



278

**МЕТОДЫ
АСТРОНОМИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ.
СОЛНЕЧНАЯ СИСТЕМА**

85 к.

Вестн. Харьк. ун-та, 1985, № 278, 1—96.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР



ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 278

МЕТОДЫ
АСТРОНОМИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ.
СОЛНЕЧНАЯ СИСТЕМА

Основан в 1965 г.

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»
1985

Вестник Харьковского университета. — Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1985. — № 278. Методы астрономических наблюдений. Солнечная система. — 96 с.

Вестник посвящен теоретическим и практическим вопросам получения и обработки астрономических изображений и их фотометрическому анализу, физике Луны, малых планет и кометы Галлея, методическим вопросам и результатам позиционных наблюдений малых планет и звезд, покрытий звезд Луной и службы времени.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1985 г. Для научных работников и специалистов.

Редакционная коллегия: Ю. В. Александров (отв. ред.), К. Н. Деркач (отв. секр.), Л. А. Акимов, Д. Ф. Лупишко, В. С. Цветкова

Печатается по решению редакционной коллегии Астрономической обсерватории Харьковского государственного университета (протокол № 1/84 от 20 января 1984 г.)

Адрес редакционной коллегии: 310022, Харьков-22, ул. Сумская, 35-Астрономическая обсерватория Харьковского государственного университета, тел. 43-24-28

Редакция естественнонаучной литературы

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ УЛУЧШЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ

Изображение, построенное оптическим прибором, представляет собой переданную излучением информацию о предмете, закодированную распределением интенсивности в выходной плоскости оптического прибора. Изображение можно определить как действительную, непрерывную положительную функцию $F(x, y)$ двух координат, заданную в области, занятой размерами кадра. Функцию $F(x, y)$ можно считать ограниченной и интегрируемой в квадрате, что позволяет рассматривать изображение как сигнал, обладающий конечным количеством информации. Формально количество информации, содержащееся в кадре,

$$Q = \frac{S}{\sigma} \log_2 m, \quad (1)$$

где S — площадь кадра; m — число различных уровней яркости, которое определяется погрешностью ее измерения и динамическим диапазоном светоприемника; σ — площадь элемента разрешения, т. е. квадрат характерного размера изображения точки, который будем определять как нормированный второй момент функции $g(x, y)$, описывающей распределение яркости в изображении точки.

Особенностью изображения как двумерного массива данных, содержащего чрезвычайно большой объем информации, является то, что он должен восприниматься зрительной системой человека как единое целое.

Апостериорное улучшение качества снимка, очевидно, состоит в том, чтобы путем математической обработки получить новый снимок, при анализе которого наша зрительная система извлечет больше информации о предмете. Критерием качества изображения служит при этом не столько точность соответствия между измеренной и истинной яркостью отдельных деталей, сколько необходимость удовлетворить требованиям визуальной системы человека, которая должна более или менее правильно переработать информацию, содержащуюся в изображении, и сделать вывод о характеристиках изображенного предмета.

Обычно улучшение зрительного восприятия сводится к перераспределению энергии пространственных частот снимка, возможно, к некоторому исправлению фазовых искажений, обусловленных aberrациями оптической системы, а также к введению γ -коррек-

пии, улучшающей проработку деталей в тенях или на свету. Количество информации содержащейся в снимке при этом в лучшем случае не уменьшается. Ключом увеличения количества информации при обработке снимка является введение априорных данных на основе теоремы Бейеса. Очевидно, чем более полно будет использована имеющаяся в нашем распоряжении априорная информация, тем лучший результат от обработки изображения мы вправе ожидать.

Разрешение современных оптических телескопов при наблюдении астрономических объектов редко превосходит $1''$. Столь низкое по сравнению с дифракционным разрешение обусловлено в основном искажающим влиянием земной атмосферы. Одним из путей решения задачи устранения искажающего влияния атмосферы, полностью основанном на апостериорной обработке результатов наблюдения, является следующий.

В качестве исходной информации должна быть получена серия снимков астрономического объекта с экспозицией меньше времени заморозенности атмосферных искажений ($0^s.02$). Каждый из этих снимков подвержен индивидуальному искажению атмосферой, однако содержит все пространственные частоты, пропускаемые телескопом. Среднее значение ОПФ системы телескоп + атмосфера может быть получено по серии аналогичных изображений точечного источника.

Совмещение мгновенных изображений по критерию максимума корреляционной функции, не исключая искажений волнового фронта более высокого порядка, позволяет устранить случайные фазовые наклоны, обусловленные атмосферой и неравномерностью часового ведения телескопа. По сравнению с одиночным изображением результат усреднения будет характеризоваться более высоким отношением сигнал/шум.

Усреднение квадратов пространственных спектров полученной серии изображений позволяет найти при известном квадрате спектра изображения точки энергетический спектр искомого изображения (метод спекл-интерферометрии). Эта информация может быть представлена в виде функции автокорреляции дифракционно ограниченного изображения объекта, по которой непосредственно может быть проведено распознавание объекта при наличии априорных сведений относительно возможных его характеристик.

Совместная обработка усредненного изображения и энергетического спектра дифракционно ограниченного изображения объекта позволяет ставить задачу синтеза изображения, удовлетворяющего любому наперед заданному критерию, в том числе критерию наилучшего зрительного восприятия при разрешении минимальных деталей снимка.

Однако нечеткость критерия наилучшего зрительного восприятия, а также неопределенность количества априорной информации, которая может быть привлечена при обработке изображения, чрезвычайно затрудняет анализ возможностей апостериорного улучше-

ния качества полученного изображения. Для того чтобы исключить эту неопределенность, мы поступим следующим образом:

1. Покажем, что при обработке изображения всегда имеется достаточная априорная информация, позволяющая корректно сформулировать алгоритм математической обработки для получения наиболее вероятного изображения с произвольным (в том числе и лучше дифракционного) разрешением, удовлетворяющим исходному изображению.

2. Для исключения нечеткости критерия «наилучшего зрительного восприятия», который к тому же зависит от цели обработки, предположим, что наиболее вероятная оценка изображения может быть преобразована без потери информации так, чтобы удовлетворить наилучшему восприятию.

3. Покажем, что, несмотря на наличие собственного шума светоприемника, запоминающего изображение, можно получить всю (с точностью до квантового выхода регистрации) содержащуюся в использованном световом потоке информацию о пространственной структуре объекта. Эта информация затем может быть переработана так, чтобы получить наиболее вероятное изображение с разрешением, которое определится лишь количеством собранной информации.

4. Предполагая далее, что статистические свойства искажений, вносимых атмосферой, известны с достаточной точностью, оценим потенциальные возможности повышения пространственного разрешения, которые в конечном счете определяются энергетикой объекта.

1. **Наиболее вероятное изображение.** Будем считать известными точно аппаратную функцию телескопа, описывающую вносимые телескопом оптические искажения, а также размер изображения источника и его интегральную яркость. Известной будем считать также яркость фона, на котором наблюдается изображение. Покажем, что этой априорной информации достаточно, чтобы, следуя Фридону [1], на основе исходного изображения $F(x, y)$ с заданным разрешением построить наиболее вероятное изображение с любым произвольным разрешением. Заметим, что лишь в исключительных случаях при обработке изображений может появиться реальная возможность использовать большой объем априорной информации.

Рассмотрим несколько идеализированный, хотя и вполне реализуемый, пример получения и обработки изображения, объекта. Предположим, что в фокальной плоскости телескопа помещен многоканальный счетчик фотонов с известным квантовым выходом. Размер элемента считывания σ выберем таким, чтобы получить желаемое разрешение. Общее число элементов счетчика M больше, чем число элементов L , занятых идеальным изображением. N_c — общее число фотоэлектронов, обусловленное сигналом; $N_{ш}$ — общее число фотоэлектронов, обусловленных яркостью фона и темновыми фотоэлектронами счетчика.

