Приложеніе.

ЗАМѢТКА

по поводу статьи г. проф. Гюнтера:

объ одной задачѣ сферической астрономіи (Zeitschrift für Mathematik und Physik. 1881. 1).

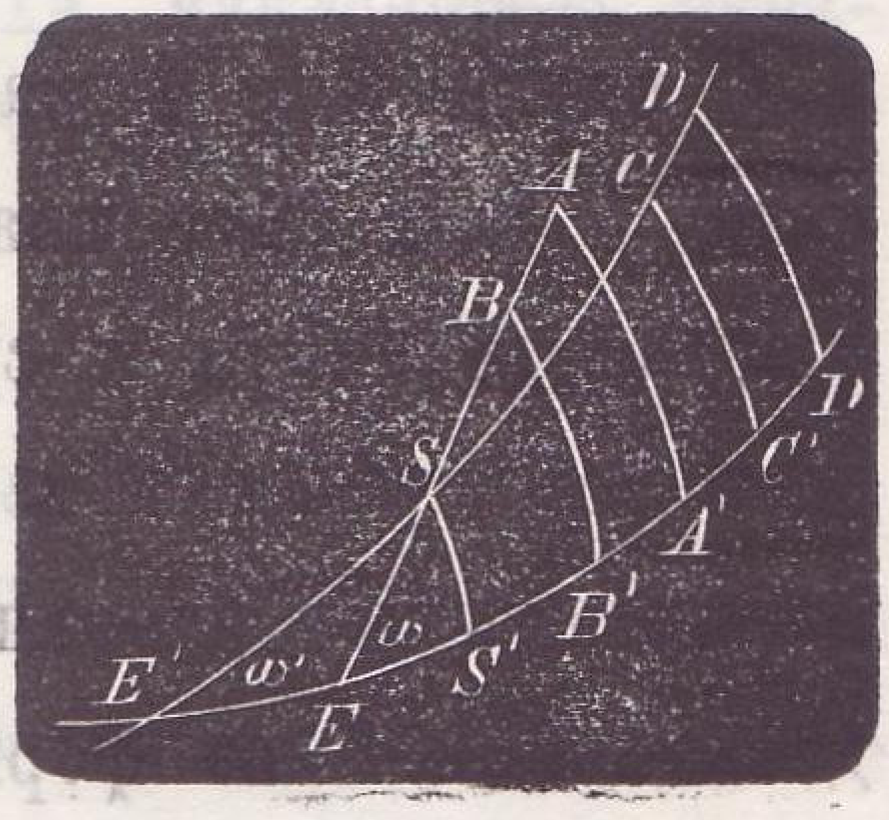
Г. В. Левицкаго.

Въ статьѣ, заглавіе которой выписано выше, авторъ даетъ рѣшеніе слѣдующей задачи сферической тригонометріи:

«Опредѣлить сферическія координаты точекъ пересѣченія двухъ большихъ круговъ, изъ которыхъ первый проходитъ черезъ одну, а второй черезъ другую пару точекъ, сферическія координаты которыхъ извѣстны».

Задачи, сходныя съ этой, встрѣчаются въ сферической астрономіи и обыкновенно легко рѣшаются по формуламъ сферической тригонометріи. Но въ данномъ случаѣ, по мнѣнію г. Гюнтера, формулы эти повели бы къ весьма сложнымъ вычисленіямъ. Поэтому г. Гюнтеръ рѣшилъ вопросъ съ помощью аналитической геометріи и получилъ формулы, для приведенія которыхъ къ логариѳмическому виду потребовалось 13 вспомогательныхъ величинъ.

Легко между тѣмъ показать, что и разсматриваемая задача весьма просто рѣшается тригонометрически, причемъ не только выводъ формулъ становится значительно короче, но и результаты получаются прямо въ логариѳмическомъ видѣ.



Въ самомъ дѣлѣ, пусть A и B, C и D — тѣ извѣстныя точки, черезъ которыя проходятъ упомянутые большіе круги, S — одна изъ точекъ ихъ пересѣченія (причемъ, очевидно, достаточно искать координаты одной изъ двухъ точекъ). Пусть затѣмъ E и E' суть точки пересѣченія большихъ круговъ AB и CD съ фундаментальнымъ большимъ кругомъ $E'D'$ (эклиптикой или экваторомъ и прч.). Назовемъ затѣмъ

для точекъ	A	B	C	D	S	E	E'
ихъ сферич. координаты, напр. долготы и широты,	l_1	l_2	l_3	l_4	l	x	x_1
соотвѣтственно черезъ:	b_1	b_2	b_3	b_4	b	0	0.

