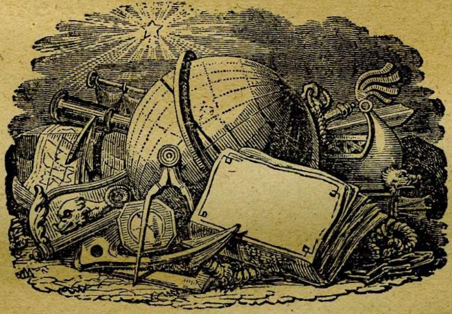
АРИѲМЕТИКА.

АРИѲМЕТИКА

СОЧИНЕНІЯ

Обоянскаго уѣзднаго землемѣра

А. Богуславскаго.



ХАРЬКОВЪ.

ПЕЧАТАНО ВЪ УНИВЕРСИТЕТСКОЙ ТИПОГРАФІИ.

1842.

ПЕЧАТАТЬ ПОЗВОЛЯЕТСЯ,

съ тѣмъ, чтобы по отпечатаніи представлено было въ Цензурный Комитетъ узаконенное число экземпляровъ. Москва, 19 Ноября 1841 года.

Цензоръ В. Флеровъ.

ВТОРАЯ ЧАСТЬ АРИѲМЕТИКИ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

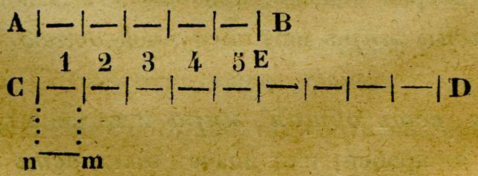
ОТДѢЛЕНІЕ I.

О мѣрѣ и дробныхъ цыфрахъ.

§ 79.

До сего времени, при дѣленіи двухъ чиселъ, пренебрегали остатками дѣлимаго меньшими дѣлителя, поелику незнали, какъ изъ оныхъ находится частное меньше единицы; т. е. такое число, которое, будучи умножено на дѣлителя, производило бы данный остатокъ дѣлимаго (§ 49); ибо незнали, какъ измѣряется *меньшее* мѣримое *большею* мѣрою и какъ его величина изображается въ числахъ; теперь же удовлетворяемъ сему требованію, поелику замѣчаемъ дѣйствительную необходимость приложенія такого частнаго къ точнымъ исчисленіямъ.

Чтобъ опредѣлить мѣримое АВ меньщее своей мѣры CD,



т. е., которое составляетъ *нѣкоторую часть* послѣдней, то во первыхъ измѣряютъ по (§ 1) *цѣлую* мѣру CD, чрезъ помѣщеніе въ ней, доколѣ возможно, *особой части* nm, взятой *кратнымъ числомъ*, въ нѣсколько разъ меньше и противъ мѣры CD, и противъ мѣримаго AB, которой степень выраженную въ числахъ называютъ *долею*, и такимъ образомъ достигаютъ цѣли, по исполненіи, говоря: вещественная мѣра CD измѣрена и содержитъ въ себѣ столько-то своихъ частей; слѣд. *единица числовая* (§ 1) столько-то долей, ибо послѣдняя есть выраженіе мѣры (§ 1). И такъ *доля есть единица цѣлой единицы*, или иначе,—*единицы цѣлыхъ количествъ*.

Далѣе, если послѣ этого, на самомъ дѣлѣ, возмемъ отъ мѣры CD двѣ или болѣе вещественныхъ частей, *коихъ сумма была бы равна величинѣ даннаго мѣримаго* AB, то получимъ *дробь вещественную*; но ежели только *показательно* сочтемъ эту сумму частей и выразимъ оную въ знакахъ,—получимъ *дробь числовую* или просто дробь: пять частей CE, мѣры CD, равныхъ мѣримому AB—дробь вещественная; пять долей единицы, равныхъ дѣлимому въ единицахъ,—дробь числовая или просто дробь. Откуда видимъ, что

1. Цѣлая мѣра CD, такъ и вещественная дробь CE равная мѣримому AB имѣютъ однѣ и тѣже общія части, но съ тою только разностію, что первая имѣетъ ихъ больше, а вторая меньще; при томъ, каждая изъ этихъ частей, *равна мѣрѣ* nm, именуемой *долею*. Въ слѣдствіе чего

2. *Доля есть общая мѣра* и цѣлой мѣры, и ея частей, т. е. дробей; или иначе: *доля есть единица*

цѣлой единицы—и дробей; ибо въ существенности долею называется *выраженіе вещественной части* пт *въ знакахъ или числахъ,* къ которой мѣра CD цѣлыхъ количествъ, и вещественная дробь CE равная мѣримому AB суть *кратныя* т. е. которыя общею мѣрою имѣютъ одну и туже долю пт. И такъ

3. *Единица дробей и единица единицы есть доля,* отъ выраженія которой зависитъ и выраженіе дробей и которая въ значеніи соотвѣтствуетъ цѣлой единицѣ, а дроби—числамъ.

4. Изъ предыдущаго видѣли, что мѣримое AB такое имѣетъ отношеніе къ своей мѣрѣ CD, какое CE къ сей же мѣрѣ, ибо AB = CE, а CE есть часть CD, и называется вещественною дробью; слѣд., и AB, поелику равно CE, есть также дробь; и имянно: дробь вещественная есть *мѣримое* AB, *меньшее мѣры* CD *въ частяхъ послѣдней;* дробь же числовая — *дѣлимое, меньшее дѣлителя въ единицахъ послѣдняго.* (§ 37,5). Или иначе: дробь числовая есть *отвлеченное выраженіе дроби вещественной въ доляхъ единицы.*

Здѣсь единица въ доляхъ и дѣлитель въ единицахъ одно и то же; ибо оба изображаютъ мѣру цѣлыхъ количествъ въ частяхъ. Такъ, если дѣлитель содержитъ 120 единицъ, а дѣлимое 5, то это значитъ, что мѣра раздѣлена на 120 частей и выражена въ единицѣ, состоящей изъ 120 долей, изъ коихъ *пять,* равны дѣлимому—*пяти* (§ 37,5), именуемому дробью.

5. *Доля меньше дроби;* поелику *доля,* пт, есть единица

дробей, а дробь АВ—число, составленное изъ нѣсколькихъ долей. *Пять* частей есть дробь, *а одна* часть—доля.

§ 80.

Съ другой стороны: доли и ихъ дроби выходятъ изъ предѣловъ натуральнаго исчисленія, поелику для изображенія всѣхъ возможныхъ чиселъ принято только десять знаковъ

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9.

Доли же и дроби *меньше* единицы *и больше* нуля; словомъ, заключаются между 0 и 1; т. е. 0 и 1 есть *предѣлъ дробей*; и такъ для изображенія ихъ нѣтъ знаковъ; посему, или требуется изобрѣсть особыя, или воспользоваться данными: но—первое было бы весьма обременительно, а потому изображеніе долей, отъ коихъ зависитъ и изображеніе дробей, опредѣляютъ вторыми. Изслѣдуемъ это.

Величина доли зависитъ отъ *числа частей* цѣлой единицы или мѣры; такъ, если сія раздѣлена на большее число частей, то величина доли будетъ *меньше*; и обратно, если на меньшее,—то доля будетъ *больше*; потому что въ первомъ случаѣ, каждая изъ частей выходитъ *мелче* или *дробнѣе*, а второмъ—*крупнѣе*; вообще *величина доли находится въ обратномъ смыслѣ къ числу, на которое раздѣлена единица* (§ 54,111, и 57). И такъ, величина доли зависитъ отъ величины цѣлой единицы и числа, на которое единица можетъ быть раздѣлена; въ слѣдствіе чего и *цѣлость* доли должна непреммѣнно выразиться двумя членами:

цѣлою единицею, отъ которой она произошла и числомъ, на которое единица *раздроблена*; безъ этого же выраженіе доли, при изображеніи цыѳрами десятичнаго исчисленія, не будетъ понятно. И дѣйствительно, изъ опредѣленія дробей (§ 79) слѣдуетъ, что, если часть повторяется въ мѣрѣ, *на примѣръ* девять разъ, то значитъ, что единица числовая состоитъ изъ девяти долей; посему, изобразивъ величину доли чрезъ х цѣлая единица выразится такъ:

$$9\,x = 1 \ldots\ldots (1)$$

Это уравненіе *единицы*.

Понятно, что отсюда х опредѣляется частнымъ, а потому, на основаніи общаго способа исчисленія, для общаго выраженія доли имѣемъ

$$x = \frac{1}{9}$$

Это изображеніе есть дѣйствительный, общій, недѣлимый или цѣльный видъ доли, какъ единицы дробей и единицы цѣлой единицы; этотъ видъ есть *общій*, для изображенія всѣхъ долей, разной величины; стоитъ только вмѣсто 9 подставить, какое угодно намъ, другое число. Недѣлимость или цѣлость *двойственнаго* выраженія доли $\frac{1}{9}$ очевидна: ибо, если, въ ней, назадъ возмемъ цѣлую единицу, то получимъ знакъ $\frac{\ }{9}$, неимѣющій никакого смысла; когда же возмемъ 9, то остается единица цѣлыхъ количествъ; такъ что, ни единица безъ числа, на которое она раздроблена, ни число безъ единицы не можетъ опредѣлить доли; посему вообще *величина доли, какъ недѣлимой единицы дробей, равна величинѣ цѣлой единицѣ раздѣленной на число, показывающее повторенie первой во второй*; и выговаривается двойственно такъ: одна девятая: $\frac{1}{9}$; одна двадцатая $\frac{1}{20}$; одна сто осьмая $\frac{1}{108}$; одна пятисотая $\frac{1}{500}$ и прочее; и $\frac{1}{9} > \frac{1}{20} > \frac{1}{108} > \frac{1}{500}$ и. т. д.; потому что, въ первой доли, число 9 показываетъ, что цѣлая 1-ца или число 1 раздѣлено на 9 частей и изъ нихъ взята одна или $\frac{1}{9}$; *во второй*, что единица раздѣлена на 20 частей и—взята одна или $\frac{1}{20}$.....;но *девятыя* части одной и той же единицы *крупнѣе двадцатыхъ*.....вообще, поелику величина доли къ числу, на которое раздроблена единица находится въ обратномъ смыслѣ, а это число, въ доли, изображается дѣлителемъ, посему *та доля больше, у которой дѣлитель меньше*; и обратно, *та меньше, у которой дѣлитель больше*.

