Всесвіті без урахування маси, що відповідає енергії гравітаційної взаємодії цих тіл. З урахуванням цієї енергії повні маса та енергія Всесвіту з додатньою кривизною дорівнюють 0. Це впливає з рівності 0 повного 4-імпульсу такого Всесвіту (доказ цього див. в [10]).

Треба також зауважити, що зараз обговорюються і космологічні моделі з матерією, для якої рівняння стану визначається значеннями коефіцієнта w в межах $-1 < w \leq -1/3$ (так звана *квінтесенція*). Для цих моделей є характерним те, що всесвіт необмежено розширюється при будь якому знаку кривизни простору.

2.4. Двохкомпонентні космологічні моделі. Поряд з вище розглянутими космологічними моделями розглядаються і двухкомпонентні моделі, в яких метрична еволюція Всесвіту визначається одночасно формами матерії з різними рівняннями стану. Останнім часом все більше утверджується уявлення про те, що в нашому Всесвіті має місце наявність у суттєвих кількостях одночасно матерії у формі фізичного вакууму і в формі пилоподібної матерії, а в минулому одночасно могли відігравати роль і фізичний вакуум і випромінювання. Залежність середньої густини енергії від масштабного фактора в цих випадках може бути записана в такому вигляді:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left[\left(\frac{a_*}{a} \right)^3 + 1 \right] \quad (2.92)$$

у випадку „фізичний вакуум+речовина” та

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left[\left(\frac{a_*}{a} \right)^4 + 1 \right] \quad (2.93)$$

у випадку „фізичний вакуум+випромінювання”. Тут a_* – масштабний фактор в той момент, коли густина енергії вакууму дорівнює густині речовини або випромінювання. А підставляючи (2.92) и (2.93) в (2.52), одержимо, відповідно:

$$\eta = a_0 \int_0^a \frac{da}{\sqrt{a^4 - ka_0^2 a^2 + a_*^3 a}} \quad (2.94)$$

та

$$\eta = a_0 \int_0^a \frac{da}{\sqrt{a^4 - ka_0^2 a^2 + a_*^4}}. \quad (2.95)$$

де a_0 визначається співвідношенням (2.58).

Інтеграл (2.94) може бути зведений до еліптичних інтегралів, але в загальному випадку це зведення залежить від співвідношення між величинами a_0 та a_1 . Інтеграл (2.95) може бути обчислений, якщо перейти від параметра еволюції η до часу t . Одержимо при цьому такий зв'язок між часом і масштабним фактором:

$$ct = \frac{a_*}{2} \ln \left(2\sqrt{a^4 - ka_0^2 a^2 + a_*^4} - ka_0^2 \right). \quad (2.96)$$

Використовуючи (2.94) та (2.95) і відповідні визначення, можна знайти тепер залежності від масштабного фактору значень параметра Хаббла, параметра сповільнення та інших характеристик розглядуваних моделей. Вони наведені в табл. 2.2.

Таблиця 2.2

Величина	Модель	
	„вакуум+речовина”	„вакуум+випромінювання”
Параметр Хаббла H	$\frac{c}{a_0} \sqrt{\left(\frac{a_*}{a}\right)^3 - k\left(\frac{a_0}{a}\right)^2} + 1$	$\frac{c}{a_0} \sqrt{\left(\frac{a_*}{a}\right)^4 - k\left(\frac{a_0}{a}\right)^2} + 1$
Параметр сповільнення q	$\Omega_d/2 - \Omega_v$	$\Omega_r - \Omega_v$
Масштабний фактор в точці перегину a_p	$a_*/2$	a_*
Екстремальне значення відносної густини Ω_{ex}	$\left[1 - \frac{2k}{3\sqrt{2}} \left(\frac{a_0}{a_*}\right)^3\right]^{-1}$	$\left[1 - \frac{k}{2} \left(\frac{a_0}{a_*}\right)^4\right]^{-1}$
В плоских моделях ($k=0$)		
Масштабний фактор $a(t)$	$a_* sh^{2/3}\left(\frac{3ct}{2a_0}\right)$	$a_* sh^{1/2}\left(\frac{ct}{2a_0}\right)$
Параметр Хаббла H	$\frac{c}{a_0} cth\left(\frac{3ct}{2a_0}\right)$	$\frac{c}{a_0} cth\left(\frac{ct}{2a_0}\right)$

Величини Ω_d , Ω_r , і Ω_v – значення відносної густини енергії пилоподібної речовини, випромінювання та фізичного вакууму відповідно.

Особливістю розглянутих двохкомпонентних космологічних моделей є те, що спочатку (коли густини речовини або випромінювання ще достатньо великі і значення $q > 0$) розширення всесвіту відбувається *сповільнено*, а коли значення параметру сповільнення змінюється на від'ємне, всесвіт починає розширюватися *прискорено*. Відбувається це в точці перегину кривої $a(t)$ при певних значеннях масштабного фактору $a_{\text{п}}$. При цьому ці моделі є завжди відкритими незалежно від знаку кривизни метрики простору-часу. Цікавою обставиною є також те, що моделі з кривизною, відмінною від 0, асимптотично наближаються до плоскої моделі не тільки тоді, коли час t прямує до 0, а і тоді, коли він необмежено зростає. Тому існує екстремальне значення відносної густини Ω_{ex} (мінімум, менший від 1, коли $k < 0$ і максимум, більший від 1, $k > 0$). Ці екстремуми досягаються при значеннях масштабного фактору $a = a_{\text{п}}$. Відповідні значення величин $a_{\text{п}}$ та Ω_{ex} також наведені в табл. 2.2. З виразів табл. 2.2 для параметра Хаббла випливає ще такий зміст параметра a_0 – саме він визначає граничне значення параметра Хаббла при необмеженому зростанні часу – $H_{\infty} = c/a_0$.

Наведемо також залежності для масштабного фактору та часу від параметру еволюції для випадку двохкомпонентної моделі – суміші випромінювання та речовини (для плоского випадку, тобто при $k=0$):

$$\begin{aligned} a(\eta) &= a_0 \eta (1 + \sqrt{2}) \eta_* + \eta, \\ t(\eta) &= \frac{a_0 \eta^2}{12c} \left(\eta + \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2} \eta_* \right), \end{aligned} \quad (2.97)$$

де η_* – значення конформного часу, при якому густини енергій випромінювання та речовини зрівнюються.

Якщо, нарешті, врахувати наявність у Всесвіті одночасно всіх чотирьох видів матерії – фізичного вакууму (V), темної небаріонної (D – dark), баріонної (B) і випромінювання (R), то інтеграл (2.52) набуде такого вигляду:

$$\eta = a_V \int_0^a \frac{da}{\sqrt{a^4 + a_D^3 a + a_B^3 a + a_R^4 - k a_V^2 a^2}}, \quad (2.98)$$

де a_V визначається формулою (2.58) при $\varepsilon_0 = \varepsilon_V$, а величини a_D , a_B і a_R – значення масштабного фактора в моменти, коли постійна густина енергії ε_V дорівнює змінним густинам енергій ε_D , ε_B та ε_R відповідно.

Досліджувалися і моделі, в яких не виконується довершений космологічний принцип. Зокрема відома модель Геделя, в якій Всесвіт однорідний, але неізотропний, бо він обертається.

2.5. Космологічні тести. Після того, як розвинута певна теорія, в даному разі – теорія метричної еволюції нестационарного Всесвіту на підставі ЗТВ, виникає проблема порівняння наслідків цієї теорії з даними спостережень. Але тут постають відразу принаймні два питання. Перше

пов'язане з тим, що характеристик Всесвіту в сучасну епоху принципово недостатньо для перевірки теорії, бо йдеться саме про еволюцію Всесвіту в часі. Друге питання випливає з того, з якою точністю відомі ці характеристики – сучасні значення параметру Хаббла та відносної густини матерії. Вихід полягає у використанні ідеї, яку чітко усвідомлював ще В.Гершель. Із скінченності розповсюдження електромагнітного випромінювання випливає те, що чим на більших відстанях ми спостерігаємо об'єкт, тим в більш далекому минулому ми його спостерігаємо. Оскільки в даному разі нас цікавить достатньо давнє минуле, співставне з віком Всесвіту, то і відстані повинні бути достатньо великими. Такі відстані, при яких на спостережні властивості об'єктів впливають метричні властивості Всесвіту, дістали назву *космологічних відстаней*.

Залежності величин, які більш-менш безпосередньо можуть бути визначені із спостережних даних, від аргументів, що описують еволюцію Всесвіту, мають назву *космологічних тестів*. Такими аргументами можуть бути космологічний або конформний час, відносна густина матерії. Але зі спостережної точки зору тут найбільш придатним аргументом є величина червоного зміщення z . А найбільш широко вживаним космологічним тестом є тест “зоряна величина – червоне зміщення”, тобто залежність $m = m(z)$. В його основі лежить залежність (2.81) світності будь-якого об'єкту від відстані до нього з урахуванням впливу еволюції метричних властивостей простору-часу за час розповсюдження світла або радіохвиль від цього об'єкту до спостерігача. Для одержання тесту “зоряна величина – червоне зміщення” треба продиференціювати (2.81), потім замінити логарифм світності L на абсолютну зоряну величину за відомою основною формулою зоряної астрономії. Далі треба за співвідношенням (2.80) перейти від відносної відстані χ до червоного зміщення z . Нарешті треба виключити значення нормуючого множника a_0 . Щоб зробити останнє, із залежностей $H(\eta)$ та $\Omega(\eta)$ для пілоподібного світу можна знайти, виключаючи параметр еволюції η , що

$$\frac{c}{a_0} = \frac{2H_c}{\sqrt{\Omega_c - 1}}, \quad (2.99)$$

де H_c та Ω_c - сучасні значення цих величин. Виявляється, крім того, корисним зробити ще одну заміну. Розкладемо функцію $a(t)$ в ряд Тейлора в околі моменту часу t_c :

$$a(t) = a(t_c) + \dot{a}(t_c)(t - t_c) + \frac{1}{2}\ddot{a}(t_c)(t - t_c)^2 + \dots \quad (2.100)$$

Використовуючи визначення параметру Хаббла (2.63), матимемо, що

$$a(t) = a(t_c) \left[1 + H_c(t-t_c) - \frac{1}{2} H_c^2(t-t_c)^2 + \dots \right]. \quad (2.101)$$

Зробивши тепер все вище вказане, одержимо, нарешті, космологічний тест у вигляді:

$$m = 5 \lg \{ [q_c z + (q_c - 1)(\sqrt{1 + 2q_c z} - 1)] / q_c^2 \} + M - 5 \lg H_c + 5 \lg c, \quad (2.102)$$

де m та M – видима та абсолютна болометричні зоряні величини спостережуваного об’єкту, а q_c – параметр сповільнення в сучасну епоху. Для невеликих значень червоного зміщення ($z < 0.3$) формула (2.101) спрощується:

$$m = 5 \lg z + 1/086(1 - q_c)z + M - 5 \lg H_c + 5 \lg c, \quad (2.103)$$

де параметр Хаббла повинен бути виражений в обернених секундах, а швидкість світла в парсеках в секунду. Сума останніх трьох доданків не залежить від q_c та z і впливає тільки за зсув кривої $m = m(z)$ вздовж осі ординат і тому не є суттєвою. В координатах $(m, \lg z)$ залежність $m = m(z)$ при малих зміщеннях z близька до прямої з коефіцієнтом нахилу 5, якою вона є в ньютонівому просторі, а також при параметрі сповільнення $q_c = 1$. Залежності $m = m(z)$ для різних значень параметру q_c наведені в табл. 2.3 (про від’ємні значення q_c див. нижче).

Таблиця 2.3

Значення $m(z)$, (без сталої, незалежної від q_c)					
$\lg z \setminus q_c$	1	0.5	0	-0.5	-1
-2	-10	-10	-10.0	-9.89	-9.88
-1	-5	-4.95	-4.89	-4.80	-4.76
0	0	0.34	0.88	0.89	0.66
1	5	5.93	8.89	6.77	4.20

Класами об’єктів, до яких застосовується цей тест, можуть бути цефеїди в найближчих галактиках, нові та наднові в більш віддалених галактиках, шарові скупчення, галактики певних типів, найяскравіші галактики в скупченнях та інших групах галактик і, нарешті, квазари. Але для близьких галактик космологічне червоне зміщення “замивається” пекулярними рухами галактик. У квазарів дуже великий розкид світностей не дає можливості застосувати до них цей тест. В інших випадках основна практична проблема в застосуванні тесту “зоряна величини – червоне зміщення” полягає в тому, щоб визначити значення абсолютної зоряної величини M незалежно від закону Хаббла, щоб не вносити невизначеність, пов’язану з параметром Хаббла. Крім того треба перейти від спостережних видимих величин в певній фотометричній системі до болометричних зоряних величин або редуціювати ці спостережні величини за рахунок впливу на фотометричну систему

метрики простору-часу. Незважаючи на численні спроби, не вдавалося довгий час навіть настільки надійно оцінити параметр прискорення q_c , щоб сказати хоча б, геометрія якого ж знаку кривизни реалізується в нашому Всесвіті.

Ще одним космологічним тестом може бути залежність *кутового розміру об'єкта* ϑ певного лінійного розміру l від відстані до цього об'єкту. Формула (2.84) після переходу від відносної відстані χ до червоного зміщення z дає у плоскому випадку:

$$\vartheta = \frac{H_c l (1+z)^{\frac{3}{2}}}{2(\sqrt{1+z}-1)}. \quad (2.104)$$

Але застосування цього тесту стикається із значними спостережними труднощами. Вони пов'язані із скінченною роздільною здатністю астрономічних спостережень взагалі, впливом потемніння до краю і наявністю порогу чутливості при спостереженнях. Все ж звернемо увагу на те, що має місце мінімум функції $\vartheta(z)$ (при $z = 5/4$). Наявність такого мінімуму властива і іншим космологічним моделям. Суть цього ефекту полягає в тому, що для достатньо далеких об'єктів (з $\chi > \pi$) до нас швидше доходить їх зображення з їх протилежного, так би мовити, тильного боку.

