

УДК 621.373.826

ГЕОМЕТРООПТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К РАСЧЕТУ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ГАУССОВЫХ ПУЧКОВ В ПОЛЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ В ТЕРАГЕРЦЕВОМ ДИАПАЗОНЕ

О.В. Гурин, А.В. Дегтярев, В.А. Маслов, В.А. Свич, В.С. Сенюта, А.Н. Топков

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, Харьков, 61077, Украина

e-mail: Andrey.V.Degtyarev@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 20 мая 2011 г.

Проведено сравнение результатов расчетов коэффициента передачи гауссовых пучков в полой круглой металлической волновод с использованием геометрикооптических методик Фроста и Крэнна с результатами экспериментов в терагерцевом диапазоне. Найдены условия применимости данных методик для изучения передаточных характеристик металлических волноводов различной длины. Показано, что в данном диапазоне геометрикооптический подход, предложенный Фростом, обеспечивает удовлетворительные результаты лишь для коротких волноводов, длина которых отвечает условию ближней зоны. Геометрооптическая методика Крэнна применима как для коротких, так и для длинных волноводов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: металлический волновод, гауссов пучок, терагерцевый диапазон, геометрикооптический подход, коэффициент передачи

Проведено порівняння результатів розрахунків коефіцієнта передачі гаусових пучків в порожнистому круглому металевому хвилеводі з використанням геометрикооптичних підходів Фроста і Крена з результатами експерименту в терагерцевому діапазоні. Знайдено умови застосування даних методик для вивчення передавальних характеристик металевих хвилеводів різної довжини. Показано, що в даному діапазоні геометрикооптичний підхід, запропонований Фростом, забезпечує задовільні результати лише для коротких хвилеводів, довжина яких відповідає умові ближньої зони. Геометрооптична методика Крена підходить як для коротких, так і для довгих хвилеводів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: металевий хвилевід, гаусов пучок, терагерцевий діапазон, геометрикооптичний підхід, коефіцієнт передачі

A comparison of the results of calculations of the transmission for Gaussian beams in hollow circular metal waveguide using geometrooptical procedures by Frost and Crenn with the results of experiments in the terahertz range is performed. The conditions of applicability of these methods to study the transmission characteristics of metallic waveguides of different lengths were found. It is shown that in this range the geometrooptical approach, proposed by Frost, provides satisfactory results only for short waveguides, the length of which corresponds to the condition of the near zone. The geometrooptical approach by Crenn is applicable to both short and for long waveguides.

KEYWORDS: metal waveguide, Gaussian beam, terahertz range, geometrooptical approach, transmission coefficient

ВВЕДЕНИЕ

Пучки излучения, формируемые в лазерных резонаторах и используемые в научных и прикладных целях, обычно имеют гауссово распределение интенсивности в поперечном сечении. В терагерцевом диапазоне при создании резонаторов и линий передачи находят применение сверхразмерные полые волноводы [1–3]. Для разработки волноводных линий передачи необходимо иметь сведения о потерях энергии неоднородных пучков излучения в таких системах, об условиях их оптимального возбуждения, о характере, величине и путях минимизации искажений, вносимых в транспортируемый сигнал. На возможность использования волноводов, диаметр которых значительно больше длины волны, в качестве линий передачи с малыми потерями указывалось еще в [4]. Однако проблема распространения терагерцевых лазерных пучков в волноводных системах только в последнее время получила развитие в ряде теоретических и экспериментальных работ. В литературе для изучения передачи гауссовых пучков по полым волноводам предложены две геометрикооптические методики Фроста и Крэнна [5–9].

Целью настоящей работы является сравнение результатов расчетов коэффициента передачи гауссовых пучков в полой круглой металлической волновод с использованием данных геометрикооптических методик с результатами экспериментов, проведенных в терагерцевом диапазоне, и нахождение условий применимости этих методик для изучения передаточных характеристик металлических волноводов различной длины в указанном диапазоне.