§ 81.

Изъ сего объясненiя слѣдуетъ далѣе, что общее выраженie доли, возмемъ напримѣръ $\frac{1}{9}$, *превращаетъ* дѣлимое 1 или цѣлую единицу (смот. урав. единицы) въ одну *долю*, а дѣлителя 9—въ *показателя*, какъ велика эта доля (1); такъ, въ $\frac{1}{9}$ число 1 противъ цѣлой единицы въ 9 разъ меньше, или иначе, составляетъ одну девятую часть цѣлой единицы; а потому и дѣлитель 9 называется *знаменателемъ* уменьшенія цѣлой единицы. Итакъ вообще

I. ***Величина доли зависитъ отъ величины знаменателя;*** поелику онымъ означается число, на которое раздроблена цѣлая единица, превращающаяся въ долю, а отъ большей величины сего числа зависитъ большая малость доли.

II. Въ выраженіи доли, напр. въ $\frac{1}{9}$, число 1 *имѣетъ двоякое значеніе:* и — цѣлой единицы, когда разсматривается *отдѣльно* отъ 9, и доли, если — въ *неразрывной связи* съ 9-ю. ***Первый случай*** ей приличествуетъ, когда объ $\frac{1}{9}$ разсуждаемъ такъ: здѣсь дѣлимое 1 показываетъ, что цѣлая единица или число 1 раздѣлено на 9 равныхъ частей; *второй же случай*,—когда говоримъ: а все изображеніе $\frac{1}{9}$ нераздѣльно, означаетъ, что изъ десяти частей взята только одна часть или число 1. Въ слѣдствіе чего вообще можемъ принимать, что въ знаменателѣ находится цѣлая единица раздробленная на 9 частей, а въ долѣ или дѣлимомъ (1)—одна изъ сихъ частей.

§ 82.

Если возмемъ нѣсколько разъ какую либо долю, то получимъ, какъ уже вывели (§ 80), числовую дробь или просто дробь; а потому, если возмемъ

$$x = \frac{1}{9}$$

на примѣръ 5 разъ, то получимъ дробь, состоящую изъ пяти долей; посему

$$5.\ x = \left(\frac{1}{9}\right).\ 5 \ldots\ldots (2)$$

Это выраженіе есть *уравненіе дроби*. Но какъ доля $x = \frac{1}{9}$, показываетъ общій результатъ частнаго, слѣд,. умножая x или $\frac{1}{9}$ на 5, увеличиваемъ все частное въ 5 разъ; частное же увеличится тогда, когда увеличится дѣлимое (§ 46,1); посему имѣемъ право на 5 умножать долю (1) какъ дѣлимое, и потому

$$5\,x = \frac{1.5}{9} = \frac{5}{9}$$

Здѣсь показатель (5), увеличиванія доли $(\frac{1}{9})$ въ пять разъ, занимающій въ выраженіи $(\frac{5}{9})$ верхнее мѣсто, принадлежащее доли, называется *числителемъ*, все же изображеніе $\frac{5}{9}$ *дробью;* ибо $5\ x$ равное $\frac{5}{9}$ есть дробь. Посему вообще, *величина дроби выражается частнымъ, отъ раздѣленія числителя на знаменателя* и выговаривается *двойственно*, — сначала произносится числитель, а потомъ знаменатель; такъ: пять—девятыхъ: $\frac{5}{9}$; тридцать пять — шестидесятыхъ: $(\frac{35}{60})$; одна половина: $\frac{1}{2}$, три четверти: $\frac{3}{4}$ и прочее.

Первая изъ сихъ дробей показываетъ, что единица раздѣлена на 9 частей, и изъ нихъ для данной дроби выходитъ пять частей или $\frac{5}{9}$; вторая,—что единица раздѣлена на 60 частей, и изъ нихъ для данной дроби взято 35 частей или $\frac{35}{60}$ и т. д. Иначе: $\frac{5}{9}$ выражаетъ, что девятая доля повторена пять разъ; $\frac{35}{60}$,—что шестидесятая доля повторена 35 разъ и прочее. На основанiи чего слѣдуетъ, что всякую *дробь должно принимать за долю повторенную числителемъ.* Такъ $\frac{35}{59}=\frac{1}{59}.\ 35$; $\frac{4}{100}=\frac{1}{100}.\ 4$; $\frac{72}{151}=\frac{1}{105}.\ 72$ и проч.

Впрочемъ происхожденiе дробей изъ долей можно прямо вывести изъ уравненiя единицы (§ 81):

$$9\,x=1.$$

Умноживъ обѣ части его на 5, получимъ

$$9.\ (5\,x)=1.\ 5=5 \ldots\ldots (3)$$

Откуда

$$5\,x=\frac{5}{9}$$

Или такимъ образомъ: поелику умноженiе есть сложенiе равныхъ чиселъ и доля есть единица дробей, посему изъ уравненiя дроби (2) имѣемъ

$$5\,x=\left(\frac{1}{9}\right).\ 5=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}$$

съ другой стороны

$$5\,x=\left(\frac{1}{9}\right).\ 5=\frac{5}{9}=\frac{1+1+1+1+1}{9}$$

слѣд. и

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1+1+1+1+1}{9}=\frac{5}{9}.$$

На основанiи чего, дроби опредѣляютъ *совокупленiемъ или сложенiемъ долей одной единицы.* При чемъ *складываются доли* т. е. дѣлимыя единицы или число 1 (§ 81) *и сумма ихъ дѣлится на одного* *изъ знаменателей;* ибо знаменатель есть показатель постоянной величины одной и той же доли, которая производитъ данную дробь.

§ 83.

Изъ уравненія единицы

$$9\,x = 1,$$

опредѣливъ x долею $\frac{1}{9}$ и, вставивъ $\frac{1}{9}$, въ самое выраженіе, на мѣсто x, получимъ

$$\left(\frac{1}{9}\right).\ 9 = 1$$

т. е. *доля, умноженная на своего знаменателя, даетъ единицу цѣлыхъ количествъ;* или иначе: *доля, повторенная числомъ, на которое раздѣлена единица, производитъ цѣлую единицу;* это согласно съ § 80. Такимъ образомъ $\frac{1}{20}.\ 20 = 1$, $\frac{1}{100}.\ 100 = 1$ и проч.

Дѣйствительность сего подтверждается и предыдущимъ опредѣленіемъ дробей, ибо $\frac{1}{9}.\ 9 = \frac{9}{9}$, а $\frac{9}{9}$ по § 42 равно 1-цѣ. И такъ выраженія $\frac{9}{9} = 1$, $\frac{20}{20} = 1$, $\frac{100}{100} = 1$, и пр. даютъ такія заключенія: *дробь равна единицѣ, когда числитель равенъ знаменателю.*

Съ другой стороны, изъ уравненія дроби

$$9.\ (5\,x) = 5,$$

опредѣливъ $5x$ дробью $\frac{5}{9}$ и, вставивъ $\frac{5}{9}$, въ самое выраженіе, на мѣсто $5x$, получимъ

$$\frac{5}{9} \cdot 9 = 5;$$

т. е. *дробь, умноженная на своего знаменателя, даетъ числителя.* Въ самомъ дѣлѣ $\frac{5}{9} \cdot 9 = \frac{5.9}{9}$, по $\frac{9}{9} = 1$, слѣд. $\frac{5}{9} \cdot 9 = 5$. На основаніи чего $\frac{22}{25} \cdot 25 = 22$, $\frac{3}{4} \cdot 4 = 3$, $\frac{7}{8} \cdot 8 = 7$; и проч.

Отсюда выводимъ слѣдующее общее правило, согласное съ § 43,1; и имянно: *цѣлое число величины своей непеременяетъ ежели въ одно время умножится и раздѣлится на одно и тоже число.* Ибо $3 = \frac{3.7}{7}$. На этомъ правилѣ основывается *превращеніе* цѣлаго числа въ желаемыя доли. На прим., если бы 5 требовалось *представить* въ 9-хъ доляхъ, то умноживъ 5 на 9 и въ тоже время раздѣливъ на 9, получимъ:

$$\frac{9.5}{9} = \frac{45}{9}$$

требуемую дробь, равную 5.

§ 84.

Величина дроби зависитъ отъ величины числителя. Ибо всякую дробь должно представлять за долю повторенную числителемъ § 82; но чемъ показатель увеличиванія доли или числитель больше, тѣмъ и повтореніе доли больше, слѣд. и самая дробь, то есть число всѣхъ повтореній доли тѣмъ же увеличивается; (а знаменатель, какъ показатель постоянной величины одной и той же доли, остается неизмѣняемымъ). И такъ

1. *Числитель показываетъ величину дроби, а знаменатель величину доли* (§ 82,1,), *изъ которой дробь составлена.*

Ибо числитель такого рода дѣлимое, которое меньше своего дѣлителя; но этакое дѣлимое и есть та числовая дробь, которая тѣмъ будетъ больше, чѣмъ число единицъ составляющихъ его — больше.

2. Поелику цѣлость дроби изображается двумя числами: числителемъ, показывающимъ число повтореній доли въ нѣкоторой части единицы, равной дѣлимому или мѣримому, составляющему собственно дробь; и знаменателемъ, выражающимъ повтореніе доли въ цѣлой единицѣ или мѣрѣ цѣлыхъ количествъ; первое—есть необходимая сущность дроби, а второе—доли, а потому о величинѣ дроби еще говорятъ и такъ: *числитель показываетъ число долей, составляющихъ данную дробь, а знаменатель—какъ велика эта доля.*

§ 85.

На основаніи сказаннаго въ (§ 80), десятыя, сотыя, тысячныя и т. д. доли должны выразиться такъ: $\frac{1}{10}$,

$\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ и проч.; вообще доли, имѣющія знаменателемъ единицу съ нулями называются *десятичными*.

