

Інститут фізики плазми Національний науковий центр  
«Харківський фізико-технічний інститут»  
Національна академія наук України  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна  
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**Лелеко Яків Фелікович**

УДК 533.9

## ДИСЕРТАЦІЯ

# «ФІЗИЧНІ ЯВИЩА В ПЕРЕХІДНОМУ ШАРІ НА МЕЖІ СЛАБО ІОНІЗОВАНОЇ ПЛАЗМИ»

Спеціальність 01.04.08 —«Фізика плазми»

(Фізико-математичні науки)

Подається на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

\_\_\_\_\_ Я.Ф.Лелеко

Науковий керівник: Греков Дмитро Леонідович,  
доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник.

Харків – 2021

## АНОТАЦІЯ

Лелеко Я. Ф. Фізичні явища в перехідному шарі на межі слабо іонізованої плазми. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.08 – фізики плазми (фізико-математичні науки). – Інститут фізики плазми Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» Національної академії наук України; Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, Харків, 2021.

При створенні, утриманні та діагностиці на межі плазми з твердою поверхнею через високу рухливість електронів потенціал цієї поверхні стає негативним по відношенню до навколошньої плазми. Цей потенціал призводить до утворення області позитивного об'ємного заряду, що екранує нейтральну плазму від негативно зарядженої поверхні. Плазму в цьому випадку можна розділити на дві частини: область квазінейтральності, де параметри плазми змінюються повільно і яка займає майже вісь розмір плазми, і вузький перехідний шар, де відбувається різка зміна параметрів. Приближною «межею» цих областей є точка, де швидкість іонів, що прискорюються у напрямку поверхні, дорівнює швидкості Бома ( $v_B = \sqrt{(T_e + T_i)/m_i}$ , де  $T_e$  – температура електронів,  $T_i$  і  $m_i$  – температура і маса іонів). Відстань цієї точки від поверхні становить  $\approx 30 r_{De}$ , де  $r_{De} = \sqrt{T_e/(4\pi e^2 n_{e0})}$  - радіус Дебая-Хюкеля електронів,  $e$  - заряд електрона, а  $n_{e0}$  - гідродинамічна густина електронів в середині плазми.

Дана дисертація присвячена теоретичному дослідженню і чисельному моделюванню деяких фізичних явищ в перехідному шарі на межі слабо іонізованої плазми.

Досліджено розподіл параметрів плазми в стаціонарних газових розрядах з урахуванням в'язкості іонів. Розв'язано систему гідродинамічних рівнянь руху та безперервності для іонів с урахуванням ефектів інерції іонів, самоузгодженого поля, перезарядки іонів на атомах водню, іонізації цих атомів електронами плазми та градієнту тиску іонів спільно з рівнянням Пуассона для плоского плазмового шару в одновимірному випадку. Вважалося, що густина електронів залежить від потенціалу в плазмі у відповідності з розподілом Больцмана. Місцезнаходження стінки було визначено з умови рівності гідродинамічного потоку іонів і потоку електронів. При цьому вважалося, що електрони розподілені відповідно з розподілом Максвелла – Больцмана, а ефекти відбиття від стінки та емісії електронів стінкою є відсутніми. Задача про визначення параметрів стаціонарного газового розряду є задачею на власні функції і власні значення. Зазвичай замість неї розв'язують задачу Коші з початковими умовами в центрі плазми, а координата граничної поверхні визначається з умови рівності потоків іонів і електронів. «Правильне» положення поверхні можна отримати, якщо при інших фіксованих параметрах змінювати, наприклад, густину електронів в центрі плазми. Для знаходження рівноважних параметрів слабо іонізованої сильно неізотермічної плазми застосовувалося квазінейтральне наближення. Система нелінійних рівнянь, яку було отримано, вирішена за допомогою оригінального ітераційного алгоритму. На основі отриманого рішення була проведена оцінка вкладу в'язкого доданка в рівнянні руху іонів у всій області плазми. Також було розв'язано систему гідродинамічних рівнянь руху та безперервності для іонів спільно з рівнянням Пуассона с урахуванням в'язкого доданка в рівнянні руху в області квазінейтральності. Показано, що в області квазінейтральності, тобто майже у всьому об'ємі плазми, цей ефект є малим. Він не веде до помітної зміни центральної густини

плазми. З іншого боку, розрахунки показують, що в'язкість іонів суттєво впливає на розподіл параметрів плазми в перехідному шарі.

Досліджено вплив перехідного шару на поширення і поглинання об'ємних іонно-звукових коливань у сильно неізотермічній слабо іонізованій неоднорідній водневій плазмі в локальному наближенні. Отримано стаціонарний розподіл параметрів сильно неізотермічної слабо іонізованої неоднорідної водневої плазми в гідродинамічному наближенні в області квазінейтральності та в перехідному шарі між діелектриком та плазмою з урахуванням ефектів інерції іонів та електронів, самоузгодженого електричного поля, перезарядки іонів на атомах водню, іонізації цих атомів електронами плазми, пружних зіткнень електронів з атомами водню та градієнту тиску іонів та електронів. Визначено функцію розподілу іонів за швидкостями у відповідності з розподілом потенціалу самоузгодженого поля, який отримано у гідродинамічному наближенні. Далі в систему гідродинамічних рівнянь руху та безперервності для іонів та електронів спільно з рівнянням Пуассона з відомими рівноважними рішеннями були додані малі нестационарні доданки, які описують іонно-звукові коливання, з урахуванням ефектів інерції іонів, самоузгодженого електричного поля, перезарядки іонів на атомах водню, іонізації цих атомів електронами плазми, в'язкості іонів та електронів і градієнту тиску іонів. Вважалося, що хвильовий вектор не змінюється в просторі. Отримана система рівнянь була лінеаризована та перетворена в дисперсійне рівняння, яке було розв'язано чисельно за допомогою оригінального алгоритму. Показано, що в глибині плазми дисперсія іонно-звукових коливань слабо відрізняється від відомої формули  $\omega = kv_s$  ( $\omega$  і  $k$  – частота і хвильовий вектор іонно-звукових коливань), а загасання обумовлено ефектами, пов'язаними з перезарядкою і в'язкістю іонів і електронів. Доведено, що при наближенні до перехідного шару, і в самому шарі,

істотну роль у виразі для частоти коливань починає грати градієнт густини іонів, який обумовлює суттєве, в рази, збільшення частоти. При цьому значно зростає загасання іонно-звукових коливань, в якому визначальну роль починають грати складові, пов'язані з неоднорідністю гідродинамічної швидкості іонів, яка обумовлена дрейфом іонного газу під дією самоузгодженого електричного поля.

Розглянуто вплив електромагнітних високочастотних хвиль на вимір потенціалу плазми ленгмюрівським зондом в межовому ергодичному шарі плазми в торсатроні «Ураган-3М», в якому для створення і нагріву водневої плазми високочастотними полями в області альфвенівських частот  $\omega \lesssim \omega_{ci}$  ( $\omega$  – частота генератора,  $\omega_{ci}$  – циклотронна частота іонів) використовується неекранована рамкова антена. В експериментах по високочастотному нагріванню плазми в торсатроні «Ураган-3М» було виявлено, що потенціал ленгмюрівського зонду, розташованого під антеною на відстані  $\Delta x$ , суттєво відрізняється від потенціалу такого ж зонду, розташованого на протилежному боці тору. Високочастотна рамкова антена і зонди на цій установці знаходяться в ергодичному шарі силових ліній магнітного поля, що утримує плазму. В цьому шарі силові лінії при обертанні по тору блукають в радіальному напрямку на відстань, порівняну з  $\Delta x$ . Отримані оцінки зміни електричного потенціалу поблизу рамкової антени внаслідок дії сили Міллера, випрямлення зондом потенціалу електромагнітних високочастотних хвиль, що збуджуються рамковою антеною, і випрямленого потенціалу цієї антени дозволяють зробити висновки, що випрямлення зондом потенціалу електромагнітних високочастотних хвиль і випрямлений потенціал рамкової антени дуже слабо впливають на зондові вимірювання.

На частинки плазми сорту  $\alpha$  поблизу джерела електромагнітного випромінювання в магнітному полі ( $\omega_{c\alpha} \gtrsim \omega$ ,  $\omega_{c\alpha}$  – циклотронна

частота частинок сорту  $\alpha$ ,  $\omega$  - частота високочастотного поля) уздовж магнітних силових ліній ( $z$  напрямок) діє пондеромоторний потенціал. Для випадку повільної хвилі, яку збуджують поздовжні силовим лініям магнітного поля провідники, величина пондеромоторного потенціалу, який діє на електрони, не залежить від густини і виявляється рівною  $\approx 130$  В ( $E_z = 30$  В,  $B_z = 7$  кГс – зовнішнє магнітне поле, яке створюється гвинтовими і компенсаційними котушками,  $l = 10$  – характерне тороїдальне хвильове число). Іонний пондеромоторний потенціал виникає за рахунок доданка, який пов'язаний з наявністю магнітного поля, та стає помітним при густині частинок плазми  $n = 10^{10}$  см $^{-3}$  і зменшується до  $\approx -80$  В при  $n = 10^9$  см $^{-3}$ . Знайдено, що величина зміни електричного потенціалу плазми за рахунок дії пондеромоторної сили Міллера для типових значень тороїдального хвильового числа добре збігається з різницею вимірювань плаваючого потенціалу зондів. Тому можна стверджувати, що дія пондеромоторної сили Міллера поблизу рамкової антени є причиною різниці показань зондів.

Розглянуто вплив перехідного шару на поглинання електромагнітних хвиль при їх косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, з частотою, меншою за ленгмюрівську частоту в середині плазми, і поглинання поверхневих електромагнітних хвиль електронами в перехідному шарі діелектрик- плазма.

Як відомо, коли газорозрядна плазма межує з твердим тілом (діелектриком), на межі плазма - діелектрик утворюється, внаслідок виходу електронів з плазми, перехідний шар з товщиною порядку  $\approx (10 \div 15)r_{De}$ . У цьому випадку рівноважний розподіл електричного потенціалу плазми також було визначено з рівняння Пуассона, але при цьому для спрощення задачі вважалося, що іони, також як і електрони, мають бульцманівський розподіл  $n_i = n_{i0} \exp(-e\varphi/T_e)$ , тобто в рівнянні

руху для іонів було знехтувано інерцією, зіткненнями і в'язкістю іонів.

Це було зроблено тому, що роль іонів в ефектах, які розглянуті в цьому випадку, мала. Такий спрощений розгляд дозволив розв'язати рівняння Пуассона аналітично. Однак при бульцманівському розподілі іонів в перехідному шарі при негативному зростанні потенціалу їх густота зростає, а не зменшується, як випливає з точного рішення системи рівнянь руху и безперервності для іонів. Це призводить до більш швидкого зростання просторового заряду, ніж при вирішенні цих рівнянь, і зменшення в 2-3 рази розміру перехідного шару. Розглянуто поширення електромагнітної хвилі при її відбитті від поверхні, що межує з плазмою, з частотою, меншою за ленгмюрівську частоту в середині плазми і визначені компоненти електричного поля цієї хвилі в перехідному шарі. Визначено загасання електромагнітної хвилі при її косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, внаслідок поглинання її енергії електронами плазми, що взаємодіють з нормальню до поверхні розділу складовою електричного поля цієї хвилі в перехідному шарі. Наявність перехідного шару істотно змінює умови взаємодії електронів з хвилею. Показано, що  $r$  - поляризована хвіля, яка відбивається від плазми, поглинається електронами, які сповільнюються в перехідному шарі і відбиваються від стінки або від потенційного бар'єру всередині шару. У цьому шарі густота електронів плазми зменшується від значення  $n_0$  для однорідної плазми до значення  $n_0 \exp(\Phi_0) \sim n_0 \sqrt{m_e/m_i}$ . Складова електричного поля в напрямку неоднорідності  $E_x(x)$  в перехідному шарі змінюється на відстані  $\Delta x \approx (10 \div 15)r_{De}$ . Це означає, що Фур'є-компонента електромагнітного поля  $E_x(k_x)$  має характерне значення хвильового вектора  $k_x \sim 1/\Delta x$ , а фазова швидкість цих хвиль  $\omega/k_x \sim v_{Te}$ . Такі коливання сильно поглинаються електронами з теплою швидкістю. Так як область такої взаємодії  $\Delta x$  мала в порівнянні з глибиною скін-шару  $\delta = c/\omega_{pe}$ , то

коєфіцієнт поглинання виявляється порядку частки від ділення товщини перехідного шару на глибину скін-шару,  $Q \sim r_{De}/\delta \sim v_{Te}/c \ll 1$ , де  $c$  - швидкість світла в вакуумі.

Досліджено поглинання поверхневих електромагнітних хвиль електронами в перехідному шарі діелектрик-плазма. Розглянуто поширення поверхневої електромагнітної хвилі вздовж межі розділу діелектрик-плазма і визначені компоненти електричного поля цієї хвилі в плазмі. Досліджено поглинання поверхневих хвиль, яке пов'язане з взаємодією електронів плазми з електричним полем поверхневої хвилі в перехідному шарі, який утворюється на межі плазма – діелектрик. Так як поверхневі хвилі, амплітуда яких пропорційна  $\sim \exp(iky)$ , де  $k$  - хвильове число поверхневої хвилі вздовж напрямку поширення  $y$ , загасають в плазмі при видаленні від поверхні розділу як  $\sim \exp(-\kappa x)$ , де  $\kappa = k\sqrt{|\varepsilon|/\varepsilon_0}$  - просторовий декремент загасання поверхневої хвилі в напрямку  $x$ ,  $\varepsilon$  і  $\varepsilon_0$  - діелектричні проникності плазми і діелектрика, то Фур'є-спектр по  $x$  містить всі гармоніки  $k_x$ , в тому числі короткохвильові, для яких фазова швидкість в напрямку  $x$  порядку теплової швидкості електронів ( $\omega/k_x \sim v_{Te}$ ). У середині перехідного шару нормальна складова електричного поля поверхневої хвилі змінюється на відстані близько декількох радіусів екранування. Це означає, що ефективне хвильове число в напрямку неоднорідності порядку  $k_x \sim 1/r_{De}$ , а якщо частота поверхневої хвилі порядку ленгмюрівської, то основна група електронів, що мають швидкість близько теплової швидкості електронів  $v_{Te}$ , може ефективно взаємодіяти з електричним полем в напрямку неоднорідності  $x$ , поглинаючи енергію хвилі. Оскільки поле поверхневої хвилі зосереджено в області порядку  $\sim 1/k$ , а характерні частоти порядку  $\sim \omega_{pe}$ , то частка енергії поверхневої хвилі, яку отримують такі електрони  $Q \sim v_{Te}/v_{ph}$ . При  $v_{Te} \ll v_{ph}$

товщина перехідного шару значно менше відстані, на якому загасає поверхнева хвиля і величина  $Q$  виявляється малою.

Ключові слова: перехідний шар, радіус Дебая, стаціонарний газовий розряд, в'язкість, гідродинамічне наближення, іонно-звукові коливання, декремент загасання, торсатрон «Ураган-3М», ленгмюрівський зонд, рамкова антена, електромагнітна хвиля, випрямлення потенціалу, пондеромоторна сила, коефіцієнт поглинання, поверхнева електромагнітна хвиля.

## ABSTRACT

Yakiv F. Leleko. Physical phenomena in the sheath at the boundary of weakly ionized plasma. – Qualification scientific work is as a manuscript.

Thesis for a Candidate Degree in Physics and Mathematics: Specialty 01.04.08 – Plasma Physics (Physics and Mathematics). – Institute of Plasma Physics of the National Science Centre "Kharkiv Institute of Physics and Technology", the National Academy of Sciences of Ukraine; V. N. Karazin Kharkiv National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2021.

When creating, maintaining and diagnosing at the boundary of a plasma with a solid surface due to the high mobility of electrons, the potential of this surface becomes negative in relation to the surrounding plasma. This potential leads to the formation of a region of positive bulk charge, which shields the neutral plasma from the negatively charged surface. Plasma in this case can be divided into two parts: the region of quasi-neutrality, where the plasma parameters change slowly and which occupies almost the axis of the plasma size, and a narrow sheath, where there is a sharp change in parameters. The approximate "limit" of these areas is the point where the velocity of ions accelerating in the direction of the surface is equal to the Bohm velocity ( $v_B = \sqrt{(T_e + T_i)/m_i}$ , where  $T_e$  - electron temperature,  $T_i$

i  $m_i$  – temperature and mass of ions). The distance of this point from the surface is  $\approx 30 r_{De}$ , where  $r_{De} = \sqrt{T_e/(4\pi e^2 n_{e0})}$  - Debye-Hückel radius of electrons,  $e$  - electron charge and  $n_{e0}$  - hydrodynamic density of electrons in the middle of the plasma.

This dissertation is devoted to theoretical research and numerical modeling of some physical phenomena in the sheath at the boundary of weakly ionized plasma.

The distribution of plasma parameters in stationary gas discharges taking into account the ion viscosity is investigated. A system of hydrodynamic equations of motion and continuity for ions is solved taking into account the effects of ion inertia, self-consistent field, ion recharging on hydrogen atoms, ionization of these atoms by plasma electrons and ion pressure gradient together with Poisson's equation for the flat plasma one-dimensional case. It was believed that the electron density depends on the potential in the plasma in accordance with the Boltzmann distribution. The location of the wall was determined from the condition of equality of the hydrodynamic flux of ions and the flux of electrons. It was assumed that the electrons are distributed according to the Maxwell - Boltzmann distribution, and the effects of reflection from the wall and the emission of electrons by the wall are absent. The problem of determining the parameters of a stationary gas discharge is a problem of eigenfunctions and eigenvalues. Usually the Cauchy problem with the initial conditions in the center of the plasma is solved instead, and the coordinate of the boundary surface is determined from the condition of equality of ion and electron fluxes. The "correct" position of the surface can be obtained by changing, for example, the electron density in the center of the plasma at other fixed parameters. A quasi-neutral approximation was used to find the equilibrium parameters of a weakly ionized strongly nonisothermal plasma. The system of nonlinear equations obtained was solved using the original iterative algorithm. Based

on the obtained solution, the contribution of the viscous term to the equation of ion motion in the whole plasma region was estimated. A system of hydrodynamic equations of motion and continuity for ions was also solved together with the Poisson equation taking into account the viscous term in the equation of motion in the region of quasineutrality. It is shown that in the region of quasi-neutrality, i.e. almost the entire volume of plasma, this effect is small. It does not lead to a noticeable change in the central plasma density. On the other hand, calculations show that the viscosity of ions significantly affects the distribution of plasma parameters in the sheath.

The influence of the sheath on the propagation and absorption of the ion-sound oscillations in a strongly nonisothermal weakly ionized unhomogeneous hydrogen plasma in the local approximation has been studied. The stationary distribution of parameters of strongly nonisothermal weakly ionized unhomogeneous hydrogen plasma in the hydrodynamic approximation in the region of quasineutrality and in the sheath between dielectric and plasma is obtained, taking into account the effects of inertia of ions and electrons, self-consistent electric field, recharging ions on hydrogen atoms, ionization of these atoms by plasma electrons, elastic collisions of electrons with hydrogen atoms and the pressure gradient of ions and electrons. The velocity distribution of ions is determined in accordance with the distribution of the self-consistent field potential obtained in the hydrodynamic approximation. Then small nonstationary terms were added in the system of hydrodynamic equations of motion and continuity for ions and electrons together with the Poisson equation with known equilibrium solutions. These terms describe ion-sound oscillations, taking into account the effects of ion inertia, self-consistent electric field, recharging of ions on hydrogen atoms, ionization of these atoms by plasma electrons, viscosity of ions and electrons and ion pressure gradient. It was believed that the wave vector does not change in space. The resulting system of equations

was linearized and transformed into dispersion equation, which was solved numerically using the original algorithm. It is shown that in the plasma depth the dispersion of ionic-sound oscillations differs slightly from the known formula  $\omega = kv_s$  ( $\omega$  and  $k$  – frequency and wave vector of ion-sound oscillations), and attenuation due to the effects associated with recharging and viscosity of ions and electrons. It is proved that when approaching the sheath, and in the layer itself, a significant role in the expression for the oscillation frequency begins to play the ion density gradient, which causes a significant, at times, increase in frequency. At the same time, the attenuation of ion-sound oscillations increases significantly, in which the components associated with the unhomogeneity of the hydrodynamic velocity of ions, which is caused by the drift of ionic gas under the action of a self-consistent electric field, begin to play a decisive role.

The influence of electromagnetic high-frequency waves is considered for measuring plasma potential by Langmuir probe in boundary ergodic layer of plasma in torsatron "Uraghan-3M" in which to create and heat hydrogen plasma by high-frequency fields in the Alfvén frequency range  $\omega \lesssim \omega_{ci}$  ( $\omega$  - generator frequency,  $\omega_{ci}$  - cyclotron frequency of ions) an unshielded loop antenna is used. In experiments on high-frequency plasma heating in a torsatron "Uraghan -3M" it was found that the potential of the Langmuir probe located under the antenna at a distance  $\Delta x$  is significantly different from the potential of the same probe located on the opposite side of the torus. The high-frequency frame antenna and probes on this installation are located in the ergodic layer of the lines of force of the magnetic field holding the plasma. In this layer, the lines of force when rotating on the torus wander in the radial direction at a distance comparable to  $\Delta x$ . Estimates of changes in the electric potential near the loop antenna due to the action of Miller force, rectification by the probe of the potential of electromagnetic high-frequency waves excited by the loop antenna, and the rectified potential of this antenna

allow us to conclude that the rectification by the probe of the potential of electromagnetic high-frequency waves and the rectified potential of the loop antenna have very little effect on probe measurement.

On plasma particles of grade  $\alpha$  near a source of electromagnetic radiation in a magnetic field ( $\omega_{c\alpha} \gtrsim \omega$ ,  $\omega_{c\alpha}$  - cyclotron frequency of particles of a grade  $\alpha$ ,  $\omega$  - high-frequency field frequency) a ponderomotor potential acts along the magnetic field lines ( $z$  direction). For the case of a slow wave excited by conductors longitudinal to the magnetic field lines, the magnitude of the ponderomotor potential acting on the electrons does not depend on the density and is equal to  $\approx 130$  V ( $E_z = 30$  V,  $B_z = 7$  kG - external magnetic field created by helical and compensating coils,  $l = 10$  - characteristic toroidal wave number). The ionic ponderomotor potential arises due to the term, which is associated with the presence of a magnetic field, and becomes noticeable at the density of plasma particles  $n = 10^{10}$  cm $^{-3}$  and decreases to  $\approx -80$  V at  $n = 10^9$  cm $^{-3}$ . It was found that the magnitude of the change in the electric potential of the plasma due to the action of the ponderomotor force of Miller for typical values of the toroidal wave number coincides well with the difference between the measurements of the floating potential of the probes. Therefore, it can be argued that the action of the ponderomotor force of Miller near the loop antenna is the cause of the difference in the readings of the probes.

The influence of the sheath on the absorption of electromagnetic waves at their oblique incidence from the dielectric to the surface adjacent to the plasma with a frequency less than the Langmuir frequency in the middle of the plasma and the absorption of surface electromagnetic waves by electrons in the dielectric-plasma sheath is considered.

As you know, when the gas-discharge plasma is adjacent to a solid (dielectric), at the boundary of the plasma - the dielectric is formed, due to the release of electrons from the plasma, a sheath with a thickness of the order

of  $\approx (10 \div 15)r_{De}$ . In this case, the equilibrium distribution of the electric potential of the plasma was also determined from the Poisson equation, but to simplify the problem, it was assumed that ions, as well as electrons, have a Boltzmann distribution  $n_i = n_{i0} \exp(-e\varphi/T_e)$ , that is, in the equation of motion for ions, the inertia, collisions, and viscosity of ions were neglected. This was done because the role of ions in the effects considered in this case was small. This simplified consideration allowed us to solve Poisson's equations analytically. However, with the Boltzmann distribution of ions in the sheath, with a negative increase in the potential, their density increases rather than decreases, as follows from the exact solution of the system of equations of motion and continuity for ions. This leads to a faster increase in the spatial charge than in solving these equations, and a reduction of 2-3 times the size of the sheath. The propagation of an electromagnetic wave during its reflection from the surface adjacent to the plasma with a frequency less than the Langmuir frequency in the middle of the plasma is considered, and the components of the electric field of this wave in the sheath are determined. The attenuation of an electromagnetic wave during its oblique incidence from the dielectric to the surface adjacent to the plasma due to the absorption of its energy by plasma electrons interacting with the normal to the interface surface component of the electric field of this wave in the sheath is determined. The presence of the sheath significantly changes the conditions of interaction of electrons with the wave. It is shown that the p - polarized wave, which is reflected from the plasma, is absorbed by electrons, which are slowed down in the sheath and reflected from the wall or from the potential barrier inside the layer. In this layer, the plasma electron density decreases with value  $n_0$  for homogeneous plasma to the value  $n_0 \exp(\Phi_0) \sim n_0 \sqrt{m_e/m_i}$ . Component of the electric field in the direction of unhomogeneity  $E_x(x)$  in the sheath changes at a distance  $\Delta x \approx (10 \div 15)r_{De}$ . This means that the Fourier component of the electromagnetic field  $E_x(k_x)$

has a characteristic value of the wave vector  $k_x \sim 1/\Delta x$ , and the phase velocity of these waves  $\omega/k_x \sim v_{Te}$ . These oscillations are strongly absorbed by electrons with thermal velocity. Since the area of these interaction  $\Delta x$  was small compared to the depth of the skin layer  $\delta = c/\omega_{pe}$ , then the absorption coefficient is of the order of the fraction of the division of the thickness of the sheath by the depth of the skin layer,  $Q \sim r_{De}/\delta \sim v_{Te}/c \ll 1$ , where  $c$  - the speed of light in vacuum.

The absorption of surface electromagnetic waves by electrons in the dielectric-plasma sheath has been studied. The propagation of a surface electromagnetic wave along the dielectric-plasma interface is considered and the components of the electric field of this wave in the plasma are determined. The absorption of surface waves, which is associated with the interaction of plasma electrons with the electric field of the surface wave in the sheath formed at the plasma - dielectric interface, has been studied. Since surface waves whose amplitude is proportional  $\sim \exp(iky)$ , where  $k$  - хвильове число поверхневої хвилі вздовж напрямку поширення  $y$ , загасають в плазмі при видаленні від поверхні розділу як  $\sim \exp(-\kappa x)$ , where  $\kappa = k\sqrt{|\varepsilon|/\varepsilon_0}$  - the wave number of the surface wave along the direction of propagation  $x$ ,  $\varepsilon$  i  $\varepsilon_0$  - dielectric constant of plasma and dielectric, the Fourier spectrum of  $x$  contains all harmonics  $k_x$ , including shortwave, for which the phase velocity in the  $x$  direction is of the order of thermal velocity of electrons ( $\omega/k_x \sim v_{Te}$ ). In the middle of the sheath, the normal component of the electric field of the surface wave changes at a distance of about several shielding radii. This means that the effective wave number in the direction of unhomogeneity of order  $k_x \sim 1/r_{De}$ , and if the frequency of the surface wave is of the order of Langmuir, then the main group of electrons having a velocity close to the thermal velocity of the electrons  $v_{Te}$ , can effectively interact with the electric field in the direction of unhomogeneity  $x$ , absorbing wave energy. Because the field of the surface wave is concentrated in the order  $\sim 1/k$ , and the

characteristic frequencies of the order  $\sim \omega_{pe}$ , then the fraction of the surface wave energy received by such electrons  $Q \sim v_{Te}/v_{ph}$ . At  $v_{Te} \ll v_{ph}$  the thickness of the sheath is much less than the distance at which the surface wave attenuates and the value of  $Q$  is small.

Keywords: sheath, Debye radius, stationary gas discharge, viscosity, hydrodynamic approximation, ion-sound oscillations, decrement of attenuation, torsatron, Langmuir probe, loop antenna, electromagnetic wave, rectification potential, ponderomotor force, absorption coefficient, surface electromagnetic wave.

## **СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

### **Публікація в науковому фаховому виданні України:**

1. Лелеко Я. Ф. Поглощение электромагнитных волн при их отражении от плазмы электронами в переходном слое диэлектрик-плазма / Я. Ф. Лелеко, К. Н. Степанов // Доповіді НАН України. – 2000. – №3. – С. 78-85. (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні впливу переходного шару на поглинання електромагнітних хвиль при їх косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, з частотою, меншою за ленгмюрівську частоту в середині плазми, і провів розрахунки розподілу електричного поля в переходному шарі і коефіцієнту поглинання електронами плазми електромагнітних хвиль в цьому шарі).

### **Публікація у спеціалізованому виданні України, що індексується в міжнародних наукометрических базах:**

2. Influence of the frame-type antenna on the RF-discharge peripheral plasma parameters in the «Uragan-3M» torsatron / Ya. F. Leleko, L. I. Grigor'eva, V. V. Chechkin, D. L. Grekov // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics (23). – 2017. – no. 1 (107). – P. 40-43. (Scopus, Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні впливу високочастотних хвиль на потенціал ленгмюрівського зонду в торсатроні «Ураган-3М» і провів розрахунки та оцінки випрямлення зондом потенціалу високочастотних хвиль, які збуджуються рамковою антеною, випрямленого потенціалу антени, який виникає при подачі на неї високочастотної напруги і

пондеромоторної сили Міллера на показання ленгмюрівського зонду).

**Публікації в зарубіжних виданнях, що індексуються в міжнародних наукометричних базах:**

3. Fedutenko E. A. The hydrodynamical plasmon-polariton echo in nonuniform semiconductor plasmas / E. A. Fedutenko, V. I. Lapshin, Ya. F. Leleko // Physica Scripta. – 1994. – Vol. 50, no. 3. – P. 310-313. (Scopus, Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні впливу тимчасової плазмон - поляритонної луни в напівпровіднику, який обмежений металом, в гідродинамічному наближенні і провів розрахунки значення часу генерації луна-сигналу і електромагнітного поля відгуку плазми).
4. Об удержании сильноточных нескомпенсированных пучков электронов в циклических системах / В. В. Долгополов, Ю. В. Кириченко, Я. Ф. Лелеко [и др.]// ЖТФ. – 1995. – Т. 65, № 6. – С. 141–146. (Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні рівноваги сильнострумових електронних пучків в цикліческих системах типу модифікований бетатрон і стеллатрон і провів розрахунки траєкторій електронів, умови утримання пучка, розподілу електронів в пучку).
5. Leleko, Ya. F. Absorption of electromagnetic surface waves by electrons in a transition layer between the plasma and dielectric / Ya. F. Leleko, K. N. Stepanov // Plasma Physics Reports. – 2003. – Vol. 29, no. 10. – P. 867–873. (Scopus, Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні впливу переходного шару на поглинання

поверхневих електромагнітних хвиль і провів розрахунки розподілу електричного поля в перехідному шарі і коефіцієнту поглинання електронами плазми поверхневих електромагнітних хвиль в цьому шарі).

**Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

6. Electron beam in a two-turn stellatron / V. V. Dolgopolov, Y. V. Kirichenko, Ya. F. Leleko [et al.] // High-Power Particle Beams, 8th International Conference, Novosibirsk, 2–5 July 1990. – 1990. – P. 872–877. (Scopus, Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні рівноваги сильнострумових електронних пучків в цикліческих системах типу модифікований бетатрон і стеллатрон і провів розрахунки траекторій електронів, умови утримання пучка, розподілу електронів в пучку).
7. Fedutenko E. A. Effects of hydrodynamical echo in plasma-like media bounded by a metal / E. A. Fedutenko, Ya. F. Leleko, K. N. Ostrikov // IEEE International Conference on Plasma Science, Vancouver, Canada, 3-5 June 1993, Conference Record: Abstracts, – 1993. – P. 85. (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні впливу тимчасової плазмон-поляритонної луни в напівпровіднику, який обмежений металом, в гідродинамічному наближенні і провів розрахунки значення часу генерації луна-сигналу і електромагнітного поля відгуку плазми)
8. Leleko Ya. F. Stationary state of strongly nonisothermal weakly ionized hydrogen plasma in kinetic approximation / Ya. F. Leleko // International Conference and School on Plasma Physics and Controlled

Fusion, Kharkiv, September 15-18 2014, Book of Abstracts. – 2014. – P. 143.

9. Leleko Ya. F. Influence of the frame-type antenna on the RF-discharge peripheral plasma parameters in torsatron «Uragan-3M» / Ya. F. Leleko // International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion, Kharkiv, September 12-15 2016, Book of Abstracts. – 2016. – P. 179.

**Публікації, що додатково відображають наукові результати дисертацій:**

10. Лелеко Я. Ф. Ионно-звуковые колебания в сильнонеизотермической слабоионизированной неоднородной водородной плазме / Я. Ф. Лелеко, К. Н. Степанов // Доповіді НАН України. – 2010. – № 11. – С. 66-72. (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні іонно-звукових коливань в сильно неізотермічній слабоіонізованій неоднорідній водневій плазмі і провів розрахунки стаціонарного розподілу параметрів сильно неізотермічної слабо іонізованої водневої плазми в гідродинамічному наближенні в області квазінейтральності та в перехідному шарі між діелектриком та плазмою з урахуванням ефектів іонізації, перезарядки, в'язкості та самоузгодженого електричного поля і залежностей частоти та декременту загасання іонно-звукових коливань, пов'язаного із зіткненнями частинок в плазмі, від хвильового вектора у локальному наближенні).

## Зміст

ВСТУП . . . . .	23
Розділ 1. ІОННО-ЗВУКОВІ КОЛИВАННЯ В СИЛЬНОНЕІЗОТЕРМІЧНІЙ СЛАБОІОНІЗОВАНІЙ НЕОДНОРІДНІЙ ВОДНЕВІЙ ПЛАЗМІ . . . . .	30
1.1 Вплив в'язкості іонів на розподіл параметрів плазми в стаціонарних газових розрядах . . . . .	30
1.1.1 Основні рівняння . . . . .	34
1.1.2 Розв'язання основної системи рівнянь - квазінейтральне наближення . . . . .	40
1.1.3 Оцінки ефекту в'язкості іонів в рівнянні руху іонів	52
1.2 Іонно-звукові коливання в сильнонеізотермічній слабоіонізованій неоднорідній водневій плазмі . . . . .	57
1.2.1 Стационарний розподіл параметрів плазми . . . . .	58
1.2.2 Функція розподілу іонів за швидкостями . . . . .	61
1.2.3 Іонно-звукові коливання . . . . .	65
Висновки до розділу 1 . . . . .	71
Розділ 2. ВПЛИВ ВЧ-ХВИЛЬ НА ПОТЕНЦІАЛ ЛЕНГМЮРІВСКОГО ЗОНДА В ТОРСАТРОНІ «УРАГАН-3М»	74
2.1 Експериментальні умови . . . . .	75
2.2 Осциллювальний потенціал ВЧ хвиль . . . . .	79
2.3 Випрямлений потенціал рамкової антени . . . . .	87
2.4 Пондеромоторна сила (сила Міллера) . . . . .	89
Висновки до розділу 2 . . . . .	97
Розділ 3. ПОГЛИНАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ ЕЛЕКТРОНАМИ В ПЕРЕХІДНОМУ ШАРІ ДІЕЛЕКТРИК-ПЛАЗМА . . . . .	98

3.1 Поглинання електромагнітних хвиль при їх відбитті від плазми електронами в перехідному шарі діелектрик-плазма	98
3.1.1 Розподіл електричного поля електромагнітної хвилі при її косому падінні з діелектрика на плазму . . . . .	100
3.1.2 Поглинання енергії електромагнітної хвилі . . . . .	108
3.2 Поглинання поверхневих електромагнітних хвиль електронами в перехідному шарі діелектрик - плазма . . . . .	111
3.2.1 Розподіл електричного поля поверхневої електромагнітної хвилі в плазмі при її поширенні уздовж межі розділу діелектрик-плазма . . . . .	114
3.2.2 Поглинання енергії поверхневої електромагнітної хвилі . . . . .	121
Висновки до розділу 3 . . . . .	126
ВИСНОВКИ . . . . .	127
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ . . . . .	130
ДОДАТОК А. Список публікацій здобувача за темою дисертації .	143

## ВСТУП

**Обґрунтування вибору теми дослідження.** В сучасному світі плазмові прилади широко застосовуються в промисловості, наукових дослідженнях та повсякденному житті. Дослідження плазми проводяться в галактичному та планетарному просторах, в навколоzemній атмосфері, в технологічних приладах та термоядерних установках. При створенні, утриманні та діагностиці плазма межує з різними поверхнями, наприклад, стінки камери, різні вимірювальні прилади, зонди, антени для створення високочастотних (ВЧ) коливань і таке інше. У всіх цих випадках на межі плазми з твердими поверхнями утворюється перехідний шар, вивчення явищ в якому і проведено в дисертації. Вона присвячена теоретичному дослідженню і чисельному моделюванню таких фізичних явищ в перехідному шарі на межі слабо іонізованої плазми, як розподіл параметрів плазми в стаціонарних газових розрядах з урахуванням в'язкості іонів, вплив перехідного шару на межі плазми на іонно-звукові коливання в сильно неізотермічній неоднорідній водневій плазмі, розподіл потенціалу високочастотної антени в межовому ергодичному шарі плазми в торсатроні «Ураган-3М», поглинання електромагнітних хвиль електронами на межі діелектрик - плазма. Такий вибір теми досліджень визначає обґрунтуваність вибору теми дисертації.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана в теоретичному відділі Інституту фізики плазми Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України і на кафедрі прикладної фізики і фізики плазми Навчально-наукового інституту «Фізико-технічного факультету» Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна МОН України. Дослідження,

матеріали яких містяться в дисертаційній роботі, є частиною фундаментальної науково-дослідної роботи Інституту фізики плазми Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України та Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна МОН України, яка виконувалася за державними темами: «Електродинамічні та оптичні властивості фрактальних та надрозмірних систем» (номер державної реєстрації 0100U003299, роки виконання 2000-2002), «Взаємодія потоків частинок і хвиль з матеріалами в задачах з КТС» (номер державної реєстрації 0103U004199, роки виконання 2003-2005), «Вплив домішок на поширення, загасання та поглинання електромагнітних хвиль в плазмових пристроях» (номер державної реєстрації 0109U001330, роки виконання 2009-2011), «Теорія утримання і нагрівання плазми в магнітних пастках керованого термоядерного синтезу і у високочастотних розрядах пристройів плазмових технологій» (номер державної реєстрації 0111U006907, роки виконання 2010-2015), «Теорія взаємодії електромагнітних полів з плазмою та явищ переносу в тороїдальній, неідеальній та заряджених плазмах» (номер державної реєстрації 0116U001991, роки виконання 2015-2020), «Фундаментальні властивості потоків частинок та енергії в плазмі термоядерних та технологічних пристройів» (номер державної реєстрації 0120U102300, роки виконання 2020-2022).

**Метою даної роботи** є виявлення впливу перехідного шару кінцевої товщини на межі слабоіонізованої неізотермічної плазми на фізичні явища, що відбуваються в цьому шарі між плазмою та стінкою.

**Для досягнення цієї мети необхідно було вирішити такі завдання:**

1. розглянути іонно-звукові коливання в сильнонеізотермічній слабоіонізованій неоднорідній водневій плазмі;

2. дослідити розподіл постійного потенціалу високочастотної антени в перехідному ергодичному шарі при нагріванні плазми в торсатроні «Ураган-3М»;
3. розглянути поглинання електромагнітної хвилі при її косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, електронами в перехідному шарі діелектрик - плазма;
4. дослідити поглинання поверхневої електромагнітної хвилі електронами в перехідному шарі діелектрик - плазма.

**Об'єктом дослідження є перехідний шар на межі слабоіонізованої плазми.**

**Предметом дослідження є** різноманітні фізичні явища, що відбуваються в перехідному шарі на межі плазма – стінка.

**Методи дослідження.** Для досягнення поставлених завдань використані як аналітичні, так і чисельні методи.

Для знаходження рівноважних параметрів слабо іонізованої сильно неізотермічної плазми застосувалося квазінейтральне наближення. Система нелінійних рівнянь, яка була отримана, вирішена за допомогою оригінального ітераційного алгоритму.

Для знаходження компоненти електричного поля електромагнітної хвилі, яка нормальна до межі діелектрик - плазма, система рівнянь Максвелла була перетворена до лінійного інтегрального рівняння. Це рівняння було вирішено чисельно за допомогою розкладання за ортогональними поліномами Лежандра.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає в тому, що в ній вперше:

1. визначено загасання електромагнітної хвилі при її косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, внаслідок поглинання енергії хвилі електронами плазми, що взаємодіють з

- нормальною до поверхні розділу складовою електричного поля цієї хвилі в перехідному шарі;
2. визначено загасання поверхневої електромагнітної хвилі внаслідок поглинання її енергії електронами плазми, що взаємодіють з нормальною до поверхні розділу складовою електричного поля поверхневої хвилі в перехідному шарі;
  3. знайдено залежності реальної та уявної частин частоти об'ємних іонно-звукових коливань як функції хвильового вектора в локальному наближенні для неоднорідних рівноважних параметрів плазми;
  4. проведено оцінки впливу випрямленого зондом потенціалу високочастотних хвиль, які збуджуються рамковою антеною, випрямленого потенціалу антени, який виникає при подачі на ней високочастотної напруги і пондеромоторної сили Міллера на показання ленгмюрівського зонда.

**Практичне значення отриманих результатів.** Практична цінність проведеного в дисертації дослідження полягає в тому, що отримані результати можуть бути використані для аналізу та підвищенню ефективності застосування розрядів, параметри яких близькі до тих, що використані в дисертації, наприклад, жевріючого розряду. Більш того, результати дисертації можуть бути застосовані для якісної оцінки ефективності застосування плазми з параметрами, які відрізняються від тих, що використано при обчисленнях в дисертації. Отримані в дисертації результати пояснили причину виникнення різниці вимірів плаваючого потенціалу між ленгмюрівськими зондами в торсатроні "Ураган-3М один з яких розташований далеко від рамкової антени, а інший біля неї.

**Особистий внесок.** Всі результати, що увійшли в дисертацію, отримано при безпосередній участі автора. Особистий внесок

здобувача у всіх опублікованих роботах [1–10] полягає у розробці постановки задач та розв'язанні сформульованих задач, моделюванні та проведенні чисельних розрахунків, аналізі джерел наукової літератури, інтерпретації та обговорення отриманих результатів, їх підготовці до публікації, написання статей і презентації доповідей за темою дисертації.