МЕТОДИКИ РАСЧЕТА

1. Геометрооптический подход Фроста

Будем рассматривать гауссовый пучок линейно поляризованный вдоль оси \vec{y} , распространяющийся вдоль оси волновода \vec{z} в свободном пространстве. Запишем в общем виде данное излучение в декартовой системе координат:

$$\vec{E}(\rho, z) = E_0(\rho, z) \cdot \vec{y}, \quad (1)$$

где

$$E_0(\rho, z) = \frac{w'_0}{w'(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{2(w'(z))^2}\right] \cdot \exp\left\{i\left[\frac{2\pi}{\lambda}z - \arctg\left(\frac{\lambda z}{2\pi w_0'^2}\right) + \frac{\rho^2 \pi}{\lambda R(z)}\right]\right\}, \quad (2)$$

$$w'(z) = w'_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{2\pi w_0'^2}\right)^2 z^2}, \quad \lambda - \text{длина волны, } \rho - \text{радиальная координата, } R(z) = z \left[1 + \left(\frac{2\pi w_0'^2}{\lambda z}\right)^2\right] -$$

радиус кривизны волнового фронта гауссового пучка, w'_0 – радиус пучка по интенсивности на уровне e^{-1} от ее максимального значения в перетяжке.

Рассмотрим случай слабой дифракции гауссового пучка на входной апертуре волновода. Согласно [6] гауссов пучок, прошедший через круговую апертуру, может быть аппроксимирован другим гауссовым пучком с измененными параметрами для $w'_0 < 0.7a$

$$w_d = w'_0 \frac{\left[1 - \exp\left(-\frac{a^2}{2w_0'^2}\right)\right]}{\left[1 - \exp\left(-\frac{a^2}{w_0'^2}\right)\right]^{1/2}}, \quad E_{0d} = E_0 \frac{\left[1 - \exp\left(-\frac{a^2}{w_0'^2}\right)\right]}{\left[1 - \exp\left(-\frac{a^2}{2w_0'^2}\right)\right]^{-1}}.$$

Разложим вектор поля распространяющегося пучка на составляющие параллельную и перпендикулярную плоскости падения на стенку волновода:

$$\vec{E}(\rho, \phi, z) = \vec{\rho} E_{\parallel}(\rho, \phi, z) + \vec{\phi} E_{\perp}(\rho, \phi, z), \quad (3)$$

где

$$E_{\parallel}(\rho, \phi, z) = E_{0d}(\rho, z) \sin \phi, \quad E_{\perp}(\rho, \phi, z) = E_{0d}(\rho, z) \cos \phi, \quad (4)$$

$\vec{\rho}$, $\vec{\phi}$ – орты цилиндрических координат.

Используя геометрическую оптику, будем считать, что пучок состоит из лучевых трубок или лучей, заключенных в пределах элементарного телесного угла, лежащих в меридиональных плоскостях волновода и имеющих общее начало – центр пучка. При таком рассмотрении поле на оси волновода не может быть определено. В любой другой точке наблюдения внутри волновода поле есть суперпозиция полей исходного и отраженного от границы волновода лучей, которые можно считать исходящими из точек, смещенных по ρ на $2an$, где n – число отражений, a – радиус волновода:

$$E_{\parallel, \perp}(\rho, \phi, z) = \sum_{n=-N}^N E_n(\rho_n, z) r_{\parallel, \perp}^{|n|} \begin{cases} \sin \phi \\ \cos \phi \end{cases}, \quad \rho_n = 2an + (-1)^n \rho, \quad (5)$$

коэффициенты отражения Френеля. Они имеют следующий вид :

$$r_{\parallel} = \frac{\left[n_2^2 (1 - k_2^2) + 2in_2^2 k_2 \right] \cos \Theta_{in} - n_1 (u_2 + iv_2)}{\left[n_2^2 (1 - k_2^2) + 2in_2^2 k_2 \right] \cos \Theta_{in} + n_1 (u_2 + iv_2)}, \quad r_{\perp} = \frac{n_1 \cos \Theta_{in} - (u_2 + iv_2)}{n_1 \cos \Theta_{in} + (u_2 + iv_2)}, \quad (6)$$

где n_1 – показатель преломления среды в волноводе, n_2 и k_2 определяются из выражения для показателя преломления стенки волновода $\hat{n}_2 = n_2(1 + ik_2)$, а u_2 и v_2 из соотношения $\hat{n}_2 \cos \Theta_{in} = u_2 + iv_2$.

