

УДК 539.124

К ТЕОРИИ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПЕРЕДАЧАХ ИМПУЛЬСА ВНЕШНЕМУ ПОЛЮ

Н.В. Бондаренко, Н.Ф. Шульга

Харьковский Национальный Университет,
пл. Свободы 4, Харьков 61077, Украина
Институт Теоретической Физики

Национальный Научный Центр "Харьковский Физико-Технический Институт",
ул. Академическая 1, Харьков 61108, Украина

Поступила в редакцию 14 января 2001 г.

Для задачи об однократном тормозном излучении релятивистского электрона в произвольном внешнем поле получено решение, справедливое при произвольных углах рассеяния. Найденная формула содержит как частные случаи предел факторизации сечения излучения и случай углов рассеяния много меньших, чем углы излучения (дипольное приближение).

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: тормозное излучение электронов, эйкональное приближение, произвольные значения переданных импульсов.

Задача о тормозном излучении релятивистского электрона во внешнем поле очень важна для всей физики высоких энергий. Она является существенно квантовой, в первую очередь из-за сильного эффекта отдачи при излучении жесткого фотона. Помимо корпускулярно-квантовых свойств фотона, в задаче имеются волновые квантовые эффекты для начального и конечного электронов, движущихся во внешнем электромагнитном поле. Эти эффекты также необходимо учитывать в случае когда внешнее поле является микроскопическим – например, поле атома или иона.

Обстоятельством, сильно упрощающим теоретическое описание волнового движения электронов, а также вычисление амплитуды перехода между ними с однократным излучением фотона, является то, что при высокой энергии траектории электронов в поле, точнее, линии лучей в их быстро осциллирующих волновых функциях, близки к прямым. Более того, все три частицы – начальный, конечный электроны и фотон, – движутся в близких направлениях.

Первое обстоятельство позволяет находить волновые функции электронов в эйкональном приближении, когда за счет поля на каждой из параллельных траекторий по отдельности лишь набирается фаза волновой функции в виде интеграла от потенциала поля по продольной декартовой координате z . Второе – близость направлений движения начального и конечного электронов, – позволяет использовать для их эйкональных волновых функций единую продольную координату.

Однако, реализовать последнюю возможность можно двумя различными способами, и это приводит к двум, вообще говоря, неэквивалентным подходам в теории. Первая возможность – когда длина когерентности (величина, обратная типичному продольному импульсу, передаваемому полю [1]) для типичных переданных импульсов пропорциональна энергии, значительно превышает протяженность внешнего поля. Тогда фактором $e^{iq_z z}$ декогерентности импульсов частиц в реакции в пределах поля можно пренебречь. Кроме того, в пределе $E \rightarrow \infty$ типичный угол $\theta_{pp'}$ между импульсами P и P' начального и конечного электронов стремится к нулю, и при коллинеарных дополнительных траекториях их эйкональные фазы складываются в полную фазу, не зависящую от z , а только от прицельных параметров. В результате, по z можно произвести интегрирование, и матричный элемент процесса излучения выражается через эйкональную амплитуду упругого рассеяния в представлении прицельных параметров – происходит так называемая факторизация сечения излучения.

Факторизационная формула является асимптотической при $E \rightarrow \infty$, $q, k_{\perp} = \text{const}$. В условиях конечной энергии, протяженных полей, или событий с большими поперечными импульсами она может оказаться неудовлетворительной. В этом случае возможен другой подход. Если включить в рассмотрение малые поперечные отклонения (в первую очередь $\theta_{pp'}$), то можно использовать их как источник сходимости подынтегрального выражения с эйкональными волновыми функциями при больших z . В окончательной формуле, опять, отклонением $\theta_{pp'}$ можно пренебречь. Соответствующая формула часто называется дипольным приближением [2,3] (для микроскопического поля авторы [2] используют термин "случай II").

Однако, хотя таким образом и достигается выход за рамки факторизации, дипольную формулу нельзя считать во всех отношениях более общей. Это ясно уже из того, что учет углов рассеяния лишь как возмущения не может в полной мере отразить зависимость от них характерных знаменателей, происходящих от внешних

электронных линий. Такие знаменатели хорошо учитываются в теории возмущений и в факторизационной формуле. Этот недостаток сказывается как только углы рассеяния и излучения становятся сравнимыми.

Факторизационную и дипольную формулы можно рассматривать как взаимно дополняющие. В таком виде теория достигла значительных успехов при описании разнообразных процессов в веществе. Однако, хотя данного состояния теории достаточно для описания наиболее элементарных явлений, нельзя признать его удовлетворительным для всех задач при высокой энергии.

В настоящей работе мы предлагаем подход, позволяющий с единых позиций описывать процесс тормозного излучения при произвольном соотношении между длиной когерентности и протяженностью поля, и между углами рассеяния и излучения. Единственным условием, от которого мы не будем здесь отказываться ввиду его особого удобства с точки зрения применения результата на практике, будет то, что эйкональная фаза достаточно слабо зависит от угла отклонения электрона как при излучении, так и при рассеянии. Отметим только, что в принципе и это ограничение могло бы быть снято, но это требует более основательного подхода, и соответственно, большего объема изложения.

АМПЛИТУДА ПРОЦЕССА ИЗЛУЧЕНИЯ

Если мы хотим в полной мере учесть зависимость матричного элемента от поперечных импульсов, то следует иметь ввиду, что зависимость эта имеет различный характер для вкладов от области непосредственного действия поля и от внешних электронных линий. При этом, конечно, между внутренней и внешней областями нет резкой границы, а когерентность быстро осциллирующих волновых функций делает их разделение еще более трудным. Поэтому при вычислении необходимо проявить достаточную гибкость.

Мы исходим из представления Фарри для матричного элемента излучения единичного фотона электроном в произвольном внешнем поле, которое будем считать электростатическим $V = V(\mathbf{r})$, $A = 0$:

$$M_{fi} = -ie\sqrt{4\pi} \int d^3r e^{-ikr} \bar{\psi}_f(\mathbf{r}) \hat{\epsilon}^* \psi_i(\mathbf{r}). \quad (1)$$

Волновые функции ψ_i , ψ_f начального и конечного электронов мы нормируем так, что в их асимптотических состояниях плосковолновые составляющие имеют вид

$$u_i e^{ipr}, u_f e^{ip'r},$$

где $\bar{u}_i u_i = \bar{u}_f u_f = 2m$, а волновая функция фотона – плоская волна $e^{\mu} e^{ikr}$, $e_{\mu}^* e^{\mu} = 1$. Соответственно, дифференциальное сечение процесса выражается через квадрат матричного элемента формулой

$$d\sigma = \delta(E - E' - \omega) \frac{1}{(2\pi)^5 2p} |M_{fi}|^2 \frac{d^3k}{2\omega} \frac{d^3p'}{2E'} \quad (2)$$

Исходя из представления (1) и волновых уравнений, которым удовлетворяют функции ψ_i , ψ_f , можно получить следующее выражение для M_{fi} в эйкональном приближении:

$$M_{fi} = \sqrt{4\pi e} \bar{u}_f \left(\frac{(2Ek_{\perp} + \omega q_{\perp}) I_{\perp} + \omega J}{pk \cdot p'k} \hat{\epsilon}^* + \frac{\gamma^0 \hat{I}_{\perp} \hat{\epsilon}^*}{pk} + \frac{\hat{\epsilon}^* \hat{I}_{\perp} \gamma^0}{p'k} \right) u_i, \quad (3)$$

$$I_{\perp}(q) = \int d^3r e^{iqr + i\chi_0(b)} F_{\perp}, \quad (4)$$

$$J(q) = -iq_z \int d^3r e^{iqr + i\chi_0(b)} \left(\int_{-\infty}^z dz' F_{\perp} \right) \left(\int_z^{\infty} dz' F_{\perp} \right), \quad (5)$$

где используются стандартные обозначения

$$q = p - p' - k, \chi_0(b) = -\int_{-\infty}^{\infty} dz' V(b, z'), F_{\perp} = -\nabla_{\perp} V.$$

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СЛУЧАИ И КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ

Мы опустили вывод формулы (3), но важно хотя бы post factum удостовериться, что функционально она отвечает необходимым требованиям. Прежде всего, проверим предельное соответствие (3) с известными формулами.

Начнем с факторизационного предела. Легко видеть, что при выполнении условия $q_z L \ll 1$ интеграл (4) редуцируется в

$$I_{\perp}(q) \xrightarrow{q_z L \rightarrow 0} -q_{\perp} \int d^2b e^{iqb + i\chi_0(b)},$$

а (5) за счет фактора q_z обращается в нуль:

$$J(q) \xrightarrow{q_z L \rightarrow 0} 0.$$

Таким образом, матричный элемент превращается в выражение

$$M_{fi} = \sqrt{4\pi e} \bar{u}_f \left(2 \left(\frac{E'}{pk} - \frac{E}{p'k} \right) \hat{e}^* + \frac{\gamma^0 \hat{q}_\perp \hat{e}^*}{pk} - \frac{\hat{e}^* \hat{q}_\perp \gamma^0}{p'k} \right) \int d^2 b e^{iqb + i\chi_0(b)} u_i, \quad (6)$$

$$\propto M^{rad} a^{eik}(q)$$

соответствующее теореме о факторизации, причем еще раз напомним, что это соответствие имеет место для любых значений поперечных импульсов.

Далее, при условии $q \ll k_\perp, m$ знаменатели редуцируются как

$$pk \approx E'q_z, \quad p'k \approx Eq_z,$$

и выражение (3) переходит в дипольную формулу

$$M_{fi}^{(d)} = \frac{\sqrt{4\pi e}}{q_z} \bar{u}_f \left(\frac{2k_\perp I_\perp}{E'q_z} \hat{e}^* + \frac{\gamma^0 \hat{I}_\perp \hat{e}^*}{E'} + \frac{\hat{e}^* \hat{I}_\perp \gamma^0}{E} \right) u_i. \quad (7)$$

Наконец, обсудим калибровочную инвариантность. Представление главного приближения для матричного элемента в виде (3), в сущности, не предполагает какой-либо фиксации калибровки, а только основано на предположении, что e^μ имеет компоненты порядка единицы в данной системе координат, так что выделенные в (3) слагаемые имеют свой «естественный» порядок величины. Соответственно, можно ожидать, что в рамках калибровочной инвариантности допустимо добавление к поперечным поляризациям фотона временных и продольных компонент порядка единицы.

Это подтверждается прямой проверкой, причем оказывается, что с данной точностью калибровочная инвариантность имеет место для каждого из трех слагаемых в (3) по отдельности. Например, для первого слагаемого подстановка $e^\mu \rightarrow C k^\mu / \omega$ приводит его к

$$\bar{u}_f \hat{e} u_i \rightarrow \frac{C}{\omega} \bar{u}_f \hat{k} u_i \sim \frac{C}{\omega} \sqrt{\frac{1}{4} Sp(\hat{p}' + m) \hat{k} (\hat{p} + m) \hat{k}} = \frac{C}{\omega} \sqrt{2p'k \cdot pk} \sim C \frac{m^2}{\omega}, \quad (8)$$

что является малой величиной по сравнению с

$$\bar{u}_f \hat{e}_\perp u_i \sim \sqrt{\frac{1}{4} Sp(\hat{p}' + m) \hat{e} (\hat{p} + m) \hat{e}} = \sqrt{2p'e \cdot pe + (m^2 - pp')} \sim m,$$

если $C \ll \gamma$ – т. е., как раз в соответствии с точностью приближения¹.

Поскольку согласно (8) вклады равных по модулю продольной и временной поляризаций, взятых с разными знаками, сокращаются, появляется надежда при суммировании сечения по поляризациям фотона использовать индефинитную метрику, в которой происходит сокращение квадратов нефизических поляризаций. Однако, в действительности такая возможность отсутствует.

Причина заключается в том, что в то время как разность вкладов временных и продольных фотонов в амплитуду мала, сами они велики:

$$\bar{u}_f \gamma^0 u_i \approx \bar{u}_f \gamma_z u_i \sim \sqrt{2EE'}.$$

Как следствие, разность квадратов амплитуд от нефизических состояний

$$(\bar{u}_f \gamma^0 u_i)^2 - (\bar{u}_f \gamma_z u_i)^2 \approx 2\bar{u}_f \gamma^0 u_i \cdot \bar{u}_f \hat{k} / \omega u_i \sim \frac{\sqrt{2EE'}}{\omega} m^2$$

оказывается того же порядка величины, что и квадрат амплитуды для чисто поперечного фотона.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ

Для практического применения формулы (3) нужно получить соответствующее дифференциальное сечение процесса. При этом, в простейшем варианте, можно ограничиться сечением, усредненным по поляризациям электронов и фотона. Однако, как отмечалось в предыдущем разделе, для усреднения по поляризациям фотона, вообще говоря, нельзя использовать индефинитную метрику. К счастью, в ультрарелятивистском случае, к которому относится формула (3), не составляет большого труда вычислить шпур с учетом поляризации фотона, а затем просуммировать по поляризациям. Конечный результат может быть представлен в виде

¹ На самом деле, конечно, можно было бы и приближенную формулу представить в строго, или с какой угодно точностью, калибровочно-инвариантной форме. Однако, ценой этого для нас было бы добавление к простому выражению (3) большого количества слагаемых, которые вообще говоря, малы. Это привело бы лишь к неоправданному усложнению записи результата.

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{8\pi^2 EE'}{(pk \cdot p'k)^2} \left\{ \left| \frac{m\omega}{EE'} \alpha \right|^2 + |\alpha \theta_{pk} - 2pkI|^2 + |\alpha \theta_{p'k} - 2p'kI|^2 \right\}, \quad (9)$$

где введены обозначения

$$\theta_{pk} = \frac{1}{\omega} k_{\perp}, \quad \theta_{p'k} = \theta_{pk} - \theta_{pp'} = \frac{1}{\omega} k_{\perp} - \frac{1}{E'} p'_{\perp},$$

$$\alpha = (2Ek_{\perp} + \alpha q_{\perp}) I_{\perp} + \alpha J.$$

Выражение (9) близко по записи к формуле для сечения образования электронно-позитронных пар γ -квантом в кулоновском поле (формула (95.11) в [4]). Более близкой или общей аналогии, к сожалению, нет. Случай кулоновского поля – единственная задача, которая может быть решена вне рамок факторизационного или дипольного приближений. Конечно, в кулоновском поле аналогичная формула может быть записана и для обсуждаемого здесь случая излучения, но тогда в недипольной области сечение сводится к Бете-Гайтлеровскому, так что фактически используется формула является более простой, чем (9). Для пар же область $q \sim m$ действительно оказывается несводимой ни к дипольной формуле², ни к факторизационной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы имеем теорию однократного тормозного излучения релятивистских электронов, справедливую во всем спектре углов излучения и рассеяния (малых по сравнению с единицей). Используемым упрощающим предположением, позволяющим представить результат в квадратурах, была возможность эйконоального представления волновых функций электронов в пределах области действия внешнего поля.

Полученная формула для амплитуды процесса сходна с дипольной формулой, а также с борновским приближением (и переходит в них при соответствующих условиях). Новая, более общая формула, с одной стороны, полностью отражает структуру знаменателей, подобно борновской (факторизационной) формуле, и с другой стороны, так же как в дипольной формуле, в числителе происходит замена $q \rightarrow I$, учитывающая нетривиальную динамику электрона в поле во время излучения. Отметим также появление поправки J , не имеющей аналогов в старых моделях, и нарушающей пропорциональность M_{fi} вектору $I_{\perp}$, аккумулирующему всю зависимость от внешнего поля.

В случае сечения для представления результата в компактной форме требуется принципиально новая запись, не похожая на сечение Бете-Гайтлера, эталонное для старой теории тормозного излучения при высоких энергиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тер-Микаелян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН Арм ССР. 1969. 457 с.
2. Байер В.Н., Катков В.М. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1989. 400 с.
3. Ахизер А.И., Болдышев В.Ф., Шульга Н.Ф. // ЭЧАЯ 1979. Т. 10, с. 52
4. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 704 с.

TO THE THEORY OF BREMSSTRAHLUNG FROM RELATIVISTIC ELECTRONS AT ARBITRARY MOMENTUM TRANSFERS TO THE EXTERNAL FIELD

N.V. Bondarenko, N.F. Shul'ga

Kharkov National University

4 Svobody Sq., Kharkov 61077, Ukraine

Institute for Theoretical Physics

National Science Centre "Kharkov Institute of Physics and Technology"

1 Akademicheskaya St., Kharkov 61108, Ukraine

For the problem of single bremsstrahlung of relativistic electrons in arbitrary external field a solution is obtained, which is valid at arbitrary scattering angles. The found formula includes the bremsstrahlung cross-section factorization limit and the case of scattering angles much less than radiation ones (dipole approximation).

KEY WORDS: electron bremsstrahlung, eikonal approximation, arbitrary momentum transfer.

² Если подразумевать под дипольным приближением для процесса образования пар подход, аналогичный случаю излучения, то результат практически сводится к борновскому приближению. Причина этого заключается в том, что для нейтральной в целом системы, каковой является электрон-позитронная пара, полная эйконоальная фаза равна нулю.

УДК 539.17, 518.12

IMPLEMENTATION OF A GENETIC ALGORITHM FOR ANALYZING SPECTRA OF QUANTUM SYSTEMS

V. Yu. Korda

*Scientific and Technological Center of Electrophysics, National Academy of Sciences of Ukraine
61002 Kharkov, 28 Chernyshevsky St., , P.O.BOX 8812, Ukraine*

Received 5 February 2001

Genetic algorithm is applied to the problem of automatic spectral analysis of quantum systems. The negative pressure selection method is proposed for the efficient exploration of many local optima in parallel. The developed software is able to find the minimum set of energy levels which corresponds to the set of spectrum lines analyzed.

KEY WORDS: energy levels, spectrum lines, genetic algorithm.

The experimentally measured spectra of (nuclear, atomic, molecular) quantum systems usually consist of a huge number of (emission, absorption) lines the frequencies of which are uniquely determined by differences between energies of two levels of the system. The number of lines can substantially exceed the number of energy levels because a number of transitions is allowed from the one level. In general case, the analysis of spectra is a complicated and hard process waiting to be automated.

The task can be divided on two parts: the search for the minimal number of levels generating the given spectrum, and the determination of quantum numbers of levels found. On the first stage, for the given set of real values $\{x_i\}$ we look for the minimal set of real values $\{y_i\}$ which satisfy the condition: $x_i = y_j - y_k$. During this process we should take into account the errors of experimental methods and the possible equivalence of different sets of $\{y_i\}$. This problem is evidently NP-complete because the deterministic search for the solution requires the number of machine operations which increases exponentially with the number of lines increasing.

In recent years more attention is paid to those search methods which, from the one hand, are aimed on obtaining a number of quite optimum solutions instead of the only one highly precise (the property of populationality of the method), and, from the other hand, are well adapted to the highly parallel processor architecture (the property of parallelity of the method). The one of the optimization methods which combine the mentioned features is called a genetic algorithm (GA) [1,2] (the brief and accessible introduction to GAs is given in [3]). GA treats an optimization problem as a selection of the fittest set of parameters under optimization. But GA does not simply use the Darwinian idea of biological evolution by the selection of the fittest, it even mimics the details of mechanisms via which that evolution occurs: mutation and mating. From the evolutionary point of view, the deterministic methods of optimization are totally hereditive because each the new function evaluation is wholly determined by the previous one. At the same time the random search approaches are absolutely mutative because any consequent fitness evaluations are totally independent. Following the biological example, GA encapsulates mutation and heredity the way which can be easily tuned to fit almost any optimization problem [4-6]. Therefore, we can hope that GA could be the approach of choice for automatic analysis of spectra of quantum systems.

PROBLEM ENCODING

The crucial step in constructing GA for any problem is to decide what objects and how should be encoded. The way of encoding should provide for easy translation from genotype to phenotype and efficient performance of mutation and mating operators. In our problem each line can be treated as the one-dimensional segment of some length. All lines are different, so the lengths of segments are different too. Any configuration of energy levels can be created by connecting segments with each other. The smaller number of connection points the smaller set of energy levels. Position of the particular line in the set of levels can be described by 4 parameters: the number of this line in the predefined list of lines, the number of the line with which this line must be concatenated and two instructions pointing at which ends of these two lines the concatenation must be performed. For instance, the following set of parameters (+2, -5) informs that the right-hand (or the upper) side of the line numbered as 2 in the list must be connected to the left-hand (or the lower) side of the line numbered as 5 there. This way we can encode the connections between lines rather than lines themselves. For the sake of simplicity we shall name a set of parameters (n, m) where n and m are signed integers as a "cene" which is the shortening from a "computer gene". Then we shall refer to genome as cenome and genotype as cenotype. Note that such encoding has some peculiarities. For instance, the combination $\dots(+1, +2)\dots(-2, -1)\dots$ is invalid because all lines are different by definition; the combination $\dots(+1, +2)\dots(-2, +3)\dots(-3, -1)\dots$, if valid, is internally closed and can cause the break of the set of levels; etc. In order to reduce the amount of data encoded in a cene we shall place cenes in a cenome in the order the lines appear in the predefined list. Thus the sequence of cenes (+1, -5)(-1,

+7)... means that the line number 1 is connected with the line number 5 while the line number 2 is linked with the line number 7, etc.

The simplest procedure of building the set of levels from the set of lines is as follows: place the first line (not necessarily the line number 1 from the list) on the real axis; connect the second line to the first one; connect the third line to the one of the previously set lines; etc. So, the first stage in translating cenotype to phenotype is to permute cenes in cenome in the order the lines can be consecutively connected to each other. It should be noted that, due to the mentioned above peculiarities of the encoding used, not all cenomes allow such reordering. Therefore, if cenome of given individual causes disconnection in the sequence of adding the lines to each other, such individual is removed from the population.