У роботах [1, 5] здобувач взяв безпосередню участь в дослідженнях впливу перехідного шару на поглинання електромагнітних хвиль при його косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, з частотою, меншою за ленгмюрівську частоту в середині плазми, і поверхневих електромагнітних хвиль і провів розрахунки розподілу електричного поля в перехідному шарі і коефіцієнту поглинання електронами плазми електромагнітних хвиль в цьому шарі.

В роботі [2] здобувач взяв безпосередню участь в дослідженнях впливу високочастотних хвиль на потенціал ленгмюрівського зонду в торсатроні «Ураган-3М» і провів розрахунки та оцінки випрямлення зондом потенціалу високочастотних хвиль, які збуджуються рамковою антеною, випрямленого потенціалу антени, який виникає при подачі на неї високочастотної напруги і пондеромоторної сили Міллера на показання ленгмюрівського зонду.

У роботі [3] здобувач взяв безпосередню участь в дослідженнях тимчасової плазмон - поляритонної луни в напівпровіднику, який обмежений металом, в гідродинамічному наближенні і провів розрахунки значення часу генерації луна-сигналу і електромагнітного поля відгуку плазми.

У роботі [4] здобувач взяв безпосередню участь в дослідженнях рівноваги сильнострумових електронних пучків в цикліческих системах типу модифікований бетатрон і стеллатрон і провів розрахунки траекторій електронів, умови утримання пучка, розподілу електронів в пучку.

В роботі [10] здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні іонно-звукових коливань в сильно неізотермічній слабоіонізованій неоднорідній водневій плазмі і провів розрахунки стаціонарного розподілу параметрів сильно неізотермічної слабоіонізованої водневої плазми в гідродинамічному наближенні в області квазінейтральності та в перехідному шарі між діелектриком та плазмою з урахуванням ефектів іонізації, перезарядки, в'язкості та самоузгодженого електричного поля і залежностей частоти та декременту загасання іонно-звукових коливань, пов'язаного із зіткненнями частинок в плазмі, від хвильового вектора у локальному наближенні.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати дисертаційної роботи були представлені, доповідалися і обговорювалися на міжнародних конференціях:

- High-Power Particle Beams, 8th International Conference (Novosibirsk, USSR, 2–5 July 1990);
- IEEE International Conference on Plasma Science (Vancouver, Canada, 3-5 June 1993);
- International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion (Kharkiv, Ukraine, 15-18 September, 2014);
- International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion (Kharkiv, Ukraine, 12-15 September, 2016)

та численних наукових семінарах на фізико-технічному факультеті Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна та в Інституті фізики плазми ННЦ «Харківський фізико-технічний інститут».

**Публікації.** За темою дисертації опубліковано 10 наукових праць, серед яких 1 статтю [1] опубліковано в науковому фаховому виданні України, 1 статтю [2] опубліковано в спеціалізованому науковому виданні України, яке включено в міжнародні наукометричні бази Scopus і Web of Science, 3 статті [3–5] опубліковано в спеціалізованих наукових виданнях

іноземних держав, які включено в міжнародні наукометричні бази Scopus або Web of Science, 4 роботи [6–9] опубліковано в матеріалах і тезах доповідей на наукових конференціях і 1 стаття [10], що додатково відображає наукові результати дисертації.

**Структура дисертації.** Дисертаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та одного додатка. Обсяг загального тексту дисертації складає 146 сторінок, з них основного тексту 109 сторінок. Робота ілюстрована 51 рисунком. Список використаних джерел містить 111 найменувань.

**РОЗДІЛ 1**

**ІОННО-ЗВУКОВІ КОЛИВАННЯ В**

**СИЛЬНОНЕІЗОТЕРМІЧНІЙ СЛАБОІОНІЗОВАНІЙ**

**НЕОДНОРІДНІЙ ВОДНЕВІЙ ПЛАЗМІ**

**1.1. Вплив в'язкості іонів на розподіл параметрів плазми  
в стаціонарних газових розрядах**

У цьому підрозділі дисертації для плоского шару стаціонарної слабоіонізованої сильновідносності плазми, обмеженої діелектричними стінками, на основі рівнянь гідродинаміки отримано розподіли параметрів плазми – потенціалу, густини іонів і електронів та швидкості потоку іонів в напрямку стінок. Припускалось, що температури іонів і електронів та густина нейтралів є постійними. При цьому, замість знаходження власних функцій і власних значень задачі, що згадана, розв'язувалась задача Коші для початкових значень, що є заданими в центрі плазми. Положення стінки визначалось з умови рівності потоків іонів і електронів. Запропоновано метод розв'язання проблеми сингулярності, що присутня в системі рівнянь гідродинаміки. Проведено оцінки ефекту в'язкості іонів в рівнянні руху іонів. Отримано розподіли параметрів плазми з урахуванням в'язкості іонів в області квазінейтральності.

Проблемі вивчення стаціонарного стану газового розряду близько 100 років. Особливе місце в цих дослідженнях займає взаємодія плазми з поверхнями, що її оточують. У простій формі взаємодію плазми зі стінкою, яка її обмежує, можна описати таким чином: через високу рухливість електронів потенціал стінки стає негативним по відношенню до навколоїшньої плазми; відштовхування електронів призводить до утворення області позитивного об'ємного заряду, що

екранує нейтральну плазму від негативно зарядженої стінки. Типова ширина такої області визначається декількома радіусами екранування Дебая-Хюккеля  $r_{De} = \sqrt{T_e/(4\pi e^2 n_{e0})}$ , де  $T_e$  - температура електронів,  $e$  - заряд електрона, а  $n_{e0}$  - гідродинамічна густина електронів в середині плазми. Зазвичай дебаєвський радіус  $r_{De}$  малий у порівнянні з іншими характерними величинами, такими як розмір плазми  $L$  або довжини вільного пробігу іонів, які обумовлені процесами іонізації, перезарядки або зіткненнями. Плазму в цьому випадку можна розділити на дві частини: область квазінейтральності (presheath, передшар) з характерним розміром  $L$  і переходний шар (sheath) з характерним розміром  $r_{De}$ . Як показав Бом [11], утворення стаціонарного шару об'ємного заряду можливо тільки в тому випадку, коли іони входять в область переходного шару зі швидкістю, не меншою за швидкість звуку іонів,  $v_s = v_B = \sqrt{T_e/m_i}$  ( $T_i$  і  $m_i$  - температура і маса іонів), яка в разі неізотермічної плазми ( $T_e > T_i$ ) більше теплової швидкості іонів. Цю умову було отримано для випадку холодних іонів ( $T_i = 0$ ). При  $T_i \neq 0$  швидкість Бома дорівнює  $v_B = v_s \sqrt{1 + \tau}$ , де  $\tau = T_i/T_e \leq 1$ . Отже, іони попередньо прискорюються самоузгодженим електричним полем в області квазінейтральності. Якщо іони рухаються до поверхонь, які обмежують плазму, під дією самоузгодженого електричного поля, в плазмі повинен існувати максимум потенціалу. У плоскому випадку, який буде розглядався в роботі, з міркувань симетрії цей максимум розташований в площині посередині плазми. У цій площині зручно вибрати початок координат  $x = 0$ . Тоді діелектричні стінки, які обмежують плазму, будуть розташовані при  $x = \pm L$  (див. Рис. 1.1). Узагальнення на циліндричний або сферичний випадки не складає труднощів.

Найбільш цитованими з ранніх робіт з цієї проблеми є [12] і [13, 14], постановка задачі в яких часто використовується до цих пір.

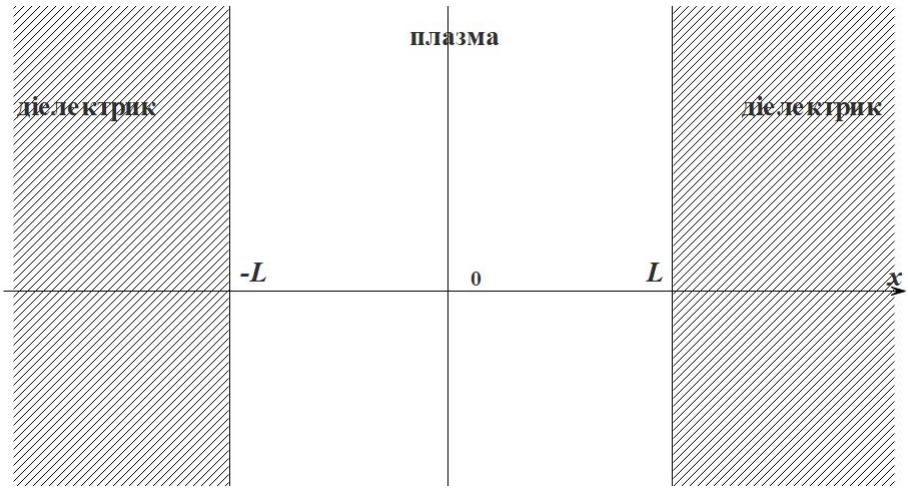


Рис. 1.1. Схематичне розташування плазмового шару і діелектрика, який обмежує плазму, щодо координати  $x$

В роботі [12] вперше було припущене, що швидкість іонів визначається статичним самоузгодженим електричним полем, яке підтримується балансом зарядів електронів та іонів, і було отримано інтегральне рівняння розподілу потенціалу плазми - шару для різних геометрій, довжин вільного пробігу іонів і способів іонізації. Рішення цього рівняння для випадку малої довжини вільного пробігу іонів в циліндрі з генерацією іонів, яка пропорційна густині електронів, дало такий же розподіл потенціалу, який виявив Шотткі [13, 14] для позитивного стовпа з використанням теорії амбіполлярної дифузії.

З більш пізніх робіт, що використовують гідродинамічне наближення, слід зазначити [15], де задача була розв'язана аналітично в області квазінейтральності вперше з урахуванням інерції іонів, і [16], де врахована залежність рухливості іонів від величини самоузгодженого поля.

У багатьох роботах, наприклад, в [17], в переходному шарі, через його малу товщину в порівнянні з довжиною вільного пробігу, вважається, що в плазмі немає зіткнень і в рівняннях руху іонів і безперервності нехтується доданками, які описують зіткнення, що

приводить до більш простого вигляду рішення, проте створює істотні проблеми при зшивці з рішенням в області квазінейтральності. Проблема плавного переходу області квазінейтральності в перехідний шар в стаціонарному стані газового розряду майже за 70 років була досліджена в чисельних роботах за відсутності магнітного поля [18–48] та в замагніченій плазмі [49–57]. Особливо слід відзначити Ріманна, який зробив великий внесок [58–74] у вивчення цієї проблеми. В роботі [74] розглядається задача узгодження рішень, що було побудовано для області квазінейтральної плазми і перехідного шару, яка розв'язується як аналітично, так і чисельно, шляхом явної побудови узгодженого асимптотичного виразу і порівняння з точними рішеннями для гідродинамічної плоскої задачі Тонкса-Ленгмюра в граничному випадку  $r_{De}/L \rightarrow 0$  ( $T_i = 0$ ). Система рівнянь, яка використана в роботі [74], для випадку холодних іонів ( $T_i = 0$ ) має сингулярність в середині плазми при  $x = 0$ . Щоб подолати цю проблему, в області біля  $x = 0$  було використано розкладання безрозмірного потенціалу плазми, безрозмірних густини і швидкості іонів в степеневі ряди відносно  $\bar{x} = (x\alpha_e)/v_s$ , де  $\alpha_e$  - частота іонізації,

$$\Phi = (a_0 + a_1 \bar{x}^2 + \dots) \bar{x}^2, v = (b_0 + b_1 \bar{x}^2 + \dots) \bar{x},$$

$$n = c_0 + c_1 \bar{x}^2 + \dots$$

Коефіцієнти цих рядів автори [74] визначали шляхом підстановки в рівняння руху і безперервності і збирання докупи доданків з однаковими ступенями  $x$ .

У більшості робіт іонна в'язкість вважається малим параметром і не враховується в рівнянні руху іонів. Причому обґрунтування можливості знектувати в'язкістю є відсутнім. В роботі [75] наведена

умова нехтування ефектами, пов'язаними з в'язкістю в рівняннях перенесення:  $v_i \ll \nu L_v$  - гідродинамічна швидкість руху іонів,  $\nu$  - частота зіткнень,  $L_v$  - характерний масштаб зміни гідродинамічної швидкості. І якщо в області квазінейтральності ця умова явно виконується, то в перехідному шарі її виконання знаходиться під питанням.

Цей розділ дисертації присвячен з'ясуванню ролі в'язкості іонів в формуванні розподілів параметрів плазми в стаціонарних газових розрядах. Вона організована в такий спосіб. У секції 1.1.1 описана постановка задачі і виведені основні рівняння. Секція 1.1.2 присвячена розв'язку основної системи рівнянь без врахування в'язкості. В області квазінетральності застосовано квазінейтральне наближення. У секції 1.1.3 досліджено вплив в'язкості іонів на розподіл параметрів плазми стаціонарного газового розряду в неізотермічній слабоіонізованій плазмі з використанням розв'язків попередньої секції. Також були отримані розв'язки з в'язкістю, але в області квазінетральності.

### 1.1.1. Основні рівняння

Для розв'язання задачі про стаціонарний розподіл параметрів плазми в газових розрядах будемо використовувати гідродинамічне наближення. Такий підхід можна застосовувати, коли макроскопічні параметри плазми, такі, як гідродинамічні швидкість  $v$  і густина  $n$  частинок, досить повільно змінюються в просторі і часі. А саме, характерні відстані, на яких змінюються значення макроскопічних величин, набагато більше середньої довжини вільного пробігу. Також він справедливий для випадку плазми, в якій немає зіткнень, якщо можна знехтувати тепловим рухом частинок, тобто плазма повинна бути досить холодною [76]. Однак, навіть в разі невиконання цих умов, гідродинамічний підхід може бути використаний для якісного аналізу

параметрів плазми. Також гідродинамічне наближення було використано в роботі [3] для дослідження тимчасової плазмон-поляритонної луни в напівпровіднику, який обмежений металом.

Запишемо загальні рівняння безперервності і руху [75] для одиниці об'єму газу частинок  $l$ -го сорту

$$\frac{\partial n_l}{\partial t} + \vec{\nabla} (n_l \vec{v}_l) = \frac{\delta n_l}{\delta t}, \quad (1.1)$$

$$m_l n_l \left[ \frac{\partial v_{l\alpha}}{\partial t} + (\vec{v}_l \vec{\nabla}) v_{l\alpha} \right] = Z e n_l E_\alpha - \frac{\partial p_l}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial \pi_{l\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + m_l n_l \frac{\delta v_{l\alpha}}{\delta t}, \quad (1.2)$$

де  $p_l = n_l T_l$ ,  $E_\alpha = -\partial \varphi / \partial x_\alpha$ ,  $v_l$ ,  $n_l$  - гідродинамічні швидкість і густина частинок  $l$ -го сорту,  $\vec{E}$  - самоузгоджене електричне поле,  $\varphi$  - потенціал самоузгодженого електричного поля,  $p_l$ ,  $T_l$ ,  $m_l$ ,  $\pi_{l\alpha\beta}$  - тиск, температура, маса і тензор в'язких напружень частинок  $l$ -го сорту,  $Z$  - заряд іона,  $\vec{\nabla}$  - оператор диференціювання, індекси  $\alpha$ ,  $\beta$  позначають належність до компонент координат  $x_\alpha$ ,  $x_\beta$ .

Другий доданок в лівій частині рівняння (1.1) описує зміну густини частинок за рахунок їх гідродинамічного спрямованого руху, а права частина (1.1) - за рахунок появи або зникнення частинок в результаті процесів зіткнень. Другий доданок в лівій частині рівняння (1.2) описує зміну швидкості частинок в результаті переміщення плазми, права частина (1.2) представляє собою силу, яка діє на частинки  $l$ -го сорту в одиниці об'єму. Її перший доданок - це електрична сила, другий - сила, що виникає через градієнт тиску  $l$ -го сорту частинок плазми, третій - сила, що виникає під дією в'язких напружень, а четвертий - сила тертя, пов'язана з процесами зіткнень.

Вважаємо, що плазма складається з електронів та іонів атомарного водню. Розглядаємо стаціонарну задачу ( $\partial / \partial t = 0$ ). Вважаємо магнітне поле відсутнім ( $\vec{H} = 0$ ). Припускаємо, що температури частинок плазми і

густини атомів водню не залежать від координат. (При самоузгодженному визначенні температури частинок необхідно враховувати рівняння тепlopровідності для частинок при наявності джерел їх охолодження і нагріву. Це сильно ускладнює задачу, розв'язання якої значною мірою буде визначатися способом нагріву плазми.) Зміна кількості частинок відбувається за рахунок іонізації електронним ударом  $\delta n_{i,e}/\delta t = \alpha_e n_e$ , а зміна гідродинамічної швидкості іонів - за рахунок процесів перезарядки і іонізації  $\delta v_{i\alpha}/\delta t = (\nu_{ex} + \alpha_e n_e/n_i) v_{i\alpha}$ , де  $n_i$ ,  $n_e$  - гідродинамічні густини іонів і електронів,  $\nu_{ex}$  - частота перезарядки іонів на атомах водню. Вважаємо, що густина електронів визначається формулою Больцмана  $n_e = n_{e0} \exp(e\varphi/T_e)$ . Цю формулу легко отримати з рівняння (1.1), якщо розділити його на характерні значення параметрів і знехтувати доданками, які містять відношення мас електронів і іонів  $m_e/m_i$ . Вважаємо, що досягнувши межі розподілу діелектрик – плазма (стінки), електрони і іони повністю рекомбінують.

Тензор в'язких напружень іонів  $\pi_{i\alpha\beta}$  за відсутності магнітного поля виражається через тензор швидкості зрушень  $W_{\alpha\beta}$ .

$$\pi_{i\alpha\beta} = -\eta_i W_{\alpha\beta}, W_{\alpha\beta} = \frac{\partial v_{i\alpha}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial v_{i\beta}}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \frac{\partial v_{i\gamma}}{\partial x_\gamma}, \quad (1.3)$$

де  $\eta_i$  - коефіцієнт динамічної в'язкості іонів,  $\delta_{\alpha\beta}$ - символ Кронекера, індекс  $\gamma$  позначає належність до компоненти координат  $x_\gamma$ .

Розділимо рівняння руху (1.2) на  $m_i n_i$ . Після цього в одновимірному випадку рівняння руху, неперервності і рівняння Пуассона можна записати як

$$v_i \frac{dv_i}{dx} = -\frac{e}{m_i} \frac{d\varphi}{dx} - \left( \nu_{ex} + \alpha_e \frac{n_{e0} \exp(e\varphi/T_e)}{n_i} \right) v_i - \frac{T_i}{m_i n_i} \frac{dn_i}{dx} + \frac{4}{3} \bar{\eta}_i \frac{d^2 v_i}{dx^2}, \quad (1.4)$$

$$\frac{d(n_i v_i)}{dx} = \alpha_e n_{e0} \exp(e\varphi/T_e), \quad (1.5)$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = 4\pi e (n_{e0} \exp(e\varphi/T_e) - n_i), \quad (1.6)$$

де  $\bar{\eta}_i = \eta_i/(m_i n_i)$  - коефіцієнт кінематичної в'язкості іонів [77].

Частоти іонізації і перезарядки розраховано за допомогою співвідношень:  $\alpha_e = \sigma_i v_{Te} n_n$ ,  $\nu_{ex} = \sigma_{ex} v_{Ti} n_n$ , де  $\sigma_i$ ,  $\sigma_{ex}$  - перетини іонізації електронним ударом і перезарядки іонів на атомах водню,  $v_{Te} = \sqrt{T_e/m_e}$ ,  $v_{Ti} = \sqrt{T_i/m_i}$  - теплові швидкості електронів та іонів відповідно,  $n_n$  - густина нейтральних частинок. Залежність середнього добутку перетину іонізації  $\sigma_i$  ( $\text{см}^{-3}/\text{с}$ ) на теплову швидкість електронів від їх температури  $T_e$  (eB) визначена формулою

$$\overline{\sigma_i v_e} = 10^{-5} \frac{\Theta^{1/2}}{I^{3/2} (6 + \Theta)} \exp(-\Theta^{-1}),$$

де  $I = 13.6$  eB,  $\Theta = T_e/I$  [78].

Величина  $\sigma_{ex}$  визначена формулою  $\sigma_{ex} = 4.9 \cdot 10^{-15} (1 + 0.15 \cdot \ln(1/T_i))^2 \text{ см}^2$  [79], де  $T_i$  визначається в електрон-вольтах.

Коефіцієнт кінематичної в'язкості іонів дорівнює добутку характерної швидкості іонів  $v_{Ti}$  на довжину вільного пробігу  $l$  (див., наприклад, [75]):  $\bar{\eta}_i = v_{Ti} l = v_{Ti}^2 / (\alpha_e + \nu_{ex} + \nu_{Ci})$ , де  $\nu_{Ci} = \sigma_{Ci} v_{Ti} n_{i0}$  - частота кулонівських зіткнень іонів,  $n_{i0}$  - гідродинамічна густина іонів в точці  $x = 0$ ,  $\sigma_{Ci} = \pi(e^2/T_i)^2 \Lambda_i$  - перетин кулонівських зіткнень іонів,  $\Lambda_i = \ln(r_{Di}/r_{min i})$  - кулонівський логарифм,  $r_{Di} = \sqrt{T_i/(4\pi e^2 n_{i0})}$  - радіус Дебая іонів,  $r_{min i} = e^2/T_i$  - прицільний параметр близької взаємодії.

На рисунку 1.2 представлено залежності безрозмірною кінематичної в'язкості іонів  $\bar{\eta} = \bar{\eta}_i/(v_s r_{De}) = \tau/(\nu + \nu_C + \alpha)$  від

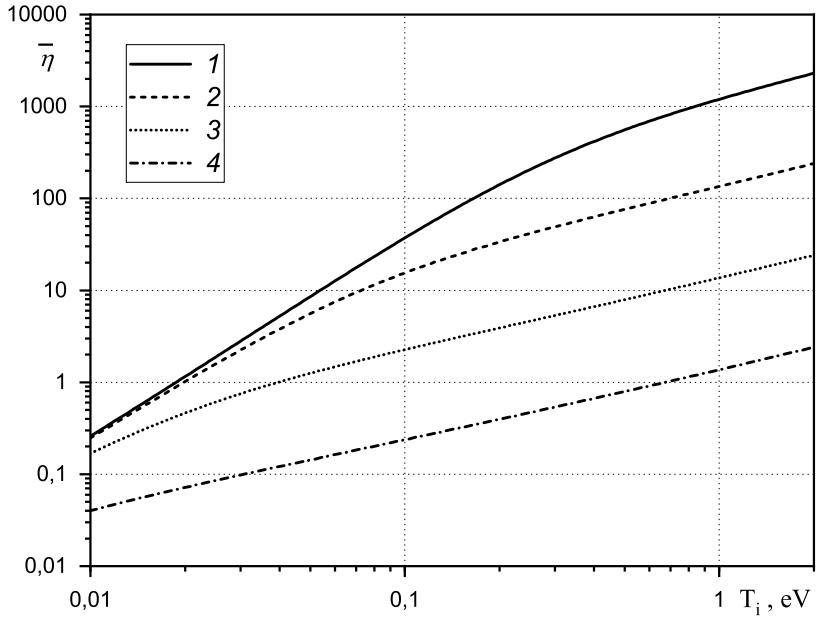


Рис. 1.2. Залежності безрозмірної кінематичної в'язкості іонів  $\bar{\eta}$  від температури іонів  $T_i$ (eB) при густини нейтральних частинок  $n_n = 10^{13} \text{ см}^{-3}$  (1),  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (2),  $n_n = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  (3) і  $n_n = 10^{16} \text{ см}^{-3}$  (4) при  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 2\text{eB}$

температури іонів  $T_i$  при різних значеннях густини нейтральних частинок  $n_n$  при  $T_e = 2 \text{ eB}$ , де  $\alpha = \alpha_e/\omega_{pi}$ ,  $\nu = \nu_{ex}/\omega_{pi}$ ,  $\nu_C = \nu_{Ci}/\omega_{pi}$  - безрозмірні частоти,  $\omega_{pi} = v_s/r_{De}$  - плазмова частота іонів. Зазначимо, що кінематична в'язкість іонів суттєво зростає при збільшенні  $T_i$  і зменшенні  $n_n$ .

На рисунку 1.3 показано залежності безрозмірних частот кулонівських зіткнень  $\nu_C$ , перезарядки  $\nu$  і іонізації  $\alpha$  від температури іонів  $T_i$  при  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  і  $T_e = 2 \text{ eB}$ . За допомогою цього рисунка можна оцінити, які процеси дають основний внесок в параметр безрозмірної кінематичної в'язкості іонів. При зменшенні густини нейтральних частинок  $n_n$  область, де перетинаються графіки частот перезарядки  $\nu$  і кулонівських зіткнень  $\nu_C$  зміщуються в бік

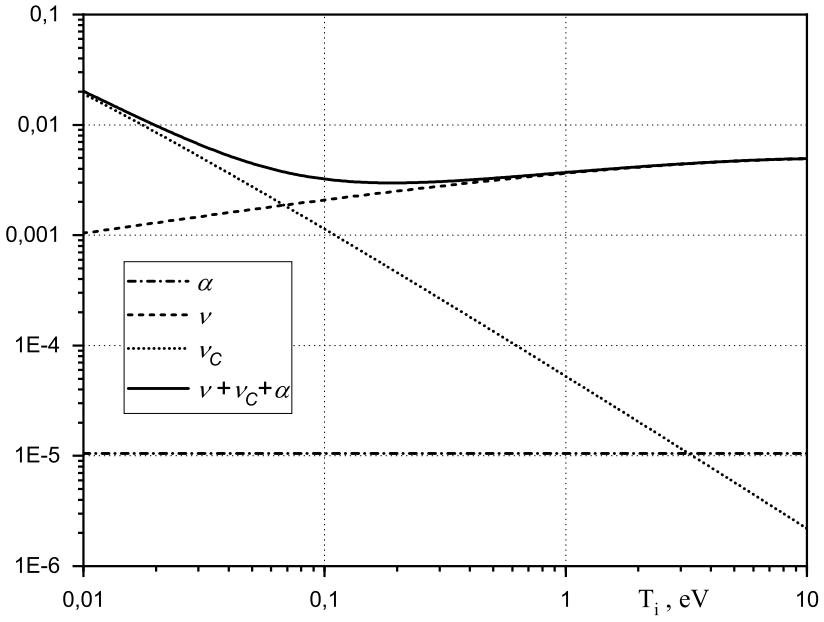


Рис. 1.3. Залежності безрозмірних частот кулонівських зіткнень  $\nu_C$ , перезарядки  $\nu$  і іонізації  $\alpha$  від температури іонів  $T_i$  при  $n_{e0} = 10^{10}$  см $^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14}$  см $^{-3}$  і  $T_e = 2$  еВ

збільшення температури іонів. З рисунка видно, що при великих значеннях температури іонів  $T_i$  основний внесок в  $\bar{\eta}$  дає частота перезарядки  $\nu$ , а при дуже малих  $T_i$  - частота кулонівських зіткнень  $\nu_C$ , частота іонізації електронним ударом  $\alpha$  слабо впливає на величину безрозмірної кінематичної в'язкості іонів при будь-яких значеннях  $T_i$ . Інтегрування закінчують в точці  $x = \hat{L}$ , де виконується умова (1.11). Зазвичай, з першої спроби  $\hat{L} \neq L$ . В системі рівнянь (1.4) - (1.6) перейдемо до безрозмірних змінних  $v = v_i/v_s$ ,  $n = n_i/n_{e0}$ ,  $\Phi = e\varphi/T_e$ . Штрихом позначена похідна по безрозмірній координаті  $x/r_{De}$ . Маємо

$$vv' = -\Phi' - \left( \nu + \alpha \frac{\exp(\Phi)}{n} \right) v - \tau \frac{n'}{n} + \frac{4}{3} \bar{\eta} v'', \quad (1.7)$$

$$n'v + nv' = \alpha \exp(\Phi), \quad (1.8)$$

$$\Phi'' = \exp(\Phi) - n, \quad (1.9)$$

Система диференційних рівнянь (1.7) - (1.9) без урахування в'язкості іонів є нелінійною відносно невідомих функцій системою четвертого порядку. Вона має бути доповненою граничними умовами. З міркувань симетрії в центрі плазми маємо

$$v(0) = n'(0) = \Phi'(0) = 0. \quad (1.10)$$

Також пам'ятаємо, що потенціал є визначеним з точністю до константи. Припустимо, що  $\Phi(0) = 0$ . Ще однією граничною умовою є умова на межі плазма – стінка: гідродинамічний потік іонів дорівнює потоку електронів в напрямку зростання  $x$ . При цьому вважається, що електрони розподілені відповідно з розподілом Максвелла – Больцмана, а ефекти відбиття від стінки та емісії електронів стінкою є відсутніми [80]

$$\Gamma(L) = n(L)v(L) = \sqrt{\frac{m_i}{2\pi m_e}} \exp(\Phi(L)). \quad (1.11)$$

Таким чином, маємо систему рівнянь четвертого порядку з чотирма граничними умовами, тобто задачу на визначення власних значень. Наприклад, якщо задано  $L$ ,  $T_e$ ,  $T_i$  і  $n_n$ , то стаціонарний газовий розряд є можливим при певному значенні  $n_{e0}$ , що визначається розв'язком системи.

### 1.1.2. Розв'язання основної системи рівнянь - квазінейтральне наближення

Знаходження власних функцій і власних значень нелінійної системи (1.7) - (1.9) є доволі складною проблемою. Тому в її дослідженнях застосовують альтернативний підхід. Граничні умови (1.10) беруть в якості початкових умов. Доповнюють їх довільним

початковим  $n_{e0}$  і інтегрують систему (1.7) - (1.9) в напрямку позитивних  $x$ , тобто розв'язують задачу Коші (див., наприклад, [74, 81], де було розглянуто випадок холодних іонів). Тоді змінюють  $n_{e0}$  і проводять нове інтегрування і так доти, поки не отримають  $\hat{L} = L$  (див. Рис. 1.4). Такий підхід буде використано надалі при аналізі впливу в'язкості іонів на розподіл параметрів плазми стаціонарного розряду.

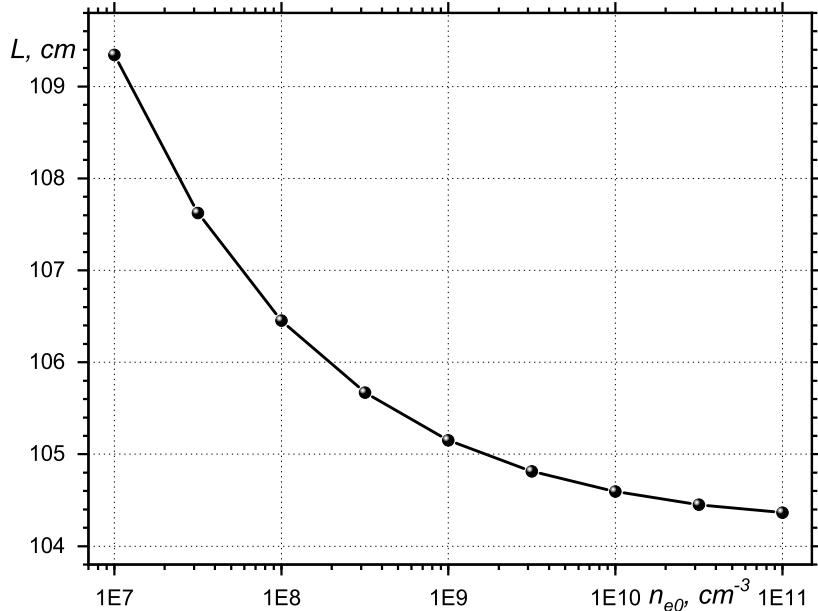


Рис. 1.4. Залежність розміру плазми  $L$  від густини електронів в центрі плазми у випадку  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 2\text{eB}$ ,  $T_i = 0.1\text{eB}$

Якщо з рівнянь (1.7) без врахування останнього доданка і (1.8) виразити безрозмірні похідні густини і швидкості іонів

$$v' = -\frac{\Phi' v + \left(\nu + \alpha \frac{\exp(\Phi)}{n}\right) v^2 + \tau \alpha \frac{\exp(\Phi)}{n}}{v^2 - \tau}, \quad (1.12)$$

$$n' = \frac{\left[\Phi' + \left(\nu + \alpha \frac{\exp(\Phi)}{n}\right) v\right] n}{v^2 - \tau}, \quad (1.13)$$

то видно, що система рівнянь має сингулярність в точці, де гідродинамічна швидкість іонів дорівнює їх тепловій швидкості  $v = \sqrt{\tau}$ . Точка сингулярності для сильно неізотермічної плазми знаходиться в області квазінейтральності, де параметри плазми змінюються на відстанях порядку розміру плазми  $\Delta x \sim L$ , на достатній відстані від перехідного шару. Сингулярність заважає прямому інтегруванню системи (1.7) - (1.9). Щоб уникнути складнощів, пов'язаних з сингулярністю, скористаємося малістю другої похідної потенціалу в рівнянні (1.9)  $\Phi'' \ll n, \exp(\Phi)$ . Назвемо такий підхід «квазінейтральним наближенням». У першій ітерації ( $\Phi'' = 0$ ) з рівняння (1.9) отримаємо

$$n_{(1)} = \exp(\Phi_{(1)}), \quad \Phi'_{(1)} = \frac{n'_{(1)}}{n_{(1)}}. \quad (1.14)$$

Використання (1.14) дозволяє виключити в (1.7) і (1.8) потенціал з цієї системи рівнянь

$$v_{(1)} v'_{(1)} = -(1 + \tau) \frac{n'_{(1)}}{n_{(1)}} - (\nu + \alpha) v_{(1)} + \frac{4}{3} \bar{\eta} v''_{(1)}, \quad (1.15)$$

$$n'_{(1)} v_{(1)} + n_{(1)} v'_{(1)} = \alpha n_{(1)}. \quad (1.16)$$

Отримаємо з (1.15), (1.16) безрозмірні перші і другі похідні густини і швидкості іонів без урахування в'язкості іонів.

$$v'_{(1)} = \frac{(1 + \tau)\alpha + (\nu + \alpha)v_{(1)}^2}{1 + \tau - v_{(1)}^2}, \quad (1.17)$$

$$n'_{(1)} = -\frac{(\nu + 2\alpha)n_{(1)}v_{(1)}}{1 + \tau - v_{(1)}^2}, \quad (1.18)$$

$$v''_{(1)} = \frac{2(\nu + \alpha + v'_{(1)})v_{(1)}v'_{(1)}}{1 + \tau - v_{(1)}^2}, \quad (1.19)$$

$$n''_{(1)} = -\frac{(\nu + 2\alpha)\alpha n_{(1)} - 2v_{(1)}v'_{(1)}n'_{(1)}}{1 + \tau - v_{(1)}^2}. \quad (1.20)$$

Як видно, система рівнянь (1.17), (1.18) має сингулярність в точці, де

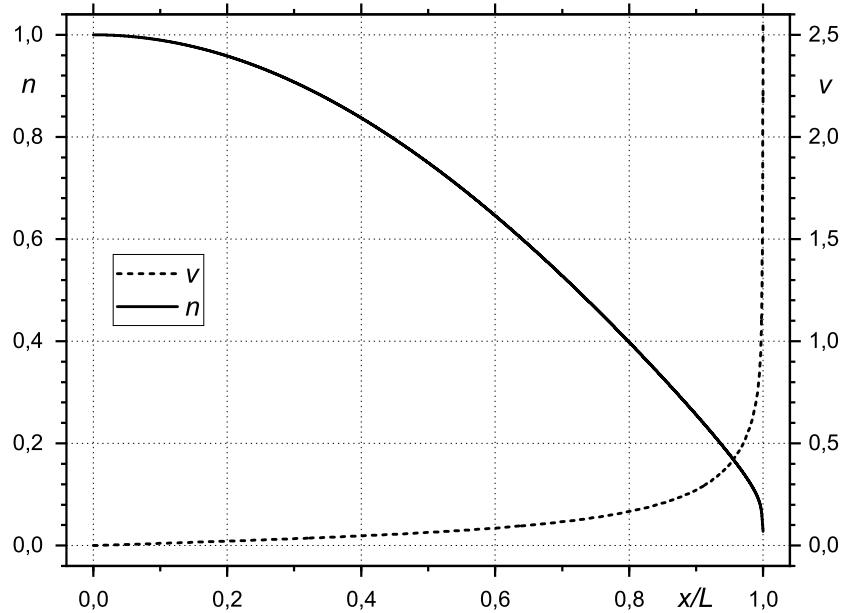


Рис. 1.5. Залежність безрозмірних швидкості  $v$  і густини  $n$  іонів від координати  $x/L$  у випадку  $n_{e0} = 10^{10}$  см $^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14}$  см $^{-3}$ ,  $T_e = 2$  еВ і  $T_i = 0.1$  еВ

гідродинамічна швидкість іонів дорівнює швидкості Бома  $v_{(1)} = \sqrt{1 + \tau}$ . Тому в області  $0 < v_{(1)} < \sqrt{1 + \tau}$  розв'язуємо цю систему методом Коші з початковими умовами в точці  $x = 0$ . Після проходження точки  $v_{(1)} = \sqrt{\tau}$ , в інтервалі  $\sqrt{\tau} < v_{(1)} < \sqrt{1 + \tau}$ , значення  $v_{(1)}, n_{(1)}$  і обчислені за їх допомогою  $\Phi_{(1)}$  та  $\Phi'_{(1)}$  використовуємо в якості початкових умов при інтегруванні (1.7) - (1.9). Таким методом можна отримати гладку зшивку для основних параметрів плазми. Але при цьому спостерігаються істотні

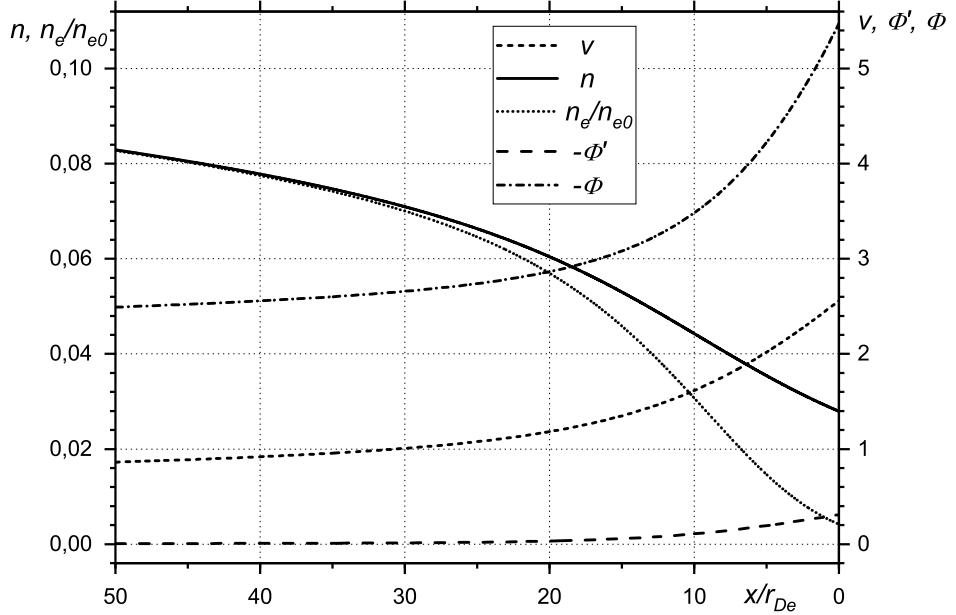


Рис. 1.6. Залежність безрозмірних швидкості  $v$  і густини  $n$  іонів, густини електронів  $n_e/n_{e0}$ , електричного поля  $-\Phi'$  і потенціалу  $\Phi$  від координати  $x/r_{De}$  в переходному шарі у випадку  $n_{e0} = 10^{10}$  см $^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14}$  см $^{-3}$ ,  $T_e = 2$  eB і  $T_i = 0.1$  eB

осциляції в другій похідній швидкості, значення якої необхідні для оцінки в'язкості іонів. Тому для більш точної зшивки рішень систем рівнянь (1.9), (1.12), (1.13) і (1.17), (1.18) використовуємо наступну ітерацію по другій похідній потенціалу. У другій ітерації  $\Phi'' = \Phi''_{(1)}$  і рівняння (1.14), (1.15) і (1.16) приймають вигляд

$$\exp(\Phi_{(2)}) = n_{(2)} + \Phi''_{(1)}, \Phi'_{(2)} = \frac{n'_{(2)} + \Phi'''_{(1)}}{n_{(2)} + \Phi''_{(1)}} \quad (1.21)$$

$$v_{(2)}v'_{(2)} = -\frac{n'_{(2)} + \Phi'''_{(1)}}{n_{(2)} + \Phi''_{(1)}} - \left( \nu + \alpha \frac{n_{(2)} + \Phi''_{(1)}}{n_{(2)}} \right) v_{(2)} - \tau \frac{n'_{(2)}}{n_{(2)}} + \frac{4}{3} \bar{\eta} v''_{(2)}, \quad (1.22)$$

$$n'_{(2)}v_{(2)} + n_{(2)}v'_{(2)} = \alpha(n_{(2)} + \Phi''_{(1)}). \quad (1.23)$$

Без урахування останнього доданка в рівнянні (1.22) маємо

$$v'_{(2)} = \frac{\left\{ \left( 1 + \tau \frac{n_{(2)} + \Phi''_{(1)}}{n_{(2)}} \right) \alpha + \left( \nu + \alpha \frac{n_{(2)} + \Phi''_{(1)}}{n_{(2)}} \right) v_{(2)}^2 + \right.}{\left. \frac{\Phi'''_{(1)} v_{(2)}}{n_{(2)} + \Phi''_{(1)}} \right\}}, \quad (1.24)$$

$$n'_{(2)} = \frac{\alpha(n_{(2)} + \Phi''_{(1)}) - n_{(2)}v'_{(2)}}{v_{(2)}}, \quad (1.25)$$

$$v''_{(2)} = \frac{\left\{ \begin{array}{l} \alpha \frac{n_{(2)}\Phi'''_{(1)} - n'_{(2)}\Phi''_{(1)}}{n_{(2)}^2} (v_{(2)}^2 + \tau) + \\ + 2 \left( \nu + \alpha \frac{n_{(2)} + \Phi''_{(1)}}{n_{(2)}} + v'_{(2)} \right) v_{(2)}v'_{(2)} + \\ + \left[ \left[ \Phi_{(1)}^{IV} \left( n_{(2)} + \Phi''_{(1)} \right) - \Phi'''_{(1)} \left( n'_{(2)} + \Phi'''_{(1)} \right) \right] v_{(2)} + \right. \\ \left. + \left[ \Phi'''_{(1)} \left( 2n_{(2)} + \Phi''_{(1)} \right) - n'_{(2)}\Phi''_{(1)} \right] v'_{(2)} \right] \end{array} \right\}}{\frac{n_{(2)}}{n_{(2)} + \Phi''_{(1)}} + \tau - v_{(2)}^2}. \quad (1.26)$$

де  $\Phi''_{(1)}$ ,  $\Phi'''_{(1)}$  і  $\Phi_{(1)}^{IV}$  - відомі функції. Зазначимо, що при проведенні другої ітерації сингулярність трохи змістилась у напрямку межі плазма – стінка. При наближенні температури іонів до температури електронів точки сингулярності систем рівнянь (1.9), (1.12), (1.13) і (1.17), (1.18) будуть наблизуватися одна до одної, що вимагає використання наступних ітерацій квазінейтрального наближення.