В результате измерения в каждом i -м канале приемника будет зарегистрировано $F(x_i)$ фотоэлектронов

$$F(x_i) = \sum_{k=1}^L n^c(x_k) g(x_i, x_k) + n^w(x_i), \quad (2)$$

где $n^w(x_i)$ — число шумовых фотоэлектронов в канале x_i ; $n^c(x_k)$ — число фотоэлектронов, обусловленное сигналом, которое пришло бы в k -й канал, если бы разрешение телескопа $g(x_i, x_k)$ стремилось к δ -функции.

Нас интересует оценка вероятности прихода фотонов в каждый канал, которую мы могли бы получить при усреднении большого числа реализаций $F(x, y)$, т. е. величина $N_c P_i^c$, где P_i^c — вероятность прихода сигнала в i -й канал при условии, что разрешение телескопа стремится к δ -функции, а $\sum_{i=1}^L P_i^c = 1$. Решение задачи сводится к хорошо известному в классической статистической механике методу вычисления наиболее вероятного числа частиц, находящихся в элементарной ячейке фазового объема. Согласно принципу Больцмана [2] величину

$$H_c = - \sum_{i=1}^L n_i^c \ln n_i^c \quad (3)$$

можно рассматривать как энтропию сигнала и

$$H_w = - \sum_{i=1}^M n_i^w \ln n_i^w \quad (4)$$

как энтропию шума. Здесь n_i^c , n_i^w — число фотоэлектронов в i -м канале, обусловленное сигналом и шумом соответственно.

Ввиду статистической независимости сигнала и шума наиболее вероятные значения числа пришедших в каждый канал фотоэлектронов будут соответствовать максимуму энтропии $H_c + H_w$ при условии согласия с экспериментальными данными, т. е. при следующих дополнительных условиях:

$$\varphi_m = \sum_{i=1}^L n_i^c g(x_i, x_m) + n_m^w - F(x_m) = 0, \quad (5)$$

где m равно 1, 2, ..., M ;

$$\psi_1 = \sum_{i=1}^L n_i^c - N_c = 0 \quad (6); \quad \psi_2 = \sum_{i=1}^M n_i^w - N_w = 0. \quad (7)$$

Пользуясь методом Лагранжа, находим наиболее вероятные значения

$$\ln n_i^c = -1 - \mu - \sum_{m=1}^M \lambda_m g(x_i, x_m); \quad (8)$$

$$\ln n_i^w = -1 - \nu - \sum_{m=1}^M \lambda_m. \quad (9)$$

Подставляя значения n_i^c и n_i^m в уравнения ограничения (5—7), получим $M + 2$ уравнений для определения множителей μ , ν и M множителей λ_m . Эти уравнения нелинейны, однако их решение существует и может быть найдено хорошо разработанными методами последовательных приближений.

Метод максимальной энтропии демонстрирует реальную возможность при наличии соответствующих технических средств и математического обеспечения производить при обработке изображения обмен между погрешностью записи изображения и разрешением без потери информации, содержащейся в снимке. Формально, согласно приведенным выше выкладкам, можно получить в результате обработки разрешение значительно лучше дифракционного. Эта возможность обусловлена тем, что метод максимальной энтропии существенным образом использует дополнительную информацию о положительности и ограниченной протяженности функции, описывающей яркость изображения. Ошибка, которая может возникнуть в результате обработки, определится при этом лишь количеством информации, содержащимся в исходном снимке.

В данном контексте для нас важно само существование принципиально реализуемого метода, позволяющего математически корректно проводить обработку изображения с целью получить нереализуемое оптическими средствами разрешение за счет повышенной точности измерения яркости изображения, искаженного различными аберрациями. Применение же описанного или близкого к нему метода сбора и обработки оптической информации следует рассматривать как перспективное направление, реализация которого требует значительных затрат на разработку аппаратуры и проведение дополнительных исследований.

2. Оптимальный светоприемник. Возможности апостериорного улучшения качества снимка определяются квантовыми флуктуациями потока, а также техническими данными применяемых светоприемников. Согласно терминологии, принятой в теории связи, количество информации, передаваемое излучением об объекте, можно назвать объемом информации R , создаваемой источником сообщений. Количество информации, которое может быть зарегистрировано запоминающим изображением устройством, будем называть информационной емкостью Q запоминающего устройства.

По аналогии со скоростью создания сообщений непрерывным источником [4] вычислим объем информации R , содержащейся в изображении, т. е. максимальный объем информации, который может быть зарегистрирован приемником. Предположим, что телескоп, строящий изображение, обладает неограниченным разрешением.

Для точного воспроизведения сигнала, передаваемого непрерывным источником, требуется, вообще говоря, бесконечно большая информационная емкость запоминающего устройства. Для получения всей информации, содержащейся в световом потоке, необходимы измерения с неограниченной точностью координат всех фотонных

событий. Однако нас интересует запись с определенной точностью. Максимальная точность, с которой может быть сосчитана интенсивность площадки σ , определяется стандартным отклонением числа фотонов, пришедших на площадку за время экспозиции t , т. е. величиной $\sqrt{nst}$, где n — число фотонов на единицу площади за единицу времени. Количество информации, регистрируемое идеальным приемником

$$Q = \frac{S}{\sigma} \log_2 \sqrt{nst} = \frac{S}{2\sigma} \log_2 \frac{N}{S} \sigma, \quad (10)$$

где S — площадь изображения; σ — площадь, занятая элементом разрешения приемника; N — общее число фотонов, приходящее от источника за время экспозиции.

При фиксированном N величина Q достигает максимума при условии, что размер элемента считывания $\sigma = \sigma_0$ удовлетворяет условию

$$\frac{S}{2\sigma^2} \log_2 \frac{N}{S} \sigma + \frac{S}{2\sigma^2} \log_2 e = 0$$

или

$$\frac{S}{\sigma_0} = \frac{N}{e}, \quad (11)$$

где e — основание натурального логарифма. Максимальное значение Q определяет информационный объем источника сообщений. Величина

$$R = \frac{N}{2e} \log_2 e \approx 0,265 N \quad (12)$$

— это та минимальная информационная емкость запоминающего изображение устройства, которая может обеспечить без потерь запись всей содержащейся в световом потоке информации о пространственной структуре объекта.

Таким образом, чтобы записать всю информацию о пространственной структуре источника с помощью приемника, регистрирующего все фотоны, необходимо обеспечить разрешение с размером элемента считывания σ_0 , на который, согласно (11), приходится в среднем e фотонов за время экспозиции; σ_0 — это минимальный элемент, который может быть разрешен на изображении объекта, при сколь угодно высоком разрешении телескопа. Ограничение по разрешению, так же как и по точности фотометрии, накладывается квантовой природой света. Если от источника за время экспозиции приходит всего e фотонов, то о его пространственной структуре ничего сказать нельзя.