Изъ разсмотрѣнія десятичныхъ долей находимъ, что 1-ца или числитель десятой доли ($\frac{1}{10}$) соотвѣтствуетъ нулю въ знаменателѣ, стоящему на мѣстѣ единицъ, т. е. на *второмъ* мѣстѣ вправо отъ десятка или мѣры цѣтуральныхъ чиселъ втораго порядка; ибо, если бы 1-ца числителя соотвѣтствовала 1-цѣ знаменателя, тогда было бы не $\frac{1}{10}$, а $\frac{10}{10}=1$, что нелѣпо; слѣд. единица числителя, дѣйствительно, соотвѣтствуетъ (т. е. однородна) мѣсту въ знаменателѣ, на которомъ должны быть единицы перваго порядка; такимъ же образомъ докажется, что сотая доля соотвѣтствуетъ нулю въ знаменателѣ, стоящему опять на мѣстѣ единицъ перваго порядка, который по счету отъ единицы сотень находится на *третьемъ* мѣстѣ вправо; единица тысячной,— соотвѣтствуетъ тому же нулю въ знаменателѣ, стоящему на мѣстѣ единицъ, а по порядку отъ единицы тысячь на *четвертомъ* вправо; и т. д. словомъ, нули знаменателя, съ соблюденіемъ ихъ порядковъ, соотвѣтствуютъ долямъ или мѣрамъ дробей разной величины, а единица знаменателя — единицѣ или мѣрѣ цѣлыхъ чиселъ.

Пользуясь симъ замѣчаніемъ, десятыя, сотыя, тысячныя и т. д., вообще десятичныя доли, можно выражать единицами натуральныхъ чиселъ, въ противуположномъ только видѣ изображенія; для сего стоитъ приписать къ цѣлой единицѣ, съ *лѣвой* руки, столько нулей, сколько ихъ въ знаменателѣ безъ одного и полученный рядъ, выражающій десятичную долю, отдѣлить для *отличія* отъ цѣлыхъ *запятою* (,); но какъ въ доляхъ цѣлыхъ нѣтъ, то на мѣсто послѣднихъ ставимъ также нуль; отъ чего имѣемъ

$$\frac{1}{10}=0{,}1 \text{ десятая доля}$$

$$\frac{1}{100}=0{,}01 \text{ сотая}$$

$$\frac{1}{1000}=0{,}001 \text{ тысячная}$$

$$\frac{1}{10000}=0{,}0001 \text{ десяти-тысятная.}$$

и т. д.

Для очевиднаго объясненія всѣхъ сихъ долей, выраженныхъ строками натуральныхъ чиселъ, возмемъ послѣднюю $\frac{1}{10000}=0{,}0001$, въ которой, единицѣ числителя соотвѣтствуетъ въ знаменателѣ, первый съ правой стороны нуль; почему на мѣсто его пишемъ 1; потомъ, тремъ остальнымъ нулямъ знаменателя соотвѣтствуютъ слѣдующія три высшія цыфры въ числителѣ, коихъ поелику нѣтъ, то на мѣсто оныхъ приписываемъ, съ лѣвой руки, при 1-цѣ три нуля и получаемъ: 0001; наконецъ, 1-цѣ знаменателя соотвѣтствуетъ цыфра цѣлыхъ чиселъ въ числителѣ, которой въ долѣ не бываетъ, почему предъ 0001 ставимъ запятую, и послѣ оной, на мѣсто цѣлыхъ, ставимъ послѣдній нунь, чрезъ что получаемъ десятичную долю безъ знаменателя: 0,0001; т. е. $\frac{1}{10000}=0{,}0001$.

И такъ *вообще* 1. *чтобъ десятичныя доли разныхъ порядковъ, представить безъ знаменателя, т. е. строкою натуральныхъ цѣлыхъ единицъ,* *то должно съ правой руки запятой, отдѣляющей нуль цѣлыхъ, написать столько нулей, сколько оныхъ въ знаменатель безъ одного, а за ними рядомъ и — единицу.*

И обратно 2. *Чтобъ десятичную долю безъ знаменателя представить съ послѣднимъ, то должно цѣлую единицу раздѣлить на единицу, съ числомъ нулей равнымъ числу всѣхъ знаковъ (не исключая ни одного нуля) до запятой.*

Такъ $0{,}00000001 = \dfrac{1}{100000000}$ и проч.

§ 86.

Противуположность изображенія десятичныхъ долей, съ цѣлыми единицами разныхъ порядковъ, убѣдительна изъ выписки тѣхъ и другихъ вмѣстѣ; смотрите:

		Доли же обратно	
одинъ	1	1	одинъ
десять	10	0,1	десятая доля
сто	100	0,01	сотая
тысяча	1000	0,001	тысячная
дес. тысячь.	1000	0,0001	десяти-тысячная.

и проч.

гдѣ 1 противъ 10, 10 противъ 100, 100 противъ 1000, 1000 противъ 10000 въ десять разъ *меньше*; въ доляхъ же на оборотъ: 1 противъ 0, 1;0, 1 противъ 0,01; 0,01 противъ 0,001; 0,001 противъ 0,0001 и т. д. въ десять разъ *больше*.

Но если показанныя единицы цѣлыя и десятичныя напишемъ въ натуральномъ ихъ порядкѣ, то получимъ строку

. . . . . . 10000; 100; 100; 10; 1; 0, 01; 0, 001; 0,0001; . . . . . .

Откуда видимъ, что 10000 противъ 1000; 1000 противъ 100; 100 противъ 10; 10 противъ 1; 1 противъ 0,1; 0,1 противъ 0,01; 0,01 противъ 0,001; 0,001 противъ 0, 0001 и т. д. *постоянно въ десять разъ больше*. Другими словами: 0,0001 въ 0,001; 0,001 въ 0,01; 0,01 въ 0,1; 0,1 въ 1 и т. д. *повторяется десять* разъ; почему изъ очевиднаго выводимъ очевидное: *десятичныя доли съ единицами натуральныхъ или цѣлыхъ чиселъ составлены по одному знаку; но въ обратномъ только видѣ изображенія;* и потому для отличія первыхъ отъ вторыхъ, при соблюденіи выведеннаго въ предыдущемъ §, правила, достаточно между тѣми и другими поставить запятую. Такъ, сумма ряда цѣлыхъ единицъ даетъ 1111, а сумма—десятичныхъ даетъ 0, 1111 и число 1111 выражаетъ тысячу сто одинадцать цѣлыхъ, а 0,1111—нуль цѣлыхъ единицъ и тысячу сто одинадцать десяти — тысячныхъ; число же 1111,1111 — тысячу сто одинадцать цѣлыхъ и тысячу сто одинадцать десяти — тысячныхъ долей. Вообще, въ рядѣ чиселъ. . . . 1, 1111....первая 1-ца предъ запятою означаетъ единицу или мѣру десятка; первая единица послѣ запятой,—десятую часть цѣлой единицы, или иначе мѣру цѣлой единицы, именуемую десятою долею; вторая 1-ца выражаетъ сотую долю или мѣру десятой; третья единица — тысячную долю или мѣру сотой; четвертая единица—десяти тысячную долю или мѣру тысячной и. т. д.

вся же дробь 1, 1111 означаетъ 1 цѣлыхъ 1111 десяти—тысячныхъ. Такимъ же образомъ 11,101 означаетъ 11 цѣлыхъ и 101 тысячныхъ долей.

§ 87.

На основаніи такого изображенія десятичныхъ долей, легко изображеніе и ихъ дробей. Пусть требуется представить безъ знаменателя дробь $\frac{2579}{10000}$; то, поелику

$$\frac{2579}{10000}=\left(\frac{1}{10000}\right).\ 2579,$$

$$\text{а}\quad \frac{1}{10000}=0{,}0001;\ \text{слѣд.}$$

$$\frac{2579}{10000}=(0{,}0001).\ 2579$$

но помножить 0,0001 на 2579 значитъ первое повторить столько разъ, сколько во второмъ единицъ; слѣд. одна десятитысячная доля или 0,0001 должна обратиться въ 2579 десятитысячныхъ же доль; ибо въ 0,0001 доля по изображенію находится на четвертомъ мѣстѣ вправо, и въ цѣломъ множителѣ 2579 также содержится четыре знака; посему и произведеніе должно состоять изъ четырехъ десятичныхъ мѣстъ, замѣщенныхъ цыфрами 2579; т. е.

$$0{,}0001 + 0{,}0001 + 0{,}0001 + \ldots\ldots\ldots 0{,}0001 = 0{,}2579$$

$$\text{слѣд.}\ (0{,}0001).\ 2579 = 0{,}2579$$

или

$$0{,}2579 = (0{,}0001).\ 2579.$$

Съ другой стороны, какъ выше вывели

$$\frac{2579}{10000}=0,0001).\ 2579$$

Откуда ясно, что вторыя части обоихъ выводовъ равны, слѣд. и первыя,—также должны быть равны; а потому вообще

$$\frac{2579}{10000}=0,2579$$

И такъ, *чтобъ десятичную дробь, имѣющую въ числителѣ число знаковъ равное числу нулей въ знаменателѣ, представить безъ знаменателя, то должно поставить нуль цѣлыхъ, и за нимъ рядомъ, послѣ запятой, всѣ цыфры числителя.* Ибо 9 единицамъ числителя соотвѣтствуетъ въ знаменателѣ первый нуль справа; 7—второй; 5—третій; 2—четвертый, цѣлой единицѣ знаменателя соотвѣтствуетъ слѣдующее цѣлое число числителя, котораго въ примѣрѣ нѣтъ; по чему на мѣсто его предъ десятичными долями, написанными строкою натуральныхъ чиселъ, ставимъ нуль, отдѣляя отъ первыхъ запятою § 82.

И обратно, всякую десятичную дробь безъ знаменателя можно принимать за долю, умноженную на всѣ цыфры дроби.

Такъ $0,1172=(0,0001).1172$, но $0,0001=\frac{1}{10000}$, посему и $0,1172=\left(\frac{1}{10000}\right).1172=\frac{1172}{10000}$.