MUTATION OPERATION

Mutation is a major GA operator making the evolution possible (regardless the nature of that evolution). Without crossover GA usually works but without mutation it does not work at all. Frequency of mutation determines the degree of inheritance: if it is too high the heredity is almost absent and GA becomes one of the stochastic methods; if it is too low the heredity is almost total and GA appears one of the deterministic approaches. Maximum speed of evolution (minimum number of fitness evaluations) occurs when the frequency of mutation acquires some optimum value at the middle. This value cannot be estimated in general for any problem.

Mutation operation for the encoding used appears as a complex event in which the signs of parameters and the number of connection line in a cene can be varied independently. In our approach, the probability of mutation is measured as the number of replicated cene's parameters (two signs and connection line) one of which, on average, is changed. This number is treated as a mutation gene and is incorporated in a cenome as a parameter under optimization. The initial value of mutation gene is 1, meaning that every parameter in cenome will be changed. The maximal value of mutation gene is $3N$ where N is the number of cenes in cenome (number of lines in the list). During replication, the offspring receives parent's mutation gene being changed randomly by -1 , 0 , $+1$ first and then parent's cenome is replicated in offspring's one with the new probability of mutation. This mechanism provides for the proper pressure of selection on the mutation gene. Efficiency of the approach is conditioned by the following two advantages.

(a) For real problems it is impossible to predict the optimum population size. Thus we should admit that it is always smaller the optimum one. If the frequency of mutation is low and constant then the actual search space is strongly reduced. On the contrary, if the frequency of mutation is floating then its high value on the initial stage of evolution, where the pressure of selection is weak yet, allows to explore the whole search space while its low value on the final stage, where the pressure of selection is very strong, gives an opportunity to approach to the minimum close enough.

(b) Real problem spaces are usually highly dimensional and have complex landscapes. Efficient exploration of such spaces implies that GA is able to change a number of optimization parameters at once. If the frequency of mutation is low then the probability of simultaneous changes in several cenes is very small. On the contrary, the high frequency of mutation automatically guarantees a multi-point mutation event in cenome.

MATING PROCEDURE

After replication with mutations, offsprings mate. This is usually being done with the help of crossover (or breeding) operation. The latter means that offsprings exchange parts of their cenomes. Crossover is thought to provide for heredity (or learning) of useful traits and assembling them to produce more fitter individuals. As far as cenes in our problem encode connections between lines the crossover operation allows to inherit energy levels rather than lines themselves, promoting the evolution. Our experiments show that without crossover the population quickly converges if the frequency of mutation is low, but with crossover involved the population remains quit diverged even if the mutation rate is very small regardless the number of crosses. This observation might mean that crossover acts to preserve the population from degeneration rather than tries to converge it. In other words, crossover could be treated as a "supermutation", at least in our problem.

SELECTION METHOD

It is very important to choose the proper selection method efficient for the particular problem under consideration. Usually the pressure of selection is assumed positive, meaning that more fitter individuals are allowed to replicate more frequently and stay in the population for more generations. In our problem we have adapted another strategy which can be called the selection with negative pressure. The probability for a given individual to become a parent is inverse proportional to its fitness: the lower fitness (the larger number of levels) the higher probability of replication. At the same time, the probability for a given individual to be substituted by some offspring (to die) is directly proportional to its fitness: the higher fitness (the smaller number of levels) the smaller probability to die. Such a strategy, although seeming paradoxical for the first sight, could be efficient for the optimization tasks (including combinatorial ones) the problem spaces of which are discrete or have a huge number of local optima. Exploration of the mentioned problem spaces forces us to search through the whole space in parallel and examine as much configurations as possible. Even if all individuals in the population have equal probabilities of being replicated, nevertheless the probability of replication for fitter individuals will rapidly

increase, depriving the rest individuals of equal opportunities. Suppose the population is about to converge at some local optimum. In order to get out of it and continue evolving the population must produce the offspring which is attracted by the other optimum (probably the global one). Unfortunately, the fitness of such an offspring is definitely very low and, under the traditional methods of selection, it will be evidently removed from the population in spite of its evolutionary potential. However, if the selection with negative pressure is applied such an offspring will be given a special credit to realize its potential and promote searching. It is interesting that the selection with negative pressure has the mentioned feature in common with the simulated annealing approach. The latter provides for the probability of survival for even very low-fitness individuals. But this probability should be gradually decreased according to some predefined schedule while in our approach no such external mechanism is needed.

POPULATION SETUP

In order to preserve diversity in the population we have used the idea of spatially restricted mating [7]. In the simplest case, we place the population on a one-dimensional lattice and allow individuals to born, mate and die only within some niche the size of which is small compared to the population size. Our experiments confirm that such a scheme fosters "speciation" in the population, more uniformly distributing the survival opportunities and encouraging further evolution.

FIRST RESULTS AND DISCUSSION

We tested the search dynamics of the GA software developed for the single sequential processor on the "artificial" sets of up to 100 spectrum lines generated randomly. The population size ranged from 10 to 1000 individuals and the runs lasted up to 1000 generations. The exact solutions were always found at reasonable time. Comparative tests of our GA and the simulated annealing approach have shown that if the latter finds the solution it makes that quicker while the percentage of GA successful runs is much higher.

The final test was to reproduce the "artificial" set of 42 energy levels of a methanol-like molecule, which generated 241 spectrum lines. The problem was solved but appeared very time intensive for our simple personal computer available.

We feel that, in order to speed up the process and at the same time to involve the determination of quantum numbers of levels into consideration, the main problem should be reformulated in its original physical style. The maximal number of lines which can be produced by the set of M energy levels is $M(M-1)/2$. The conservation laws in quantum mechanics generate the selection rules, imposing several restrictions on the quantum numbers of levels between which the particular transition can physically occur, and the number of experimentally measured lines N becomes much smaller than $M(M-1)/2$. Therefore the problem is to optimize the number and values of energy levels and the number and values of quantum numbers, simultaneously searching through the space of possible hypotheses on what these numbers might mean. The GA inspired by this feeling is currently under investigation.

Author is deeply indebted to Prof. Melanie Mitchell for encouraging his research in GAs and Dr. Giovanni Moruzzi for initiating this work and providing data sets.

REFERENCES

1. Holland J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
2. Goldberg D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
3. Mitchell M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, Cambridge, 1999.
4. Morris J. R., Deaven D. M. and Ho K. M. // *Phys. Rev.* 1996. v.B53. p.R1740.
5. Michaelian K. // *Revista Mexicana de Fisica*. 1996. v.42(suppl.1). p.203.
6. Winkler C. and Hofmann H. M. // *Phys. Rev.* 1997. v.C55. p.684.
7. Hillis W. D. // *Physica*. 1990. v.D42. p.228.

РАЗРАБОТКА ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ АНАЛИЗА СПЕКТРОВ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ

В. Ю. Корда

Научно-технический центр электрофизической обработки НАН Украины
61002 Харьков, ул. Чернышевского 28, а/с 8812, Украина

Генетический алгоритм применен для автоматизации процесса обработки спектров квантовых систем. Для эффективного параллельного исследования большого числа локальных оптимумов предложен метод отрицательного давления отбора. Разработанное программное обеспечение позволяет находить минимальный набор уровней энергии, соответствующий анализируемому набору спектральных линий.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: уровни энергии, спектральные линии, генетический алгоритм.

УДК 517.5+538.911

К ТЕОРИИ ПЕРЕХОДНОГО ФРАКТАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ

В.Н. Болотов, Т.Ю. Гуральник

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, физико-технический факультет,

61108 г. Харьков, ул. Курчатова-31. E-mail: Renic@iemr.vl.net.ua; guralnik@ukr.net

Поступила в редакцию 14 февраля 2001 г.

Для построения теории фрактальной электродинамики вводится в рассмотрение новая обобщённая функция, построение которой основано на структуре множества Кантора. Обсуждаются основные свойства этой функции. В качестве примера рассмотрена теория переходного рассеяния диссипативного всплеска диэлектрической проницаемости на покоящемся заряде.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: фрактал, множество Кантора, обобщённая функция, переходное рассеяние.

Со времени пионерских работ Б. Мандельброта, понятия фрактала и мультифрактала прочно вошли в современную физику. В настоящее время они широко используются при построении некоторых теорий: динамического хаоса и турбулентности, фазовых переходов, роста перколяционных кластеров в твердом теле, в квантовой теории поля и т. д. Причиной тому служит широкая распространенность фрактальных и мультифрактальных процессов и объектов в природе, наблюдаемых как непосредственно невооруженным глазом, так и в лабораторных экспериментах. Отметим также, что при построении фракталов и мультифракталов важную роль играет множество Кантора [1]. Примерами фракталов в природе являются, например, поверхности твердых тел, зародыши новой фазы при фазовых переходах, фрактальные кластеры и объекты типа шаровой молнии.

В настоящее время бурно развивается новое направление в теоретической и экспериментальной физике — фрактальная электродинамика. Эта наука изучает процессы генерации постоянных и переменных электромагнитных полей фрактальными токами, заряженными фрактальными поверхностями и фрактальными кластерами, исследует волновые явления во фрактальных средах. В рамках данной науки также проводится разработка новых многодиапазонных фрактальных радиопоглощающих материалов и фрактальных антенн [2].

Данная работа рассматривает некоторые вопросы теории переходного фрактального рассеяния, продолжая исследования, связанные с переходным фрактальным излучением [3]. В этой работе вводится в рассмотрение обобщённая функция Кантора, которая может найти своё применение при построении теории фрактальной электродинамики.

ТРИАДНОЕ МНОЖЕСТВО КАНТОРА

Напомним конструкцию классического триадного множества Кантора. Единичный отрезок $E_0 = [0; 1]$ делим на три части и выбрасывая средний интервал, получаем множество E_1 , состоящее из двух замкнутых сегментов длины ξ , $0 \leq \xi < 1/2$. Затем повторяем эту процедуру с двумя оставшимися сегментами, составляющими множество E_1 и т.д. На n -ом шаге получаем множество E_n , состоящее из 2^n отрезков длины ξ^n . Канторово множество есть пересечение всех таких множеств:

$$E = \bigcap_{n=0}^{\infty} E_n.$$

Фрактальная размерность канторова множества E равна, $d = \ln 2 / |\ln \xi|$ [4]. Канторово множество E состоит из точек первого и второго рода. Точки множества E , являющиеся концами (левыми или правыми) смежных интервалов к канторову множеству, называются точками первого рода (левыми или правыми соответственно), причём точки первого рода образуют счётное множество. Все остальные точки множества E называются точками второго рода. Множество всех точек второго рода множества Кантора подобно множеству иррациональных чисел сегмента $[0; 1]$ и имеет мощность континуума [1].

Любую точку канторова множества E с отношением ξ можно записать в виде:

$$t = \sum_{j=1}^n \omega_j \xi^j, \quad t \in E, \quad (1)$$

где $\omega_j \in A = \{0, \xi^{-1} - 1\}$, т.е. принимает лишь два различных значения. Числа $t \in E$, у которых все ω_n , начиная с некоторого, равны между собой соответствуют точкам множества Кантора первого рода.

Точке (1) можно поставить в соответствие символьную запись $\alpha = \omega_1 \dots \omega_{n-1} \omega_n$, которая называется словом в алфавите A . Слово из n букв называется n -местным. Множество всех n -местных слов обозначим Ω_n . Оно соответствует правым концам всех смежных интервалов к множеству E_n . Обозначим точку t_α из множества Кантора, которая соответствует слову α . Если к правому концу n -местного слова β начать последовательно вписывать все буквы k -местного слова γ , то получится $n+k$ -местное слово α . Это обозначается так:

$$\alpha = \beta\gamma, \quad \alpha \in \Omega_{n+k}, \quad \beta \in \Omega_n, \quad \gamma \in \Omega_k, \quad (2)$$

$$t_\alpha = t_\beta + \xi^n t_\gamma.$$

ОБОБЩЁННАЯ ФУНКЦИЯ КАНТОРА

Чтобы прийти к понятию обобщённой функции Кантора, произведём над канторовским множеством так называемую процедуру «молочнокислого сбраживания» [6]. Для начала, возьмём квадрат, имеющий площадь, равную единице. Разделим его пополам на два равных прямоугольника и деформируем их с сохранением площади. Мы должны получить два прямоугольника, ширины ξ и длины $1/2\xi$ каждый. Поместим их «торцами» на сегменты множества E_1 . Аналогичным образом, разделяя каждый из полученных прямоугольников надвое и производя деформацию, получим четыре прямоугольника, ширины ξ^2 и длины $1/(2\xi)^2$, расположенных на сегментах множества E_2 . Продолжим эту процедуру и дальше. Легко проверить, что ширина δ отдельного прямоугольника, на любом этапе процедуры, всегда связана с его длиной ε соотношением:

$$\delta = \varepsilon^{d-1}, \quad (3)$$

где $d = \ln 2 / |\ln \xi|$ - фрактальная размерность множества Кантора.

Будем рассматривать функцию, график которой представляет собой результат такой процедуры. Очевидно, что интеграл от неё на каждом этапе (при любом n) равен единице:

$$\int_0^1 \Delta_{n;\xi}(x) dx = 1. \quad (4)$$

Рассмотрим дифференцируемую функцию $\phi(x)$ и проинтегрируем её с полученной функцией. Будем иметь:

$$\int_0^1 \Delta_{n+k}(x) \phi(x) dx = \frac{1}{(2\xi)^{n+k}} \sum_{\alpha \in \Omega_{n+k}} \int_{t_\alpha}^{t_\alpha + \xi^{n+k}} \phi(x) dx. \quad (5)$$

Пусть $\beta \in \Omega_n, \gamma \in \Omega_k$, тогда, воспользовавшись (2), произведём замену переменных в слагаемых правой части (5) $x \rightarrow t_\beta + \xi^n x$. Нетрудно получить:

$$\int_0^1 \Delta_{n+k;\xi}(x) \phi(x) dx = \int_0^1 \Delta_{n;\xi}(x) G_k \phi(x) dx, \quad (6)$$

где G_k - линейный непрерывный оператор:

$$G_k \phi(x) = \frac{1}{2^k} \sum_{\gamma \in \Omega_k} \phi(t_\gamma + \xi^k x). \quad (7)$$

Перейдём в (4) и (6) к пределу $n \rightarrow \infty$. Полученная таким образом функция будет удовлетворять следующим условиям:

$$\int_0^1 \Delta_\xi(x) dx = 1, \quad (8)$$

$$\int_0^1 \Delta_\xi(x) \phi(x) dx = \int_0^1 \Delta_\xi(x) G_k \phi(x) dx, \quad (9)$$

где $\Delta_{n;\xi} \rightarrow \Delta_\xi$.

В конечном итоге, метод «молочнокислого сбраживания» даёт функцию $\Delta_\xi(x)$, состоящую из бесконечного числа бесконечно тонких по ширине и бесконечно высоких прямоугольников, которые размещены на канторовском множестве. Поскольку множество Кантора имеет Лебегову меру нуль, то эта функция не является интегрируемой. Это означает, что интегралов (8) и (9) не существует. Но всегда можно найти линейный и непрерывный функционал $T(\phi)$, который бы удовлетворял таким свойствам: $T(1)=1$ и $T(\phi) = T(G_k \phi)$. И хотя он не

выражается через интеграл, будем считать (8) и (9) его символьным обозначением. Этот функционал и назовём обобщённой функцией Кантора.

С помощью (8) и (9) можно легко считать значения обобщённой функции Кантора для разных функций. Рассмотрим, например функцию $\exp(i\lambda x)$. При её подстановке туда при $k=1$, легко получить функциональное уравнение:

$$y(\lambda) = \frac{1 + \exp[i(1-\xi)\lambda]}{2} y(\xi\lambda),$$

$$y(0) = 1,$$
(10)

где

$$y(\lambda) = \int_0^1 \Delta_\xi(x) e^{i\lambda x} dx.$$
(11)

Решением этого уравнения является функция $y(\lambda) = \gamma_\xi(\lambda) \exp(i\lambda x/2)$, где

$$\gamma_\xi(\lambda) = \prod_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{1-\xi}{2} \xi^n \lambda\right).$$
(12)

Важно отметить, что функция γ_ξ является непериодической функцией, имеющей сложное немонотонное поведение.

Следует отметить, что построение прямоугольными «столбиками» не является единственным для обобщённой функции Кантора. Её можно построить и с помощью «столбиков» колоколообразной формы. Для этого в качестве затравочной функции достаточно взять функцию типа «шапочки» [4] и произвести с ней процедуру, подобную «молочнокислому сбраживанию». Пусть $\delta_\varepsilon(x)$ имеет форму «шапочки» (ε – её ширина) и при всех ε :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta_\varepsilon(x) dx = 1,$$
(13)

тогда можно ввести гладкую регуляризацию функции $\Delta_\xi(x)$:

$$\Delta_\xi^\varepsilon(x) = \int_0^1 \Delta_\xi(y) \delta_\varepsilon(x-y) dy.$$
(14)

Её график состоит из определённого числа пиков-«шапочек» ширины $\varepsilon \leq \xi^n$, расположенных на множестве E_n . При этом, равенство (3) сохраняется, но не для всех ε , а только в асимптотическом пределе $\varepsilon \rightarrow 0$. В этом случае, обозначая этот предел $\rightarrow$, равенство (3) переписывается так:

$$\Delta_\xi^\varepsilon(t_\alpha) \rightarrow \varepsilon^{-1+d}.$$
(15)

Смысл этой формулы такой: чем уже ширина «шапочки», тем точнее совпадение значения регуляризации (14) в точке канторова множества t_α с правой частью (15).

На основании последней формулы нетрудно доказать два утверждения:

1. Пусть $g(x) = F_x[\phi]$, где

$$F_x[\phi(\lambda)] = \int_0^1 \Delta_\xi(\lambda) \phi(\lambda) e^{i\lambda x} dx,$$
(16)

тогда при $T \rightarrow \infty$ справедлив асимптотический предел:

$$\int_{-T}^{+T} g(x) e^{i t_\alpha x} dx \rightarrow 2\pi \phi(t_\alpha) T^{1-d}.$$
(17)

Здесь $\alpha \in \Omega_n$ и $d = \ln 2 / |\ln \xi|$. Действительно, подставляя (16) в (17) и интегрируя по x , нетрудно получить, пользуясь непрерывностью функции ϕ , выражение, содержащее регуляризацию (14). Здесь функция удовлетворяющая условию (13) будет такой:

$$\delta_\varepsilon = \frac{\sin \lambda T}{\pi \lambda},$$
(18)

поэтому при $T \rightarrow \infty$ имеет место равенство (17).

Используя первое утверждение нетрудно доказать и второе:

2. Для $g_1(x) = F_x[\phi_1]$, $g_2(x) = F_x[\phi_2]$,

$$\int_{-T}^{+T} g_1(x) g_2^*(x) dx \rightarrow 2\pi T^{1-d} \int_0^1 \phi_1(x) \phi_2^*(x) \Delta_\xi(x) dx, \quad (19)$$

где * - комплексное сопряжение.

ФРАКТАЛЬНОЕ ПЕРЕХОДНОЕ РАССЕЯНИЕ

В [5] было рассмотрено переходное рассеяние, возникающее при падении на покоящийся заряд волны диэлектрической проницаемости вида:

$$\varepsilon(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t). \quad (20)$$

В этой работе будет рассматриваться переходное рассеяния на всплеске диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \gamma_\xi(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t). \quad (21)$$

При этом остальные условия задачи остаются такими же, как и в [5], неизменна и методика решения.

Бегущая неоднородность в (21) определяет поляризационный ток $\mathbf{j}_p$, возникающий в окрестности заряда. Запишем уравнение, определяющее электрическое поле, в виде:

$$\text{rot rot } \mathbf{E} + \frac{\varepsilon_0}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial (\mathbf{j} + \mathbf{j}_p)}{\partial t}, \quad (22)$$

где $\mathbf{j}$ и $\mathbf{j}_p$ - свободный и поляризационный токи. Поскольку заряд покоится, то свободного тока нет.

Будем считать $|\varepsilon_1| \ll \varepsilon_0$. Заметим, что данное условие в реальных физических ситуациях реализуется практически всегда [7,8]. Тогда воспользуемся методом возмущений: $\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^1$, где $\mathbf{E}^0$ - кулоновское поле заряда в веществе, $\mathbf{E}^1$ - возмущение, вызванное поляризационным током $\mathbf{j}_p$.

Будем искать решение уравнения (22) переходя к компонентам фурье. При этом, фурье - компонента кулоновского поля покоящегося заряда направлена вдоль $\mathbf{k}$:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}, \omega}^0 = -\frac{4\pi i}{(2\pi)^3 \varepsilon_0} \frac{\mathbf{k}}{k} \delta(\omega). \quad (23)$$

Пусть $\mathbf{E}^1 = \mathbf{E}^l + \mathbf{E}^t$, где l и t - продольная и поперечная к вектору $\mathbf{k}$ компоненты поля. Излучению электромагнитных волн соответствует поперечная компонента.