Реализовать в оптическом диапазоне идеальный светоприемник невозможно по двум причинам: из-за наличия собственного шума приемника и невозможности обеспечить в визуальной области

спектра 100 %-ный квантовый выход. Можно предположить, однако, что свойства реальных приемников близки к характеристикам идеального светоприемника, который регистрирует кванты света с эффективностью $\eta < 1$, не изменяя координат отдельных фотонных событий. Это предположение обозначает, что если заменить число фотонов на число регистрируемых фотоэлектронов, предыдущие выражения останутся в силе. При наличии собственного шума информационную емкость приемника Q можно сделать больше R путем уменьшения элемента считывания для обеспечения необходимой избыточности. Действительно, информационная емкость Q запоминающего устройства обычно определяется выражением

$$Q = \frac{S}{\sigma} \log_2 \left(\frac{E_{\text{ш}} + E_{\text{с}}}{E_{\text{ш}}} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

где $E_{\text{с}}$ и $E_{\text{ш}}$ — энергия сигнала и шума соответственно, приходящаяся на элемент разрешения σ . Легко видеть, что выражение (13) приблизительно правильно описывает количество регистрируемой информации при больших отношениях сигнал/шум. Сигнал, искаженный шумом, имеет энергию $E_{\text{с}} + E_{\text{ш}}$ и можно различить порядка $\left(\frac{E_{\text{с}} + E_{\text{ш}}}{E_{\text{ш}}} \right)^{1/2}$ уровней в сигнале. Однако выражение (13) имеет гораз-

до более глубокий и точный смысл. К. Шеннон [3] показал, что формула (13) является точным пределом (справедливым при сколь угодно малом отношении сигнал/шум) количества информации, которое при наличии гауссова шума путем соответствующего выбора кода может быть записано (или передано) при сколь угодно малой вероятности ошибки.

Согласно (13) при фиксированной освещенности предмета количество информации, которое может быть записано, неограниченно растет с улучшением разрешения, т. е. информационная емкость приемника и при наличии собственного шума приемника может быть сделана больше информационного объема R источника сообщений.

Таким образом, мы пришли к выводу, что реальный светоприемник с квантовой эффективностью η и собственным шумом $E_{\text{ш}}$ может обеспечить запись содержащейся в изображении информации $R = 0,265\eta N_{\text{бит}}$. Изображение, записанное таким приемником, является двухградационным, содержащим $\frac{\eta N}{e}$ независимых точек отсчета. Записанная информация без потерь может быть переработана для получения изображения с любым числом градаций за счет ухудшения разрешения (прямого задания сглаживания).

Заметим, что характеристики оптимального приемника, обеспечивающего запись всей содержащейся в изображении информации, выглядят несколько неожиданными. Интуитивно кажется, что для регистрации всей информации, содержащейся в изображении, не-

обходимо обеспечить измерение координат всех пришедших фотоэлектронов. Для этого количество элементов считывания M должно быть значительно больше числа регистрируемых фотоэлектронов ηN , где N — среднее число фотонов в изображении, которое регистрируется за время экспозиции. Согласно полученному результату, условие $M \gg \eta N$, заменяется более мягким $M \geq \frac{\eta N}{e}$. Равенство достигается при условии отсутствия собственного шума приемника. Такой приемник должен, однако, регистрировать не просто факт наличия или отсутствия фотоэлектрона, а считать число пришедших фотоэлектронов в каждом канале. Приемник, построенный на таком принципе, является оптимальным в том смысле, что позволяет получить максимум информации при минимальном числе каналов.

3. Информационная емкость изображения, построенного оптическим прибором. Для телескопов, работающих в визуальной области спектра, предельное разрешение, обусловленное флуктуацией плотности регистрируемых фотонов, обычно не достигается. Дифракционное разрешение оптического телескопа растет линейно с увеличением диаметра входного зрачка D и соответственно плотность энергии в дифракционном изображении неразрешаемой точки растет пропорционально D^4 . Наличие оптически неоднородной среды перед телескопом оставляет разрешение телескопа практически независимым от D , плотность энергии на элемент разрешения при этом растет пропорционально D^2 . Для наземных телескопов, таким образом, имеется возможность при изучении пространственной структуры объектов, путем увеличения диаметра телескопа и времени экспозиции, практически всегда обеспечить плотность энергии такой, чтобы пренебречь влиянием флуктуации фотонов на разрешение. Избыток энергии, который могут обеспечить достаточно крупные телескопы, позволяет применять светоприемные устройства, характеристики которых весьма далеки от характеристик оптимального приемника. Например, количество фотонов, необходимое для получения нормальной плотности, для самых высокочувствительных эмульсий составляет 10^6 фотонов на элемент разрешения эмульсии. Количество информации о пространственной структуре объекта при этом оказывается значительно меньше своего максимального значения (12), определяемого квантовым выходом и числом пришедших фотонов.

Максимальное количество информации, которое согласно (10) может быть записано светоприемным устройством при фиксированном разрешении телескопа σ определяется выражением

$$R = Q = \frac{S}{2\sigma} \log_2 \eta \frac{N}{S} \sigma = n \log_2 m, \quad (14)$$

где n — число элементов разрешения, а $m = \sqrt{\frac{\eta N}{S}} \sigma$ — число различимых уровней яркости, равное корню квадратному из числа

пришедших фотоэлектронов на элемент разрешения телескопа. Для оценки потерь количества информации, обусловленных недостаточным разрешением, можно уравнение (14) представить в виде

$$Q = \frac{\eta N}{2\bar{X}} \log_2 X, \quad (15)$$

где $X = \frac{\sigma}{\sigma_0} e$ — число фотоэлектронов, регистрируемых в элементе разрешения телескопа; σ_0 — оптимальный размер элемента считывания, на который в среднем приходит e фотонов за время экспозиции. Можно ввести величину

$$P = \frac{Q}{N} = \frac{\eta}{2 \ln 2} \frac{1}{\bar{X}} \ln X, \quad (16)$$

характеризующую эффективность регистрации отдельного кванта света. При квантовом выходе приемника η максимальное количество информации, приходящейся на один квант света, не превосходит 0,265 η бит. Функция $\frac{e}{X} \ln X$ описывает зависимость эффективности регистрации фотонов от разрешения телескопа. Согласно этому выражению эффективность регистрации фотонов ухудшается вдвое, когда в элементе разрешения регистрируется 15 фотоэлектронов, и в 100 раз при регистрации 2000 фотоэлектронов, приходящих в элементе разрешения телескопа.

Применение рассмотренного выше оптимального светоприемника при ограничениях разрешения со стороны оптики позволяет за время экспозиции t сделать серию снимков с минимальной экспозицией τ , при которой на элемент разрешения приходит e фотоэлектронов. Появляется, таким образом, возможность проанализировать изменения освещенности (или яркости) объекта и установить непосредственно из эксперимента справедливость гипотезы о стационарности характеристик объекта. Если окажется, что характеристики объекта не меняются на интервале kt , можно накопить изображение путем наложения кадров.

Одиночное изображение, полученное с оптимальной экспозицией, по существу является двухградационным изображением. Увеличение времени экспозиции в e раз или суммирование трех кадров увеличивает количество информации в 2 раза. Для многоградационных изображений увеличение экспозиции из-за логарифмической зависимости приводит к очень медленному росту информации. Согласно (14), для увеличения количества информации, содержащейся в снимке, в k раз требуется накопить X^{k-1} снимков того же качества. Эта информация в идеальном случае без потери может быть переработана для получения изображения с разрешением в $k^{1/2}$ раз лучшим исходного снимка, т. е. содержащего в k раз больше независимых точек отсчета.

Для демонстрации весьма пессимистических выводов относительно реальных возможностей повышения пространственного раз-

решения при помощи апостериорных методов на основании (14) делаются обычно следующие оценки.

Считается общепринятым, что для уверенного распознавания деталей на снимке требуется не менее 8 градаций яркости. В элементе разрешения при этом должно регистрироваться не менее 64 фотоэлектронов. Для двукратного улучшения разрешения, согласно (14), требуется накопить $(64)^3$ снимков того же качества или увеличить экспозицию в 262 000 раз. Полученное изображение при этом должно иметь 512 различных уровней яркости, что совершенно нереально для современных светоприемных устройств.