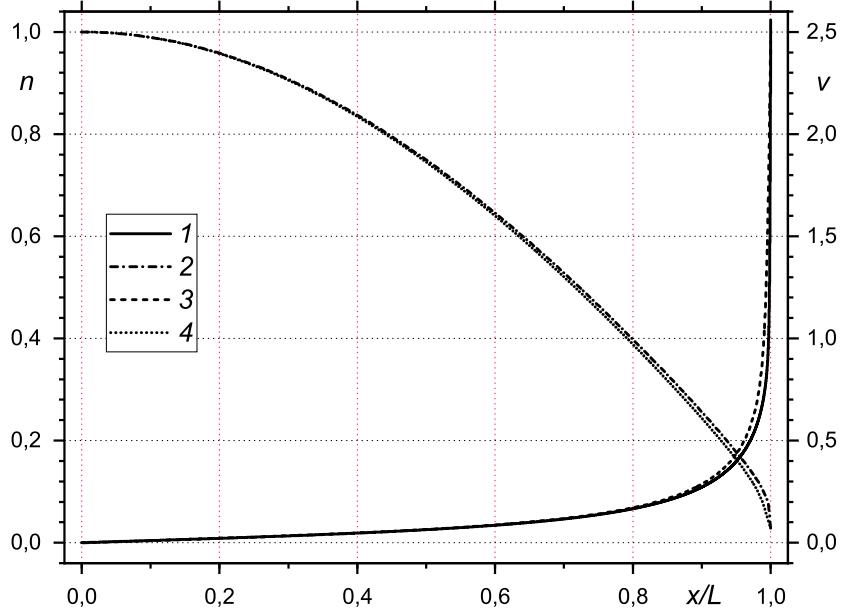


Рис. 1.7. Залежність безрозмірних швидкості  $v(1,3)$  і густини  $n(2,4)$  іонів від координати  $x/L$  у випадках  $n_{e0} = 10^{10}$  см $^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14}$  см $^{-3}$ (1,2),  $n_n = 5 \cdot 10^{14}$  см $^{-3}$ (3,4),  $T_e = 2$  eB і  $T_i = 0.1$  eB

На Рис. 1.5 показано зшивка рішень систем рівнянь (1.24), (1.25) і (1.9), (1.12), (1.13) у всьому об'ємі плазми, яка проводилась у точці  $x/L = 0.85$ . В інтервалі  $0 \leq x/L \leq 0.85$  показано рішення системи рівнянь (1.24), (1.25), а в інтервалі  $0.85 \leq x/L \leq 1$  - рішення системи рівнянь (1.9), (1.12), (1.13). На Рис. 1.6 показано рішення системи рівнянь (1.9), (1.12), (1.13) в перехідному шарі. При розрахунках використовувалися такі значення розмірних і безрозмірних величин:  $n_{e0} = 10^{10}$  см $^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14}$  см $^{-3}$ ,  $T_e = 2$  eB,  $T_i = 0.1$  eB,  $v_{Te} = 5.93 \cdot 10^7$  см/с,  $v_{Ti} = 3.09 \cdot 10^5$  см/с,  $v_s = 1.38 \cdot 10^6$  см/с,  $r_{De} = 1.05 \cdot 10^{-2}$  см,  $\omega_{pi} = 1.32 \cdot 10^8$  с $^{-1}$ ,  $\alpha_e = 1.39 \cdot 10^3$  с $^{-1}$ ,  $\nu_{ex} = 2.74 \cdot 10^5$  с $^{-1}$ ,  $\nu_{Ci} = 1.49 \cdot 10^5$  с $^{-1}$ ,  $\bar{\eta}_i = 2.25 \cdot 10^5$  см $^2$ /с,  $L = 104.6$  см,  $\alpha = 1.05 \cdot 10^{-5}$ ,  $\nu = 2.08 \cdot 10^{-3}$ ,  $\nu_C = 1.13 \cdot 10^{-3}$ ,  $\bar{\eta} = 15.5$ .

Для розрахунків було взято параметри, які є характерні для жевріючого

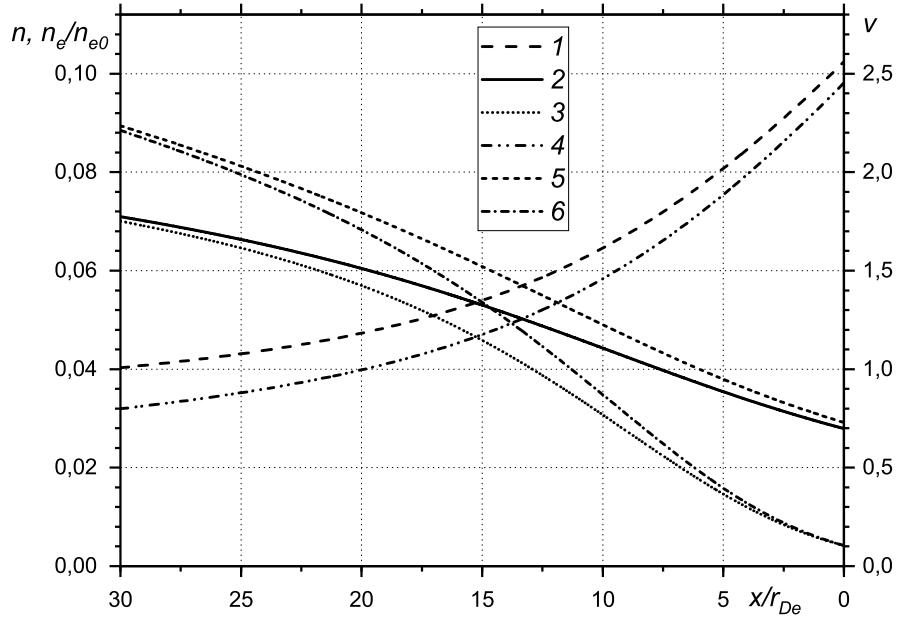


Рис. 1.8. Залежність безрозмірних швидкості  $v(1,4)$  і густини  $n(2,5)$  іонів і густини електронів  $n_e/n_{e0}(3,6)$  від координати  $x/r_{De}$  в перехідному шарі у випадках  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}(1-3)$ ,  $n_n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}(4-6)$ ,  $T_e = 2 \text{ eB}$  і  $T_i = 0.1 \text{ eB}$

розряду. Підкреслимо, що для зручності сприйняття на Рис. 1.5 відстань вимірюється в розмірах плазми  $L$ , а на Рис. 1.6 в радіусах Дебая  $r_{De}$ , причому початок відліку відповідає поверхні, що обмежує плазму.

З Рис. 1.5 і 1.6 видно, що знайдений розв'язок систем рівнянь є безперервним і не має жодних особливостей. Як і передбачалось, в області квазінейтральності рішення змінюються повільно; в перехідному шарі, розмір якого приблизно  $0.3 \text{ см}$  або  $25 \div 40 r_{De}$ , з'являється об'ємний заряд і параметри плазми потерпають різкої зміни.

Для порівняння були проведені розрахунки для  $n_n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . У цьому випадку значення розмірних і безрозмірних величин, які відрізняються, мають наступні значення:  $\alpha_e = 6.93 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ ,  $\nu_{ex} = 1.37 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ ,  $\bar{\eta}_i = 6.26 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $L = 21.1 \text{ см}$ ,  $\alpha = 5.26 \cdot 10^{-5}$ ,

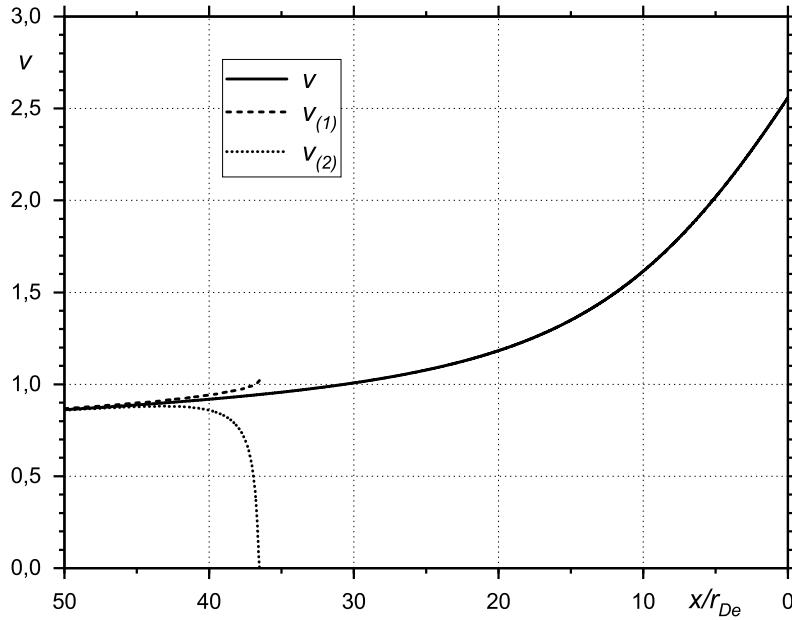


Рис. 1.9. Залежність безрозмірних швидкостей  $v$ ,  $v_{(1)}$ ,  $v_{(2)}$  іонів від координати  $x/r_{De}$  в перехідному шарі у випадку  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 2 \text{ eB}$  і  $T_i = 0.1 \text{ eB}$

$\nu = 1.04 \cdot 10^{-2}$ ,  $\bar{\eta} = 4.31$ . Порівняльні результати для випадків  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  і  $n_n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  показані на Рис. 1.7 і 1.8 у всьому об'ємі плазми і в перехідному шарі відповідно. Незважаючи на те, що розмір плазми в разі меншої густини нейтральних частинок майже в 5 разів більше, ніж в разі більшої густини, і розподіл параметрів в повному обсязі плазми трохи відрізняється, розмір перехідного шару для обох випадків практично одинаковий.

На Рис. 1.9 в доповнення до зображеного на Рис. 1.5 і Рис. 1.6 швидкості іонів показано також першу і другу ітерації швидкості. Видно, що рішення  $v_{(1)}$ ,  $v_{(2)}$ , при отриманні яких застосовано припущення квазінейтральності, починають відрізнятися від «правильного» рішення  $v$  на відстані близько  $40 r_{De}$  від поверхні, що обмежує плазму, що дещо більше за розмір перехідного шару, якщо визначати

його як відстань від поверхні до точки де  $v = \sqrt{1 + \tau}$ . З першої ітерації рівняння Пуассона знайдемо швидкість, при який порушується наближення квазінейтральності. Вочевидь, це відбувається, коли доданок просторового заряду  $\Phi''_{(1)}$  становить помітну долю від доданків густини електронів або іонів  $\Phi''_{(1)} \approx 0.01 \cdot n_{(1)}$ . Щоб знайти  $\Phi''_{(1)}$ , візьмемо похідну від останньої рівності в (1.14).

$$\Phi''_{(1)} = \frac{n''_{(1)}}{n_{(1)}} - \left( \frac{n'_{(1)}}{n_{(1)}} \right)^2. \quad (1.27)$$

Далі потрібно знайти  $(n'_{(1)}/n_{(1)})^2$  і  $n''_{(1)}/n_{(1)}$ . Для цього використовуємо

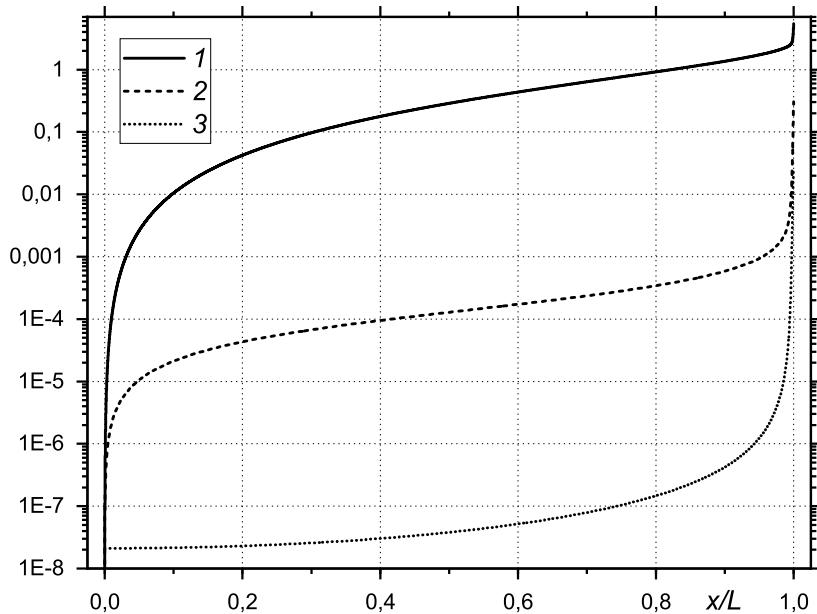


Рис. 1.10. Залежність безрозмірних потенціалу  $\Phi$  (1), електричного поля  $-\Phi'$  (2) і просторового заряду  $-\Phi'' = n_i - n_e$  (3) від координати  $x/L$  у випадку  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 2 \text{ eB}$  і  $T_i = 0.1 \text{ eB}$

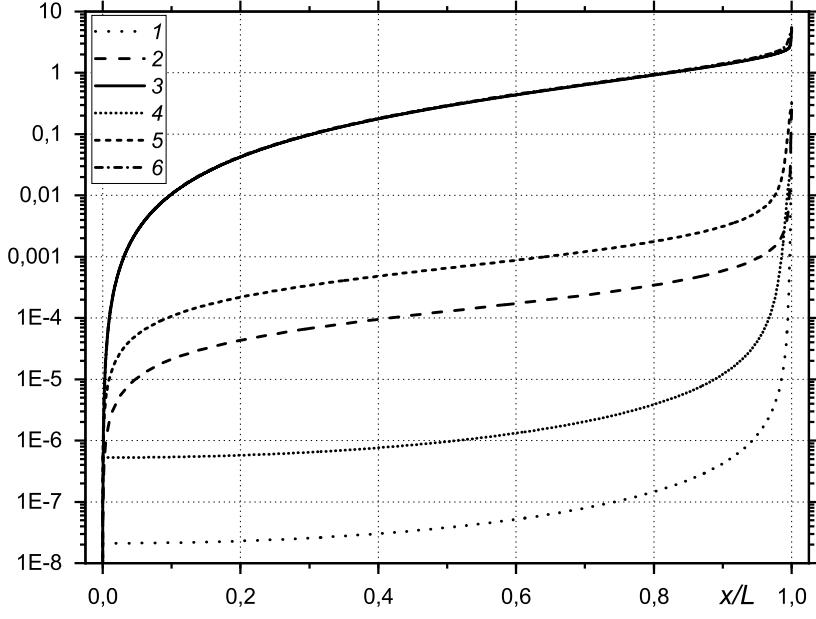


Рис. 1.11. Залежність безрозмірних потенціалу  $-\Phi$  (3,6), електричного поля  $-\Phi'$  (2,5) і просторового заряду  $-\Phi'' = n_i - n_e$  (1,4) від координати  $x/L$  у випадках  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (1-3),  $n_n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (4-6),  $T_e = 2 \text{ eB}$  і  $T_i = 0.1 \text{ eB}$

(1.18) і (1.20).

$$\frac{n''_{(1)}}{n_{(1)}} = -\frac{(\nu + 2\alpha) \left\{ \alpha \left[ (1 + \tau)^2 - 4(1 + \tau)v_{(1)}^2 \right] - (\nu + 2\alpha) v_{(1)}^4 \right\}}{\left( 1 + \tau - v_{(1)}^2 \right)^3}, \quad (1.28)$$

$$\left( \frac{n'_{(1)}}{n_{(1)}} \right)^2 = \frac{(\nu + 2\alpha)^2 v_{(1)}^2}{\left( 1 + \tau - v_{(1)}^2 \right)^2}. \quad (1.29)$$

Остаточно отримаємо

$$\Phi''_{(1)} = -(\nu + 2\alpha)(1 + \tau) \frac{(\nu + 5\alpha)(1 + \tau) - (\nu + 6\alpha) \left( 1 + \tau - v_{(1)}^2 \right)}{\left( 1 + \tau - v_{(1)}^2 \right)^3}, \quad (1.30)$$

$$\left| \frac{\Phi''_{(1)}}{n_{(1)}} \right| = \left| (\nu + 2\alpha)(1 + \tau) \frac{(\nu + 5\alpha)(1 + \tau) - (\nu + 6\alpha)(1 + \tau - v_{(1)}^2)}{n_{(1)} (1 + \tau - v_{(1)}^2)^3} \right|. \quad (1.31)$$

Для випадку  $v_{(1)} \lesssim \sqrt{1 + \tau}$

$$\left| \frac{\Phi''_{(1)}}{n_{(1)}} \right| \approx \frac{(\nu + 2\alpha)(\nu + 5\alpha)(1 + \tau)^2}{n_{(1)} (1 + \tau - v_{(1)}^2)^3}. \quad (1.32)$$

Якщо підставити в (1.32) значення параметрів, при яких виконувались чисельні розрахунки, то виходить, що наближення квазінейтральності порушується при  $v_{(1)} \approx 0.92$ , що добре співпадає з тим, що показано на Рис. 1.9.

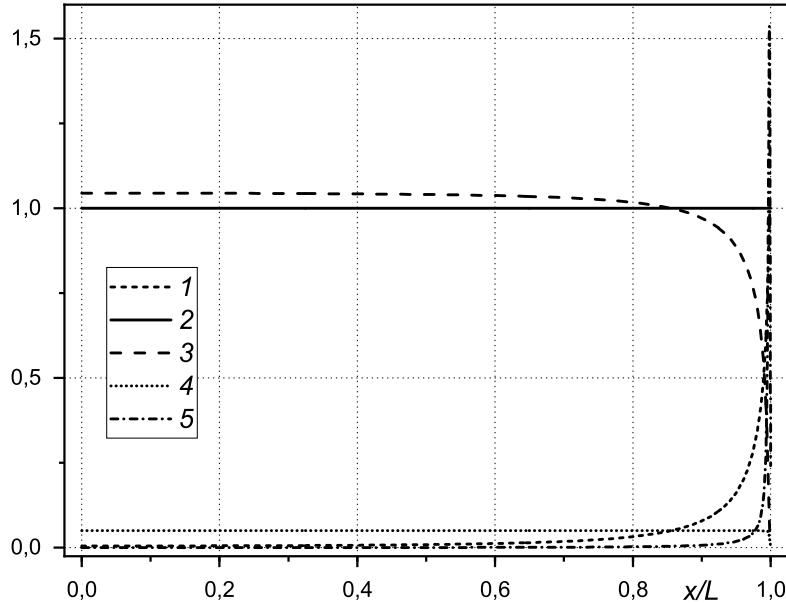


Рис. 1.12. Залежність відношення доданків рівнянь руху (1.22) і (1.7) до доданка, який містить електричне поле  $|vv'/\Phi'|$  (1),  $|\Phi'/\Phi'| = 1$  (2),  $|(\nu + \alpha \exp(\Phi)/n)v/\Phi'|$  (3),  $|\tau(n'/n)/\Phi'|$  (4),  $|(4/3)\bar{\eta}v''/\Phi'|$  (5) від координати  $x/L$  у випадку  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 2 \text{ eB}$  і  $T_i = 0.1 \text{ eB}$

На Рис. 1.10 показано розподіли потенціалу, самоузгодженого електричного поля і просторового заряду в об'ємі плазми. Відзначимо, що густина іонів перевищує густину електронів у всьому об'ємі плазми на величину  $\Phi''$ , яку можна порахувати на початку координат за допомогою розкладів по  $x$  як  $\Phi''_{x=0} \approx -[(\nu + 2\alpha)\alpha]/2$ . При цьому гідродинамічна швидкість електронів, яку можна отримати з рівняння безперервності для іонів і умови стаціонарності,  $v_e/v_s = nv/(n + \Phi'')$  буде дещо перевищувати швидкість іонів. Незважаючи на наявність просторового заряду, електричне поле стає помітним лише в перехідному шарі на відміну від потенціалу, який візуально змінюється у всьому об'ємі плазми. На Рис. 1.11 показані для порівняння ще й величини для випадку  $n_n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

### 1.1.3. Оцінки ефекту в'язкості іонів в рівнянні руху іонів

Проведемо оцінку останнього доданка рівняння (1.15), який описує в'язкість іонів у квазінейтральному наближенні. Розділимо його на доданок рівняння  $n'_{(1)}/n_{(1)}$ , який містить електричне поле. Вираз для  $v''_{(1)}$  отримаємо з (1.19). Остаточно маємо

$$\left| \frac{4\bar{\eta}n_{(1)}v''_{(1)}}{3n'_{(1)}} \right| = \frac{8\bar{\eta}(1+\tau)[(\nu+2\alpha)(1+\tau) - (\nu+\alpha)(1+\tau-v_{(1)}^2)]}{3(1+\tau-v_{(1)}^2)^2}. \quad (1.33)$$

Для центру плазми, де  $v_{(1)} \ll 1$ , з (1.33) випливає

$$\left| \frac{4\bar{\eta}n_{(1)}v''_{(1)}}{3n'_{(1)}} \right| \approx \frac{8}{3}\bar{\eta}\alpha, \quad (1.34)$$

Як видно з Рис. 1.12, для параметрів плазми, що було використано в чисельних розрахунках, в центрі плазми внесок доданка, який описує

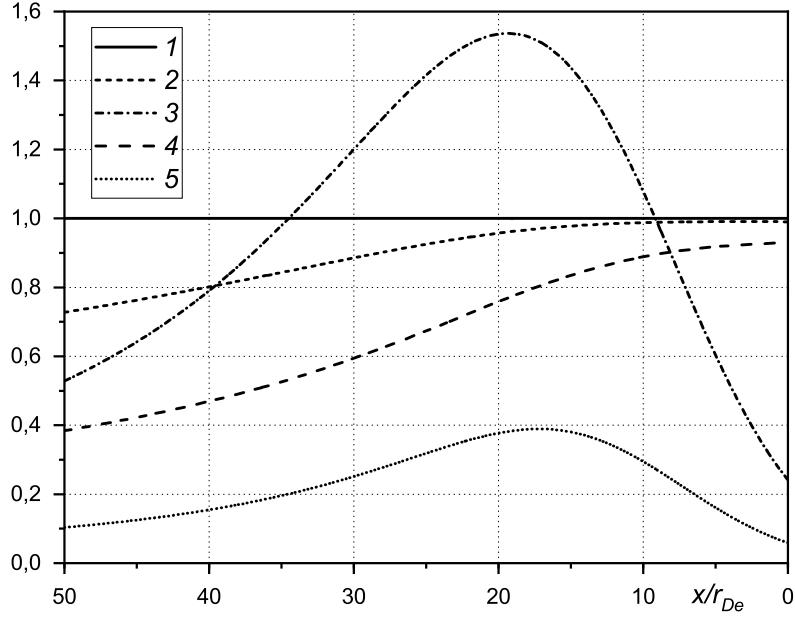


Рис. 1.13. Залежність відношення доданків рівнянь руху (1.22) і (1.7) до доданка, який містить електричне поле  $|vv'/\Phi'|$ (2,4),  $|\Phi'/\Phi'| = 1(1)$ ,  $|(4/3)\bar{\eta}v''/\Phi'|$ (3,5) від координати  $x/r_{De}$  в переходному шарі у випадку  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 2 \text{ eB}$ ,  $T_i = 0.1 \text{ eB}$ ,  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ (2,3) і  $n_n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ (4,5)

в'язкість іонів (1.34) в рівняння (1.15) є малим, порядку  $4 \cdot 10^{-4}$ . На межі квазінейтральної плазми і шару просторового заряду  $v_{(1)} \lesssim \sqrt{1 + \tau}$ , з (1.33) отримаємо

$$\left| \frac{4\bar{\eta}n_{(1)}v_{(1)}''}{3n_{(1)'}} \right| \approx \frac{8\bar{\eta}(\nu + 2\alpha)(1 + \tau)^2}{3(1 + \tau - v_{(1)}^2)^2}. \quad (1.35)$$

Як видно з (1.35), внесок в'язкості іонів швидко зростає при наближенні гідродинамічної швидкості іонів до швидкості іонного звуку. Але в цій області вже треба замість (1.17), (1.18) використовувати систему (1.9), (1.12), (1.13). Оцінимо внесок в'язкості іонів в рівняння руху іонів (1.7) в області, де  $v > \sqrt{\tau}$ . З цією метою знайдемо другу

похідну швидкості іонів з урахуванням рівняння Пуассона (1.9) (перші похідні густини і швидкості іонів визначаються рівняннями (1.12) і (1.13)).

$$v'' = - \frac{\left\{ \Phi'' v + \left[ \Phi' + 2 \left( \nu + \alpha \frac{\exp(\Phi)}{n} - v' \right) v \right] v' + \right.}{\left. + \alpha \frac{\exp(\Phi)}{n} \left( \Phi' - \frac{n'}{n} \right) (v^2 + \tau) \right\}} \frac{v^2 - \tau}{v^2 - \tau}. \quad (1.36)$$

Остаточно, внесок в'язкості іонів в рівнянні руху іонів (1.7) в області

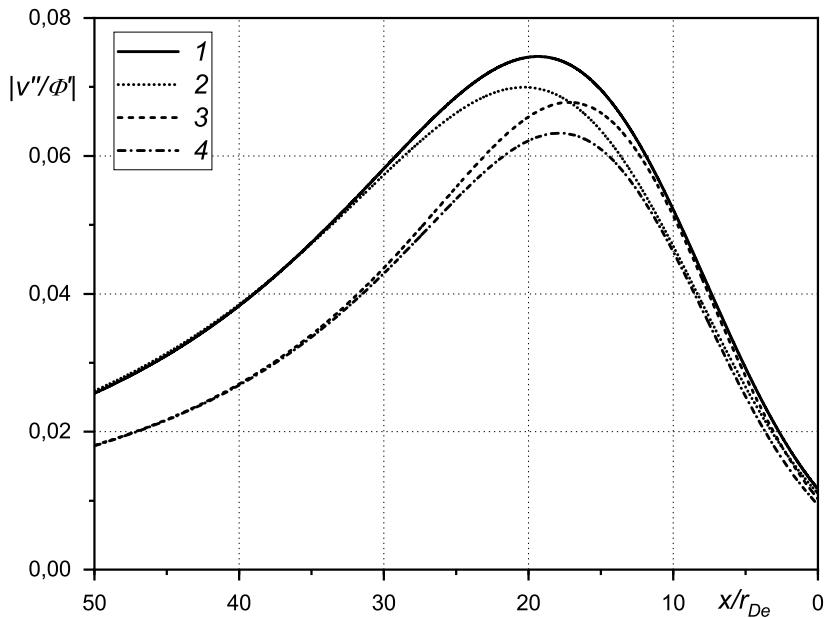


Рис. 1.14. Залежність відношення  $|v''/\Phi'|$  від координати  $x/r_{De}$  в переходному шарі для значень  $T_i = 0.1$  eB (1,3) і  $T_i = 0.3$  eB (2,4) у випадку  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 2 \text{ eB}$ ,  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (1,2) і  $n_n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (3,4)

$v > \sqrt{\tau}$ , становить

$$\left| \frac{4\bar{\eta}v''}{3\Phi'} \right| = \frac{4\bar{\eta} \left| \Phi''v + \left[ \Phi' + 2 \left( \nu + \alpha \frac{\exp(\Phi)}{n} - v' \right) v \right] v' + \right.}{3 |\Phi'| (v^2 - \tau)} \left. + \alpha \frac{\exp(\Phi)}{n} \left( \Phi' - \frac{n'}{n} \right) (v^2 + \tau) \right|. \quad (1.37)$$

У перехідному шарі для сильно неізотермічної плазми вираз (1.36) спрощується. Тоді отримаємо

$$\left| \frac{4\bar{\eta}v''}{3\Phi'} \right| \approx \frac{4\bar{\eta} |\Phi''v + [\Phi' - 2vv'] v'|}{3 |\Phi'| (v^2 - \tau)}. \quad (1.38)$$

На Рис. 1.12 показано відношення всіх доданків рівняння руху (1.7) до доданка, який містить електричне поле. З Рис. 1.12 видно, що в'язкість іонів має незначний вплив в області квазінейтральності, проте в перехідному шарі цей вплив зростає і його треба враховувати.

На Рис. 1.13 показано для порівняння ці ж величини для випадку  $n_n = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  в перехідному шарі. Зі зменшенням густини нейтралів  $n_n$  зростає коефіцієнт в'язкості іонів  $\bar{\eta}$ , що призводить до того, що в'язкість іонів перевищує доданок електричного поля в перехідному шарі, при цьому в іншому об'ємі плазми внесок доданка з в'язкістю іонів малий.

На Рис. 1.14 показано залежність відношення  $|v''/\Phi'|$  для різних значень  $T_i$  і  $n_n$  при  $T_e = 2 \text{ еВ}$ . Як видно з рисунка, порядок і поведінка величини  $|v''/\Phi'|$  слабо відрізняються при різних значеннях  $T_i$  і  $n_n$  при заданий  $T_e$ . З цього випливає, що величина вкладу  $|(4/3)\bar{\eta}v''/\Phi'|$  буде визначатися виключно величиною  $(4/3)\bar{\eta}$ .

На Рис. 1.15 показано розподіл густини і швидкості іонів в квазінейтральному наближенні з урахуванням і без урахування доданка, який описує в'язкість іонів в рівняннях (1.22) і (1.15). Як видно, завдяки

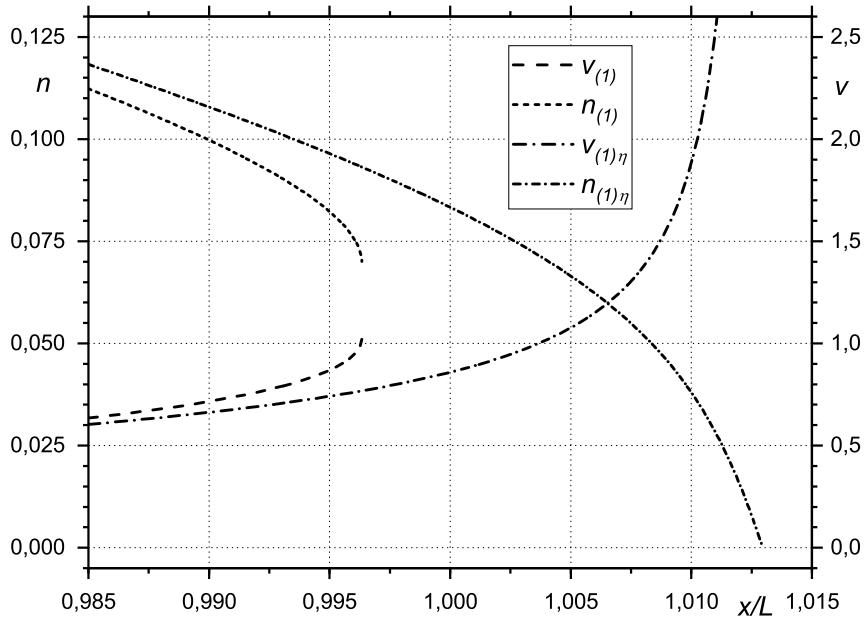


Рис. 1.15. Залежність густини і швидкості іонів в квазінейтральному наближенні з урахуванням в'язкості іонів  $v_{(1)\eta}$ ,  $n_{(1)\eta}$  і без урахування в'язкості  $v_{(1)}$ ,  $n_{(1)}$  від координати  $x/L$  у випадку  $n_{e0} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 2 \text{ еВ}$  і  $T_i = 0.1 \text{ еВ}$

малій величині цього доданка в об'ємі квазінейтральної плазми, його врахування слабо впливає на розмір плазми  $L$ .

Точний розв'язок системи рівнянь (1.7)-(1.9) з урахуванням в'язкого доданка в перехідному шарі є предметом подальших досліджень.

## **1.2. Іонно-звукові коливання в сильнонеізотермічній слабоіонізованій неоднорідній водневій плазмі**

Отримано стаціонарний розподіл параметрів сильнонеізотермічної слабоіонізованої неоднорідній водневої плазми в гідродинамічному наближенні в області квазінейтральності та в перехідному шарі між діелектриком та плазмою з урахуванням ефектів іонізації, перезарядки, в'язкості та самоузгодженого електричного поля. Визначено функцію розподілу іонів за швидкостями у відповідності з розподілом потенціалу самоузгодженого поля. Знайдено залежності частоти та декременту загасання іонно-звукових коливань, пов'язаного із зіткненнями частинок у плазмі, від хвильового вектора у локальному наближенні.

У цьому підрозділі дисертації досліджено поширення і поглинання об'ємних іонно-звукових коливань у сильнонеізотермічній слабоіонізованій водневій плазмі в локальному наближенні. Розрахунок рівноважних параметрів плазми проведений у гідродинамічному наближенні з урахуванням ефектів іонізації, перезарядки, в'язкості і самоузгодженого електричного поля, що визначає появу перехідного (Дебаєвського) шару на межі плазми внаслідок швидшого виходу електронів на стінку (секція 1.2.1).

У роботах [82, 83] схожа задача вирішувалася в кінетичному наближенні і за допомогою імовірнісного підходу. У секції 1.2.2 з кінетичного рівняння отримана функція розподілу іонів за швидкостями за допомогою знайденого розподілу потенціалу самоузгодженого поля.

Вперше іонно-звукові коливання були досліджені Ленгмюром і Тонксом [84]. Гідродинамічна теорія іонно-звукових коливань подана в роботі [76] для випадку однорідної плазми. У дисертації досліджено вплив просторової неоднорідності рівноважних параметрів газового розряду на комплексну частоту об'ємних іонно-звукових коливань. У

секції 1.2.3 знайдено залежності реальної та уявної частин частоти як функції хвильового вектора в локальному наближенні для отриманих рівноважних параметрів плазми у гідродинамічному наближенні.

### 1.2.1. Стационарний розподіл параметрів плазми

За аналогією з теоріями Шотткі [13, 14] і Ленгмюра-Тонкса [12] припускалось, що плазма зосереджена в області  $-L \leq x \leq L$ , однорідна по осях  $y, z$  і складається з атомів і іонів атомарного водню і електронів. Температури частинок плазми і густина атомів водню не залежать від координат. Іонізація здійснюється прямим електронним ударом, а на стінці, яка поглинає, відбувається рекомбінація. Розподіл потенціалу в плазмі монотонний. Області  $x \geq L$  і  $x \leq -L$  заповнені діелектриком. При виконанні цих умов для стационарного випадку газодинамічні рівняння руху і безперервності для іонів і електронів, відповідно, і рівняння Пуассона мають такий вигляд:

$$\frac{1}{2}(v_i^2)' = -\frac{e}{m_i}\varphi' - \nu_i v_i - \frac{T_i}{m_i} \frac{n'_i}{n_i}, \quad (1.39)$$

$$(n_i v_i)' = \alpha n_e, \quad (1.40)$$

$$\frac{1}{2}(v_e^2)' = \frac{e}{m_e}\varphi' - \nu_e v_e - \frac{T_e}{m_e} \frac{n'_e}{n_e}, \quad (1.41)$$

$$(n_e v_e)' = \alpha n_e, \quad (1.42)$$

$$\varphi'' = 4\pi e(n_e - n_i), \quad (1.43)$$

Обрані наступні значення граничних умов при  $x = 0$  і постійних параметрів плазми:  $v_i(0) = v_e(0) = 0, \varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 0, n_i(0) = n_e(0) =$

$N_0 = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 2 \text{ eB}$ ,  $T_i = T_n = 0.05 \cdot T_e = 0.1 \text{ eB}$ , де  $n_n$  і  $T_n$  - густини і температури нейтральних атомів водню. Границну умову в точці контакту плазми зі стінкою визначимо з рівності гідродинамічного потоку іонів (або електронів) і потоку електронів з рівняння стандартної теорії струму на зонд [80] (при відсутності ефектів відзеркалення і емісії електронів з стінки):

$$\Gamma_i(L) = n_i(L)v_i(L) = \frac{1}{4}N_0\sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{e\varphi_L}{T_e}\right).$$

Частоти іонізації і зіткнень розраховані за допомогою співвідношень:  $\alpha = \overline{\sigma_i v_e} n_n$ ,  $\nu_i = \nu_{ex} + \alpha$ ,  $\nu_e = \nu_{en}$ ;  $\nu_{ex} = \sigma_{ex} n_n v_{Ti}$ ,  $\nu_{en} = \sigma_{en} n_n v_{Te}$ , де  $\nu_{ex}$ ,  $\sigma_{ex}$  - частота і перетин перезарядки іонів на атомах водню,  $\nu_{en}$ ,  $\sigma_{en}$  - частота і перетин пружних зіткнень електронів і атомів водню,  $v_{Ti} = \sqrt{T_i/m_i}$ ,  $v_{Te} = \sqrt{T_e/m_e}$  - теплові швидкості електронів та іонів відповідно. Для величин  $\sigma_{ex}$  и  $\sigma_{en}$  були взяті табличні значення для відповідних температур. Усереднений добуток перетину іонізації на швидкість електронів при зіткненні з іонами для малих значень  $T_e$  розраховано за допомогою інтерполяційної формули:

$$\overline{\sigma_i v_e} = 9.8 \cdot 10^{-8} \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x+0.73} \exp(-x) \text{ см}^{-1} \text{ с}^{-1}, \quad x = 13.6/T_e.$$

Для плазми з зазначеними вище параметрами частота іонізації, ефективні частоти зіткнень, теплові швидкості іонів і електронів відповідно приймають наступні значення:  $\alpha = 1.05 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ ,  $\nu_i = 2.18 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ ,  $\nu_e = 2.55 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ ,  $v_{Ti} = 3.09 \cdot 10^5 \text{ см/с}$ ,  $v_{Te} = 5.93 \cdot 10^7 \text{ см/с}$ .

Чисельне рішення системи рівнянь (1.39-1.43) з заданими вище граничними умовами представлено на Рис. 1.16-1.20. Цифрами позначені залежності від безрозмірної координати  $x/r_{De}$  безрозмірних швидкостей і густин іонів і електронів  $v_i/v_s$  - 1,  $v_e/v_s$  - 2,  $n_i/N_0$  - 3,

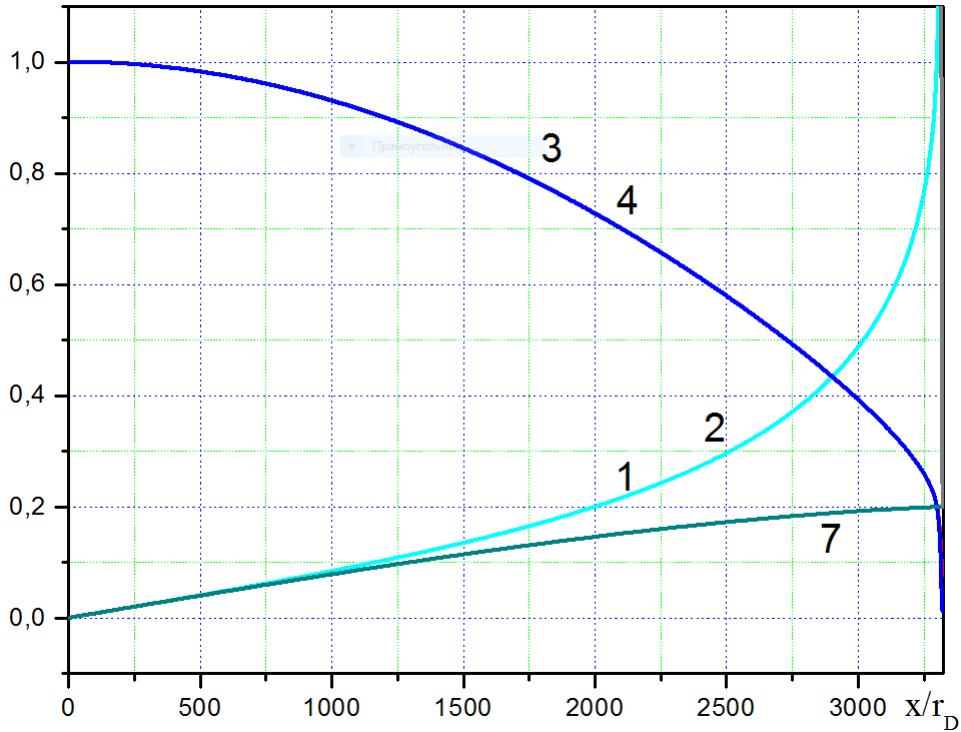


Рис. 1.16. Залежності безрозмірних швидкостей і густин іонів і електронів  $v_i/v_s$  (1),  $v_e/v_s$  (2),  $n_i/N_0$  (3),  $n_e/N_0$  (4) і потоку іонів (або електронів)  $\Gamma_i/(N_0 v_s)$  (7) від безрозмірної координати  $x/r_{De}$  в області квазінейтральної плазми

$n_e/N_0 = 4$ , потенціалу  $e\varphi/T_e = 5$ , самоузгодженого електричного поля  $-(r_{De} e d\varphi/dx)/T_e = 6$  і потоку іонів (або електронів)  $\Gamma_i/(N_0 v_s) = 7$ , де  $r_{De} = \sqrt{T_e/(4\pi e^2 N_0)} = 1.05 \cdot 10^{-3}$  см,  $v_s = \sqrt{T_e/m_i} = 1.38 \cdot 10^6$  см/с. Напівширина плазми  $L = 3322.24 r_{De} = 3.49$  см. На Рис. 1.16-1.17 показано просторовий розподіл параметрів плазми в області  $0 \leq x \leq L - 30r_{De}$ , а на Рис. 1.18-1.20 – в переходному шарі шириною  $30r_{De}$  на межі розділу діелектрик-плазма. Інтегрування системи рівнянь (1.39-1.43) поблизу точки  $v_i = v_s$  здійснюється за допомогою умови квазінейтральності  $n_i = n_e$  замість рівняння (1.43), що дозволяє позбутися сингулярності. При врахуванні в правих частинах рівнянь (1.39) и (1.41) членів, що описують в'язкість, сингулярність в точці  $v_i = v_s$  не спостерігається.