Нарешті, еволюція Всесвіту впливає на *кількість джерел випромінювання*, спостережуваних на даній відстані χ . Якщо функція $n(t_1, L)$ визначає кількість джерел, що випромінюють в момент t_1 із світністю в межах від L до $L + dL$, то кількість таких джерел в тонкому сферичному шарі

$$dN = 4\pi a^3(t_1) n(t_1, L) \Sigma^2(\chi) d\chi dL. \quad (2.105)$$

Переходячи спочатку від відстані χ до параметру еволюції за допомогою умови розповсюдження випромінювання $d\chi = d\eta$ (див. (2.43)), а потім до часу t_1 , матимемо кількість джерел з червоним зміщенням, меншим заданого z , і потоком випромінювання, більшим заданого F , в такому вигляді:

$$N(< z, > F) = 4\pi c \int_0^{\infty} \int_{t_0}^{t_c} a^2(t_1) n(t_1, L) \Sigma^2(\eta(t_1)) dt_1 dL. \quad (2.106)$$

При цьому нижня межа інтегрування t_0 визначається двома обставинами. По-перше, найменше значення t_1 повинно відповідати обраному значенню z за співвідношенням (2.79):

$$\frac{a(t_c)}{a(t_z)} = 1 + z. \quad (2.107)$$

По-друге, вона повинна забезпечувати потік випромінювання, більший від заданого значення F , яке практично визначається проникаючою силою спостережних засобів, згідно з (2.81), тобто з умови:

$$F = \frac{La^2(t_F)}{4\pi a^4(t_c)\Sigma^2(\eta(t_F))}. \quad (2.108)$$

Тому нижня межа інтегрування $t_0 = \max(t_z, t_F)$. Оскільки більшу проникаючу силу мають радіотелескопи, цей тест підрахунку джерел намагалися застосовувати до джерел радіовипромінювання. Але радіотелескопи вимірюють не болометричний потік випромінювання, а тільки спектральну густину потоку на певній частоті, тому треба ще перейти від потоку F до спостережуваної спектральної густини $S(\nu)$, задаючися певним спектральним розподілом випромінювання $P(\nu)$. Ми цього робити не будемо. Зауважимо лише, що спроби застосування цього тесту також не дали потрібних результатів. Більше того, вони не узгоджуються з припущенням, що функція розподілу $n(t_1, L) \propto a^3(t_1)$, як це повинно бути, якщо світність кожного з радіоджерел не змінюється на космологічних проміжках часу, тобто якщо відсутня еволюція радіоджерел з часом.

Таким чином, ситуація в космології наприкінці ХХ ст. склалася дещо суперечлива. Фундаментальний факт нестаціонарності нашого однорідного та ізотропного світу спостереженнями (дія закону Хаббла) підтверджується. Але визначити параметри, що описують еволюцію цього світу досить надійно не вдавалося. З одного боку при аналізі фізичних процесів в ньому справа полегшується, як вже відзначалося, близькістю Всесвіту до плоского в минулому. З іншого боку ця ситуація невизначеності описується подекуди введенням *безрозмірного параметру Хаббла* h такою умовою – розмірний параметр Хаббла $H = 100h$ км/с·Мпк.

Однак на межі ХХ і ХХІ століть ситуація почала істотно змінюватися. Були виконані спеціальні програми спостережень наднових типу Ia в інших галактиках, що дало можливість застосувати тест “зоряна величина – червоне зміщення” для значень z , близьких до 1. З’явилися нові підходи до визначення параметрів космологічної моделі нашого світу за величиною флуктуацій реліктового випромінювання (див. п. 3.3.), за просторовою періодичністю в розподілі характеристик квазарів. Останній підхід заснований на тому, що відшукуються такі значення параметрів, які максимізують піки в спектрі спостережних характеристик квазарів за аргументом χ – безрозмірною відстанню, яка є функцією червоного зміщення і параметрів космологічної моделі.

Головним і на першій погляд дуже несподіваним результатом застосування вказаних методів став висновок про *неможливість* описати нинішній етап еволюції Всесвіту фрідманівською моделлю з пілоподібною речовиною. Нові спостережні дані потребували введення *двохкомпонентної моделі*, в якій повна густина енергії визначається сумішшю матерії з пілоподібним рівнянням стану і матерії з вакуумним рівнянням стану. Матерія з рівнянням стану $p=0$ включає насамперед

спостережувану за її випромінюванням так звану баріонну речовину зірок, з яких складаються галактики. Певна частина такої речовини входить до складу об'єктів, які ми не можемо спостерігати (це можуть бути зокрема корони галактик з дуже низькою поверхневою яскравістю. Ця частина речовини входить до складу так званої *темної матерії*. Іншу, при тому більшу приблизно на порядок за енергією, частину темної матерії складають якийсь форми елементарних частинок. Є різні гіпотези про їх природу. З'ясування цієї природи – одне з актуальних питань сучасної космології.

Переходячи в двохкомпонентній моделі „фізичний вакуум+речовина” від масштабного фактору a до червоного зміщення z , можна знайти, що в цій моделі безрозмірна відстань

$$\chi = \sqrt{\frac{\Omega_d + \Omega_v - 1}{k}} \cdot F_0(z), \quad (2.109)$$

а фотометрична відстань

$$D = \frac{c(1+z)}{H_c \sqrt{\Omega_d + \Omega_v - 1}} \sum (\sqrt{\Omega_d + \Omega_v - 1} \cdot F_0(z)), \quad (2.110)$$

де функція \sum визначається формулою (2.42), а функція

$$F_0(z) = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(1+z)^2 (1 + \Omega_d z) - \Omega_v z(z+2)}}. \quad (2.111)$$

Час розширення Всесвіту в цій моделі дорівнює

$$t = \frac{a_0}{c} \int_{a_0}^a \frac{ada}{\sqrt{a^4 - ka_0^2 a^2 + a_*^3 a}}. \quad (2.112)$$

Деякі результати визначення космологічних параметрів згаданими вище методами наведені в табл. 2.4. З цих результатів (не зважаючи на їх певний розкид) випливає, що в повній середній густині енергії преважає внесок енергії темної матерії. Тому розширення Всесвіту відбувається прискорено (від'ємне значення параметру сповільнення) і асимптотично за експоненціальним законом, а світ є відкритим. Вираз (2.96) дає можливість описати в часі еволюцію Всесвіту від епохи, коли ця еволюція

Таблиця 2.4

Параметри двохкомпонентної космологічної моделі

Метод	Ω_d	Ω_v	q_c
Наднові типу Ia	0.24	0.72	-0.60
—“—	0.83	1.42	-1.00
Періодичності в розподілі квазарів	0.19	0.54	-0.54
Флуктуації реліктового випромінювання	0.29	0.72	-0.58

визначалася практично середньою густиною речовини до виходу на експоненціальну стадію еволюції. В табл. 2.5 це зроблене, як приклад, для плоскої моделі з $\Omega_{dc}=0.2$.

Таблиця 2.5

a/a_c	0.2	0.8	1	1.6	5	10
t , млрд. років	1.1	7.3	9.8	16	35	46
H , км/Мпк·с	650	113	82	65	58.4	58.2
ρ/ρ_c	500	8	4	1	0.1	0.0004

Видно, що 15 млрд. років тому внесок темної матерії в повну енергію був менший від 1%, а приблизно через 20 млрд. років, навпаки, внесок баріонної речовини стане менший від 1% і почнеться експоненціальне розширення Всесвіту з часом подвоєння масштабного фактора приблизно в 10 млрд. років. Сучасне значення параметру Хаббла, близьке до 65 км/Мпк·с, підтверджується кількома незалежними методами.

Певні сподівання уточнити значення параметрів космологічної моделі пов'язані із спостереженням гравітаційних лінз. Справа в тому, що ці параметри входять у вираз, що описує ефект гравітаційного лінзування квазрів галактиками та їх мікролінзування окремими зірками. При цьому, якщо відбулася зміна блиску квазара, то зміна блиску окремих зображень квазара, які утворюються при його лінзуванні, спостерігатиметься неодноразово, бо випромінювання, що формує ці зображення проходить різні оптичні шляхи. Для визначення космологічних параметрів якраз і треба визначити час затримки у зміні блиску окремих зображень квазара. Важливо, що при цьому значення цих параметрів визначається незалежно від багатоступеневої процедури визначення відстаней до позагалактичних об'єктів. Попередні результати моніторингу гравітаційних лінз дають сучасне значення параметру Хаббла в межах його невизначеності і якісно підтверджують необхідність двохкомпонентної космологічної моделі.

Таким чином, є вагомі підстави (принаймні на середину 2003 р.) вважати, що:

- 1) в сучасну епоху еволюція Всесвіту визначається енергією суміші матерії з пилоподібним рівнянням стану і темної матерії з вакуумним рівнянням стану у співвідношенні приблизно 1:3 і, відповідно, Всесвіт є відкритим і розширюється прискорено (відповідно, термін “стадія речовини” треба тепер розуміти дещо умовно – в тому розумінні, що з двох спостережних фізичних форм матерії внесок речовини в середню густину енергії більше, ніж електромагнітного випромінювання, щодо темної матерії, то про її природу зараз робляться лише певні гіпотетичні припущення на підставі нових ідей фізики елементарних частинок);

- 2) повна відносна густина енергії Ω лежить, скоріш за все, в межах від 0.7 до 1;
- 3) сучасне значення параметру Хаббла $H_c = (65 \pm 5) \text{ км/Мпк} \cdot \text{с}$ і, відповідно, сучасне значення критичної густини $\rho_c = (8 \pm 2) \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3$.

Як вже згадувалося наприкінці підрозділу 2.1, розглянуті вище моделі при наявності матерії з вакуумним рівнянням стану математично подібні моделям з так званим Λ -членом, тобто розв'язкам таких рівнянь Ейнштейна:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} + \Lambda g_{ik}. \quad (2.109)$$

При цьому, як це випливає з (2.58)

$$\Lambda = \frac{8\pi G \varepsilon_0}{c^4} = \frac{3}{a_0^2}. \quad (2.110)$$

Ввів Λ -член, який відповідає від'ємному тиску, тобто певній силі відштовхування, як вже зазначалося, ще в 1917 р. А.Ейнштейн, щоб одержати статичне рішення для однорідного та ізотропного світу. В 1919 р. В.де-Сіттер розглянув плоску модель з Λ -членом пустого ($\varepsilon=0$) світу, тобто фактично плоску інфляційну модель. Пізніше Ж.Леметр дослідив модель з $p=0$ та $\Lambda \neq 0$ і додатньою кривизною ($k=+1$), тобто частинний випадок розглянутої вище моделі „вакуум+речовина”.

Таким чином, науковий доробок А.Ейнштейна, В.де-Сіттера, Ж.Леметра з розробки космологічних моделей з Λ -членом виявився доцільним, але на суттєво новій фізичній основі. Вперше зв'язав Λ -член з енергією фізичного вакууму і одержав співвідношення (2.110) Е.Б.Гліннер в 1965 р. Розробку інфляційних космологічних моделей продовжили з кінця 70-років А.А.Старобінський, А.Д.Лінде, А.Гус. При цьому треба було відповісти насамперед на два питання – як формуються початкові умови інфляційної стадії еволюції Всесвіту і як відбувається перехід до наступних стадій його розвитку. Найбільш імовірною вважається модель хаотичної інфляції Лінде [10]. Різноманіття початкових умов, пов'язаних з квантовим характером тунельного переходу (див. рис. 2.4б), що покладає початок інфляційному роздуванню міні-всесвіту, і сильна залежність потенціальної енергії $V(\varphi)$ від початкової температури приводять в цій моделі до уявлення про множинність всесвітів з різними фундаментальними властивостями, які породжуються єдиним самопоновлюючимся Всесвітом. Розвиток та уточнення всіх цих ідей ще продовжується в тісному зв'язку з побудовою єдиної теорії поля.

Зробимо у зв'язку з цим одне термінологічне зауваження. Термін „темна матерія” нерідко вживається лише по відношенню до неспостережуваних форм матерії з пилоподібним рівнянням стану $p=0$, а у випадку рівняння стану $p = -\varepsilon$ застосовується вираз „темна енергія”. Але це не є коректним, бо енергія – це тільки певна кількісна характеристика будь-якої фізичної форми матерії.

I, нарешті, ще про одну перспективну ідею сучасної космології. Це ідея бран (брана (англ. – brane) – усічене від „мембрана”) Вона пов’язана із спробами описати елементарні частинки з допомогою суперструн – одновимірних утворень в багатовимірному просторі, які мають планківські розміри. Префікс „супер” підкреслює ту обставину, що ці об’єкти підкоряються перетворенням суперсиметрії, яка об’єднує бозони і ферміони. В найпростішому випадку *брана* – це чотиривимірна (3+1) гіперповерхня в п’ятивимірному світі. Фізично вона виділена тим, що незамкнені суперструни, які нами спостерігаються як ферміони, можуть мати кінці тільки в точках цієї гіперповерхні. А тому п’ятий вимір є неспостережним. Розглядання нашого Всесвіту як брани значно розширює можливості космологічних моделей. Так, виявляється можливим опис останніх даних тесту $m(z)$ однокомпонентною пилоподібною моделлю або можливими є моделі, в яких еволюція починається зі стиснення всесвіту, яке потім змінюється його розширенням .