В действительности нас интересует несколько иная оценка. Задача повышения пространственного разрешения возникает только тогда, когда имеется возможность получить снимок (или серию снимков), который может быть профотометрирован с точностью, существенно превышающей контрастную чувствительность глаза, составляющую обычно 5 %. При восприятии такой снимок кажется «расфокусированным» из-за недостаточного разрешения σ оптической системы, построившей данное изображение. Повысить разрешение означает обработать изображение так, чтобы при его восприятии ограничения на разрешение самых мелких деталей накладывались шумом. Это обозначает, что для удвоения разрешения зарегистрированное количество информации должно быть достаточным, чтобы построить изображение, эквивалентное идеальному, на элемент разрешения которого $\sigma/4$ приходит всего e фотоэлектронов и, соответственно, $4e$ фотоэлектронов на элемент разрешения σ . Снимок, подвергаемый обработке с целью двукратного улучшения разрешения должен иметь при этом не менее $(4e)^4 \approx 14\,000$ фотоэлектронов на элемент разрешения телескопа или содержать 118 различных уровней яркости.

Эта весьма оптимистичная оценка означает, однако, что двукратное повышение пространственного разрешения одиночных снимков практически нереально из-за недостаточной точности, которую могут обеспечить современные фотографические носители.

4. Энергетические оценки возможностей увеличения пространственного разрешения при наблюдении реальных астрономических объектов. Из-за наличия оптически неоднородной атмосферы разрешение современных телескопов колеблется от $0.3''$ до $3''$, составляя в среднем $\sim 1''$. Самые слабые объекты, которые приходится наблюдать, сравнимы с фоном неба, составляющим 22^m , 39 с площадки размером $1 \times 1''$, т. е. $\sim 10^{-3}$ фот/см²с. Размер входного зрачка телескопа может лежать в пределах от 60 см до 6 м. Из-за наличия атмосферной дисперсии интервал длин волн $\Delta\lambda$ для прямых снимков следует выбрать не более 0.1 от всей визуальной области. Квантовый выход приемника будем считать равным $\eta = 0.01$.

Для метрового телескопа от фона неба с площадки $1 \times 1''$ можно ожидать ~ 0.01 фотоэлектрона/с. Минимальная экспозиция при получении изображения поля звезд, яркость которых $m_v \approx 22^m$,

т. е. сравнима при разрешении телескопа $1''$ с фоном неба, составляет ~ 300 с. Это обозначает, что за всю ночь можно накопить 50 кадров с минимальной экспозицией. На основе этой информации может быть получено изображение поля с двенадцатью уровнями яркости при разрешении $1''$ или с четырьмя уровнями яркости при разрешении $0.7''$. Заметим, что если разрешение телескопа составляет не $1''$, а $0.7''$, фон неба на элемент разрешения будет вдвое меньше и для получения того же результата потребуется всего лишь 20 мин наблюдательного времени. За всю ночь при разрешении телескопа $0.7''$ можно получить изображение поля звезд до 23^m с разрешением $0.5''$.

Особый интерес представляют методы апостериорного улучшения качества снимков при наблюдении планет и других тел Солнечной системы. Освещенность, создаваемая Солнцем на расстоянии в одну астрономическую единицу, составляет $135 \cdot 10^3$ лк, т. е. $5 \cdot 10^{16}$ фот/см²с во всей визуальной области спектра.

Элементарный светотехнический расчет показывает, что для протяженных источников плотность энергии в фокусе телескопа не может достигать плотности энергии источника. Оптика телескопа строит центральную проекцию предмета. Если размер предмета, расположенного на расстоянии r обозначить l , а размер его изображения l_1 , то

$$l_1 = \frac{lF}{r},$$

где F — расстояние от линзы до плоскости изображения. Учитывая, что предмет рассеивает свет на всю полусферу, энергия, приходящая на входной зрачок, будет

$$El^2 \frac{\pi D^2}{4} \frac{1}{4\pi r^2} = E' l_1,$$

где E — плотность энергии, получаемой или отраженной источником с 1 см² при альбедо равном 1 ; E' — плотность энергии в изображении источника.

Отсюда

$$E' = E \frac{1}{16} \frac{D^2}{F^2}.$$

Если обозначить радиус дифракционного кольца $\rho_0 = \frac{\lambda F}{D}$, получим

$$E' = E \frac{1}{16} \frac{\lambda^2}{\rho_0^2},$$

откуда количество энергии на дифракционный элемент разрешения телескопа

$$E' \rho_0^2 = E \left(\frac{\lambda}{4} \right)^2 = C_1.$$

Таким образом, количество энергии, приходящееся на дифракционный элемент разрешения телескопа, не зависит от диаметра телескопа и его светосилы. При наблюдении объектов, находящихся на расстоянии в 1 а.е. от Солнца, величина

$$C_1 \approx 8 \cdot 10^6 \text{ фот/с,}$$

а для объектов, находящихся на расстоянии r астрономических единиц, $C_r = C_1/r^2$. Этот результат обозначает, что при наблюдении абсолютно белого ламбертовского экрана, помещенного под прямыми солнечными лучами, на дифракционный элемент разрешения телескопа приходит около $8 \cdot 10^6$ фотонов за секунду во всей визуальной области спектра.

При наблюдении реальных объектов необходимо учесть альбедо, фазовый угол, а также ширину спектральной полосы фильтра. Можно принять поэтому, что на элемент разрешения телескопа от объекта, находящегося на расстоянии в 1 а. е., приходит не более 10^5 фотонов в секунду, т. е. может быть зарегистрировано не более 10^3 фотоэлектронов за секунду при $\eta = 0.01$. Если объект находится на расстоянии Меркурия, эта величина будет в 6,68 раза больше, а на расстоянии Плутона составит ~ 18 фотоэлектронов в секунду, поскольку угол фазы на таких больших расстояниях учитывать не приходится.

Таким образом, если преследуется цель получить в результате апостериорной обработки дифракционное разрешение изображения объекта, находящегося на расстоянии в 1 а. е. от Солнца, можно съемку вести с минимальной экспозицией $\tau \approx 3 \cdot 10^{-3}$ с, что почти на порядок меньше времени замороженности атмосферных искажений. Следует, однако, обратить внимание на то, что для этой цели оказываются совершенно непригодными даже самые высокочувствительные фотографические эмульсии или телевизионная техника широкого потребления, которые требуют прихода на элемент разрешения $\sim 10^5$ фотонов.

Вся современная техника получения изображений (в том числе и астрономических) работает при разрешении почти в 10 раз хуже дифракционного. Реальное разрешение широко применяемых фотоматериалов составляет $20 \div 50\mu$, т. е. $40\lambda \div 100\lambda$, в то время как дифракционное разрешение оптики $\frac{\lambda}{D} F$ обычно составляет величину $3\lambda \div 10\lambda$. Это позволяет в плоскости пленки увеличивать концентрацию энергии, а также не беспокоиться об изготовлении объективов дифракционного качества. Количество фотонов, не превосходящее $4 \cdot 10^4$ на дифракционный элемент разрешения оптики за время реакции глаза $1/25$ с при низком ($\sim 0,3\%$) квантовом выходе приводит к заметным 10 % флуктуациям отклика эмульсии.