Нетрудно убедиться, подставляя в выражение для фурье - компоненты вектора электрической индукции

$$\mathbf{D}_{\mathbf{k}, \omega} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_{\mathbf{k}, \omega} + \int_{-1/2}^{+1/2} d\lambda \Delta_\xi(\lambda + 1/2) \mathbf{E}_{\mathbf{k} - \lambda \mathbf{k}_0, \omega - \lambda \omega_0}, \quad (24)$$

невозмущенное поле (23), что поляризационный ток, ответственный за электромагнитное излучение, в первом приближении, равен:

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}, \omega}^p = i\omega \frac{\varepsilon_1}{4\pi} \int_{-1/2}^{+1/2} d\lambda \Delta_\xi(\lambda + 1/2) \frac{\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}_{\mathbf{k} - \lambda \mathbf{k}_0, \omega - \lambda \omega_0}^0)}{k^2}. \quad (25)$$

Применяя преобразование фурье к уравнению (22) и используя (25), нетрудно получить:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}, \omega}^t = -\frac{4\pi q i}{(2\pi)^3} \frac{\omega^3 (\varepsilon_1 / \varepsilon_0)}{(kc)^2} \frac{\mathbf{k} \times (\mathbf{k}_0 \times \mathbf{k})}{k^2 (\omega_0 \mathbf{k} - \omega \mathbf{k}_0)^2 (k^2 - \omega^2 \varepsilon_0 / c^2)} \Delta_\xi \left(\frac{1}{2} + \frac{\omega}{\omega_0} \right). \quad (26)$$

Спектральная энергия излучения имеет вид:

$$W\left(\omega, \frac{\mathbf{k}}{k}\right) = \frac{(\omega q \varepsilon_1)^2}{\omega_0^4 \varepsilon_0^{7/2}} \frac{k_0^2 \sin^2 \theta}{(1 + k_0^2 c^2 / \omega^2 \varepsilon_0) \left(1 - (2ck_0 / \omega_0 \sqrt{\varepsilon_0}) \cos \theta\right)^2} \Delta_\xi^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\omega}{\omega_0} \right). \quad (27)$$

Как видно, спектр излучения является фрактальным, точнее, имеет структуру множества Кантора.

Мощность переходного рассеяния равна:

$$S(t) = -(2\pi)^3 \int \mathbf{E}_{-\mathbf{k}}^t(t) \mathbf{j}_{\mathbf{k}}^p(t) d^3 \mathbf{k}. \quad (28)$$

Нас будет интересовать асимптотическое поведение мощности $S(t)$ и энергии $W(t)$ излучения при $t \rightarrow +\infty$. Учитывая, что $W(-\infty) = 0$, асимптотически ($t \rightarrow +\infty$) справедливо равенство:

$$W(t) \rightarrow \int_{-t}^{+t} S(t) dt. \quad (29)$$

В дальнейшем асимптотическое равенство будем обозначать $\rightarrow$.

Подставляя в (28) компоненты по времени полученных полей и токов (25), (26), воспользуемся формулой (19). Путём несложных вычислений, получим:

$$W(t) \rightarrow \frac{aS_0}{\omega_0} (\omega_0 t)^{1-d}, \quad d = -\ln 2 / \ln \xi. \quad (30)$$

Здесь $a=(1-\xi)/(1+\xi)$, S_0 – средняя мощность переходного рассеяния волны (20), [5]. Мощность излучения:

$$S(t) \rightarrow \frac{aS_0}{(\omega_0 t)^d} \quad (31)$$

асимптотически спадает до нуля по степенному закону, причём показатель степени равен фрактальной размерности множества Кантора.

ВЫВОДЫ

В данной работе была введена в рассмотрение обобщённая функция Кантора, которая, с нашей точки зрения, будет иметь большое значение при построении теории фрактальной электродинамики. В качестве примера рассмотрено переходное рассеяние диссипативного всплеска диэлектрической проницаемости (21) при его падении на заряд. Достаточно сложный аналитический вид диэлектрического всплеска (21) может формироваться ударными волнами в диэлектрике, турбулентными движениями в плазмоподобных средах и керровских жидкостях. Такого вида пространственно-временное неперiodическое поведение диэлектрической проницаемости, при рассеянии на покоящемся заряде (в нашем случае) формирует широкодиапазонный фрактальный спектр излучения, частоты которого локализованы в точках множества Кантора и связаны между собой соотношением (2). Этот факт даёт возможность экспериментально измерять величину ξ и, следовательно, определять фрактальную размерность канторова множества. Последнее обстоятельство относится не только к спектрам переходного фрактального излучения. Оно имеет более общий характер и относится к процессам формирования электромагнитного излучения фрактальными электродинамическими объектами, в основе которых лежит триадное множество Кантора с отношением ξ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М. Наука, 1977. 368с.
2. Болотов В.Н., Киричок А.В., Ткач Ю.В. //Электромагнитные явления. 1998. Т.1. С.483-499.
3. Болотов В.Н. //ЖТФ. 2000. Т.70. С.98-102.
4. Владимирова В.С. Обобщённые функции в математической физике. М. Наука, 1979. 320 с.
5. Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние М. Наука, 1984. 360 с.
6. Федер Е. Фракталы. М. Мир, 1981. 260 с.
7. Коробкин Ю.В., Романов И.В., Студенов. В.Б. //Письма в ЖТФ. 1991. Т.17, вып.19. С.21-23.
8. Давыдов В.А., Коробкин Ю.В., Романов И.В. //ЖЭТФ. 1994. Т. 105. С. 1566-1573.

ON THE THEORY OF THE TRANSITION SCATTERING

V.N. Bolotov, T.Y. Guralnik

Kharkov national university, department of physics and technology, Khurchatov av., 31, Kharkov, 61108.

E-mail: Renic@iemr.vl.net.ua

For the construction of fractal electrodynamics theory new distribution has introduced. The design of this distribution is founded on the structure of the Cantor set. The basic features of this Cantor distribution are discussed. For example, the transition scattering theory of the permittivity dissipative burst is considered.

KEY WORDS: fractal, Cantor set, distributions, transition scattering.

УДК 530.12

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО И ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЕЙ НА ФАЗОВУЮ СТРУКТУРУ d -МЕРНОЙ МОДЕЛИ НАМБУ-ЙОНА-ЛАЗИНИО

Ю. И. Шильнов¹, В. В. Читов²

Кафедра теоретической физики, физический факультет,
Харьковский Национальный университет им. В. Н. Каразина, пл. Свободы, 4, Харьков, 61077, Украина

¹E-mail: shilnov@mail.ru

²E-mail: Vladislav.V.Chitov@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 20 января 2001 г.

Рассмотрено динамическое нарушение киральной симметрии в модели Намбу-Йона-Лазинио в d -мерном пространстве-времени ($2 < d < 4$) с внешними электромагнитным и гравитационным полями. Получен эффективный потенциал составных бифермионных полей в линейном по кривизне пространства-времени приближении. Вклад электромагнитного поля учитывается точно в формализме собственного времени. С помощью численного анализа изучены фазовые переходы, индуцированные изменением как напряженности электромагнитного поля, так и кривизны пространства-времени, получена фазовая диаграмма.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: нарушение симметрии, эффективный потенциал, фазовые переходы, искривленное пространство-время, кривизна, электромагнитное поле.

Модели с четырехфермионным взаимодействием, такие, как модель Намбу-Йона-Лазинио (НЙЛ) или Гросса-Невью (ГН) [1], обычно рассматриваются как эффективные низкоэнергетические теории, описывающие физику сильных взаимодействий. Эти модели также имеют такие нетривиальные свойства, как динамическое нарушение симметрии (ДНС) и динамическая генерация массы, которые играют важную роль во всей квантовой теории поля.

Ненулевая температура, конечная плотность/химический потенциал, присутствие внешних полей, кривизна и нетривиальная топология пространства-времени существенно влияют на явление ДНС и делают фазовую структуру моделей НЙЛ и ГН более сложной. Было установлено, что магнитное поле всегда нарушает киральную симметрию, в то время как электрическое стремится восстановить ее [2–5].

Также рассматривалось влияние гравитационного поля на ДНС; было показано существование фазовых переходов, индуцированных кривизной пространства-времени, что, несомненно, должно учитываться при построении реалистичных сценариев эволюции ранней Вселенной [6–9].

В настоящей работе рассмотрено ДНС в модели НЙЛ в d -мерном искривленном пространстве-времени в присутствии внешнего электромагнитного (ЭМ) поля. При этом использована размерная регуляризация как наиболее удобная для такой постановки задачи регуляризационная схема. Вклад постоянного электромагнитного поля с конфигурацией $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = 0$ учитывается точно в рамках формализма собственного времени [8–10], в то время как зависимость от кривизны учитывается как линейный вклад в эффективный потенциал (ЭП) составных бифермионных полей. Результаты численного анализа указывают на наличие дополнительных фазовых переходов, индуцированных как электромагнитным полем, так и кривизной пространства.

ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ МОДЕЛИ

Модель НЙЛ в искривленном пространстве произвольной размерности описывается действием [1, 8, 10]:

$$S = \int d^d x \sqrt{-g} \left\{ i \bar{\psi} \gamma^\mu(x) D_\mu \psi + \frac{\lambda}{2N} \left[(\bar{\psi} \psi)^2 + (\bar{\psi} i \gamma_5 \psi)^2 \right] \right\}, \quad (1)$$

где g — определитель метрического тензора, λ — константа связи, а ковариантная производная D_μ включает в себя потенциал электромагнитного поля A_μ и стандартную спин-связность ω_μ^{ab} . Дальнейшие детали вычислений можно найти в работе [10].

Вводя вспомогательные поля:

$$\sigma = -\frac{\lambda}{N} (\bar{\psi} \psi), \quad \pi = -\frac{\lambda}{N} \bar{\psi} i \gamma_5 \psi, \quad (2)$$

и записывая действие (1) в виде:

$$S = \int d^d x \sqrt{-g} \left\{ i \bar{\psi} \gamma^\mu(x) D_\mu \psi - \frac{N}{2\lambda} (\sigma^2 + \pi^2) - \bar{\psi} (\sigma + i \pi \gamma_5) \psi \right\}, \quad (3)$$

мы можем найти эффективный потенциал в главном порядке $\frac{1}{N}$ -разложения:

$$V_{\text{eff}} = \frac{\sigma^2}{2\lambda} + i \text{Sp} \ln \langle x | i\gamma^\mu(x) D_\mu - \sigma | x \rangle. \quad (4)$$

С помощью функции Грина, которая удовлетворяет уравнению

$$(i\gamma^\mu D_\mu - \sigma)_x G(x, x', \sigma) = \delta(x - x'), \quad (5)$$

получаем следующую формулу:

$$V'_{\text{eff}}(\sigma) = \frac{\sigma}{\lambda} - i \text{Sp} G(x, x, \sigma). \quad (6)$$

Чтобы вычислить линейную по кривизне поправку к ЭП, удобно использовать локально-импульсное представление [8–10]. Мы рассматриваем ЭМ поле с конфигураций $E \cdot H = 0$.

Существует два качественно различных случая. Если $E > H$ (случай, который преобразованием Лоренца сводится к присутствию лишь электрического поля), ξ — чисто вещественная величина, и поэтому после виковского поворота $is \rightarrow s$, $it \rightarrow t$, необходимого для вычисления интегралов в евклидовом пространстве,

оказывается, что подынтегральная функция имеет простые полюсы за счет присутствия в ней $\text{ctg}(e\xi s)$. Наличие бесконечного набора полюсов на контуре интегрирования вынуждает учитывать вклад соответствующих вычетов, что приводит к появлению мнимой части у ЭП. Присутствие мнимой части указывает на процесс рождения частиц и нестабильность вакуумного состояния. Решение этой проблемы выходит за пределы настоящей статьи. Мы бы хотели заметить лишь, что основная причина такой нестабильности кроется в отсутствии асимптотически свободных фермионных состояний во внешнем постоянном электрическом поле. Чтобы изучать ДНС, мы выбрали наиболее простую возможность, рассмотрев сравнительно слабые напряженности поля ξ , при которых скорость рождения частиц экспоненциально подавлена. Тогда реальная часть ЭП по-прежнему будет определять вакуумное состояние рассматриваемой системы в пределах необходимой точности. В итоге, на механизм ДНС будет влиять только реальная часть ЭП. Технически это означает, что все интегралы вычисляются в смысле главного значения (p.v.). Далее везде мы опускаем мнимую часть ЭП.

В случае $E < H$, который сводится к присутствию лишь магнитного поля, параметр ξ — мнимая величина и после виковского поворота подынтегральная функция не имеет полюсов на вещественной оси, за исключением начала координат.

Окончательное выражение для ЭП имеет вид:

$$V_{\text{eff}}(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2\lambda} + \frac{2}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \text{p.v.} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{\frac{d}{2}+1}} e^{-s\sigma^2} (e\xi s) - \frac{R}{3d(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \text{p.v.} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{dsdt}{(s+t)^{\frac{d}{2}+1} (1 + (e\xi t) \text{ctg}(e\xi s))^2} \times \quad (7)$$

$$\times \left[-(e\xi t)((e\xi s) + (e\xi t)) + \left(\left(4 - \frac{d}{2}\right)(e\xi t) + \frac{3d}{2}(e\xi s) \right) \text{ctg}(e\xi s) + (e\xi t) \left(\left(\frac{3d}{2} - 4\right)(e\xi s) - \frac{d}{2}(e\xi t) \right) \text{ctg}^2(e\xi s) \right].$$

В этом выражении интегралы расходятся на нижнем пределе и, поэтому, как обычно, мы должны регуляризовать их. Для наших целей наиболее удобной является размерная регуляризация с помощью ζ -функции, поскольку она позволяет получить результат для произвольной размерности пространства-времени:

$$\text{Re } V_{\text{eff}}(\sigma) = \frac{\sigma^2}{2\lambda} - \frac{R\sigma^2}{6(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \Gamma\left(1 - \frac{d}{2}\right) + \text{Re} \left[\left(\frac{ie\xi}{2\pi} \right)^{\frac{d}{2}} \Gamma\left(1 - \frac{d}{2}\right) \left[2\zeta\left(1 - \frac{d}{2}, \frac{\sigma^2}{2ie\xi}\right) - \left(\frac{\sigma^2}{2ie\xi} \right)^{\frac{d}{2}-1} \right] \right]. \quad (8)$$

Здесь для простоты проанализирован предел слабого ЭМ поля $e\xi \ll \sigma^2$ и учтено, что кривизна R уже предполагается малой величиной в линейном приближении.

ФАЗОВАЯ СТРУКТУРА МОДЕЛИ

Для того, чтобы найти основное состояние системы, необходимо определить абсолютный минимум $\text{Re } V_{\text{eff}}(\sigma)$.

В случае $H > E$ параметр ξ мнимый, и удобнее использовать другой параметр, ρ , который определяется как $\rho = \sqrt{H^2 - E^2} = i\xi$. Тогда уравнение стационарности $\frac{\partial \text{Re } V_{\text{eff}}(\sigma)}{\partial \sigma} = 0$ переписывается в виде:

$$\frac{1}{l} - \frac{(r+6)x^{d-4}}{3(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \Gamma\left(2 - \frac{d}{2}\right) - \frac{4}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \Gamma\left(2 - \frac{d}{2}\right) \zeta\left(2 - \frac{d}{2}, x^2\right) = 0, \quad (9)$$

где введены безразмерные параметры $l = \lambda(2e\rho)^{\frac{d}{2}-1}$, $r = \frac{R}{2e\rho}$, $\frac{\sigma^2}{2e\rho} = x^2$.

Любое нетривиальное решение $x_{\min}$ соответствует минимуму ЭП $\sigma_{\min} = x_{\min} \sqrt{2e\rho} \neq 0$. Результаты численного анализа представлены на рис. 1 и рис. 2.

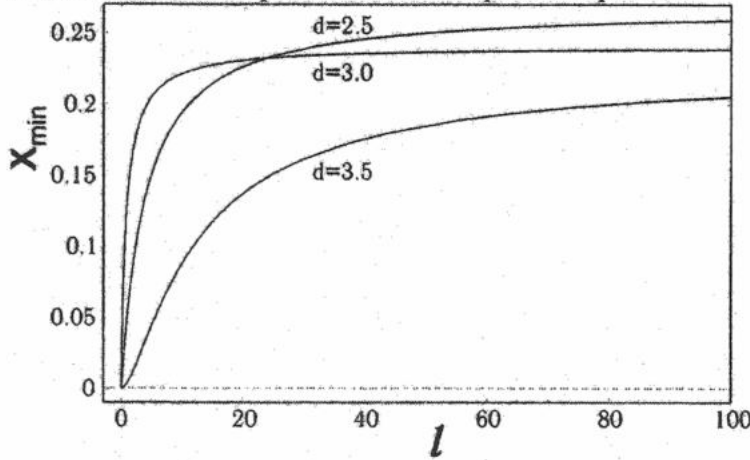


Рис.1. Зависимость $x_{\min}$ от l в случае магнитного поля при постоянном $r = 1$.

На рис. 1 показана зависимость $x_{\min}$ от l для различных значений d при фиксированном значении $r = 1$, меньшем критического значения r_c . Видно, что нетривиальные решения существуют для любых положительных значений константы связи и стремятся асимптотически к значению x_{asympt} при $l \rightarrow \infty$. Критическое значение r_c равно

$$r_c = 6 + 12x^{4-d} \zeta\left(2 - \frac{d}{2}, 1 + x^2\right) \Big|_{x \rightarrow 0}, \quad (10)$$

для $d < 4$ получаем $r_c^{d < 4} = 6$ и только для $d = 4$ $r_c^{d=4} = 0$.

Рис. 2 иллюстрирует фазовый переход второго рода, индуцированный кривизной $R = 2e\rho r$ для различных d . При $r < r_c$ симметрия динамически нарушена и основное состояние соответствует нетривиальному решению $x_{\min}$, в то время как при $r > r_c$ происходит восстановление симметрии. Поскольку $r = \frac{R}{2e\rho}$, мы можем заключить, что кривизна стремится восстановить симметрию, а магнитное поле нарушает ее.

В случае $E > H$ параметр ξ реальный. Мы можем представить уравнение стационарности в безразмерных переменных:

$$\frac{1}{l} + \frac{r x^{d-4}}{3(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \Gamma\left(2 - \frac{d}{2}\right) - \frac{4}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \Gamma\left(2 - \frac{d}{2}\right) \text{Re}\left[i^{\frac{d}{2}-1} \zeta\left(2 - \frac{d}{2}, -ix^2\right)\right] = 0, \quad (11)$$

где $l = \lambda(2e\xi)^{\frac{d}{2}-1}$, $r = \frac{R}{2e\xi}$, $x^2 = \frac{\sigma^2}{2e\xi}$.

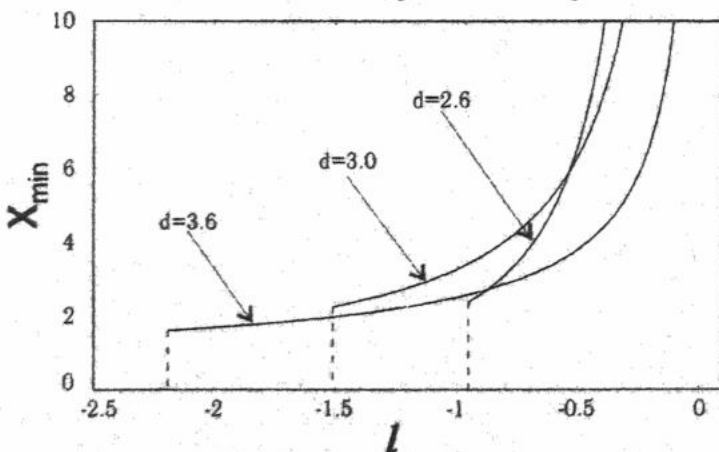


Рис.3. Зависимость $x_{\min}$ от l в электрическом поле при постоянном $r = 3$.

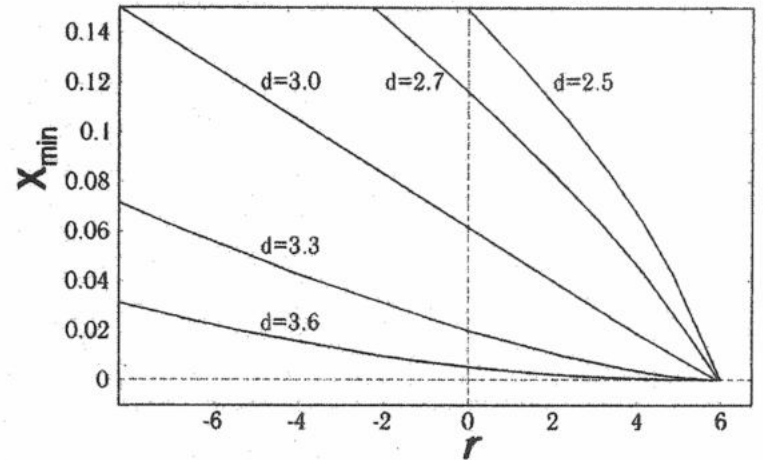


Рис.2. Зависимость $x_{\min}$ от r в магнитном поле при постоянном $l = 1$.

В результате численного анализа получены зависимости $x_{\min} = \sigma_{\min} / \sqrt{2e\xi}$ от параметров l и r для различных d . На рис. 3 показана зависимость, типичная для фазового перехода первого рода, при фиксированных значениях r и d ($r < r_c$). Это интерпретируется как фазовый переход, индуцированный электрическим полем (если λ фиксирована), или, с другой стороны, как фазовый переход по константе связи λ (в случае постоянного ξ). Напряженность электрического поля стремится восстановить симметрию, в то время как увеличение константы связи нарушает ее. Аналогично на рис. 4 показан переход первого рода по кривизне r при $l > l_c$. Кривизна также восстанавливает симметрию.