Глава 3. ФІЗИЧНА КОСМОЛОГІЯ

Першим кроком з боку астрономії до поновлення єдиної фізичної картини світу, як вже згадувалося наприкінці першої глави, стала принципово важлива ідея, висунута в 1946 р. Г.А.Гамовим. Він доповнив розглянуті в главі 2 метричні характеристики еволюції Всесвіту енергетичною. При цьому він перейшов від середньої густини енергії до енергії однієї частинки, тобто до *середньої температури* Всесвіту, яка в ході розширення Всесвіту зменшується. Головна фізична суть ідеї Гамова полягає ось в чому. Певний фізичний процес (наприклад, іонізація атомів) потребує певної енергії. Тому при температурі, значно більшій ніж ця енергія, відповідний процес та йому зворотній будуть протікати практично з однаковою швидкістю і не будуть змінювати стану Всесвіту. Але, як тільки температура в ході розширення Всесвіту стане менше характерної температури даного процесу, то з двох протилежних процесів буде йти лише той, який веде до більш стійкого стану з меншою потенціальною енергією. А це змінить фізичний стан Всесвіту, надаючи йому якісно нові властивості. Таким чином, послідовність значень енергій таких процесів визначають відповідні етапи фізичної еволюції Всесвіту. Ці характерні енергії - це, насамперед, енергії спокою нуклонів та електронів, енергія зв'язку частинок в атомному ядрі, енергія іонізації та рекомбінації атомів. Все це означало наповнення фрідманівської космологічної моделі фізичним змістом, появу *моделі гарячого Всесвіту*.

Але при цьому виникають такі питання методичного плану. Перше полягає ось в чому. В якій послідовності розглядати процес зміни фізичного стану Всесвіту? Йти від сучасного його стану в бік більших середніх енергій (температур), тобто в його минуле, чи розглядати цей процес в тій послідовності, в якій він насправді йшов в нашому Всесвіті? Але в будь-якому разі виникає ще таке питання. До яких значень енергій ми можемо йти (або з яких починати свій розгляд)? Одне обмеження випливає з меж застосовності ЗТВ, якими є планківські значення часу розміру та маси. Із значення $m_{pl} = 10^{-5} \text{ г}$ та співвідношення між масою та енергією випливає значення $T_{\max} \approx 10^{19} \text{ GeV}$. Як видно з попереднього запису, зручно виражати температуру, тобто середню енергію частинок, в електрон-вольтах. У зв'язку цим нагадаємо, що $1 \text{ eV} \approx 10^4 \text{ K} \approx 10^{-12} \text{ ерг}$. З іншого боку ця межа повинна визначатися тими значеннями енергій, до яких ми маємо найдійно встановлену, перевірену експериментом теорію в фізиці елементарних частинок. Зараз ці значення сягають величин $T_{\text{exp}} \geq 10^2 \text{ GeV}$. Ці енергії досягнуті в прискорювачах на зустрічних пучках, що дозволило перевірити теорію електрослабкої взаємодії (встановити існування проміжних (або векторних) бозонів). Це, в свою чергу, дозволило перейти до спроб побудови теорії, що описує об'єднання електрослабкої та

сильної взаємодій, або так зване “велике об’єднання” (grand unification – G.U.), а потім і до побудови контурів власне єдиної теорії поля – теорії об’єднання трьох вище вказаних взаємодій з гравітаційною або супероб’єднання (superunification – S.U.).

3.1. Елементи фізики елементарних частинок. Нагадаємо основні положення фізики елементарних частинок. В табл. 3.1 наведені дані про найважливіші частинки – *стабільні* (в межах експерименту) та *квазістабільні* – з часом життя $\tau > 10^{-20}$ с. Інші частинки – це *резонанси* з часом життя $\tau < 10^{-22}$ с.

Таблиця 3.1.

Класифікація і властивості
стабільних та квазістабільних елементарних частинок

1. Істинно елементарні частинки

1.1. Фотон

Назва та позначення		Маса m , MeV	J	P	Час життя τ , с
Фотон	γ	0	1	-1	Стабільна

1.2. Лептони

Електрон	e^-	0.511	1/2	+1	Стабільна
Електронне нейтрино	ν_e	$\approx 10^{-6}$	1/2	+1	Стабільна
Мюон	μ^-	106	1/2	+1	$2.2 \cdot 10^{-6}$
Мюонне нейтрино	ν_μ	$\approx 10^{-6}$	1/2	+1	Стабільна
Тау-лептон (таон)	τ^-	1777	1/2	+1	$3.4 \cdot 10^{-13}$
Тау-нейтрино	ν_τ	$\approx 10^{-6}$	1/2	+1	?

1.2. Кварки

Кварк	Маса, MeV	J	I	I_3	B	S	C	b	Q
u	5	1/2	1/2	+1/2	1/3	0	0	0	2/3
d	10	1/2	1/2	-1/2	1/3	0	0	0	-1/3
s	150	1/2	0	0	1/3	-1	0	0	-1/3
c	1300	1/2	0	0	1/3	0	+1	0	2/3
b	4300	1/2	0	0	1/3	0	0	+1	-1/3
t	176000	1/2	0	0	1/3	0	0	0	2/3

(закінчення табл. 3.1)

2. Адрони
2.1. Мезони

Назва та позначення	Маса, MeV	J	P	I	I ₃	B	S	Час життя, с	
π-мезон (пион)	π ⁺	139.6	0	-1	+1	+1	0	0	2.6·10 ⁻⁸
	π ⁰	140.0	0	-1	+1	0	0	0	8.3·10 ⁻¹⁶
	π ⁻	139.6	0	-1	+1	-1	0	0	2.6·10 ⁻⁸
η-мезон	η	549.8	0	-1	0	0	0	0	7·10 ⁻¹⁹
K-мезон (каон)	K ⁺	493.7	0	-1	1/2	+1/2	0	+1	1.2·10 ⁻⁸
	K ⁰	497.7	0	-1	1/2	-1/2	0	+1	8.9·10 ⁻¹⁰
	K ⁻	493.7	0	-1	1/2	-1/2	0	+1	1.2·10 ⁻⁸
	\tilde{K}^0	497.7	0	-1	1/2	+1/2	0	+1	8.9·10 ⁻¹⁰

2.2. Баріони

Протон	p	938.3	1/2	+1	1/2	+1/2	+1	0	>10 ³¹ р.
Нейтрон	n	939.6	1/2	+1	1/2	-1/2	+1	0	918
Λ ⁰ -гіперон	Λ ⁰	1115.6	1/2	+1	0	0	+1	-1	2.6·10 ⁻¹⁰
Σ-гіперони	Σ ⁺	1189.4	1/2	+1	1	+1	+1	-1	8.0·10 ⁻¹¹
	Σ ⁰	1192.5	1/2	+1	1	0	+1	-1	6·10 ⁻²⁰
	Σ ⁻	1197.4	1/2	+1	1	-1	-1	-1	1.4·10 ⁻¹⁰
Ξ-гіперони	Ξ ⁰	1314.9	1/2	+1	1	+1/2	+1	-2	2.9·10 ⁻¹⁰
	Ξ ⁻	1321.3	1/2	+1	1	-1/2	+1	-2	1.6·10 ⁻¹⁰

Насамперед треба звернути увагу на дуже малу, але *відмінну від 0* масу нейтрино. Цей факт було нещодавно встановлено на підставі астрофізичних спостережень – спостережень потоку нейтрино від спалаху наднової, точніше, було встановлено, що сума мас всіх трьох сортів нейтрино не перевищує 2 eV (або 3·10⁻³³ з), тому знову виникає питання про можливий внесок енергії нейтрино в середню густину енергії у Всесвіті.

В табл. 3.1 величина *J* – це спіні частинки. Частинки з цілочисленним спіном – *бозони* (фотон, мезони), підкоряються статистиці Бозе-Ейнштейна. Частинки з напівцілим спіном – *ферміони* (лептоли, баріони) описуються статистикою Фермі-Дірака. *P* – внутрішня парність, яка визначає парність (*P*=+1) або непарність (*P*=-1) хвильової функції частинки. Значення ізотопічного спіну *I* виділяє певну сукупність адронів з близькими значеннями мас і дуже схожою сильною взаємодією. Ця

сукупність утворює мультиплет, кількість членів якого дорівнює $2J+1$. Відрізняються між собою члени мультиплету, крім електричного заряду, значенням третьої проекції ізоспіну I_3 (це аналог проекції J_z звичайного спіну). Члени мультиплету в математичному відношенні утворюють унітарну групу по відношенню до перетворювань симетрії в двовимірному внутрішньому просторі частинки, її позначення – $SU(2)$. Найважливіший мультиплет – це дуплет нуклонів – протон та нейтрон.

Закони збереження кількості лептонів та баріонів проявляються в тому, що в кожному процесі повинні зберігатися суми лептонних чисел (зарядів) L та баріонних – B . У вказаних в табл. 3.1 лептонів $L=+1$, в їх античастинок $L=-1$. Такі ж самі значення приймає величина B в баріонів та антибаріонів. Всі інші частинки мають нульові значення лептонного та баріонного зарядів. Важливо звернути увагу на те, що закони збереження лептонного та баріонного зарядів можуть порушуватися при достатньо великих енергіях частинок на відміну від закону збереження електричного заряду.

Певну властивість електромагнітної та сильної взаємодій описує квантове число S – дивність. При цих взаємодіях воно зберігається. Це пояснює народження дивних ($S \neq 0$) парами (зокрема K -мезонів). Розгляд симетрії адронів в трьохвимірному внутрішньому просторі дозволив об'єднати їх в унітарні мультиплети, що утворюють групи перетворювань $SU(3)$. Стабільні та квазістабільні мезони та баріони утворюють октети. Дещо аналогічний зміст мають числа C (“очарування”) та b (“красота”). Але для всіх стабільних та квазістабільних частинок вони мають нульові значення, і ми на них зупинятися не будемо.

Треба звернути увагу і на відносність самого поняття елементарної частинки. С точки зору кваркових уявлень адрони, які утворюються з кварків (див. табл. 3.2), вже не є, строго кажучи, елементарними. Тому і вводиться поняття про істинно елементарні частинки (або *фундаментальні частинки*).

Таблиця 3.2

Мезони	Кварковий склад адронів		
	Склад	Баріони	Склад
π^+	$u\bar{d}$	p	uud
π^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	n	udd
π^-	$\bar{u}d$	Λ^0	$[ud]s$
η	$(u\bar{u} + d\bar{d} - s\bar{s})/\sqrt{6}$	Σ^+	uus
K^+	$u\bar{s}$	Σ^0	$\{ud\}s$
K^0	$d\bar{s}$	Σ^-	dds
K^-	$\bar{u}s$	Ξ^0	uss
\bar{K}^0	$\bar{d}s$	Ξ^-	dss

З 12 фундаментальних частинок – лептонів та кварків і квантів взаємодій між ними можна побудувати таку таблицю:

ν_e	ν_μ	ν_τ	γ
e	μ	τ	g
u	c	t	Z
d	s	b	W

Стовпці цієї таблиці утворюють групи частинок із все зростаючою масою або, як кажуть, *послідовні покоління* фундаментальних ферміонів (останній стовбець – бозонів). Зверніть увагу на те, що зараз в нашому світі практично відіграють роль лише частинки першого покоління. З кварків *u* і *d* побудовані нуклони, а з нуклонів і електронів – вся речовина. Електронне нейтрино необхідне для протікання ядерних реакцій – джерел зоряної енергії. Але це, мабуть, було не так в гарячому Всесвіті, коли важливою була і роль більш масивних, більш енергійних частинок.

Нарешті, в самій класифікації елементарних частинок принципову роль мають типи взаємодій, в яких бере участь та чи інша частинка. Щоб підкреслити це, наведемо в табл 3.3 основні властивості відомих зараз чотирьох фундаментальних взаємодій.

Таблиця 3.3

Фундаментальні взаємодії

Назва	Частини, що беруть участь	Частинки-переносики	Залежність від відстані
Гравітаційна	Всі частинки	гравітони(?)	r^{-2}
Електромагнітна	Електрозаряджені	γ	r^{-2}
Слабка	Лептони і кварки	W^\pm, Z^0	$r < 10^{-16} \text{ см}$
Сильна	Кварки і адрони	g	$r < 10^{-13} \text{ см}$

З квантово-польової точки зору всі взаємодії здійснюються за допомогою певного фізичного поля, кванти якого є переносиками даної взаємодії. Властивості частинок, що є квантами відповідного поля, визначають властивості тієї чи іншої взаємодії. Загальна риса цих частинок-переносиків – це бозони. Гравітаційна і електромагнітна взаємодії є далекодіючими, бо їх переносиками є безмасові частинки. При цьому ці сили максимально далекодіючі. Якби вони спадали з відстанню повільніше

вд r^{-2} , то повна енергія взаємодії була б нескінченною (відповідний невластний інтеграл розходився б). Слабка і сильна взаємодії – короткодіючі, але з різних причин. Малий радіус дії слабких сил визначається великою ($\approx 100 \text{ GeV}$) масою їх переносників – проміжних (або векторних) бозонів W^\pm , Z^0 . Переносники сильної взаємодії – глюони g , мають нульову масу спокою, але на відміну від фотонів бувають різних (вісьми) сортів. Вони розрізняються властивістю, яку умовно назвали кольором. Обмін кольором між глюонами зменшує ефективний заряд сильної взаємодії кварків, і тим більше, чим менше відстань між ними. Тому сильна взаємодія швидко зростає з відстанню. Це приводить до того, що кварки існують лише в адронах і не спостерігаються у вільному стані.

Залежність гравітаційної взаємодії від маси визначається законом всесвітнього тяжіння Ньютона, при чому класичний (неквантовий) її характер зберігається аж до відстаней порядку планківської довжини. Незалежність електромагнітної взаємодії від маси на великих відстанях та закон Кулона є наслідками нульової маси її переносника – фотона. Але при великих енергіях (малих відстанях) вона дещо зменшується внаслідок взаємодії з віртуальними фотонами фізичного вакууму (так званої поляризації вакууму під впливом взаємодіючих зарядів).