Таким образом, способ получения высококачественных изображений объектов, использующий светосильную оптику, является не просто утвердившейся традицией, но обусловлен глубокими физическими причинами, связанными с естественными условиями

освещения. Поэтому для широкого внедрения в астрономическую практику методов апостериорного улучшения пространственного разрешения требуется разработка специальной светоприемной аппаратуры, отличающейся от широко применяемой, в первую очередь, достаточно высокой чувствительностью, т. е. большим коэффициентом усиления. Независимо от конкретного алгоритма обработки светоприемная аппаратура должна обеспечивать возможность измерения всех пространственных частот изображения вплоть до граничной частоты дифракционного объектива.

В настоящее время имеется целый ряд модельных экспериментов, демонстрирующих высокую эффективность различных алгоритмов, значительно повышающих разрешение при астрономических наблюдениях. Весьма существенный вывод модельных экспериментов состоит в том, что эффект повышения качества снимка (относительное улучшение разрешения) оказывается тем лучше, чем хуже качество исходного изображения. Обусловлено это, согласно приведенным выше выкладкам, принципиальными причинами, связанными с флуктуацией фотонов, приходящихся на дифракционный элемент разрешения. Именно по этой причине все эксперименты по отработке методики получения изображений с максимально возможным разрешением будут иметь практический смысл лишь в случае, когда придется решать задачу улучшения изображений, полученных в условиях наилучшего астроклимата. Назначение апостериорных методов улучшения пространственного разрешения не в том, чтобы сделать удовлетворительными плохие условия наблюдений, а, главное, сделать более продуктивными периоды хороших условий наблюдения.

Приведенные выше оценки потенциальных возможностей апостериорных методов повышения пространственного разрешения позволяют рассчитывать на получение изображений ближайших к Солнцу планет с разрешением близким к дифракционному разрешению телескопов диаметром ~ 1 м, установленных в хороших астроклиматических условиях.

Список литературы: 1. Frieden B. Roy. Restoring with maximum Likelihood and maximum Entropy.— J. Opt. Soc. Amer., 1972, 62, N 4, p. 511—518. 2. Зоммерфельд А. Термодинамика и статистическая физика.— М.: Изд-во иностр. лит., 1955.— 240 с. 3. Шеннон К. Математическая теория связи.— В кн.: Работы по теории информации и кибернетике.— М.: Изд-во иностр. лит., 1963.— 316 с. 4. Шеннон К. Связь при наличии шума.— В кн.: Работы по теории информации и кибернетике.— М.: Изд-во иностр. лит., 1963.— 316 с.

Поступила в редколлегию 10.01.84.

КОГЕРЕНТНОСТЬ В АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Последние два десятилетия характеризуются повышением интереса астрономов к задачам, так или иначе связанным с когерентностью оптического излучения. С одной стороны, это обусловлено развитием различных методов интерферометрии, в частности пятенной (speckle) интерферометрии [1], а с другой — с широким применением когерентных методов обработки астрономических данных [2]. В то же время следует признать, что общепринятая система подготовки студентов астрономической специальности по оптике не соответствует современным требованиям. Одной из причин, приводящих к такой ситуации, зачастую является довольно узкая специализация физических факультетов. Например, ориентация физического факультета Харьковского университета на физику твердого тела приводит при формальном сохранении типовой программы по общей физике к соответствующему смещению акцентов. Другой причиной является процесс естественного старения учебных пособий по практической астрофизике. Тем не менее имеется целый ряд монографий и учебных пособий, написанных оптиками и радиофизиками, например [3—6], которые в значительной степени ликвидировали информационный голод в этой области. Однако литература такого уровня в полной мере используется, как правило, уже сложившимися специалистами, кроме того, требуются определенные усилия и время для усвоения содержащейся в ней существенно новой для астрономов информации. Литература же, написанная на эту тему астрономами, крайне малочисленна [7, 8].

В связи с этим на кафедре астрономии ХГУ введен спецкурс «Новые методы в астрофизике» объемом 68 часов. Кроме того, проводятся лабораторные работы на когерентной оптической установке Астрономической обсерватории ХГУ во время учебной астрофизической практики. Курс представляет собой рассмотрение ряда задач современной астрофизики на основе теории информации и Фурье-оптики. Сущность курса можно сформулировать так: это пересмотренный на вполне современном уровне сплав астрофизики и математической обработки результатов измерений.

Схему курса можно представить следующим образом.

1. Частично когерентное излучение от небесного объекта, рассматриваемого, как правило, как некогерентный источник произвольного углового размера, проходит через случайно неоднородную среду — турбулентную атмосферу, что вызывает потребность в изучении влияния свойств последней на излучение [5, 6, 9].

2. После прохождения через атмосферу излучение попадает на апертуру телескопа или интерферометра. Это предполагает детальное рассмотрение их работы в рамках частотного анализа оптиче-

ских систем на базе теории линейных систем и скалярной теории дифракции: изучение формирования оптической передаточной функции для дифракционно ограниченных систем, а затем — систем с аберрациями при различных условиях освещения (степень пространственной и временной когерентности) и регистрации (долговременное экспонирование и экспонирование через «замороженную» атмосферу).

3. Изображение астрономического объекта регистрируется на фотозмульсию, что обязывает изучить ее работу в когерентных и некогерентных системах, а также ее статистические характеристики, например спектр гранулярности.

4. С целью повышения пространственного разрешения, измерения диаметров звезд, расстояний между тесными двойными и т. д. изображения подвергаются цифровой и аналоговой обработке, что предполагает изучение методов линейной фильтрации на примере фильтрации Винера — Колмогорова [10], фильтрации по критерию максимума энтропии [11] и различных методов фильтрации пространственных частот на когерентных оптических вычислительных машинах.

Как показал трехлетний опыт, наибольшие трудности при усвоении материала вызывает насыщенность курса математическим аппаратом, включающим ряды и преобразование Фурье, теорию случайных и обобщенных функций, различные виды интегральных преобразований, метод функций Грина и т. д. Частично эта проблема решается кафедральными средствами за счет детального рассмотрения теории случайных функций в курсе теории вероятности и математической статистики. Положение усложняется из-за исключения из курса теоретической физики (электродинамика) теории дифракции, что приводит к необходимости уделить немалую долю времени на изучение этих вопросов в рамках скалярной теории. Поэтому, учитывая, что курс рассчитан в основном на экспериментаторов, рациональным средством для ликвидации фрагментарности и математической абстрактности является связь различных разделов на основе одного физического понятия. Сразу следует оговориться, что такой подход вовсе не предполагает отказ от применения обширного математического аппарата, а лишь позволяет правильно расставить акценты.

Как видно из изложенной выше программы курса, в качестве такого основного понятия может служить понятие частичной когерентности, современные представления о которой достаточно полно изложены в обзоре [12]. В этом случае легко осуществляется переход от описания детерминированных полей и систем (полная когерентность) к задачам чисто статистического характера. Изложение ведется, как правило, в рамках функций когерентности второго порядка. Поскольку математический аппарат описания частичной когерентности есть не что иное, как аппарат корреляционной теории случайных функций и полей, при таком подходе обеспечивается и математическая, и физическая целостность курса.