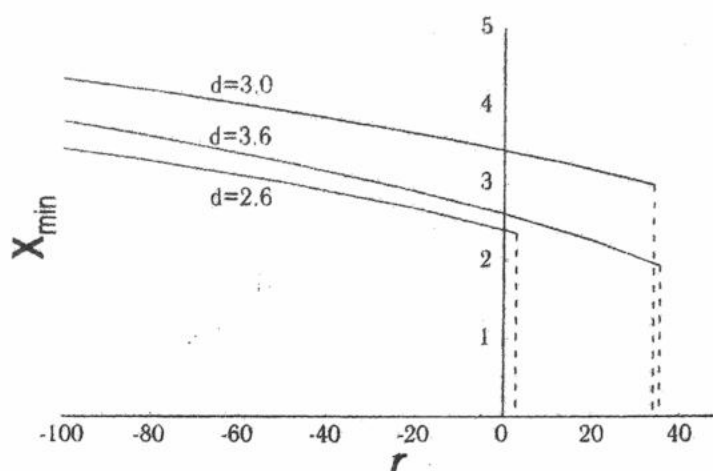


Рис.4. Зависимость $x_{\min}$ от r в электрическом поле при постоянном $l = -0,9$.

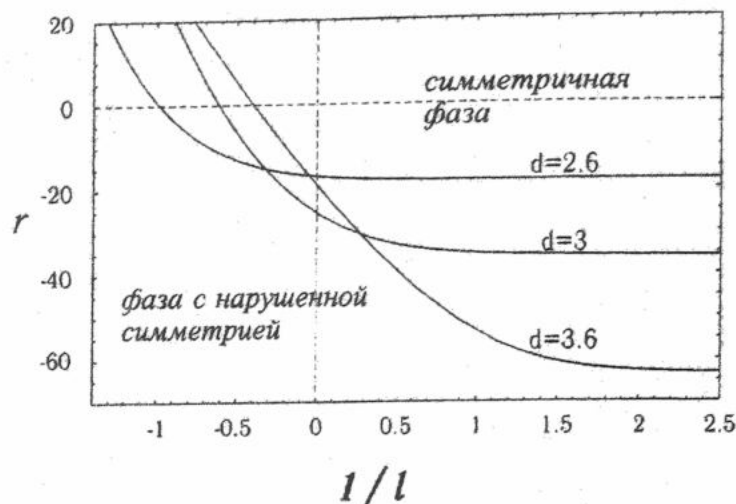


Рис. 5. Фазовая диаграмма в электрическом поле.

Фазовая диаграмма на рис. 5 показывает, что фаза с нарушенной симметрией существует даже при положительных значениях константы связи, в отличие от плоского пространства-времени, в котором, как известно, такая фаза существует только при отрицательных λ .

ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе рассмотрено влияние внешних гравитационного и электромагнитного полей на фазовую структуру в четырехфермионной модели в пространстве-времени произвольной размерности.

В случае магнитного поля показано, что киральная симметрия восстанавливается при универсальном значении $r = \frac{R}{2e\rho} = 6$ для любого $d < 4$. В случае электрического поля фазовый переход первого рода происходит не только при отрицательных значениях константы связи (как в плоском пространстве), но и при положительных. Кривизна и электрическое поле стремятся восстановить нарушенную симметрию. Качественно картина фазового перехода подобна для любых значений $2 < d < 4$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Y. Nambu, G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122**, 345 (1961).
2. D. Gross, A. Neveu, Phys. Rev. **D10**, 3235 (1974).
3. P. Klevansky, Rev. Mod. Phys. **64**, 649 (1992);
4. G. Klimenko, Theor. Math. Phys., **89**, 211, (1991); **89**, 388 (1991);
5. I. Krive, and S. Naftulin, Phys. Rev. **D46**, 2337 (1992);
6. Suganuma, and T. Tatsumi, Ann. Phys. (N.Y.) **208**, 470 (1991); Progr. Theor. Phys. **90**, 379 (1993).
7. Gusynin, V. Miransky, and I. Shovkovoy, Phys. Rev. **D52**, 4718 (1995); Nucl. Phys. **B462**, 249 (1996).
8. Muta, and S. D. Odintsov, Mod. Phys. Lett. **A6**, 3641 (1991);
9. E. Elizalde, S. D. Odintsov, and Yu. I. Shil'nov, Mod. Phys. Lett. **A9**, 913 (1994);
10. E. Elizalde, S. Leseduard, S. D. Odintsov, Yu. I. Shil'nov, Phys. Rev. **D53**, 1917 (1996);
11. P. Vitale, Nucl. Phys., **B551**, 490 (1999).
12. L. Buchbinder, S. D. Odintsov, and I. L. Shapiro, *Effective Action in Quantum Gravity*, (IOP Publishing, Bristol and Philadelphia, 1992).
13. Inagaki, T. Muta, and S. D. Odintsov, Prog. Theor. Phys. Suppl. **127**, 93 (1997).
14. M. Gitman, S. D. Odintsov, and Yu. I. Shil'nov, Phys. Rev. **D54**, 2968 (1996);
15. T. Inagaki, S. D. Odintsov, and Yu. I. Shil'nov, Int. J. Mod. Phys., **A14**, 481 (1999).
16. Elizalde, Yu. I. Shil'nov, and V. V. Chitov, Class. Quant. Grav. **15**, 735 (1998).

ELECTROMAGNETIC AND GRAVITATION FIELDS INFLUENCE ON THE PHASE STRUCTURE OF THE d -DIMENSIONAL NUMBU-JONA-LASINIO MODEL

Yu.I. Shil'nov, V.V. Chytov

Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Kharkov National University,
Svobody sq.4, Kharkov, 61077, Ukraine

A dynamical chiral symmetry breaking in the Nambu-Jona-Lasinio model is considered in a d -dimensional space-time with a presence of external electromagnetic and gravitation fields. An effective potential of the composite bifermionic fields is obtained in the linear on the space-time curvature approximation. The electromagnetic field is treated exactly in the frame of a proper-time formalism. Phase transitions induced by the electromagnetic strength and the space-time curvature are studied. The phase diagram is obtained.

KEY WORDS: symmetry breaking, effective potential, phase transitions, curved space-time, curvature, electromagnetic field.

УДК 538.945

ДИНАМИКА КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ И ТЕПЛОЕМКОСТЬ АНИЗОТРОПНЫХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ YBCO

И.Н. Кудрявцев

Кафедра физики, Харьковский государственный автомобильно-дорожный технический университет,
61002 Харьков, ул. Петровского, 25; E-mail: air@khadi.kharkov.ua
Поступила в редакцию 8 февраля 2001 г.

Предложена теоретическая модель для вычисления термодинамических функций слоистых ВТСП-купратов, учитывающая основные особенности динамики решетки: наличие высокочастотных оптических мод, зависимость плотности фононных состояний (ПФС) от кислородного индекса, дисперсию фононов и анизотропный характер фононного спектра. Обобщенная ПФС $G(\omega)$ представлена в виде комбинации парциальных ПФС $g_i(\omega)$ для каждого из трех основных кристаллографических направлений ($i=a,b,c$). Для определения $g_i(\omega)$ используется закон дисперсии колебаний двухатомных линейных цепочек Cu-O , а характерные частоты фононного спектра выбираются из данных по оптической и нейтронной спектроскопии. Построенная таким образом ПФС $G(\omega)$ не содержит свободных параметров и позволяет однозначно вычислять фононную энергию, теплоемкость, энтропию и другие термодинамические функции ВТСП-купратов. Определен однозначно вклад электронной составляющей теплоемкости в области сверхпроводящего перехода.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: высокотемпературные сверхпроводники, динамика решетки, закон дисперсии, акустические и оптические фононы, плотность фононных состояний, теплоемкость, электронная подсистема

К настоящему времени высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) на основе иттрия $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ являются наиболее изученным соединением из всего класса металлооксидных ВТСП с точки зрения особенностей их структурных, спектральных и термодинамических характеристик [1,2].

Тщательные исследования методами комбинационного рассеяния (КР) света, инфракрасной (ИК) и нейтронной спектроскопии позволяют идентифицировать характерные частоты фононного спектра (см., напр., [3-11]), а также определять парциальные вклады атомов различного сорта в спектральную плотность фононных состояний [11,12]. В свою очередь это дает возможность выделить основные типы решеточных колебаний по каждому из трех кристаллографических направлений в элементарной ячейке перовскита и построить теоретическую модель анизотропного фононного спектра.

Актуальность данной задачи обусловлена с одной стороны необходимостью изучения различных колебательных мод в цепочках и плоскостях Cu-O для определения особенностей электрон-фононного взаимодействия и механизма спаривания носителей тока в анизотропных ВТСП, с другой стороны тем, что прямые расчеты фононной теплоемкости ВТСП по формуле

$$C_{ph}(T) = 3nR \int_0^\infty \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{\hbar\omega/k_B T} G(\omega)}{(e^{\hbar\omega/k_B T} - 1)^2} d\omega \quad (1)$$

с использованием измеренных нейтронно-взвешенных ПФС $G(\omega)$ слабо согласуются с экспериментом (этот вопрос подробно изучался в работах [13,14]).

При теоретическом рассмотрении всех 39 возможных степеней свободы колебаний атомов в элементарной ячейке перовскита $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ встает вопрос о величинах многочисленных силовых постоянных кристаллической решетки и, как следствие, неоднозначности используемых параметров. Кроме того, численные расчеты теплоемкости в таком подходе представляют собой громоздкую вычислительную задачу и, насколько нам известно, лишь качественно описывают экспериментальные данные в интервале температур $5 \text{ K} \leq T \leq 300 \text{ K}$ [15].

Теоретическая модель фононного спектра, предложенная в работах [16-18], позволила учесть основные особенности фононной подсистемы ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (наличие высокочастотных оптических мод, зависимость ПФС от кислородного индекса, дисперсию фононов, характерную размерность колебаний решетки). Параметры модели имеют простой физический смысл и выбираются из экспериментальных данных по нейтронной, ИК и КР спектроскопии. Численные расчеты фононной теплоемкости слоистых ВТСП YBCO, выполненные в рамках такой модели, показали чувствительность рассчитываемой теплоемкости к анизотропии кристаллической решетки и дисперсии рассматриваемых фононных мод [18]. Теоретические расчеты фононной теплоемкости по

предложенной модели без использования свободных параметров достаточно хорошо описывают экспериментальные данные в широкой области температур $30 \text{ K} \leq T \leq 300 \text{ K}$. При этом наилучшее согласие с экспериментом было достигнуто с выбором характерного двумерного базиса кристаллической решетки, что соответствует плоскостным продольным и поперечным колебаниям слоев $\text{Cu} - \text{O}$. Представляется полезным обобщить предложенную квазидвумерную модель фононного спектра с учетом полного набора колебательных мод ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (в том числе вдоль оси c), измеряемых в эксперименте [3-11].

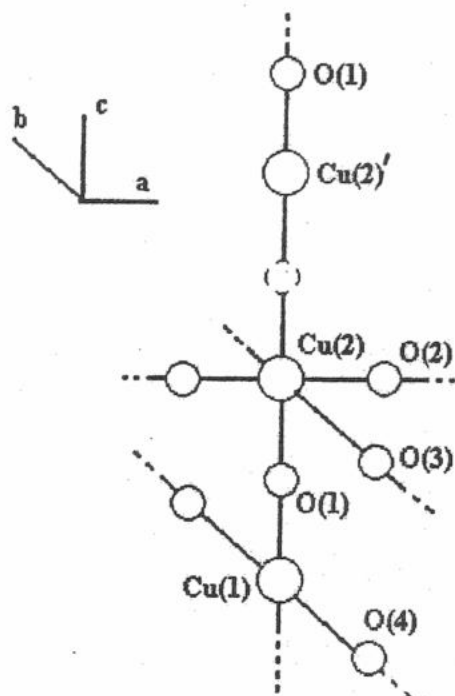


Рис. 1. Фрагмент элементарной ячейки ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$.

трех атомов меди в элементарной ячейке перовскита ($-\text{Cu}(2)-\text{O}(2,3)-$, $-\text{Cu}(1)-\text{O}(4)-$, $-\text{Cu}(2')-\text{O}(1)-$) и применить к описанию их колебаний теоретическую модель линейных цепочек с учетом взаимодействия с ближайшими соседями (см., напр., [23-25]).

Рассмотрим три основных кристаллографических направления $a = [100]$, $b = [010]$, $c = [001]$ и соответствующие им линейные цепочки атомов $\text{Cu} - \text{O}$, каждая из которых обладает тремя колебательными степенями свободы в элементарной ячейке перовскита (см. рис.1). С использованием такой структуризации кристаллической решетки ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ обобщенную ПФС можно записать в следующем виде:

$$G(\omega) = \frac{3}{9} g_1(\omega) + \frac{3}{9} g_2(\omega) + \frac{3}{9} g_3(\omega), \quad \int_0^{\infty} G(\omega) d\omega = 1, \quad (2)$$

где парциальные ПФС $g_i(\omega)$ ($i = 1, 2, 3$) определяются колебаниями цепочек $\text{Cu} - \text{O}$ вдоль соответствующих направлений a , b и c . Для определения явного вида функций $g_i(\omega)$ необходимо ввести закон дисперсии рассматриваемых фононных мод и определить резонансные частоты спектра из экспериментальных данных по оптической и нейтронной спектроскопии.

Поскольку характерные температуры измерений теплоемкости керамических металлооксидных сверхпроводников ($T \sim 100 \text{ K}$) существенно ниже их температуры плавления ($T \sim 1000 \text{ K}$), то применимо гармоническое приближение [23-25]. В этом случае закон дисперсии колебаний каждой цепочки $\text{Cu} - \text{O}$ можно представить в виде [16,17]:

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left[\omega_m^2 \pm \sqrt{\omega_m^4 - 4\omega_D^2 \omega_E^2 \sin^2(ka)} \right], \quad \omega_m = \sqrt{\omega_D^2 + \omega_E^2}, \quad 0 \leq k \leq \pi/(2a), \quad (3)$$

симметричном относительно предельных частот акустических $\omega_D = \sqrt{2\beta/M}$ и оптических $\omega_E = \sqrt{2\beta/m}$ фононов. Здесь a – расстояние между соседними атомами в цепочке $\text{Cu} - \text{O}$, β – коэффициент упругости решетки, M (m) – масса атомов меди (кислорода), ω_m – максимальная частота оптических фононов, соответствующая значению волнового числа $k = 0$. Знак “–” соответствует акустической, а знак “+” оптической ветви спектра. Отметим, что волны с предельными частотами ω_D и ω_E являются стоячими с нулевой групповой скоростью, соответствуют значениям волнового числа $k = \pm \pi/(2a)$ и лежат на границе зоны Бриллюэна [23-25].

Рассмотрим фрагмент элементарной ячейки ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (рис.1) и определим характерные виды колебаний, вносящие преимущественный вклад в спектральную ПФС $G(\omega)$. Как было показано в работах [19,20], основной вклад в функцию $G(\omega)$ вносят колебания атомов меди и кислорода. Колебания тяжелых атомов Y и Ba являются низкочастотными, имеют малую интенсивность в рассматриваемом интервале температур ($T=1-300 \text{ K}$) и слабо влияют на спектральную плотность колебаний решетки.

Кроме того, при анализе относительных колебаний атомов Cu и O важным является результат, полученный в работах [21,22], в соответствии с которым динамическое поведение атомов меди в ВТСП-купратах определяется в основном взаимодействием с ближайшими атомами кислорода. Это позволяет выделить характерные структурные звенья (см. рис. 1), связанные с каждым из

Отношение резонансных частот оптических и акустических фононов $\omega_E/\omega_D = \sqrt{M/m}$, относительная ширина запрещенной зоны $(\omega_E - \omega_D)/\omega_D = \sqrt{M/m} - 1$ и относительная ширина оптической ветви $(\omega_m - \omega_E)/\omega_E = \sqrt{m/\mu} - 1$, где $\mu = mM/(m+M)$ – приведенная масса, определяются исключительно массами атомов меди и кислорода.

Кроме того, предельные частоты спектра ω_D и ω_m могут быть выражены через частоту ω_E :

$$\omega_D = \sqrt{m/M} \omega_E, \quad \omega_m = \sqrt{m/\mu} \omega_E. \quad (4)$$

Поэтому, в случае ВТСП YBCO и других металлооксидных соединений, содержащих структурные звенья из атомов Cu и O, отношение ω_E/ω_D в точности равно 2, что объясняет полученный в работе [14] из анализа экспериментальной теплоемкости результат для отношения характерных температур $\Theta_E/\Theta_D \cong 2$.

С использованием закона дисперсии (3) парциальные ПФС для каждого из трех кристаллографических направлений можно записать в следующем виде

$$g_i(\omega) = \frac{1}{r_i} g_i^{(-)}(\omega) \chi(\omega_{D_i} - \omega) + \frac{r_i - 1}{r_i} g_i^{(+)}(\omega) \chi(\omega_{m_i} - \omega) \chi(\omega - \omega_{E_i}), \quad i=1,2,3, \quad (5)$$

где $\chi(x)$ – функция Хевисайда, а параметры r_i определяются числом атомов в соответствующем базисе.

ПФС акустических $g_i^{(-)}(\omega)$ и оптических $g_i^{(+)}(\omega)$ фононов в случае трехмерного спектра определяются выражениями [17,18]:

$$g_i^{(\pm)}(\omega) = \pm \frac{24}{\pi^3} Z_i(\omega) \text{Arc sin}^2 \left[\frac{\omega \sqrt{\omega_{m_i}^2 - \omega^2}}{\omega_{D_i} \omega_{E_i}} \right], \quad (6)$$

$$Z_i(\omega) = \frac{2\omega^2 - \omega_{m_i}^2}{\sqrt{(\omega_{m_i}^2 - \omega^2)(\omega_{D_i}^2 \omega_{E_i}^2 - \omega^2(\omega_{m_i}^2 - \omega^2))}}. \quad (7)$$

Здесь использована нормировка

$$\int_0^{\omega_{D_i}} g_i^{(-)}(\omega) d\omega = \int_{\omega_{E_i}}^{\omega_{m_i}} g_i^{(+)}(\omega) d\omega = 1, \quad i=1,2,3.$$

Для определения резонансных частот фононного спектра ω_{D_i} (колебания атомов меди) и ω_{E_i} (колебания атомов кислорода) рассмотрим экспериментально измеренные нейтронно-взвешенные ПФС для ВТСП YBa₂Cu₃O_{7-δ} стехиометрического состава [11] (рис. 2). На рисунке стрелками выделены характерные резонансные частоты для YBa₂Cu₃O_{7-δ}: 14.5, 18.5, 23, 29, 31, 42 и 62 мэВ, для идентификации которых воспользуемся измеренными парциальными спектрами колебаний атомов Cu и O [12] и результатами оптической спектроскопии [3-6].

Во-первых, поскольку наибольшая плотность колебательных состояний атомов меди приходится на энергетический интервал 10-30 мэВ, а парциальный спектр колебаний атомов кислорода лежит в области энергий выше 20 мэВ и дает основной вклад в ПФС при $E \geq 40$ мэВ [11,12], можно разделить акустические (низколежащие) и оптические (высоколежащие) частоты, пользуясь правилом (4): $\omega_{E_i}/\omega_{D_i} = 2, \quad i=1,2,3$.

Во-вторых, из анализа экспериментального фононного спектра авторы [11,12] делают вывод, что резонансные частоты 18.5 и 23 мэВ соответствуют колебаниям атомов меди Cu(2) в плоскостях CuO₂ (цепочки -Cu(2)-O(2)- и -Cu(2)-O(3)-); пик при энергии 14.5 мэВ связан с колебаниями атомов меди Cu(1) в плоскости, лишенной кислорода (цепочки -Cu(1)-O(4)-).