На закінчення цього підрозділу зупинимося на структурі сучасного фізичного знання ось з якого боку. Ми знаємо зараз три незалежні світові сталі - гравітаційну сталу G , швидкість світла в вакуумі c та сталу Планка h . Тому можливі *вісім* принципово різних фізичних теорій. Одна, яка не містить жодної з цих сталих, три що містять їх по одній, три - по дві і, нарешті, одна, яка включає всі три фундаментальні сталі. Логічний зв'язок між цими теоріями показаний на рис. 3.1. Шість з них - ньютонівська механіка, ньютонівська теорія тяжіння (G), спеціальна (c) та загальна (c, G) теорії відносності, квантова механіка (h) і релятивістська теорія поля (h, c) вже з тим чи іншим ступенем вивершеності побудовані. Цікава доля теорії (G, h), яка повинна бути квантовою нерелятивістською теорією гравітації. Для неї просто нема предметної області дії в нашому світі внаслідок малості сталої тяжіння (потрібні досить великі маси) і надзвичайної малості сталої Планка (потрібні дуже малі маси та відносно малі швидкості).

Остання теорія (c, G, h) повинна діяти при настільки великих енергіях елементарних частинок, що поряд з електромагнітною, слабкою та сильною взаємодіями потрібно враховувати і гравітаційну. Тобто це повинна бути квантова релятивістська теорія гравітації або єдина теорія поля, бо вона повинна мати справу з усіма фундаментальними взаємодіями одночасно. Побудова такої теорії є зараз однією з самих «гарячих точок» в сучасному природознавстві. І знаходиться ця «гаряча точка» якраз на стику фізики елементарних частинок і космології раннього Всесвіту. Її побудова означатиме досягнення певного ступеня завершеності в розвитку фізики. А

про шляхи її подальшого розвитку можна розмірковувати, якщо вийти за межі одиничного кубу на рис. 3.1, в області, де координати приймають значення більші одиниці або навіть від'ємні. Наприклад, якщо значення відношення $z=v/c>1$, (де z – апліката на рис. 3.1) то це буде фізика тахіонів – частинок, що рухаються лише з швидкостями більше швидкості світла.

В основі побудови теорії (c, G, h) лежить ідея залежності безрозмірних констант фундаментальних взаємодій від енергії взаємодіючих частинок. При чому ця залежність має такий характер, що із зростанням енергій такі біжучі константи двох взаємодій зрівнюються і зникає різниця між цими взаємодіями – відбувається їх об'єднання. Схематично це показано на рис. 3.2. Перспективність цієї ідеї доведена створенням теорії електрослабкої взаємодії. Але при цьому фізикам пощастило в тому відношенні, що маса, при якій відбувається об'єднання електромагнітної та слабкої взаємодій, має значення $\cong 100 \text{ GeV}$. А відповідна енергія досягається, як вже згадувалося, в сучасних прискорювачах на зустрічних пучках, і, тим самим, цю теорію вдалося перевірити експериментом. Однак самі попередні оцінки того, коли відбувається так зване велике об'єднання (електрослабкої та сильної взаємодій – G.U.), дають величину приблизно в $10^{14} - 10^{15} \text{ GeV}$. А супероб'єднання (об'єднання електрослабкої+сильної взаємодій з гравітаційною – S.U.) можна чекати при енергіях порядку планківської - 10^{19} GeV .

Одним з важливих наслідків теоретичної схеми великого об'єднання є можливість порушення закону збереження баріонного числа і зокрема можливість розпаду протону за реакцією $p \rightarrow \pi^0 + e^+$. Але оскільки енергія, коли це може відбутися, дуже велика, то імовірність такого розпаду дуже мала. Інакше кажучи, час життя протона повинен буди дуже великим. Оцінюючи тим, чи іншим шляхом цей час, і намагаються визначити енергію великого об'єднання. Проведені спеціальні експерименти дають поки що лише нижню границю для часу життя t_p . Серед спроб оцінити час життя протона є і такий своєрідний. Якщо вважати, що в тілі людини (маса $\approx 100 \text{ кг}$, час життя ≈ 100 років) розпад протона повинен бути досить рідкісною подією, то дістанемо, що $t_p \approx 10^{32}$ років.

Звичайно, сучасна єдина теорія поля будується не тільки і не стільки на вищенаведених елементарних міркуваннях – в її основі лежить пошук груп більш широких *симетрій*, які б об'єднували більші сукупності частинок і відповідні взаємодії, ніж згадувані вище групи SU(2) та SU(3), зокрема це група SU(5). Наслідком цього є передбачення існування надмасивних X- та Y-бозонів з масою щонайменше $3 \cdot 10^{14} \text{ GeV}$. При цьому розпад протона може відбуватися за схемою, що зображена на рис. 3.3. Тобто проміжними є реакції утворення X-бозона з двох кварків та його розпад на антикварк та лептон:



В цих реакціях не зберігаються баріонне та лептонне числа. Не важко перевірити, що $\Delta B = \Delta L = -1$, так що різниця $B-L$ зберігається. Оцінка маси X -бозонів і, відповідно, енергії великого об'єднання випливає з того, що час життя протону t_p обернений до імовірності його розпаду $\Gamma \approx e^4 (m_p/m_X)^4 m_p$.

Іншим наслідком різних варіантів теорії великого об'єднання є передбачення існування магнітних монополів – частинок з магнітним зарядом μ , що пов'язаний з електричним зарядом співвідношенням $e\mu = nhc/4\pi$ (n – ціле) і масою E_{GU}/c^2 . Експерименти з пошуку магнітних монополів не дали позитивних результатів, і їх узгодження з космологічними наслідками існування магнітних монополів – це ще одна з проблем на стику космології і фізики надвисоких енергій.

3.2. Фізична еволюція Всесвіту. З давніх давен важливою формою пошуку закономірностей та гармонії в навколишньому світі було виявлення тих чи інших симетрій. Найбільш відомі геометричні симетрії (наприклад, між лівим та правим). На цьому шляху пошуку симетрій вдалося підійти і до порозуміння суттєвих фізичних властивостей у світі елементарних частинок. Якщо йти від найвищих значень енергії до менших (тобто якраз в напрямку розвитку Всесвіту, що розширюється), то вимальовується така картина. При енергіях, не менших енергії супероб'єднання, реалізується найбільш висока ступінь симетрії, яка проявляється в тому, що всі частинки підкоряються єдиній універсальній взаємодії і знаходяться в стані постійного перетворення одна в одну. Вони існують тільки віртуально, тобто тільки час, що визначається співвідношенням невизначеностей Гейзенберга, а оскільки енергії їх дуже великі, то цей час надзвичайно малий. Суміш таких віртуальних частинок утворює середовище, яке і дістало назву фізичного вакууму. При зменшенні середньої енергії частинок ця висока ступінь симетрії порушується – єдина до цього взаємодія розділяється на дві різні. А елементарні частинки розділяються на класи по відношенню до цих взаємодій. Відбувається розділ на частинки, що приймають чи не приймають участь в даній взаємодії, або є її переносником (тобто квантами відповідного фізичного поля). Так в ході послідовних порушень симетрій виникли ферміони та бозони, кварки та глюони, лептони та адрони, мезони та баріони, електрозаряджені та електронейтральні частинки, фотони тощо.

Якщо тепер з точки зору наведеної на початку цієї глави ідеї Гамова підсумувати найважливіші події в еволюції Всесвіту і вишікувати їх в порядку зменшення відповідних енергій, то сформується така послідовність подій:

- порушення симетрії супероб'єднання – відділення гравітаційної взаємодії, початок інфляційної стадії розширення Всесвіту ($10^{22} \text{ Мев} - 10^{-43} \text{ с}$);

- фазовий перехід в фізичному вакуумі з високоенергетичного стану в низькоенергетичний, порушення симетрії великого об'єднання – відділення сильної взаємодії, виникнення ферміонів та лептонів, початок ери випромінювання ($10^{18} \text{ Мев} - 10^{-35} \text{ с}$);
- розділення електрослабої взаємодії на слабку та електромагнітну ($10^5 \text{ Мев} - 10^{-10} \text{ с}$);
- анігіляція нуклонів та антинуклонів, виникнення баріонної асиметрії, відділення баріонів від лептонів та випромінювання ($1.3 \cdot 10^3 \text{ Мев} - 10^{-6} \text{ с}$);
- анігіляція мюонів та антимюонів і відділення нейтрино від лептонів та випромінювання ($10^2 \text{ Мев} - 10^{-4} \text{ с}$);
- розділення нуклонів на протони та нейтрони ($1.3 \text{ Мев} - 0.6 \text{ с}$);
- анігіляція електронів та позитронів ($0.5 \text{ Мев} - 4 \text{ с}$).

Для того, щоб зв'язати вищевказані значення енергій з часом, коли Всесвіт мав відповідну температуру, згадаємо, що густина випромінювання змінюється з часом як

$$\varepsilon_r = \frac{3c^2}{32Gt^2}, \quad (3.1)$$

а, з другого боку, за законом Стефана-Больцмана ця ж густина дорівнює

$$\varepsilon_r = 4\sigma T^4 / c, \quad (3.2)$$

де σ – стала Стефана. Виключаючи густину ε_r , одержимо, що середня температура Всесвіту

$$T = \sqrt[4]{\frac{3c}{128G\sigma}} \frac{1}{\sqrt{t}}, \quad (3.3)$$

а обчислюючи коефіцієнт в (3.3), неважко переконатися, що

$$T (\text{Мев}) \approx \frac{1}{\sqrt{t}} (\text{с}). \quad (3.4)$$

Строго кажучи, треба враховувати, що в стані термодинамічної рівноваги з фотонами знаходяться і інші частинки, і ввести в (3.2) та (3.3) множник, що дорівнює кількості сортів частинок. Але ця кількість менше, ніж 10, і на оцінку температури за порядком величини не впливатиме. Застосовуючи (3.4), одержимо вказані вище часи подій, що якісно змінюють стан та склад матерії у Всесвіті. Після останньої з них це – нейтрони (n), протони (p) і відповідна їм кількість електронів (e), що знаходяться в рівновазі з фотонами (γ). Нейтрино (ν), які після анігіляції мюонів майже перестають взаємодіяти з іншими частинками, вже не знаходяться з ними в рівновазі. Тобто лишаються якраз ферміони першого покоління та бозони, що забезпечують взаємодії між ними. Крім фотонів це глюони (g) та векторні бозони W^\pm, Z^0 .

Чи не самим суттєвим питанням при більш детальному розгляді вище наведеної схеми фізичної еволюції Всесвіту є таке – чому при анігіляції нуклонів та антинуклонів не всі вони зникли, а певна їх кількість, саме та, що утворює нині існуючу речовину, зберіглася. Це так звана проблема

баріонної асиметрії Всесвіту. З одного боку, процеси, які спостерігаються на Землі, в Сонячній системі, в Галактиці, у взємодіючих галактиках, примушують дійти до висновку, що в сучасну епоху антиматерії (за виключенням відносно незначної кількості в космічних променях) у Всесвіті нема. З другого боку, якби якимось чином різниця між кількістю баріонів та антибаріонів внаслідок початкових умов колись існувала, то вона повинна була б зникнути під час інфляційної стадії розширення Всесвіту. Таким чином баріонна асиметрія повинна була виникнути наприкінці того етапу еволюції Всесвіту, коли нуклони знаходилися в стані термодинамічної рівноваги з випромінюванням.

Спочатку з'ясуємо, яка ж саме кількість нуклонів зберіглася. Концентрація фотонів дорівнює інтегралу від функції розподілу фотонів (функції Планка), поділеної на енергію одного фотона, тобто

$$n_\gamma = \frac{8\pi}{c^3} \int \nu^2 (e^{h\nu/kT} - 1)^{-1} d\nu = 60.4(kT/hc)^3. \quad (3.5)$$

При сучасній температурі реліктового випромінювання це складає $n_\gamma \approx 500 \text{ см}^{-3}$. Сучасна кількість нуклонів дорівнює $n_n = \rho_d/m_n$. З урахуванням степеня невизначеності середньої густини речовини степінь баріонної асиметрії $\beta = n_n/n_\gamma \approx 10^{-8} - 10^{-10}$. З часом ця величина не змінюється.

Причина ж виникнення баріонної асиметрії пов'язана з тією обставиною, що при збереженні СРТ-симетрії С-симетрія (зарядова) та СР (зарядово-просторова) можуть порушуватися. Це приводить до того, що імовірність реакцій (3.1) та ім зворотніх дещо різні. Нехай різниця імовірностей

$$\Gamma(X \rightarrow qq) - \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q}) = \Delta\Gamma$$

та

$$\Gamma(X \rightarrow \bar{q}l) - \Gamma(\bar{X} \rightarrow ql) = -\Delta\Gamma,$$

але суми імовірностей

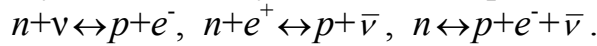
$$\Gamma(X \rightarrow qq) + \Gamma(X \rightarrow \bar{q}l) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q}) + \Gamma(\bar{X} \rightarrow ql).$$

Тому внаслідок розпаду однакової кількості X - та \bar{X} -бозонів виникне різна кількість кварків та антикварків і, відповідно, ненулева густина баріонного заряду. Суттєво при цьому те, що все це відбувається в нестационарному Всесвіті, що розширюється та охолоджується. Надлишок баріонів при температурі $T \approx 10^{14} - 10^{15} \text{ Гев}$ становить $\beta \approx H\tau$, де H – параметр Хаббла, а τ – час життя X -бозонів, приблизно рівний αm_X ($\alpha \approx 1/40$ – значення біжучих констант взаємодій, при якому відбувається велике об'єднання). Це значення баріонної асиметрії в подальшому фіксується. Доброго узгодження між оцінками величини β на підставі вищенаведених міркувань та на підставі спостережень ще немає. Тому стоять і задачі подальшого розвитку теорії і уточнення спостережного значення величини баріонної асиметрії у нашому Всесвіті.