т. е. *чтобъ десятичную дробь, написанную строкою натуральныхъ чиселъ, представить съ знаменателемъ, то для числителя дроби, должно,* *уничтоживъ запятую, взять всѣ цыфры строки, и подписать знаменателемъ единицу съ числомъ нулей равнымъ числу цыфръ десятичныхъ.* Еще

$$0{,}1111 = \frac{1111}{10000}.$$

На основаніи сихъ правилъ, во всякой дроби, на примѣръ въ 0,1572 первая цыфра 1 отъ запятой означаетъ десятыя, вторая 5 — сотыя; третья 7 — тысячныя; четвертая 2 — десяти-тысячныя и т. д. доли; такъ что дробь 0,1572 вообще означаетъ *нуль цѣлыя и тысячу пятьсотъ семдесятъ двѣ десяти-тысячныхъ.*

§ 88.

На основаніи выведеннаго правила, о изображеніи десятичныхъ дробей, имѣемъ:

$$\frac{3}{100} = \left(\frac{1}{100}\right).3 = (0{,}01).3 = 0{,}03$$

$$\frac{15}{1000} = \left(\frac{1}{1000}\right).15 = (0{,}001).15 = 0{,}015$$

$$\frac{18}{100000} = \left(\frac{1}{100000}\right).18 = (0{,}0000).18 = 0{,}00018.$$

Сіи три примѣра научаютъ, что десятичную дробь, имѣющую въ числителѣ меньше знаковъ, чѣмъ нулей въ знаменателѣ, при изображеніи строкою натуральныхъ чиселъ, *должно дополнять съ лѣвой руки нулями коихъ число всегда равно разности, между наличными знаками числителя и нулями знаменателя.* Такъ, въ послѣднемъ нашемъ примѣрѣ, двумъ первымъ, съ правой руки, нулямъ знаменателя соотвѣтствуютъ настоящія двѣ цыфры числителя, а остальнымъ тремъ нулямъ — слѣдующія высшія двѣ цыфры числителя, которыхъ въ примѣрѣ нѣтъ, почему на мѣсто оныхъ и ставимъ три нуля и проч.

И обратно, въ десятичной дроби, написанной строкою натуральныхъ чиселъ и имѣющей съ лѣвой руки до запятой нули, при изображеніи общею формою дробей, *должно для числителя взять числа безъ нулей, а знименателемъ поставить единицу съ числомъ нулей равнымъ числу всѣхъ знаковъ строки, неисключая и нулей до запятой.* На прим.

$$0,0053 = \frac{53}{10000}$$

$$0,002 = \frac{2}{1000}$$

и пр.

Въ заключеніе общихъ изслѣдованій нашихъ, скажемъ, что всѣ дроби, у коихъ числитель меньше знаменателя т. е. меньше единицы, суть собственно дроби, а потому и называются *правильными*; ибо есть еще дроби и *неправильныя*, какъ увидимъ въ (§89). Правильныя дроби: $\frac{3}{7}$, $\frac{10}{20}$, $\frac{15}{64}$, 0,05; 0,35, 0.709. и проч.

Приложеніе дробей къ точнымъ исчисленіямъ.

§ 89.

Пусть требуется найти частное отъ раздѣленія 7879 на 27. По обыкновеннымъ правиламъ дѣленія нахожу въ частномъ 291, въ остаткѣ 22. Чтобъ изобразить сей остатокъ частнымъ, то принимаю дѣлителя 27 за единицу выраженную 27-ю долями, остатокъ же дѣлимаго (22) за часть сей единицы, состоящую изъ 22 тѣхъ же долей (§81,11); слѣд. частное изъ остатка дѣлимаго изобразится чрезъ $\frac{22}{27}$, а полное частное — чрезъ сумму чиселъ 291 и $\frac{22}{27}$; ибо $\frac{22}{27}$ есть составная часть 1-цы цѣлаго частнаго 291; и такъ:

$$\frac{7872}{27} = 291 + \frac{22}{27} = 291\frac{22}{27}.$$

Въ послѣднемъ выводѣ: $297\frac{22}{27}$ знакъ (+) между 291 и $\frac{22}{27}$ подразумѣвается.

Дробь $\frac{7879}{27}$ называется *неправильною*, поелику числитель больше знаменателя т. е. больше единицы; а результатъ оной или частное 291 $\frac{22}{27}$, — *смѣшанною* дробью; за тѣмъ, что при цѣломъ 291, находится еще правильная дробь $\frac{22}{27}$. Показанное вычисленіе смѣшанной дроби, изъ неправильной, называется *исключеніемъ цѣлаго числа изъ неправильной дроби.* Такъ раздѣлить 143 на 64, и 38214 на 1000, значитъ исключаемъ цѣлое число изъ дроби, и будетъ:

$$\frac{143}{64} = 2\frac{15}{64}$$

$$\frac{38214}{1000} = 38{,}214.$$

Послѣдній примѣръ научаетъ, что исключеніе цѣлаго числа изъ неправильной десятичной дроби, приводится къ изображенію числителя строкою натуральныхъ чиселъ, *въ коей для десятичныхъ дробей съ правой стороны отдѣляется, по общимъ правиламъ, столько знаковъ, сколько нулей въ знаменатель.*

Но дѣйствительно ли $\frac{22}{27}$ или $\frac{15}{64}$ и пр., произшедшія отъ исключенія цѣлаго числа изъ неправильной дроби, будучи умножены на своихъ знаменателей производятъ числителей т. е. остатки дѣлимаго; какъ показано въ (§ 49)? Это недоумѣніе объяснено и доказано въ § 83, по коему несомнѣнно

$$\frac{22}{27} \cdot 27 = 22$$

$$\frac{15}{64} \cdot 64 = 15$$

и прочее.

Сводъ заключеній. И такъ всѣ дроби раздѣляются на четыре вида: *на правильныя* § 88, *равныя единицѣ* § 83, *не правильныя и смѣшанныя.*

§ 90.

Показавъ, какимъ образомъ изъ неправильной дроби находится — смѣшанная, т. е. изъ неполнаго дѣлимаго находится точное частное, перейдемъ къ обратному рѣшенію: какъ смѣшанную дробь превратить въ неправильную, или все равно, какъ поданному частному, выраженному смѣшанною дробью дойти до его дѣлимаго и дѣлителя. Пусть дана смѣшанная дробь или частное

$$7\frac{5}{12} = 7 + \frac{5}{12}.$$

Здѣсь извѣстенъ знаменатель или дѣлитель 12, остатокъ дѣлимаго 5, и цѣлое частное 7, какъ *дѣлимое равно частному* (7) *умноженному на дѣлителя* (12) *и + остатокъ* (6) (§ 49, час. 1); посему дѣлимое будетъ:

$$7 . 12 + 5;$$

Наконецъ данное частное $7\frac{5}{12}$ равно дѣлимому $7 . 12 + 5$ раздѣленному на дѣлителя 12; слѣд.

$$7 + \frac{5}{12} = \frac{7 . 12 + 5}{12} = \frac{89}{12}.$$

И такъ, *чтобъ смѣшанную дробь превратить въ неправильную, или что все равно, чтобъ цѣлое число сложить съ дробью, то должно къ произведенію цѣлаго числа на знаменателя придать числителя и сумму раздѣлить на знаменателя.* Такимъ же образомъ

$$10 + \frac{1}{9} = \frac{91}{9}$$

$$17{,}003 = 17 + 0{,}003 + 17 + \frac{3}{1000} = \frac{17000 + 3}{1000} = \frac{17003}{1000}.$$

Послѣдній примѣръ научаетъ, чтобъ превратить смѣшанную десятичную дробь въ неправильную, *то должно подъ всѣмъ числомъ,* (уничтожа запятую), подписать *единицу, съ числомъ нулей, равнымъ числу цыфръ до запятой.* И обратно, чтобъ неправильную десятичную дробь выразить смѣшенною, то должно поступить по § 87, прав. 2.

Измѣненіе величины и вида дробей.

§ 91.

При снесеніи дробей, имѣющихъ разныхъ знаменателей, всегда предполагаемъ, что онѣ одной и той же единицы, выраженной разными долями. Такъ, если дано двѣ доли $\frac{1}{7}$ и $\frac{1}{21}$, то принимаемъ, что цѣлая единица, въ одномъ случаѣ, раздроблена на 7 частей, а въ другомъ на 21; притомъ, по (§ 80) первая доля $\frac{1}{7}$ въ три раза больше второй и обратно, вторая меньше въ три раза первой, за тѣмъ, что первыя части *крупнѣе*, вторыя *меньше* въ три раза. Далѣе.

1.) Поелику числитель есть показатель величины дроби слѣд., когда показатель величины доли или знаменатель неперемѣнится, а числитель увеличится или уменьшится, тогда и дробь, также, увеличится или уменьшится, какъ уже видѣли изъ (§ 84,I). Посему

$\frac{5}{7}$ менѣе $\frac{15}{7}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{11}{7}$ и пр.
$\frac{28}{9}$ болѣе $\frac{14}{9}$, $\frac{7}{9}$ $\frac{19}{9}$ и пр.

Откуда слѣдуетъ, что *изъ дробей, имѣющихъ одинакихъ знаменателей, та больше или меньше, у которой числитель больше или меньше.*

2.) Но ежели числитель останется неперемѣнявшимъ, а знаменатель уменьшится ли увеличится, то, въ первомъ случаѣ, дробь увеличится, а во второмъ, уменьшится. Ибо, въ первомъ разѣ доля, изъ коей составлена дробь сдѣлается *крупнѣе*, во второмъ же *мелче.* Поелику 9-я доли вдвое крупнѣе 18, то

$$\frac{5}{9} \text{ вдвое больше } \frac{5}{15}$$

Также

0,5 больше 0,05 въ 10 разъ.