Опустивъ изъ точекъ A, B, C, D и S перпендикулярныя дуги на большой кругъ $E'D'$ и называя черезъ ω и ω_1 наклонности большихъ круговъ AB и CD къ $E'D'$, изъ треугольниковъ

AEA', BEB', $CE'C'$, $DE'D'$ получимъ:

$$1)\quad \begin{cases} \operatorname{tg} b_1 = \sin(l_1 - x)\operatorname{tg}\omega; & \operatorname{tg} b_3 = \sin(l_3 - x_1)\operatorname{tg}\omega_1 \\ \operatorname{tg} b_2 = \sin(l_2 - x)\operatorname{tg}\omega; & \operatorname{tg} b_4 = \sin(l_4 - x_1)\operatorname{tg}\omega_1 \end{cases}$$

Откуда получаемъ:

$$2)\quad \begin{cases} \operatorname{tg}\left(\dfrac{l_2+l_1}{2} - x\right) = \operatorname{tg}\left(\dfrac{l_2-l_1}{2}\right) . \dfrac{\sin(b_2+b_1)}{\sin(b_2-b_1)} \\[2ex] \operatorname{tg}\left(\dfrac{l_4+l_3}{2} - x_1\right) = \operatorname{tg}\left(\dfrac{l_4-l_3}{2}\right) . \dfrac{\sin(b_4+b_3)}{\sin(b_4-b_3)} \end{cases}$$

Подобнымъ же образомъ изъ треугольниковъ $SE'S'$, SES' получимъ:

$$3)\quad \operatorname{tg} b = \sin(l - x)\operatorname{tg}\omega = \sin(l - x_1)\operatorname{tg}\omega_1$$

откуда:

$$4)\quad \operatorname{tg}\left(l - \frac{x+x_1}{2}\right) = \operatorname{tg}\frac{x_1-x}{2}\,\frac{\sin(\omega_1+\omega)}{\sin(\omega_1-\omega)}.$$

Формулы 3 и 4 даютъ искомыя координаты точки S, а формулы 1 и 2 опредѣляютъ величины x и x_1, ω и ω_1. Хотя послѣднія величины и суть вспомогательныя, но онѣ получаются по самой сущности задачи, а не вводятся лишь для приданія формуламъ логариѳмическаго вида. Численное вычисленіе координатъ l и b по формуламъ 1, 2, 3 и 4-й производится гораздо скорѣе, чѣмъ по формуламъ г. Гюнтера.

Разсмотрѣнная задача разрѣшена была болѣе трехъ столѣтій тому назадъ М. Мэстлиномъ, который, не имѣя никакихъ астрономическихъ инструментовъ, опредѣлилъ положеніе новой звѣзды 1572 года съ точностью, равною точности тогдашнихъ наблюденій, помощью натянутой нити. Вращая передъ глазомъ эту нить такъ, чтобы она закрывала опредѣляемую звѣзду, Мэстлинъ находилъ, одну за другою, двѣ пары извѣстныхъ звѣздъ, покрывающихся нитью одновременно съ опредѣляемою звѣздой. Вычисленіе координатъ звѣзды изъ такихъ наблюденій, при тогдашнихъ средствахъ анализа, было весьма затруднительно, и послѣ продолжительныхъ вычисленій Мэстлинъ нашелъ:

$$l = 37^\circ 3'$$
$$b = 53^\circ 39' \text{*}.$$

По приведеннымъ же выше формуламъ вычисленіе производится въ нѣсколько минутъ. Вычисляя съ четырехзначными логариѳмами и интерполируя пятый знакъ, я получилъ:

$$l = 37^\circ\ 2'.3$$
$$b = 53^\circ\ 38'.4$$

что совершенно согласно съ координатами Мэстлина.

Аргеландеръ изъ сравненія всѣхъ наблюденій надъ новою звѣздою 1572 г. нашелъ для эпохи 1573 г.

$$\alpha\ =\ 0^\circ\ 28'\ 6''3$$
$$\delta = +61^\circ\ 46'\ 22''8$$

* *Delambre*, Histoire de l'astronomie moderne, T. I, стр. 195.

Принимая, приближенно, для этой эпохи наклонность экватора къ эклиптикѣ равною $23°30'$, получаемъ:

$$l = 36°53'$$
$$b = +53°45'.$$

Разница между этими числами и числами Мэстлина не выходитъ изъ предѣловъ погрѣшностей большинства современныхъ Мэстлину наблюденій.

Примѣчаніе. Болѣе мѣсяца спустя послѣ того, какъ настоящая замѣтка была прочитана въ засѣданіи харьковскаго математическаго общества, г. проф. Вейссъ помѣстилъ въ 3-й книжкѣ Zeitschrift für Mathem. u. Physik рѣшеніе Мэстлиновой задачи, сходное съ тѣмъ, которое приведено выше.