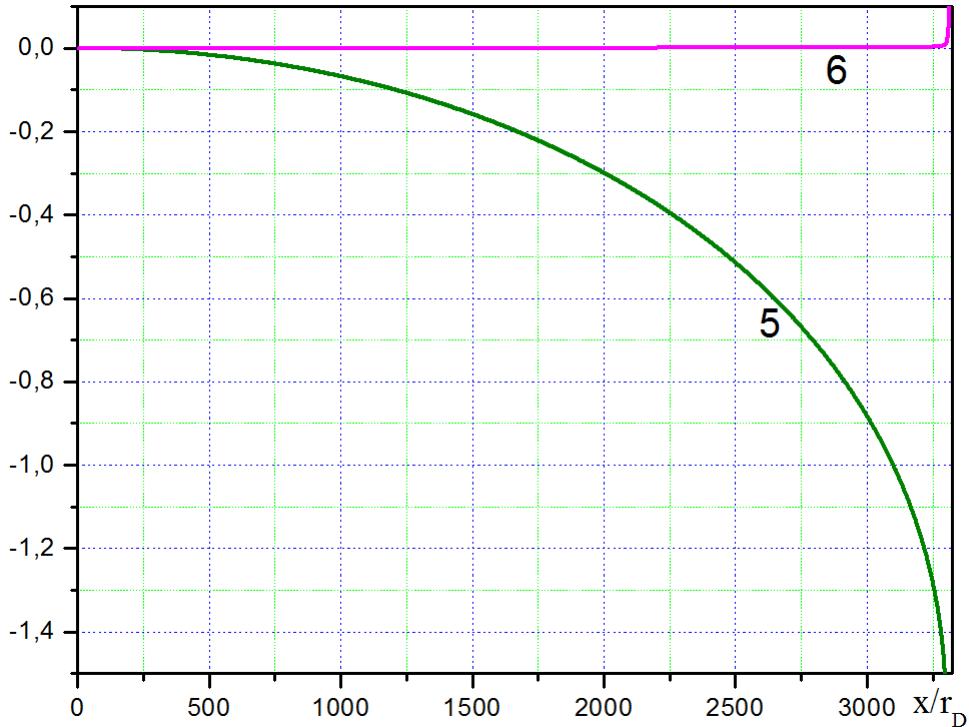


Рис. 1.17. Залежності безрозмірних потенціалу  $e\varphi/T_e$  (5) і самоузгодженого електричного поля  $-(r_{De}e\varphi')/T_e$  (6) від безрозмірної координати  $x/r_{De}$  в області квазінейтральної плазми

### 1.2.2. Функція розподілу іонів за швидкостями

Припустимо, що атоми водню мають максвелловський розподіл за швидкостями. Тоді для знаходження стаціонарної функції розподілу іонів за швидкостями  $f$  скористаємося кінетичним рівнянням в наступному вигляді [12]

$$v_x f' = (\nu n_{ix} + \alpha n_{ex}) f_{0x} - \nu f, \quad (1.44)$$

де  $f = f(x, \varepsilon)$ ,  $\varepsilon = m_i v_x^2/2 + e\varphi_x$  – енергія іонів,  $v_x = \sqrt{2(\varepsilon - e\varphi_x)/m_i}$  – швидкість іонів,  $\nu = \nu_{ex}$ ,  $f_{0x} = 1/(\sqrt{2\pi}v_{Ti}) \exp(-v_x^2/(2v_{Ti}^2))$ . Нижній індекс  $x$  у цій секції для функцій  $f$ ,  $v$ ,  $n_i$ ,  $n_e$  і  $\varphi$  означає належність до точки з координатою  $x$ . Перший доданок у правій частині рівняння (1.44) описує збільшення числа іонів за рахунок перезарядки і іонізації

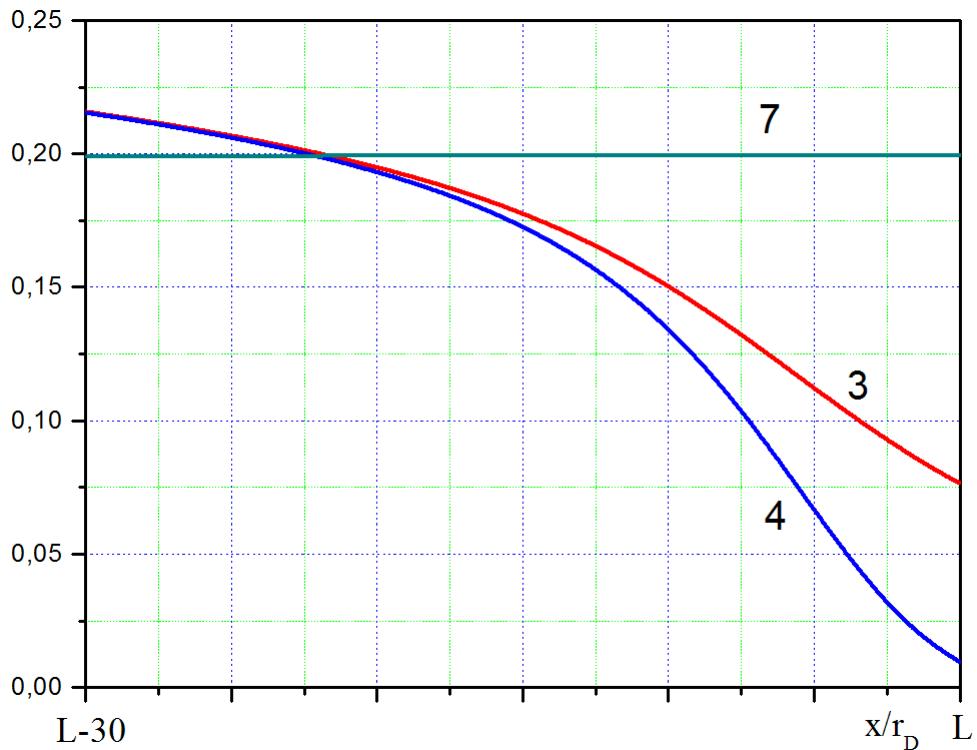


Рис. 1.18. Залежності безрозмірних густин іонів і електронів  $n_i/N_0$  (3),  $n_e/N_0$  (4) і потоку іонів (або електронів)  $\Gamma_i/(N_0 v_s)$  (7) від безрозмірної координати  $x/r_{De}$  в перехідному шарі шириною  $30r_{De}$  на межі розділу діелектрик-плазма

відповідно, другий - їх зменшення за рахунок перезарядки. Швидкості іонів в момент утворення в результаті перезарядки або іонізації мають максвелловський розподіл за швидкостями з температурою нейтральних атомів водню. В якості граничної умови для (1.44) у випадку, коли всі іони, які долітають до стінки, поглинаються нею (рекомбінують), будемо вважати, що відсутні іони, які відлетають від стінки. Тоді рішення рівняння (1.44) для іонів, які летять від стінки ( $v_x < 0$ ) і в протилежному напрямку ( $v_x > 0$ ) мають відповідно наступний вигляд:

$$f_{x,v_x}^- = \frac{\nu}{\nu + \alpha} \int_x^L d\xi \frac{\nu n_{i\xi} + \alpha n_{e\xi}}{v_\xi} f_{0\xi} \exp \left( - \int_x^\xi \frac{d\zeta}{v_\zeta} \right), \quad (1.45)$$

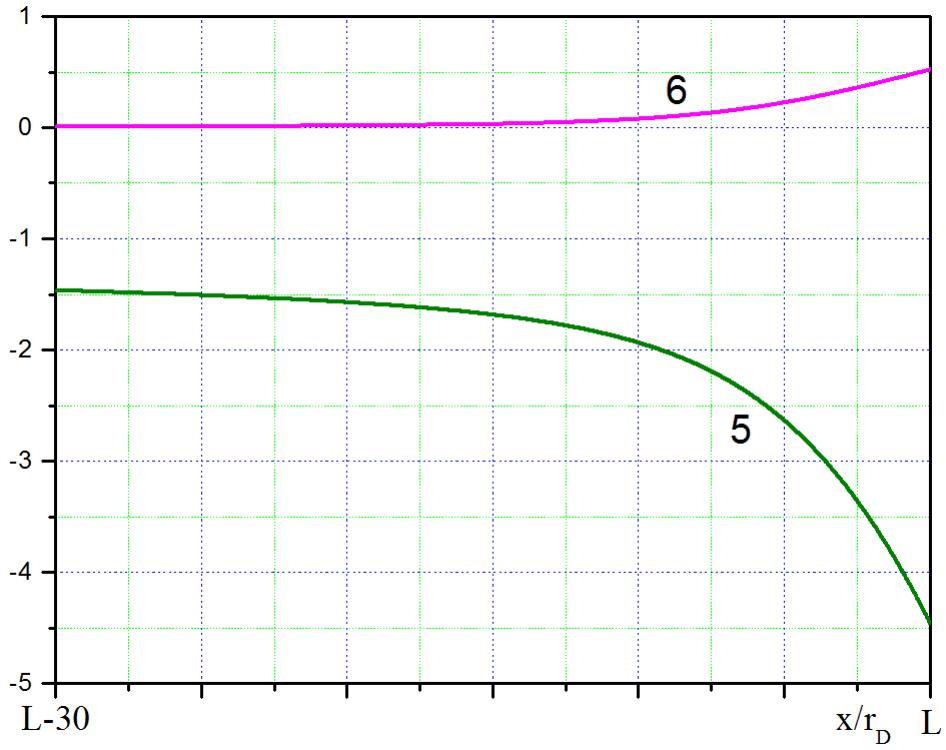


Рис. 1.19. Залежності безрозмірних потенціалу  $e\varphi/T_e$  (5) і самоузгодженого електричного поля  $-(r_{De}e\varphi')/T_e$  (6) від безрозмірної координати  $x/r_{De}$  в перехідному шарі ширину  $30r_{De}$  на межі розподілу діелектрик-плазма

$$f_{x,v_x}^+ = f_{x_t,v_{x_t}} \exp \left( - \int_{x_t}^x \frac{d\zeta}{v_\zeta} \right) + \frac{\nu}{\nu + \alpha} \int_{x_t}^x d\xi \frac{\nu n_{i\xi} + \alpha n_{e\xi}}{v_\xi} f_{0\xi} \exp \left( - \int_\xi^x \frac{d\zeta}{v_\zeta} \right), \quad (1.46)$$

де  $v_\xi = \sqrt{(v_x^2 + 2e(\varphi_x - \varphi_\xi)/m_i)}$ ,  $f_{x_t,v_{x_t}} = \int_{x_t}^L d\xi \frac{\nu n_{i\xi} + \alpha n_{e\xi}}{v_\xi} f_{0\xi} \exp \left( - \int_{x_t}^\xi \frac{d\zeta}{v_\zeta} \right)$ .

Для частинок, енергія яких  $\varepsilon < 0$ ,  $x_t$  – точка повороту і, отже,  $v_{x_t} = 0$  і  $\varepsilon = e\varphi_{x_t}$ , для частинок з позитивною енергією  $\varepsilon \geqslant 0$ ,  $x_t = 0$ . Розподіл за швидкостями в середині плазми  $f_{x=0,v_x}^- = f_{x=0,v_x}^+$  внаслідок симетрії плазми. Якщо підставити в (1.45) і (1.46) залежності  $n_i(x)$  і  $\varphi(x)$ , які отримані при гідродинамічному розгляді, знаходимо функцію розподілу іонів за швидкостями  $f(v_i/(\sqrt{2}v_{Ti}))$  для різних значень  $x/r_D$ , представлена на Рис. 1.21. Залежність 1 відповідає  $x = 0$ , 2 – ( $x = 1000r_D$ ), 3 – ( $x = 2000r_D$ ), 4 – ( $x = 3000r_D$ ),

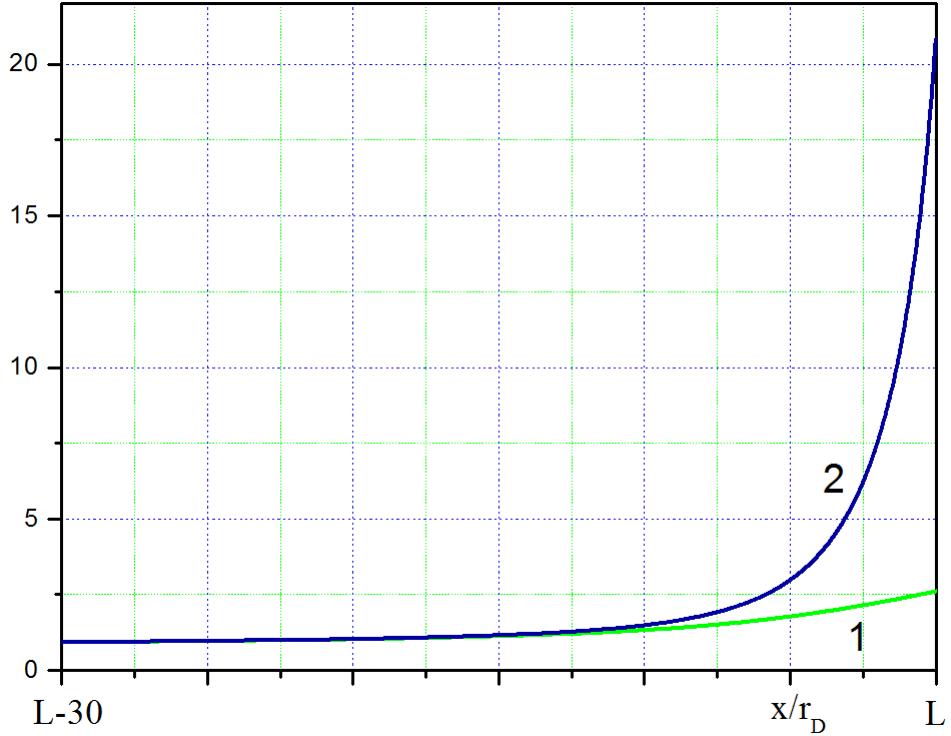


Рис. 1.20. Залежності безрозмірних швидкостей іонів і електронів  $v_i/v_s$  (1),  $v_e/v_s$  (2) від безрозмірної координати  $x/r_{De}$  в перехідному шарі шириною  $30r_{De}$  на межі розділу діелектрик-плазма

5 – ( $x = L - 100r_D$ ), 6 – ( $x = L - 10r_D$ ), 7 – ( $x = L - 5r_D$ ), 8 – ( $x = L$ ).

Було проведено порівняння розподілу густини іонів, отримане при гідродинамічному розгляді і при інтегруванні функції розподілу іонів (1.45), (1.46) в усьому просторі швидкостей. На Рис. 1.22 суцільною лінією показано розподіл густини іонів, отриманий при гідродинамічному розгляді, а точками – результат інтегрування функції розподілу іонів (1.45), (1.46) в усьому просторі швидкостей. Різниця між результатами в області ( $L - 30r_{De} \leq x \leq L$ ) становить  $\leq 10\%$ . Застосування гідродинаміки в даній області не зовсім коректне через малу частоту зіткнень. Однак в цій вузькій області, де рівноважні параметри плазми змінюються істотно під дією сильного

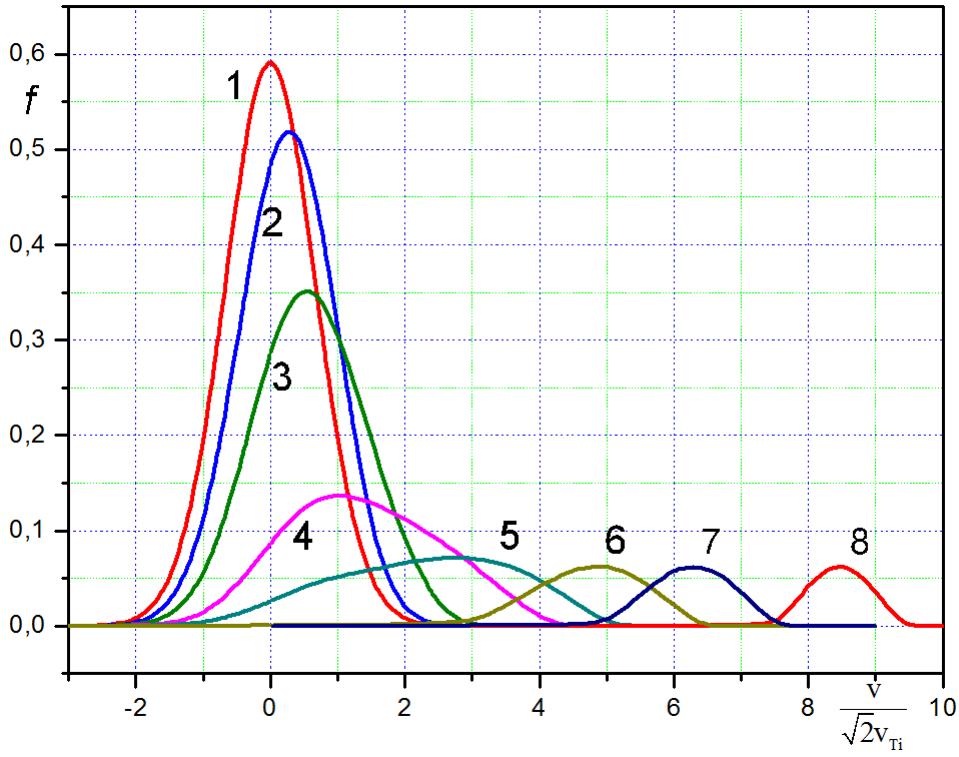


Рис. 1.21. Функція розподілу іонів  $f(v_i / (\sqrt{2}v_{Ti}))$  для різних значень  $x/r_D$

самоузгодженого електричного поля, яке викликане поділом зарядів, дисипативні доданки в рівняннях (1.39-1.42), які отримані з кінетичних рівнянь в гідродинамічному наближенні, малі і ними можна знехтувати. В глибині плазми розбіжність між результатами не перевищує 1%. Такий порівняльний аналіз дозволяє говорити про гарну відповідність наближень, які порівнюються.

### 1.2.3. Іонно-звукові коливання

У сільнонеізотермічній плазмі ( $T_i \ll T_e$ ), що розглянута вище, можливе виникнення іонно-звукових коливань.

Будемо вважати, що всі змінні, які описують коливання, малі в порівнянні зі стаціонарними рівноважними величинами і змінюються в

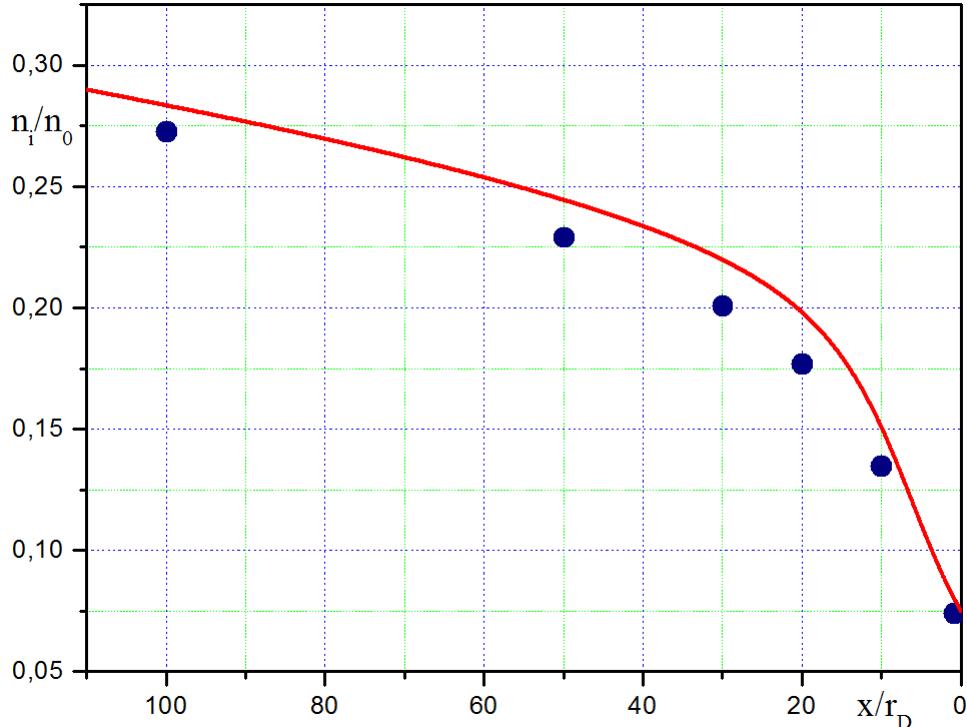


Рис. 1.22. Розподіл густини іонів, отриманий при гідродинамічному розгляді (червона лінія) і при інтегруванні функції розподілу іонів (1.45), (1.46) за простором швидкостей (сині точки)

локальному наближенні як  $\exp[i(\int_0^x k_x(\xi)d\xi + k_y y - \omega t)]$ , де  $\omega$  – частота,  $k_x$  і  $k_y$  – компоненти хвильового вектора.

Для опису руху електронів та іонів скористаємося спільно з рівнянням Пуассона лінеаризованою системою гідродинамічних рівнянь, справедливих при  $Re\omega \gg Im\omega$  і для рідких зіткнень, що призводять до появи загасання  $Im\omega$ , яке визначається дисипативними складовими з точністю до коефіцієнтів порядку одиниць:

$$(-i\omega_1 + v'_{0i})n_i + (ik_x n_{0i} + n'_{0i})v_{ix} + ik_y n_{0i} v_{iy} = \alpha n_e, \quad (1.47)$$

$$(-i\omega_1 + \nu_i + v'_{0i} + \eta_i k_x^2)v_{ix} = -ik_x \frac{e}{m_i} \varphi - \frac{ik_x n_{0i} - n'_{0i}}{n_{0i}^2} v_{Ti}^2 n_i, \quad (1.48)$$

$$(-i\omega_1 + \nu_i + \eta_i k_y^2) v_{iy} = -ik_y \left( \frac{e}{m_i} \varphi + \frac{v_{Ti}^2}{n_{0i}} n_i \right), \quad (1.49)$$

$$(-i\omega_2 + v'_{0e}) n_e + (ik_x n_{0e} + n'_{0e}) v_{ex} + ik_y n_{0e} v_{ey} = \alpha n_e, \quad (1.50)$$

$$(-i\omega_2 + \nu_e + v'_{0e} + \eta_e k_x^2) v_{ex} = ik_x \frac{e}{m_e} \varphi - \frac{ik_x n_{0e} - n'_{0e}}{n_{0e}^2} v_{Te}^2 n_e, \quad (1.51)$$

$$(-i\omega_2 + \nu_e + \eta_e k_y^2) v_{ey} = ik_y \left( \frac{e}{m_e} \varphi - \frac{v_{Te}^2}{n_{0e}} n_e \right), \quad (1.52)$$

$$-k^2 \varphi = 4\pi e(n_e - n_i), \quad (1.53)$$

где  $\omega_{1,2} = \omega - k_x v_{0i,e}$ ,  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ ,  $\eta_i = v_{Ti}^2 / (\nu_{ci} + \nu_{ex})$ ,  $\eta_e = v_{Te}^2 / (2\nu_{ce} + \nu_{en})$ ,  $\nu_{ci,e} = \sigma_{ci,e} N_0 v_{Ti,e}$ ,  $\sigma_{ci,e} = \pi (e^2 / T_{i,e})^2 L_{i,e}$ ,  $L_i = \ln \left( \sqrt{T_i^3 / (4\pi e^6 n_{0i})} \right)$ ,  $L_e = \ln \left( T_e \sqrt{T_i / (4\pi e^6 n_{0i})} \right)$ ,  $\eta_{i,e}$ ,  $\nu_{ci,e}$ ,  $\sigma_{ci,e}$ ,  $L_{i,e}$  – коефіцієнт в'язкості, частота і перетин кулонівських зіткнень, кулонівський логарифм іонів і електронів відповідно. Індекс 0 показує належність гідродинамічної швидкості і густини до рівноважного стану. Для даних параметрів плазми  $\eta_i = 7.69 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $\eta_e = 1.3 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $\nu_{ci} = 1.02 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ ,  $\nu_{ce} = 1.56 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ . У лівих частинах рівнянь (1.48), (1.51) і (1.53) знехтувано членами  $ik'_x \eta_i v_{ix}$ ,  $ik'_x \eta_e v_{ex}$  і  $ik'_x \varphi$  порівняно з  $k^2 \eta_i v_{ix}$ ,  $k^2 \eta_e v_{ex}$  і  $k^2 \varphi$  відповідно до локального наближення.

Систему рівнянь (1.47-1.53) можна перетворити в дисперсійне рівняння 6-го ступеня щодо  $\omega$ , два кореня якого близькі до іонно-звукових коливань без зіткнень. Чисельний розв'язок цього рівняння в області плазми, що межує з діелектриком, розміром  $1000r_{De}$  представлено на Рис. 1.23-1.25 для випадку  $k_y r_{De} = 0.01$ . Червоним кольором позначені реальні частини частот іонно-звукових коливань, а синім – уявні для випадків  $k_x \ll k_y$ ,  $k_x r_{De} = 0.01$  і  $0.05$ , відповідно.

Графіки представлені в двох масштабах. Це пов'язано з тим, що в області квазінейтральності ( $x \leq L - 30r_{De}$ ) значення частот змінюються слабо на відміну від перехідного шару ( $L - 30r_{De} \leq x \leq L$ ), у якому істотно змінюються рівноважні параметри плазми. З цих графіків видно, що реальні частини частот іонно-звукових коливань рівні за величиною і відрізняються знаком, а уявні співпадають майже у всій області плазми.

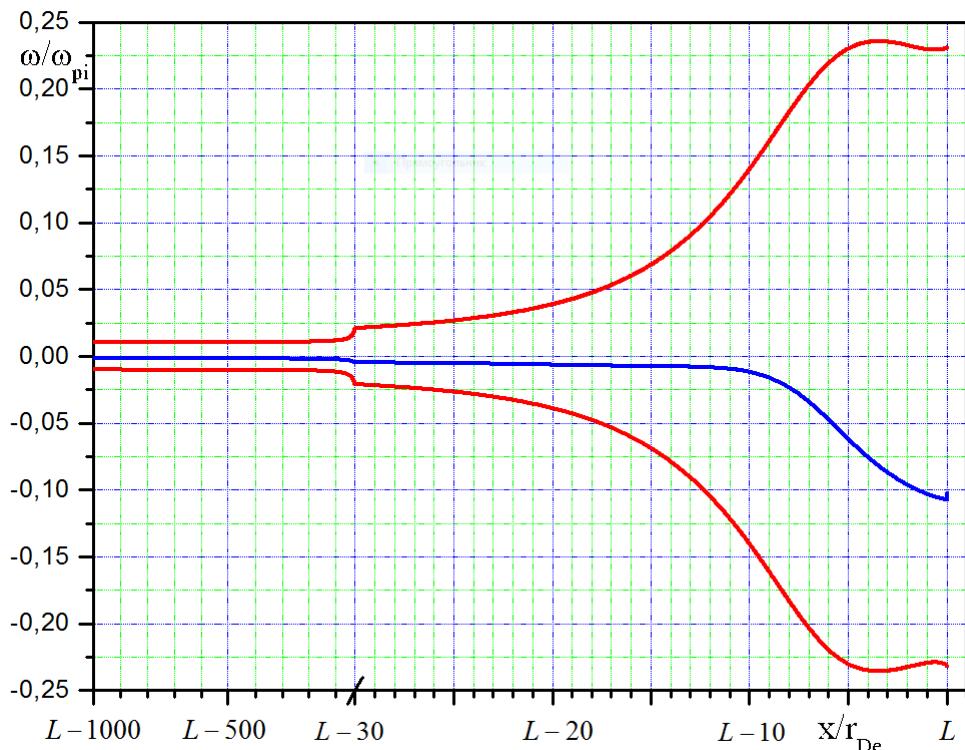


Рис. 1.23. Залежності реальної (червона лінія) і уявної (синя лінія) частин частоти іонно-звукових коливань від координати  $x/r_{De}$  для випадку  $k_y r_{De} = 0.01$ ,  $k_x \ll k_y$

В області квазінейтральності можна отримати наближені вирази для реальної та уявної частин рішення дисперсійного рівняння, яке відповідає позитивному значенню  $\omega_1$ , для різних значень  $k_x r_{De}$ .

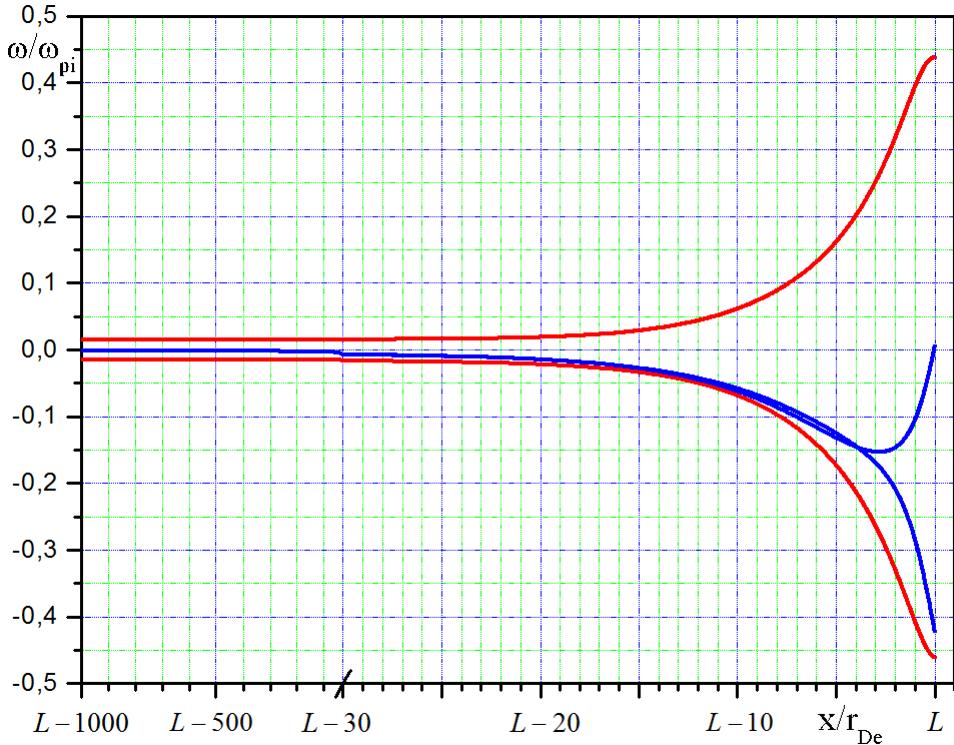


Рис. 1.24. Залежності реальної (червона лінія) і уявної (синя лінія) частин частоти іонно-звукових коливань від координати  $x/r_{De}$  для випадку  $k_y r_{De} = 0.01$ ,  $k_x r_{De} = 0.01$

Для  $k_x \ll k_y kr_{De} = 0.01$ ,

$$\omega_{1Re} = kv_s \sqrt{1 + \frac{T_i}{T_e} + \frac{1}{k^2} \left( \frac{n'_{i0}}{n_{i0}} \right)^2 \left( \frac{\eta_e k^2}{\nu_e} + 1 \right)}, \quad (1.54)$$

$$\omega_{Im} = -\frac{\nu_i}{2} - \frac{\eta_i k^2}{2} - \frac{m_e}{m_i} \frac{\eta_e k^2}{2} - \frac{v'_{i0}}{2} - \frac{m_e \nu_e}{m_i 2} + \frac{\alpha}{2} + \frac{\eta_e k^2 v_s^2}{2\nu_e^2} \left( \frac{n'_{i0}}{n_{i0}} \right)^2. \quad (1.55)$$

Для  $k_x r_{De} = 0.01 kr_{De} = \sqrt{2} \cdot 0.01$ ,

$$\omega_{1Re} = kv_s + \frac{T_i}{T_e} \frac{kv_s}{2} + \frac{v_s}{2k} \left( \frac{n'_{i0}}{n_{i0}} \right)^2 - \frac{v_{i0}}{4\sqrt{2}k} \frac{n'_{i0}}{n_{i0}} - \frac{6v'^2_{i0}}{15kv_s} + \frac{m_e}{m_i} \frac{\eta_e k}{2\sqrt{2}} \frac{n'_{i0}}{n_{i0}}, \quad (1.56)$$

$$\omega_{Im} = -\frac{\nu_i}{2} - \frac{\eta_i k^2}{2} - \frac{m_e}{m_i} \frac{\eta_e k^2}{4} - \frac{3v'_{i0}}{4} - \frac{m_e \nu_e}{m_i 2} + \frac{\alpha}{2}. \quad (1.57)$$

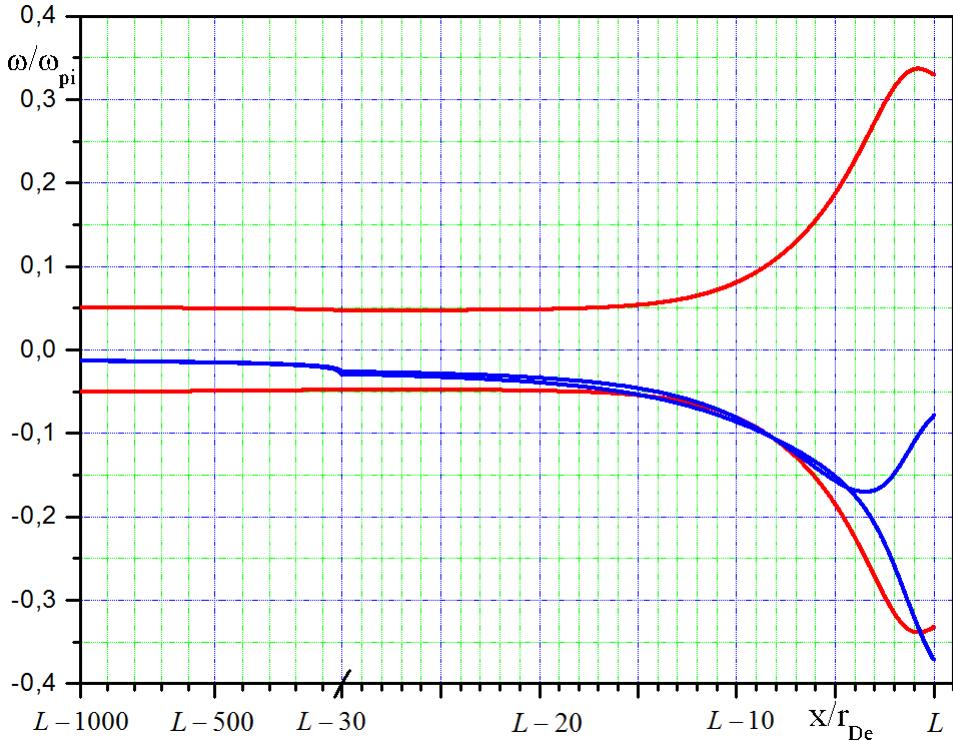


Рис. 1.25. Залежності реальної (червона лінія) і уявної (синя лінія) частин частоти іонно-звукових коливань від координати  $x/r_{De}$  для випадку  $k_y r_{De} = 0.01$ ,  $k_x r_{De} = 0.05$

Для  $k_x r_{De} = 0.05$   $kr_{De} = \sqrt{26} \cdot 0.01$ ,

$$\omega_{1Re} = kv_s + \frac{T_i}{T_e} \frac{kv_s}{2} - \frac{3\eta_i^2 k^3}{25v_s} - \frac{m_e}{m_i} \frac{3\eta_i \eta_e k^3}{25v_s} - \frac{3\eta_i k}{25} \left( \frac{n'_{i0}}{n_{i0}} \right) - \frac{m_e}{m_i} \frac{\eta_e k v'_{i0}}{4v_s}, \quad (1.58)$$

$$\omega_{Im} = -\frac{\nu_i}{2} - \frac{313\eta_i k^2}{676} - \frac{m_e}{m_i} \frac{\eta_e k^2}{4} - \frac{25v'_{i0}}{26} - \frac{v_s}{2} \left( \frac{n'_{i0}}{n_{i0}} \right) - \frac{m_e}{m_i} \frac{17\nu_e}{5}. \quad (1.59)$$

Помилка в виразах (1.54-1.59) не перевищує 1-3 % від точного рішення дисперсійного рівняння. Далеко від перехідного шару ( $x = (L - 1000)r_{De}$ ) в формулах для реальної частини частоти (1.54, 1.56, 1.58) головним є доданок, що визначає частоту довгохвильових іонно-звукових коливань в плазмі, де не має зіткнень, з урахуванням малого вкладу холодних іонів, внесок інших членів в цій області не

перевищує 2-4 %. Однак на межі перехідного шару ( $x = (L - 30)r_{De}$ ) внесок доданків  $\sim (n'_{i0}/n_{i0})^2$  в (1.54, 1.56) складає  $\sim 70\%$ . У декремент затухання (1.55, 1.57, 1.59) як в глибині плазми, так і на межі перехідного шару основний внесок вносять складові, пов'язані з перезарядкою іонів, іонною в'язкістю, електронною в'язкістю за рахунок зіткнень з нейтральними частинками і електронами, як і в однорідній плазмі, і доданок, що пов'язано з градієнтом гідродинамічної швидкості іонів, який обумовлений дрейфом іонного газу під дією самоузгодженого електричного поля, викликаного поділом зарядів, причому внесок цього доданка при наближенні до пеходного шару зростає з 2-10 % до 23-72 %. Складові, пов'язані з іонізацією і зіткненнями електронів з нейтральними частинками, малі.

## Висновки до розділу 1

Як було відомо, при дослідженні розподілу параметрів плазми в стаціонарному газовому розряді плазму можна умовно розділити на дві області. Перша – основний об'єм плазми, де майже точно виконується умова квазінейтральності: густина іонів майже дорівнює густині електронів, що розподілені в потенціалі плазми у відповідності з розподілом Больцмана. Розподіл потенціалу в плазмі визначається виходом електронів на поверхню, що обмежує плазму, і подальшим екрануванням цієї поверхні іонами. Друга область – це саме та, в який іони екранують поверхню і де не виконується умова квазінейтральності. Приблизною «межею» цих областей є точка, де швидкість іонів, що прискорюються у напрямку поверхні, дорівнює швидкості Бома. Відстань цієї точки від поверхні становить  $\approx 30$  радіусів Дебая електронів. Задача про визначення параметрів стаціонарного газового розряду є задачею на власні функції і власні значення. Зазвичай замість неї розв'язують задачу Коші з початковими умовами в центрі плазми,

а координата граничної поверхні визначається з умови рівності потоків іонів і електронів. «Правильне» положення поверхні можна отримати, якщо при інших фіксованих параметрах змінювати, наприклад, густину електронів в центрі плазми. Зазвичай, при визначенні розподілу параметрів плазми в стаціонарному газовому розряді в'язкістю іонів нехтували. В роботі запропоновано і застосовано метод визначення розподілів параметрів сильно неізотермічної ( $T_e \gg T_i$ ) плазми з урахуванням скінченої температури іонів. На основі цього методу проведено оцінки ефекту в'язкості в рівнянні руху іонів. Показано, що в області квазінейтральності, тобто майже у всьому об'ємі плазми, цей ефект є малим. Він не веде до помітної зміни центральної густини плазми. З іншого боку, розрахунки показують, що в'язкість іонів суттєво впливає на розподіл параметрів плазми в перехідному шарі.

Досліджено вплив неоднорідності стаціонарних параметрів сильно неізотермічної слабо іонізованої водневої плазми на комплексну частоту іонно-звукових коливань. Виявлено, що в глибині плазми частота іонно-звукових коливань слабо відрізняється від  $\omega_s = kv_s$ , а загасання обумовлено ефектами, пов'язаними з перезарядкою і в'язкістю іонів і електронів. Доведено, що при наближенні до перехідного шару ( $x \lesssim (L - 30)r_{De}$ ), і в самому шарі, істотну роль у виразі для частоти коливань відіграє градієнт густини іонів, який обумовлює суттєве, в рази, збільшення частоти. При цьому значно зростає загасання іонно-звукових коливань, в якому визначальну роль відіграють доданки, які пов'язані з неоднорідністю гідродинамічної швидкості іонів. Однак в перехідному шарі гідродинамічне наближення для розрахунків дисипативних членів незастосовне, так само, як і локальне наближення. В області, де значно змінюються рівноважні параметри плазми, основну роль при поширенні іонно-звукової хвилі грає дія самоузгодженого поля, коли не має зіткнень.

Матеріали цього розділу опубліковані в роботах [3, 10] і доповідалися на конференціях [7, 8].

## РОЗДІЛ 2

### ВПЛИВ ВЧ-ХВИЛЬ НА ПОТЕНЦІАЛ ЛЕНГМЮРІВСКОГО ЗОНДА В ТОРСАТРОНІ «УРАГАН-3М»

У торсатроні "Ураган-3М" (великий радіус тора  $R_0 = 100$  см, радіус плазми  $a \approx 12$  см) плазма створюється і нагрівається високочастотними (ВЧ) хвилями. Виміряний ленгмюрівським зондом потенціал периферійної плазми під антеною сильно відрізняється від потенціалу периферійної плазми, виміряного на відстані  $\approx 150$  см від антени. В дисертації проаналізовані механізми впливу ВЧ полів на результати зондових вимірювань. Встановлено, що випрямлення зондом осциллювального потенціалу електромагнітних ВЧ хвиль і випрямлений потенціал рамкової антени не впливають на зондові вимірювання, а потенціал периферійної плазми під антеною обумовлений дією пондеромоторної сили ВЧ хвиль.