Отсюда слѣдуетъ, что *изъ дробей, имѣющихъ равныхъ числителей, та больше, у которой знаменатель меньше; и та меньше, у которой знаменатель больше.* И такъ, *дробь увеличивается, когда числитель умножится, или знаменатель раздѣлится;* и обратно *дробь уменьшается, когда числитель раздѣлится, или знаменатель умножится.*

3.) Изъ сказаннаго, о уменьшеніи и увеличиваніи дробей слѣдуетъ, что *величина дроби неперемѣняется, когда числитель и знаменатель помножится или раздѣлится на одно и тоже число.* Ибо, въ первомъ случаѣ, во сколько разъ показатель величины дроби или числитель увеличивается или уменьшается, то во второмъ, на оборотъ показатель величины доли или знаменатель, во столько же разъ уменьшится или увеличится. *Напр.*, умножая въ дроби $\frac{5}{8}$ числителя и знаменателя на 3, на 5, на 7, а десятичную дробь 8,3 на 10, на 100 на 2 и на 3 получаемъ

$$\frac{5}{8}=\frac{15}{24}=\frac{25}{40}=\frac{35}{56}$$

$$8,3=8,30=8,300=\frac{166}{20}=\frac{249}{30}.$$

Такимъ же образомъ, раздѣляя $\frac{27}{45}$ на 3 и 9, а 0,45 на 5 имѣемъ:

$$\frac{27}{45}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$$

$$0{,}45=\frac{9}{20}$$

Изъ сихъ примѣровъ открывается, что въ дробяхъ, имѣющихъ числителей и знаменателей разныхъ, нельзя такъ ясно видѣть, какъ въ предыдущихъ двухъ случаяхъ, какая изъ нихъ больше или меньше и какія равны, а требуется для этого, сначала еще *привести данныя дроби къ одному знаменателю* (§ 93).

§ 92.

Изъ предыдущаго видѣли, что одна и та же дробь, безъ перемѣны своей величины, можетъ быть представлена въ разныхъ видахъ или разными долями. Когда дробь выражена мелкими долями и превращается въ крупныя, тогда это дѣйствіе называется *сокращеніемъ дробей* и производится *чрезъ дѣленіе числителя и знаменателя на ихъ общаго большаго дѣлителя*. Напримѣръ

$$\frac{1540}{13650}=\frac{22}{135}.$$

Ибо общій дѣлитель 1540 и 13650 есть 70; также

$\frac{2961}{799}=\frac{63}{17}$ дѣлитель здѣсь 47

$0{,}84=\frac{84}{100}=\frac{21}{25}$ дѣлитель сдѣсь $(2)^2$ или 4

$0{,}75=\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$ дѣлитель сдѣсь $(5)^2$ или 25

Послѣдніе два примѣра научаютъ, что *десятичная дробь превращается въ простую чрезъ сокращеніе ея на* 5, *или на* 2, *или на произведеніе* 5 на 2 *или на степень* отъ 2-хъ и 5, если это возможно; обратно, *простая дробь превращается въ десятичную чрезъ умноженіе числителя и знаменателя на число* 5, *или* 2, или на произведеніе 5 на 2, или на степень отъ 2 и 5. И это правило въ такомъ разѣ прилично, когда знаменатель, отъ ужноженія на показанныя числа, обращается въ единицу съ нулями. Такъ

$$\frac{13}{125}=\frac{104}{1000}=0{,}104.$$

Множитель здѣсь 8 или $2.2.2=2^3$

На основаніи равенства дробей, при разномъ видѣ ихъ, легко опредѣлить числитель одной изъ двухъ, когда прочія части обѣихъ даны. Такъ, если въ равныхъ дробяхъ $\frac{13}{125}=\frac{104}{1000}$ числитель 13 *утерянъ*, то вмѣсто его, подставивъ x получимъ

$$\frac{x}{125}=\frac{104}{1000}$$

откуда x, какъ дѣлимое, равно частному $\frac{104}{1000}$ (§ 36) умноженному на дѣлителя 124. Посему

$$x=\frac{104}{1000}.125=\frac{104.125}{1000}=13.$$

Если же знаменатель 125 утерянъ, то также

$$\frac{13}{x}=\frac{104}{1000};$$

откуда x, какъ дѣлитель, равенъ дѣлимому 13 раздѣленному на частное $\frac{104}{1000}$; и такъ

$$x = 13 : \frac{104}{1000}$$

Но это рѣшеніе принадлежитъ къ дѣленію дробей, о коемъ еще мы неговорили.

§ 93.

Превращеніе дробей, изъ крупныхъ долей въ мелкія, производится *чрезъ приведеніе дробей къ одному знаменателю.*

Когда требуется разныя дроби, привести къ одному знаменателю, тогда сей общій знаменатель *неназначается опредѣлительно*, а должно выбирать, по возможности, наименьшее число: обыкновенно берутъ *наибольшаго* знаменателя данныхъ дробей и разсматриваютъ, не можно ли его составить изъ всѣхъ прочихъ знаменателей, если невстрѣтится препятствія, то онъ и будетъ искомымъ общимъ; если же изъ котораго нибудь наибольшаго знаменателя нельзя составить, то оба сіи знаменатели разлагаются на простые производители и чрезъ это откроется, на какое число должно помножить предлагаемаго наибольшаго знаменателя, чтобъ получить такое число, которое можно будетъ составить изъ всѣхъ данныхъ знаменаталей. Взявъ дроби

$$\frac{3}{7}, \frac{5}{14}, \frac{6}{21}, \frac{9}{28},$$

испытываемъ, не можно ли 28 сдѣлать общимъ знаменателемъ; видимъ, что 28 можно составить изъ 7 и 14, а изъ 21 нельзя: но какъ $21 = 3.7, 28 = 1.2.7$, то сличая производители обѣихъ чиселъ, находимъ, что въ 28 нѣтъ 3 и потому 28 помножаемъ на 3 и произведеніе

$$84 = 2.2.3.7$$

будетъ искомымъ общимъ знаменателемъ; ибо ясно, что числа 7, 14, 21 и 28 въ 84 содержатся, какъ производители; притомъ

$$84 = 7 \times 12,$$
$$84 = 14 \times 6$$
$$84 = 21 \times 4$$
$$84 = 28 \times 3.$$

И такъ, для приведенія данныхъ дробей къ общему знаменателю 84, *должно числителя и знаменателя первой изъ нихъ помножить на* 12, *второй на* 6, *третьей на* 4, *и четвертой на* 3; такъ что искомыя дроби будутъ

$$\frac{36}{84}, \frac{30}{84}, \frac{24}{84}, \frac{27}{84}$$

Положимъ, что еще требуется привести къ одному знаменателю дроби,

$$\frac{5}{12}; 0,7; \frac{7}{18}; 0,08.$$

Здѣсь надобно 12, 10 и 18 сравнить съ 100; для сего, разложивъ сіи числа на производители

$$100 = 2.2.5.5,\ 12 = 2.2.3,\ 10 = 2.5,\ 18 = 2.3.3.$$

видимъ, что 100 неможетъ быть общимъ знаменателемъ: ибо сіе число нельзя составить изъ 12 и 18; но какъ во 100 противъ 18 нѣтъ производителей 3 . 3, а противъ 12 только 3; то помножаемъ 100 на 3 . 3, и 900=2.2.3.3.5.5 будетъ искомымъ знаменателемъ; имянно:

$$900 = 12 . 3 . 5 . 5 = 12 \times 75,$$
$$900 = 10 . 2 . 3 . 3 . 5 = 10 \times 90,$$
$$900 = 18 . 2 . 5 . 5 = 18 \times 500$$
$$900 = 100 . 3 . 3 = 100 \times 9;$$

слѣд. искомыя дроби суть

$$\frac{375}{900}, \frac{630}{900}, \frac{350}{900}, \frac{72}{900}.$$

§ 94.

Но если данныхъ дробей знаменатели числа простыя, то общій знаменатель по необходимости долженъ равняться произведенію всѣхъ знаменателей. Такъ, для дробей

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$$

самый меньшый общій знаменатель можетъ быть только 2 . 3 . 5 = 30, т. е.

$$30 = (2) . 3 . 5$$
$$30 = (3) . 2 . 5$$
$$30 = (5)\ 2 . 3$$

И такъ должно первой дроби числителя и знаменателя помножить на произведеніе 3 . 5, второй на 2 . 5, третей на 2.3 и потому данныя дроби превращаются въ

$$\frac{15}{30}, \frac{20}{30}, \frac{18}{30}.$$

Вообще *для приведенія дробей*, у коихъ частныя знаменатели суть числа простыя, *къ одному общему, должно числителя и знаменателя каждой изъ нихъ помножать на произведеніе знаменателей всѣхъ прочихъ дробей, кромѣ своего.*

Наконецъ замѣтимъ, что приведеніе къ одному знаменателю, однихъ десятичныхъ дробей, производится по § 93 весьма просто: общимъ знаменателемъ такихъ дробей, всегда можетъ быть наибольшій ихъ знаменатель. Такъ, для дробей

$$0{,}7\,;\ 0{,}08\,;\ 2{,}0345\,;\ 3{,}007.$$

общій знаменатель есть 10000 и самыя дроби превращаются въ

$$0{,}7000\,;\ 0{,}0800\,;\ 2{,}0345;\ 3{,}0070.$$

Дрѣби имѣющія равныхъ знамснателей, называются *однородными.*

§ 95.

Вычисленія, въ коихъ участвуютъ дроби, безпрестанно требуютъ приведенія ихъ къ одному знаменателю. *Во первыхъ*, безъ приведенія, къ общему знаменателю, нельзя узнавать равны ли, или неравны данныя дроби, и которая изъ нихъ самая большая (§ 91, 3). На пр., приведши дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ къ общему знаменателю (30), тотъчасъ видимъ, что $\frac{2}{3}$ есть наибольшая, а $\frac{1}{2}$ наименьшая. Также изъ дробей: 0,1; 0,009; 0,089, первая болѣе всѣхъ прочихъ: ибо, приведши ихъ въ 1000 доли, получимъ

$$0{,}100\,;\ 0{,}090\,;\ 0{,}086.$$

Во вторыхъ, безъ приведенія къ общему знаменателю, нельзя, ни слагать ни вычитать дробей; поелику для этихъ дѣйствій потребны числа однородныя.

Сложеніе и вычитаніе дробей.

§ 96.