Поэтому, выбирая среднее значение $\langle \omega_{D_i} \rangle = 21$ мэВ для резонансной частоты акустических фононов в цепочках Cu-O, лежащих в плоскости CuO₂, получаем три пары резонансных частот фононного спектра для соответствующих структурных звеньев (см. рис. 1) элементарной ячейки YBa₂Cu₃O_{7-δ}:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \omega_{D_1} = 21 \text{ мэВ} (170 \text{ см}^{-1}), & \omega_{E_1} = 42 \text{ мэВ} (340 \text{ см}^{-1}) - \text{плоскость } \text{CuO}_2; \\ \omega_{D_2} = 14.5 \text{ мэВ} (120 \text{ см}^{-1}), & \omega_{E_2} = 29 \text{ мэВ} (235 \text{ см}^{-1}) - \text{цепочки } -\text{Cu}(1)-\text{O}(4)-; \\ \omega_{D_3} = 31 \text{ мэВ} (250 \text{ см}^{-1}), & \omega_{E_3} = 62 \text{ мэВ} (500 \text{ см}^{-1}) - \text{цепочки } -\text{Cu}(2)-\text{O}(1)-. \end{array} \right. \quad (8)$$

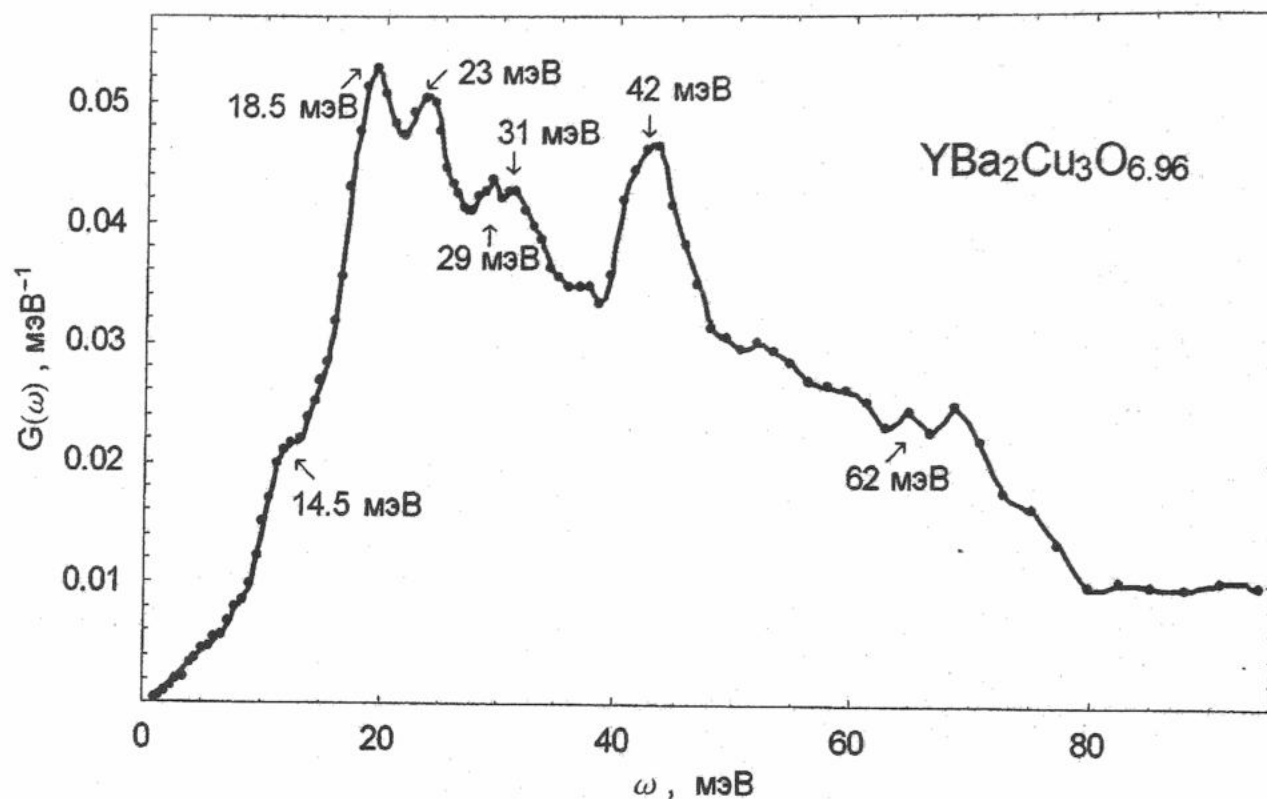


Рис. 2. Нейтронно-взвешенная ПФС $G(\omega)$ для ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ ($\delta=0.04$, $T_c=92$ K) [11].

Отметим, что оптические фононные моды 340 и 500 см^{-1} , обусловленные колебаниями атомов кислорода, действительно представлены отчетливыми пиками в КР-спектрах [3-6] и соответствуют типам колебаний, указанным в (8).

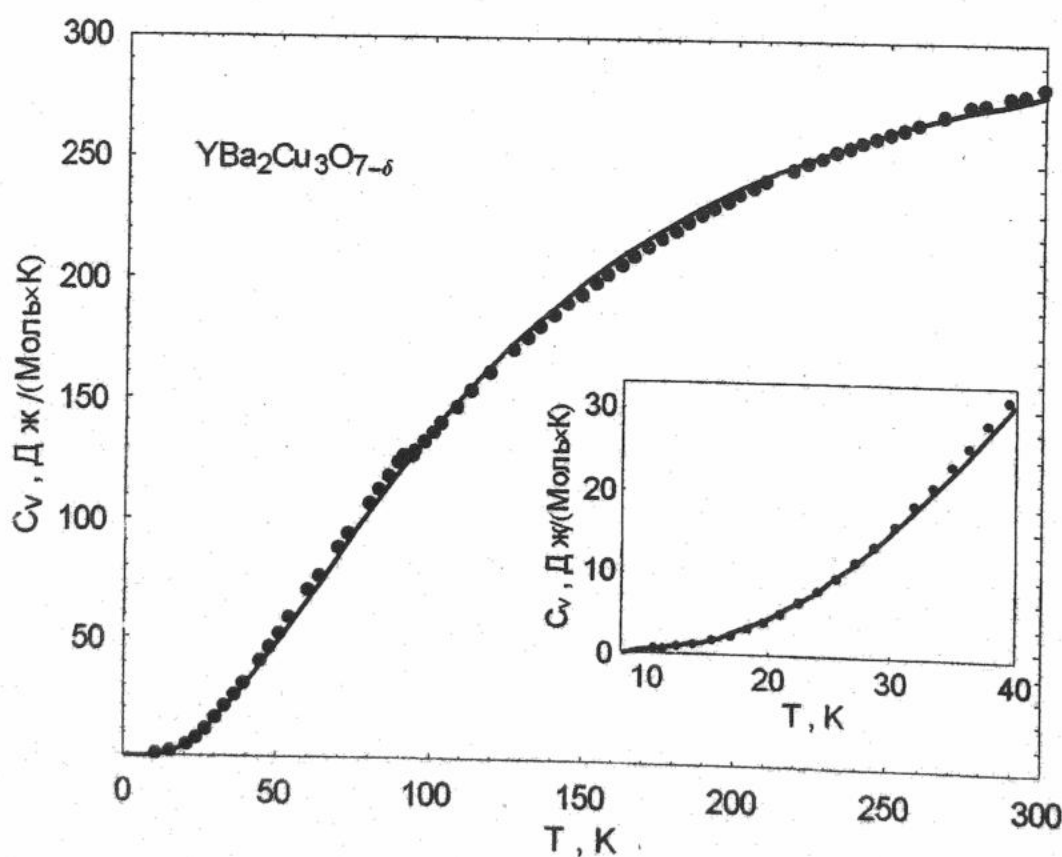


Рис. 3. Теплоемкость ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ ($\delta=0.04$, $T_c=92$ K). Кривые - результаты расчетов фононной теплоемкости по формулам (1) - (8), точки - эксперимент [26]. На вставке - теплоемкость в области низких температур.

Из анализа структуры элементарной ячейки ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7.8}$ (см. рис.1) следует, что в плоскости CuO_2 в базисе содержится 3 атома ($r_1=3$), вдоль цепочки $\text{Cu}(1)\text{-O}(4)$ - $2-\delta$ атомов ($r_2=2-\delta$), вдоль цепочки $\text{Cu}(2)\text{'-O}(1)$ - $5/3$ атомов ($r_3=1.67$). Среднее число атомов в базисе $\langle r \rangle = \frac{1}{3} \sum r_i$, полученное с использованием данных значений r_i , составляет $\langle r \rangle = \frac{20/3-\delta}{3}$, что близко к эмпирическому значению $r = \frac{7-\delta}{3}$, определенному из анализа экспериментальной теплоемкости ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7.8}$ в изотропной модели фононного спектра [14]. Таким образом в предложенном подходе учитывается зависимость ПФС $g_i(\omega)$ (5) от кислородного индекса δ .

Отметим также преемственность данной теоретической модели анизотропного фононного спектра, учитывающей различные частоты колебаний атомов Cu и O вдоль трех основных кристаллографических направлений и нашей предыдущей модели [16-18]. В пределе равенства резонансных частот $\omega_{D_1} = \omega_{D_2} = \omega_{D_3}$, $\omega_{E_1} = \omega_{E_2} = \omega_{E_3}$ и, выбирая среднее число атомов в базисе $\langle r \rangle$, мы получим выражение для обобщенной ПФС $G(\omega)$ такое же, как и в работах [16-18].

Результаты численных расчетов фононной теплоемкости ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.96}$ по формулам (1)-(7) с использованием набора резонансных частот (8) и соответствующих значений r_i , представлены на рис. 3 и сравниваются с экспериментальными данными [26].

Как видно из рис. 3, получено согласие теоретических расчетов с экспериментом как в широкой области температур до 300 К, так и в области низких температур $10 \text{ K} \leq T \leq 40 \text{ K}$ без использования подгоночных параметров. С одной стороны это свидетельствует о применимости предложенной теоретической модели анизотропного фононного спектра с дисперсией, с другой стороны позволяет однозначно выделить вклад электронной составляющей теплоемкости $C_e(T) = C_{\text{exp}}(T) - C_{\text{ph}}(T)$ в измеряемую экспериментально теплоемкость $C_{\text{exp}}(T)$ рассматриваемых ВТСП. Соответствующий электронный вклад для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.96}$ в области сверхпроводящего перехода $T \sim T_c$ представлен на рис. 4.

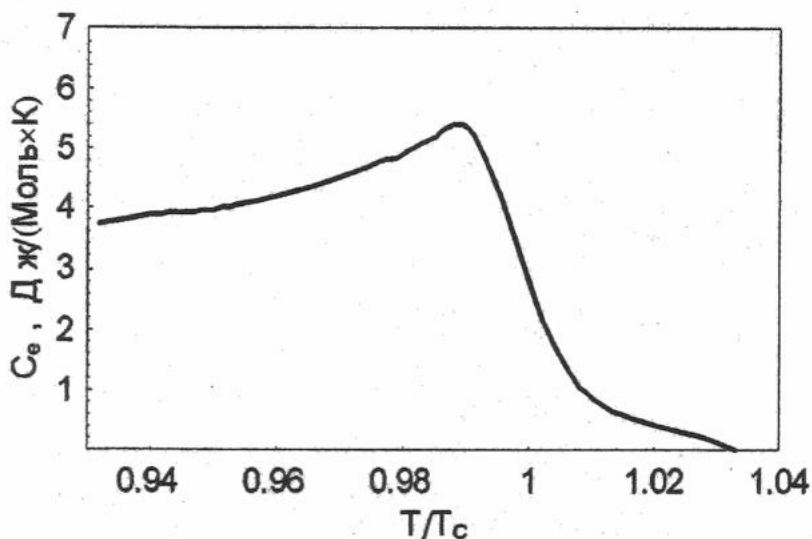


Рис. 4. Электронная теплоемкость ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.96}$ ($T_c=92 \text{ K}$) как функция приведенной температуры.

Как видно из рис. 4, для ВТСП YBCO имеет место четко выраженный скачок электронной теплоемкости, соответствующий переходу в сверхпроводящее состояние, из анализа которого можно получить информацию о величине флуктуационного вклада, параметрах электронной подсистемы, величине и возможной анизотропии энергетической щели в спектре квазиэлектронных возбуждений (см., напр., [27,28]). Величина скачка составляет $\Delta C \approx 4 \text{ Дж/(Моль·К)}$, что согласуется с результатами работ [29,30].

Отметим достаточно медленное спадание электронной теплоемкости рассматриваемых ВТСП при понижении температуры ниже T_c , что существенно отличается от экспоненциального характера электронной теплоемкости металлических сверхпроводников со слабой связью.

Полученные в настоящей работе аналитические выражения для парциальных ПФС $g_i(\omega)$ позволяют вычислять средние значения частоты, длины волны, фазовой и групповой скорости, а также эффективной массы акустических и оптических фононов для соответствующих направлений в кристаллической решетке ВТСП $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7.8}$, что является актуальным при изучении анизотропного электрон-фононного взаимодействия.

Детальное изучение особенностей электронной подсистемы металлооксидных анизотропных ВТСП YBCO является предметом наших дальнейших исследований.

Успех в вычислении решеточной теплоемкости по предложенной модели, учитывающей дисперсию фононов и структурные особенности металлооксидных ВТСП, позволяет также изучать вклад магнитной подсистемы в измеряемую теплоемкость данных соединений в области низких температур $T \leq 10 \text{ K}$. Представляется интересным развитие и этого направления исследований.

В заключение отметим универсальность данного теоретического подхода, основывающегося на знании особенностей кристаллической структуры и резонансных частот фононного спектра, для вычисления полного набора термодинамических характеристик других анизотропных (в т. ч. низкоразмерных) ВТСП-соединений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Physical Properties of the High Temperature Superconductors IV / ed. by D.M.Ginsberg, World Scientific, Singapore, 1994.
2. Электронная структура и физико-химические свойства высокотемпературных сверхпроводников / Г.П.Швейкин, В.А.Губанов, А.А.Фотиев и др. - М.: Наука, 1990, 240 с.
3. M.Krantz, H.J.Rosen, R.M. Macfarlane, V.Y.Lee // Phys. Rev. B, 1988, v. 38, p. 4992-4995.
4. M.Cardona, C.Thomsen // High- T_c Superconductors: Electronic Structure / Ed. by A.Bianconi, A.Marcelli, Oxford: Pergamon, 1989, p. 79.
5. T.Stauffer, R.Hackl, P.Muller // Sol. State Com., 1990, v. 75, N 12, p. 975-979.
6. E.Altendorf, J.Chrzanowski, J.C.Irwin et al. // Physica C, 1991, v. 175, p. 47-57.
7. L.Genzel, A.Wittlin, J.Kuhl et al. // Sol. State Com., 1987, v. 63, p. 843-846.
8. S.Sugai // Phys. Rev. B, 1987, v.36, N 13, p. 7133-7136.
9. A.P.Litvinchuk, C.Thomsen, M.Cardona // Infrared-active vibrations of high-temperature superconductors: experiment and theory / Ed. by D.M.Ginsberg, Singapore: World Scientific, 1994.
10. W.Reichardt, D.Ewert, E.Gering et al. // Physica B, 1989, v. 156&157, p. 897-901.
11. P.P.Parshin, M.G.Zemlyanov // Report on XII Trilateral German-Russian-Ukrainian Seminar on HTS, 25-29 October 1999, Kiev, Ukraine.
12. П.П.Паршин, М.Г.Землянов, О.Е.Парфенов, А.А.Чернышев // Письма в ЖЭТФ, 1990, т. 51, с. 380-382.
13. Ф.А.Бойко, Г.Ю.Бочковая, А.М.Быков и др. // ФНТ, 1990, т.16, N 1, с. 26-30.
14. И.Н.Кудрявцев, К.Э.Немченко, В.В.Деревянко и др. // ФНТ, 1991, т. 17, с. 739-745.
15. W.Reichardt, L.Pintschovius, B.Hennion, F.Collin // Supercond. Sci. Technol., 1988, v. 1, p.173-176.
16. И.Н.Кудрявцев // Вестник Харьковского университета, сер. физ. "Ядра, частицы, поля", 1999, N 453, вып. 3/7/, с. 36-42.
17. I.N.Kudryavtsev // Report on XII Trilateral German-Russian-Ukrainian Seminar on HTS, 25-29 October 1999, Kiev, Ukraine.
18. И.Н.Кудрявцев // Вестник Харьковского университета, сер. физ. "Ядра, частицы, поля", 1999, N 463, вып. 4/8/, с. 27-33.
19. П.П.Паршин, М.Г.Землянов, О.Е.Парфенов, А.А.Чернышев // Письма в ЖЭТФ, 1990, т. 51, с. 380-382.
20. W.Bruesch, W.Bunker // Z. Phys. B, 1988, v. 70, p. 1.
21. П.П.Паршин, М.Г.Землянов, А.В.Иродова и др. // ФТТ, 1996, т. 38, вып. 6, с. 1665-1672.
22. П.П.Паршин, М.Г.Землянов, А.С.Иванов и др. // ФТТ, 1999, т. 41, вып. 7, с. 1149-1153.
23. Дж.Блейкмор. Физика твердого состояния. - М.: Металлургия, 1972, 488 с.
24. Дж.Рейсленд. Физика фононов. - М.: Мир, 1975, 365 с.
25. Н.Б.Брандт, С.М.Чудинов. Электроны и фононы в металлах. - М.: Изд-во МГУ, 1990, 335 с.
26. T.Atake, A.Honda, H.Kawaji // Physica C, 1991, v. 190, p. 70-72.
27. Э.А.Пашицкий // Письма в ЖЭТФ, 1995, т. 61, N 4, с. 264-270.
28. Э.А.Пашицкий, В.И.Пентегов // ЖЭТФ, 1997, т. 111, N 1, с. 298-317.
29. G.A.Costa, M.M.Ferretti, E.Kaiser // Thermochimica Acta, 1990, v. 162, p. 69-74.
30. K.Kitazawa, T.Atake, H.Ishii et al. // Jpn. J. Appl. Phys., 1987, v. 26, p. L748.

LATTICE DYNAMICS AND HEAT CAPACITY OF ANISOTROPIC YBCO
HIGH-TEMPERATURE SUPERCONDUCTORS

I.N. Kudryavtsev

Dept. of Physics, Kharkov State Automobile & Highway Technical University,
25, Petrovsky st., 61002 Kharkov, Ukraine; E-mail: aip@khadi.kharkov.ua

Theoretical model for calculation of the thermodynamic functions of layered HTS-cuprates is proposed, with accounting for the main peculiarities of the lattice dynamics: the presence of the high-frequent optical modes, the dependence of phonon density of states (PDOS) on the oxygen content, the phonon dispersion and anisotropic character of phonon spectrum. The generalized PDOS $G(\omega)$ is introduced as a combination of partial PDOS $g_i(\omega)$ for each of three main crystallographic directions ($i=a,b,c$). The dispersion law for the Cu-O linear chain vibrations is used for determination of the functions $g_i(\omega)$ and the characteristic frequencies of phonon spectrum is chosen from the data on optical and neutron spectroscopy. The constructed thus PDOS $G(\omega)$ does not contain any fitting parameters and allows us to calculate the phonon energy, heat capacity, entropy and other thermodynamic functions of HTS-cuprates. The single-valued electronic contribution to the heat capacity is determined in the superconducting transition region.

KEY WORDS: high-temperature superconductors, lattice dynamics, dispersion law, acoustic and optical phonons, phonon density of states, heat capacity, electronic subsystem

УДК 539.2+335.375

РАССЕЯНИЕ МАНДЕЛЬШТАМА-БРИЛЛЮЭНА НА ВТОРИЧНЫХ ВОЛНАХ В ГАЗЕ КВАЗИЧАСТИЦ

В.Ф. Алексин, В.Д. Ходусов

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина.

Украина, 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4.

e-mail: khodusov@pem.kharkov.ua

Поступила в редакцию 23 февраля 2001 г.

Рассмотрено рассеяние Мандельштама-Бриллюэна на вторичных волнах в газе квазичастиц, которое приводит к образованию дуплета рассеянного света. Вычислены интенсивность рассеянного света на вторичных волнах в дуплете. Экспериментальное наблюдение этого дуплета будет свидетельствовать о существовании вторичных волн в газе квазичастиц.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: спектральная плотность корреляторов, флуктуации, рассеяние Мандельштама-Бриллюэна, вторичные волны, квазичастицы, фононы.

Рассеяние света в конденсированных средах может быть вызвано тепловыми флуктуациями диэлектрической проницаемости $\delta\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij} - \epsilon_{0ij}$ [1-5]. Спектр рассеянного света будет определяться корреляционной функцией диэлектрической проницаемости $\langle \delta\epsilon_{ij}(\vec{r}', t'), \delta\epsilon_{ij}(\vec{r}'', t'') \rangle$. Физический интерес представляет связь между $\delta\epsilon_{ij}$ и флуктуирующими параметрами, которые дают вклад в $\delta\epsilon_{ij}$. Этими параметрами могут быть плотность, энтропия, температура, смещение частиц, намагниченность и т.д. Рассеяние света на этих флуктуациях может быть как упругим релеевским рассеянием, так и неупругим. Среди неупругих процессов рассеяния света наибольший интерес представляет рассеяние Мандельштама-Бриллюэна (РМБ) [2-5], при котором образуется дуплет рассеянного света.

Флуктуация энтропии, как следует из работы [6], приводит к упругому релеевскому рассеянию света, в результате которого происходит уширение спектральной линии падающего света. Однако, как было показано в работах [7, 8], в газе бозе-квазичастиц (фононов, магнонов, плазмонов и т.д.) в области низких температур при определенных условиях возможно существование вторичных волн (ВВ) типа волн второго звука (ВВЗ) в HeII, которые, по сути, являются энтропийными или температурными. Рассеяние света на этих волнах является рассеянием Мандельштама-Бриллюэна и приводит к созданию дуплета рассеянного света с частотами $\omega_2 = \omega_1 \pm \Omega_{II}$, где $\omega_{1,2}$ — частоты падающего и рассеянного света, Ω_{II} — частота ВВ. Очевидно, что дуплет можно наблюдать, если спектральная плотность падающей световой волны имеет острый максимум с полушириной меньшей Ω_{II} . Одной из основных проблем при изучении вторичных волн в газе квазичастиц является проблема возбуждения и наблюдения этих волн [7, 8]. Экспериментальное наблюдение возникающего дуплета при РМБ и будет свидетельствовать о существовании ВВ. Ранее рассматривалось образование дуплета на ВВЗ в HeII [9] и в газе фононов в диэлектриках [10, 11]. Целью данной работы является изучение образования дуплета света на вторичных волнах в газе любых бозе-квазичастиц (магнонов, плазмонов, фононов и т.д.) и определение интенсивности рассеянного света.