У цьому розділі дисертації розглянуто вплив ВЧ-хвиль на потенціал ленгмюрівського зонда в торсатроні «Ураган-3М», в якому для створення і нагріву водневої плазми ВЧ- полями в області альфвенівських частот  $\omega \lesssim \omega_{ci}$  ( $\omega$  - частота генератора,  $\omega_{ci}$  - циклотронна частота іонів) використовується неекранована рамкова антена.

В периферійній плазмі ленгмюрівським зондом були виміряні потенціал плазми, температура і густина електронів під ВЧ антеною (зонд 1) і на відстані  $\approx 150$  см за великим обходом тора від антени (зонд 2) [85]. Було виявлено, що під час ВЧ імпульсу свідчення зондів істотно розрізняються. Після виключення ВЧ нагрівання свідчення зондів стають однаковими. На підставі цього був зроблений висновок про те, що причиною відмінності результатів вимірювань зонда 1 і зонда 2 є ВЧ поля, які збуджуються антеною. Яким саме чином вони

впливають на результати вимірювань? Особливості зондових вимірювань в магнітному полі розглядалися в багатьох роботах, наприклад, [80, 86]. Аналіз ефектів випрямлення ВЧ-полів і струмів на нелінійності провідності шарів просторового заряду в ВЧ-розряді низького тиску проводився в роботах [87, 88]. В роботі [89] викладається мікроскопічну теорію середніх сил, що діють на плазму в сильних полях електромагнітного випромінювання, яка заснована на рівняннях руху електронів плазми. В роботі [4] досліджено рівновага сильно струмових електронних пучків в циклічних системах типу модифікований бетатрон і стеллатрон і проведено розрахунки траекторій електронів, умови утримання пучка та розподілу електронів в пучку.

У цьому розділі досліджено вплив ВЧ полів на вимір потенціалу плазми ленгмюрівським зондом. Розділ має таку структуру. У секції 2.1 дано опис умов експерименту. Секція 2.2 присвячена оцінці випрямлення зондом осциллювального потенціалу високочастотних хвиль, які збуджуються рамковою антеною. У секції 2.3 оцінено вплив на показання зонда випрямленого потенціалу антени, який виникає при подачі на неї ВЧ напруги. У секції 2.4 зроблена оцінка впливу пондеромоторної сили Міллера на показання ленгмюрівського зонда.

## 2.1. Експериментальні умови

Установка У-ЗМ є трехзаходний ( $l = 3$ ) торсатрон з 9 періодами ( $m = 9$ ) гвинтового магнітного поля. Великий радіус тора  $R_0 = 100$  см, середній радіус плазми  $\bar{a} \approx 12$  см, кут обертального перетворення на межі плазми  $i(a)/(2\pi) \approx 0.3$ . Магнітне поле  $B_\varphi \lesssim 7$  кГс створюється гвинтовими і компенсаційними котушками. Виміри проводилися в магнітної конфігурації з віссю, яка зміщена щодо геометричної осі тора назовні на  $\approx 5$  см.

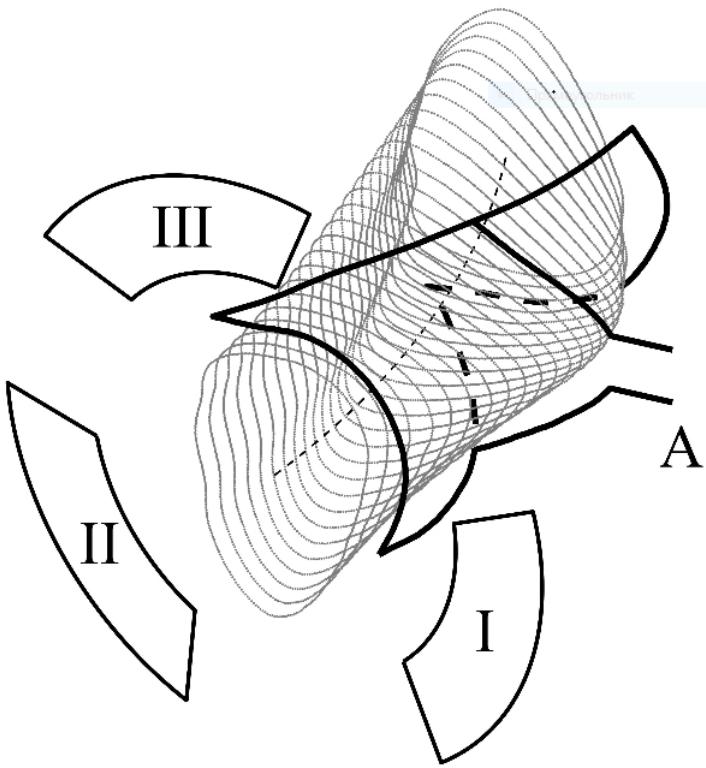


Рис. 2.1. Схематичне зображення рамкової антени (лінія А) в торсатроні Ураган-3М щодо крайньої замкнутої магнітної поверхні. I, II, III - поперечний переріз гвинтових провідників торсатрона

Рамкова антена розташована із зовнішнього боку плазмового шнуря, її вводи знаходяться між гвинтовими котушками (див. Рис. 2.1-2.2). Поздовжні провідники рамкової антени вигнуті вздовж гвинтових обмоток протягом 66 см на малому радіусі 16 см при довжині періоду гвинтового поля 70 см, а три поперечних провідника довжиною 35 см кожен охоплюють плазмовий шнур уздовж ребра замкнутої поверхні.

Пара провідників антени, орієнтованих уздовж магнітного поля, збуджує повільну хвилю. Розрахунковий максимум генерації знаходитьться при  $l = 11$  [90], де  $l$  - тороїдальне хвильове число. Три провідника, орієнтовані в полоїдальним напрямку, збуджують

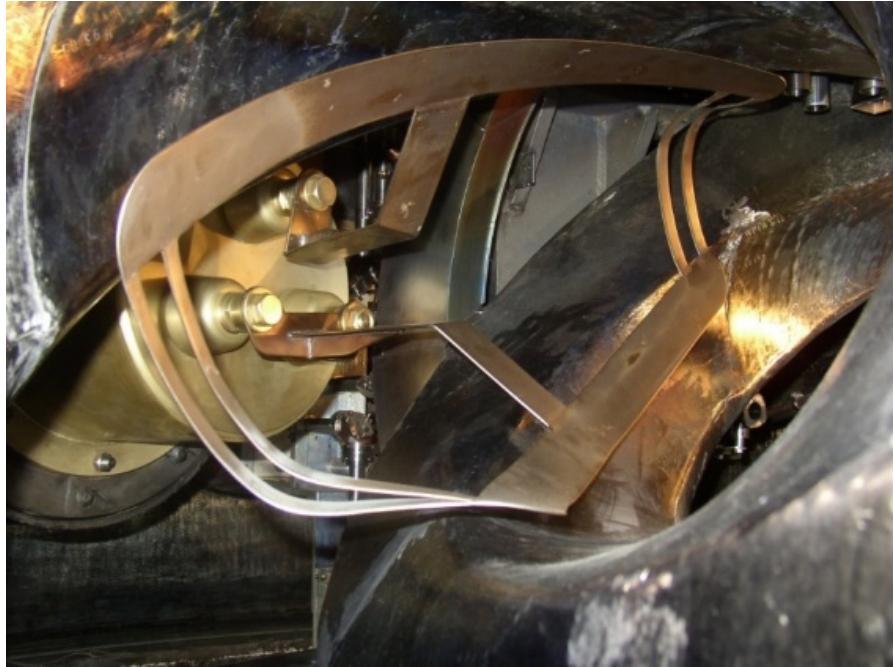


Рис. 2.2. Розташування рамкової антени в торсатроні Ураган-ЗМ

переважно швидку хвилю. В цьому випадку максимуму генерації відповідають  $l = 8, -11, 26$  [90].

На Рис. 2.3 зображені типові вольтамперні характеристики для випадків, коли електричний зонд розташовується далеко від антени (а) і на відстані 3 см від неї (б). Ці характеристики отримані під час одного розряду шляхом подачі на зонди пилкоподібної напруги. Як видно з Рис. 2.3, різниця в значеннях плаваючого потенціалу становить  $\delta\phi_f \approx -150$  В. Розташування зонда 2 в малому перетині тора показано на Рис. 2.4.

Як відомо, зміна плаваючого потенціалу зонда може бути викликано наступними трьома причинами. Це випрямлення зондом ВЧ потенціалу хвиль, випромінюваних антеновою. Потім, випрямленний потенціал самої антени. І, нарешті, пондеромоторна сила Міллера, що діє на електрони і яка веде до виникнення різниці потенціалів поблизу зонда. Далі, наведемо оцінки цих трьох чинників. Для оцінок

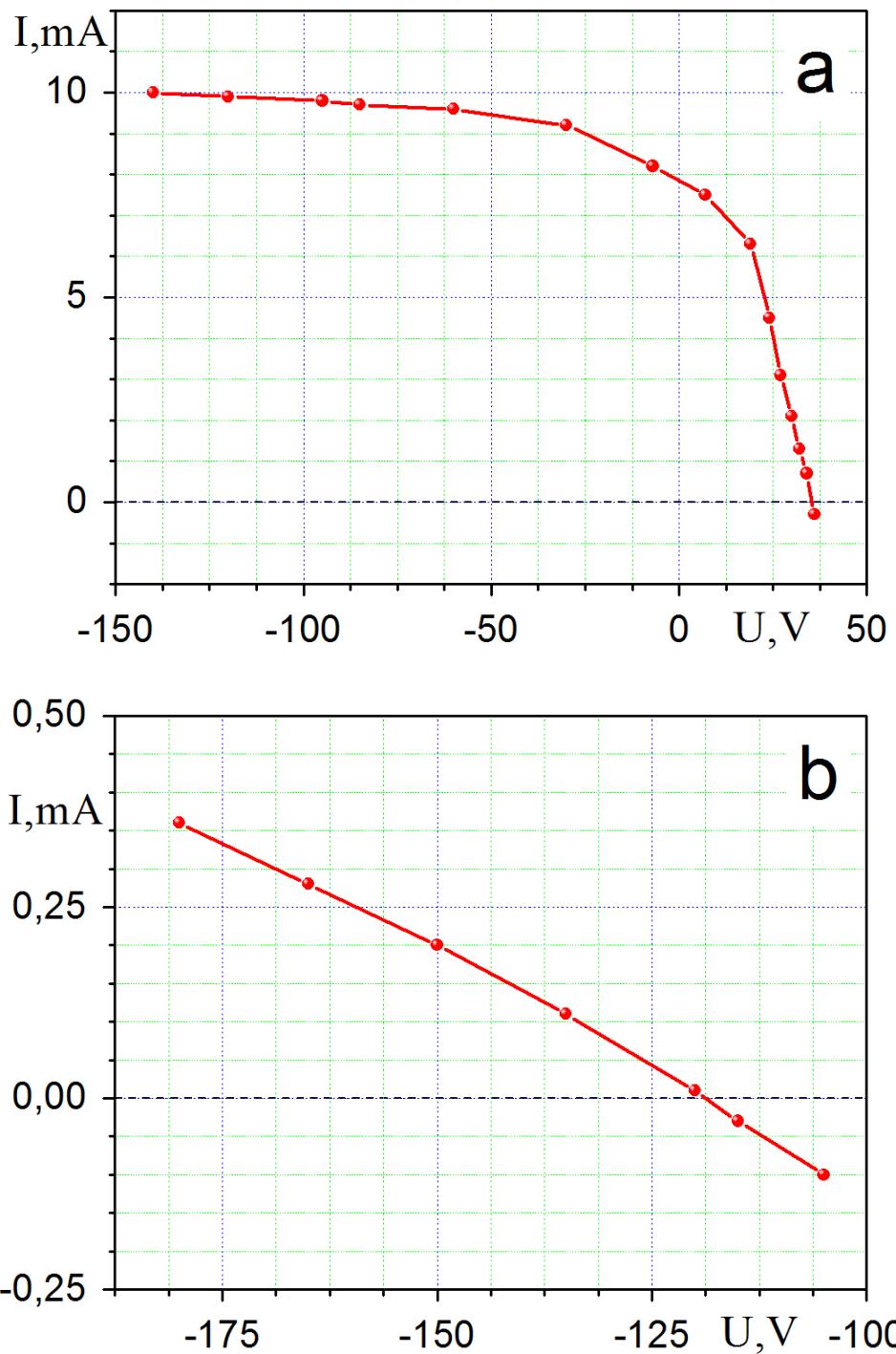


Рис. 2.3. Вольтамперні характеристики зондів, які вимірянідалеко від антени (зонд 1, а) і поблизу антени (зонд 2, б)

будемо використовувати наступні параметри:  $B_0 = 7 \text{ кГс}$ ,  $n_e = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 50 \text{ eB}$ ,  $T_i = 10 \text{ eB}$  і  $\omega = 5,5 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$ .

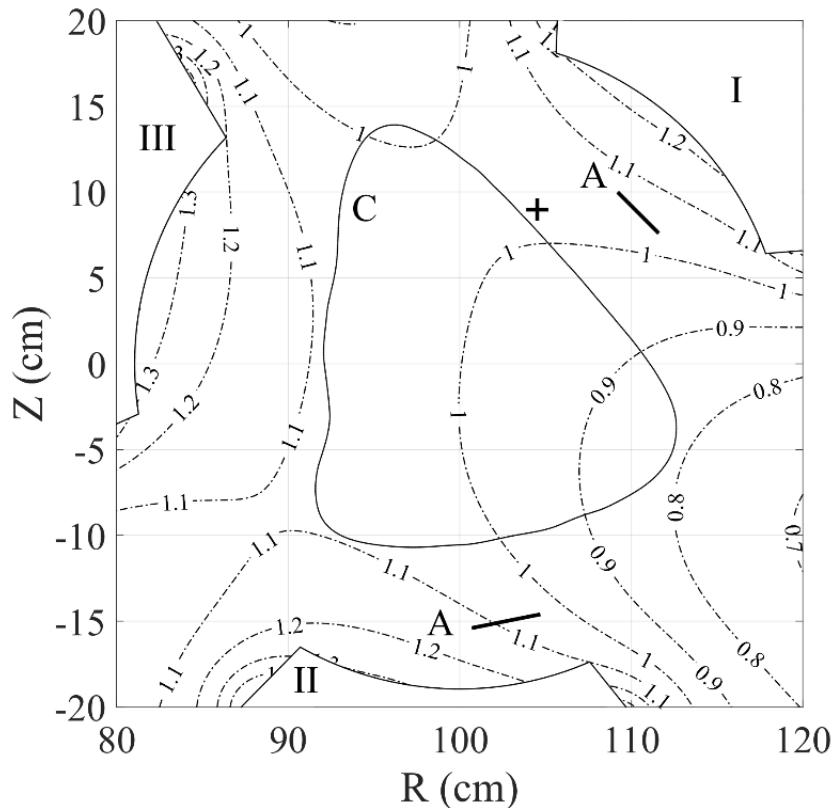


Рис. 2.4. Малий перетин торсатрона "Ураган-3М" в місці розташування зонда 2 (позначене хрестиком). Положення крайнєї замкнутої магнітної поверхні - лінія С. Модуль магнітного поля нормований на  $B_0$  - пунктирні лінії. Перетини поздовжніх провідників антени - лінії А. І, ІІ, ІІІ - гвинтові провідники торсатрона

## 2.2. Осциллювальний потенціал ВЧ хвиль

Оцінимо випрямлення зондом осциллювального потенціалу високочастотних хвиль, що збуджуються рамковою антеною.

За допомогою дисперсійного рівняння

$$(N^2 \delta_{ij} - N_i N_j - \varepsilon_{ij}) E_j = 0, \quad (2.1)$$

зайдемо зв'язок між компонентами електромагнітного поля

$$\frac{E_x}{\Delta_x} = \frac{E_y}{\Delta_y} = \frac{E_z}{\Delta_z}, \quad (2.2)$$

де

$$\Delta_x = (N^2 - \varepsilon_3)N_x N_y + i\varepsilon_2(N_x^2 + N_y^2), \quad (2.3)$$

$$\Delta_y = N^2 N_y^2 - \varepsilon_3(N_z^2 + N_y^2) - \varepsilon_1(N_x^2 + N_y^2), \quad (2.4)$$

$$\Delta_z = ((N^2 - \varepsilon_1)N_y + i\varepsilon_2 N_x)N_z, \quad (2.5)$$

$\varepsilon_{ij}$  – тензор діелектричної проникності плазми,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  і  $\varepsilon_3$  – компоненти цього тензора,  $N$  – показник заломлення хвилі,  $N_{x,y,z}$  – відповідні компоненти показника заломлення,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

З рівнянь Максвелла, використовуючи умови

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\vec{A}, \quad \text{div}\vec{A} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_{ij}N_i N_j}{N^2}\varphi\right), \quad (2.6)$$

де  $\vec{E}$ ,  $\varphi$ ,  $\vec{A}$  – електричне поле, скалярний і векторний потенціали електромагнітної хвилі, одержимо вираз для амплітуди осциллювального потенціалу хвилі

$$\varphi = -\frac{cN^2}{\omega} \frac{iN\vec{E}}{N^4 - (\varepsilon_1 N_\perp^2 + \varepsilon_3 N_\parallel^2)}, \quad (2.7)$$

де  $N_{\perp,\parallel} = k_{\perp,\parallel}c/\omega$  – перпендикулярний і паралельний по відношенню до зовнішнього магнітного поля показники заломлення хвилі.

Оцінимо осциллювальний потенціал швидкої хвилі, яка збуджується поперечними по відношенню до зовнішнього магнітного поля провідниками рамкової антени. В цьому випадку, використовуючи співвідношення (2.2) і дисперсійне рівняння

$$N_{\perp F}^2 = \frac{\left(\varepsilon_1 - N_\parallel^2\right)^2 - \varepsilon_2^2}{\varepsilon_1 - N_\parallel^2}, \quad (2.8)$$

з (2.7) отримаємо вираз для визначення амплітуди осциллювального потенціалу для  $N_y = 0$ :

$$\varphi \approx i \frac{c\varepsilon_2^2 N^4 |N_x|}{\omega \varepsilon_3^2 N_{\parallel}^4} E_{y0} e^{-|k_x| \Delta x}. \quad (2.9)$$

Амплітуду електричного поля на антені  $E_{y0}$  оцінимо за формулою  $E_{y0} = V/L$ , де  $V$  - амплітуда напруги, що подається на вводи антени,  $L$  - довжина витка антени,  $E_{y0} \approx 30$  В/см. Для швидкої хвилі випрямленний потенціал на відстані  $\Delta x \approx 3$  см від антени визначається формулою  $\delta\phi \approx \varphi/\pi$  [87] і виявляється малим  $\delta\phi \ll 1$  В для  $l = 5 \div 20$ .

Тепер оцінимо величину осциллювального потенціалу повільної хвилі, яка збуджується поздовжніми по відношенню до зовнішнього магнітного поля провідниками рамкової антени. Дисперсійне рівняння для повільної хвилі має вигляд:

$$D \approx k_{\perp}^2 + \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} k_{\parallel}^2 = 0. \quad (2.10)$$

У разі  $z_e = \omega/(k_{\parallel} v_{Te}) \gg 1$  можна скористатися гідродинамічним виразом для  $\varepsilon_3$

$$\varepsilon_3 \approx -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}. \quad (2.11)$$

Тоді (2.10) перетвориться до виду

$$D \approx k_{\perp}^2 + \frac{m_i}{m_e} \frac{\omega^2 - \omega_{ci}^2}{\omega^2} k_{\parallel}^2 = 0. \quad (2.12)$$

Як відомо, енергія хвилі поширюється вздовж напрямку груповий швидкості

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} = -\frac{\partial D / \vec{k}}{\partial D / \partial \omega}. \quad (2.13)$$

Тоді отримаємо

$$v_{g\parallel} = \frac{\omega_{ci}^2 - \omega^2}{\omega_{ci}^2} \frac{\omega}{k_{\parallel}}, \quad v_{g\perp} = -\sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{\omega^2}{\omega_{ci}^2} \frac{\sqrt{\omega_{ci}^2 - \omega^2}}{k_{\parallel}}. \quad (2.14)$$

Таким чином,

$$\left| \frac{v_{g\perp}}{v_{g\parallel}} \right| = \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \ll 1. \quad (2.15)$$

Хвиля поширюється, в основному, уздовж магнітних силових ліній, слабо зміщуючись з магнітних поверхонь, які перетинає збуджуючий її поздовжній провідник. Як показано в роботі [91], повільна хвиля загасає уздовж силової лінії на відстанях порядку половини довжини поздовжнього провідника антени. Вона не встигає обійти навколо тора і потрапити на зонд до того, як загасне.

У загальному випадку, використовуючи вирази для компонент тензора діелектричної проникності плазми

$$\varepsilon_1 = \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \left( \frac{\Omega^2}{1 - \Omega^2} \right) \left( 1 + \frac{\omega_{ci}^2 - \omega^2}{\omega_{pi}^2} \right), \quad (2.16)$$

$$\varepsilon_3 = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k_{\parallel}^2 v_{Te}^2} (1 + i\sqrt{\pi} z_e W(z_e)). \quad (2.17)$$

де

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_{ci}}, \quad W(z) = e^{-z^2} \left( 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{t^2} dt \right),$$

перетворимо дисперсійне рівняння (2.10) до виду

$$N_{\perp S}^2 = \frac{c^2}{v_s^2} \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega^2} \left( 1 - 2z_e e^{-z_e^2} \int_0^{z_e} e^{t^2} dt + i\sqrt{\pi} z_e e^{-z_e^2} \right) \left( 1 + \frac{\omega_{ci}^2 - \omega^2}{\omega_{pi}^2} \right)^{-1}. \quad (2.18)$$

Залежності реальної та уявної частин  $k_{\perp}^2$  для повільної хвилі від хвильового числа  $l$  і параметра  $z_e$  показані на Рис. 2.5. Вираз (2.18) і

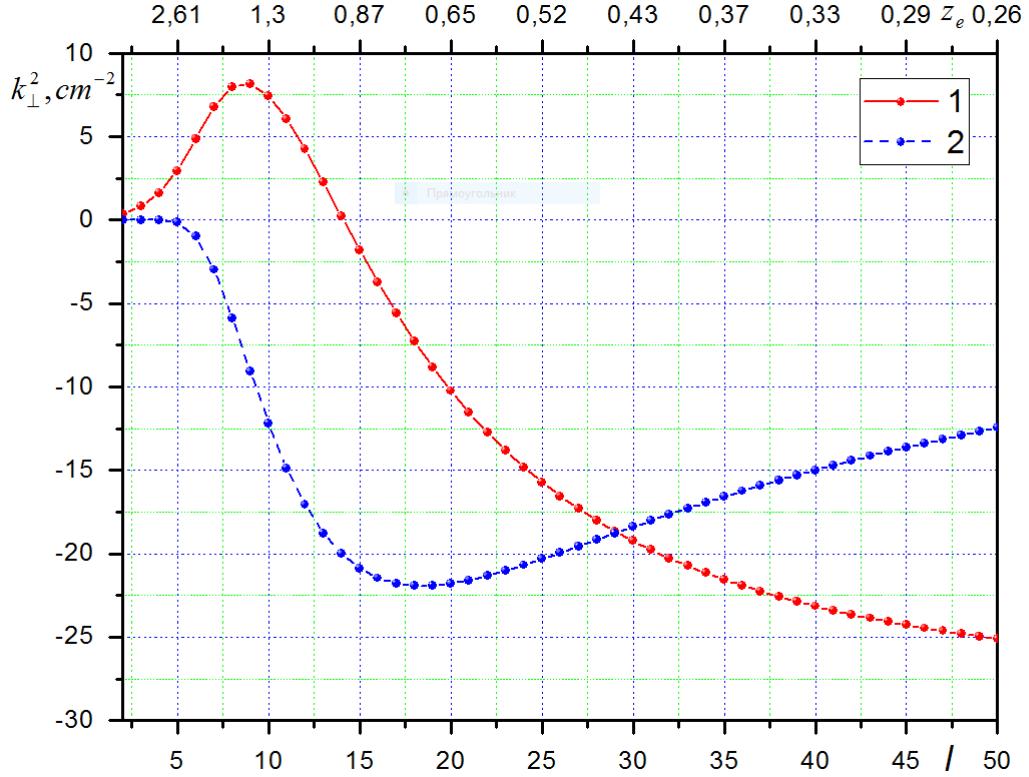


Рис. 2.5. Залежності реальної (1) і уявної (2) частин  $k_{\perp}^2$  для повільної хвилі від тороїдального хвильового числа  $l$  і параметра  $z_e$

Рис. 2.5 справедливі для екваторіальній площині, де полоїдальній кут  $\vartheta = 0$ . Якщо врахувати відхилення магнітного поля від тороїдального напрямку, то вираз для  $N_{\parallel}$  набуває вигляду:

$$N_{\parallel} = N_r b_r + N_{\vartheta} b_{\vartheta} + N_{\xi} b_{\xi}, \quad (2.19)$$

де  $r, \vartheta, \xi$  – тороїдальні координати,  $N_{\alpha}$  і  $b_{\beta}$  – відповідні їм компоненти показника заломлення хвилі і вектора магнітного поля, нормованого на  $B_0$ . Провідники, які збуджують повільну хвилю знаходяться під котушками гвинтового поля, де спостерігається максимальне значення  $b_r$ .  $N_{\perp}$ , розраховане для екваторіальній площині, дає внесок в  $N_{\parallel}$ . З урахуванням цього для  $l = 6 \div 30$   $z_e$  приймає значення  $\sim 10$ ,

виконуються вирази (2.11) - (2.14) і хвиля не досягає поверхні зонда. Чисельні розрахунки, проведені в роботі [91], показують, що при  $R = R_0 + r = 111$  см,  $Z = r \sin \vartheta = 9.5$  см,  $\xi = 0.7$  радіан і  $l = 20$  компоненти магнітного поля, хвильового вектора і  $z_e$  приймають наступні значення:  $b_R = -0.26$ ,  $b_\xi = 0.95$ ,  $b_Z = -0.16$ ,  $k_R = 0.55$ ,  $k_\xi = 0.18$ ,  $k_Z = 0.05$ ,  $k_{\parallel} = 0.022$ ,  $z_e = 6.1$ .

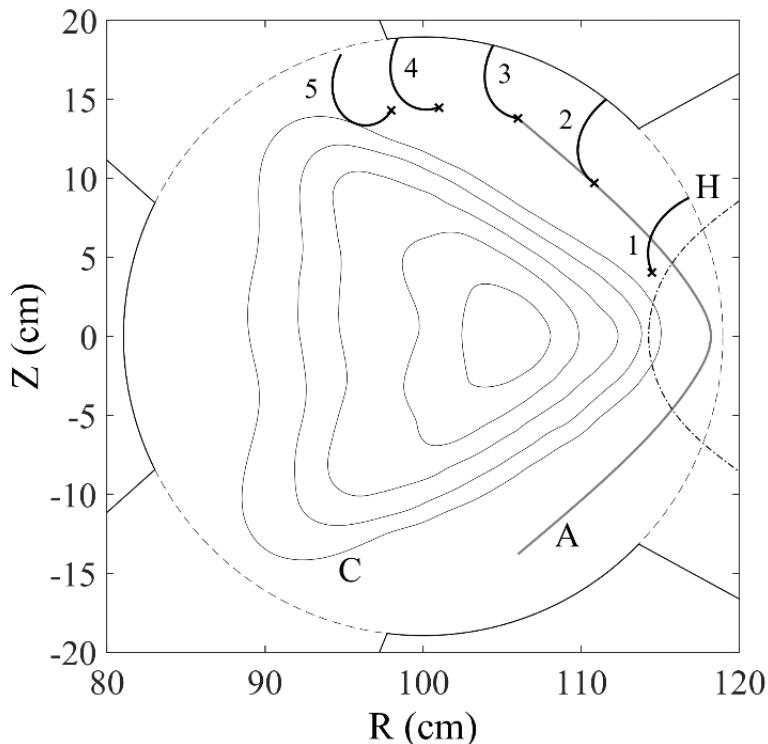


Рис. 2.6. Проекції променевих траєкторій повільної хвилі на малий перетин тора ( $l = 20$ ); точкою тире (H) відзначено положення іонно-циклotronного резонансу  $\omega = \omega_{ci}$ ; лінія А - положення середнього поздовжнього провідника рамкової антени; лінія С - крайня замкнута магнітна поверхня

На Рис. 2.6 - 2.8 показано 5 променевих траєкторій повільної хвилі для  $l = 20$ . Точки старту відзначені хрестиками, промені стартивали з верхнього тороїдального провідника антени. На Рис. 2.6 становище антени і форма магнітних поверхонь показані для малого перетину, в

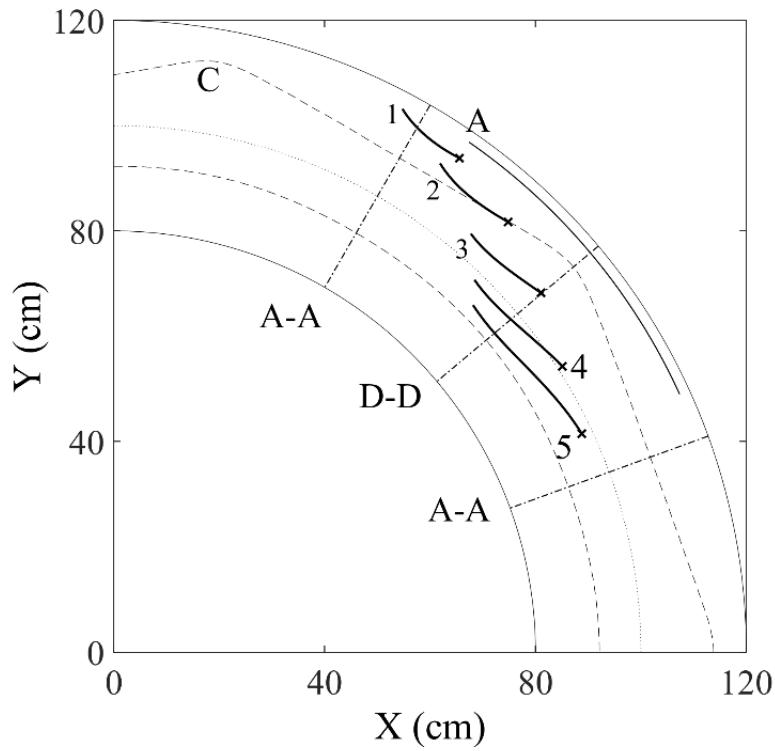


Рис. 2.7. Проекції променевих траєкторій повільної хвилі на великий перетин тора ( $l = 20$ ); лінія А - умовне положення рамкової антени; пунктир С - крайня замкнута магнітна поверхня

якому стартує промінь 3. Якщо провести лінію через осі точки старту, то вона буде відповідати проекції верхнього поздовжнього провідника рамкової антени на перетин  $D - D$ . Як видно з Рис. 2.7 повільна хвиля загасає на відстані близько половини довжини поздовжнього провідника антени. Рис. 2.8 побудований в малому перетині, який обертається по малому азимуту разом з гвинтовими провідниками. У напрямку малого радіусу відкладена мітка магнітної поверхні. У такому поданні магнітні поверхні є колами. З цих рисунків видно, що промені поширюються уздовж магнітних силових ліній, слабо зміщуючись з магнітних поверхонь.

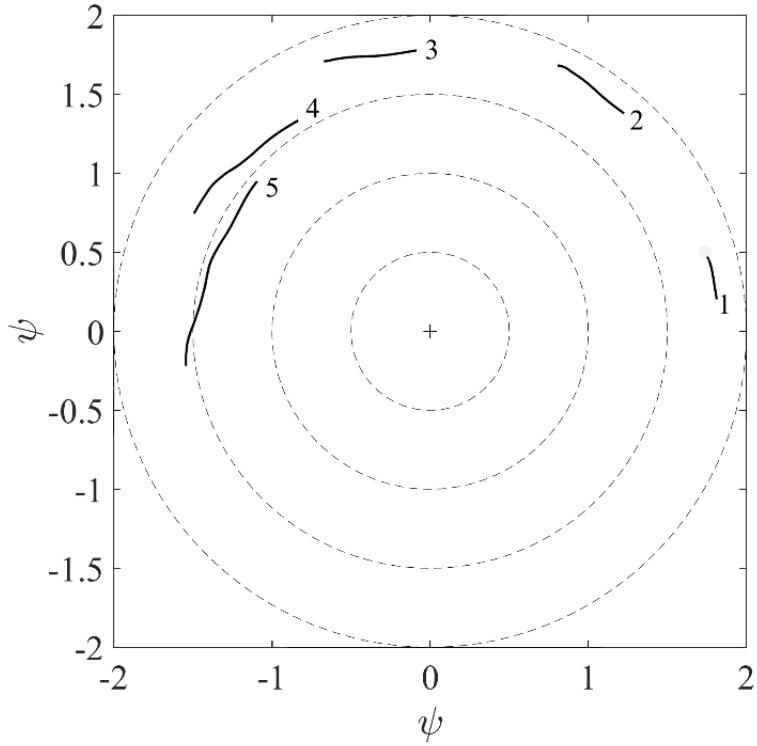


Рис. 2.8. Проекції променевих траєкторій повільної хвилі ( $l = 20$ ) на малий перетин тора. В якості радіальної координати використана мітка магнітної поверхні

Для  $l \gtrsim 30$  з виразу (2.7), з урахуванням (2.2) і (2.10), отримаємо амплітуду осциллювального потенціалу для випадку повільної хвилі

$$\varphi(x) \approx \frac{E_{z0} e^{-Imk_{\perp}\Delta x}}{k_{\parallel}}. \quad (2.20)$$

Амплітуду електричного поля на антені  $E_{z0}$  оцінимо так само, як і амплітуду  $E_{y0}$  в (2.9),  $E_{z0} \approx 30$  В/см. Величина випрямленого потенціалу повільної хвилі  $\delta\phi \approx \varphi/\pi$  виявляється малою.

Таким чином, випрямлений зондом, осциллювальний потенціал високочастотних полів, які збуджуються рамковою антеною, не робить істотного впливу на показання зонда.

### 2.3. Випрямлений потенціал рамкової антени

Оцінимо вплив на показання зонда випрямленого потенціалу рамкової антени, який виникає при подачі на неї ВЧ напруги [87, 88]. Виміряний постійний потенціал антени наведено на Рис. 2.9 [92].

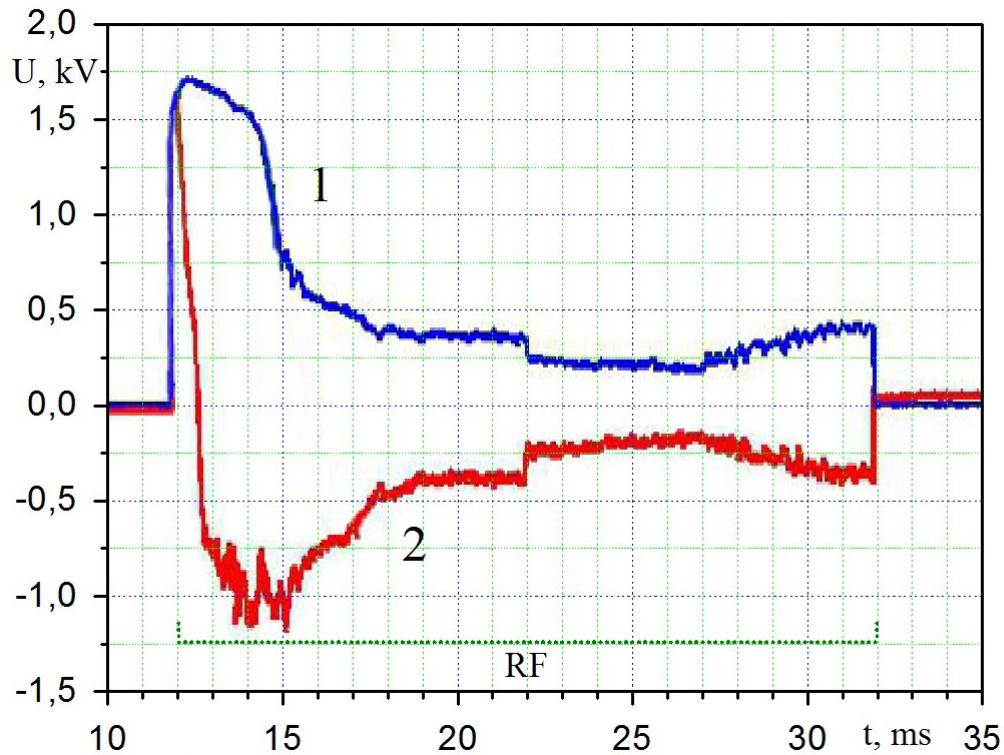


Рис. 2.9. Експериментально виміряні залежності постійного потенціалу (2) і змінної напруги (1) від часу на рамковій антені

Як видно з Рис. 2.9, при подачі на антенну ВЧ напруги  $\lesssim 2$  кВ, вона заряджається до  $\lesssim 1.2$  кВ по постійному потенціалу. Для оцінки впливу випрямленого потенціалу антени на показання зонда використовуємо газодинамічне рівняння руху і рівняння безперервності для іонів спільно з рівнянням Пуассона для стаціонарного випадку за відсутності магнітного поля з урахуванням процесів іонізації і перезарядки:

$$\frac{v_i^2}{2}' = -\frac{e\varphi'}{m_i} - \nu_i v_i - \frac{T_i}{m_i} \frac{n'_i}{n_i}, \quad (2.21)$$

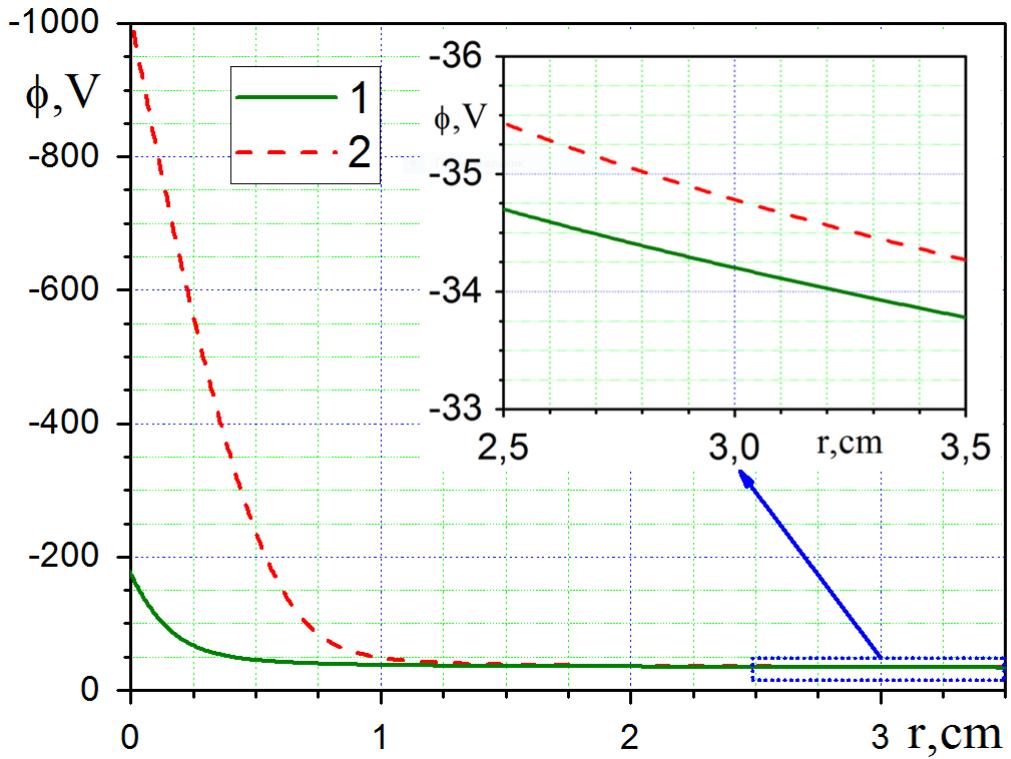


Рис. 2.10. Розподілення потенціалу поблизу антени, коли на антенну не подається зовнішня напруга (1) і коли випрямленний постійний потенціал антени дорівнює 1 кВ (2)

$$(n_i v_i)' = \alpha n_e, \quad (2.22)$$

$$\varphi'' = 4\pi e(n_e - n_i), \quad (2.23)$$

$$n_e = n_0 e^{e\varphi/T_e}.$$

Систему рівнянь (2.21) - (2.23) розв'язуємо чисельно. На Рис. 2.10 показані розподілення потенціалу поблизу антени в різних масштабах для випадків, коли на антенну не подається зовнішня напруга і вона заряджається до потенціалу ізольованого зонда і коли випрямленний постійний потенціал антени дорівнює 1 кВ. У цих розрахунках рамкова

антена моделюється як нескінчений циліндричний провідник радіусом 1 см.

З Рис. 2.10 видно, що потенціал антени екраниється пазмою і при подачі на антenu зовнішнього потенціалу 1 кВ на відстані  $\Delta x \approx 3$  см від неї потенціал пазми змінюється на величину  $\sim 1$  В.

Таким чином, випрямленний потенціалу рамкової антени не робить істотного впливу на зондові вимірювання.

## 2.4. Пондеромоторна сила (сила Міллера)

На частинки пазми сорту  $\alpha$  поблизу джерела електромагнітного випромінювання в магнітному полі ( $\omega_{c\alpha} \gtrsim \omega$ ,  $\omega_{c\alpha}$  - циклотронна частота частинок сорту  $\alpha$ ,  $\omega$  - частота ВЧ полю) уздовж магнітних силових ліній ( $z$  напрямок) діє пондеромоторна сила [93–95]:

$$F_{z\alpha} = -\frac{e_\alpha^2}{4m_\alpha\omega^2}\frac{\partial}{\partial z}E_zE_z^* + \frac{e_\alpha^2}{4m_\alpha(\omega_{c\alpha}^2 - \omega^2)}\frac{\partial}{\partial z}\left\{E_xE_x^* + E_yE_y^* - 2\frac{\omega_{c\alpha}}{\omega}Re(iE_xE_y^*)\right\}, \quad (2.24)$$

де  $E_{x,y,z}$  – амплітуда компонент електричного ВЧ полю поблизу джерела випромінювання,  $e_\alpha$  і  $m_\alpha$  - заряд і маса частинок сорту  $\alpha$ .