Когда дроби имѣютъ одинакихъ знаменателей, тогда для сложенія, или вычитанія оныхъ, должно слагивать или вычитать числители и подъ суммою, или разностію подписать одного изъ знаменателей. Наприм.,

$$\frac{2}{9}+\frac{3}{9}+\frac{5}{9}=\frac{2+3+5}{9}=\frac{10}{9}.$$

Ибо, по (§ 82) $\frac{2}{9}=\frac{1}{9}\times 2$, $\frac{3}{9}=\frac{1}{9}\times 3$, $\frac{5}{9}=\frac{1}{9}\times 5$; сл.

$$\frac{2}{9}+\frac{3}{9}+\frac{5}{9}=\frac{1}{9}\times 2+\frac{1}{9}\times 3+\frac{1}{9}\times 5;$$

а по (§47,1) будетъ

$$\frac{2}{9}+\frac{3}{9}+\frac{5}{9}=\frac{1}{9}\times(2+3+5)=\frac{2+3+5}{9}=\frac{10}{9}.$$

Еще

$$\frac{15}{30}+\frac{20}{30}+\frac{18}{30}=\frac{15+20+18}{30}=\frac{53}{20}.$$

Такимъ же образомъ и вычитаются дроби:

$$\frac{8}{9}-\frac{3}{9}=\frac{8-3}{9}=\frac{5}{9}.$$

Потому что

$$\frac{8}{9}-\frac{3}{9}=\frac{1}{9}\times 8-\frac{1}{9}\times 3=\frac{1}{9}\times(8-3)=\frac{8-3}{9}=\frac{5}{9}$$

Теперь, пусть данны будутъ дроби сложить и вычесть вмѣстѣ:

$$\frac{2}{3}-\frac{7}{9}+\frac{5}{6}-\frac{4}{12}$$

Сперва найдемъ общій знаменатель 36 и превратимъ всѣ сіи дроби въ

$$\frac{24}{36}-\frac{28}{36}+\frac{30}{36}-\frac{12}{36};$$

потомъ нахожу

$$\frac{24}{36}+\frac{30}{36}=\frac{24+30}{36}=\frac{54}{36},$$

и $\frac{28}{36}+\frac{12}{36}=\frac{40}{36}$,

наконецъ

$$\frac{54}{36}-\frac{40}{36}=\frac{14}{36};$$

такъ что

$$\frac{2}{3}-\frac{7}{9}+\frac{5}{6}-\frac{4}{12}=\frac{14}{36}.$$

Если при дробяхъ случатся цѣлыя числа, то тѣ и другія должно складывать и вычитать особо. Вотъ примѣры:

$$5\frac{3}{7}+3\frac{7}{21}-4\frac{5}{14}+2\frac{8}{21}-3\frac{9}{42}$$
$$=5\frac{18}{42}+3\frac{14}{42}-4\frac{15}{42}+2\frac{16}{42}-3\frac{9}{42}$$
$$=10\frac{48}{42}-7\frac{24}{42}=3\frac{24}{42}=3\frac{4}{7}$$

$$0{,}070+5{,}023-6{,}9+5{,}98-3{,}67$$
$$=0{,}070+5{,}023-6{,}900+5{,}980-3{,}670$$
$$=11{,}073-10{,}570=0{,}503.$$

Или располагаютъ десятичныя дроби какъ въ простомъ сложеніи и вычитаніи, ставя однородныя подъ однородными въ одномъ столбцѣ, т. е. цѣлыя числа подъ цѣлыми, десятыя подъ десятыми, сотыя подъ сотыми, тысячныя подъ тысячными и т. д. и начинаютъ сложеніе, или вычитаніе съ самыхъ низшихъ разрядовъ. Такъ, чтобъ сложить 42,012 + 3,07 + 807 + 0,2199 то пишутъ:

$$\begin{array}{r@{,}l} 42&012\\ 3&07\\ 807&\\ 0&2109\\ \hline 852&3019 \end{array}$$

Ибо, если приведемъ дроби къ одному знаменателю, то получимъ:

$$\begin{array}{r@{,}l} 42&0120\\ 3&0700\\ 807&\\ 0&2199\\ \hline 852&3019 \end{array}$$

Такимъ же образомъ, чтобъ вычесть 123,23 — 49,8275, то уменьшаемое, дополнивъ нулями, или что все равно, приведя обѣ дроби къ одному знаменателю, имѣемъ

$$\begin{array}{r} 123,2300 \\ 49,8275 \\ \hline 83,4025 \end{array}$$

И такъ изъ сихъ примѣровъ явствуетъ, что *сложеніе и вычитаніе десятичныхъ дробей, производится, совершенно, по тѣмъ же правиламъ, какъ сложеніе и вычитаніе цѣлыхъ чиселъ.*

§ 97.

Для вычитанія дробей изъ цѣлаго числа, должно, или одну единицу цѣлаго числа, или все цѣлое превратить въ доли данной дроби. Такъ,

$$6 - \frac{7}{12} = 5\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = 5\frac{5}{12}; \text{ или } \frac{6.12}{12} - \frac{7}{12} =$$
$$= \frac{72}{12} - \frac{7}{12} = \frac{65}{12} = 5\frac{5}{12}$$

$$6 - 0{,}0098 = 6{,}0000 - 0{,}0098 = 5{,}9902.$$
$$1 - 0{,}9999 = 1{,}0000 - 0{,}9999 = 0{,}0001.$$

§ 98.

Ежели при дробяхъ находятся цѣлыя числа и дробь вычитаемая болѣе уменьшаемой, тогда сперьва отъ цѣлаго числа послѣдней, должно *занять* единицу и придать къ дроби уменьшаемой, а потомъ уже производить вычитаніе. *Напр.*

$$7\frac{1}{2}-3\frac{2}{3}=7\frac{3}{6}-3\frac{4}{6}=\left(6\frac{6}{6}+\frac{3}{6}\right)-3\frac{4}{6}=$$

$$=6\frac{9}{6}-3\frac{4}{6}=3\frac{5}{6}.$$

Умноженіе дробей.

§ 99.

Умноженіе дробей на цѣлыя числа объяснено уже въ (§ 91,1), и имянно, *чтобъ умножить дробь на цѣлое число, то должно на сіе умножить числителя и подъ произведеніемъ подписать знаменателя, въ заключеніе же исключить цѣлое число, если оно будетъ.* На пр.

$$\frac{5}{7}.3=\frac{5.3}{7}=\frac{15}{7}=2\frac{1}{7}.$$

Ибо $\frac{5}{7}.3=\frac{5}{7}+\frac{5}{7}+\frac{5}{7}=\frac{5+5+5}{7}=\frac{5.3}{7}=\frac{15}{7}.$

Такимъ же образомъ

$$\frac{11}{18}.9=\frac{99}{18}=5\frac{1}{2}$$

Сей выводъ можно получить проще; ибо въ умноженіи $\frac{11}{18}$ на 9, вмѣсто помноженія числителя на 9, можно

(§91,2) раздѣлить знаменателя на 9, отъ чего получится $\frac{11}{2}$ или $5\frac{1}{2}$. Но понятно, что этотъ способъ дѣйствія, имѣетъ мѣсто, въ предложенномъ примѣрѣ, потому только, что знаменатель множимаго дѣлится на множителя; а это невсегда случается, между тѣмъ, какъ установленное выше правило, во всякомъ случаѣ употребительно.

Умноженіе десятичныхъ дробей на цѣлое число производится еще проще. Такъ

$$0{,}37 \,.\, 12 = \frac{37}{100} \,.\, 12 = \frac{37 \,.\, 12}{100} = \frac{444}{100} = 4{,}44$$

$$0{,}009 \,.\, 52 = \frac{9}{1000} \,.\, 52 = \frac{468}{1000} = 0{,}468.$$

т. е. *при умноженіи, десятичной дроби на цѣлое число, должно помножить первое на второе, какъ цѣлыя числа, забывъ запятыя; и въ произведеніи, отъ правой руки, отдѣлить для десятичныхъ столько цыфръ, сколько оныхъ во множимомъ.* На основаніи чего.

$$0{,}00963 \,.\, 10 = 0{,}0963$$
$$0{,}00963 \,.\, 100 = 0{,}963$$
$$0{,}00963 \,.\, 1000 = 9{,}63$$
$$0{,}00963 \,.\, 10000 = 96{,}3$$
$$0{,}00963 \,.\, 100000 = 963$$
$$0{,}00993 \,.\, 100000 = 9630.$$

откуда видимъ, *что для умноженія десятичныхъ дробей на* 10, 100, 1000, 10000...... *должно у первыхъ, отнести только запятую къ правой рукѣ, чрезъ* *одну, чрезъ двѣ, чрезъ три . . . . . вообще чрезъ столько цыфръ, сколько нулей во множителѣ.*

Умноженіе цѣлаго числа на дробь, производится также какъ и дроби на цѣлое число. На пр., чтобъ умножить 12 на $\frac{4}{7}$, то должно умножить 12 на 4 и раздѣлить на 7 т. е. $12.\frac{4}{7}=\frac{12.4}{7}=\frac{48}{7}=6\frac{6}{7}$.

Поелику въ этомъ случаѣ, множитель $\frac{4}{7}=\frac{1}{7}.4$; то произведеніе $12.\frac{1}{7}.4$ должно быть равно седьмой доли отъ 12 взякой 4 раза. Но чтобъ взять седьмую долю отъ 12 то 12, нада уменьшить въ 7 разъ или $\frac{12}{7}$; слѣд.

$$12.\frac{4}{7}=12.\frac{1}{7}.4=\frac{12}{7}.4.$$

Наконецъ, дабы умножить дробь $\frac{12}{7}$, на цѣлое число 4, то по предъидущему § должно 12 умножить на 4 и раздѣлить на 7; посему

$$12.\frac{4}{7}=12.\frac{1}{7}.4=\frac{12}{7}.4=\frac{12.4}{7}=6.\frac{6}{7}$$

И такъ, *чтобъ умножить цѣлое число на дробь, то должно цѣлое умножать на числителя дроби и подъ произведеніемъ подписать знаменателя оной: въ заключеніе же, исключить цѣлое число.* Посему

$$29.\frac{7}{8}=\frac{203}{8}=25\frac{3}{8}$$

$$24.\frac{5}{6}=\frac{120}{6}=20$$

Послѣдній выводъ получится также, если раздѣлимъ 24 на 6, что дастъ 4, и умножимъ сію цыфру на 5.

Но повторяю еще разъ, что это сокращеніе не всегда возможно. Также

$$5 \,.\, 0{,}4 = 2{,}0 = 2$$

$$18 \,.\, 0{,}003 = 0{,}054.$$

§ 100.

