

/ Т. Т. Лебедева, Т. И. Сергиенко // Кибернетика и сист. анализ. – 2006. – № 5. – С. 63–72.

4. Семенова Н. В. Устойчивость по ограничениям векторных задач целочисленной оптимизации с выпуклыми квадратичными функциями ограничений // Теорія оптимальних рішень. Збірник наук. праць. – К.: Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАНУ. – 2007. – № 6. – С. 132–139.

## ВЕРОЯТНОСТНАЯ СХОДИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОРРЕЛЯЦИИ СПИРМЕНА В ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ С ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ

*О. Н. Литвин, д.ф.-м.н., профессор*

*Украинская инженерно-педагогическая академия*

*К. В. Носов, к.ф.-м.н., научный сотрудник*

*Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина*

Динамические системы являются мощным средством моделирования сложных объектов в биологии, экологии и смежных дисциплинах. Среди важных приложений таких моделей можно назвать исследование отношений типа «хищник-жертва» [1], эволюционную генетику, эпидемиологию, взаимодействия загрязнения с окружающей средой [2] и другие.

В работе [3] была предложена модель дискретной динамической системы, в которой отражены важные представления теоретической биологии о связи между объектами (компонентами), составляющими систему. Предполагалось, что между компонентами системы имеются отношения, принятые в биологии взаимоотношения видов (мутуализм, комменсализм и другие). Была поставлена задача структурной идентификации системы, позволяющая по входным данным путем решения некоторой оптимизационной задачи выявить структуру межкомпонентных отношений.

Согласно [3], система образуется  $N$  компонентами  $A_1, A_2, \dots, A_N$ , каждый из которых принимает  $K$  целых значений  $1, 2, \dots, K$ . Значения компонентов измеряются в дискретные моменты времени  $t = 0, 1, \dots$ . Состояние системы в момент времени  $t$  полностью определяется ее состоянием в предыдущий момент  $t-1$ . Было предложено два подхода к определению функции перехода (от состояния в  $t-1$  к  $t$ ), имеющие важное биолого-экологическое содержание. Состояния системы при  $t = 0, 1, \dots$  представляют бесконечную вправо матрицу траектории

07/09/2011 05:16 P

$$\begin{pmatrix} A_1(0) & A_1(1) & A_1(2) & \dots \\ A_2(0) & A_2(1) & A_2(2) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots \\ A_N(0) & A_N(1) & A_N(2) & \dots \end{pmatrix}.$$

Согласно математической теории систем [4], такую систему можно классифицировать как свободную динамическую систему с дискретным временем.

Поскольку система может принимать только конечное число состояний, существуют период траектории  $T$ , и, следовательно, из траектории можно выделить минор с  $T$  столбцами

$$\begin{pmatrix} A_1(s) & A_1(s+1) & \dots & A_1(s+T-1) \\ A_2(s) & A_2(s+1) & \dots & A_2(s+T-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_N(s) & A_N(s+1) & \dots & A_N(s+T-1) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

полностью описывающий состояние системы.

Согласно [3], задача системной идентификации ставится как задача нахождения начальных условий системы (ее состояния в момент  $t=0$ ) и отношений между компонентами системы, при которых минор (1) наилучшим образом в смысле меры, введенной [3], описывает поведение реальной природной системы, наблюдения за которой поступают в виде матрицы наблюдений. Указанная мера определяется с помощью двух корреляционных матриц: одна – между строками минора (1), вторая – между переменными, вошедшими в матрицу наблюдений за реальной системой.

Указанная задача имеет высокую вычислительную сложность. При заданных  $K$  и  $N$  требуется выбрать наилучшее в указанном выше смысле сочетание из  $K^N$  начальных условий и  $3^{N^2}$  отношений. Очевидно, что при даже небольших  $K$  и  $N$  решение подобной задачи требует разработки новых методов комбинаторной оптимизации.

В работе [3] был получен следующий важный теоретический результат. Если реальная природная система описывается минором (1), а матрица наблюдений формируется путем равновероятного выбора столбцов минора (т. е. фактически путем наблюдения за системой в произвольные моменты времени), то соответствующие коэффициенты корреляции Пирсона, вычисленные по матрице наблюдений, сходятся по вероятности к коэффициентам корреляции

между строками минора (1) при неограниченном увеличении числа наблюдений. По сути, это говорит о состоятельности поставленной задачи идентификации.

В настоящем докладе этот результат расширяется на ранговый коэффициент корреляции Спирмена.

Использование коэффициента корреляции Спирмена вместо коэффициента корреляции Пирсона во многих случаях делает данную модель более адекватной объекту исследования, поскольку как сами состояния дискретной системы описываются в порядковой шкале (т. е.  $K$  упорядоченных состояний каждого компонента), так и признаки природных систем часто измеряются в порядковой шкале.

Таким образом, научная новизна настоящего исследования состоит в распространении результата работы [3] на новый класс мер, используемых в идентификации, и в расширении круга биологических и экологических приложений, для которых предложенная модель представляется адекватной.

#### Литература

1. Logana J. D., Wolesskyb W., Joernc A. Temperature-dependent phenology and predation in arthropod systems. Ecological modelling, 196 (2006). – P. 471–482.
2. Новожилов А. С. Динамические системы и модели биологии / А. С. Новожилов, А. С. Братусь, А. П. Платонов. – М. : Физматлит, 2010. – 400 с.
3. Беспалов Ю. Г. Дискретная модель системы с отрицательными обратными связями // Вестник Харьковского национального университета им. В. Н. Каразина. Серия «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизация систем управления» / Ю. Г. Беспалов, Л. Н. Дереча, Г. Н. Жолткевич, К. В. Носов. – № 833. – 2008. – С. 27–38.
4. Калман Р. Очерки по математической теории систем / Р. Калман, П. Фалб, М. Арбиб. – М. : Мир, 1971. – 400 с.

#### БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ПЛАТОСПРОМОЖНОСТІ СУБ'ЄКТІВ ГОСПОДАРЮВАННЯ

**М. М. Маляр**, к.т.н.

Ужгородський національний університет

**В. В. Поліщук**, аспірант

Закарпатський державний університет

Банківські та фінансові установи сьогодні перебувають у невизначеній ситуації по відношенню правильного вибору позичальників, щодо надання інвестицій. В умовах після «кредитного буму», та кризою 2008 року, яка спричинила не повернення банківських інвестицій, і наростила великий портфель прострочених кредитів, україн-