Вираз (2.24) можна переписати у вигляді:

$$F_{z\alpha} = -\frac{\partial}{\partial z}\Psi_\alpha, \quad (2.25)$$

де

$$\Psi_\alpha = \frac{e_\alpha^2}{4m_\alpha\omega^2}E_zE_z^* - \frac{e_\alpha^2}{4m_\alpha(\omega_{c\alpha}^2 - \omega^2)}\left\{E_xE_x^* + E_yE_y^* - 2\frac{\omega_{c\alpha}}{\omega}Re(iE_xE_y^*)\right\}, \quad (2.26)$$

- пондеромоторний потенціал, що діє на частинки сорту  $\alpha$ .

Розрахуємо пондеромоторний потенціал на поздовжніх і поперечних по відношенню до зовнішнього магнітного поля провідниках РА. Використовуючи вирази (2.2) - (2.5) знайдемо зв'язок між компонентами електричного ВЧ поля швидкої хвилі, яку збуджують поперечні провідники, для випадку  $N_y = 0$

$$\frac{E_x}{E_y} = \frac{\Delta_x}{\Delta_y} = \frac{-i\varepsilon_2(\varepsilon_3 - N_x^2)}{(\varepsilon_1 - N_z^2)(\varepsilon_3 - N_x^2) - N_x^2 N_z^2}, \quad (2.27)$$

$$\frac{E_z}{E_y} = \frac{\Delta_z}{\Delta_y} = \frac{i\varepsilon_2 N_x N_z}{(\varepsilon_1 - N_z^2)(\varepsilon_3 - N_x^2) - N_x^2 N_z^2}, \quad (2.28)$$

де  $N_z = lc/(R_0\omega)$ , а  $N_x$ , один з коренів дисперсійного рівняння [76]

$$\varepsilon_1 N_x^4 + \left[ (N_z^2 - \varepsilon_1) (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + \varepsilon_2^2 \right] N_x^2 + \varepsilon_3 \left[ (N_z^2 - \varepsilon_1)^2 - \varepsilon_2^2 \right], \quad (2.29)$$

наближено визначається виразом (2.8).

На Рис. 2.11 і 2.12 показано залежності відношення амплітуд компонент електричного поля швидкої хвилі від магнітного поля поблизу області іонного циклотронного резонансу ( $B_{ci} = 0.81575B_0$ ) і далеко від нього для випадку  $n = 10^{10}$  см<sup>-3</sup> і  $l = 10$ . Поблизу резонансу  $x$  і  $z$  компоненти електричного ВЧ поля виявляються порядку  $y$  компоненти, а далеко від резонансу значно менше її.

На Рис. 2.13 і 2.14 показано залежності пондеромоторного потенціалу, який збуджується швидкою хвилею і діє на іони і електрони, від магнітного поля поблизу області іонного циклотронного резонансу ( $B_{ci} = 0.81575B_0$ ) і далеко від нього для випадку  $E_y = 30$  В/см,  $n = 10^{10}$  см<sup>-3</sup> і  $l = 10$ . Поблизу резонансу пондеромоторний потенціал порядку сотень вольт, причому для області ( $B > B_{ci}$ ) він має різні знаки при дії на іони і електрони. Далеко від резонансу величини потенціалу малі.

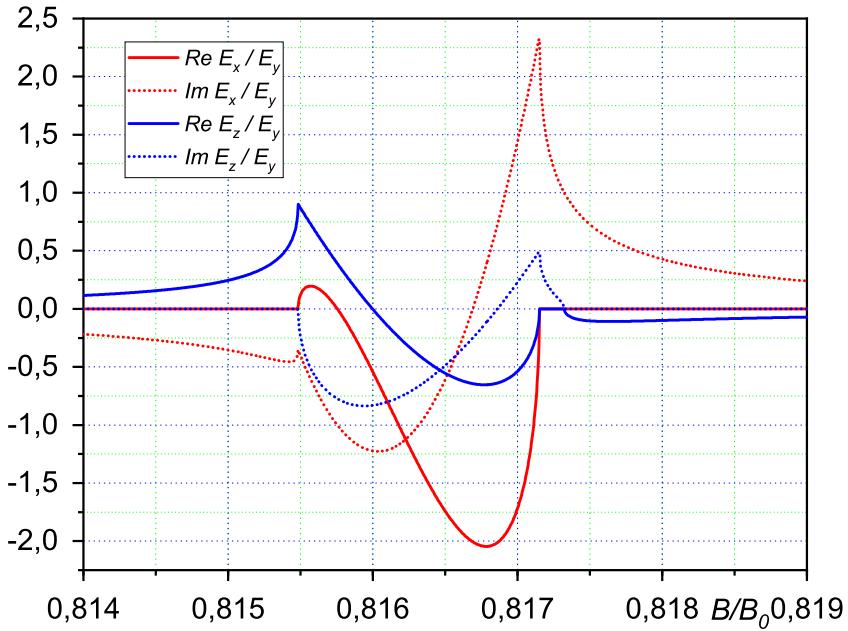


Рис. 2.11. Залежності відношення амплітуд компонент електричного поля швидкої хвилі від магнітного поля поблизу області іонного циклотронного резонансу ( $B_{ci} = 0.81575B_0$ ) для випадку  $n = 10^{10}$  см $^{-3}$  і  $l = 10$

Для випадку повільної хвилі, яку збуджують поздовжні силовими лініям магнітного поля провідники, з виразів (2.2) - (2.5) знайдемо зв'язок між компонентами електричного ВЧ поля при  $N_y = 0$

$$\frac{E_x}{E_z} = \frac{\Delta_x}{\Delta_z} = \frac{N_x^2 - \varepsilon_3}{N_x N_z}, \quad (2.30)$$

$$\frac{E_y}{E_z} = \frac{\Delta_y}{\Delta_z} = \frac{(\varepsilon_1 - N_z^2)(\varepsilon_3 - N_x^2) - N_x^2 N_z^2}{i\varepsilon_2 N_x N_z}, \quad (2.31)$$

де  $N_x$ , інший з коренів дисперсійного рівняння (2.29), наближено визначається як

$$N_{\perp S}^2 \approx -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \left( N_{\parallel}^2 - \varepsilon_1 \right). \quad (2.32)$$

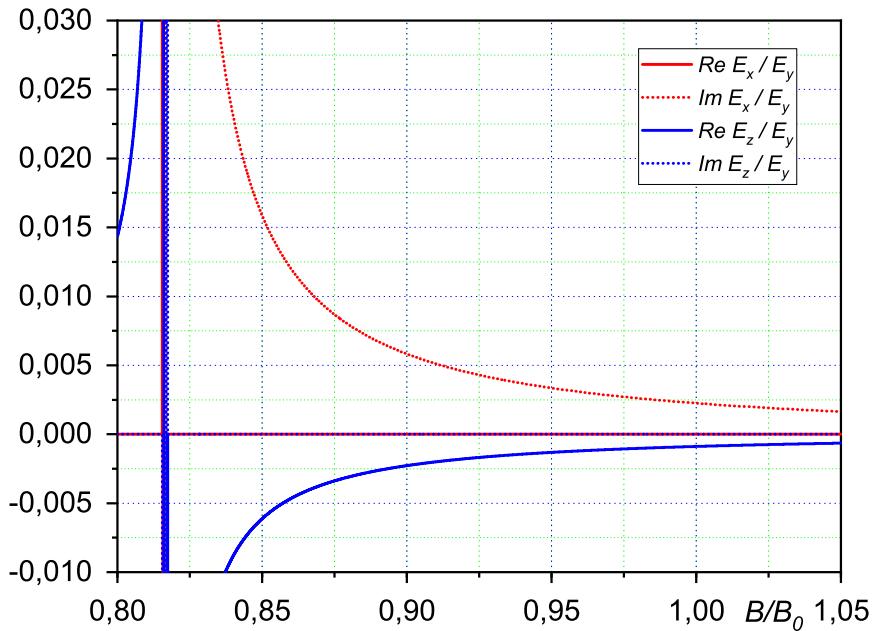


Рис. 2.12. Залежності відношення амплітуд компонент електричного поля швидкої хвилі від магнітного поля далеко від області іонного циклотронного резонансу ( $B_{ci} = 0.81575B_0$ ) для випадку  $n = 10^{10}$  см $^{-3}$  і  $l = 10$

На Рис. 2.15 показано залежності відношення амплітуд компонент електричного поля повільної хвилі від густини плазми для випадку  $B = B_0$  і  $l = 10$ . Вибір залежності визначається тим, що для поздовжніх провідників, які спрямовані майже уздовж магнітних силових ліній, магнітне поле змінюється незначно на відміну від поперечних провідників, які майже перпендикулярні силовим лініям магнітного поля. Уявна частина  $x$  компоненти електричного поля зростає при зменшенні густини плазми і стає багато більше поздовжньої компоненти при  $n = 10^{10}$  см $^{-3}$ . Інші перпендикулярні магнітному полю компоненти є зневажливо малими.

На Рис. 2.16 показано залежності пондеромоторного потенціалу, який збуджується повільною хвилею і діє на іони і електрони, від густини

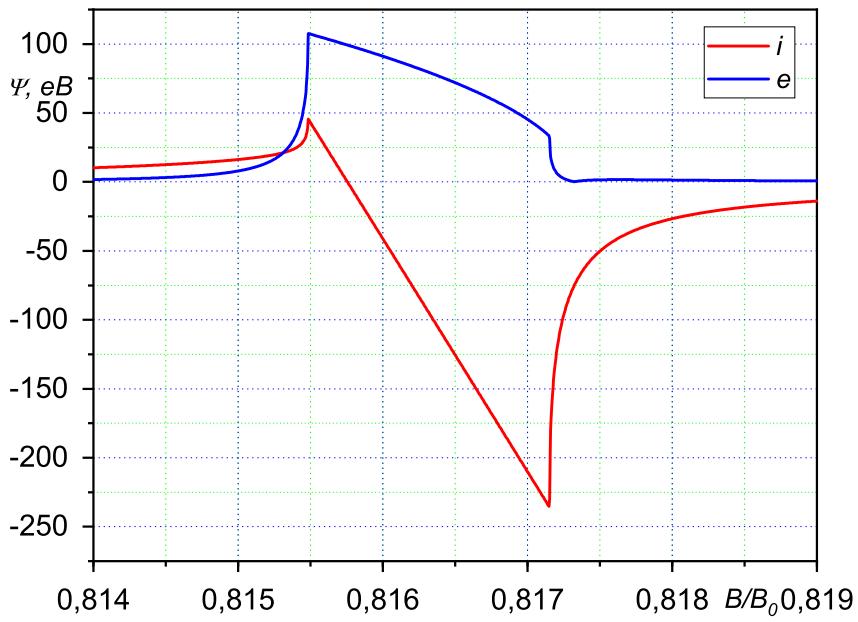


Рис. 2.13. Залежності пондеромоторного потенціалу, який збуджується швидкою хвилею, від магнітного поля поблизу області іонного циклотронного резонансу ( $B_{ci} = 0.81575B_0$ ) для випадку  $n = 10^{10} \text{ см}^{-3}$  і  $l = 10$

плазми для випадку  $B = B_0$  і  $l = 10$ . Величина пондеромоторного потенціалу, який діє на електрони, не залежить від густини і виявляється рівною  $\approx 130$  В. Це пов'язано з тим, що основний внесок в електронний пондеромоторний потенціал вносить перший доданок з (2.26), який не залежить від густини, другий доданок в разі електронів пропорційний  $\sim \omega/\omega_{ce} \ll 1$  в порівнянні з першим складовим. Іонний пондеромоторний потенціал стає помітним при  $n = 10^{10} \text{ см}^{-3}$  і зменшується до  $\approx -80$  В при  $n = 10^9 \text{ см}^{-3}$ . У разі іонів основний внесок вносить другий доданок з (2.26), який збільшується при збільшенні  $x$  компоненти електричного поля, перший же доданок є малим, так як має порядок  $\sim m_e/m_i$  по відношенню до першого електронного доданку.

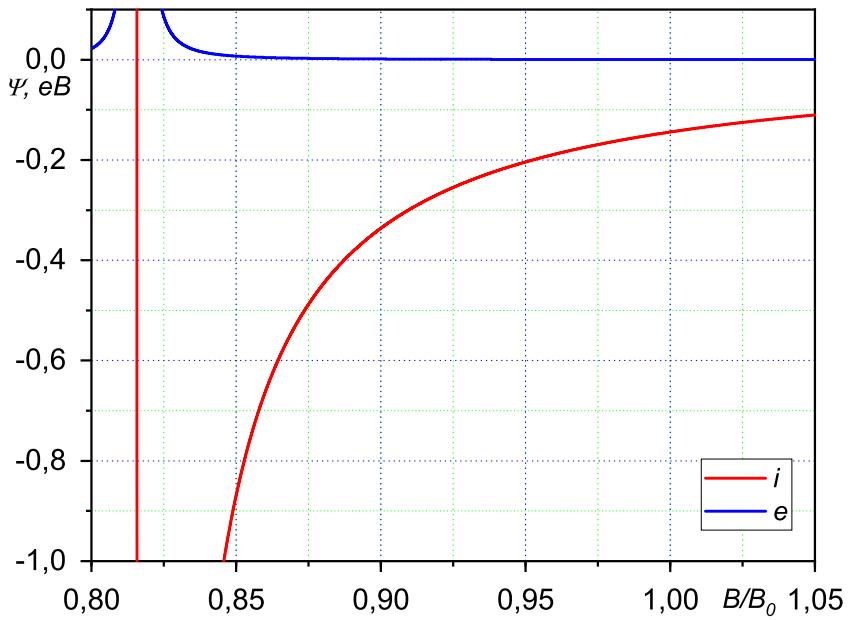


Рис. 2.14. Залежності пондеромоторного потенціалу, який збуджується швидкою хвилею, від магнітного поля далеко від області іонного циклотронного резонансу ( $B_{ci} = 0.81575B_0$ ) для випадку  $n = 10^{10}$  см $^{-3}$  і  $l = 10$

Щоб зрозуміти вплив пондеромоторного потенціалу на електрони плазми запишемо рівняння руху електронів для стаціонарного випадку, нехтуючи складовими, які пропорційні  $\sim m_e/m_i$

$$0 = e \frac{\partial}{\partial z} \varphi - \frac{T_e}{n_e} \frac{\partial}{\partial z} n_e - \frac{\partial}{\partial z} \Psi_e. \quad (2.33)$$

Після інтегрування отримаємо формулу Больцмана з урахуванням пондеромоторного потенціалу

$$n_e = n_{e0} \exp [(e\varphi - \Psi_e) / T_e]. \quad (2.34)$$

Як було показано в першому розділі дисертації в стаціонарному випадку за відсутності ВЧ поля плазму можна розділити на перехідний шар

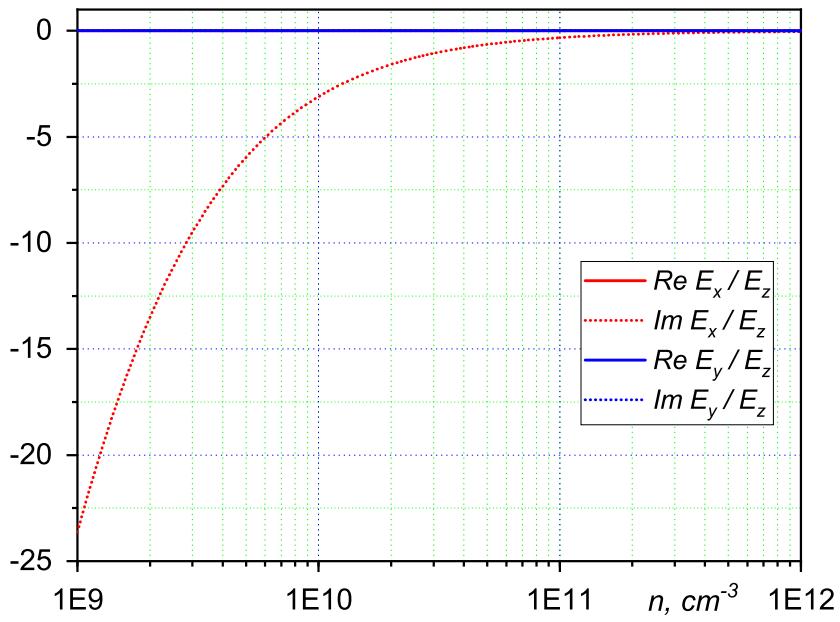


Рис. 2.15. Залежності відношення амплітуд компонент електричного поля повільної хвилі від густини плазми для випадку  $B = B_0$  і  $l = 10$

і область квазінейтральності. У разі, коли глибина проникнення ВЧ поля в плазму багато більше  $r_{De}$ , дія електронного пондеромоторного потенціалу поширюється в область квазінейтральності, де  $n_e \approx n_i$ . Як видно з (2.34) позитивний потенціал  $\Psi_e$  зменшує густину частинок і виштовхує їх з області негативного зростання електричного потенціалу  $\varphi$ , тобто частинки відштовхуються від межі розділу плазми, яка в той же час є джерелом ВЧ поля. При цьому гідродинамічна швидкість іонів в силу закону збереження імпульсу або рівняння безперервності збільшується і іони досягають швидкості іонного звуку раніше, ніж за відсутності ВЧ поля, тобто збільшується і розмір перехідного шару. Analogічні міркування можна провести і для іонів, в цьому випадку негативний іонний пондеромоторний потенціал буде надавати таку ж дію на частинки плазми, що і позитивний електронний. Як відомо, магнітні силові лінії в торсатроні "Ураган-3М" мають складну конфігурацію. Як

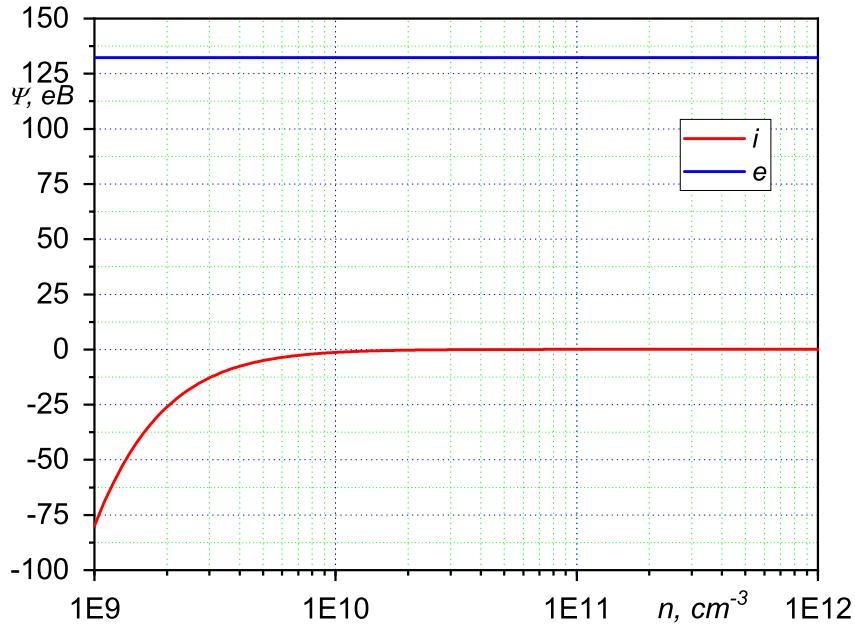


Рис. 2.16. Залежності пондеромоторного потенціалу, який збуджується повільною хвилею, від густини плазми для випадку  $B = B_0$  і  $l = 10$

антена, так і зонд знаходяться в області ергодичності, де силові лінії здійснюють багато обертів по тору. При цьому їх позиція по малому радіусу то збільшується, то зменшується. Цілком природно припустити, що існує ймовірність, що одна і та ж магнітна силова лінія може проходити в безпосередній близькості і від поздовжнього провідника РА і від зонда. Уздовж такої силової лінії може поширюватися повільна хвилля, яка затухає, як показано в роботі [91], на відстанях порядку поздовжньої довжини РА. Як видно з Рис. 5а, порядок пондеромоторного потенціалу, з урахуванням загасання в цьому випадку виявляється порядку різниці між показаннями зондів.

## **Висновки до розділу 2**

В експериментах по високочастотному нагріванню плазми в торсатроні «Ураган-3М» було знайдено, що потенціал ленгмюрівського зонду, розташованого під антеною на відстані  $\Delta x$ , суттєво відрізняється від потенціалу такого ж зонду, розташованого на протилежному боці тору. ВЧ антена і зонди на цій установці знаходяться в ергодичному шарі силових ліній магнітного поля, що утримує плазму. В цьому шарі силові лінії при обертанні по тору блукають в радіальному напрямку на відстань, порівняну з  $\Delta x$ . В дисертації вперше доведено, що випрямлення зондом потенціалу електромагнітних високочастотних хвиль і випрямлений потенціал рамкової антени не впливають на зондові вимірювання. Виявлено, що причиною різниці показань зондів є зміна електричного потенціалу плазми вздовж силових ліній магнітного поля за рахунок дії пондеромоторної сили Міллера поблизу рамкової антени.

Матеріали цього розділу опубліковані в роботах [2, 4] і доповідалися на конференціях [6, 9].

**РОЗДІЛ 3**

**ПОГЛИНАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ**

**ЕЛЕКТРОНАМИ В ПЕРЕХІДНОМУ ШАРІ**

**ДІЕЛЕКТРИК-ПЛАЗМА**

**3.1. Поглинання електромагнітних хвиль при їх відбитті  
від плазми електронами в перехідному шарі  
діелектрик-плазма**

У цьому підрозділі дисертації розглянуто вплив перехідного шару на поглинання електромагнітних хвиль при їх косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, з частотою, меншою за Ленгмюрівську частоту в середині плазми. Отримано розподіл електричного поля в перехідному шарі і коефіцієнт поглинання електронами плазми електромагнітних хвиль в цьому шарі.

Як відомо, електромагнітні хвилі з частотою, меншою за Ленгмюрівську, відбиваються від плазми. В роботі [96] розглянуто задачу про відбиття і поглинання електромагнітної хвилі, яка падає перпендикулярно до поверхні плазми, а вектор електричного поля паралельний поверхні, яка обмежує однорідну плазму. Подібна задача для випадку виродженої електронної плазми розглядалася в роботі [97], а для електронної плазми з максвелловським розподілом в роботах [98–101]. Випадок поздовжнього поля вивчався в роботах [98, 102]. В роботі [103] розглядалося поле в напівобмеженій плазмі, яка утримується сильним магнітним полем. Границя задача для випадку плазми, яка рухається, була розглянута в роботі [104]. Зіткнення електронів зі стінкою в випадку плазми металів і напівпровідників можуть призводити до поглинання хвилі, що відбивається. Частка поглиненої енергії  $Q$  залежить від того, як відбиваються електрони: при дзеркальному

відбитті  $Q \sim \beta^3$ , при дифузному -  $Q \sim \beta$ , де  $\beta$  - відношення хаотичної швидкості електронів до швидкості світла [96]. У випадку, коли газорозрядна плазма межує з твердим тілом (діелектриком), на межі плазма - діелектрик утворюється, внаслідок видходу електронів з плазми, перехідний шар з товщиною порядку радіусу екронування  $r_{De}$ . Наявність перехідного шару істотно змінює умови взаємодії електронів з хвилею. У цьому розділі буде показано, що при відбитті  $p$ - поляризованої електромагнітної хвилі поздовжнє електричне поле хвилі всередині перехідного шару змінюється на відстані близько декількох радіусів екронування  $\Delta x \sim (10 \div 15)r_{De}$ . Це означає, що ефективне хвильове число близько  $\sim 1/\Delta x$ , а фазова швидкість поздовжніх коливань порядку теплової швидкості електронів  $v_{Te}$  і всі електрони можуть ефективно взаємодіяти з хвилею, поглинаючи її енергію. Оскільки поле хвилі зосереджено в області порядку товщини скін-шару  $\delta = c/\omega_{pe}$ , яка значно перевищує відстань  $\Delta x$ , то коефіцієнт поглинання виявляється малим:  $Q \sim r_{De}/\delta \sim v_{Te}/c \ll 1$ , де  $c$  - швидкість світла в вакуумі,  $\omega_{pe}$  - електронна плазмова частота.

У цьому розділі дисертації радіус Дебая-Хюккеля і теплова швидкість електронів визначені в такий спосіб  $r_{De} = \sqrt{T_e/8\pi e^2 n_0}$  і  $v_{Te} = \sqrt{2T_e/m}$ .

У секції 3.1.1 розглянуто поширення електромагнітної хвилі при їх косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, з частотою, меншою за Ленгмюрівську частоту в середині плазми і визначені компоненти електричного поля цієї хвилі в плазмі.

Далі визначено загасання електромагнітної хвилі при їх косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, внаслідок поглинання її енергії електронами плазми, що взаємодіють з нормальнюю до поверхні розділу складовою електричного поля цієї хвилі в перехідному шарі (секція 3.1.2).

### 3.1.1. Розподіл електричного поля електромагнітної хвилі при її косому падінні з діелектрика на плазму

Розглянемо косе падіння електромагнітної хвилі з діелектрика на плазму, що займає напівпростір ( $x > 0$ ) (див. Рис. 3.1). Частота електромагнітної хвилі менше плазмової частоти  $\omega < \omega_{pe}$ . Напруженість

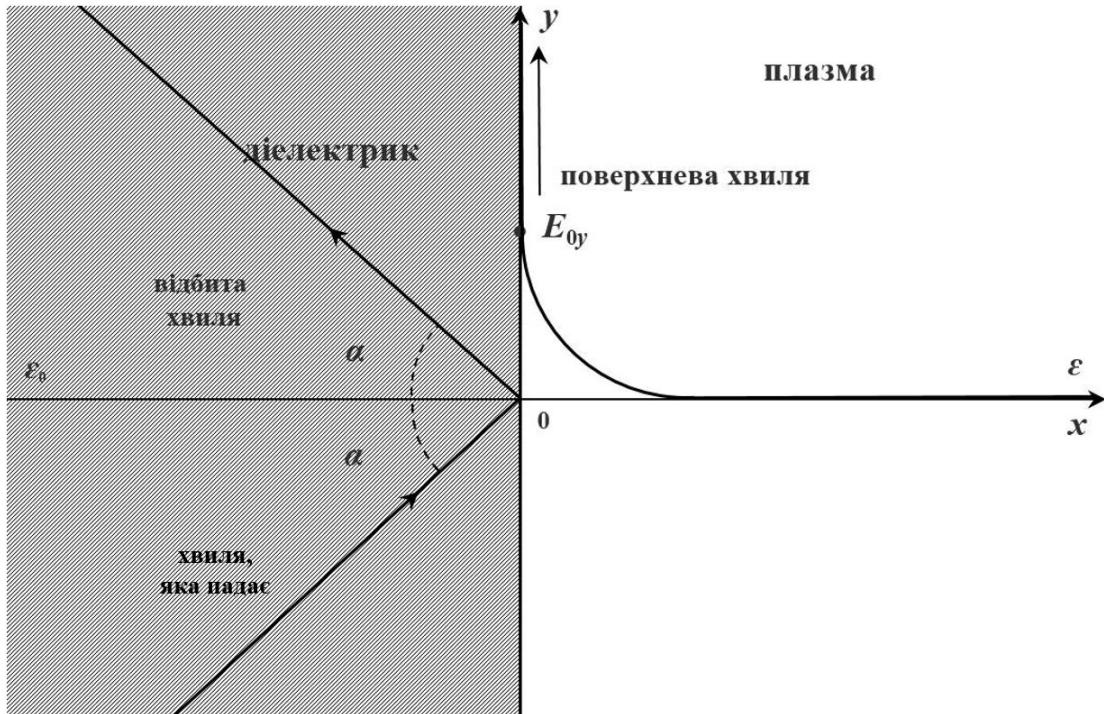


Рис. 3.1. Схематичне зображення плазми і діелектрика щодо координати  $x$  і електромагнітних хвиль

електричного поля хвилі, що падає,  $\vec{E}_0$  і відбитої хвилі  $\vec{E}_2$  в діелектрику ( $x < 0$ ) має вигляд

$$\vec{E}_{0,2}(t, x, y) = \vec{E}_{0,2} e^{i(\pm kx \cos \alpha + ky \sin \alpha - \omega t)}, \quad (3.1)$$

де  $\alpha$  - кут між нормальню до площини  $x = 0$  і хвильовим вектором  $\vec{k}$ . Електричне поле хвилі має  $x$  і  $y$  компоненти, а магнітне -  $z$  компоненту.

На межі розділу діелектрик - плазма накопичуються електрони плазми внаслідок більшої рухливості в порівнянні з іонами, утворюючи шар з негативним потенціалом [105]. Потенціал цього переходного шару

істотно різиться від нуля на відстані від межі плазма - діелектрик порядку декількох радіусів екранування  $r_{De}$ . Поза перехідного шару  $x \geq a$  плазма однорідна і поле хвилі експоненціально зменшується

$$\vec{E}_1(t, x, y) = \vec{E}_1 e^{-\kappa x + i(ky \sin \alpha - \omega t)}, \quad (3.2)$$

де

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}, \quad \kappa = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0 \sin^2 \alpha + |\varepsilon|},$$

$\varepsilon_0$  и  $\varepsilon = 1 - (\omega_{pe}^2/\omega^2)$  – діелектричні проникності діелектрика і плазми відповідно. Електромагнітне поле хвилі в перехідному шарі ( $0 \leq x \leq a$ ) будемо шукати у вигляді

$$\vec{E}(t, x, y) = \vec{E}(x) e^{i(ky \sin \alpha - \omega t)}, \quad (3.3)$$

Виберемо для розрахунків відстань  $a$  так, що  $a \gg r_{De}$ , але  $\kappa a \ll 1$ .

Розподіл заряджених частинок за швидкостями за відсутності хвилі описується формулою Максвелла - Больцмана  $f_{0e,i} \sim e^{-\mathcal{E}/T_e}$ , де  $\mathcal{E} = m_{e,i} v_x^2/2 \mp e\varphi$ . У цьому випадку густина заряджених частинок дорівнює  $n_{e,i}(x) = n_0 e^{\pm e\varphi/T_e}$ , де  $n_0$  - густина однорідної плазми далеко від стінки. Потенціал визначаємо з рівняння Пуассона

$$\Delta\varphi(x) = 4\pi e (n_e(x) - n_i(x)), \quad (3.4)$$

підставимо в нього вираження для густин електронів та іонів, які наведені вище, і помножимо на  $e/T_e$

$$\Delta\frac{e\varphi(x)}{T_e} = \frac{8\pi e^2 n_0}{T_e} \left( \frac{e^{e\varphi/T_e} - e^{-e\varphi/T_e}}{2} \right) \quad (3.5)$$

Вводячи безрозмірні змінні  $\Phi \rightarrow e\varphi(x)/T_e$ ,  $x \rightarrow x/r_{De}$ , отримаємо рівняння Пуассона у вигляді

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = \operatorname{sh} \Phi. \quad (3.6)$$

Звідси, використовуючи, що  $d\Phi/dx \rightarrow 0$  при  $\Phi \rightarrow 0$ , маємо

$$\frac{d\Phi}{dx} = \sqrt{2(\operatorname{ch} \Phi - 1)}, \ln \left| \operatorname{ctg} \frac{\Phi}{4} \right| = x + C. \quad (3.7)$$

Постійну інтегрування  $C$  визначимо з умови рівності струмів електронів та іонів на стінку. З точністю до коефіцієнта порядку одиниці під знаком логарифма потенціал стінки дорівнює [105]

$$\Phi_0 \cong \frac{1}{2} \ln \frac{m_e}{m_i}. \quad (3.8)$$

Врахування вторинної емісії не змінює порядок величини  $\Phi_0$  [105].

Використовуючи (3.8), отримаємо

$$\Phi(x) = \ln \left[ \operatorname{th}^2 \left( \frac{x+C}{2} \right) \right], C = \ln \left| \operatorname{ctg} \frac{\Phi_0}{4} \right| \quad (3.9)$$

Вважаємо, що в незбуреному стані електрони мають Максвелловській розподіл за швидкостями  $f_0$ . Врахування впливу електромагнітної хвилі і зіткнень призводить до виникнення збурення функції розподілу  $f_1(t, y) \sim e^{-\nu t + i(ky \sin \alpha - \omega t)}$  (причому  $f_1 \ll f_0$ ), яке визначається кінетичним рівнянням

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{mv_x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial v_x} - i \frac{\omega_1}{v_x} \right) f_1(\vec{r}, \vec{v}) = - \frac{2e(\vec{v}\vec{E})}{v_x mv_{Te}^2} f_0, \quad (3.10)$$

де  $\omega_1 = \omega - kv_y \sin \alpha - i\nu$ ,  $\nu$  — частота зіткнень. Перепишемо (3.10) у вигляді

$$\left( \frac{d}{dx} - i \frac{\omega_1}{v_x} \right) f_1(x, \vec{v}) = - \frac{2e \left\{ \vec{v}\vec{E}(x) \right\}}{v_x mv_{Te}^2} f_0, \quad (3.11)$$

причому

$$\frac{d}{dx} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{mv_x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial v_x}, \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{e}{mv_x} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \mathcal{E} = mv_x^2/2 - e\varphi(x),$$

де  $\mathcal{E}$  - енергія електрона. Надалі буде зроблена заміна змінних  $(x, v_x \rightarrow x, \mathcal{E})$ , тому під  $v_x$  слід розуміти  $v_x(x, \mathcal{E}) = (2/m)\sqrt{\mathcal{E} + e\varphi(x)}$ . Загальне рішення рівняння (3.11) можна записати у вигляді

$$f_1(x, \vec{v}) = -\frac{2ef_0}{mv_T^2} \int_{x_1}^x dx' \frac{\vec{v} \vec{E}(x')}{v_x} e^{i\{\Upsilon(x, v_x) - \Upsilon(x', v_x)\}}, \quad (3.12)$$

де

$$\Upsilon(x, v_x) = \omega_1 \int_{x_m}^x \frac{dx''}{v_x}, \quad (3.13)$$

$x_m$  визначається з умови  $\mathcal{E} + e\varphi(x_m) = 0$  для електронів з енергією  $\mathcal{E} < -e\varphi(0)$ . Якщо ж енергія електрона  $\mathcal{E} \geq -e\varphi(0)$ , то  $x_m = 0$ . Константу інтегрування  $x_1$  знайдемо з граничних умов. Для частинок, що летять до стінки ( $v_x < 0$ ), з умови обмеженості  $f_1$  при  $x = \infty$  маємо

$$f_1(x, \vec{v}) = \frac{2ef_0}{mv_{Te}^2} \int_x^\infty dx' \frac{\vec{v}(x') \vec{E}(x')}{v_x(x')} e^{i\{\Upsilon(x, v_x) - \Upsilon(x', v_x)\}}, \quad (3.14)$$

Для знаходження  $x_1$  при  $v_x > 0$  скористаємося умовою дзеркального відбиття від стінки і в точці повороту

$$f_1^{(+)}(v_x, v_y, v_z, x = x_m) = f_1^{(-)}(-v_x, v_y, v_z, x = x_m) \quad (3.15)$$

Використовуючи співвідношення (3.14) і (3.15), знаходимо поправку до функції розподілу

$$f_1^{(+)}(x, v_x, v_y) = \frac{2ef_0}{mv_{Te}^2} \left( \int_{x_m}^\infty dx' \frac{\vec{v}(x') \vec{E}(x')}{v_x(x')} e^{i\{\Upsilon(x, v_x) + \Upsilon(x', v_x)\}} - \right.$$

$$- \int_x^\infty dx' \frac{\vec{v}(x') \vec{E}(x')}{v_x(x')} e^{i\{\Upsilon(x, v_x) - \Upsilon(x', v_x)\}} \Bigg) \quad (3.16)$$

Знайдемо  $x$ -компоненту густини струму  $j_x = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_x f_1(x, \vec{v}) d\vec{v}$ . Інтегруючи тут по  $v_y$  і  $v_z$ , переходячи до безрозмірних змінних  $\omega \rightarrow \omega/\omega_{pe}$ ,  $\nu \rightarrow \nu/\omega_{pe}$ ,  $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}/T_e$ ,  $\Phi \rightarrow e\varphi/T_e$ ,  $x \rightarrow x/r_{De}$ ,  $E_{x,y} \rightarrow E_{x,y}/E_{0y}$  і роблячи заміну  $v_x \rightarrow v_x = \sqrt{\mathcal{E} + e\varphi}$ , для безрозмірної густини струму отримаємо

$$\begin{aligned} j_x = & -\frac{i}{4\pi^{3/2}} \int_{|\Phi(x)|}^\infty d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} \left\{ \int_x^\infty dx' E_x(x') e^{i\Upsilon(x', \mathcal{E})} \sin \Upsilon(x, \mathcal{E}) + \right. \\ & \left. + \int_{x_m}^x dx' E_x(x') e^{i\Upsilon(x, \mathcal{E})} \sin \Upsilon(x', \mathcal{E}) \right\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Проведемо інтегрування в першому інтегралі в фігурних дужках в (3.17) по  $x'$  від  $a$  до  $\infty$ , де плазма однорідна і розподіл електричного поля хвилі (3.2) відомо. Введемо малий параметр, за яким надалі будемо вести розкладання

$$\beta = \frac{v_{Te}}{2c} = \sqrt{\frac{T_e}{2mc^2}} \quad (3.18)$$

Нехтуючи складовими  $\sim \beta$  і зіткненнями в (3.17) і змінюючи порядок інтегрування по  $x$  і  $\mathcal{E}$ , отримаємо остаточний вираз для безрозмірною густини струму  $j_x(x)$  в переходному шарі

$$j_x(x) = -\frac{i}{4\pi^{3/2}} \left\{ \int_x^a dx' E_x(x') \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \int_{|\Phi(x)|}^{\infty} d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\cos \Upsilon(x', \mathcal{E}) \sin \Upsilon(x, \mathcal{E}) + i \sin \Upsilon(x', \mathcal{E}) \sin \Upsilon(x, \mathcal{E})] + \\
& + \left. \int_x^a dx' E_x(x') \int_{|\Phi(x)|}^{\infty} d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\sin \Upsilon(x', \mathcal{E}) \cos \Upsilon(x, \mathcal{E}) + i \sin \Upsilon(x', \mathcal{E}) \sin \Upsilon(x, \mathcal{E})] \right\} - \\
& - \frac{i E_x(a)}{2\pi^{3/2} \omega} \int_{|\Phi(x)|}^{\infty} d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\sin \Upsilon(a, \mathcal{E}) \sin \Upsilon(x, \mathcal{E}) + i \cos \Upsilon(a, \mathcal{E}) \sin \Upsilon(x, \mathcal{E})]
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Аналогічно обчислюється  $y$  - компонента густини струму, але в подальшому  $j_y$  (а точніше  $y$  - компонента електричної індукції) увійде в рівняння Максвелла з малим параметром  $\beta$  і не буде використовуватися при обчисленні поля  $E_x(x)$ .

Для знаходження амплітуди електромагнітного поля з (3.3) в перехідному шарі скористаємося рівняннями Максвелла у вигляді

$$rot \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{3.20}$$

$$rot \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j, \tag{3.21}$$

де  $\vec{B}$  – вектор магнітної індукції. Застосувавши диференційний оператор  $rot$  до (3.20) і підставивши (3.21) в отриманий вираз, після диференціювання за часом маємо

$$rot rot \vec{E} - \left( \frac{\omega^2}{c^2} \right) \vec{D} = 0,$$

де

$$\vec{D} = \vec{E} + (4\pi i / \omega) \vec{j} \tag{3.22}$$

— вектор електричної індукції. Звідси, переходячи до нових безрозмірних змінних  $x \rightarrow x/r_{De}$ ,  $\omega \rightarrow \omega/\omega_{pe}$ , де  $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m}$ ,  $\omega_{pe} r_{De} = v_{Te}/2$ , отримаємо систему рівнянь для компонент електричного поля, нормованих на  $E_{0y}$

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y - \beta i \omega \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha E_x + \beta \frac{i \omega}{\sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha} D_x = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} E_y - \beta i \omega \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha E_x \right) + \beta^2 \omega^2 D_y = 0 \quad (3.24)$$

З рівнянь (3.23) і (3.24), утримуючи члени 1-го порядку по  $\beta$ , отримаємо

$$E_y = A + \beta i \omega \left( -\frac{x}{\sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha} B + \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha \int_0^x dx' E_x(x') \right), \quad (3.25)$$

$$D_x = B - \beta i \omega \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha \int_0^x dx' D_y(x'), \quad (3.26)$$

де  $A$  і  $B$  — постійні інтегрування. Використовуючи граничні умови  $E_y|_{x=-0} = E_y|_{x=+0}$ ,  $D_x|_{x=-0} = D_x|_{x=+0}$ ,  $E_y|_{x=a-0} = E_y|_{x=a+0}$ ,  $D_x|_{x=a-0} = D_x|_{x=a+0}$  і зв'язки між компонентами полів в областях  $(x < 0)$  і  $(x > a)$

$$E_{0x} = -\operatorname{tg} \alpha E_{0y}, \quad E_{1x} = -i \frac{\sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha}{\sqrt{\varepsilon_0 \sin^2 \alpha + |\varepsilon|}} E_{1y}, \quad E_{2x} = \operatorname{tg} \alpha E_{2y} \quad (3.27)$$

зайдемо вирази для відбитої хвилі і хвилі, яка пройшла в плазму  $(x > a)$ , нехтуючи складовими порядку  $\sim \beta$ ,

$$D_x(x) = \varepsilon E_{1x} \quad (3.28)$$

З рівняння (3.28) з урахуванням (3.19) і (3.22) отримуємо інтегральне рівняння для  $E_x$ , яке визначає розподіл поля в перехідному шарі,

$$E_x(x) + \int_0^x dx' K(x, x') E_x(x') = R(x), \quad (3.29)$$

де для  $x' > x$

$$K(x, x') = \frac{1}{\omega\sqrt{\pi}} \int_0^\infty d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\cos \Upsilon(x') \sin \Upsilon(x) + i \sin \Upsilon(x') \sin \Upsilon(x)],$$

а для  $x' < x$

$$K(x, x') = \frac{1}{\omega\sqrt{\pi}} \int_{|\Phi(x)|}^\infty d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\sin \Upsilon(x') \cos \Upsilon(x) + i \sin \Upsilon(x') \sin \Upsilon(x)],$$

права частина рівняння -

$$R(x) = \left\{ \varepsilon + \frac{2}{\omega\sqrt{\pi}} \int_{|\Phi(x)|}^\infty d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\sin \Upsilon(a) \sin \Upsilon(x) + i \cos \Upsilon(a) \sin \Upsilon(x)] \right\} E_{1x},$$

$$E_{1x} = -\frac{2\varepsilon_0 \cos \alpha \left( |\varepsilon| \cos \alpha + i \sqrt{\varepsilon_0 (\varepsilon_0 \sin^2 \alpha + |\varepsilon|)} \right)}{|\varepsilon|^2 \cos^2 \alpha + \varepsilon_0 (\varepsilon_0 \sin^2 \alpha + |\varepsilon|)}.$$

Інтегральне рівняння (3.29) було розв'язано чисельно. При  $\kappa a \ll 1$  і  $a \gg r_{De}$  розподіл поля не повинен залежати від вибору параметра  $a$ . Результати розрахунку для параметрів  $a = 20r_{De}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\omega/\omega_{pe} = 0.5$ ,  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $T_e = 10B$  показані на Рис. 3.2. Як видно з цього рисунка, поле змінюється на відстані близько декількох Дебаєвських радіусів, прямуючи до значення  $E_{1x}$  (3.27) при великих  $x \sim a$ . Різниця між значеннями  $E_{1x}$  (3.27) і чисельно отриманим  $E_x(x)$  в точці  $a = 20r_{De}$

$\Delta E_x \lesssim 2\%$  для представлених на рисунку кривих обумовлена вибором наближення для поля  $E_x(x)$  в області переходного шару.