Список литературы: 1. Labeyrie A. High Resolution Techniques in Optical Astronomy. — Progress in Optics, 1976, 14, p. 47—87. 2. Применение когерентно-оптических методов для обработки астрономических изображений / В. Н. Дудинов, В. С. Цветков, В. А. Кристаль и др. — Вестн. Харьк. ун-та, 1977, № 160, с. 65—76. 3. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. — М.: Мир, 1971. — 495 с. 4. Гудмен Г. Введение в Фурье оптику. — М.: Мир, 1970. — 364 с. 5. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. Случайные процессы. — М.: Наука, 1976. — 496 с. 6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. Н. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. — М.: Наука, 1978. — 464 с. 7. Грей Д. Наблюдения и анализ звездных атмосфер. — М.: Мир, 1980. — 496 с. 8. Дудинов В. Н., Цветкова В. С. Применение методов Фурье оптики в астрономии. — Х.: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1980. — 102 с. 9. Fried D. L. The Nature of atmospheric turbulence effects on imaging and pseudoimaging System and its quantification. — In High Angular Resolution Stellar Interferometry. Sydney, 1976, p. 4.1—4.44. 10. Голдман С. Теория информации. — М. Изд-во иностр. лит., 1957. — 446 с. 11. Frieden B. R. Restoring with Maximum Likelihood and Maximum Entropy. — J. Opt. Soc. Amer., 1972, 62, N 4, p. 511—518. 12. Мандель Л., Вольф Э. Когерентные свойства оптических полей. — Успехи физ. наук, 1965, 87, ч. 1, с. 491—520; 88, ч. 2, с. 347—366; 88, ч. 3, с. 619—674.

Поступила в редколлегию 11.03.84.

УДК 520.82

Ю. В. КОРНИЕНКО

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫХ В РЕЖИМЕ СЧЕТА ФОТОНОВ

При исследовании слабых астрономических объектов приходится применять приемники излучения, работающие в режиме счета фотонов. Использование этого режима открывает перед исследователями перспективу приблизиться к тому принципиальному пределу возможности регистрации изображений, который ставит перед ним природа света. Поэтому представляет интерес исследовать и предельные возможности извлечения информации из таких изображений.

Настоящая работа посвящена вопросу оптимального восстановления таких изображений в случае, когда искажение в оптическом тракте описывается линейным однородным оператором, а исходные изображения являются элементами конечномерного пространства. Для решения задачи применен статистический подход, изложенный в работах [1, 2].

Пусть исходное изображение некогерентно освещенного объекта характеризуется яркостью, представляющей собой известную функцию $S(x, y, P)$ координат и совокупности n параметров, рассматриваемой как вектор P некоторого n -мерного пространства. В этом пространстве определена априорная плотность вероятности $\rho_{до}(P)$, так что априорная вероятность w того, что изображение

имеет вид $S(x, y, P)$ с P , принадлежащим некоторой области Ω пространства параметров, равна

$$\omega = \int_{\Omega} \rho_{до}(P) d\Omega, \quad (1)$$

где $d\Omega = dP_1 dP_2 \dots dP_n$ (2) — элемент объема в этом пространстве.

Оптический тракт, через который передается это изображение до регистрации, представляет собой линейную однородную систему с аппаратной функцией $g(x - x', y - y')$. Это означает, что на выходе оптического тракта мы получим зависимость интенсивности светового потока от координат $I(x, y)$, связанную с исходным изображением соотношением

$$I(x, y) = \int g(x - x', y - y') S(x', y', P) dx' dy', \quad (3)$$

где интеграл берется по всей области определения функции $S(x', y', P)$.

Будем считать, что на регистрирующее устройство не воздействуют никакие посторонние источники света, и оно свободно от внутренних шумов. Это приводит к тому, что единственным случайным фактором, препятствующим абсолютно точной регистрации интенсивности $I(x, y)$, являются квантовые флуктуации полезного светового потока. Дальнейшая идеализация свойств регистрирующего устройства состоит в предположении о возможности с его помощью без погрешностей зарегистрировать координаты x, y каждого приходящего фотона. Тогда окончательным результатом регистрации исходного изображения $S(x, y, P)$ в течение ограниченного времени будет совокупность координат

$$Q = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n\} \quad (4)$$

всех зарегистрированных фотонов. Требуется, исходя из этой совокупности, найти исходное изображение $X(x, y, P)$, обладающее наибольшей апостериорной плотностью вероятности среди всех изображений $S(x, y, P)$.

Формула Байеса в этом случае имеет вид

$$\rho_{по} = \frac{\rho_{до}(P) \rho_P(Q)}{\int \rho_{до}(P) \cdot \rho_P(Q) d\Omega}, \quad (5)$$

где $\rho_P(Q)$ — определенная в пространстве конечных последовательностей Q условная плотность вероятности того, что при регистрации изображения $S(x, y, P)$ будет получена последовательность Q .

Эту плотность вероятности легко найти, если учесть, что слабый некогерентный световой поток можно рассматривать как поток частиц, подчиняющихся классической статистике, и поэтому его регистрация представляет собой во времени пуассоновский процесс, причем в разных точках плоскости регистрируемого изображения эти процессы независимы. Поэтому распределение зарегистрированных фотонов в плоскости регистрируемого изображения

представляет собой двумерный пуассоновский процесс, причем параметром этого процесса (плотность вероятности регистрации фотона в точке с координатами x, y) является величина $T \cdot I(x, y)$, где T — время накопления сигнала. Это время в данной задаче не играет существенной роли, и мы для простоты положим его равным единице.

Таким образом, плотность вероятности обнаружить зарегистрированный фотон в точке x, y равна $I(x, y)$ и, в силу независимости актов регистрации отдельных фотонов, условная плотность вероятности $\rho_P(Q)$ имеет вид

$$\rho_P(Q) = \prod_{i=1}^m I(x_i, y_i) \cdot \exp\left(-\int I(x, y) dx dy\right). \quad (6)$$

Поскольку в уравнении (5) знаменатель не зависит от P , задача отыскания наиболее вероятного изображения среди $S(x, y, P)$ сводится к отысканию такого P , при котором достигает максимума числитель или, что более удобно, его логарифм

$$-L(P) = \ln \rho_{до}(P) - \int I(x, y) dx dy + \sum_{i=1}^m \ln I(x_i, y_i) \quad (7)$$

(минус в левой части равенства выбран для единообразия обозначений). Подставляя вместо $I(x_i, y_i)$ его значение из уравнения (3), имеем

$$\begin{aligned} -L(P) = \ln \rho_{до}(P) - \int I(x, y) dx dy + \\ + \sum_{i=1}^m \ln \int g(x_i - x', y_i - y') S(x', y', P) dx' dy'. \end{aligned} \quad (8)$$

Дифференцируя это выражение по P , получаем уравнение, определяющее искомое значение P :

$$\begin{aligned} \frac{\rho'_{до}(P)}{\rho_{до}(P)} - \int S'_P(x, y, P) dx dy + \\ + \sum_{i=1}^m \frac{\int g(x_i - x, y_i - y) S'_P(x, y, P) dx dy}{\int g(x_i - x, y_i - y) S(x, y, P) dx dy} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $S'_P(x, y, P)$ — градиент $S(x, y, P)$ в пространстве параметров.

Это уравнение для вектора P представляет собой систему алгебраических уравнений с n неизвестными — компонентами вектора P . Она имеет решение P_0 , если функция $-L(P)$ достигает максимума в точке P_0 и имеет в этой точке производную по P (т. е. все первые производные по компонентам P). Это решение является единственным в некоторой окрестности P_0 , если якобиан

$$\left| \frac{\partial^2 L}{\partial P_i \partial P_k} \right| \quad (10)$$

в этой окрестности отличен от нуля. Степень отличия определяет то, что в вычислительной практике называют обусловленностью уравнения (9), т. е. степень устойчивости решения P_0 по отношению к малым изменениям экспериментального набора данных Q . Уравнение (9) может быть эффективно решено численно методом Ньютона.

Следующий частный случай представляет интерес в астрономии. Пусть изображение $S(x, y, P)$ — совокупность светящихся точек

$$S(x, y, P) = \sum_{i=1}^n a_i \delta(x_i - x) \delta(y_i - y) \quad (11)$$

с координатами $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n$.