Для умноженія дроби на дробь, $\frac{3}{4}$ на $\frac{5}{8}$, должно поступить подобно предыдущему: поелику $\frac{5}{8} = \frac{1}{8}$. 5, то произведеніе $\frac{3}{4} . \frac{1}{8} . 5$ должно быть равно осьмой доли отъ $\frac{3}{4}$, взятой 5 разъ. Но дабы взять одну осьмую долю отъ $\frac{3}{4}$, то должно $\frac{3}{4}$ уменьшить въ 8 разъ, по чему, по (§ 90,2), умножаю знаменателя 4 на 8 или $\frac{3}{4} . \frac{1}{8} = \frac{3}{4.8}$; а чтобы наконецъ имѣть, по условію, дробь въ 5 разъ больше $\frac{3}{4.8}$, то должно умножить числителя 3 на 5; и такимъ образомъ опредѣлимъ требуемое произведеніе $\frac{3.5}{4.8} = \frac{15}{32}$ т. е.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3.5}{4.8} = \frac{15}{32}.$$

И такъ, *чтобъ умножить дробь на дробь, то должно умножать числителя на числителя, а знаменателя на знаменателя, потомъ второе произведеніе сдѣлать знаменателемъ перваго.* На основаніи чего

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{72}$$

$$\frac{8}{15} \cdot \frac{3}{4} = \frac{24}{60} \text{ или по сокращенію} = \frac{2}{9}$$

16

Примѣч. Въ сихъ двухъ случаяхъ произведенія вышли по величинѣ *меньшими множимаго*; а это и немогло быть иначе; поелику въ дѣйствіи берется *часть множимаго числа, означенная дробью множителя.* Еще

$$\frac{8}{12}.\frac{5}{10}=\frac{40}{120}= \text{по сокращеніи } \frac{1}{3}.$$

$$0{,}003.0{,}07=\frac{3}{1000}.\frac{7}{100}=\frac{21}{100000}=0{,}00021$$

$$0{,}563.0{,}09=\frac{563}{1000}.\frac{9}{100}=\frac{5067}{100000}\ 0{,}05067$$

$$0{,}647.0{,}26=\frac{647}{1000}.\frac{26}{100}=\frac{16882}{100000}=0{,}16822$$

Послѣдніе три примѣра научаютъ, что *при умноженіи десятичныхъ дробей должно помножать дробь на дробь, какъ цѣлыя числа, забывъ запятыя, а въ произведеніи, отъ правой руки, отдѣлить для десятичныхъ столько цыфръ, сколько ихъ во множимомъ и множителѣ.*

§ 101.

Наконецъ если при одномъ, или обѣихъ дробныхъ производителяхъ находятся цѣлыя числа, то, чтобъ сей случай подвести къ предыдущему, должно данныя производители обратить въ неправильныя дроби, а потомъ поступать какъ при умноженіи правильныхъ. Чтобъ умножить $7\frac{2}{3}$ на $5\frac{7}{8}$, то во первыхъ превращаю данныя дроби въ равныя имъ: $\frac{23}{3}$ и $\frac{47}{8}$ и потомъ умножаю.

$$\frac{23}{3}\cdot\frac{47}{8}=\frac{23.47}{3.8}=\frac{1081}{24}=45\frac{1}{24}.$$

Этоже умноженіе можно произвесть и по частямъ: сперва умножить 7 на 5; $\frac{2}{3}$ на 5; потомъ 7 на $\frac{7}{8}$ и $\frac{2}{3}$ на $\frac{7}{8}$ и наконецъ сіи четыре произведенія сложить; но такое дѣйствіе будетъ гораздо сложнѣе. Для образца покажетъ оное въ самомъ вычисленіи:

$$\begin{array}{r} 7+\frac{2}{3} \\ 5+\frac{7}{8} \\ \hline 35+\frac{10}{3} \\ +\frac{49}{8}+\frac{14}{24} \\ \hline \end{array}$$

$$35+\frac{10}{3}+\frac{49}{8}+\frac{14}{24}=35+\frac{241}{24}=45\frac{1}{24}:$$

Умноженіе десятичныхъ дробей съ цѣлыми числами производится точно какъ бы цѣлыхъ небыло. Для образца предлагаемъ нѣсколько случаевъ:

$$9,999.0,00008=\frac{999.8}{100000000}=\frac{79992}{100000000}=0,00079992.$$

$$2,00006.5,0003=\frac{200006.50007}{1000000000}=\frac{10000900018}{1000000000}=10,000900018.$$

т. е. при помноженіи десятичныхъ дробѣй съ цѣлыми числами, должно помножать, по прежнему правилу, десятичныя смѣшанныя дроби какъ цѣлыя числа, забывъ запятыя, и въ произведеніи отъ правой руки отдѣлить для десятичныхъ столько цыѳръ, сколько ихъ во множимомъ и и множителѣ.

Дѣленіе дробѣй.

§ 102.

Поелику дѣленіе есть обратное дѣйствіе умноженія, то справедливость слѣдующихъ правилъ, относящихся до разныхъ случаевъ дѣленія дробѣй, доказывается или поверяется умноженіемъ.

Такъ

1. *Чтобъ раздѣлить дробь на цѣлое число*, то должно или *раздѣлиться числитель*, (если онъ дѣлиться на цѣло), *или помножить знаменатель*. Ибо въ томъ и другомъ случаѣ полученное частное число, будучи помножено на дѣлителя даетъ дѣлимое. *Напримѣръ*,

$$\frac{15}{17} : 3 = \frac{15:3}{17} = \frac{5}{17} \text{ ибо } \frac{5}{17} . 3 = \frac{15}{17}$$

Или

$$\frac{15}{17} : 3 = \frac{15}{17.3} = \frac{15}{51} \text{ ибо } \frac{15}{51} \cdot 3 = \frac{45}{51} = \frac{15}{17}$$

Ибо дѣленіемъ дроби на цѣлое число уменьшаемъ ея величину; дробь же есть частное, а частное уменьшится тогда, когда раздѣлится дѣлимое или умножится дѣлитель (§ 46, 1).

Другими словами: чтобъ раздѣлить $\frac{15}{17}$ на 3, то частное должно быть $\frac{1}{3}$-я доля отъ $\frac{15}{17}$; но чтобъ взять $\frac{1}{3}$

часть отъ $\frac{15}{17}$, или все равно, чтобъ получить дробь въ 3 раза меньшую $\frac{15}{17}$, то должно (§ 92, 2) увеличить знаменателя въ 3 раза, или раздѣлить числителя на 3.

На основанiи чего

$$0,5 : 2 = \frac{5}{10} : 2 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$0,006 : 3 = \frac{6}{1000} : 3 = \frac{6}{3000} = \frac{2}{1000} = 0,002$$

$$0,009 : 3 = \frac{9}{1000} : 3 = \frac{9}{3000} = 0,003$$

$$0,018 : 4 = \frac{18}{1000} : 4 = \frac{18}{4000} = \frac{9}{2000}$$

Сiи четыре примѣра показываютъ, *чтобъ раздѣлить десятичную дробь на цѣлое число, то должно къ цѣлому приписать столько нулей, сколько содержиться цыфръ въ десятичной дроби и потомъ на это цѣлое раздѣлить числа десятичныя, какъ цѣлыя, забывъ запятыя; въ заключенiе же дробь сократить, если это возможно.*

§ 103.

2. Чтобъ раздѣлить цѣлое число на дробь, *то должно цѣлое число умножить на знаменателя и произведенiе раздѣлить на числителя, а буде возможно, то и исключить цѣлое число.* Такъ

$$12 : \frac{7}{9} = \frac{12.9}{7} = \frac{108}{7} = 15\frac{3}{7} \text{ ибо } \frac{12.9}{7} \times \frac{7}{9} = \frac{12.9.7}{7.9} = 12$$

$$9 : \frac{3}{7} = \frac{9.7}{3} = \frac{63}{3} = 21; \text{ ибо } 21 . \frac{3}{7} = 3 . 3 = 9.$$

Ибо, чтобъ раздѣлить 12 на $\frac{7}{9}$, то должно найти, сколько разъ $\frac{7}{9}$ содержится въ 12 единицахъ: по поелику $\frac{7}{9}=\frac{1}{9}.7$ и $\frac{1}{9}$ содержится въ единицѣ 9 разъ, а въ 12 единицахъ въ 9 разъ большее число 12 или 12.9; то $\frac{7}{9}$, будучи въ 7 разъ больше $\frac{1}{9}$, должны въ 12.9 заключаться въ 7 разъ меньше или $\frac{12.9}{7}=\frac{108}{7}=15\frac{3}{7}$; т. е.

$$12:\frac{7}{9}=\frac{12.9}{7}=15\frac{3}{7}.$$

Замѣтимъ теперь: поелику вмѣсто дѣленія 12 на $\frac{7}{9}$, дѣлимое 12 умножается на $\frac{9}{7}$, посему можно сказать также, что *для раздѣленія цѣлаго числа на дробь должно умножить цѣлое число на обращенную дробь дѣлителя.* На основаніи чего

$$8:0{,}5=8:\frac{5}{10}=\frac{80}{5}=16$$

$$11:0{,}11=11:\frac{11}{100}=\frac{1100}{11}=100$$

и проч.

Сіи два примѣра показываютъ, чтобъ раздѣлить цѣлое число на десятичную дробь, *то должно къ цѣлому приписать столько нулей, сколько содержится десятичныхъ цыфръ въ дѣлителѣ; и потомъ раздѣлить оное на числа десятичныя, какъ на цѣлыя, въ заключеніе же изъ неправильной* *исключить цѣлое число*. Это все тоже значить, что десятичную дробь во первыхъ должно привесть въ одинакія или однородныя части съ цѣлыми, а потомъ поступить какъ при дѣленіи цѣлыхъ.

На основаніи сего правила разрѣшается также и недоконченный вопросъ (§ 93):

$$x = 13 : \frac{105}{1000} = \frac{13000}{105} = 125.$$

§ 105.