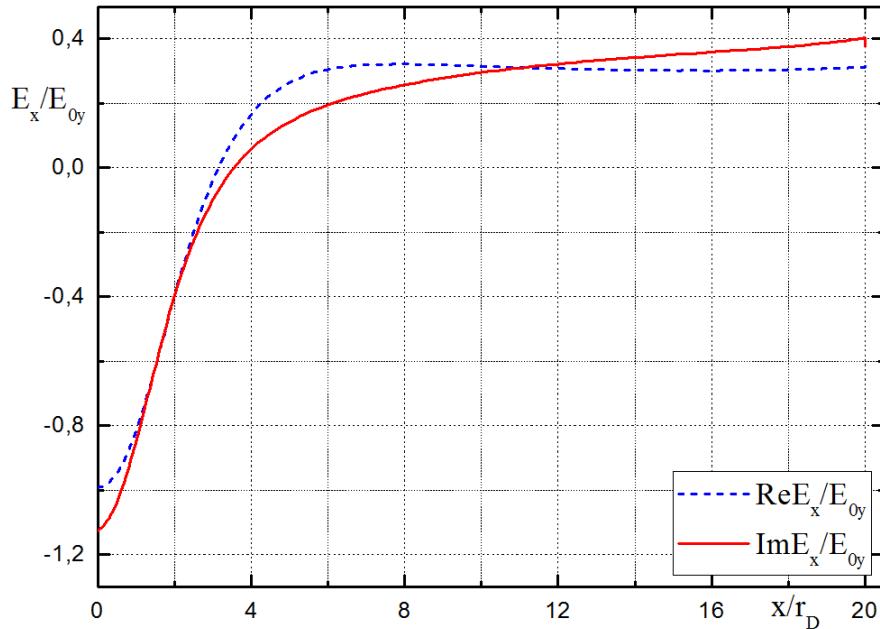


Рис. 3.2. Залежність реальної та уявної частин  $x$  - компоненти електричного поля, віднесененої до амплітуди  $y$  - компоненти електричного поля хвилі, що падає, від координати, вираженої в радіусах Дебая-Хюккеля, у плазмі. Синя пунктирна лінія - реальна частина, суцільна червона лінія - уявна частина

### 3.1.2. Поглинання енергії електромагнітної хвилі

Оцінимо поглинання енергії електромагнітної хвилі зі зміни енергії електронів плазми при їх відбитті від стінки і потенційного бар'єру. Швидкість електрона має вигляд

$$v_x(t) = v_x(-\infty) - \frac{e}{m} \int_{-\infty}^t dt' E_x(t', x). \quad (3.30)$$

Енергія, яку отримує електрон в результаті зіткнення з поверхнею, дорівнює

$$\Delta \frac{mv_x^2}{2} = \frac{mv_x^2(+\infty)}{2} - \frac{mv_x^2(-\infty)}{2}. \quad (3.31)$$

Усереднюючи (3.31) за часом відбиття від потенційного бар'єру і нехтуючи складовими близько  $\sim \beta^2$ , отримуємо

$$\overline{\Delta \frac{mv_x^2}{2}} = \frac{e^2}{4m\omega_{pe}^2} |\Psi(x, \mathcal{E})|^2 |E_{0y}|^2, \quad (3.32)$$

де

$$\Psi(x, \mathcal{E}) = \int_{x_m}^a dx \frac{E_x(x) \cos \Upsilon(x, \mathcal{E})}{\sqrt{\mathcal{E} + \Phi(x)}} - \frac{2E_{1x} \sin \Upsilon(x, \mathcal{E})}{\omega}. \quad (3.33)$$

Величина  $\Psi(x, \mathcal{E})$  в (3.32) виражена в безрозмірних змінних  $x \rightarrow x/r_{De}$ ,  $\omega \rightarrow \omega/\omega_{pe}$ ,  $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}/T_e$ .

Для визначення повної енергії, яку отримують електрони плазми, віднесеного до одиниці поверхні в одиницю часу, помножимо (3.32) на потік електронів, віднесений до одиниці поверхні, і проінтегруєм по всьому простору швидкостей. Розділивши отриманий вираз на значення середнього потоку енергії в падаючої хвилі, одержуємо формулу для коефіцієнта поглинання

$$Q = \frac{8\pi \sin^2 \alpha}{c\sqrt{\varepsilon_0} |E_{0x}|^2} \int v_x \overline{\Delta \frac{mv_x^2}{2}} f_0(\vec{v}) d\vec{v}. \quad (3.34)$$

Підставляючи (3.32) в (3.34) і змінюючи порядок інтегрування по  $x$  і  $\mathcal{E}$ , отримуємо в безрозмірних змінних

$$Q = \beta \frac{\sin^2 \alpha |E_{0y}|^2}{\sqrt{\pi \varepsilon_0} |E_{0x}|^2} \left\{ \int_0^a dx \int_0^a dx' \Xi(x, x') \int_{|\Phi(\xi)|}^\infty d\mathcal{E} \frac{e^{-\mathcal{E}} \cos \Upsilon(x, \mathcal{E}) \cos \Upsilon(x', \mathcal{E})}{\sqrt{(\mathcal{E} + \Phi(x)) (\mathcal{E} + \Phi(x'))}} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4}{\omega} \int_0^a dx \Xi(x, a) \int_{|\Phi(x)|}^{\infty} d\mathcal{E} \frac{e^{-\mathcal{E}} \cos \Upsilon(x, \mathcal{E}) \sin \Upsilon(a, \mathcal{E})}{\sqrt{\mathcal{E} + \Phi(x)}} \\
& -\frac{4}{\omega^2} \Xi(a, a) \int_{|\Phi(a)|}^{\infty} d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} \sin^2 \Upsilon(a, \mathcal{E}) \Biggr\}, \quad (3.35)
\end{aligned}$$

де

$$\Xi(x, y) = \operatorname{Re} E_x(x) \operatorname{Re} E_x(y) + \operatorname{Im} E_x(x) \operatorname{Im} E_x(y), \quad \xi = \min(x, x').$$

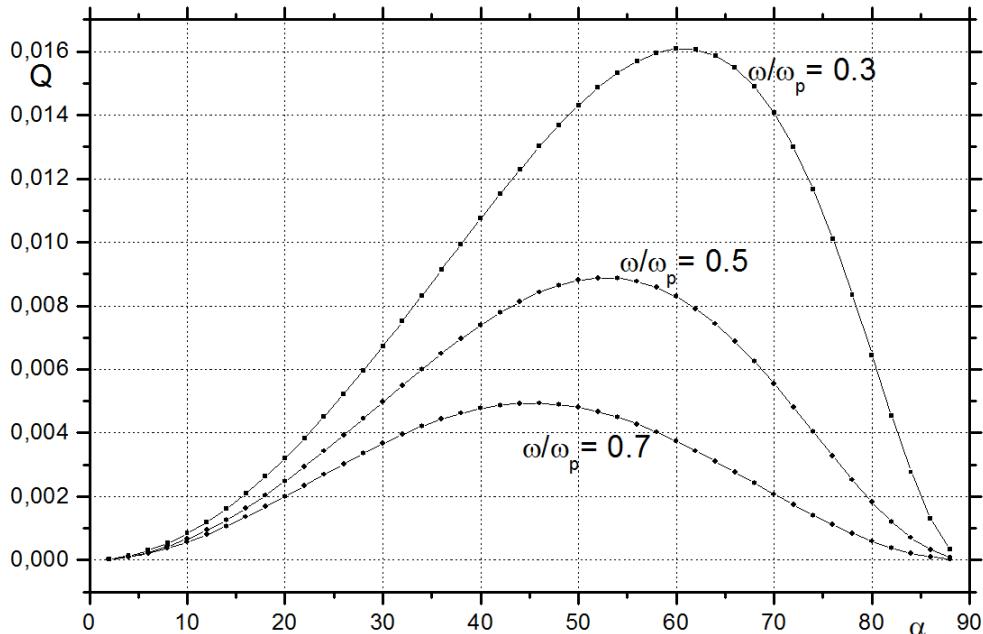


Рис. 3.3. Залежність частки поглиненої електронами енергії електромагнітної хвилі  $Q$  від кута  $\alpha$  (в градусах) між нормаллю до площини  $x = 0$  і хвильовим вектором  $\vec{k}$  для значень  $\omega/\omega_{pe} = 0.3, 0.5, 0.7$

Коефіцієнт поглинання (3.35) був розрахований чисельно для різних значень параметрів  $\alpha, \omega$  при  $a = 20r_{De}$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  і  $T_e = 10$  еВ. На Рис. 3.3 показана залежність  $Q$  від  $\alpha$  для значень  $\omega/\omega_{pe} = 0.3, 0.5, 0.7$ . Зі

збільшенням кута падіння значення коефіцієнта поглинання монотонно зменшується. При  $\alpha \rightarrow 0$  поглинання (3.35) іде до нуля. Насправді величина  $Q$  при  $\alpha = 0$  буде близько  $\sim \beta^3$ , якщо врахувати відкинуті в (3.32) складові. На Рис. 3.4 показана залежність  $Q$  від  $\omega/\omega_{pe}$  для значень  $\alpha = 15^\circ, 45^\circ, 75^\circ$ . Ці графіки показують монотонне падіння  $Q$  в залежності від  $\omega/\omega_{pe}$  в даній області частот.

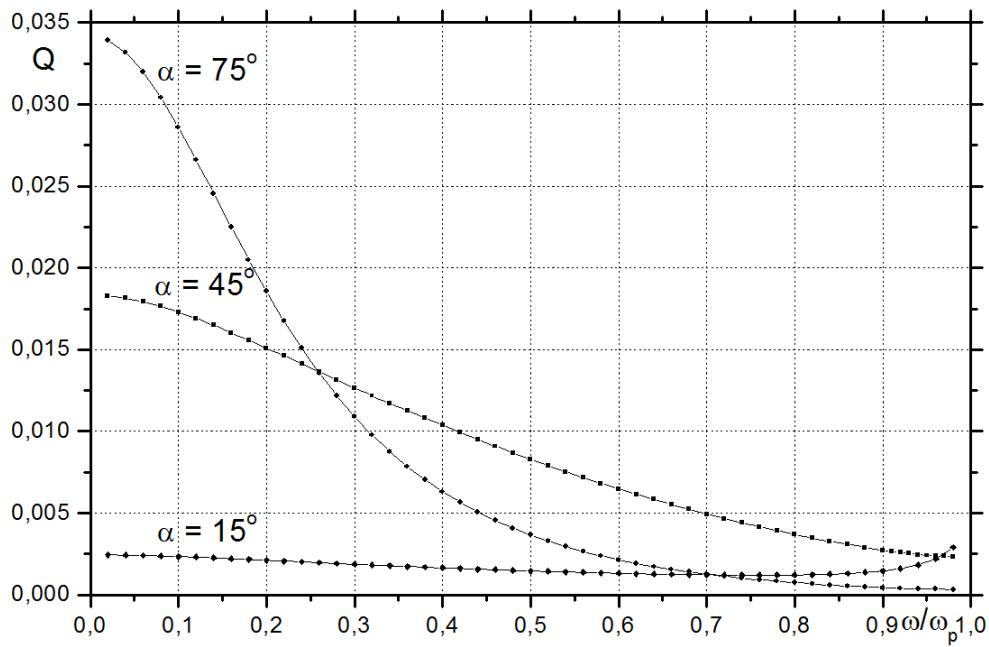


Рис. 3.4. Залежність частки поглиненої електронами енергії електромагнітної хвилі  $Q$  від її частоти, віднесеної до електронної плазмової частоти,  $\omega/\omega_{pe}$  для значень кута  $\alpha = 15^\circ, 45^\circ, 75^\circ$

### 3.2. Поглинання поверхневих електромагнітних хвиль електронами в перехідному шарі діелектрик - плазма

Розглянуто вплив перехідного шару на поглинання поверхневої електромагнітної хвилі при її поширенні уздовж межі розділу діелектрик-плазма. Знайдено розподіл електричного поля в перехідному шарі і поглинання енергії хвилі в цьому шарі електронами плазми. Відношення декремента загасання поверхневої хвилі, обумовленого

черенковським поглинанням електронів, відбитих від потенціалу електричного поля в перехідному шарі, до частоти є порядку відношення теплової швидкості електронів до фазової швидкості хвилі.

Поверхневі електромагнітні хвилі широко використовуються для створення і нагріву плазми, генерації і посилення НВЧ-коливань [106, 107]. Загасання цих хвиль може бути обумовлено зіткненнями, ефектом "розбухання" поля в області плазмового резонансу, загасанням Ландау (без зіткнень), а також зіткненнями електронів зі стінкою [96, 106–108]. Поглинання поверхневих хвиль, пов'язане з дзеркальним або дифузним відбиттям електронів від стінки, було досліджено в роботах [109–111].

Так як поверхневі хвилі, амплітуда яких пропорційна  $\sim e^{iky}$ , де  $k$  - хвильове число поверхневої хвилі вздовж напрямку поширення  $y$ , загасають в плазмі при видаленні від поверхні розділу як  $\sim e^{-\kappa x}$ , де  $\kappa = k\sqrt{|\epsilon|/\epsilon_0}$  - просторовий декремент загасання поверхневої хвилі в напрямку  $x$ ,  $\epsilon$  і  $\epsilon_0$  - діелектричні проникності плазми і діелектрика, відповідно, то Фур'є-спектр по  $x$  містить всі гармоніки  $k_x$ , в тому числі короткохвильові, для яких фазова швидкість в напрямку  $x$  порядку теплової швидкості електронів ( $\omega/k_x \sim v_{Te}$ ,  $\omega$  - частота коливань). Число таких електронів велике, тому загасання поверхневих хвиль виявляється порядку частки від ділення амплітуди гармоніки з  $k_x \sim \omega/v_{Te}$  на амплітуду основної гармоніки з  $k_x \sim \kappa \sim k$ , тобто  $\gamma/\omega \sim v_{Te}/v_{ph}$ , де  $\gamma$  і  $v_{ph} = \omega/k$  - часовий декремент загасання і фазова швидкість поверхневої хвилі.

В цьому розділі дисертації буде досліджено поглинання поверхневих хвиль, пов'язане з взаємодією електронів плазми з електричним полем поверхневої хвилі в перехідному шарі, який утворюється на межі плазма - діелектрик через відхід електронів з об'єму плазми на поверхню діелектрика, що спричиняє появу об'ємного заряду. В результаті густота електронів виявляється меншою її значення

$n_0$  всередині плазмового об'єму. Електрони, рухаючись в електричному полі об'ємного заряду, гальмуються і відбиваються від точки повороту, якщо їх енергія менше потенціалу стінки, або відбиваються від стінки, якщо їх енергія більше її потенціалу.

Усередині перехідного шару нормальна складова електричного поля поверхневої хвилі змінюється на відстані близько декількох радіусів екранування. Це означає, що ефективне хвильове число в напрямку неоднорідності порядку  $\sim 1/r_{De}$ , а якщо частота поверхневої хвилі порядку Ленгмюрівської, то основна група електронів, що мають швидкість близько теплової швидкості електронів  $v_{Te}$ , може ефективно взаємодіяти з електричним полем в напрямку неоднорідності  $x$ , поглинаючи енергію хвилі. Оскільки поле поверхневої хвилі зосереджено в області порядку  $\sim 1/k$ , а характерні частоти порядку  $\sim \omega_{pe}$ , то частка енергії поверхневої хвилі, яку отримують такі електрони  $Q \sim v_{Te}/v_{ph}$ . При  $v_{Te} \ll v_{ph}$  товщина перехідного шару значно менше відстані, на якому загасає поверхнева хвилля і величина  $Q$  виявляється малою. Для частот  $\omega \ll \omega_{pe}$  фазова швидкість хвилі близька до швидкості світла  $c$  і  $Q \sim v_{Te}/c$ . У цьому випадку коефіцієнт загасання поверхневої хвилі такий ж по порядку величини, як для хвилі, що відбивається від плазми, при її "косому" падінні з діелектрика [1]. При наближенні частоти поверхневої хвилі до граничної, фазова швидкість стає значно менше швидкості світла, так що загасання хвилі значно збільшується в порівнянні з попереднім випадком.

У секції 3.2.1 розглянуто поширення поверхневої електромагнітної хвилі вздовж межі розділу діелектрик-плазма і визначені компоненти електричного поля цієї хвилі в плазмі.

Далі на основі кінетичного розгляду визначено загасання поверхневої хвилі внаслідок поглинання її енергії електронами плазми,

що взаємодіють з нормальнюю до поверхні розділу складовою електричного поля поверхневої хвилі в перехідному шарі (секція 3.2.2).

### 3.2.1. Розподіл електричного поля поверхневої електромагнітної хвилі в плазмі при її поширенні уздовж межі розділу діелектрик-плазма

Розглянемо поширення поверхневої електромагнітної хвилі вздовж кордону розділу діелектрик-плазма, де напівпростір  $x < 0$  займає діелектрик з діелектричною проникністю  $\epsilon_0$ , а напівпростір  $x > 0$  - плазма (див. Рис. 3.5). Частота поверхневої електромагнітної хвилі

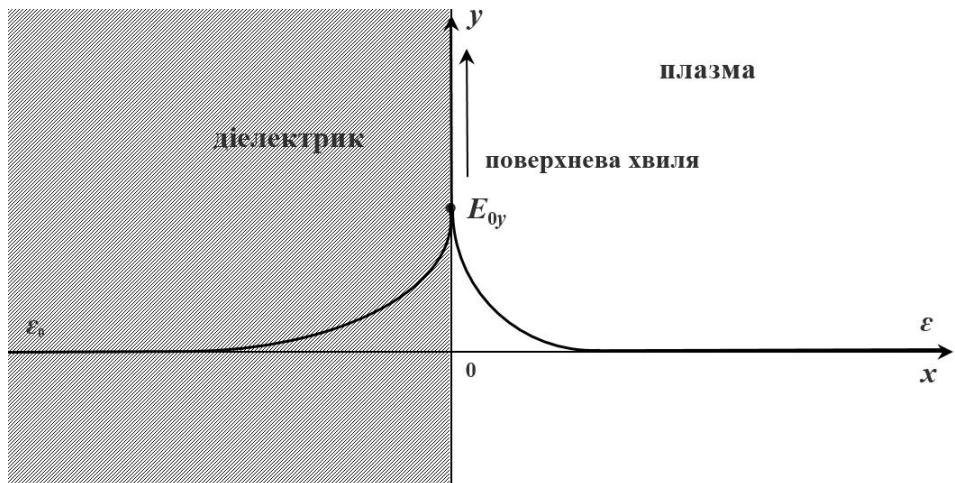


Рис. 3.5. Схематичне зображення плазми і діелектрика щодо координати  $x$  і поверхневої електромагнітної хвилі

менше граничної частоти  $\omega < \omega_{cr} = \omega_{pe}/\sqrt{1+\epsilon_0}$ . Напруженості магнітного і електричного полів поверхневої хвилі  $\vec{E}_0$  і  $\vec{B}_0$  в діелектрику  $x < 0$  мають вигляд

$$\vec{B}_0(t, x, y) = \vec{B}_0 e^{\zeta_0 x + i(ky - \omega t)},$$

$$\vec{E}_0(t, x, y) = \vec{E}_0 e^{\zeta_0 x + i(ky - \omega t)}, \quad (3.36)$$

де  $\varkappa_0$  - просторовий декремент загасання поверхневої хвилі в діелектрику. Електричне поле хвилі має  $x$  і  $y$  - компоненти, а магнітне -  $z$  - компоненту.

На кордоні розділу діелектрик-плазма накопичились електрони плазми внаслідок більшої рухливості в порівнянні з іонами. Вони утворюють шар з негативним потенціалом [105]. Потенціал цього перехідного шару істотно різиться від нуля на відстані від межі плазма-діелектрик порядку декількох радіусів екрانування  $r_{De}$ . Поза перехідного шару  $x \geq a$  плазма однорідна і поле хвилі експоненціально убуває

$$\vec{B}_1(t, x, y) = \vec{B}_1 e^{-\varkappa x + i(ky - \omega t)},$$

$$\vec{E}_1(t, x, y) = \vec{E}_1 e^{-\varkappa x + i(ky - \omega t)}. \quad (3.37)$$

Електромагнітне поле хвилі в перехідному шарі ( $0 \leq x \leq a$ ) будемо шукати у вигляді

$$\vec{B}(t, x, y) = \vec{B}(x) e^{i(ky - \omega t)},$$

$$\vec{E}(t, x, y) = \vec{E}(x) e^{i(ky - \omega t)}, \quad (3.38)$$

Виберемо для розрахунків відстань  $a$  так, що  $a \gg r_{De}$ , але  $\kappa a \ll 1$ . Надалі буде показано, що  $y$  - компонента електричного поля в шарі залишається постійною з точністю до членів порядку  $\sim v_{Te}/v_{ph} \ll 1$ , в той час як  $x$  - компонента електричного поля в шарі змінюється істотно.

Отримання розподілу безрозмірного електричного потенціалу

$$\Phi(x) = \ln \left[ \operatorname{th}^2 \left( \frac{x + C}{2} \right) \right], \quad C = \ln \left| \operatorname{ctg} \frac{\Phi_0}{4} \right| \quad (3.39)$$

і безрозмірної густини струму в перехідному шарі

$$\begin{aligned}
j_x(x) = & -\frac{i}{4\pi^{3/2}} \left\{ \int_x^a dx' E_x(x') \cdot \right. \\
& \cdot \int_{|\Phi(x)|}^\infty d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\cos \Upsilon(x') \sin \Upsilon(x) + i \sin \Upsilon(x') \sin \Upsilon(x)] + \\
& + \int_x^a dx' E_x(x') \int_{|\Phi(x)|}^\infty d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\sin \Upsilon(x') \cos \Upsilon(x) + i \sin \Upsilon(x') \sin \Upsilon(x)] \left. \right\} - \\
& - \frac{i E_x(a)}{2\pi^{3/2} \omega} \int_{|\Phi(x)|}^\infty d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\sin \Upsilon(a) \sin \Upsilon(x) + i \cos \Upsilon(a) \sin \Upsilon(x)] \quad (3.40)
\end{aligned}$$

детально описано в секції 3.1.1 даної дисертації.

З рівнянь Максвелла (3.20), (3.21) отримаємо систему рівнянь для знаходження величини електромагнітного поля поверхневої хвилі в перехідному шарі ( $0 \leq x \leq a$ )

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y - ik E_x + i \frac{\omega^2}{kc^2} D_x = 0 \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} E_y - ik E_x \right) + \frac{\omega^2}{k^2} D_y = 0 \quad (3.42)$$

Інтегруючи рівняння (3.41) по  $dx$  отримаємо

$$E_y(x) = E_y(o) + ik \int_0^x dx' E_x(x') + i \frac{\omega^2}{kc^2} \int_0^x dx' D_x(x'), \quad (3.43)$$

Переходячи до безрозмірних змінних  $x \rightarrow x/r_{De}$ ,  $\omega \rightarrow \omega/\omega_{pe}$  і нормуючи поля на амплітуду  $y$  - компоненти поверхневої хвилі  $E_{0y}$ , маємо

$$E_y(x) = 1 + i \frac{v_{Te}}{v_{ph}} \frac{\omega}{2} \int_0^x dx' E_x(x') + i \frac{v_{Te}}{v_{ph}} \frac{\omega (|\varepsilon| - \varepsilon_0)}{2 |\varepsilon| \varepsilon_0} \int_0^x dx' D_x(x'), \quad (3.44)$$

При отриманні третього малого доданка у правій частині (3.44) враховано, що без урахування малих членів розкладання  $k$  і  $\omega$  пов'язані дисперсійним рівнянням для поверхневої хвилі в нульовому наближенні

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{|\varepsilon| \varepsilon_0}{(|\varepsilon| - \varepsilon_0)}} \quad (3.45)$$

У правій частині рівності (3.44) перший доданок багато більше другого і третього. Аналогічну процедуру можна виконати і з рівнянням (3.42). Тому рішення системи рівнянь (3.41) і (3.42) будемо шукати у вигляді розкладання в ряд по малому параметру  $v_{Te}/v_{ph}$ . У безрозмірних змінних, які введені вище, система (3.41) - (3.42) набирає вигляду

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y - i \frac{v_{Te}}{v_{ph}} \frac{\omega}{2} E_x + i \frac{v_{Te}}{v_{ph}} \frac{\omega (|\varepsilon| - \varepsilon_0)}{2 |\varepsilon| \varepsilon_0} D_x = 0 \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} E_y - i \frac{v_{Te}}{v_{ph}} \frac{\omega}{2} E_x \right) + \frac{v_{Te}^2}{v_{ph}^2} \frac{\omega^2 (|\varepsilon| - \varepsilon_0)}{4 |\varepsilon| \varepsilon_0} D_y = 0 \quad (3.47)$$

З (3.46) - (3.47), утримуючи складові порядку  $\sim v_{Te}/v_{ph}$ , отримаємо

$$E_y = A + \frac{v_{Te}}{v_{ph}} i \omega \left( -\frac{x (|\varepsilon| - \varepsilon_0)}{2 |\varepsilon| \varepsilon_0} B + \frac{1}{2} \int_0^x dx' E_x(x') \right), \quad (3.48)$$

$$D_x = B - \frac{v_{Te}}{v_{ph}} i \frac{\omega}{2} \int_0^x dx' D_y(x'), \quad (3.49)$$

де  $A$  и  $B$  — постійні інтегрування. Використовуючи граничні умови  $E_y|_{x=-0} = E_y|_{x=+0}$ ,  $D_x|_{x=-0} = D_x|_{x=+0}$ ,  $E_y|_{x=a-0} = E_y|_{x=a+0}$ ,  $D_x|_{x=a-0} = D_x|_{x=a+0}$  і зв'язки між компонентами полів в областях  $(x < 0)$  і  $(x > a)$

$$E_{0x} = -i \frac{k}{\kappa_0} E_{0y}, \quad E_{1x} = -i \frac{k}{|\varepsilon|} E_{1y} \quad (3.50)$$

і нехтуючи складовими порядку  $\sim v_{Te}/v_{ph}$ , тобто знебажаючи ефектами, пов'язаними з скінченність ширини переходного шару, знайдемо дисперсійне рівняння поверхневої хвилі нульового наближення (3.45).

Тоді вирази для  $\kappa_0$ ,  $\kappa$ , констант  $A$ ,  $B$  і зв'язки між амплітудами хвиль, нормованими на амплітуду  $y$  - компоненти поверхневої хвилі, в діелектрику і плазмі приймають вигляд

$$\kappa_0 = k \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{|\varepsilon|}}, \quad \kappa = -k \sqrt{\frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_0}},$$

$$A = 1, \quad B = \varepsilon E_{1x},$$

$$E_{1x} = i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{|\varepsilon|}}, \quad E_{0x} = -i \sqrt{\frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_0}}. \quad (3.51)$$

Для знаходження  $x$  - компоненти електричного поля в області  $(0 \leq x \leq a)$  скористаємося рівнянням (3.49), нехтуючи складовими порядку  $\sim v_{Te}/v_{ph}$ ,

$$D_x(x) = \varepsilon E_{1x} \quad (3.52)$$

З рівняння (3.52) з урахуванням (3.22) і (3.40) отримуємо інтегральне рівняння для  $E_x$ , яке визначає розподіл поля в перехідному шарі,

$$E_x(x) + \int_0^x dx' K(x, x') E_x(x') = R(x), \quad (3.53)$$

де для  $x' > x$

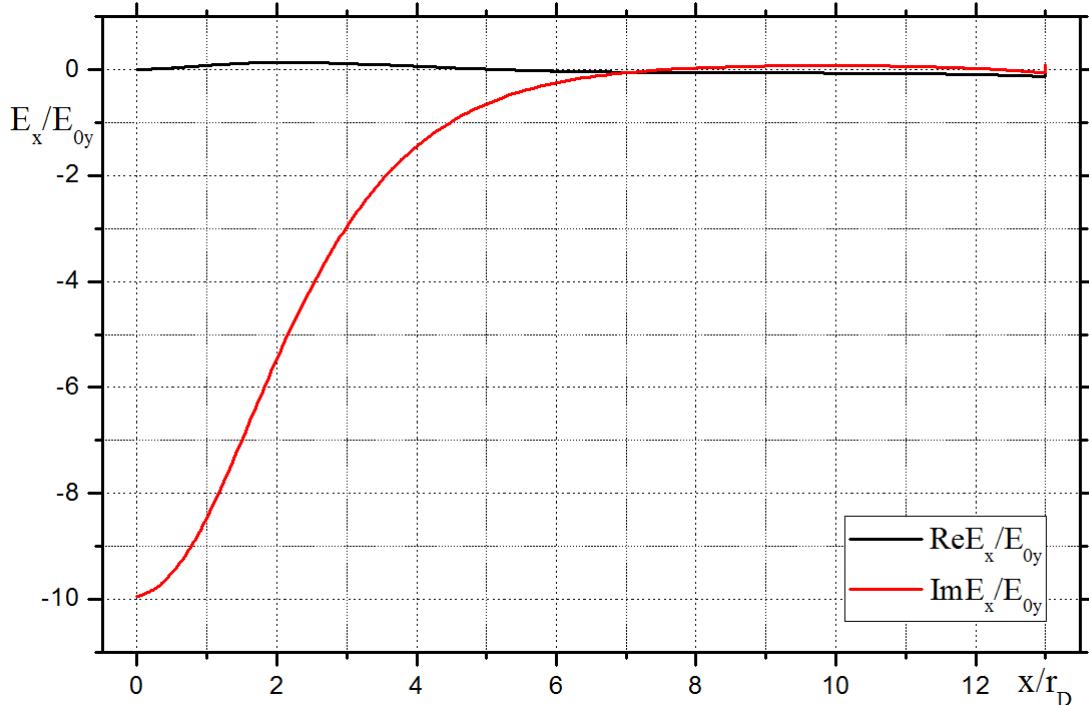


Рис. 3.6. Залежність реальної (чорна лінія) і уявної (червона лінія) частин  $x$  - компоненти електричного поля, віднесеного до амплітуди  $y$  - компоненти електричного поля поверхневої хвилі, від координати, вираженої в радіусах Дебая, в плазмі;  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $T_e = 10B$ ,  $\omega/\omega_{pe} = 0.1$

$$K(x, x') = \frac{1}{\omega\sqrt{\pi}} \int_{|\Phi(x)|}^{\infty} d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\cos \Upsilon(x') \sin \Upsilon(x) + i \sin \Upsilon(x') \sin \Upsilon(x)],$$

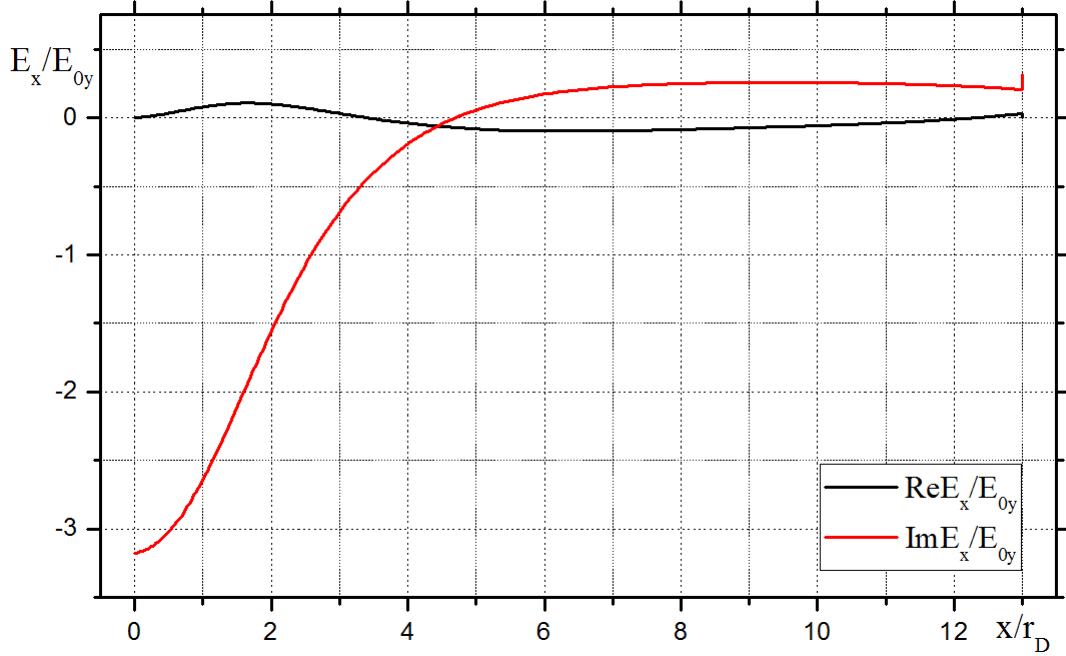


Рис. 3.7. Залежність реальної (чорна лінія) і уявної (червона лінія) частин  $x$  - компоненти електричного поля, віднесеної до амплітуди  $y$  - компоненти електричного поля поверхневої хвилі, від координати, вираженої в радіусах Дебая, в плазмі;  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $T_e = 10B$ ,  $\omega/\omega_{pe} = 0.3$

а для  $x' < x$

$$K(x, x') = \frac{1}{\omega \sqrt{\pi}} \int_{|\Phi(x)|}^{\infty} d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\sin \Upsilon(x') \cos \Upsilon(x) + i \sin \Upsilon(x') \sin \Upsilon(x)],$$

права частина -

$$R(x) = \left\{ \varepsilon + \frac{2}{\omega \sqrt{\pi}} \int_{|\Phi(x)|}^{\infty} d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} [\sin \Upsilon(a) \sin \Upsilon(x) + i \cos \Upsilon(a) \sin \Upsilon(x)] \right\} E_{1x}.$$

Інтегральне рівняння (3.53) було розв'язано чисельно. При  $ka \ll 1$  і  $a \gg r_{De}$  розподіл поля  $E_x(x)$  не повинен залежати від вибору параметра  $a$ . Результати розрахунку для параметрів  $a = 13r_{De}$ ,  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $T_e = 10B$ ,  $\omega/\omega_{pe} = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$  наведені на Рис. 3.6-3.9. Як видно з цих рисунків, поле змінюється на відстані близько декількох Дебаєвських радіусів. Воно

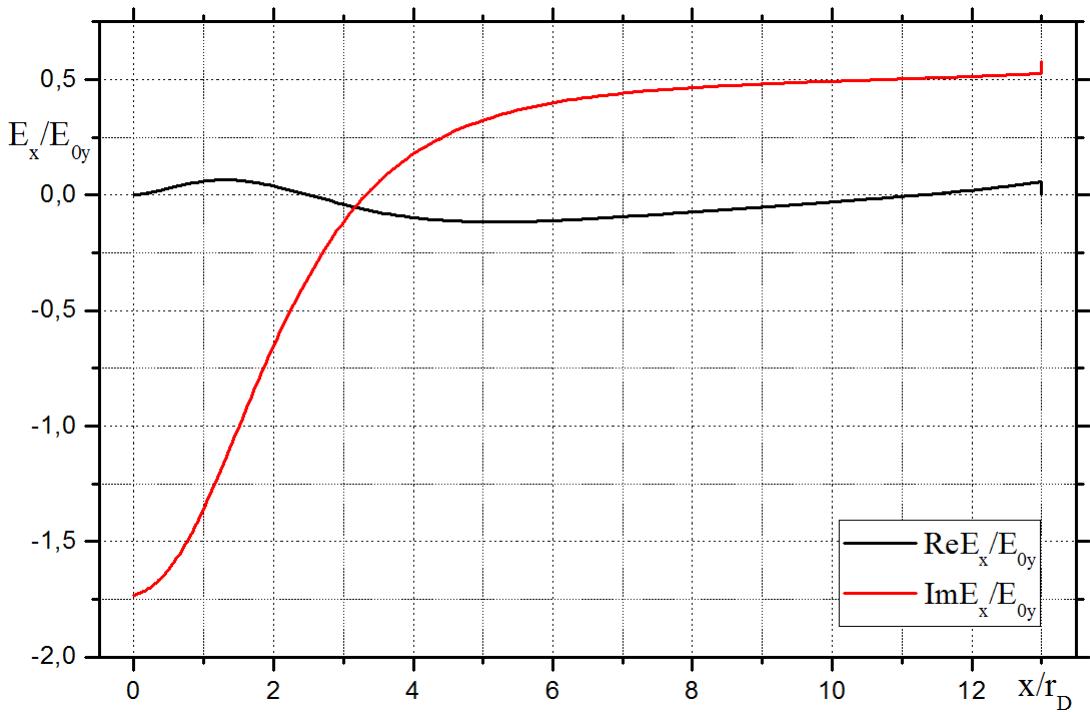


Рис. 3.8. Залежність реальної (чорна лінія) і уявної (червона лінія) частин  $x$  - компоненти електричного поля, віднесененої до амплітуди  $y$  - компоненти електричного поля поверхневої хвилі, від координати, вираженої в радіусах Дебая, в плазмі;  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $T_e = 10B$ ,  $\omega/\omega_{pe} = 0.5$

наближається до значення  $E_{1x}$  (3.51) при великих  $x \sim a$ . Різниця між значеннями  $E_{1x}$  (3.51) і чисельно отриманим  $E_x(x)$  в точці  $a = 13r_{De}$   $\Delta E_x \lesssim 10\%$  для кривих 1 і 2 обумовлена вибором наближення для поля  $E_x(x)$  в області перехідного шару.

### 3.2.2. Поглинання енергії поверхневої електромагнітної хвилі

Оцінимо поглинання енергії поверхневої електромагнітної хвилі зі зміни енергії електронів плазми при їх відбитті від стінки і потенційного бар'єру. Вираз для енергії, отриманої електроном в результаті зіткнення з поверхнею або потенційним бар'єром і усередненої за часом відбиття

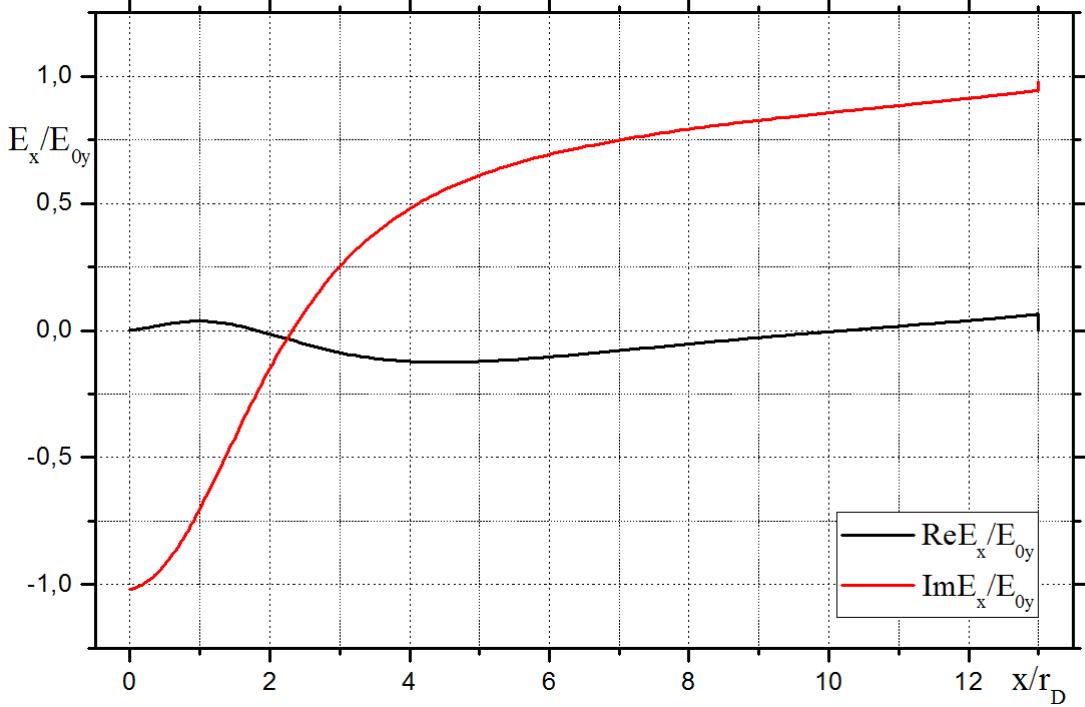


Рис. 3.9. Залежність реальної (чорна лінія) і уявної (червона лінія) частин  $x$  - компоненти електричного поля, віднесеної до амплітуди  $y$  - компоненти електричного поля поверхневої хвилі, від координати, вираженої в радіусах Дебая, в плазмі;  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $T_e = 10B$ ,  $\omega/\omega_{pe} = 0.7$

від цього бар'єру, було отримано в розділі 3.1.2 даної дисертації.

$$\overline{\Delta \frac{mv_x^2}{2}} = \frac{e^2}{4m\omega_{pe}^2} |\Psi(x, \mathcal{E})|^2 |E_{0y}|^2, \quad (3.54)$$

де

$$\Psi(x, \mathcal{E}) = \int_{x_m}^a dx \frac{E_x(x) \cos \Upsilon(x, \mathcal{E})}{\sqrt{\mathcal{E} + \Phi(x)}} - \frac{2E_{1x} \sin \Upsilon(x, \mathcal{E})}{\omega}. \quad (3.55)$$

В (3.54) знехтувано складовими порядку  $\sim v_{Te}^2/v_{ph}^2$ .