ВТОРИЧНЫЕ ВОЛНЫ В ГАЗЕ КВАЗИЧАСТИЦ

В работе [7] была получена следующая система линейных уравнений газодинамики квазичастиц для дрейфовой скорости квазичастиц $\vec{u}$ и относительной температуры $\theta = (T - T_0)/T_0$ в случае, когда число квазичастиц при взаимодействии не сохраняется:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{ij} \dot{u}_j + S_0 T_0 \frac{\partial \theta}{\partial x_i} - \eta_{ijlm} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_m} + r_{ij} u_j &= 0 \\ C_0 \dot{\theta} + S_0 \text{div} \vec{u} - \tilde{\kappa}_{ij} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_j} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где T_0 — равновесная температура, $\tilde{\rho}_{ij}$ — тензор с размерностью плотности массы, характеризующий инерцию квазичастиц, C_0, S_0 — равновесные плотности теплоемкости и энтропии, $\tilde{\eta}_{ijlm}, \tilde{\kappa}_{ij}$ — тензоры вязкости и гидродинамической теплопроводности, r_{ij} — симметричный тензор внешнего трения в газе квазичастиц. Эта

система уравнений описывает вторичные волны, частота которых равна $\Omega_{II} = qW_{II}$, скорость —

$W_{II} = \left(\frac{T_0 S_0}{C_0} \tilde{\rho}^{-1} \right)^{1/2}$, а коэффициент затухания ВВ равен:

$$\Gamma_{II} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\tau_R} + (\tau_{\tilde{\kappa}} + \tau_{\tilde{\eta}}) \Omega_{II}^2 \right]. \quad (2)$$

Здесь введены диффузионные времена, определяемые следующими выражениями:

$$\tau_{\tilde{\kappa}} = \frac{\tilde{\kappa}}{CW_{II}^2}; \quad \tau_{\tilde{\eta}} = \frac{\tilde{\rho}_i^{-1} \eta_{ij} \tilde{\rho}_j^{-1}}{\tilde{\rho}^{-1} W_{II}^2}; \quad \tau_R = \frac{\tilde{\rho}^{-1}}{\tilde{\rho}_i^{-1} r_{ij} \tilde{\rho}_j^{-1}}, \quad (3)$$

где $\tilde{\rho}_j^{-1}$, $\tilde{\rho}^{-1}$ — свертки тензора $\tilde{\rho}_{ij}^{-1}$ вида $\tilde{\rho}_j^{-1} = \tilde{\rho}_{jl}^{-1} n_l$; $\tilde{\rho}^{-1} = \tilde{\rho}_{ij}^{-1} n_i n_j$, $\eta_{il} = \eta_{ijlm} n_j n_m$, $\tilde{n} = \tilde{k}/|k|$. Условие существования слабозатухающих ВВ ($\Gamma_{II}/\Omega_{II} \ll 1$) приводит к следующему условию накладываемому на частоту Ω_{II} , известному как "окно" существования ВВ [7, 8]:

$$\min \left(\frac{1}{\tau_{\tilde{\eta}}}; \frac{1}{\tau_{\tilde{\kappa}}} \right) \gg \Omega_{II} \gg \frac{1}{\tau_R}. \quad (4)$$

Приведем, для примера, выражение для скорости ВВ в газе некоторых конкретных бозе-квазичастиц [7, 8]. Так, в газе фононов изотропного кристалла в области температур $T \ll \Theta_D$ скорость ВВ равна:

$$W_{II} = \frac{V_t}{\sqrt{3}} \left(\frac{2 + (V_t/V_l)^3}{2 + (V_t/V_l)^5} \right)^{1/2}, \quad \text{где } V_{l,t} \text{ — скорости продольного, поперечного звука; в газе магнонов с квадратич-}$$

ным законом дисперсии в ферродизэлектриках в области температур $T \ll \Theta_D^2/\Theta_C$ — $W_{II} = 1,31 \cdot a \sqrt{T \cdot \Theta_C}$, где a — постоянная решетки, Θ_D — температура Дебая, Θ_C — температура Кюри.

ИНТЕНСИВНОСТЬ РАССЕЯННОГО СВЕТА НА ВТОРИЧНЫХ ВОЛНАХ

В случае состояния среды, которое описывается газодинамикой квазичастиц, рассеяние света на тепловых флуктуациях дает возможность обнаружить ВВ. Рассеяние Мандельштама-Бриллюэна на ВВ можно представить как процесс неупругого столкновения между падающим фотоном $\hbar\omega_1$, рассеянным фотоном $\hbar\omega_2$ и ВВ $\hbar\Omega_{II}$, при котором выполняются следующие законы сохранения энергии и импульса

$$\hbar\omega_2 = \hbar\omega_1 \pm \hbar\Omega_{II}; \quad \hbar\vec{k}_2 = \hbar\vec{k}_1 \pm \hbar\vec{q}. \quad (5)$$

Здесь знак "-" соответствует образованию стоксовой, а знак "+" — антистоксовой компоненты рассеянного света. Поскольку ВВ являются низкочастотными, то $k_1 \approx k_2$ и из (5) следует следующее ограничение на волновой вектор ВВ:

$$q \approx 2k_1 \sin(\varphi/2), \quad (6)$$

где φ — угол между векторами $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$.

Интенсивность рассеянного света с частотой $\omega_2 = \omega_1 \pm \Omega$ для кристаллов принадлежащим кубической сингонии в точке $\vec{r}$ определяется следующим выражением [1-5]

$$I(\vec{r}, \omega_1 \pm \Omega) = \frac{E_1^2 k_1^4 \sin^2(\varphi/2)}{(4\pi)^2 r^2} \frac{c}{8\pi} V \langle \delta\epsilon(\vec{q}, \Omega) \delta\epsilon^*(\vec{q}, \Omega) \rangle, \quad (7)$$

где c — скорость света, E_1 — амплитуда падающего света, $\delta\epsilon(\vec{q}, \Omega)$ — Фурье компонента $\delta\epsilon(\vec{r}, t)$, $\langle \delta\epsilon(\vec{q}, \Omega) \delta\epsilon(\vec{q}, \omega) \rangle$ — спектральные плотности корреляционной функции флуктуации диэлектрической проницаемости.

Так как ВВ являются энтропийными или температурными волнами, то нас интересуют флуктуации диэлектрической проницаемости связанные с флуктуациями температуры $\delta T = T_0 \theta$, для которых $\delta\epsilon = \left(\frac{\partial\epsilon}{\partial T} \right)_V \cdot T_0 \theta$, где $\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial T} \right)_V$ — термо-оптический коэффициент. Флуктуация энтропии δS связана с флуктуацией температуры соотношением $\delta S = C \cdot \theta$ [7].

Интенсивность рассеянного света (7) будет определяться спектральной плотностью коррелятора флуктуации температуры $\langle \theta^2 \rangle_{\vec{q}, \Omega}$, значение которой было вычислено в [12, 13] и имеет вид для газодинамики с сохраняющимся числом квазичастиц

$$\langle \theta^2 \rangle_{\vec{q}, \Omega} = -\frac{1}{(2\pi)^4} \text{Im} \left\{ \left(\Omega C + i\tilde{\kappa} q^2 \right) - q^2 S^2 T_0 a^{-1} \right\}^{-1}, \quad (8)$$

где $a^{-1} = a_{ij}^{-1} \hat{n}_i \hat{n}_j$, a_{ij}^{-1} — обратный тензор к тензору $a_{ij} = \Omega \tilde{\rho}_{ij} + i(r_{ij} + q^2 \tilde{\eta}_{ij})$. В области существования ВВ (4) спектральная плотность $\langle \theta^2 \rangle_{\vec{q}, \Omega}$ имеет лоренцеву форму и после подстановки в (7) дает интенсивность рассеянного света в дуплете, определяет форму спектральной линии, ее ширину:

$$I(\vec{r}, \omega_1 \pm \Omega) = \frac{E_1^2 k_1^4 c \sin^2(\varphi/2)}{2^6 (2\pi)^4 r^2} V \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)^2 \frac{T_0^2}{C} \frac{\Omega^2 \Gamma_{\Pi}}{(\Omega^2 - \Omega_{\Pi}^2)^2 + 2\Omega^2 \Gamma_{\Pi}^2}. \quad (9)$$

Если условие (4) не выполняется, то ВВ отсутствуют и формула (7) будет определять интенсивность релеевского рассеяния, которая приводит к уширению спектральной линии падающей световой волны

$$I(\vec{r}, \omega_1 \pm \Omega) = \frac{E_1^2 k_1^4 c \sin^2(\varphi/2)}{2^6 (2\pi)^4 r^2} V \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)^2 \frac{T_0^2}{C} \frac{q^2 (\kappa + \tilde{\kappa})}{(C\Omega)^2 + q^4 (\kappa + \tilde{\kappa})}, \quad (10)$$

где $\kappa = \kappa_{ij} \hat{n}_i \hat{n}_j$, тензор $\kappa_{ij} = T_0 S r_{ij}^{-1} \hat{n}_i \hat{n}_j$ — тензор статической теплопроводности.

В работе [7] определены значения кинетических коэффициентов в газодинамике конкретных бозе-квазичастиц (фононов в диэлектриках, магнонов в ферро- и антиферромагнетиках), определены частоты ВВ Ω_{Π} и их коэффициенты затухания Γ_{Π} . Это дает возможность, используя формулу (9) определить интенсивности рассеянного света на ВВ в дуплетах для газа конкретных бозе-квазичастиц.

Работа поддержана УНТЦ (проект № 1499).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, Москва (1957).
2. И.Л. Фабелинский. Молекулярное рассеяние света. Наука, Москва (1965).
3. П.Флери, в книге "Физическая акустика" под ред. У. Мэзона, т. VI, с. 13, Мир, Москва (1973).
4. Рассеяние света в твердых телах. Под ред. М. Кордоны, Мир, Москва (1979).
5. Рассеяние света в твердых телах. Выпуск II. Основные понятия и методы исследования. Под ред. М. Кордоны и Г. Гюнтеродта, Мир, Москва (1984).
6. Л.Д. Ландау, Г. Плачек. *Sov. Phys.* **5**, 172 (1934).
7. А.И. Ахизер, В.Ф. Алексин, В.Д. Ходусов. *ФНТ*, **20**, 1199 (1994). **21**, 3 (1995).
8. А.И. Ахизер, В.Ф. Алексин, В.Д. Ходусов. *УФЖ*, **30**, 1248 (1985).
9. В.Л. Гинзбург, *ЖЭТФ*, **13**, 243 (1943).
10. A. Griffin, *Phys. Letters*, **17**, 208 (1965).
11. R.H. Enns, R.R. Haering. *Phys. Letters*, **21**, 53 (1966).
12. В.Ф. Алексин, В.Д. Ходусов. *Вісник ХНУ № 490*, серія фізична "Ядра, частинки, поля", 2000, вип. 3 /11/, с. 45-48.
13. В.Ф. Алексин, В.Д. Ходусов. *ФНТ*, **27**, 301 (2001).

MANDELSTAM-BRILLUOIN SCATTERING FROM THE SECONDARY WAVES IN GAS OF QUASI-PARTICLES

V.F. Aleksin, V.D. Khodusov

Department of Physics and Technology, Kharkiv National University
Svobody Sq. 4, Kharkiv, 61077, Ukraine. e-mail: khodusov@pem.kharkov.ua

Mandelstam-Brilluoin scattering from the secondary waves in gas of quasi-particles which leads to formation of a doublet of scattered light, are considered. The intensity of scattered light from the secondary waves in doublet has been calculated. It is the experimental observation of this doublet that will be evidence of existence of the secondary waves in gas of quasi-particles.

KEY WORDS: spectral density correlator, fluctuations, Mandelstam-Brilluoin scattering, secondary waves, quasi-particles, phonon.

УДК 539.172

ОПТИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА КОЛЛЕКТОРНОЙ ПЛАЗМЫ

А.М.Егоров¹, В.Ф.Клепиков², А.Г.Пономарев¹, А.Г.Толстолицкий¹, В.В.Уваров¹,
В.Т.Уваров¹¹ННЦ «Харьковский физико-технический институт», 61108, г.Харьков, ул.Академическая, 1²Научно-технический центр электрофизической обработки НАН Украины

61002 Харьков, ул. Чернышевского 28, а/я 8812, Украина

Поступила в редакцию 9 марта 2001 г.

В работе с помощью оптических методов диагностики исследована динамика формирования и разлета газоплазменного факела, образующегося при взаимодействии трубчатых РЭП с твердотельной мишенью. Зарегистрированы фронты ударных волн и, как результат их схождения, — образование фокуса ГПФ. Измерены также и некоторые характеристики пучка (азимутальное вращение и геометрические размеры).

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: релятивистские электронные пучки, газоплазменный факел, ударные волны.

При взаимодействии сильноточного релятивистского электронного пучка (РЭП) с мишенью вследствие большой объемной плотности энергии, выделившейся в тонком слое мишени за короткое время, происходит тепловой взрыв ее поверхности с образованием кратера и формированием разлетающегося навстречу пучку газоплазменного факела (ГПФ) [1-3].

ГПФ представляет собой сильно разогретый газ с высокой плотностью и частично ионизованными атомами вещества мишени, в результате чего его разлет происходит с большими скоростями, что приводит из-за импульса отдачи к возникновению сильной ударной волны [4].

Известно также, что ГПФ, попадая в канал транспортировки РЭП, может привести к закорачиванию разрядного промежутка и, таким образом, влиять на параметры пучка.

Процессы, происходящие в коллекторной плазме, имеют определяющую роль при использовании РЭП для нагрева плазмы в магнитных ловушках, создания генераторов микроволнового и рентгеновского излучений, коллективного ускорения ионов, а также при выборе материалов первой стенки термоядерного реактора. Поэтому изучение процессов взаимодействия сильноточных РЭП с твердотельными мишенями являются актуальными для дальнейшего развития сильноточной плазменной электроники.

Экспериментальные исследования по воздействию трубчатых РЭП микросекундной длительности на твердотельные мишени проводились на ускорителе МИГ-1 [5], внешний вид которого с диагностической аппаратурой показан на рис. 1, а схема эксперимента - на рис. 2.

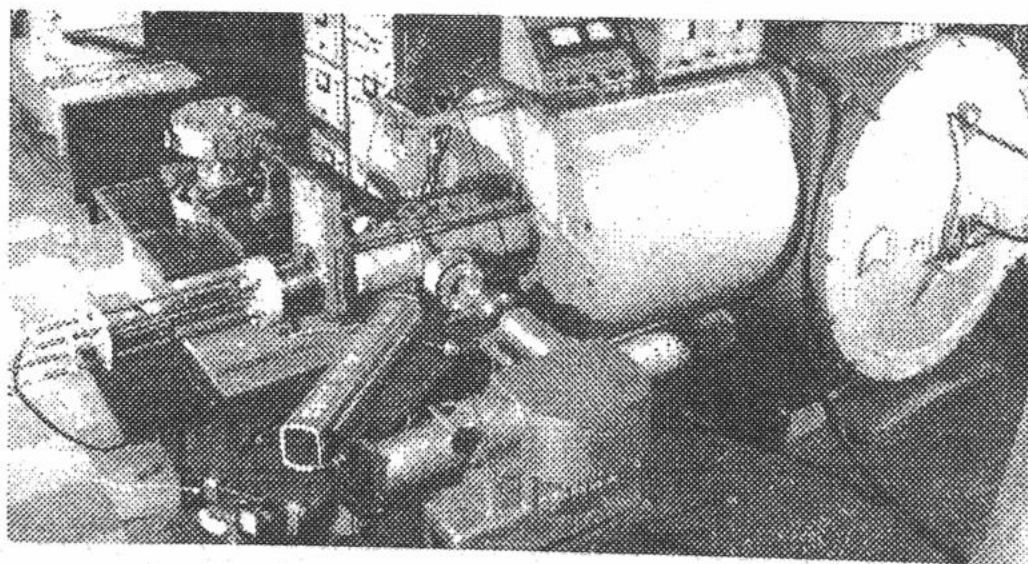


Рис. 1. Внешний вид ускорителя МИГ-1.

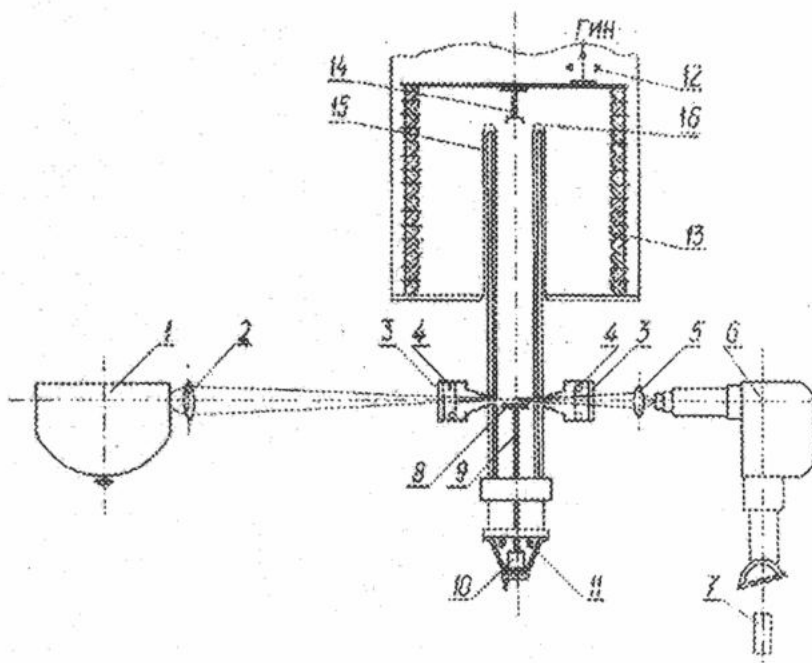


Рис. 2. Схема эксперимента: 1 - камера СФР-2М; 2 - линза; 3 - оптическое стекло; 4 - перемоточное устройство; 5 - линза; 6 - спектрограф ИСП-51; 7 - лазер; 8 - мишень; 9 - коллектор; 10 - камера обскуры; 11 - пояс Роговского для измерения тока пучка; 12 - пояс Роговского для измерения общего тока; 13 - ускорительная трубка; 14 - катод; 15 - соленоид; 16 - анод.

Трубчатый РЭП, эмитируемый катодом 14 формировался в нарастающем магнитном поле 15 магнитоизолированного диода и транспортировался в однородном магнитном поле в камере дрейфа, передний фланец которой 16 являлся анодом. Энергия РЭП $\sim 0,5$ Мэв, ток пучка ~ 5 кА, длительность импульса тока по основанию $(4-8) \cdot 10^{-6}$ с, плотность тока пучка > 1 кА/см². Диаметр трубчатого пучка 4 см, а толщина его $\leq 0,2$ см. Ведущее магнитное поле с индукцией $\sim 1,0$ Тл создавалось соленоидом 15. Пучок транспортировался на расстояние ~ 100 см к коллектору 9, на котором была укрепленная исследуемая мишень.

Измерения пространственно-временных характеристик ГПФ проводились с помощью высокоскоростного фоторегистратора СФР-2М, работавшего в режиме непрерывной развертки.

Динамика формирования и разлета ГПФ определялась по СФР-граммам, полученным при воздействии трубчатого РЭП на дисковые твердотельные мишени толщиной 1 ± 10 мм. Кроме того применялись и комбинированные мишени (рис.3), в которых полоска исследуемого материала шириной $1,0 \pm 1,5$ см крепилась к дисковой мишени на расстоянии 5,0 см и ориентировалась вдоль оптических щелей спектральных приборов. В этом случае часть трубчатого пучка попадала на полоску, а значительная его часть - на дисковую мишень, расположенную по ходу пучка за полоской. Такой прием позволил осуществить регистрацию оптического излучения не из всего объема взаимодействия, а только из плоскости, проходящей через пластинку. Тем самым удалось рассмотреть процессы, которые были скрыты от наблюдения из-за непрозрачности всего светящегося плазменного объема при попадании РЭП на одну дисковую мишень. При этом, как показал анализ, характер взаимодействия трубчатого РЭП с комбинированной и дисковой мишенями практически не менялся.

Вывод оптического излучения из объема взаимодействия осуществлялся через щели шириной 1,5 см и высотой 8,0 см, расположенных на противоположных сторонах относительно оси камеры дрейфа. При этом провисание магнитного поля в области щелей было незначительным (до 10%), что практически не влияло на качество транспортируемого пучка.

Для обеспечения вывода без потерь оптического излучения из области взаимодействия РЭП с мишенью было изготовлено специальное устройство (рис.2, поз.4), которое защищало оптические стекла (рис.2, поз.3) от продуктов разлета вещества мишени. Устройство состояло из лавсановой ленты, намотанной на барабан, которая после каждого разряда перематывалась на другой барабан, обеспечивая тем самым прозрачность оптического канала для последующего разряда с учетом того обстоятельства, что время регистрации оптического излучения составляет менее 30 мкс, а время разлета макрочастиц, материала мишени до поверхности лавсановой пленки более 50 мкс. Такая же операция проводилась и на втором оптическом окне.

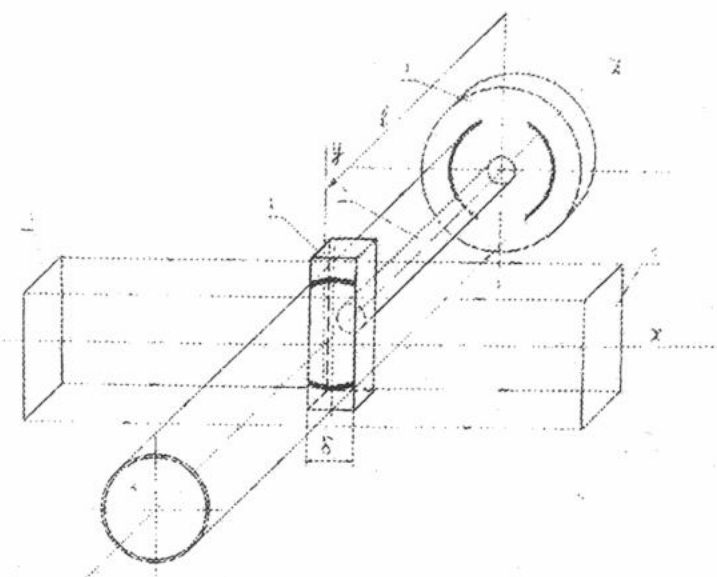


Рис. 3. Комбинированная мишень: 1 – полоска; 2 – держатель; 3 – дисковая мишень; 4 – лазерный параллельный пучок; 5 – трубчатый РЭП.