Таким образом, совокупность параметров

$$P = \{a_1, x_1, y_1, a_2, x_2, y_2, \dots, a_n, x_n, y_n\} \quad (12)$$

будет вектор $3n$ -мерного пространства.

Исходя из замытого изображения $I(x, y)$ требуется восстановить интенсивности и координаты изображенных источников света (в астрономии — звезд).

Уравнение (9) в этом случае имеет вид

$$\frac{\nabla_k \rho_{до}}{\rho_{до}} + \sum_{i=1}^m \frac{a_k \nabla g(x_i - x_k, y_i - y_k)}{\sum_{l=1}^n a_l g(x_i - x_l, y_i - y_l)} = 0; \quad (13a)$$

$$\frac{1}{\rho_{до}} \frac{\partial \rho_{до}}{\partial a_k} + \sum_{i=1}^m \frac{g(x_i - x_k), y_i - y_k}{\sum_{l=1}^n a_l g(x_i - x_l, y_i - y_l)} = 0 \quad (13б)$$

(i — номер зарегистрированного фотона; k, l — номера точечных источников) и определяет значения x_k, a_k, y_k , которыми в свою очередь определяется исходное изображение S .

Смысл полученного результата легко проиллюстрировать, введя следующие упрощающие предположения. Пусть $\rho_{до}$ может быть представлена в виде

$$\rho_{до} = \prod_{k=1}^n \rho_{до}^k(a_k, x - x_k, y - y_k) \quad (14)$$

(что означает независимость априорной информации для различных точечных источников), причем $\rho_{до}^k$ и g таковы, что функции

$$u_k(a_k, x - x_k, y - y_k) = \int g(x - x', y - y') \rho_{до}^k(a_k, x' - x_k, y' - y_k) dx' dy' \quad (15)$$

удовлетворяют условию

$$u_k(a_k, x - x_k, y - y_k) u_{k'}(a_{k'}, x - x_{k'}, y - y_{k'}) \ll 1 \quad (16)$$

при $k \neq k'$, т. е. замытые изображения точечных объектов, из которых состоит изображение $I(x, y)$, практически не перекрываются.

Тогда система уравнений (13а), (13б) распадается на n независимых подсистем (каждая из трех уравнений):

$$\frac{(\rho_{до}^k)'_x}{\rho_{до}^k} + \sum_i \frac{g'_x(x_i - x_k, y_i - y_k)}{g(x_i - x_k, y_i - y_k)} = 0; \quad (17а)$$

$$\frac{(\rho_{до}^k)'_y}{\rho_{до}^k} + \sum_i \frac{g'_y(x_i - x_k, y_i - y_k)}{g(x_i - x_k, y_i - y_k)} = 0; \quad (17б)$$

$$\frac{(\rho_{до}^k)'_a}{\rho_{до}^k} + \sum_i \frac{a_k g'_a(x_i - x_k, y_i - y_k)}{g(x_i - x_k, y_i - y_k)} = 0, \quad (17в)$$

где суммирование по i , формально выполняемое по-прежнему в пределах от 1 до m , теперь практически относится только к фотонам, попавшим в такую окрестность точки x_k, y_k , в пределах которой функция (15) не является пренебрежимо малой, а n_k — полное число фотонов, попавших в данную окрестность. В этом случае восстановление изображения S сводится к определению интенсивности и координат каждого точечного источника в отдельности. Если к тому же $\rho_{до}^k$ и g — гауссовы функции:

$$\rho_{до}^k = A \exp\left(-\alpha \frac{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}{2}\right) \exp\left(-\gamma \frac{(a_k - a_0)^2}{2}\right); \quad (18а)$$

$$g = B \exp\left(-\beta \frac{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}{2}\right), \quad (18б)$$

что весьма типично на практике (для ρ — в силу предельных свойств распределения ошибок, для g — например, в силу статических свойств искажений, вносимых в изображение земной атмосферой), то подставляя (18а), (18б) в (17а), (17б), (17в) и решая полученные уравнения, для наиболее вероятных значений a_k, x_k, y_k имеем

$$x_k = \frac{x_0}{1 + n \frac{\beta}{\alpha}} + \frac{\beta}{\alpha + n\beta} \sum_{i=1}^m x_i; \quad (19а)$$

$$y_k = \frac{y_0}{1 + n \frac{\beta}{\alpha}} + \frac{\beta}{\alpha + n\beta} \sum_{i=1}^m y_i; \quad (19б)$$

$$a_k \approx n - \gamma(n - a_0). \quad (19в)$$

Подставляя полученный результат в уравнение (5) с учетом (11), (14), (18а), (18б), получаем, что апостериорные распределения

для a_k , x_k , y_k являются гауссовыми с дисперсиями

$$\sigma_{xy} = 1/(\alpha + n\beta) \text{ для } x_k, y_k; \quad (20a)$$

$$\sigma_a = 1/(\gamma + n) \text{ для } a_k. \quad (20б)$$

Результат (20a), (20б) означает, что в последнем рассмотренном частном случае каждый зарегистрированный фотон вносит независимый единичный вклад в информацию о значении a_k , x_k , y_k для того точечного источника, к которому его можно отнести в соответствии с условием (15), (16), и в этом смысле его регистрация может рассматриваться как элементарное (не делимое на более простые акты) измерение этих значений.

Результаты (9), (19a)—(20б) можно обобщить в том случае, когда экспериментальные данные представляют собой последовательность изображений, полученных в одинаковых условиях, а ядро g не является разностным. В частности, (19a)—(20б) приближенно сохраняют тот же самый вид, если в ядре $g(x, y, x - x', y - y')$ зависимость от первого аргумента является медленной по сравнению с зависимостью от второго аргумента:

$$|\nabla_{xy}g(x, y, \xi, \eta)| \ll |\nabla_{\xi\eta}g(x, y, \xi, \eta)|. \quad (21)$$

Таким образом, простейший случай конечномерного пространства изображений может иметь отношение к задачам, важным на практике. Тем не менее многие вопросы фильтрации требуют рассмотрения изображений, принадлежащих бесконечномерным пространствам. Специфика этих задач рассмотрена в работе [2].

Список литературы: 1. Корниенко Ю. В. Об оптимальном фильтре для восстановления изображений. — Докл. АН УССР. Сер. А, 1978, 1, с. 51—53. 2. Корниенко Ю. В. О статистическом подходе к восстановлению изображений. См. статью в настоящем вестнике.

Поступила в редакцию 12.03.84.

УДК 520.82

Ю. В. КОРНИЕНКО

О СТАТИСТИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ К ВОССТАНОВЛЕНИЮ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Восстановление изображений астрономических объектов, искаженных влиянием случайных неоднородностей земной атмосферы, является одной из актуальных задач современной практической астрономии. Как известно, подход к этой задаче, состоящий в использовании для восстановления изображения оператора, обратного искажающему оператору, обычно приводит к математически некорректной задаче.

Действительно, пусть исходное изображение u , подвергаясь искажению, описываемому оператором $\hat{T}$, дает на выходе оптического тракта изображение v :

$$v = \hat{T}(u). \quad (1)$$

(Здесь и дальше под изображением понимается функция, определенная в некотором замкнутом прямоугольнике).