Співвідношення між нейтронами та протонами визначається формулою Больцмана, за якою

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-\frac{Q}{kT}}. \quad (3.6)$$

де різниця між масами спокою нейтрона та протона $Q=1.3 \text{ Мев}$. Поки температура значно більше від цього значення, співвідношення $n_n/n_p \approx 1$. Але з наближенням до нього, кількість протонів починає збільшуватися, а нейтронів зменшуватися. Відбувається це за реакціями



Однак перші дві реакції суттєві доти, поки є достатня кількість нейтрино, поки швидкість їх утворення компенсує зменшення їх концентрації в ході рзширення Всесвіту. Третя реакція взагалі відносно повільна, бо час життя вільного нейтрона досить великий – $\approx 10^3 \text{ с}$. Швидкість утворення нейтрино стає рівною швидкості зменшення їх концентрації в час $t \approx 1 \text{ с}$ при температурі $T \approx 1 \text{ Мев}$. Тому швидкість зменшення кількості нейтронів уповільнюється. Диференціальне рівняння для відносної кількості нейтронів $X_n = n_n / (n_p + n_n)$ має вигляд:

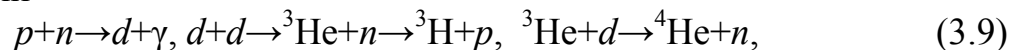
$$\frac{dX_n}{dt} = -\lambda(n \rightarrow p)n_n + \lambda(p \rightarrow n)(1 - X_n), \quad (3.7)$$

де λ – повні швидкості відповідних реакцій. Швидкість кожної з реакцій (3.6) визначається інтегралом по значенням імпульсу лептона, який вступає в реакцію, від добутку функції розподілу (це Фермі-розподіл) цього імпульсу на квадрат енергії лептону, який утворюється. Під інтеграл входить також за принципом Паулі множник, що дорівнює долі всіх незаповнених станів утворюваного лептону. З урахуванням зв'язку між енергіями лептонів та величиною Q , повні швидкості реакцій $n \rightarrow p$ дорівнює:

$$\lambda(n \rightarrow p) = A \int q^2 dq \sqrt{1 - m_e c^4 / (Q + q)^2} (Q + q)^2 (1 + e^{\frac{q}{kT_\nu}})^{-1} (1 + e^{\frac{Q+q}{kT}})^{-1}. \quad (3.8)$$

Повна швидкість протилежних реакцій $p \rightarrow n$ відрізняється від (3.8) тільки знаками в показниках експонент. Результати обчислення швидкостей реакцій та чисельного розв'язку рівняння (3.7) показані на рис. 3.4.

Наступна важлива подія – це утворення з нейтронів, що залишилися, та відповідної кількості протонів більш важких ядер. Температура, при якій це стає можливим, пропорційна $B/(A-1)$, де B енергія зв'язку ядра, A – його атомний номер. Для ядер, що приймають участь в утворенні ядра гелію He^4 за реакціями



відповідні температури такі: $d - 0.08 \text{ Мев}$, ${}^3\text{H} - 0.15 \text{ Мев}$, ${}^3\text{He} - 0.13 \text{ Мев}$, ${}^4\text{He} - 0.36 \text{ Мев}$. Найменша енергія зв'язку у ядер дейтерія, тому саме температура його утворення визначає час початку всього процесу $t \approx 100\text{-}200 \text{ с}$. Наступні стадії утворення ядер гелію протікають досить швидко за $1 - 3 \text{ с}$. Наявна на цей час кількість нейтронів зв'язується в α -частинках і

немов би “заморожується”. Точні значення кількостей ізотопів водню та гелію і більш важких елементів залежать від густини речовини і для можливих значень цієї густини в сучасну епоху наведені (в долях за масою) в табл. 3.4.

Таблиця 3.4

$\rho_c, \text{г/см}^3$	10^{-31}	10^{-30}	10^{-29}	10^{-28}
H	0.76	0.74	0.72	0.70
^2H	$6 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-12}$	$< 10^{-12}$
^3He	$6 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-6}$
^4He	0.24	0.26	0.28	0.30
^7Li	$5 \cdot 10^{-10}$	$4 \cdot 10^{-9}$	$4 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-7}$

Таким чином, вміст первинного гелію складає 25-30%, що близько до його сучасної кількості у Всесвіті. Цей факт має фундаментальне значення, він є одним з основних спостережних підтверджень моделі гарячого Всесвіту. Звертає на себе увагу і досить сильна залежність кількості дейтерію від середньої густини речовини. Тому визначення кількості ^2H космологічного походження має велике значення. Останні такі визначення узгоджуються з оцінками, що наведені наприкінці глави 2.

На проміжку часу від 10^{-35}с до 10^{-10}с основна доля речовини була зосереджена в нуклонах та інших адронах, що супроводжують їх перетворення, тому ця стадія фізичної еволюції Всесвіту дістала назву адронної ери. Їй наслідувала лептонна ера (від 10^{-10}с до 2с), яка закінчилася анігіляцією електронів та позитронів. К закінченню перших двох-трьох хвилин сформувався (за виключенням ядер важких елементів) сучасний елементний склад Всесвіту. Але утворення атомів ще було неможливе, бо вони відразу ж руйнувалися фотонами реліктового випромінювання, енергія яких була ще значно більше енергії іонізації атомів водню та гелію. Світ в цей час являв собою воднево-гелійову плазму, що існувала завдяки взаємодії з випромінюванням, це була радіаційно-домінована плазма. А відповідний етап еволюції Всесвіту – це ера радіаційно-домінованої плазми або фотонна ера.

Продовжувалася фотонна ера доти, поки температура Всесвіту не впала до значень, менших за енергію іонізації, тобто кількох електрон-вольт (або $\approx 4000\text{K}$). Тільки тоді в час $t \approx 10^{10}\text{с}$ відбулася рекомбінація водню та гелію – почалася атомна ера еволюції нашого Всесвіту. Якісна відмінність атомної ери – ери нейтральної речовини від попередніх – це різке ослаблення взаємодії речовини з випромінюванням. Порушується термодинамічна рівновага між ними, з'являється можливість росту флуктуацій речовини у власному гравітаційному полі – починається етап формування крупномасштабної структури Всесвіту, етап утворення протоскупчень галактик. Подальша послідовна фрагментація

протоскупчень та гравітаційне стиснення цих фрагментів приводить до утворення галактик та більш дрібних зоряних систем із зірок першого покоління.

Все вище викладене підсумовано у вигляді схеми, наведеної в Додатку (стр. 84). На цій схемі вказані (в логарифмічній шкалі) зміни з часом метричних характеристик Всесвіту – масштабного фактору та відносної швидкості його зміни – параметру Хаббла, зміни середньої густини матерії та її температури. Вказані етапи формування сучасної системи фундаментальних взаємодій та якісні зміни в складі речовини. Зауважимо, що застосування логарифмічної шкали часу доцільно не лише у зв'язку з великим діапазоном його значень. Справа в тому, на ранніх стадіях еволюції Всесвіту завдяки малим його масштабам достатньо і малих часів для істотних змін в стані всього Всесвіту.

3.3. Мікроволнове фонове випромінювання. Як відомо, головним підтвердженням моделі “гарячого” Всесвіту є наявність майже ізотропного випромінювання. Якими повинні бути температура та спектр цього первинного випромінювання у Всесвіті, що розширюється? Густина цього випромінювання на частоті ν в сучасну епоху може бути знайдена як

$$\rho_\gamma(\nu, t_c) = h\nu \cdot 8\pi\nu^2 \int_0^{t_c} \exp\left(-\frac{h\nu a_c}{kTa(t)}\right) K\left(\frac{\nu a_c}{a(t)}, t\right) P(t, t_c, \nu) dt, \quad (3.10)$$

де $K(\nu, t)$ – коефіцієнт поглинання фотонів з частотою ν в час t , а $P(t, t_c, \nu)$ – імовірність того, що фотон з частотою $\nu a_c/a(t)$ проіснує з часу t до часу t_c . З урахуванням індукованого випромінювання ця імовірність є

$$P(t, t_c, \nu) = \exp\left[-\int_t^{t_c} \left(1 - \exp\left(-\frac{h\nu a_c}{kTa(t')}\right)\right) K\left(\frac{\nu a_c}{a(t')}, t'\right) dt'\right]. \quad (3.11)$$

Підставляючи (3.11) в (3.10), можна останній вираз представити як

$$\rho(\nu, t_c) = 8\pi h \nu^3 \int_0^{t_c} \left[\exp\left(\frac{h\nu a_c}{kT(t)a(t)}\right) - 1 \right]^{-1} \frac{dP}{dt} dt. \quad (3.12)$$

Звернемо увагу на те, що у випадку пропорційної залежності

$$\frac{T(t)}{T_c} = \frac{a(t)}{a_c} \quad (3.13)$$

перший з множників в (3.12) можна винести за знак інтеграла і густина випромінювання буде мати чорнотільний планківський вигляд

$$\rho(\nu, t_c) = 8\pi h \nu^3 \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT_{rc}}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad (3.14)$$

де T_{rc} – сучасна температура цього випромінювання. Покажемо, що умова (3.13) справді має місце. Тиск та густина енергії в суміші ідеального газу та випромінювання дорівнюють відповідно:

$$p = nkT + 4\sigma T^4 / c, \quad \varepsilon = nmc^2 + nkT / (\gamma - 1) + 4\sigma T^4 / c, \quad (3.15)$$

де n – концентрація частинок, m – їх маса, а γ – показник адіабати газу. Закон збереження енергії, як це впливає з рівності 0 часової компоненти дивергенції тензора енергії-імпульсу (2.44) має вигляд:

$$\frac{d}{da}(\epsilon a^3) = -3pa^2. \quad (3.16)$$

З співвідношень (3.15) та (3.16), враховуючи також, що $na^3 = \text{const}$, можна одержати, що

$$\frac{a}{T} \frac{dT}{da} = -\frac{s+1}{s + \frac{1}{3(\gamma-1)}}, \quad (3.17)$$

де s – ентропія випромінювання в розрахунку на одну частинку речовини:

$$s = \frac{16\sigma T^3}{3nkc}. \quad (3.18)$$

З (3.5) та виразу для сталої Стефана σ випливає, що ця величина дорівнює

$$s = \frac{32\pi^5}{3 \cdot 60.4} \frac{n_f}{n} \cong 54 \frac{n_f}{n}, \quad (3.19)$$

тобто визначається відношенням числа фотонів до числа частинок речовини. А це відношення, як ми бачили вище, дуже велике. Тому (3.17) практично дорівнює 1, звідки і випливає співвідношення (3.13) і планківський характер спектру реліктового випромінювання.

Велика сукупність спостережень показує, що фонове випромінювання є справді планківським з температурою $T_{rc} = 2.7 \text{ K} \pm 0.3 \text{ K}$. Слід однак відзначити, що з поверхні Землі можна спостерігати тільки сантиметрову довгохвильову частину цього випромінювання. Ще одним додатковим засобом вивчення реліктового випромінювання є дослідження розподілу міжзоряних молекул за їх станами, збудженими цим випромінюванням. Те, що розподіл молекул ціану CN, близький до такого, що виникає під впливом випромінювання з температурою біля 3 K було відомо давно, але своє пояснення цей факт одержав лише після відкриття реліктового випромінювання.

Фонове випромінювання має бути ізотропним лише у супутній системі координат, яка розширюється в процесі еволюції Всесвіту. В системі координат, що рухається відносно супутньої системи, виникатиме крупномасштабна анізотропія цього випромінювання, обумовлена релятивістським ефектом Доплера. Вона визначається виразом

$$T_{robs} = T_r \frac{1 - v \cos \theta}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \quad (3.20)$$

де v – швидкість спостерігача відносно фонового випромінювання, а θ – кут між вектором швидкості та лінією візування. Спостереження вказують на наявність асиметрії в розподілі фонового випромінювання з амплітудою в 3.5 mK і максимумом в сузір'ї Лева та мінімумом в сузір'ї Водоля.

Нарешті, дуже важливою проблемою є питання про наявність та величину дрібномасштабних флуктуацій в розподілі фонового випромінювання, бо вони несуть інформацію про просторові неоднорідності в суміші випромінювання та речовини в епоху рекомбінації речовини, коли речовина стала прозорою для випромінювання і ці неоднорідності були вихідними для утворення сучасної структури Всесвіту. Виявлення цих флуктуацій дуже складна річ, бо їх треба виділити на тлі флуктуацій, обумовлених радіовипромінюванням як різного роду космічних об'єктів, так і земної атмосфери. Останні спостереження (2000 р.) дають значення амплітуди флуктуацій реліктового випромінювання в кутових масштабах $\approx 1^\circ$ біля $7 \cdot 10^{-4} K$ (масштаб комірок крупномасштабної структури Всесвіту). Плануються експерименти по дослідженню стану поляризації реліктового випромінювання – навіть саме визначення її наявності та характеру (лінійна або кругова) дасть інформацію про природу первинних флуктуацій, що виникли ще на інфляційній стадії. Лінійна поляризація буде вказувати на те, що джерелом цих флуктуацій є космологічні гравітаційні хвилі.