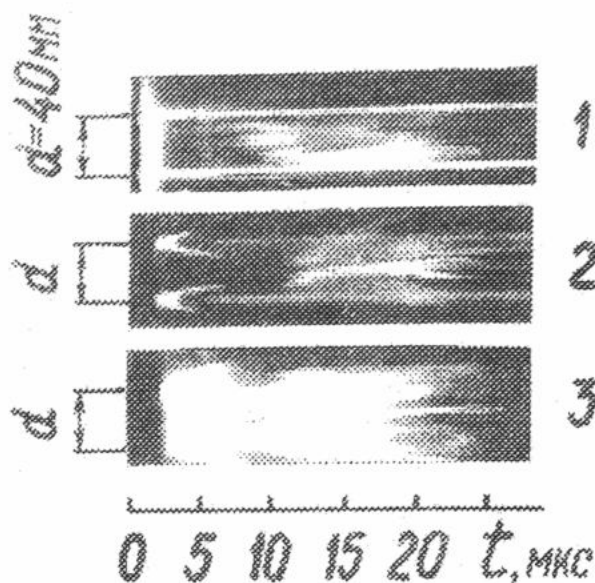


Рис. 4. СФР-грамма свечения ППФ на различных расстояниях от поверхности мишени: 1 – 0 мм; 2 – 2 мм; 3 – 4 мм.

Камера СФР-2М и спектрограф ИСП-51 располагались по обе стороны камеры дрейфа и прием излучения от лазера ЛТИ-П4 на эти приборы происходил одновременно в течении времени разряда. Излучение лазера ($\lambda = 0,53$ мкм) преобразовывалось оптической системой (телескопы с фокусным расстоянием 750 мм) таким образом, что пространство перед мишенью освещалось параллельным световым потоком, а изображение пространства взаимодействия проектировалось на регистрирующем элементе (фотопленке). Оптическая стыковка двух приборов с привязкой к одному исследуемому сечению вблизи поверхности мишени осуществлялась с помощью He-Ne лазера с узким пучком. Лазер устанавливался со стороны камеры спектрографа и его луч настраивался по главной оси объективов камеры и коллиматора путем соответствующего поворота системы призм.

Расстояние от мишени к месту отбора излучения подбиралось путем передвижения мишени специальной системой микрометрической подачи с точностью 0,1 мм. Временное и пространственное разрешение камеры СФР-2М было 0,1 мкс и 1,3 мм соответственно. Ширина щели спектрографа составляла 0,025 мм. Для регистрации излучения применялись пленка типа РФ и аэропленка (тип 29, чувствительность 3200 ед.).

На рис.4 представлены СФР-граммы, полученные при регистрации оптического свечения на расстоянии $l=0,2$ и 4 мм от плоскости комбинированной мишени (ст. 12Х18Н10Т). По характеру свечения на СФР-граммах можно выделить три стадии взаимодействия РЭП с мишенью: начальная, зарождение мощных ударных волн и образование фокуса ударных волн.

На первой стадии взаимодействия, когда в мишени за время $\leq 0,2$ мкс выделяется значительная часть энергии падающего пучка на СФР-грамме ($l=0$ мм) в течении ~ 1 мкс регистрируется яркое неоднородное свечение по всему диаметру камеры дрейфа. Следует отметить, что наиболее яркое свечение возникает по центру камеры дрейфа, где пучок, имеющий форму цилиндра, отсутствует. Напротив, в том месте, где пучок непосредственно падает на мишень свечение слабее, что может быть объяснено появлением интенсивного свечения от центрального образования – фокуса газоплазменного факела. Характерной особенностью для свечения на первой стадии является наличие ряда радиальных полос. По наклону этих полос к оси времени на СФР-граммах оценены скорости разлета светящегося вещества, которые оказались равными $\sim 10^7$ см/с, что характерно для плазменного состояния вещества.

Таким образом, на начальной стадии взаимодействия РЭП с мишенью происходит быстрый нагрев поверхностного слоя и разлет образовавшейся плазмы с большими скоростями.

Глубина кратера за один разряд ускорителя, соответствующая зоне энерговыделения РЭП (энергии пучка и его геометрическим размерам), составляет $\sim 0,1$ мм. Размеры трубчатого пучка определялись по его отпечаткам на мишени и рентгеновским обскурограммам. На рис. 5 показана одна из характерных обскурограмм, полученная камерой-обскурой, которая располагалась под углом 45° к плоскости мишени. Средний диаметр рентгеновского отпечатка соответствует диаметру падающего на мишень пучка.

Вторая стадия взаимодействия РЭП с мишенью начинается на первой микросекунде разряда с образования ярко светящейся области в месте падения пучка на комбинированную мишень. Свечение со временем расширяется по полусфере перед мишенью со скоростью $\sim 2 \cdot 10^5$ см/с и на третьей микросекунде после старта

импульса тока наблюдаются следы двух четко сформировавшихся фронтов мощных цилиндрических ударных волн. Фронт ударной волны, движущийся к стенкам камеры дрейфа быстро рассеивается и на четвертой микросекунде его след на СФР-грамме исчезает (рис. 4, поз. 2).

Фронт ударной волны, движущийся к оси камеры дрейфа на 13-й микросекунде после старта импульса тока схлопывается на оси на расстоянии 2 мм от мишени, образуя фокус ГПФ диаметром 2-3 мм.

Момент схождения ударной волны к оси камеры дрейфа можно считать началом третьей стадии происходящих процессов. Особенно хорошо фокус ударной волны прослеживается на СФР-грамме, полученной при регистрации свечения на расстоянии 2 мм от плоскости мишени (рис. 4, поз. 2). На СФР-грамме видно, что в области фокуса интенсивность свечения значительно выше и сохраняется в течение 5 мкс.

После распада фокуса регистрируются следы расходящегося фронта ударной волны, однако скорость его распространения по радиусу на порядок меньше скорости схождения фронта ударной волны. Очевидно, в фокусе ГПФ кинетическая энергия ударной волны эффективно трансформируется в тепловую энергию, что и приводит к нагреву частиц в нем.

Нагрев и увеличение плотности частиц в фокусе ГПФ подтверждаются исследованиями оптических спектров с помощью спектрографа ИСП-51 [6]. Наиболее яркое свечение спектральных линий и континуума, а также уширение отдельных линий спектра регистрируется на оси камеры дрейфа на диаметре 2-3 мм.

Одновременно с прохождением ударной волны на СФР-граммах на 10-й мкс после старта импульса тока регистрируется свечение отдельных крупинок материала мишени. Следы от светящихся крупинок со временем либо расширяются и хаотически перемешиваются, образуя петли, либо сохраняют форму пересвеченных на фото пленке точек. По известной скорости развертки щели камеры СФР-2М ($V_p = 3 \cdot 10^5$ см/с) с учетом увеличения применяемых объективов, скорость движения отдельных крупинок материала мишени размером менее 0,1 мм достигает величины $8 \cdot 10^5$ см/с.

При взаимодействии сильноточного трубчатого РЭП с дисковой мишенью было обнаружено вращение пучка относительно оси камеры дрейфа. На рис. 6 приведена СФР-грамма, регистрирующая такое вращение. СФР-грамма получена при отборе излучения на расстоянии 2 мм от плоскости мишени (ст. 12X18Н10Т) в виде сплошного диска толщиной 4 мм. Хорошо видно вращение двух ярко светящихся филаментов тока трубчатого пучка (плотность тока пучка > 1 кА/см²). Частота вращения каждого филамента тока 1 МГц соответствует расчетным данным с учетом того, что РЭП с током 5 кА транспортировался в продольном магнитном поле с индукцией 1,0 Тл. На представленной СФР-грамме четко зарегистрированы только две токовые нити, однако можно предположить, что РЭП распадается на несколько филаментов, количество которых трудно экспериментально установить.

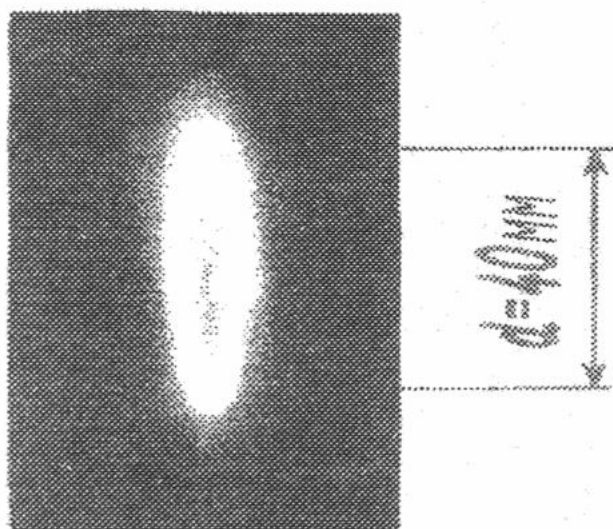


Рис. 5. Обскурограмма свечения рентгеновского излучения в области взаимодействия РЭП с мишенью.

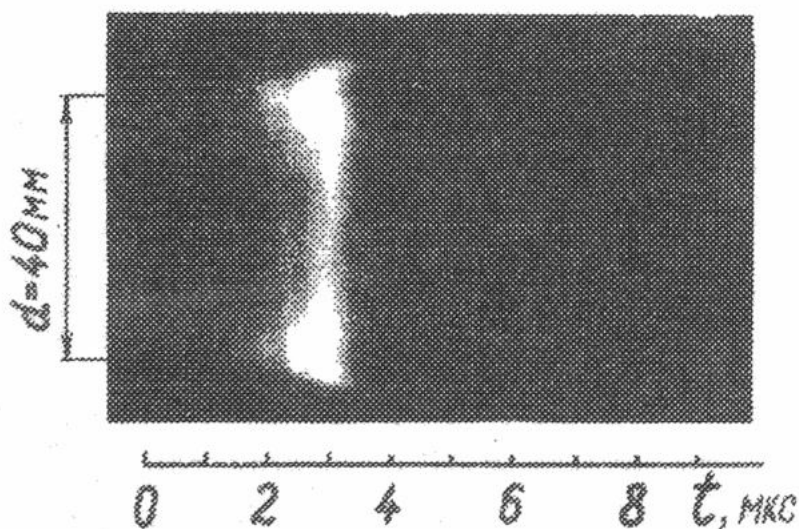


Рис. 6. СФР-грамма вращения трубчатого РЭП.

Таким образом, с помощью разработанных экспериментальных приемов и используя известные диагностические средства и методики, была прослежена динамика формирования и разлета газоплазменного факела, который образуется при воздействии трубчатого РЭП на поверхность твердотельной мишени, а также некоторые характеристики пучка (азимутальное вращение и поперечные размеры). Экспериментально установлено, что регистрируемое на СФР-граммах свечение — это разогретый газ и плазма с возбужденными и частично ионизированными атомами.

В проведенных экспериментах удалось зарегистрировать и сфотографировать фронт ударной волны. Он зарождается перед ГПФ, затем сходится к оси системы и образует фокус, диаметр которого не превышает 2-3 мм. Фокус ГПФ — это тоже разогретый газ, который отличается от окружающего пространства повышенной плотностью и температурой. Скорость схождения фронта ударной волны к оси ($V_{\text{сх}} = 2 \cdot 10^5$ см/с) значительно превышает скорость его расширения ($V_{\text{расш}} = 10^4$ см/с). Последнее обстоятельство устанавливает факт преобразования кинетической энергии потока частиц в их тепловую энергию, что качественно подтверждается более ярким свечением области их схождения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бацанов С.С., Демидов Б.А., Рудаков Л.И. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1979. т.30. в.9. с. 611-613.
2. Демидов Б.А., Ивкин М.В., Обухов В.В., Томашук Ю.Ф. // ЖТФ. 1980. т.50. в.10. с.2209-2214.
3. Бабыкин М.В. // В сб. «Итоги науки и техники. Физика плазмы.» М.: ВИНТИ. 1981. т.1. ч.2. с. 5-80.
4. Perry F.C., Widner M.M. // Appl. Phys. Lett. 1976. V.29. P. 282-284.
5. Ткач Ю.В., Уваров В.Т., Гадецкий Н.П. и др. // Препринт ХФТИ. 1984. г. Харьков. с. 84.
6. Клепиков В.Ф., Кришталь П.Г., Скачек Г.В. и др. // ВАНТ. Труды XIV международной конференции по физике радиационных явлений и радиационному материаловедению 12-17 июня 2000 г. г.Алушта. с. 293.

OPTICAL DIAGNOSTICS OF COLLECTOR PLASMA

¹A.M.Egorov, ²V.F.Klepikov, ¹A.G.Ponomarev, ¹A.G.Tolstolutskiy, ¹V.V.Uvarov, ¹V.T.Uvarov

¹National Science Center «Kharkov Institute of Physics and Technology», 1, Akademicheskaya Str., UA-61108 Kharkov, Ukraine

²Scientific and Technological Center of Electrophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, 28 Chernyshevskiy Str., P.O.BOX 8812, UA -61002 Kharkov, Ukraine

Dynamics of formation and spreading of gas-plasma torch, appearing when tubular REB interacts with solid target, is investigated with optical diagnostic methods. Shock waves fronts and, as a result of their convergence, GPT focus forming are detected. Some beam characteristics (azimuthal rotation and geometric size) are measured also.

KEY WORDS: relativistic electron beams, gas-plasma torch, shock waves

УДК 534.6.08

СДВИГОВЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕД ГЕНЕРИРУЕМЫЕ УЛЬТРАЗВУКОМ

Е.А. Баранник, С.А. Гирнык, В.В. Товстяк, А.И. Марусенко*

Харьковский национальный университет, физико-технический факультет, 61108, г. Харьков, пр. Курчатова, 31

**ОАО Научно-исследовательский институт радиотехнических измерений, 61054, г. Харьков, пр. Ак. Павлова, 271*

E-mail: girnyk@pht.univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 13 марта 2001г.

Численные значения распределения модуля упругости в объеме ткани могут быть восстановлены по результатам измерений локальных полей напряжений и смещений, возникающих под воздействием внешней силы. В данной работе, с использованием ультразвукового доплеровского метода локализации исследована динамика релаксации дистанционно возбуждаемых возмущений в упругих тканях, что является основой SWEI – метода получения характеристик упругости ткани. Получены зависимости амплитуд локальных смещений среды от длительности воздействия импульса радиационной силы, интенсивности ультразвука и исследована динамика затухания распространяющихся сдвиговых волн. Измеренная величина смещений находится в диапазоне от 1 до 20 микрон.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: SWEI – метод, вязкоупругая среда, сдвиговое возмущение, доплер, радиационная сила.

Следствием различного рода патологических изменений в мягких тканях часто является изменение их механических свойств, что проявляется, в частности, в увеличении модуля их упругости [1]. Известно, что различие в сдвиговой упругости между патологическими и нормальными тканями может быть очень существенным, при относительно небольших различиях в модуле объемной упругости, являющимся основой для обычного ультразвукового способа визуализации [2,3]. Поэтому основной целью разрабатываемых в последнее время новых методов ультразвуковой эластографии является получение достоверных количественных характеристик сдвиговой упругости тканей. Общим подходом в этих методах является измерение движения ткани в ответ на внешне или внутренне приложенную силу и последующую реконструкцию упругих параметров исследуемой среды. Для этих целей используется как статические, так и динамические внешние силы [4-6]. Методы исследования, использующие объемное сжатие ткани для последующего измерения возникающих напряжений обладают рядом недостатков. Компрессия вызывает широкое пространственное распределение поля напряжений в тканях. Анализ ответного отклика в этом случае вследствие неоднородности исследуемой ткани усложняется из-за часто непредсказуемых изменений структуры поля напряжений на различной глубине.

Альтернативной стратегией исследования является создание локализованных напряжений непосредственно или рядом с интересующей областью [7-8]. Одним из эффективных способов локального воздействия является использование радиационной силы фокусированного ультразвукового пучка. В таком случае импульсное ультразвуковое излучение, создавая радиационное давление в фокусе преобразователя, приводит к возникновению локальных деформаций ткани. Результирующие переходные колебания среды измеряются как функция времени с помощью ультразвуковых доплеровских методов.

Одной из перспективных разновидностей этих методов является способ получения изображений упругих свойств с помощью удаленной генерации сдвиговых волн – Shear Wave Elasticity Imaging (SWEI). Удаленная генерация сдвиговых возмущений среды с помощью фокусированных ультразвуковых пучков волн дает ряд потенциальных преимуществ по сравнению с другими методами, включая возможность локально тестировать упругость ткани, используя малые геометрические размеры области приложения радиационной силы и возможность реализации данного способа визуализации в реальном режиме времени. Исследование таких параметров как амплитуда смещений, время релаксации и скорость распространения возбуждаемых сдвиговых волн на различных участках ткани представляет возможность для количественного определения локальных констант упругости тестируемой области.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Основы SWEI – диагностики, появившейся несколько лет назад были разработаны в работах Сарвазяна с соавторами [9-12]. Принципиальная возможность SWEI была ранее продемонстрирована в экспериментах по регистрации смещений среды с использованием методов лазерной техники и ядерного магнитного резонанса [8].

Целью данной работы являлось исследование возникающих амплитуд сдвиговых деформаций в фантомах биологических тканей в зависимости от длительности возбуждающего импульса, интенсивности ультразвукового излучения, а также динамика затухания сдвиговых волн. Кроме того, исследован характер возникающих смещений в фантомах с различной упругостью и вязкостью.

Проведенные в данной работе исследования были выполнены на базе украинского коммерческого ультразвукового диагностического сканера ТИ628А, разработанного в Украине (ОАО Научно-исследовательский институт радиотехнических измерений, г. Харьков). Аппаратная и программная части сканера были переработаны для получения возможности контроля и изменения характеристик мощного ультразвукового пучка – длительности, интенсивности и частоты повторения импульсов [13]. Для зондирования применялись стандартные импульсы используемые для визуализации в общепринятом В-режиме. Параметры зондирующих импульсов имели следующие значения – несущая частота 3,5 МГц, частота повторения импульсов 3,66 КГц, длительность импульсов – 1 мкс, фокусное расстояние – 80 мм. Преобразователь накачки, выполненный в виде сферического сегмента диаметром 80 мм с отверстием в центральной части для размещения зондирующего преобразователя, имел следующие параметры импульсов: несущая частота – 1 МГц, длительность импульсов варьировалась в диапазоне от 1,08 до 9,8 миллисекунд, интенсивность ультразвукового излучения в фокусе преобразователя $I_{SPPA} = 145 \text{ Вт/см}^2$, частота повторения импульсов 14,59 Гц, фокусное расстояние – 70мм.

Калибровка интенсивности ультразвукового излучения I_0 преобразователя накачки в фокусе проводилась с помощью измерительного гидрофона, откалиброванного по методу взаимности в соответствии со стандартом IEC 865 (International Electro-Technical Committee) [14]. Измеренная чувствительность гидрофона в полосе частот 0.8 – 1.2 МГц составила $2 \pm 0.2 \text{ мкВ/Па}$. Измерения интенсивности ультразвукового поля накачки с помощью гидрофона проводились в дистиллированной воде при комнатной температуре. Во время калибровки интенсивности преобразователь накачки работал в режиме излучения коротких импульсов длительностью 200мкс. Это значение длительности было выбрано для исключения возможности возникновения стоячих волн в фокусе преобразователя и, кроме того, для выбранного значения амплитуда принятого акустического сигнала гидрофоном была постоянной и не зависела от его длительности.

В качестве материала для изготовления фантомов биологической ткани был использован водный раствор желатина с добавлением глицерина для моделирования поглощения ультразвуковых волн, аналогичного поглощению в мягких тканях. Акустические параметры изготовленных фантомов приведены в таблице 1. Как видно из таблицы, фантом 1 обладает большей вязкостью, по сравнению с фантомом 2 из-за наличия глицерина, тогда как фантом 2 имеет большую сдвиговую упругость из-за большей концентрации желатина.

Таблица 1.

	Фантом №1	Фантом №2
Вода, литр	0,5	2,5
Желатин, грамм	180	240
Глицерин, литр	2,5	–
Al_2O_3 , грамм	2	–
Скорость сдвиговых волн	2,17м/с	4,13м/с
Скорость продольных волн	1820м/с	1590м/с
Коэффициент поглощения ультразвука	0,38дБ/МГц·см	0,42дБ/МГц·см

Обработка данных проводилась в режиме реального времени и выполнялась обычным автокорреляционным методом, являющимся общепринятым для цветного доплеровского картирования. Для увеличения точности измерений индуцированных смещений ткани и времен задержек распространения генерируемых сдвиговых волн применялось накопление данных с последующим усреднением по 30–40 измерениям на одну точку. Время, затрачиваемое на получение данных по каждой точке составляло величину около 4–5 сек.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис.1а,б представлена динамика релаксации локального сдвигового возмущения индуцированного в фокусе преобразователя накачки. Из представленных данных видно, что амплитуда индуцированных смещений в фантоме 1 существенно меньше, чем в фантоме 2. Несмотря на практически такое же значение коэффициента поглощения ультразвука, сила радиационного давления не смогла сместить частицы среды из-за высокой вязкости этого фантома. Процесс релаксации в фантоме 1 характеризуется соответственно гораздо большим временем, равным приблизительно 25 мс, по сравнению с фантомом 2, в котором период релаксации равен приблизительно 5 мс.