Для визначення повної енергії, яку набувають електрони плазми, віднесеної до одиниці поверхні в одиницю часу, помножимо (3.54) на потік електронів, віднесений до одиниці поверхні, і проінтегруємо по всьому простору швидкостей. Розділивши отриманий вираз на значення

середньої енергії поверхневої хвилі, запасеної за час коливань  $1/\omega$ , що припадає на одиницю площині поверхні розділу, отримуємо вираз для коефіцієнта поглинання

$$Q = \frac{1}{\omega W_s} \int v_x \overline{\Delta \frac{mv_x^2}{2}} f_0(\vec{v}) d\vec{v}, \quad (3.56)$$

де

$$W_s = \frac{1}{16\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \vec{E} \vec{E}^* \frac{\partial}{\partial \omega} [\omega \varepsilon(\omega)] + \vec{B} \vec{B}^* \right\}. \quad (3.57)$$

Після інтегрування в (3.57) отримуємо вираз середньої енергії поверхневої хвилі, що припадає на одиницю площині поверхні розділу

$$W_s = \frac{1}{16\pi\omega} \sqrt{|\varepsilon| - \varepsilon_0} \left( \frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_0} + \frac{|\varepsilon|^2 + |\varepsilon| + \varepsilon_0}{|\varepsilon|^2} \right) \quad (3.58)$$

Перший і другий доданки в дужках в (3.58) описують визначені таким чином густини енергії поверхневої хвилі в діелектрику  $x < 0$  і однорідній плазмі  $x > a$ , відповідно. Складовою, що описує густину енергії поверхневої хвилі в області  $0 < x < a$ , знехтувано, так як вона має порядок  $v_{Te}/v_{ph}$  по відношенню до залишених доданків. Як видно з (3.58) при  $\omega \rightarrow \omega_{cr}$  густина енергії в плазмі в 3 рази більше, ніж в діелектрику ( $\varepsilon_0 = 1$ ).

Підставляючи (3.54) і (3.58) в (3.56) і змінюючи порядок інтегрування по  $x$  і  $\mathcal{E}$ , отримуємо в безрозмірних змінних

$$\begin{aligned} Q = & \frac{v_{Te}}{v_{ph}} \frac{\sqrt{\varepsilon_0} |\varepsilon|^{3/2}}{\sqrt{\pi} (|\varepsilon| + \varepsilon_0) (|\varepsilon|^2 + \varepsilon_0)} \left\{ \int_0^a dx \int_0^a dx' \Xi(x, x') \cdot \right. \\ & \left. \cdot \int_{|\Phi(\xi)|}^{\infty} d\mathcal{E} \frac{e^{-\mathcal{E}} \cos \Upsilon(x, \mathcal{E}) \cos \Upsilon(x', \mathcal{E})}{\sqrt{(\mathcal{E} + \Phi(x)) (\mathcal{E} + \Phi(x'))}} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4}{\omega} \int_0^a dx \Xi(x, a) \int_{|\Phi(x)|}^{\infty} d\mathcal{E} \frac{e^{-\mathcal{E}} \cos \Upsilon(x, \mathcal{E}) \sin \Upsilon(a, \mathcal{E})}{\sqrt{\mathcal{E} + \Phi(x)}} - \\
& -\frac{4}{\omega^2} \Xi(a, a) \int_{|\Phi(a)|}^{\infty} d\mathcal{E} e^{-\mathcal{E}} \sin^2 \Upsilon(a, \mathcal{E}) \Bigg\}, \quad (3.59)
\end{aligned}$$

де

$$\Xi(x, y) = \operatorname{Re} E_x(x) \operatorname{Re} E_x(y) + \operatorname{Im} E_x(x) \operatorname{Im} E_x(y), \xi = \min(x, x')$$

Зазначимо, що потенціал стінки великий у порівнянні із середньою енергією електронів  $T_e$  і потенційний бар'єр доляє лише мала частка електронів  $\sim 0.31\%$ . Для протонів, для більш важких іонів ця частка ще менше, тому їх внесок в потужність, яка поглинається, малий. З цієї ж причини густина електронів на межі плазма-діелектрик ( $x = 0$ ) експоненціально мала (2.3% від  $n_0$  для протонів) і граничний перехід, коли  $\Phi_0 = 0$  і всі електрони, які летять до стінки, відбиваються від неї, для реальних газів з  $M_i \geqslant 10^3 m_e$  неможливий.

Загасання поверхневої хвилі по порядку величини дорівнює  $Q \sim v_{Te}/v_{ph}$ . Коефіцієнт поглинання (3.59) був розрахований чисельно для різних значень параметра  $\omega/\omega_{pe}$  при  $a = 13r_{De}$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  і  $T_e = 10B$ . На Рис. 3.10 показано залежність  $Q$  від  $v_{Te}/v_{ph}$ . При частотах  $\omega/\omega_{pe} \leqslant 0.6$  спостерігається монотонне зростання від значень порядку  $\sim 10^{-4}$  до  $\sim 10^{-2}$ . При наближенні до граничної частоті  $\omega_{cr}/\omega_{pe} = 1/\sqrt{2} = 0.70711$  має місце різке збільшення  $Q$ . Вираз у фігурних дужках в (3.59) в інтервалі частот  $\omega/\omega_{pe} = 0 \div 0.275$  різко зменшується від  $2 \cdot 10^5$  до 28, а при частотах  $\omega/\omega_{pe} = 0.275 \div 0.7$  змінюється в межах  $22 \div 28$ . Множник перед фігурною дужкою в правій частині (3.59) в інтервалі частот

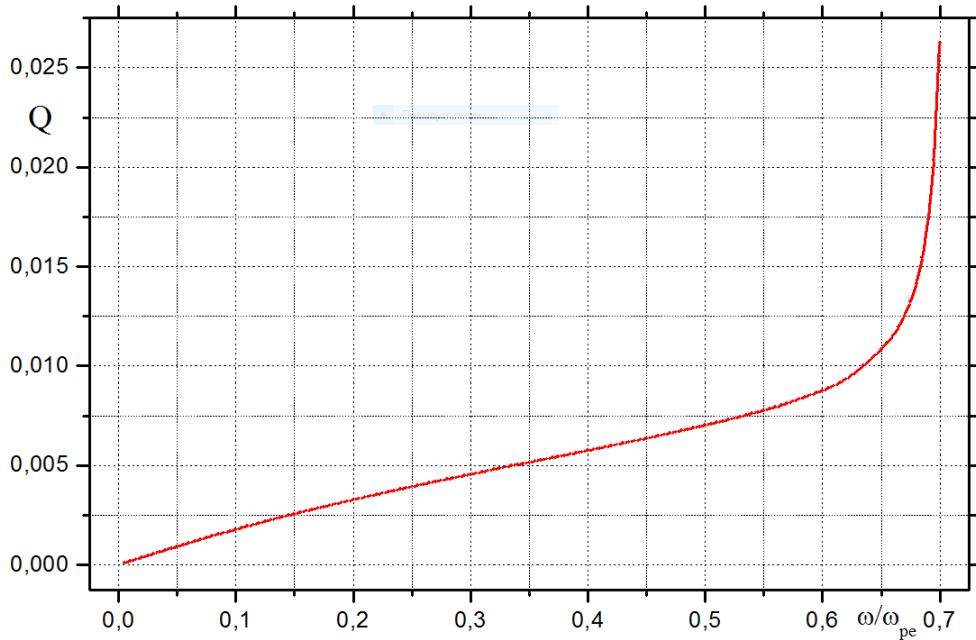


Рис. 3.10. Залежність частки поглиненої електронами енергії поверхневої електромагнітної хвилі  $Q$  від частоти  $\omega/\omega_{pe}$  для  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $a = 13r_{De}$

$\omega/\omega_{pe} = 0 \div 0.15$  малий ( $10^{-7} \div 5 \cdot 10^{-4}$ ), а при частотах  $\omega/\omega_{pe} = 0.15 \div 0.7$  монотонно зростає від  $5 \cdot 10^{-4}$  до 0.14.

При отриманні інтегрального рівняння (3.53) для поля  $E_x(x)$  було захехтувано зміною величин  $E_y(x)$  і  $D_x(x)$  всередині шару (фактично використовувалися граничні умови  $E_y(0) = E_y(a)$  і  $D_x(0) = D_x(a)$ ). Насправді величини  $E_y(x)$  і  $D_x(x)$  всередині шару змінюються приблизно як  $\sim e^{\alpha x}$ . Помилка, що виникає від цього неврахування, у визначенні поглиненої потужності порядку  $2\alpha a$  зростає з збільшенням  $\omega/\omega_{pe}$  і досягає 30% при  $\omega/\omega_{pe} = 0.7$  и  $a = 13r_{De}$ . У крайній точці на Рис. 3.10 при  $\omega/\omega_{pe} = 0.7$  значення параметрів  $v_{Te}/v_{ph} \approx 0.0316 \ll 1$  і  $\alpha \approx 0.147 \ll 1$  досить малі, що виправдовує зроблені припущення.

## Висновки до розділу 3

Проведене розгляд показує, що  $p$  - поляризована електромагнітна хвиля, яка відбивається від плазми, та поверхнева електромагнітна хвиля, яка поширюється вздовж межі розділу діелектрик-плазма, поглинається електронами, які сповільнюються в перехідному шарі і відбиваються від стінки або від потенційного бар'єру всередині шару. У цьому шарі густина електронів плазми зменшується від значення  $n_0$  для однорідної плазми до значення  $n_0 e^{\Phi_0} \approx n_0 \sqrt{m_e/m_i}$ . Складова електричного поля в напрямку неоднорідності  $E_x(x)$  в перехідному шарі змінюється на відстані  $\Delta x \sim (10 \div 15)r_{De}$ . Це означає, що Фур'є-компонента електромагнітного поля  $E_x(k_x)$  має характерне значення хвильового вектора  $k_x \sim 1/\Delta x$ , а фазова швидкість цих хвиль  $\omega/k_x \sim v_{Te}$ . Такі коливання сильно поглинаються електронами з теплою швидкістю. Так як область такої взаємодії  $\Delta x$  мала в порівнянні з глибиною проникнення хвилі в плазму, то коефіцієнт поглинання виявляється порядку частки від ділення товщини перехідного шару на глибину скін-шару,  $Q \sim v_{Te}/c$  для випадку електромагнітної хвилі та порядку частки від ділення товщини перехідного шару на глибину, на яку хвиля проникає в плазму  $\sim 1/|\varkappa|$ ,  $Q \sim v_{Te}/v_{ph}$  для випадку поверхневої електромагнітної хвилі.

Матеріали цього розділу опубліковані в роботах [1, 5].

## ВИСНОВКИ

В дисертації виконано теоретичне дослідження і чисельне моделювання обмеженої сильнонеізотермічної слабоіонізованої плазми з параметрами, типовими для жевріючих розрядів. Розглянуто фізичні явища, що мають місце як в «основній» квазінейтральній плазмі, так і в шарі на межі плазми, де суттєвою є різниця між густинами іонів і густинами електронів.

**Основні результати і висновки**, які отримані в дисертаційній роботі, полягають в наступному.

1. Показано, що в глибині плазми дисперсія іонно-звукових коливань слабо відрізняється від відомої формули  $\omega_s = kv_s$ , а згасання обумовлено ефектами, пов'язаними з перезарядкою і в'язкістю іонів і електронів. Доведено, що при наближенні до переходного шару, і в самому шарі, істотну роль у виразі для частоти коливань почине грати градієнт густини іонів, який обумовлює суттєве, в рази, збільшення частоти. При цьому значно зростає загасання іонно-звукових коливань, в якому визначальну роль починают грати складові, пов'язані з неоднорідністю гідродинамічної швидкості іонів.
2. В експериментах по високочастотному нагріванню плазми в торсатроні «Ураган-3М» було виявлено, що потенціал ленгмюрівського зонду, розташованого під антену на відстані  $\Delta r$ , суттєво відрізняється від потенціалу такого ж зонду, розташованого на протилежному боці тору. ВЧ антена і зонди на цій установці знаходяться в ергодичному шарі силових ліній магнітного поля, що утримує плазму. В цьому шарі силові лінії при обертанні по тору блукають в радіальному напрямку на відстань, порівняну з  $\Delta r$ . В дисертації вперше доведено, що випрямлення

зондом потенціалу електромагнітних високочастотних хвиль і випрямлений потенціал рамкової антени не впливають на зондові вимірювання. Виявлено, що причиною різниці показань зондів є зміна електричного потенціалу плазми вздовж силових ліній магнітного поля за рахунок дії пондеромоторної сили Міллера поблизу рамкової антени.

3. Показано, що електромагнітна хвиля, яка відбивається від плазми, поглинається електронами, які сповільнюються в перехідному шарі і відбиваються від стінки або від потенційного бар'єру всередині перехідного шару. Коефіцієнт поглинання виявляється порядку частки від ділення товщини перехідного шару на глибину, на яку хвиля проникає в плазму,  $Q \sim v_{Te}/c$ .
4. Показано, що поверхнева електромагнітна хвиля, яка поширюється вздовж межі розділу діелектрик-плазма, поглинається електронами, які сповільнюються в перехідному шарі і відбиваються від стінки або від потенційного бар'єру всередині перехідного шару. Коефіцієнт поглинання виявляється порядку частки від ділення товщини перехідного шару на глибину, на яку хвиля проникає в плазму,  $Q \sim v_{Te}/v_{ph}$ .

На закінчення автор висловлює глибоку подяку науковому керівнику, доктору фізико-математичних наук, Грекову Дмитру Леонідовичу, за допомогу, цінні поради та постійну увагу в ході виконання роботи і написання дисертації.

Автор щиро дякує Член-кореспондента НАН України, доктора фізико-математичних наук, Костянтина Миколайовича Степанова за допомогу, конструктивні дискусії і обговорення результатів. Під керівництвом Костянтина Миколайовича Степанова були написані статті, матеріали яких увійшли в два розділи цієї дисертації.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Лелеко Я. Ф. Поглощение электромагнитных волн при их отражении от плазмы электронами в переходном слое диэлектрик-плазма / Я. Ф. Лелеко, К. Н. Степанов // Доповіді Національної академії наук України. — 2000. — № 3. — С. 78–85.
2. Influence of the frame-type antenna on the RF-discharge peripheral plasma parameters in the «Uragan-3M» torsatron / Ya. F. Leleko, L. I. Grigor'eva, V. V. Chechkin, D. L. Grekov // Problems of Atomic Science and Technology, Series: Plasma Phys. — 2017. — no. 1. — P. 40–43.
3. Fedutenko E. A. The hydrodynamical plasmon-polariton echo in nonuniform semiconductor plasmas / E. A. Fedutenko, V. I. Lapshin, Ya. F. Leleko // Physica Scripta. — 1994. — Vol. 50, no. 3. — P. 310–313.
4. Об удержании сильноточных нескомпенсированных пучков электронов в циклических системах / В. В. Долгополов, Ю. В. Кириченко, Я. Ф. Лелеко [и др.] // ЖТФ. — 1995. — Т. 65, № 6. — С. 141–146.
5. Leleko Ya. F. Absorption of electromagnetic surface waves by electrons in a transition layer between the plasma and dielectric / Ya. F. Leleko, K. N. Stepanov // Plasma Physics Reports. — 2003. — Vol. 29, no. 10. — P. 867–873.
6. Electron beam in a two-turn stellatron / V. V. Dolgopolov, Y. V. Kirichenko, Ya. F. Leleko [et al.] // High-Power Particle Beams, 8th International Conference, Novosibirsk, USSR, 2 – 5 July 1990. — 1990. — P. 872 – 877.
7. Fedutenko E.A. Effects of hydrodynamical echo in plasma-like media bounded by a metal / E.A. Fedutenko, Ya. F. Leleko, K. N. Ostrikov //

IEEE International Conference on Plasma Science, Vancouver, Canada,  
3-5 June 1993, Book of Abstracts. — 1993. — P. 85.

8. Leleko Ya. F. Stationary state of strongly nonisothermal weakly ionized hydrogen plasma in kinetic approximation / Ya. F. Leleko // International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion, Kharkov, September 15-18, Book of Abstracts. — 2014. — P. 143.
9. Leleko Ya. F. Influence of the frame-type antenna on the RF-discharge peripheral plasma parameters in torsatron «Uragan-3M» / Ya. F. Leleko // International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion, Kharkov, September 12-15, Book of Abstracts. — 2016. — P. 179.
10. Лелеко Я. Ф. Іонно-звукові колебання в сильнонеизотерміческій слабоіонізованній неоднорідній водородній плазмі / Я. Ф. Лелеко, К. Н. Степанов // Доповіді Національної академії наук України. — 2010. — № 11. — С. 66–72.
11. Bohm D. J. / D. J. Bohm // The Characteristics of Electrical Discharges in magnetic fields / Ed. by A. Guthrie, R. K. Wakerling. — New York : McGraw Hill, 1949.
12. Langmuir I. A General Theory of the Plasma of an Arc / I. Langmuir, L. Tonks // Physikalische Zeitschrift. — 1924. — Vol. 34. — P. 876–922.
13. Schottky W. Wandstrome und Theorie der positiven Saule / W. Schottky // Physikalische Zeitschrift. — 1924. — Vol. 25. — P. 342–348.
14. Schottky W. Diffusions theorie der positiven saule / W. Schottky // Physikalische Zeitschrift. — 1924. — Vol. 25. — P. 635–640.
15. Persson K. B. Inertia Controlled Ambipolar Diffusion / K. B. Persson // Phys. Fluids. — 1962. — Vol. 5. — P. 1625–1632.

16. Голубев В.С. Положительный столб тлеющего разряда и дуги низкого давления / В.С. Голубев // в кн.: Электрический ток в газе. Установившийся ток / Под ред. Грановского В.Л. — Москва : Наука, 1971. — С. 235–291.
17. Kaganovich I. D. How to Patch Active Plasma and Collisionless Sheath: Practical Guide / I. D. Kaganovich // Phys. Plasmas. — 2002. — Vol. 9. — P. 4788–4803.
18. Harrison E. R. The Low Pressure Plane Symmetric Discharge / E. R. Harrison, W. B. Thompson // Proceedings of the Physical Society. — 1959. — Vol. 74, no. 2. — P. 145–152.
19. Boyd R. L. F. The Mechanism of Positive Ion Collection by a Spherical Probe in a Dense Gas / R. L. F. Boyd // Proceedings of the Physical Society. Section B. — 1951. — Vol. 64, no. 9. — P. 795–804.
20. Boyd R. L. F. The Operation of Langmuir Probes in Electro-Negative Plasmas / R. L. F. Boyd, J. B. Thompson // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. — 1959. — Vol. 252, no. 1268. — P. 102–119.
21. Hu P. N. Collisionless Theory of a Plasma Sheath near an Electrode / P. N. Hu, S. Ziering // The Physics of Fluids. — 1966. — Vol. 9, no. 11. — P. 2168–2179.
22. Hu P. N. Collisionless Plasma Sheath with Transverse Flow / P. N. Hu, S. Ziering // The Physics of Fluids. — 1968. — Vol. 11, no. 2. — P. 451–453.
23. Franklin R. N. The Plasma-Sheath Boundary at Low Pressures / R. N. Franklin // Proceedings of the Physical Society. Section B. — 1962. — Vol. 79, no. 9. — P. 885–892.
24. Franklin R. N. Nomenclature for the plasma-sheath transition region / R. N. Franklin // Journal of Physics D: Applied Physics. — 1989. — Vol. 22, no. 6. — P. 860–860.

25. Electric sheath and presheath in a collisionless, finite ion temperature plasma / G. A. Emmert, R. M. Wieland, A. T. Mense, J. N. Davidson // The Physics of Fluids. — 1980. — Vol. 23, no. 4. — P. 803–812.
26. Ecker G. On the 'Stability' of the Plasma Boundary Layer / G. Ecker, J. J. McClure // Z. Naturforsch. — 1962. — Vol. 17 a. — P. 705–706.
27. Ecker G. Uniform Description of Core and Sheath of a Plasma Column / G. Ecker, H. Kanne // Z. Naturforsch. — 1966. — Vol. 21 s. — P. 2027–2032.
28. Main G. L. Asymptotically correct collisional presheaths / G. L. Main // The Physics of Fluids. — 1987. — Vol. 30, no. 6. — P. 1800.
29. Zawaideh E. Asymptotically correct collisional presheaths / E. Zawaideh, F. Najmabadi, R. W. Conn // The Physics of Fluids. — 1986. — Vol. 29, no. 11. — P. 3702–3710.
30. Zawaideh E. Structure of the plasma sheath in collisional to weakly collisional plasmas / E. Zawaideh, N. S. Kim, F. Najmabadi // The Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1990. — Vol. 2, no. 3. — P. 647–654.
31. Godyak V. A. Modified Bohm criterion for a collisional plasma / V. A. Godyak // Physics Letters A. — 1982. — Vol. 89, no. 2. — P. 80–81.
32. Godyak V. A. Smooth plasma-sheath transition in a hydrodynamic model / V. A. Godyak, N. Sternberg // IEEE Transactions on Plasma Science. — 1990. — Vol. 18, no. 1. — P. 159 – 168.
33. Godyak V. A. On the consistency of the collisionless sheath model / V. A. Godyak, N. Sternberg // Physics of Plasmas. — 2002. — Vol. 9, no. 11. — P. 4427–4430.

34. Self S. A. Static Theory of a Discharge Column at Intermediate Pressures / S. A. Self, H. N. Ewald // The Physics of Fluids. — 1966. — Vol. 9, no. 12. — P. 2486–2491.
35. Allen J. E. Current Limitation in the Low-Pressure Mercury Arc / J. E. Allen, P. C. Thonemann // Proceedings of the Physical Society. Section B. — 1954. — Vol. 67, no. 10. — P. 768–774.
36. Allen J. E. The Collection of Positive Ions by a Probe Immersed in a Plasma / J. E. Allen, R. L. F. Boyd, P. Reynolds // Proceedings of the Physical Society. Section B. — 1957. — Vol. 70, no. 3. — P. 297–304.
37. Allen J. E. A note on the generalized sheath criterion / J. E. Allen // Journal of Physics D: Applied Physics. — 1976. — Vol. 9, no. 16. — P. 2331–2332.
38. Some researches on double layers // Plasma Physics and Controlled Fusion. — Vol. 27, no. 12A. — P. 1343–1357.
39. Andrews J. G. Generalization of the sheath criterion in an anisotropic plasma / J. G. Andrews, P. G. Stangeby // Journal of Physics A: General Physics. — 1970. — Vol. 3, no. 5. — P. L39–L40.
40. Stangeby P. C. Plasma boundary as a Mach surface / P. C. Stangeby, J. E. Allen // Journal of Physics A: General Physics. — 1970. — Vol. 3, no. 3. — P. 304–308.
41. Raadu M. A. Plasma boundary as a Mach surface / M. A. Raadu, J.J. Rasmussen // Journal of Physics A: General Physics. — 1988. — Vol. 144. — P. 43–71.
42. Raadu M. A. The physics of double layers and their role in astrophysics / M. A. Raadu // Physics Reports. — 1989. — Vol. 178, no. 2. — P. 25–97.
43. Bissell R. C. The application of the generalized Bohm criterion to Emmert's solution of the warm ion collisionless plasma equation /

R. C. Bissell // The Physics of Fluids. — 1987. — Vol. 30, no. 7. — P. 2264.

44. Bissell R. C. The solution of the plasma equation in plane parallel geometry with a Maxwellian source / R. C. Bissell, P. C. Johnson // The Physics of Fluids. — 1987. — Vol. 30, no. 3. — P. 779–786.
45. Bissell R. C. A review of models for collisionless one-dimensional plasma flow to a boundary / R. C. Bissell, P. C. Johnson, P. C. Stangeby // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1989. — Vol. 1, no. 5. — P. 1133–1140.
46. Scheuer J. T. A collisional model of the plasma presheath / J. T. Scheuer, G. A. Emmert // The Physics of Fluids. — 1988. — Vol. 31, no. 6. — P. 1748–1756.
47. Scheuer J. T. Sheath and presheath in a collisionless plasma with a Maxwellian source / J. T. Scheuer, G. A. Emmert // The Physics of Fluids. — 1988. — Vol. 31, no. 12. — P. 3645–3648.
48. Scheuer J. T. A fluid treatment of the plasma presheath for collisionless and collisional plasmas / J. T. Scheuer, G. A. Emmert // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1990. — Vol. 2, no. 2. — P. 445–451.
49. Chodura R. Plasma-wall transition in an oblique magnetic field / R. Chodura // The Physics of Fluids. — 1982. — Vol. 25, no. 9. — P. 1628–1633.
50. Chodura R. Plasma Flow in the Sheath and the Presheath of a Scrape-Off Layer / R. Chodura // Physics of Plasma-Wall Interactions in Controlled Fusion / Ed. by D. E. Post, R. Behrisch. — New York : Plenum Press, 1986. — P. 99–134.
51. Sato K. Effects of a nonuniform open magnetic field on the plasma presheath / K. Sato, F. Miyawaki // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1991. — Vol. 3, no. 8. — P. 1963–1967.

52. Hussein M. A. Collisionless plasma presheath in a nonuniform magnetic field / M. A. Hussein, G. A. Emmert // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1990. — Vol. 2, no. 1. — P. 218–221.
53. Daybelge U. Electric sheath between a metal surface and a magnetized plasma / U. Daybelge, B. Bein // The Physics of Fluids. — 1981. — Vol. 24, no. 6. — P. 1190–1194.
54. Stangeby P. C. The Bohm–Chodura plasma sheath criterion / P. C. Stangeby // Physics of Plasmas. — 1995. — Vol. 2, no. 3. — P. 702–706.
55. Theilhaber K. Kelvin–Helmholtz vortex formation and particle transport in a cross-field plasma sheath. I. Transient behavior / K. Theilhaber, C. K. Birdsall // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1989. — Vol. 1, no. 11. — P. 2244–2259.
56. Theilhaber K. Kelvin–Helmholtz vortex formation and particle transport in a cross-field plasma sheath. II. Steady state / K. Theilhaber, C. K. Birdsall // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1989. — Vol. 1, no. 11. — P. 2260–2272.
57. Evidence of stochastic diffusion across a cross-field sheath due to Kelvin-Helmholtz vortices / S. E. Parker, X. Q. Xu, A. J. Lichtenberg, C. K. Birdsall // Physical Review A. — 1992. — Vol. 45, no. 6. — P. 3949–3961.
58. Riemann K.-U. Kinetic theory of the plasma sheath transition in a weakly ionized plasma / K.-U. Riemann // Journal of Nuclear Materials. — 1978. — Vol. 76–77. — P. 575–577.
59. Riemann K.-U. Theory of the sheath edge in a weakly ionized collision dominated plasma / K.-U. Riemann // J. Phys. Colloques. — 1979. — Vol. 40, no. C7. — P. C7–831–C7–832.

60. Riemann K.-U. Kinetic theory of the plasma sheath transition in a weakly ionized plasma / K.-U. Riemann // Physics of Fluids. — 1981. — Vol. 24, no. 12. — P. 2163–2172.
61. Biehler S. Theory of the presheath in a weakly ionized plasma with hot neutrals / S. Biehler, G. Ecker, K.-U. Riemann // The Physics of Fluids. — 1988. — Vol. 31, no. 7. — P. 1999.
62. Riemann K.-U. The Bohm criterion and the field singularity at the sheath edge / K.-U. Riemann // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1989. — Vol. 1, no. 4. — P. 961–963.
63. Riemann K.-U. The Bohm criterion and sheath formation / K.-U. Riemann // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1991. — Vol. 24, no. 4. — P. 493–518.
64. Riemann K.-U. Bohm criterion and ion-acoustic sound barrier / K.-U. Riemann // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1991. — Vol. 3, no. 12. — P. 3331–3338.
65. Riemann K.-U. The validity of Bohm's sheath criterion in rf discharges / K.-U. Riemann // Physics of Fluids B: Plasma Physics. — 1992. — Vol. 4, no. 9. — P. 2693–2695.
66. Riemann K.-U. Consistent analysis of a weakly ionized plasma and its boundary layer / K.-U. Riemann // Journal of Physics D: Applied Physics. — 1992. — Vol. 25, no. 10. — P. 1432–1442.
67. Riemann K.-U. The validity of Bohm's sheath criterion in rf discharges / K.-U. Riemann // Physics of Plasmas. — 1994. — Vol. 1, no. 3. — P. 552–558.
68. Riemann K.-U. The Bohm criterion and boundary conditions for a multicomponent system / K.-U. Riemann // IEEE Transactions on Plasma Science. — 1995. — Vol. 23, no. 4. — P. 709–716.

69. Schmitz H. Theory of the collisional presheath in a magnetic field parallel to the wall / H. Schmitz, K.-U. Riemann, T. Daube // Physics of Plasmas. — 1996. — Vol. 3, no. 7. — P. 2486–2495.
70. Riemann K.-U. The influence of collisions on the plasma sheath transition / K.-U. Riemann // Physics of Plasmas. — 1997. — Vol. 4, no. 11. — P. 4158–4166.
71. Riemann K.-U. Theory of the Plasma-Sheath Transition / K.-U. Riemann // Journal of Technical Physics. — 2000. — Vol. 41, no. 1. — P. 89–121.
72. Riemann K.-U. Unipolar ion sheath / K.-U. Riemann, L. Tsendin // Journal of Applied Physics. — 2001. — Vol. 90, no. 11. — P. 5487–5490.
73. Riemann K.-U. Kinetic analysis of the collisional plasma-sheath transition / K.-U. Riemann // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2003. — Vol. 36, no. 22. — P. 2811–2820.
74. The plasma-sheath matching problem / K.-U. Riemann, J. Seebacher, D. D. Tskhakaya, S. Kuhn // Plasma Phys. Control. Fusion. — 2005. — Vol. 47. — P. 1949–1970.
75. Голант В. Е. Основы физики плазмы / В. Е. Голант, А. П. Жилинский, И. Е. Сахаров. — Москва : Атомиздат, 1977.
76. Электродинамика плазмы / А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин [и др.]. — Москва : Наука, 1974.
77. Ландау Л. Д. Гидродинамика, Теоретическая физика: т.VI / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва : Наука, 1986.
78. McWhirter R. W. P. Spectral Intensitie / R. W. P. McWhirter // in Plasma Diagnostic Techniques / Ed. by Huddlestone R. H., S. L. Leonard. — Москва : Academic Press, 1965. — P. 201.
79. Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа / Б. М. Смирнов. — Москва : Наука, 1985.

80. Каган Ю. М. Зондовые методы исследования плазмы / Ю. М. Каган, В. И. Перель // УФН. — 1963. — Т. 81, № 3. — С. 409—452.
81. Franklin R. N. Asymptotic matching of plasma and sheath inactive law pressure discharge / R. N. Franklin, J. R. Ockendon // J. Plasma Phys. — 1970. — Vol. 4, no. 2. — P. 371–385.
82. Морозов И. Н. Условия вблизи границы плазма — стенка: кинетика ионов и распределение электрических потенциалов / И. Н. Морозов, А. Ф. Настоящий // Физика плазмы. — 1996. — Т. 22, № 7. — С. 659–667.
83. Двинин С. А. К теории пристеночного слоя в плазме газового разряда / С. А. Двинин, В. А. Довженко, А. А. Кузовников // Физика плазмы. — 1999. — Т. 25, № 11. — С. 957–968.
84. Tonks L. Oscillations in Ionized Gases / L. Tonks, I.. Langmuir // Physical Review. — 1929. — Т. 33, № 2. — С. 195–210.
85. Radio-frequency plasma start-up and heating at Uragan stellarators / V. E. Moiseenko, Lyssoivan A., Wauters T. [et al.] // International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion (Kharkov, 2016). Book of Abstracts. — 2016. — P. 11.
86. Хаддлстоун Р. Диагностика плазмы / Р. Хаддлстоун, Леонард С. — Москва : Мир, 1967.
87. Годяк В.А. О вентильных свойствах ВЧ-разрядов / В.А. Годяк, А.А. Кузовников // Физика плазмы. — 1975. — Т. 1, № 2. — С. 496–503.
88. Годяк В.А. Изменения плавающего потенциала ленгмюровского зонда под действием переменного напряжения / В.А. Годяк, А. Н. Иванов, А.А. Кузовников // ЖТФ. — 1967. — Т. 37, № 6. — С. 1063–1067.

89. Андреев С. Н. Средние силы, действующие на вещество в сильных лазерных полях / С. Н. Андреев, В. П. Макаров, Рухадзе А. А. // Вопросы атомной науки и техники. — 2010. — № 4. — С. 240–244.
90. On the particle and energy balance in Uragan-3M torsatron / N. T. Besedin, S. V. Kasilov, I. M. Pankratov [et al.] // IAEA Tech. Committee Meeting, Proc. 8th Int. Workshop on Stellarators (Kharkov, 1991). — Vienna : IAEA, 1991. — P. 53.
91. Tretiak K. K. Ray tracing analysis of slow wave heating in the ion cyclotron range of frequencies in Uragan-3M torsatron / K. K. Tretiak, D. L. Grekov // Problems of Atomic Science and Technology, Ser. Plasma Phys. — 2016. — Vol. 106, no. 6. — P. 84–87.
92. Філіппов В. В. Доповідь на семінарі ІФП ННЦ ХФТІ / В. В. Філіппов. — 2016.
93. Клима Р. О движении частиц в нерезонансных ВЧ и магнитостатических полях / Р. Клима // Czech J Phys. — 1966. — Vol. 16. — P. 681–696.
94. Klima R. Drift approximation for a field with a nonresonant high-frequency component / R. Klima // JETP. — 1968. — Vol. 26, no. 3. — P. 535–536.
95. Klima R. The drifts and hydrodynamics of particles / R. Klima // Czech J Phys. — 1968. — Vol. 18. — P. 1280–1291.
96. Силин В.П. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред / В.П. Силин, А.А. Рухадзе. — Москва : Госатомиздат, 1961.
97. Reuter G. E. H. Theory of the Anomalous Skin Effect in Metals / G. E. H. Reuter, E. H. Sondheimer // Nature. — 1948. — Vol. 161, no. 4089. — P. 394–395.

98. Шафранов В. Д. Распространение электромагнитных волн в среде с пространственной дисперсией / В. Д. Шафранов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1958. — Т. 34. — С. 1475–1489.
99. Силин В. П. Исследование спектра системы многих частиц методом квантового кинетического уравнения / В. П. Силин // Труды Физического института им. П. Н. Лебедева АН СССР. — 1955. — Т. 6. — С. 200.
100. Степанов К. Н. О проникновении электромагнитного поля в плазму / К. Н. Степанов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1958. — Т. 36. — С. 1457–1460.
101. Силин В. П. Об электромагнитных свойствах релятивистской плазмы, II / В. П. Силин // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1961. — Т. 40. — С. 616–625.
102. Ландау Л. Д. О колебаниях электронной плазмы / Л. Д. Ландау // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1946. — Т. 16. — С. 574.
103. Днестровский Ю. Н. Электромагнитные волны в полупространстве, заполненном плазмой / Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1961. — Т. 39. — С. 845–849.
104. Курилко В. И. Отражение электромагнитных волн от плазмы, движущейся в волноводе медленных волн / В. И. Курилко // Журнал технической физики. — 1961. — Т. 31, № 8. — С. 899–906.
105. Козлов О. В. Электрический зонд в плазме / О. В. Козлов. — Москва : Атомиздат, 1969.
106. Кондратенко А. Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме / А. Н. Кондратенко. — Москва : Энергоатомиздат, 1985.

107. Плазменные неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках / Н. Н. Белецкий, А. А. Булгаков, С. И. Ханкина, В. М. Яковенко. — Киев : Наукова Думка, 1984.
108. Александров А. Ф. Колебания и волны в плазменных средах / А. Ф. Александров, Л. С. Богданович, А. А. Рухадзе. — Москва : Издательство МГУ, 1990.
109. Горбатенко М. Ф. К кинетической теории поверхностных волн в плазме / М. Ф. Горбатенко, В. И. Курилко // ЖТФ. — 1964. — Т. 34, № 6. — С. 1136–1138.
110. Романов Ю. А. Электромагнитные волны в полуограниченной плазме / Ю. А. Романов // Известия вузов. Радиофизика. — 1964. — Т. VII, № 2. — С. 242–250.
111. Романов Ю. А. К кинетической теории ограниченной плазмы / Ю. А. Романов // Известия вузов. Радиофизика. — 1968. — Т. XI, № 10. — С. 1533–1543.

## ДОДАТОК А

### Список публікацій здобувача за темою дисертації

#### Публікація в науковому фаховому виданні України:

1. Лелеко Я. Ф. Поглощение электромагнитных волн при их отражении от плазмы электронами в переходном слое диэлектрик-плазма / Я. Ф. Лелеко, К. Н. Степанов // Доповіді НАН України. – 2000. – №3. – С. 78-85. (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженнях впливу переходного шару на поглинання електромагнітних хвиль при їх косому падінні з діелектрика на поверхню, що межує з плазмою, з частотою, меншою за ленгмюрівську частоту в середині плазми, і провів розрахунки розподілу електричного поля в переходному шарі і коефіцієнту поглинання електронами плазми електромагнітних хвиль в цьому шарі).

#### Публікація у спеціалізованому виданні України, що індексується в міжнародних наукометрических базах:

2. Influence of the frame-type antenna on the RF-discharge peripheral plasma parameters in the «Uragan-3M» torsatron / Ya. F. Leleko, L. I. Grigor'eva, V. V. Chechkin, D. L. Grekov // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics (23). – 2017. – no. 1 (107). – P. 40-43. (Scopus, Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженнях впливу високочастотних хвиль на потенціал ленгмюрівського зонду в торсатроні «Ураган-3М» і провів розрахунки та оцінки випрямлення зондом потенціалу високочастотних хвиль, які збуджуються рамковою антеною, випрямленого потенціалу антени, який виникає при подачі на неї високочастотної напруги і

пондеромоторної сили Міллера на показання ленгмюрівського зонду).

**Публікації в зарубіжних виданнях, що індексуються в міжнародних наукометричних базах:**

3. Fedutenko E. A. The hydrodynamical plasmon-polariton echo in nonuniform semiconductor plasmas / E. A. Fedutenko, V. I. Lapshin, Ya. F. Leleko // Physica Scripta. – 1994. – Vol. 50, no. 3. – P. 310-313. (Scopus, Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні впливу тимчасової плазмон - поляритонної луни в напівпровіднику, який обмежений металом, в гідродинамічному наближенні і провів розрахунки значення часу генерації луна-сигналу і електромагнітного поля відгуку плазми).
4. Об удержании сильноточных нескомпенсированных пучков электронов в циклических системах / В. В. Долгополов, Ю. В. Кириченко, Я. Ф. Лелеко [и др.]// ЖТФ. – 1995. – Т. 65, № 6. – С. 141–146. (Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні рівноваги сильнострумових електронних пучків в цикліческих системах типу модифікований бетатрон і стеллатрон і провів розрахунки траєкторій електронів, умови утримання пучка, розподілу електронів в пучку).
5. Leleko, Ya. F. Absorption of electromagnetic surface waves by electrons in a transition layer between the plasma and dielectric / Ya. F. Leleko, K. N. Stepanov // Plasma Physics Reports. – 2003. – Vol. 29, no. 10. – P. 867–873. (Scopus, Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні впливу переходного шару на поглинання

поверхневих електромагнітних хвиль і провів розрахунки розподілу електричного поля в перехідному шарі і коефіцієнту поглинання електронами плазми поверхневих електромагнітних хвиль в цьому шарі).

**Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

6. Electron beam in a two-turn stellatron / V. V. Dolgopolov, Y. V. Kirichenko, Ya. F. Leleko [et al.] // High-Power Particle Beams, 8th International Conference, Novosibirsk, 2–5 July 1990. – 1990. – P. 872–877. (Scopus, Web of Science). (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні рівноваги сильнострумових електронних пучків в цикліческих системах типу модифікований бетатрон і стеллатрон і провів розрахунки траекторій електронів, умови утримання пучка, розподілу електронів в пучку).
7. Fedutenko E. A. Effects of hydrodynamical echo in plasma-like media bounded by a metal / E. A. Fedutenko, Ya. F. Leleko, K. N. Ostrikov // IEEE International Conference on Plasma Science, Vancouver, Canada, 3-5 June 1993, Conference Record: Abstracts, – 1993. – P. 85. (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні впливу тимчасової плазмон-поляритонної луни в напівпровіднику, який обмежений металом, в гідродинамічному наближенні і провів розрахунки значення часу генерації луна-сигналу і електромагнітного поля відгуку плазми)
8. Leleko Ya. F. Stationary state of strongly nonisothermal weakly ionized hydrogen plasma in kinetic approximation / Ya. F. Leleko // International Conference and School on Plasma Physics and Controlled

Fusion, Kharkiv, September 15-18 2014, Book of Abstracts. – 2014. – P. 143.

9. Leleko Ya. F. Influence of the frame-type antenna on the RF-discharge peripheral plasma parameters in torsatron «Uragan-3M» / Ya. F. Leleko // International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion, Kharkiv, September 12-15 2016, Book of Abstracts. – 2016. – P. 179.

**Публікації, що додатково відображають наукові результати дисертацій:**

10. Лелеко Я. Ф. Ионно-звуковые колебания в сильнонеизотермической слабоионизированной неоднородной водородной плазме / Я. Ф. Лелеко, К. Н. Степанов // Доповіді НАН України. – 2010. – № 11. – С. 66-72. (Особистий внесок здобувача: здобувач взяв безпосередню участь в дослідженні іонно-звукових коливань в сильно неізотермічній слабоіонізованій неоднорідній водневій плазмі і провів розрахунки стаціонарного розподілу параметрів сильно неізотермічної слабо іонізованої водневої плазми в гідродинамічному наближенні в області квазінейтральності та в перехідному шарі між діелектриком та плазмою з урахуванням ефектів іонізації, перезарядки, в'язкості та самоузгодженого електричного поля і залежностей частоти та декременту загасання іонно-звукових коливань, пов'язаного із зіткненнями частинок в плазмі, від хвильового вектора у локальному наближенні).