3.4 Виникнення первинних флуктуацій. Те, що в однорідному суцільному середовищі, яке заповнює весь простір, малі флуктуації густини можуть зростати у власному гравітаційному полі, і тим самим повинна виникнути замість однорідного розподілу густини якась структура на зразок зоряної, розумів ще Ньютон. Першу кількісну теорію (звичайно, ще нерелятивістську) поведінки флуктуацій густини в гравітаційному полі розробив Д.Джинс. Вихідними рівняннями цієї теорії є рівняння неперервності та руху ідеальної рідини та рівняння гравітаційного поля:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0, \quad \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g}, \quad (3.21)$$

$$\nabla \times \vec{g} = 0, \quad \nabla \vec{g} = -4\pi G \rho.$$

Якщо розглянути малі збурення густини, тиску та швидкості середовища і гравітаційного поля відносно тривіального рішення $\rho = const$, $p = const$, $\vec{v} = 0$, то для флуктуацій густини $\delta \rho$ одержимо неоднорідне хвильове рівняння

$$\frac{\partial^2(\delta \rho)}{\partial^2 t} = v_s^2 \Delta(\delta \rho) + 4\pi G \rho \cdot \delta \rho \quad (3.22)$$

з розв'язком $\delta \rho \propto \exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t)$ та дисперсійним співвідношенням між хвильовим вектором та частотою

$$\omega^2 = k^2 v_s^2 - 4\pi G \rho. \quad (3.23)$$

З (3.23) видно, що власне хвильовий рух із швидкістю $v_s^2 = \partial p / \partial \rho$ буде лише при хвильових числах більших від критичного значення

$$k_J = \sqrt{\frac{4\pi G \rho}{v_s^2}}. \quad (3.24)$$

Якщо ж величина k буде менше від критичної, то частота буде уявною, і флуктуація густини почне експоненціально зростати. Це означає, що розмір збурення $\lambda = 2\pi/k$ і, відповідно, маса в об'ємі збурення настільки великі, що сила тяжіння переважає градієнт тиску. Відповідна критична маса (маса Джинса) є

$$M_J = \frac{4\pi\rho}{3} \left(\frac{2\pi}{k_J} \right)^3 = \frac{4\pi^{5/2}\rho}{3} \left(\frac{v_s^2}{G\rho} \right)^{3/2}. \quad (3.25)$$

Таким чином, в ньютонівському світі або поширюються звукові хвилі або збурення експоненціально зростають з часом. Але в еволюціонуючому Всесвіті процес розвитку флуктуацій супроводжується їх збільшенням пропорційно масштабному факторові i , в той же час, зменшенням густини.

Основи релятивістської теорії малих флуктуацій були побудовані в 1946 р. Є.М.Ліфшицем [9]. Розглядаються збурення в областях, малих в порівнянні з масштабним фактором a . Тому просторову частину незбуреного метричного тензора можна вважати евклідовою, тобто покласти $g_{\beta}^{\alpha} = -\delta_{\beta}^{\alpha}$. Позначимо також збурення метрики $\delta g_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta}$. Оскільки розмір збурення пропорційний величині a , введемо вектор $\vec{n} = a\vec{k}$. В лінійному наближенні збурення гравітаційного поля визначаються рівнянням:

$$\delta R_k^i - \frac{1}{2} \delta_k^i \delta R = \frac{8\pi G}{c^4} \delta T_k^i, \quad (3.26)$$

де згідно (2.45) збурення компонент тензора енергії-імпульса дорівнюють

$$\delta T_0^0 = \delta\varepsilon. \quad \delta T_0^{\alpha} = a(p + \varepsilon)\delta u^{\alpha}. \quad \delta T_{\beta}^{\alpha} = -\delta_{\beta}^{\alpha} \delta p. \quad (3.27)$$

Оскільки збурення малі, то можна записати, що

$$\delta T_{\beta}^{\alpha} = -\delta_{\beta}^{\alpha} \frac{dp}{d\varepsilon} \delta T_0^0.$$

У зв'язку з евклідовістю незбуреної метрики при обчисленні варіацій тензора кривизни можна користуватися звичайними похідними (хоча позначення похідних залишимо ті ж, що і в главі 2). Обчислюючи ці варіації, одержимо з (3.26 – 3.27) такі рівняння для збурень метрики:

$$h_{\alpha,\gamma}^{\gamma,\beta} + h_{\gamma,\alpha}^{\beta,\gamma} - h_{\alpha,\gamma}^{\beta,\gamma} - h_{,\alpha}^{\beta,\beta} + h_{\alpha}^{\beta//} + 2\frac{a'}{a} h_{\alpha}^{\beta'} = 0, \quad (3.28)$$

$$\frac{1}{2} (h_{\gamma,\delta}^{\delta,\gamma} - h_{,\gamma}^{\gamma,\gamma}) (1 + 3\frac{dp}{d\varepsilon}) + h'' + h' \frac{a'}{a} (2 + 3\frac{dp}{d\varepsilon}) = 0. \quad h = h_{\alpha}^{\alpha}$$

Тут $'$ означає, як і раніше, похідну за конформним часом η .

Тепер з (3.26) та (3.27) дістанемо, що відносно збурення густини енергії дорівнює

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{c^4}{16\pi G\varepsilon a^2} \left(h_{\alpha,\beta}^{\beta,\alpha} - h_{,\alpha}^{\beta,\alpha} + \frac{2a'}{a} h' \right). \quad (3.29)$$

Збурення, що описуються системою (3.28) можуть бути трьох типів – скалярні, векторні та тензорні. Саме скалярні збурення дають поряд із

збуреннями гравітаційного поля збурення густини матерії. Розглянемо скалярну функцію $Q = \exp(iq\bar{r}/a)$. За її допомогою можна побудувати тензори

$$Q_\alpha^\beta = \frac{1}{3}\delta_\alpha^\beta Q, P_\alpha^\beta = \left(\frac{1}{3}\delta_\alpha^\beta - \frac{q_\alpha q^\beta}{q^2}\right)Q. \quad (3.30)$$

Гравітаційні збурення тепер можна представити у такому вигляді:

$$h_\alpha^\beta = \lambda(\eta)P_\alpha^\beta + \mu(\eta)Q_\alpha^\beta, h = \mu(\eta)Q. \quad (3.31)$$

З (3.29) для збурень густини тепер матимемо:

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{c^4}{24\pi G\varepsilon a^2} \left(q^2(\lambda + \mu) + \frac{3a'}{a}\mu' \right). \quad (3.32)$$

Підставляючи (3.31) в (3.28), можна одержати систему рівнянь для функцій λ та μ . Зробимо це окремо для ери випромінювання і для ери речовини. В першому випадку ($p=\varepsilon/3$) матимемо таке:

$$\lambda'' + \frac{2}{\eta}\lambda' - \frac{q^2}{3}(\lambda + \mu) = 0, \quad \mu'' + \frac{3}{\eta}\mu' + \frac{2q^2}{3}(\lambda + \mu) = 0. \quad (3.33)$$

Розглянемо розв'язки цієї системи для двох випадків – відносно великих за розміром збурень ($n\eta \ll 1$) і відносно малих – $n\eta \gg 1$. В першому випадку для відносних збурень густини одержимо:

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{n^2}{9}(C_1\eta + C_2\eta^2)Q. \quad (3.34)$$

Флуктуації густини з часом зростають, але виконання умови $n\eta \ll 1$ потребує малих значень сталих інтегрування C_1 та C_2 , так що флуктуації лишаться малими навіть на верхній межі застосування розв'язку (3.34). У випадку $n\eta \gg 1$ розв'язок системи (3.33) дає таке:

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = C \exp(iq\eta/\sqrt{3})Q, \quad (3.35)$$

тобто в цьому випадку розповсюджуються звукові хвилі із швидкістю

$$v_s = \sqrt{\frac{dp}{d(\varepsilon/c^2)}} = \frac{c}{\sqrt{3}}. \quad (3.36)$$

Відповідний вираз для h_α^β показує, що збурення метрики зменшуються як a^{-2} .

3.5. Утворення крупно масштабної структури Всесвіту. Перейдемо тепер до розгляду поведінки флуктуацій під час ери речовини, тобто при $p=0$. Рівняння для функцій λ та μ мають тепер такий вигляд:

$$\lambda'' + \frac{4}{\eta}\lambda' - \frac{q^2}{3}(\lambda + \mu) = 0, \quad \mu'' + \frac{4}{\eta}\mu' + \frac{q^2}{3}(\lambda + \mu) = 0. \quad (3.37)$$

Розв'язок цих рівнянь дає:

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = \left(\frac{C_1 q^2 \eta^2}{30} + \frac{C_2 q^2}{\eta^3} \right) Q. \quad (3.38)$$

Знов таки у випадку $n\eta \ll 1$ флуктуації густини не можуть стати великими в силу малості сталої C_1 . У випадку ж $n\eta \gg 1$ малі спочатку збурення густини

зростають за ступеневим законом як η^2 або як $t^{2/3}$. Цей результат і є головним, він забезпечує можливість виникнення крупномасштабної структури Всесвіту.

Розглянемо поведінку критичної маси Джинса в еволюціонуючому світі. Якщо в еру випромінювання знехтувати тиском, тепловою енергією та ентропією газу (іонізованого водню), матимемо, що густина енергії, тиск та ентропія дорівнюють відповідно

$$\varepsilon = nm_H c^2 + 4\sigma T^4 / c, \quad p = \frac{4\sigma T^4}{3c}, \quad s = \frac{16\sigma T^3}{3nkc}. \quad (3.39)$$

Виключаючи концентрацію n з першого та третього із співвідношень (3.39), продиференціюємо перші два за температурою T , а потім знайдемо швидкість звуку

$$v_s^2 = c^2 \frac{dp}{d\varepsilon} = \frac{kTs}{3m_H \left(1 + \frac{kTs}{m_H c^2}\right)}. \quad (3.40)$$

(порівняйте цей результат з (3.26)).

Підставляючи (3.40) в (3.25), одержимо, що маса Джинса

$$M_J = \frac{\pi^{5/2} k^2 s^2 \sqrt{c}}{9m_H G^{3/2} \sqrt{\sigma} \left(1 + \frac{kTs}{m_H c^2}\right)^3} \cong 10M_\odot s^2 \left(1 + \frac{kTs}{m_H c^2}\right)^{-3}. \quad (3.41)$$

Доти доки температура T настільки велика, що $kTs \gg m_H c^2$, джінсівська маса буде зростати як T^{-3} (або a^3). При $kTs \approx m_H c^2$ швидкість зростання маси M_J зменшується. Коли $kTs \ll m_H c^2$, значення M_J виходить на горизонтальне плато. Обчислення показують, що в момент рекомбінації водню (з урахуванням невизначеності в значенні ентропії фотонів s) джінсівська маса як раз досягає області $kTs \approx m_H c^2$ і складає $(10^{17} - 10^{19})M_\odot$.

Після рекомбінації водню ($T \approx 4000$ K) значення маси Джинса різко спадає, бо швидкість звуку стає рівною її звичайному значенню для одноатомного газу:

$$v_s^2 = \frac{5kT}{3m_H}, \quad (3.42)$$

і маса Джинса

$$M_J = 4 \left(\frac{\pi}{3}\right)^{5/2} \left(\frac{5kT}{G}\right)^{3/2} \frac{m_H^2}{\sqrt{n}}. \quad (3.43)$$

Відразу після рекомбінації температуру T можна виключити за допомогою (3.18) і одержати, що

$$M_{Jrec} = \frac{5\pi^{5/2} k^2 \sqrt{5cs}}{9\sqrt{\sigma} m_H^2 G^{3/2}} \cong 100M_\odot \sqrt{s} \approx (10^5 - 10^6)M_\odot. \quad (3.44)$$

Оскільки тепер речовина не взаємодіє з випромінюванням, а її ентропія мала, то згідно з (3.17) її температура змінюється як a^{-2} . Враховуючи, що концентрація $n \sim a^{-3}$, бачимо, що маса Джинса буде зменшуватися за законом $a^{3/2}$.

Якщо тепер розглянути флуктуацію з масою $M_G \approx 10^{11} M_\odot$ (типова маса галактики), то її маса спочатку буде зростати (згідно з (3.21) пропорційно часу t) доти, доки маса Джинса не досягне значення M_G . Це відбудеться при температурі

$$T = \left(\frac{10 M_\odot}{s M_G} \right)^{1/3} \frac{m_H}{k} \approx 10^7 K. \quad (3.45)$$

Після цього розглядуване збурення буде поводити себе як пакет звукових хвиль, згасаючих за рахунок в'язкості та теплопровідності, обумовлених взаємодією речовини та випромінювання. Якщо воно “виживе” до часу рекомбінації, то воно знову почне зростати, бо значення маси Джинса після рекомбінації значно зменшилося. Оскільки повну енергію визначає тепер в основному маса водню, закон зростання маси можна знайти на основі ньютонівської теорії, але з урахуванням процесу розширення Всесвіту. Для цього треба малі збурення в рівняннях (3.8) розглядати не відносно сталих значень густини, тиску, швидкості та сили ваги, а відносно розв'язків:

$$\rho = \rho_0 (a_0 / a(t))^3, \quad \vec{v} = \vec{r}(\dot{a}(t) / a(t)), \quad \vec{g} = -\vec{r}(4\pi G \rho / 3), \quad (3.46)$$

де масштабний фактор задовольняє рівнянню

$$\dot{a}^2 + a = 8\pi G \rho a^2 / 3. \quad (3.47)$$

Відповідні перетворення дозволяють одержати для відносних флуктуацій густини таке рівняння:

$$\ddot{\delta} + \frac{2\dot{a}}{a} \dot{\delta} + \left(\frac{v_s^2 q^2}{a^2} - 4\pi G \rho \right) \delta = 0, \quad (3.48)$$

де вектор $\vec{q} = a\vec{k}$ (\vec{k} - хвильовий вектор). Розв'язання цього рівняння в загальному випадку досить складна справа. Щоб спростити його, знехтуємо членом $v_s^2 q^2 / a^2$, який описує вплив тиску. Це більш-менш допустимо з огляду на те, що маса збурення може бути значно більша джінсівської маси, бо остання на багато порядків зменшується після епохи рекомбінації. В цьому випадку рівняння (3.48) можна розв'язати за допомогою відповідних співвідношень з табл. 2.1. В кожному з трьох можливих випадків метрики простору-часу існують по два незалежних розв'язки. Наведемо ті з них, що описують зростаючі збурення:

$$\begin{aligned} \delta &= A \left(\frac{5 + \cos \eta}{1 - \cos \eta} - \frac{3\eta \sin \eta}{(1 - \cos \eta)^2} \right), \quad \kappa = +1 \\ \delta &= A t^{2/3}, \quad \kappa = 0 \\ \delta &= A \left(\frac{5 + \text{ch} \eta}{\text{ch} \eta - 1} - \frac{3\eta \text{sh} \eta}{(\text{ch} \eta - 1)^2} \right), \quad \kappa = -1 \end{aligned} \quad (3.49)$$

(нагадаємо, що в (3.49) η – це конформний час, а κ визначає знак кривизни простору-часу). При значеннях t , значно менших від t_c , розв'язки для $\kappa=\pm 1$ асимптотично близьки до $t^{2/3}$.