Θ_{in} , Θ_m – углы падения и преломления луча. Угол падения определяется выражениями: $\Theta_{in} = \frac{\pi}{2} - |\Theta_n|$,

$$\Theta_n = \arctg \frac{\rho_n \lambda}{\pi a_0^2 a z}.$$

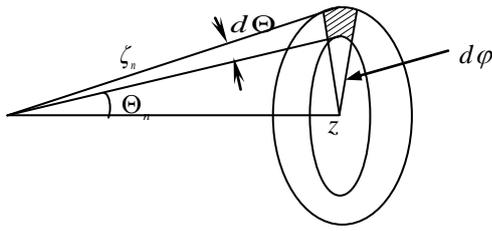


Рис. 1. Поперечное сечение лучевой трубки.

Площадь поперечного сечения лучевой трубки, которое она имела бы без отражений (рис. 1), равна: $dS_n = \zeta_n^2 \sin \Theta_n d\phi d\Theta$, где $\zeta_n = \frac{z}{\cos \Theta_n}$ – расстояние до точки наблюдения вдоль луча. Тогда поток энергии, проходящий через это сечение, равен:

$$dW = I'(\rho_n, z) z^2 \frac{tg \Theta_n}{\cos \Theta_n} d\phi d\Theta,$$

где $I'(\rho_n, z) = |Eg(\rho_n, z)|^2$ – интенсивность излучения в сечении, перпендикулярном лучу. Считаем, что при отражении луч фокусируется в линию, лежащую на оси волновода. Тогда в точке наблюдения площадь поперечного сечения луча равна:

$$dS = \zeta \sin \Theta d\phi \zeta_n d\Theta = z^2 \frac{tg \Theta}{\cos \Theta_n} d\phi d\Theta,$$

где $\zeta = z/\cos \Theta$, а $\Theta = \arctg \frac{\rho \lambda}{\pi a_0^2 a z}$ – угол, под которым эта точка видна из центра пучка. Поскольку поток энергии в луче постоянен, то интенсивность в данной точке:

$$I'_n(\rho, z) = \frac{dW}{dS} = I'(\rho_n, z) \left| \frac{\rho_n}{\rho} \right|,$$

а интенсивность лучей в сечении, перпендикулярном оси волновода: $I_n(\rho, z) = I'_n(\rho, z) \cos \Theta_n$. Отсюда поле n -го пучка в (5) имеет вид:

$$E_n(\rho_n, z) = Eg(\rho_n, z) \sqrt{\left| \frac{\rho_n}{\rho} \right| \cos \Theta_n}. \quad (7)$$

Таким образом из всего вышесказанного, суммарная интенсивность в любой точке волновода будет определяться следующим выражением

$$I(\rho, \phi, z) = I_{\parallel}(\rho, \phi, z) + I_{\perp}(\rho, \phi, z),$$

где

$$I_{\parallel}(\rho, \phi, z) = \sum_{n=-N}^N \left| Eg(\rho_n, z) \sqrt{\left| \frac{\rho_n}{\rho} \right| \cos \Theta_n} r_{\parallel}^{|n|} \sin \phi \right|^2,$$

$$I_{\perp}(\rho, \phi, z) = \sum_{n=-N}^N \left| Eg(\rho_n, z) \sqrt{\left| \frac{\rho_n}{\rho} \right| \cos \Theta_n} r_{\perp}^{|n|} \cos \phi \right|^2.$$

Вводя коэффициент передачи по мощности как отношение мощности на выходе волновода к мощности на входе, из выше изложенных уравнений коэффициент передачи по мощности T можно представить в следующем виде

$$T = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a I(\rho, \phi, z) \rho d\rho d\phi}{\frac{\pi}{2} w_0^2}. \quad (8)$$

2. Геометрооптический подход Крэнна

Используя геометрическую оптику, будем считать, что пучок состоит из лучевых трубок или лучей, заключенных в пределах элементарного телесного угла, лежащих в меридиональных плоскостях волновода и имеющих общее начало – центр пучка [5]. При этом лучи распространяются под малыми углами к оптической оси (параксимальное приближение) $\theta(\rho_0) = \frac{\rho_0}{k w_d^2} \ll 1$, где ρ_0 – радиальная координата в плоскости перетяжки пучка, и с учетом материала волновода $|v| \gg 1$. Так как расстояние между двумя последовательными отражениями луча от стенок волновода равно $2a/\theta$, то общее число отражений луча в волноводе определяется выражением $n = \frac{L\theta}{2a} = \frac{L\rho_0}{2akw_d^2}$. В соответствии с формулами Френеля [10] для коэффициентов отражения по мощности от стенки волновода распространяющегося