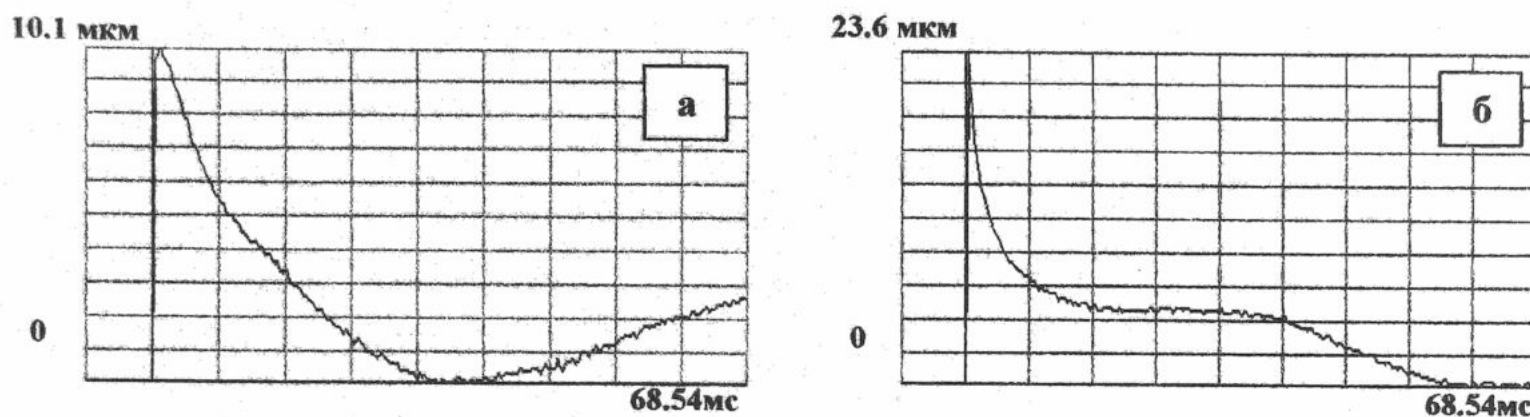


Рис. 1. Динамика релаксации сдвигового возмущения в фокусе преобразователя.

Различие в сдвиговой упругости фантомов 1 и 2 может быть хорошо видно из рис.2а,б которые представляют результаты доплеровского зондирования точки находящейся на расстоянии 6 мм от фокуса в плоскости, перпендикулярной оси преобразователя накачки.

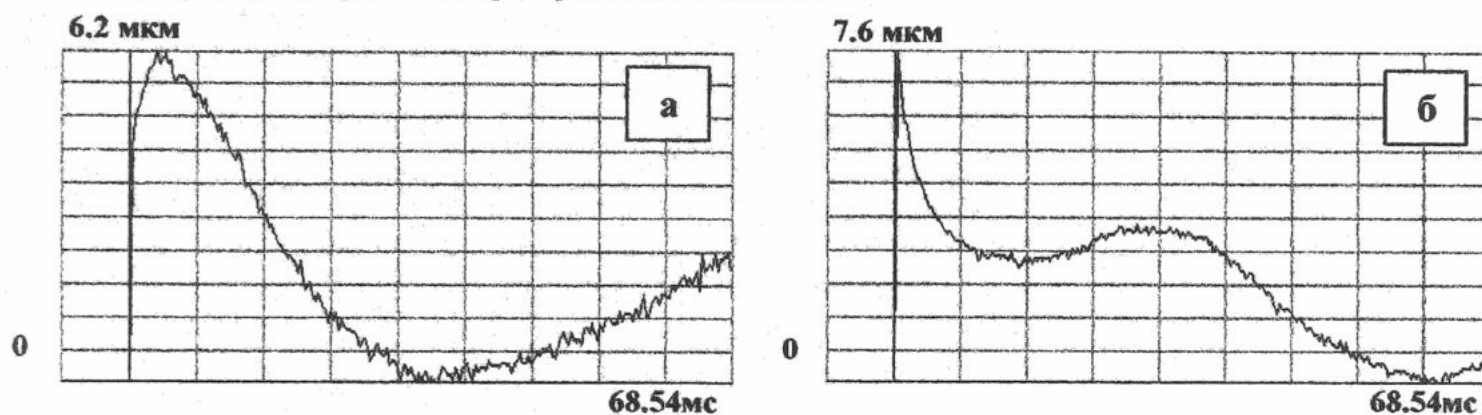


Рис. 2. Динамика релаксации сдвигового возмущения на расстоянии 6 мм от фокуса.

Процесс распространения сдвиговой волны хорошо виден при сравнении рисунков 1а и 2а. Скорость распространения сдвиговой волны в фантоме 1 невелика, так что величина максимального смещения регистрируется с небольшой задержкой по времени, обратно пропорциональной скорости распространения волны. Исходя из рис.2а, измеренная скорость распространения сдвиговой волны равна около 2 м/с. В то же время, как видно из рис.2б, очень сложно оценить скорость сдвиговой волны в фантоме 2 на малых значениях расстояния от фокуса.

Амплитуда сдвигового возмущения в обоих фантомах существенно уменьшается с расстоянием в результате поглощения высокочастотной компоненты сдвигового возмущения. Кроме того, в эластичном фантоме 2 задержка распространения сдвиговой волны становится более очевидной, что дает благоприятную возможность определения скорости сдвиговой волны в материале этого фантома. На рис.3а и 3б представлены временные зависимости динамики смещения точек среды фантомов 1 и 2, расположенных на расстоянии 25 мм от фокуса.

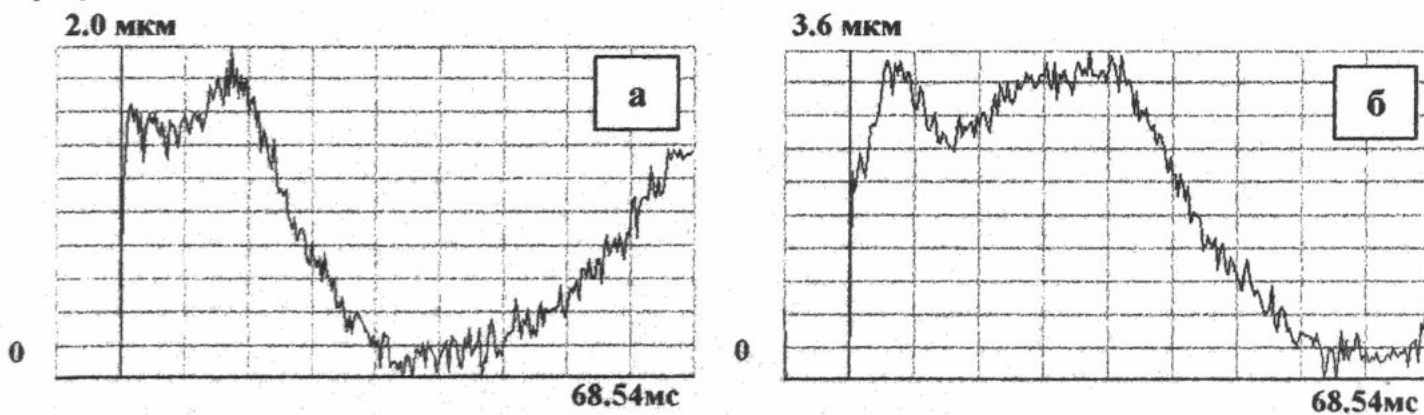


Рис. 3. Динамика релаксации сдвигового возмущения на расстоянии 25 мм от фокуса.

Величина скорости распространения сдвиговой волны в эластичном фантоме 2, измеренная по рисунку 3б равна приблизительно 4,5 м/с. В то же время величина скорости сдвиговой волны измеренная для фантома 1 в соответствии с рис. 3а, хорошо согласуется с предыдущими измерениями.

Для количественной реконструкции сдвиговых механических свойств мягких биологических тканей по их отклику на фокусированное ультразвуковое нагружение необходимо подробное исследование зависимости регистрируемых смещений среды и скорости распространения сдвиговых волн от параметров импульса накачки и вязкоупругих характеристик среды [16]. На рис. 4. представлены измеренные зависимости амплитуд смещений среды в фокальной области от длительности импульсов накачки и интенсивности ультразвуковых колебаний в фокальной области. На рис. 5. дана зависимость развиваемых смещений среды по мере распространения сдвиговой волны от места ее генерации для различных значений интенсивности в фокусе.

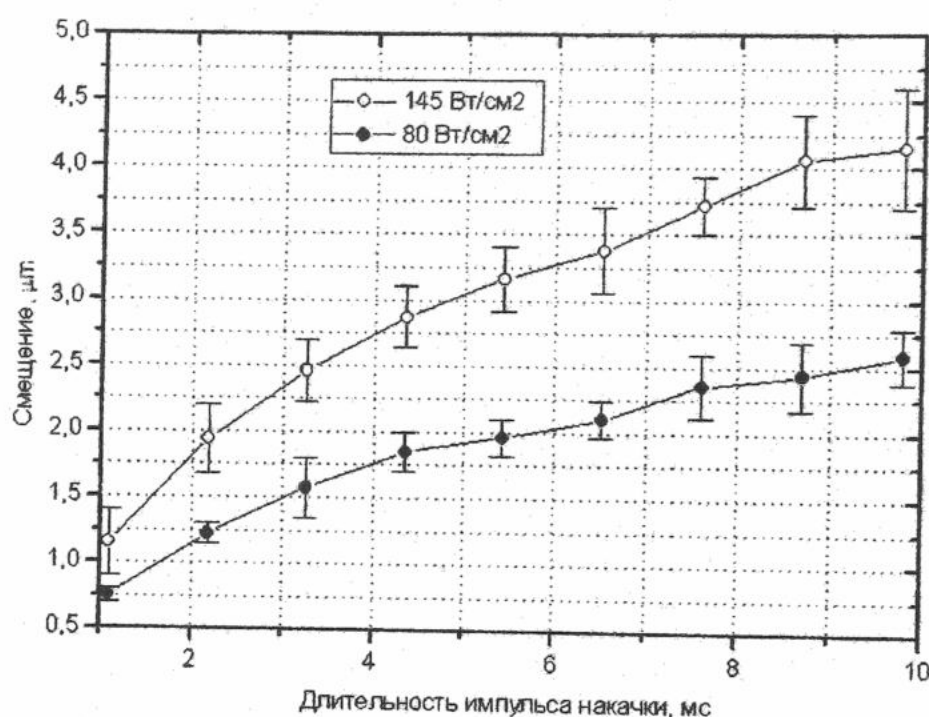


Рис. 4. Зависимость амплитуды смещения ткани от длительности импульса накачки.

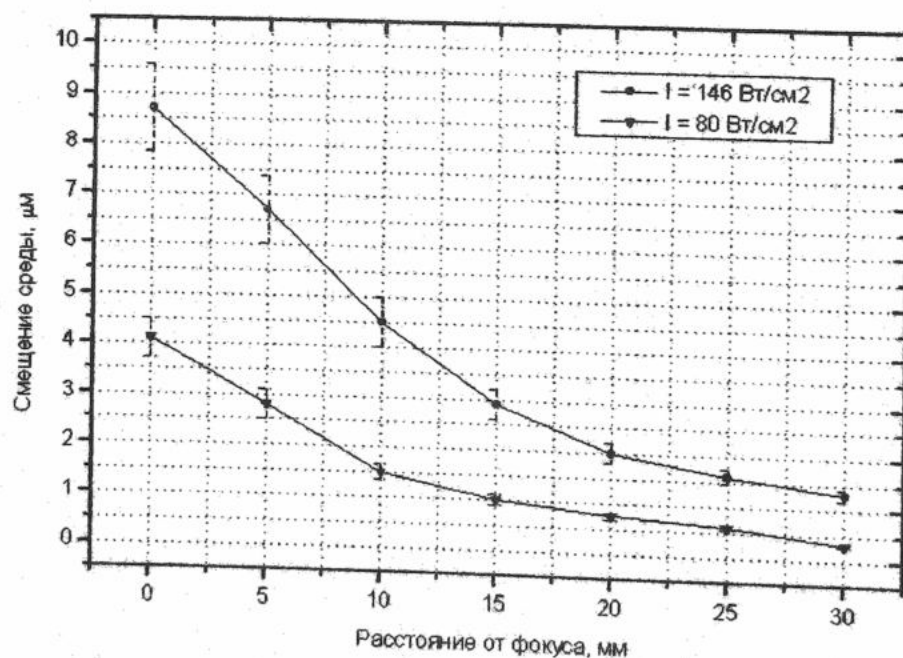


Рис. 5. Амплитуда смещения ткани в распространяющейся сдвиговой волне.

Анализ представленных данных показывает, что полученные значения смещений в фантомах для использовавшихся значений интенсивности и длительности импульсов накачки, геометрических характеристик поля накачки и физических характеристик фантомов находятся в хорошем соответствии с имеющимися теоретическими оценками. Для режима импульсной модуляции выражение для величины смещений ткани на оси пучка в фокальной плоскости может быть представлено в виде [8]:

$$S = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\alpha a^2 I_0}{\rho c_t c} \exp(-2\alpha d) \left(\frac{t_0}{aD} \right) \frac{\left(\frac{c_t}{aD} \right) t}{1 + \left(\frac{c_t}{aD} \right)^2 t^2}, \quad (1)$$

где $2a$ – апертура фокусирующего ультразвукового преобразователя накачки, d – радиус кривизны активного элемента преобразователя, $I_0 = P_0^2 / 2 \cdot \rho \cdot c$ – интенсивность волн накачки на оси пучка вблизи поверхности преобразователя, t_0 – длительность модулирующего импульса. Величина D является обратной к параметру фокусировки: $D^{-1} = \gamma = l_F / d$, где $l_F = ka^2 / 2 = \pi a^2 / \lambda$ – длина Френеля, c_t – скорость сдвиговых волн в среде.

Отсюда, воспользовавшись известными соотношениями между I_0 и измеренной интенсивностью волн в фокусе для пучков волн с гауссовским распределением амплитуды колебаний на излучающей поверхности приходим к окончательному выражению для величины смещений

$$S_{\max} = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{\alpha t_0 d}{\rho c_t f a} I, \quad (2)$$

где f – несущая частота волн накачки.

Из выражения (2) следует, что при $\alpha = 0,037 \text{ см}^{-1}$, $d = 7 \text{ см}$, $I_{\text{SPPA}} = 145 \text{ Вт/см}^2$, $t_0 = 4 \text{ мс}$, $\rho = 12 \text{ г/см}^3$, $c_t = 0,8 \text{ м/с}$, $f = 1 \text{ МГц}$ и $a = 3,5 \text{ см}$ максимальная величина смещений равна $S_{\max} = 4,8 \text{ мкм}$. Полученное значение несколько меньше тех величин смещений, которые установлены экспериментально (рис.4). Необходимо, однако, иметь в виду, что при выводе выражений (1) и (2) использовался ряд модельных предположений. В частности, при выводе формулы (1) предполагался специальный (негауссовский) вид поперечного распределения амплитуды в пучке. С другой стороны, реальное распределение амплитуды на поверхности преобразователя накачки ввиду его сложной геометрии, характеризующейся центральным вырезом, существенно отличается, очевидно, как от гауссовского, так и от использованного модельного.

Приведенное выше выражение (1) дает весьма ясное и полное описание динамики процесса релаксации сдвигового напряжения в средах с относительно большой вязкостью, когда уменьшение величины индуцированного смещения происходит монотонно. В то же время, характерной особенностью представленных графиков динамики релаксации является наличие размытого второго максимума, указывающего на слабую осцилляционную природу релаксационного процесса.

По результатам проведенных исследований рис.4 и рис.5 видно, что амплитуда смещений среды в фокусе преобразователя накачки пропорциональна длительности импульса накачки, его интенсивности и последовательно снижается с увеличением расстояния от фокуса преобразователя до точки проведения измерений. Отклонение зависимости амплитуда смещений – длительность импульса от линейной (1) с увеличением длительности импульса накачки по всей видимости связано с тем, что время воздействия радиационной силы при больших ее значениях, например 7 – 9 мс, становится сравнимым со временем релаксации смещений (≈ 25 мс). При этом сместившиеся точки среды, за промежуток времени между импульсами накачки не успевают возвратиться в исходное равновесное положение, и, следовательно, регистрируемая амплитуда смещений уменьшается.

ВЫВОДЫ

Полученные данные о динамике релаксации сдвигового возмущения в фантомах, обладающих разными вязкоупругими характеристиками, позволяют говорить о возможности достоверной реконструкции сдвиговых свойств мягких тканей по их отклику на фокусированное ультразвуковое нагружение.

Данная работа была выполнена при поддержке НТЦУ, грант №865.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fung Y.C. Biomechanics. Mechanical Properties of Living Tissue. N.Y.: Springer-Verlag, 1981.
2. A.P.Sarvazyan, V.I.Pasechnik, S.E.Shnol. Low speed of sound in gels and biological tissue. Biophysika, V.13, P.587-594, 1968.
3. S.A.Goss, R.L.Jonhston, F.Dunn. Comprehensive compilation of empirical ultrasonic properties of mammalian tissues. J.Acoust. Soc.Amer., V.64, P.423-457, 1978.
4. J.Ophir, I.Céspedes, H.Ponnecanti, Y.Yazdi, X.Li. Elastography: A Quantitative Method for Imaging the Elasticity of Biological Tissue. Ultrasonic Imaging, V.13, P.111-134, 1990.

5. K.Parker, S.Huang, R.Musulin, R.Lerner. Tissue Response to Mechanical Vibration for Sonoelasticity Imaging. *Ultrasound Med. Biol.* V.16, P.241-246, 1990.
6. A.R.Skovoroda, S.Y.Emelianov, M.O'Donnel. Tissue Elasticity Reconstruction Based on Ultrasonic Displacement and Strain Images. *IEEE Trans. Ultras., Ferroelec., Freq. Contr.* V.42, N.4, P.747-765, 1995.
7. T.Sugimoto, S.Ueha, K.Itoh. *Ultrason.Symp.Proc.*, P.1377-1380, 1990.
8. A.P.Sarvazyan, O.V.Rudenko, S.D.Swanson, J.B.Fowlkes, S.Y.Emelianov. Shear wave elasticity imaging: A new ultrasonic technology of medical diagnostics. *Ultrasound Med.Biol.*, V.24, P.1419-1435, 1998.
9. Sarvazyan, A.P.; Skovoroda A.R.; Emelianov, S.Y.; Fowlkes J.B.; Pipe J.G.; Adler, R.S.; Buxton, R.B.; and Carson, P.L. "Biophysical bases of elasticity imaging", *Acoustical Imaging* 21, 223-240 (1995).
10. Sarvazyan, A.P. "Method and device for shear wave elasticity imaging", US Patent 5,606,971 (1997).
11. Rudenko O.V.; Sarvazyan, A.P.; and Emelianov, S.Y. "Acoustic radiation force and streaming induced by focused nonlinear ultrasound in a dissipative medium", *J. Acoust. Soc. Am.* 99, 2791-2798 (1996).
12. Andreev, V.G.; Dmitriev, V.N.; Pischalnikov, Y.A.; Rudenko, O.V.; Sapozhnikov, O.A.; and Sarvazyan, A.P. "Observation of shear waves excited by focused ultrasound in a rubber-like media", *Acoust. Phys.* 43, 123-128 (1997).
13. Andreev, V.G.; Dmitriev, V.N.; Rudenko, O.V.; and Sarvazyan, A.P. "Remote generation of shear wave in soft tissue by pulsed radiation pressure", *J. Acoust. Soc. Am.* 102, 3155-3158 (1997).
14. Е.А.Баранник, В.А.Волохов, С.А.Гирнык, А.И.Марусенко, В.В.Товстяк. Метод измерения скорости медленных потоков жидкости. //Вісник Харківського університету.Серія фізична "Ядра, частинки, поля" - № 490, Випуск 3(11). - С. 75-79, 2000.
15. Владимиров И.Т., Гирнык С.А., Кушнир А.К., Шуба П.А. Пространственные характеристики ультразвукового поля томографа. //Фундаментальные проблемы пьезоэлектроники. Сборник трудов Международной научно-практической конференции "Пьезотехника – 95", Т. 3. С. 185-186, МП «КНИГА», Ростов-на-Дону, 1995.
16. А.Р.Сковорода, А.П.Сарвазян. Определение вязкоупругих сдвиговых характеристик среды по ее отклику на фокусированное ультразвуковое нагружение. *Биофизика.* Т.44, вып. 2, С.325-329, 1999.

SHEAR EXCITATIONS OF VISCOELASTIC ENVIRONMENTS GENERATED BY ULTRASOUND

Е.А. Barannik, S.A. Girnyk, A.I. Marusenko*, V.V. Tovstyak

The Kharkiv National University, physical-technical department, 61108, Kharkiv, Kurchatov av., 31

**JSC Research and development institute of radio engineering measurements, 61054, Kharkiv, Acad. Pavlov av., 271*

Numerical values of distribution of the module of elasticity in tissues may be restored by results of measurements of local fields of pressure and the displacement arising under influence of external force. In the given work, with use ultrasonic Doppler method of a location dynamics of a relaxation remotely induced excitation in elastic tissues that is the basis of SWEI - a method of imaging of elastic properties of tissues is investigated. Dependences of amplitudes of local displacement of environment on duration of influence of a pulse of radiating force and dynamics of attenuation of spreading shear waves are received. The received values of amplitudes of displacement of environments in the tissue phantoms for the used value of intensity and duration of stimulating pulses are in good enough conformity with available theoretical estimations. The measured values of displacement are in a range from 1 up to 20 micron. The received data allow to assume of significant clinical potential of method SWEI - diagnostics, giving the new qualitative contribution to the standard ultrasonic imaging.

KEY WORDS: SWEI - method, viscoelastic environments, shear excitation, Doppler, radiation force.