У випадку плоского простору-часу ($a \propto t^{2/3}$, $\rho=1/6\pi G t^2$) можна знайти розв'язок рівняння (3.48) і з урахуванням впливу тиску. Для цього треба згадати, що швидкість звуку можна представити за допомогою рівняння адіабати у вигляді:

$$v_s^2 = \frac{\mathcal{P}}{\rho} \propto \rho^{\gamma-1} \propto t^{1-\gamma}. \quad (3.50)$$

Тепер, маючи на увазі, що в нашому випадку показник адіабати $\gamma=5/3$, запишемо рівняння (3.48) таким чином:

$$\ddot{\delta} + \frac{4}{3t} \dot{\delta} + \left(\frac{\Lambda^2}{t^{8/3}} - \frac{2}{3t^2} \right) \delta = 0, \quad (3.51)$$

де

$$\Lambda^2 = t^{8/3} (v_s q / a)^2 = const. \quad (3.52)$$

Зростаючий при певних умовах розв'язок рівняння (3.51) є такий:

$$\delta = A t^{-1/6} J_{-5/2} (3\Lambda t^{-1/3}), \quad (3.53)$$

де J – функція Бесселя першого роду. При умові

$$\frac{v_s^2 q^2}{a^2} > 6\pi G \rho, \quad (3.54)$$

яка практично співпадає з умовою Джинса, збурення δ зростає пропорційно часу t .

І в релятивістському і в ньютонівському випадках крім мод стиснення є також обертальні моди збурень, коли збурюється компонента швидкості, перпендикулярна до хвильового вектора, ці обертальні моди є загасаючими і приводять до збурень густини лише в другому порядку малості.

Звичайно також, що і релятивістський і ньютонівський опис росту збурень в лінійному наближенні визначає зростання тільки відносно малих збурень ($\delta < 1$). А втім вже в масштабах скупчень галактик середня густина речовини на порядок більше середньої її густини у Всесвіті, тобто збурення густини вже не малі. Тому на пізніх стадіях процесу утворення нинішньої структури Всесвіту треба виходити з більш складної нелінійної теорії.

Досліджуються три можливі види збурень густини:

а) адіабатичні – виникають однакові відносні збурення густини і речовини і випромінювання (ентропія не змінюється). В речовині виникають безвихореві рухи ($\nabla \vec{v} \neq 0$, $\nabla \times \vec{v} = 0$);

б) ентропійні – виникають лише збурення густини речовини (майже ізотермічні);

в) вихореві – збурення густини речовини супроводжуються виникненням рухів з $\nabla \times \vec{v} \neq 0$ та $\nabla \vec{v} = 0$.

Еволюція збурень з часом описується зміною їх просторового спектру

$\delta(k, t)$, який визначається таким чином:

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{(k)} \delta(k, t) e^{-i\vec{k}\vec{r}} dk. \quad (3.55)$$

Зміна просторового спектру збурень з часом визначається перехідною функцією c :

$$\delta(k, t) = c(k, t, t_0) \delta(k, t_0), \quad (3.56)$$

а початковий спектр обирається у ступеневому вигляді - $\delta(k, t_0) \propto k^n$. Для епохи рекомбінації одержані такі вирази для перехідної функції – у випадку адіабатичних збурень

$$c(k, t_{rec}, t_0) = \frac{t_{rec}}{t_0} \frac{\sin k\lambda_J}{k\lambda_j} e^{-\lambda_c/\lambda} \quad (3.57)$$

і у випадку ентропійних збурень

$$c(k, t_{rec} t_0) = \frac{2\pi k \lambda_J}{1 + 2\pi k \lambda_J} \left(1 - \sin k\lambda_j e^{-\pi\lambda_c/\lambda}\right), \quad (3.58)$$

де λ_c – масштаб дисипативного затухання збурень за рахунок взаємодії з випромінюванням (фотонна вязкість) та затухання акустичних хвиль. Оцінки значень λ_J та λ_c в епоху рекомбінації показують, що виживають після закінчення рекомбінації речовини адіабатичні збурення з масою $M \approx (10^{13} - 10^{14})M$ та ентропійні з масою – $(10^5 - 10^6)M$. Тобто маси адіабатичних збурень відповідають масам скупчень галактик, ентропійні збурення ж безпосередньо можуть породжувати тільки кульові скупчення та карликові галактики, а більші структури можуть утворювати лише в процесі їх об'єднання.

Для з'ясування подальшої долі збурень використовується встановлення зв'язку між лагранжевими та ейлеровими координатами елемента збурення, тобто між координатами певної частинки середовища (лагранжеві координати \vec{r}) і координатами певної точки простору, крізь яку рухаються частинки середовища (ейлерові координати \vec{s}). Цей зв'язок задається у такому вигляді:

$$\vec{r} = a(t)\vec{s} + b(t)\vec{q}(\vec{s}), \quad (3.59)$$

де перший доданок описує зміну вектора \vec{r} в ході космологічного розширення Всесвіту, а другий – його зміну в процесі еволюції збурення. При цьому ейлерів вектор \vec{s} визначається як значення незбуреного положення частинки при значенні масштабного фактору $a=1$. Вираз (3.59) справедливий в лінійному наближенні та непогано працює і в нелінійному випадку. З нього випливає такий зв'язок між густиною збурення і середньою густиною:

$$\rho = \bar{\rho} a^3 D(\vec{r}, \vec{s}), \quad (3.60)$$

де $D(\vec{s}, \vec{r})$ - це якобіан переходу від \vec{r} до \vec{s} . Умова потенціальності поля швидкостей при адіабатичних збуреннях ($\nabla \times \vec{v} = 0$) дозволяє завжди обрати систему координат з осями, спрямованими за головними осями тензору

деформацій середовища, і привести якобіан до діагонального вигляду. Тоді (3.60) набуває такого вигляду:

$$\rho = \frac{\bar{\rho}}{\left(1 - \frac{b}{a}\alpha\right)\left(1 - \frac{b}{a}\beta\right)\left(1 - \frac{b}{a}\gamma\right)}. \quad (3.61)$$

Коефіцієнти α , β та γ визначають деформації середовища в напрямках головних осей і виражаються через частинні похідні $\partial x_i / \partial s_k$. Нехай α – найбільший з них. Тоді, якщо він додатний, то з розвитком збурення настане момент, коли величина $b\alpha/a$ дорівнюватиме 1, а значення густини прямуватиме до нескінченності і відбуватиметься практично одновимірне стиснення збурення вздовж осі x_1 – виникне плоске утворення (однак із скінченною поверхневою густиною). А касання та перетини таких плоских утворень (так званих “млинців”) створять крупномасштабну комірчасту структуру Всесвіту. В околі “млинців” виникають ударні хвилі, які розігривають речовину. Щойно викладені уявлення були розвинуті Я.Б.Зельдовичем та його учнями [6].

Подальший процес перетворення протоскупчень на скупчення галактик суттєвим чином залежить від початковим умов. Важливою питанням при цьому є проблема виникнення обертального руху галактик. Найбільш невимушено ця проблема вирішується в теорії вихоревих збурень, але є шляхи її вирішення і в інших випадках.

На закінчення огляду еволюційних процесів у Всесвіті розглянемо питання про хімічну еволюцію Всесвіту на галактичному етапі його розвитку. Ядра легких елементів (Li, Be, B) можуть утворюватися при зіткненні ядер C, N та O з протонами та α -частинками космічних променів. Ядра елементів з атомними масами $A \geq 12$ утворюються лише при термоядерних реакціях в надрах зірок. В зірках головної послідовності утворюється гелій (в ході протон-протонної реакції – в зірках пізніх спектральних класів і у вуглецевому циклі – в більш масивних зірках). В ланцюжку реакцій ${}^4\text{He}(2\alpha){}^{12}\text{C}(\alpha){}^{16}\text{O}(\alpha){}^{20}\text{Ne}$, що відбуваються в гелійових ядрах червоних гігантів, утворюються ядра вуглецю, кисню та неону. Горіння ж вуглецю та кисню, приводить до появи ядер з масами $16 \leq A \leq 28$. Далі при горінні кремнію виникають ядра з $28 \leq A \leq 60$. Ядра більш важких елементів з’являються при захваті нейтронів – при температурі $T > 10^8$ K в “s”-процесі ($A(n)V$) і при $T > 10^9$ K в “r”-процесі ($A(2n)V$). При цих температурах і великих густинах ядра елементів до заліза включно можуть утворюватися і з ядер вуглецю, азоту та кисню. Ядра елементів з масами $20 \leq A \leq 60$ утворюються також при спалахах наднових. Тоді ж відбувається і збагачення важкими елементами міжзоряного середовища. Зміна середньої концентрації i -того елемента визначається таким рівнянням:

$$\frac{dN_i}{dt} = -\sum_j N_i N_j \langle \sigma v \rangle_{ij} + \sum_k \sum_l N_k N_l \langle \sigma v \rangle_{kl}, \quad (3.62)$$

де N_j , N_k та N_l – концентрація ядер тих елементів, в реакціях за якими зникають і з'являються ядра i -того елемента, а $\langle \sigma \rangle$ - середні значення добутків ефективних перерізів відповідних реакцій та швидкостей взаємодіючих частинок. Для побудови моделей хімічної еволюції галактик різних типів треба визначити:

- швидкість надходження ядер різних елементів із зірок в міжзоряне середовище;
- швидкість народження зірок різної маси (начальну функцію мас);
- швидкість зореутворення в залежності від густини газу та інших умов;
- процеси обміну галактики речовиною з міжгалактичним середовищем тощо.

Осереднення результатів по типах галактик дасть опис хімічної еволюції Всесвіту в цілому.

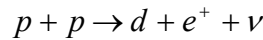
3.6. Антропний принцип. Взаємопов'язані пізнавальні процеси на стику фізики надвисоких енергій і космології ще тільки інтенсивно розвиваються, є різні теоретичні схеми побудови єдиної теорії поля, різні сценарії еволюції раннього Всесвіту. Але з тих результатів, що вже одержані, і з тих перспектив, що проглядаються, можна зробити принаймні два висновки величезного загальнонаукового та світоглядного значення.

Перший з них полягає в тому, що найбільш загальні та глибинні властивості нашого світу – його фундаментальні фізичні властивості перестають бути просто сукупністю емпіричних фактів. Ми можемо ставити питання, а головне, шукати на них відповіді – чому вони саме такі якими вони є і як вони виникли. Це стосується таких підвалин буття як розмірність простору, кількість фундаментальних взаємодій та значення констант, що їх визначають, спектр мас елементарних частинок. Тобто основи фізики – науки про найбільш загальну форму руху матерії набувають *еволюційного характеру*. Нагадаємо у зв'язку з цим, що модель гарячого Всесвіту підвела еволюційний фундамент під хімію (а відтак і під біологію), а сама ідея нестационарного Всесвіту є найбільш грандіозним проявом еволюціонізму в сучасній астрономії. Таким чином на межі XX і XXI століть все природознавство набуває послідовно еволюційного характеру.

Другий висновок пов'язаний з так званим *антропним принципом*. Зараз можна привести цілу низку фактів, які свідчать про те, що вище згадані фундаментальні фізичні характеристики визначають не тільки все різноманіття фізичної і астрономічної картини нашого світу, але і його властивості в інших аспектах, на всіх інших ступенях його буття.

Так, якби маса електрона була лише в тричі більша від фактичної, то при тих, що зараз є масах нуклонів, неможливе було б існування атомів та молекул. Бо тоді б різниця між масами нейтрона і протона була б менша від маси електрона і енергетично було б вигідніше перетворення всіх

протон-електронних пар на нейтрони, а не, навпаки, розпад вільного нейтрона. А в такому випадку було б неможливим існування атомів і молекул і розвиток хімічної, а відтак і біологічної і соціальної форм руху матерії. Існує і ще більш жорстке обмеження на масу електрона. Темп самої повільної реакції протон–протонного циклу



такий, що забезпечує горіння водню в зірках типу Сонця на протязі мільярдів років (що дає час для виникнення і розвитку життя) є можливим лише тоді, коли енергія спокою електрона менша від різниці між енергією зв'язку протона і нейтрона в ядрі дейтерія (2.2 Mev) і різницею в енергіях спокою протона і нейтрона (1.3 Mev), тобто

$$m_e < \varepsilon_d / c^2 - \Delta m_N = 0.9 \text{ Mev},$$

таким чином електрон не може бути важчим навіть в два рази (при тих же масах нуклонів, якими вони є). В свою чергу величина різниці Δm_N лімітована умовою нестійкості ${}^3\text{He}$ і можливістю реакції $3{}^4\text{He} \rightarrow {}^{12}\text{C}$, що необхідно для утворення ${}^4\text{He}$ і більш важких елементів.