луча, поляризованного параллельно и нормально к плоскости падения на стенку волновода, с учетом сделанных приближений, имеем:

$$|r_{\parallel}|^2 = 1 - \frac{2\sqrt{2}\theta|v|}{1 + \sqrt{2}\theta|v| + \theta^2|v|^2}, \quad |r_{\perp}|^2 = 1 - \frac{2\sqrt{2}\theta}{|v|}. \quad (9)$$

Тогда найдем поток энергии через сечение волновода на расстоянии L от его входного торца [7]:

$$W_{out}(L) = 2\pi E_{0d}^2 \int_0^{\rho_m} \left(\frac{r_{\parallel}^{2n} + r_{\perp}^{2n}}{2} \right) \exp\left(-\frac{\rho_0^2}{w_d^2}\right) \rho_0 d\rho_0,$$

где ρ_m – радиальная координата, соответствующая максимальному значению $\theta(\rho_0)$;

$$r_{\perp}^{2n} = \exp\left(-\frac{\sqrt{2}L}{|v|} \frac{\rho_0^2}{a k^2 w_d^4}\right), \quad r_{\parallel}^{2n} = \begin{cases} \exp\left(-\frac{(1+\sqrt{2})|v|L}{2} \frac{\rho_0^2}{a k^2 w_d^4}\right) & \text{и } \delta \leq 0 \leq \rho_0 < \frac{k w_d^2}{|v|}, \\ \exp\left(-\frac{(1+\sqrt{2})L}{2|v|} \frac{\rho_0^2}{a}\right) & \text{и } \delta \leq \rho_0 \leq \frac{k w_d^2}{|v|}. \end{cases}$$

Аналогично (8) определим коэффициент передачи излучения в волноводе:

$$T(L) = \frac{1 - \exp\left(-\frac{a^2}{w_0'^2}\right)}{2} \left[\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} + \left(1 - \frac{1}{F_2}\right) \exp\left(-F_2 \frac{k^2 w_d^2}{|v|^2}\right) \right], \quad (10)$$

где

$$F_1 = 1 + \frac{\sqrt{2}L}{|v|} \frac{1}{a k^2 w_d^2}, \quad F_2 = 1 + \frac{(1+\sqrt{2})|v|L}{2} \frac{1}{a k^2 w_d^2}.$$

СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

С использованием описанных выше методик проведены расчеты коэффициента передачи терагерцевого излучения в круглых металлических медных волноводах при их возбуждении линейно поляризованными гауссовыми пучками с полем вида (1). Расчет производился при помощи геометрооптических методик Фроста, используя выражение (8) и Крэнна – выражение (10).

В работе использованы результаты экспериментов в терагерцевом диапазоне по определению коэффициента передачи излучения в медном волноводе диаметром $d = 3$ мм и длиной $L = 370$ мм при его возбуждении линейно поляризованными пучками гауссового профиля интенсивности на длинах волн $\lambda = 10.6$ мкм и $\lambda = 70.5$ мкм. При измерении передаточных характеристик волнопроводов в качестве источников излучения применялись CO_2 -лазер типа ($\lambda = 10.6$ мкм) и оптически накачиваемый CH_3OH -лазер ($\lambda = 70.5$ мкм). Схема экспериментальной установки аналогична описанной в [11]. Формирование гауссовых пучков излучения различного радиуса с плоским фазовым фронтом на длине волны $\lambda = 70.5$ мкм осуществлялось аналогичной [11] зеркальной системой. При расчете коэффициента передачи волновода учитывалось затухание излучения в атмосфере внутри волновода. В различные дни при проведении экспериментальных исследований оно изменялось в пределах 3 – 3.4 дБ/м в зависимости от влажности воздуха в лаборатории. При измерении передаточных характеристик на длине волны $\lambda = 10.6$ мкм в качестве источника излучения использовался стабилизированный CO_2 -лазер типа ЛГ-74. Формирование гауссовых пучков с плоским фазовым фронтом осуществлялось с помощью линз из NaCl с различными фокусными расстояниями. Показатели преломления меди на данных длинах волн были взяты из [12] и составили $2.44 + i63$ на $\lambda = 10.6$ мкм и $93.5 + i385$ на $\lambda = 70.5$ мкм. Исследования проводились при изменении относительного радиуса исходного пучка $w = w'_0/a$ в диапазоне 0.1 – 0.7 (в области его “слабой” дифракции [6]).