3. Умноженіе дроби на дробь производится чрезъ умноженіе ихъ числителей и знаменателей; слѣд. для дѣленія дробей должно раздѣлить числителя на числителя, а знаменателя иа знаменателя. Такъ

$$\frac{5}{3} : \frac{7}{11} = \frac{5:7}{3:11}$$

ибо частное $\frac{5:7}{3:11}$, умноженное на дѣлителя $\frac{7}{11}$, должно дать данную дробь дѣлимаго $\frac{5}{3}$. И дѣйствительно

$$\frac{5:7}{3:11} \cdot \frac{7}{11} = \frac{\frac{5}{7} \cdot 7}{\frac{3}{11} \, 11} = \frac{\left(\frac{5.7}{7}\right)}{\left(\frac{3 \, . \, 11}{11}\right)} = \frac{5}{3};$$

потому что $\frac{7}{7}$ и $\frac{11}{11} = 1$.

Но какъ по большой части показанное дѣленіе числителей и знаменателей не можетъ быть произведено на цѣло, то дѣленіе числителя замѣняется умноженіемъ на знаменателя, а дѣленіе знаменателя — помноженіемъ на числителя (§ 92, 1, 2) имянно:

$$\frac{5}{3} : \frac{7}{11} = \frac{5.11}{3.7} = \frac{55}{21} = 2\frac{13}{21};$$

ибо

$$\frac{5.11}{3.7} \cdot \frac{7}{11} = \frac{5.11.7}{3.7.11} = \frac{5}{3}.$$

Причина этого объясняется еще слѣдующимъ: раздѣлить дробь на дробь: $\frac{2}{5}$ на $\frac{3}{8}$ значитъ узнать, сколько разъ $\frac{3}{8}$ содержится въ $\frac{2}{5}$. Но поелику данныя дроби выражены въ разныхъ частяхъ единицы, по этому ихъ неудобно сравнивать, а надлежитъ во первыхъ привести къ одному знаменателю; и за тѣмъ уже раздѣлить числителя на числителя, а знаменателя на знаменателя. Такъ

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{8} = \frac{2.8}{5.8} : \frac{3.5}{5.8} = \frac{2.8:3.5}{5.8:5.8}$$

Но знаменатель $5.8:5.8 = \frac{5.8}{5.8} = 1$ слѣд. остается

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{8} = 2.8:3.5 = \frac{2.8}{3.5} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}.$$

Другими слогами: для раздѣленія дроби $\frac{2}{3}$ на $\frac{3}{8}$ раздѣлимъ сперва $\frac{2}{5}$ на 3 и получаемъ $\frac{2}{5.3}$; но это частное меньше дѣйствительнаго въ 8 разъ, потому что принятый дѣлитель 3, больше настоящаго дѣлителя $\frac{1}{8}$. 3, въ 8 разъ; и такъ, чтобъ найти вѣрное частное, то надлежитъ $\frac{2}{5.3}$ увеличить въ 8 разъ; слѣд. будетъ

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{8} = \frac{2}{5.3} \cdot 8 = \frac{2.8}{5.3}$$

изъ всѣхъ показанныхъ объясненій выводимъ слѣдующее общее правило: *чтобъ раздѣлить дробь на дробь, то должно перемножить на-вкрестъ числителя дѣлимой дроби на знаменателя дѣлителя, а числителя сего на знаменателя дѣлимой, и второе произведеніе сдѣлать знаменателемъ перваго.* Или выражаясь кратче, *должно умножить дробь составляющую дѣлимое, на обратную дробь составляющую дѣлителя.* Еще примѣры:

$$\frac{64}{40} : \frac{5}{6} = \frac{384}{200} = \frac{122}{100} = 1{,}92$$

$$0{,}002 : 0{,}007 = \frac{2}{1000} : \frac{7}{1000} = \frac{2}{7}$$

$$0{,}1512 : 0{,}12 = \frac{1512}{10000} : \frac{12}{100} = \frac{1512 : 12}{100} = \frac{126}{100} = 1{,}26$$

$$0{,}18144 : 0{,}6 = \frac{18144}{100000} : \frac{6}{10} = \frac{18144 : 6}{10000} = \frac{3024}{10000} = 0{,}3024.$$

Послѣднія два примѣра научаютъ, чтобъ раздѣлить десятичную дробь на десятичную, *изъ коихъ у первой дольше цыфръ нежели во второй, то должно числа десятичныя дѣлить, какъ цѣлыя, и въ частномъ отмѣтить для десятичныхъ, съ правой руки, столько знаковъ, сколько выходитъ еди-*

ницъ въ разности между числомъ десятичныхъ цыфръ дѣлимаго и дѣлителя.

Если же десятичныя числа и недѣлятся на цѣло, но мы пожелаемъ ограничиться приближенiемъ показаннаго числа десятичныхъ цыфръ частнаго, то и въ такомъ разѣ *придерживаемся* установленнаго правила; при чемъ *остатокъ дѣлимаго*, послѣ того дѣйствiя, на которомъ должно остановиться наше частное, *принебрегаемъ*, какъ бы совсѣмъ его не было, по причинѣ незначительной его величины. Въ противномъ же случаѣ должны поступать по общему правилу дѣленiя дробей такъ:

$$0{,}71215 : 0{,}9 = \frac{71215}{100000} : \frac{9}{10} = \frac{712150}{900000} = \frac{71215}{90000}$$

$$0{,}8 : 0{,}03 = \frac{8}{10} : \frac{3}{100} = \frac{800}{30} = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$$

Сiи два примѣра научаютъ, что вообще *при дѣленiи десятичныхъ дробей, сначала должно привести обѣ дроби къ одному знаменателю, и потомъ числителя первой раздѣлить на числителя второй, какъ цѣлыя числа.*

§ 106.

4. Наконецъ, если нужно *цѣлое число съ дробью раздѣлить просто на цѣлое число, или на цѣлое съ дробью*, то смѣшанныя дроби приводятся въ неправильныя и потомъ дѣлятся какъ выше показано.

Напр., чтобъ раздѣлить $12\frac{3}{4}$ на $6\frac{2}{3}$, то данныя дроби превращаю въ равныя имъ $\frac{51}{4}$ и $\frac{20}{3}$ и произвожу дѣленіе, по общимъ правиламъ; такъ,

$$\frac{51}{4}:\frac{20}{3}=\frac{51.3}{20.4}=\frac{153}{80}=1\frac{73}{80}$$

$$4\frac{7}{11}:15\frac{5}{8}=\frac{308}{11}:\frac{125}{8}=\frac{408}{1375}$$

$$2,8:3,005=\frac{28000}{3005}=\frac{560}{601}$$

$$19,955:3,07=\frac{19955}{1000}:\frac{307}{100}=\frac{199500}{3070}=6\frac{1}{2}.$$

Замѣч. Всякой разъ, когда въ дѣленіи *дѣлитель есть дробь*, то частное больше дѣлимаго; ибо тогда частное происходитъ отъ умноженія дѣлимаго *на обращеннаго дѣлителя*, которая въ такомъ случаѣ будетъ числомъ большимъ единицы.

$$356,521:10=\frac{356521}{10000}:10=\frac{356521}{10000}=35,6521.$$

$$356,521:100=\frac{356521}{1000}:100=\frac{356521}{100000}=3,56521.$$

$$356,521:1000=\frac{356521}{1000}:1000=\frac{356521}{1000000}=0,356521.$$

$$356,521:10000=\frac{356521}{1000}:10000=\frac{356521}{10000000}=0,0356521.$$

$$356,521:100000=\frac{356521}{1000}:100000=\frac{356521}{100000000}=0,00356521.$$

Сіи пять примѣровъ показываютъ, что *для раздѣленія десятичной дроби* на 10, 100, 1000,... *должно* *у дѣлимой десятичной дроби только переставлять запятую, къ лѣвой руки, чрезъ одну, чрезъ двѣ, чрезъ три . . . . ., вообще чрезъ столько цыфръ, сколько нулей въ дѣлителѣ.*

§ 106.

Поелику

$$\left(\frac{5}{9}\right)^2 = \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{5^2}{9^2}$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{5^3}{7^3},$$

посему для возвышенія въ квадратъ, или въ кубъ дроби, должно возвышать въ квадратъ и кубъ ея числитель и знаменатель; слѣд. обратно 1-е, для извлеченія квадратнаго корня изъ дроби надобно извлекать корни изи числителя и знаменателя. На пр.

$$\sqrt{\frac{81}{49}} = \frac{9}{7}; \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}; \sqrt{0,35} = 0,5.$$

Ибо

$$\left(\frac{9}{7}\right)^2 = \frac{81}{49}; \ (0,5)^2 = 0,35 \text{ и проч.}$$

Но какъ всего чаще случается, что знаменатели извлекаемыхъ дробей небываютъ полными квадватами, то для избѣжанія двухъ извлеченій, знаменатель всегда *дѣлается полнымъ квадратнымъ числомъ*, посредствомъ умноженія числителя и знаменателя дроби на знаменателя. Такъ

$$\sqrt{\frac{5}{7}} = \sqrt{\frac{35}{49}} = \sqrt{\frac{35}{7}} \text{ и прочее.}$$

Правило сіе относится и къ десятичнымъ дробямъ; но чтобъ не увеличивать чиселъ безъ надобности, должно числителя и знаменателя помножать на 10. и пр. На пр.

$$\sqrt{0,5} = \sqrt{0,50} = \frac{\sqrt{50}}{10}, \sqrt{0,005} = \sqrt{,0,0050} = \frac{\sqrt{50}}{100} \text{ и пр.}$$

2. Извлеченіе кубичнаго корня изъ дроби, производится посредствомъ извлеченій сихъ корней изъ числителя и знаменателя. Но для сокращенія, числитель и знаменатель данной дроби, помножаются на квадратъ знаменателя, или на 10 и 100, когда дробь десятичная. Такъ

$$\sqrt[3]{\frac{5}{7}} = \sqrt[3]{\frac{5 . 49}{7^3}} = \frac{\sqrt[3]{245}}{7},$$

$$\sqrt[3]{0,5} = \sqrt[3]{0,500} = \frac{\sqrt[3]{500}}{10}$$

$$\sqrt[3]{0,73} = \sqrt[3]{0,730} = \frac{\sqrt[3]{730}}{70}$$

и пр.

ОТДѢЛЕНІЕ II.

Вычисленія приближенныя.

§ 107.

Ежели встрѣтится дробь, которой числитель и знаменатель суть числа многосложныя и которыя не сокращаются, то ее можно превращать въ простѣйшую при-