Існування атомно-молекулярної форми організації речовини не можливе і в світі з розмірністю простору, відмінною від трьох. Це впливає з таких міркувань. Закон збереження енергії класичної задачі двох тіл можна представити в такому вигляді:

$$v_r = \sqrt{h - \frac{c^2}{r^2} + V_N(r)}, \quad (3.63)$$

де v_r – радіальна компонента швидкості, c – стала моменту, V_N – гравітаційний (або електричний) потенціал в N -вимірному просторі. Вигляд останнього неважко знайти як розв'язок N -вимірного рівняння Лапласа

$$\sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 V_N}{\partial x_i^2} = 0. \quad (3.64)$$

Звідси матимемо, що

$$V_N = \frac{\mu}{(N-2)r^{N-2}} \quad (3.65)$$

за винятком $N=2$, коли

$$V_2 = \mu \ln r, \quad (3.66)$$

де μ – гравітаційна стала задачі. Аналізуючи вигляд узагальненого потенціалу

$$W_N(r) = \frac{c^2}{r^2} - V_N(r) \quad (3.67)$$

при $N=2,3,4$ та $N \geq 5$, одержимо криві, які схематично показані на рис. 3.5 (стор. 89). Рух можливий лише при тих значеннях відстані r , при яких величина W_N не перевищує сталої повної енергії h . Видно, що в двовимірному світі можливий тільки фінітний рух, а віддалення точки на нескінченність потребує нескінченно великої енергії. В чотиривимірному

світі навпаки точка врешті-решт або падає на притягуючий центр або уходить на нескінченність. В світі з розмірністю простору, що дорівнює або більша від п'яти, відбувається теж саме і лише, як виняток, існує нестійка колова орбіта. І лише в такому світі, як наш – тривимірному, існує більш широкий спектр можливостей – можливий і фінітний рух і інфінітний, причому останній при скінченній повній енергії рухомої точки. Аналогічні результати мають місце і в квантовій задачі двох тіл. Все це означає, що тільки в тривимірному світі можливий рух по супутникових орбітах (планети навколо зірки або електрона в атомі) і водночас додання сили тяжіння будь-якого небесного тіла або іонізація і рекомбінація атомів та молекул. В світах з іншою розмірністю простору неможливе існування гравітаційно (чи електрично) зв'язаних систем ($N \geq 4$) або їх розпад ($N=2$). А саме такими системами є зірки, а їх розпад (спалахи наднових) є єдиним шляхом збагачення Всесвіту ядрами елементів, важчих від гелію.

Результати визначення параметрів космологічної моделі за спостереженнями наднових, про які йшлося в гл. 2, дозволяють звузити невизначеність відносної густини енергії Ω до величини, меншої від десяткового порядку, а це значить, що в минулому значення Ω було надзвичайно близькі до 1. В той же час *a priori* це значення могло б бути значно менше або значно більше від 1. В першому випадку ($\Omega \ll 1$) темп розширення Всесвіту був би значно повільнішим і можливо, що в сучасну епоху ще не тільки б не могло виникнути життя, а навіть не встигла б утворитися крупномасштабна структура Всесвіту. В другому ж випадку ($\Omega \gg 1$) темп цієї еволюції був би настільки великим, що за час повного циклу еволюції (розширення – стиснення) складні структури, що є наявними в нашому Всесвіті, просто не встигли би утворитися.

Час життя зірок визначається розміром ядра, де відбуваються термоядерні реакції, та умовами в ньому, які дозволяють подолати кулонівський бар'єр відштовхування між додатньо зарядженими атомними ядрами. Ці умови створюються в ході гравітаційного колапсу при утворенні зірки. Тому час життя зірки обернений до відношення гравітаційної та електромагнітної взаємодій. Нехай це співвідношення зміниться, скажимо, на два порядки (а це, відносно не багато, якщо згадати, що в нашому світі відношення гравітаційної взаємодії між протоном та електроном до кулонівської $\approx 10^{-39}$). Тоді при зменшенні цього співвідношення зірки як об'єкти з ядерними джерелами енергії взагалі не будуть утворюватися. При його збільшенні час життя зірок будь-якої маси буде настільки малий, що на планетах біля них не буде встигати виникати життя, а може і самі планети не будуть встигати утворюватися. А термодинамічна неврівноваженість між відносно холодною речовиною планет (≥ 100 K) і відносно гарячим випромінюванням центральної зірки (> 2000 K) є необхідною умовою

виникнення та розвитку біологічних систем, як відкритих антиентропійних структур.

Таким чином, є ціла низка фізичних і астрофізичних фактів, так чи інакше пов'язаних з глибинними фізичними властивостями нашого Всесвіту, які примушують дійти до такого висновку – для того, щоб у всесвіті могли виникнути і розвинутися форми організації та руху матерії більш складні, ніж суміш елементарних частинок, потрібно, щоб фундаментальні фізичні властивості цього всесвіту не були довільними і навіть не просто лежали в певних межах, а були певним чином збалансовані між собою. Цей висновок величезного загальнонаукового та світоглядного значення і дістав назву антропного принципу (від “антропос” – людина). Об'єктивний фізичний зміст антропного принципу полягає в тому, що він визначає необхідні умови утворення складних фізичних структур (атомів та молекул), а тим самим і розвитку більш складних рівнів організації і руху матерії – хімічного, біологічного (органічного життя), соціального (розумного життя) тощо. Підкреслимо, що йдеться саме про сукупність фізичних і астрофізичних обставин, хоча і фундаментальних, які безпосереднього відношення до людини не мають, тому назва “антропний принцип” не є, як на нашу думку, вдалою. Це лише необхідна сукупність обставин, при яких можливий процес ускладнення форм організації та руху матерії, який потенціально може привести і до появи розумного життя. Зразу ж виникає питання – чи є певні фізичні властивості даного всесвіту (розмірність простору, спектр мас елементарних частинок, співвідношення між константами фундаментальних взаємодій) і достатніми умовами якісної еволюції всесвіту в бік ускладнення виникаючих в ньому структур? Дані синергетики про шляхи еволюції багатовимірних нелінійних систем дозволяють сподіватися на одержання відповіді на це питання і притому стверджуючої.

Антропний принцип привернув до себе значну увагу після виходу в 1976 р. роботи англійського астрофізика Б.Картера, але думки, що власне вже містилися в собі цей принцип, були сформульовані ще в 50-60 р.р. ХХ ст. вітчизняними вченими Г.М.Ідлісом та А.Л.Зельмановим. Останньому належить такий виразний вислів, що відображає суть антропного принципу: “Ми є свідками саме таких процесів в нашому світі, які ми спостерігаємо, тому, що в інших світах всі процеси відбуваються без свідків”.

Те твердження, що його було сформульовано вище, інколи має назву так званого слабкого антропного принципу. Для формулювання сильного антропного принципу, за яким властивості нашого Всесвіту такі, якими вони є, визначаються фактом появи в ньому людини, об'єктивних підстав немає. Але неминуче виникає питання – а чому ж наш світ саме такий – з мало імовірним поєднанням його властивостей, які дозволили принаймні

на одній планеті виникнути розумному життю? І важко заперечувати, що досить природньою буде така відповідь: наш світ створений саме з цією спеціальною метою – появи в ньому людини. Тобто антропний принцип ніби підштовхує нас до *телеологічного* (від *teleos* – досягнення мети) погляду на нього. Проте слідом виникає питання – ким створений? Таким чином цей телеологічний погляд на світ приводить і до *теологічного* погляду на нього, приводить до ідеї бога-творця, деміурга цього світу. Чи можливо в цих умовах зберегти і розвинути матеріалістичний погляд на світ, як на такий (знову згадуючи слова Геракліта), що “його не створив ніхто ні з богів, ні з людей”? Позитивна відповідь на це питання пов’язана ще з одним висновком, що випливає з розгляду процесів на планківській стадії історії Всесвіту, про який вже згадувалося. Це висновок про можливу множинність всесвітів з різними фундаментальними властивостями, що виникають з одного всеохоплюючого квантового Всесвіту. Цей висновок і сам по собі після його достатнього обґрунтування та уточнення означатиме чергову докорінну зміну в людських уявленнях. Таким чином приходимо до думки про те, що поява всесвіту з усіма умовами, потрібними для розвитку вищих, ніж фізична, форм руху матерії, є подією випадковою. Але при кількості всесвітів достатньо великій, ймовірність такої події також буде достатньо великою. Є оцінки цієї кількості, що дають її значення $N > 10^7$. Таким чином, існування світу, в якому виникло розумне життя, є явищем цілком природним і закономірним, однак ця закономірність має стохастичний характер.

Думка про те, що людина та її життя тісно пов’язані з природою, причому не тільки з тією, яка безпосередньо оточує людину, а з усією природою, з космосом, з Всесвітом, без перебільшення така ж стара як і саме людське мислення. Вона пронизує давньоіндійську філософію. Вона ж, нехай і в перекрученому, ілюзорному вигляді лежить в основі астрологічних вірувань. І ось вперше в історії ця ідея виступає як науково обґрунтоване положення. В цьому фундаментальне *філософське* значення антропного принципу. Цей принцип означає новий, більш глибокий рівень пізнання еволюційних зв’язків між різними ступенями організації та руху матерії. В цьому полягає його *інтегруюче загальнонаукове* значення. Зараз гостро постає питання про відповідальність людства і кожної окремої людини за долю навколишнього природного середовища, за долю планети Земля. З часом ареал буття та перетворюючої діяльності людства буде поширюватися все далі в космос. Разом з цим повинно зростати і відчуття відповідальності людини за світ, в якому вона живе і діє. Антропний принцип підносить рівень цієї відповідальності до космічних, справді вселенських масштабів. В цьому його неабияке *соціальне* і *моральне* значення.

Можна, нарешті, висловити і таку думку. Коли важливі і цікаві процеси на стику космології раннього Всесвіту та фізики надвисоких енергій дійдуть до свого певного завершення, то вони (разом з досягненнями біології в розумінні походження життя та його законів і узагальненням гуманітарними науками соціально-економічного досвіду ХХ століття) стануть базою для нового якісного ступеня в духовному розвитку людства, в його невтомних пошуках свого справжнього місця у Всесвіті і свого призначення в ньому. І відбудеться це, як показує історичний досвід, на науковій матеріалістичній основі.

* *
*

На закінчення автору хочеться відійти від стилю, прийнятого в сучасній науковій та навчальній фізико-математичній літературі, і навести кілька висловів, що різним чином стосуються головного космологічного поняття – поняття Всесвіту.

По-перше, згадати відомі слова І.Канта:

“Дві речі ніколи не перестануть хвилювати мої розум і душу – це моральний закон всередині нас та зоряне небо у нас над головою”.

По-друге, привести вислів із збірки наукового гумору та сатири “Закони Мерфі”, яке характеризує якраз нинішній етап розвитку космології:

“Всесвіт більш незвичайний, ніж ми собі його уявляємо. Більше того, він більш незвичайний, ніж ми можемо собі його уявити”.

І нарешті, процитувати уривок з вірша “Прогулка” відомої російської поетеси Белли Ахмадуліної:

“Привнесена подробность в бесконечность –
Роднее стал ее сторонний смысл,
К Вселенной недозволенная нежность
Дрожаньем спектров виснет меж ресниц.”

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. Берке У. Пространство-время, геометрия, космология. М.: Мир, 1985. – 414 с.
2. Вейнберг С. Гравитация и космология. М.: Наука, 1975. – 696 с.
3. Вейнберг С. Первые три минуты. М.: Энергоиздат, 1981. – 208 с.
4. Девис П. Суперсила. М.: Мир, 1989. – 272 с.
5. Великий космос//Світ науки. 2001.–№ 2(8).–С.84–129.
5. Долгов А.Д., Зельдович Я.Б., Сажин М.В. Космология ранней Вселенной. М.: Изд-во МГУ, 1988. – 198 с.
6. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1979. – 735 с.
7. Зельдович Я.Б., Хлопов М.Ю. Драма идей в познании природы. М.: Наука, 1988. – 238 с.
8. Зельманов А.Л., Агаков В.Г. Элементы общей теории относительности. М.: Наука, 1989. – 235 с.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1985. – 504 с.
10. Линде А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М.: Наука, 1990. – 350 с.
11. Монин А.С., Полубаринова-Кочина П.Я., Хлебников В.И. Космология. Гидродинамика. Турбулентность. М.: Наука, 1989. – 325 с.
12. Новиков И.Д. Эволюция Вселенной. М.: Наука, 1990 – 188 с.
13. Окунь Л.Б. Физика элементарных частиц. М.: Наука, 1988. – 272 с.
14. Паули В. Теория относительности. М.: Наука, 1991. – 324 с.
15. Пиблс Ф. Структура Вселенной в больших масштабах. М.: Мир, 1983. – 408 с.
16. Розенталь И.Л. Геометрия. Частицы. Вселенная. М.: Наука, 1987. – 143 с.
17. Рубаков В.А. Физика частиц и космология//Успехи физ. наук. 1999.– т.169.–№ 12.–С.1299–1309.
18. Силк Д. Большой взрыв. М.: Мир, 1982. – 391 с.
19. Халатников И.М., Каменщик Л.Ю. Сингулярность, начальные условия и квантовое туннелирование в космологии//Успехи физ. наук.–1998. т.168.–№ 6.–С.593–612.
20. Чернин А.Д. Космический вакуум//Успехи физ. наук.–2002.–т.172.– № 11.–С.1153–1175.

ЗМІСТ

Передмова	3
Глава 1. Розвиток космологічних уявлень	5
1.1. Зародження космологічних уявлень	5
1.2. Антична космологія	6
1.3. Ньютонівська космологія	12
1.4. Космологія ХХ століття	18
Глава 2. Релятивістська космологія	22
2.1. Основи загальної теорії відносності	22
2.2. Загальний розв'язок рівнянь ЗТВ для однорідного та ізотропного світу	31
2.3. Однокомпонентні космологічні моделі	38
2.4. Двохкомпонентні космологічні моделі	46
2.5. Космологічні тести	48
Глава 3. Фізична космологія	58
3.1. Елементи фізики елементарних частинок	59
3.2. Фізична еволюція Всесвіту	65
3.3. Мікрохвильове фонове випромінювання	70
3.4. Виникнення первинних флуктуацій	71
3.5. Утворення крупномасштабної структури Всесвіту	74
3.6. Антропний принцип	80
Додаток	86
Список літератури	90