На рисунках 2,а,в представлены результаты сравнения экспериментальных и расчетных данных коэффициента передачи по мощности на основании вышеизложенных методик для исследуемых волнопроводов. Как видно из данных результатов для рассматриваемых волнопроводов расчет коэффициента передачи при помощи подхода Крэнна дает результаты более близкие к эксперименту, чем результаты полученные по методике Фроста. Это обусловлено наличием ограничения накладываемым при расчете на выбор длины волновода в этом подходе и необходимостью проведения расчетов при $L < a^2/\lambda$ [8]. В рассматриваемых случаях длина исследуемых волнопроводов превышала данное ограничение на порядок.

Результаты проведенных экспериментов подтвердили вывод о том, что применение геометрооптической методики Фроста неприемлемо для длинных волноводов на данных длинах волн.

На рисунках 2,б,г приведены результаты расчетов коэффициента передачи на основании данных методик для волноводов, длина которых выбрана с учетом ограничения на этот параметр в подходе, предложенном Фростом. Данные результаты подтверждают вывод о том, что применение любой из вышеизложенных методик допустимо при изучении коротких волноводов, длина которых удовлетворяет условию ближней зоны.

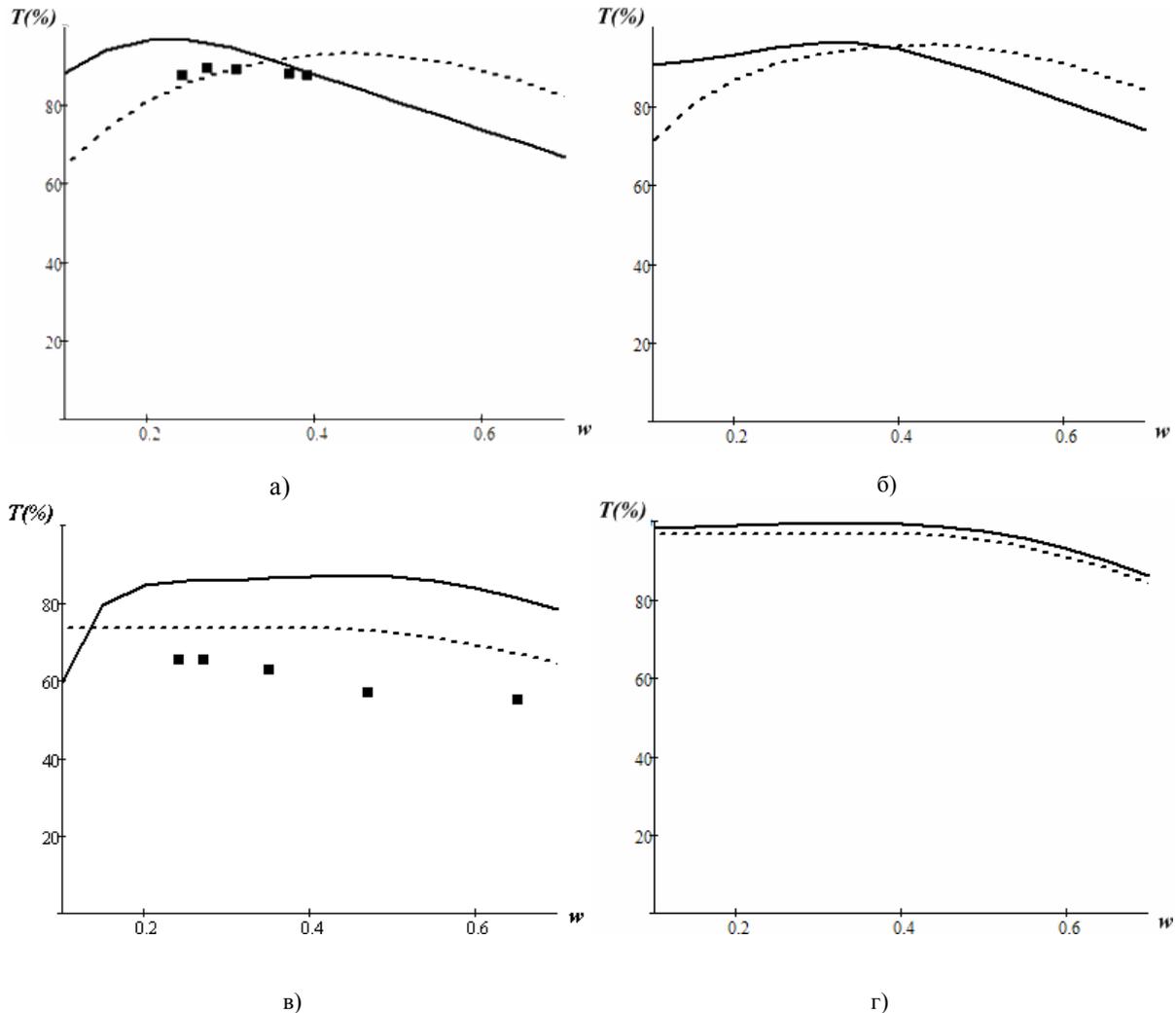


Рис. 2. Расчетные зависимости коэффициента передачи излучения T от относительного радиуса w возбуждающего пучка в медном волноводе. Сплошные кривые – расчет по геометрооптической методике Фроста, штриховые кривые – расчет по геометрооптической методике Крэнна, точки – результаты эксперимента. а) $\lambda = 10.6 \text{ мкм}$, $L = 370 \text{ мм}$, $d = 3 \text{ мм}$, б) $\lambda = 10.6 \text{ мкм}$, $L = 212 \text{ мм}$, $d = 3 \text{ мм}$, в) $\lambda = 70 \text{ мкм}$, $L = 370 \text{ мм}$, $d = 3 \text{ мм}$, г) $\lambda = 70 \text{ мкм}$, $L = 32 \text{ мм}$, $d = 3 \text{ мм}$.

ВЫВОДЫ

Проведен сравнительный анализ результатов расчетов коэффициентов передачи гауссовых пучков в полом круглом металлическом волноводе, выполненных на основе геометрооптических методик Фроста и Крэнна, с результатами экспериментов, проведенных в терагерцовом диапазоне. Показано, что в данном диапазоне геометрооптический подход, предложенный Фростом, обеспечивает удовлетворительные результаты лишь для коротких волноводов, длина которых отвечает условию ближней зоны. Геометрооптический подход Крэнна применим как для коротких, так и для длинных волноводов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мериакри В.В. Состояние и перспективы развития линий передачи субмиллиметрового диапазона волн и устройств на их основе // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. – 2002. – № 12. – С.1–7.
2. Kneubuhl F.K., Alfolter E. Infrared and submillimeter waves waveguides. in: Infrared and Millimeter Waves. Acad. Press, New York (1979). – Vol.1. – P.235-278.
3. Röser H.P., Yamanaka M., Wattenback R. and Shultz G.V. Investigation of optically pumped submillimeter wave laser modes // Int. J. Infrared and MM Waves. – 1982, – Vol.3, № 6. – P.839–868.
4. Капица П.Л. Электроника больших мощностей. Вып.1. М.: Изд-во АН СССР, 1962.
5. Crenn J.P., Optical theory of Gaussian beam transmission through a hollow circular dielectric waveguide // Appl. Opt., 1982. – Vol.21, № 24. – P.4533-4541.
6. Belland P., J.P. Crenn J.P., Changes in the characteristics of a Gaussian beam weakly diffracted by a circular aperture // Appl. Opt. – 1982, – Vol.21, № 3. – P.522-527.
7. Crenn J.P., Gaussian beam transmission through circular waveguide with conducting wall material // Appl. Opt. – 1985. – Vol.24, № 21. – P.3648-3657.
8. Frost B.S., Gourlay P.M., Heckenberg N.R., Shanahan S.T., Geometrical optics treatment of circular lightguides // Appl. Opt. – 1985. – Vol.24, № 24. – P.4414-4431.
9. Frost B.S., Gourlay P.M. Geometrical optics treatment of circular lightguides: general wall material // Appl. Opt. – 1987. – Vol.26, № 23. – P.5112–5117.
10. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. Москва: Изд-во Наука, 1973.
11. Гурин О.В., Дегтярев А.В., Маслов В.А., Свич В.А., Ткаченко В.М., Топков А.Н. Распространение субмиллиметровых лазерных пучков в полых волноводах // Квантовая электроника. – 2005. – Т.35, № 2. – С.175–179.
12. Ordal M.A., Bell R. J., Alexander R.W. et al., Optical properties of fourteen metals in the infrared and far infrared: Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Mo, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, V, and W // Appl. Opt. –1985. – Vol.24, № 24. – P.4493-4499.