Простейший подход, называемый иногда методом инверсной фильтрации, состоит в том, чтобы за восстановленное изображение принять

$$U = \hat{T}^{-1}(v). \quad (2)$$

При этом предполагается, что хотя реально соотношение (1) справедливо лишь приближенно, потому что в действительности

$$v = \hat{T}(u) + w, \quad (3)$$

где w — случайное слагаемое (шум), отличное от нуля, выражение (2) все равно имеет смысл, потому что при достаточно малом w восстановленное изображение

$$U = \hat{T}^{-1}(\hat{T}(u) + w) \quad (4)$$

будет как угодно мало отличаться от u . Для этого необходимо, чтобы оператор $\hat{T}^{-1}$ был непрерывным. Однако в большинстве случаев $\hat{T}$ — сглаживающий оператор, и потому $\hat{T}^{-1}$ не является непрерывным, в результате чего U в (4) может как угодно сильно отличаться от u при как угодно малой норме w . Более того, зачасную окрестность $\hat{T}(u)$ может не принадлежать целиком области определения оператора $\hat{T}^{-1}$, так что результат инверсной фильтрации может быть не только неустойчивым, но и бессмысленным.

Таким образом, задача восстановления изображений в такой постановке является некорректной. Существует несколько способов корректно сформулировать эту задачу, главными из которых являются регуляризация по Тихонову [1] и статистическая формулировка задачи [2, 3].

При статистическом подходе изображения u и v считают элементами некоторых статистических ансамблей. Связь между u и v считают статистической, например в форме (3). Задача фильтрации в общем виде состоит в отыскании при заданном v такого u , на котором достигает экстремума некоторый функционал $F(u)$. В простейшем случае это апостериорная вероятность $P_{\text{по}}(u)$ (при конечном или счетном наборе возможных значений u) или апостериорная плотность вероятности $R_{\text{по}}(u)$, определенная по формуле Байеса:

$$R_{\text{по}}(u) = \frac{R_{\text{до}}(u) R(u, v)}{\int R_{\text{до}}(u) R(u, v) d\mu_u}, \quad (5)$$

где $R_{\text{до}}(u)$ — априорная плотность вероятности u ; $R(u, v)$ — условная плотность вероятности получить результат регистрации

и при исходном изображении u ; μ — мера в пространстве изображений u , относительно которой определены все фигурирующие в (5) плотности вероятности, т. е. каждая плотность связана с соответствующей вероятностью соотношением

$$R = dP/d\mu \quad (6)$$

(производная Радоны — Никодима от вероятности P по мере μ) При этом, конечно, подразумевается, что все упомянутые плотности существуют.

Если пространство изображений u является конечномерным, в качестве меры μ можно выбрать n -мерный объем, т. е.

$$d\mu = \prod_{i=1}^n dx_i. \quad (7)$$

Такие задачи, несмотря на свою простоту, могут представлять значительный практический интерес, в том числе для астрометрии (см., например, [4]). Однако обычно пространство является бесконечномерным, и вопрос о выборе меры μ становится более трудным, так как в этом случае условие существования плотности (6) является более жестким, чем в конечномерном случае. Кроме того, изображение u , обеспечивающее максимум (5), вообще говоря, зависит от выбора меры μ . Возникает вопрос, какой же из возможных мер μ следует воспользоваться для построения восстанавливающего фильтра.

Целесообразно проанализировать вопрос о том, в каких случаях для восстановления изображения представляет интерес оценка по максимуму плотности вероятности и как следует обобщить ее на случай, когда интересующая нас плотность вероятности не существует.

В общем случае оценка по максимуму правдоподобия [5] состоит в отыскании среди изображений u такого u_0 , которое обеспечивает минимум функционала

$$F(u) = \int \varphi(u, s) R_{no}(s) d\mu_s, \quad (8)$$

где $\varphi(u, s)$ — функционал потерь, определяющий проигрыш, обусловленный погрешностью оценки, когда при исходном изображении s получена оценка u (т. е. $F(u)$ — апостериорное математическое ожидание функционала потерь). Конкретный вид φ определяется спецификой задачи.

Пусть функционал φ равен нулю, если s лежит в некоторой фиксированной окрестности $E(u)$ изображения s , и единице — в противном случае. Тогда задача минимизации $F(u)$ эквивалентна отысканию максимума функционала

$$f(u) = \int_{E(u)} R_{no}(s) d\mu. \quad (9)$$

Пусть теперь

$$D(u) = \mu(E(u))/a, \quad (10)$$

где a — некоторая константа; $D(u)$ можно назвать функционалом допуска, поскольку он является относительной мерой множества допустимых отклонений результата фильтрации от исходного изображения при различных u .

Если теперь устремить a к нулю, а каждую окрестность $E(u)$ к своему u таким образом, чтобы не изменялось $D(u)$, то $f(u)/a$ будет стремиться к

$$R(u) = R_{\text{но}}(u) D(u) \quad (11)$$

и в пределе задача состоит в отыскании максимума $R(u)$. Если функционал $1/D(u)$ интегрируем по мере μ , то существует такая мера $\nu = \int d\mu/D$, что $R(u)$ является плотностью вероятности по этой мере. Таким образом, ν — это та «естественная» мера, для которой функционал допуска не зависит от u . Именно для этой меры задача байесовской оценки в строгой постановке с определенными ранее функционалом потерь сводится к отысканию максимума апостериорной плотности вероятности.

Однако такой подход осложнен тем обстоятельством, что во многих практически интересных случаях мера μ (а потому и ν) может не обладать нужными свойствами, в результате чего плотность вероятности не существует или тождественно равна нулю. Было бы желательно сформулировать этот подход так, чтобы он и в этих случаях приводил к некоторому функционалу, максимум которого определяет наиболее правдоподобное значение u .

Для этого предположим, что множество исходных изображений u и реализаций шума w содержится в некотором линейном пространстве L , являющемся декартовым произведением счетного множества пространств $L_1, L_2, \dots, L_n$ и т. д. Сигнал и шум распределены так, что их проекции на L_i, L_k при $i \neq k$ независимы. В каждом пространстве L_i определена мера такая, что существуют плотности вероятности, фигурирующие в (5). Тогда задача отыскания наиболее правдоподобного u сводится к такой же задаче для каждой компоненты u_i из L_i в отдельности, а к ней применим сформулированный выше подход, приводящий к условию максимума функционала $R_i(u_i)$, определяемого формулой (5). Поскольку $R(u)$ в (5) был определен лишь с точностью до произвольного постоянного множителя, доопределим теперь его условием, чтобы его наибольшее значение было равно единице. (Назовем это нормировкой по максимуму). Тогда условие максимума каждого R_i равносильно условию максимума функционала

$$R(u) = \prod_{i=1}^{\infty} R_i(u_i). \quad (12)$$

Это произведение сходится для некоторого множества значений u , содержащего искомое наиболее правдоподобное значение.

Если существуют производные Радона — Никодима вероятностей, определенных в пространстве L по мере

$$\mu = \prod_{i=1}^{\infty} \mu_i, \quad (13)$$

то, согласно теореме Какутани [6], $R(u)$ совпадает с апостериорной плотностью вероятности (5) с точностью до некоторого постоянного множителя. Это дает основание назвать $R(u)$ квазиплотностью апостериорной вероятности по мере μ . Важно, что $R(u)$ сохраняет смысл, даже когда соответствующая плотность не существует.

Поскольку распределение вероятностей в пространстве L не всегда можно представить в виде произведения независимых распределений, необходимо расширить определение квазиплотности. Определим квазиплотность $R^{\mu\nu}$ меры μ по мере ν следующими правилами: 1) квазиплотность $R^{\mu\nu}$ равна нормированной по максимуму производной Радона — Никодима μ по ν , если последняя существует; 2) если справедливо (13) и аналогичное равенство для ν , то $R^{\mu\nu}$ равно произведению всех $R^{\mu_i \nu_i}$; 3) если для некоторой меры λ определены $R^{\mu\lambda}$ и $R^{\lambda\nu}$, то $R^{\mu\nu} = NR^{\mu\lambda}R^{\lambda\nu}$, где N — множитель, обеспечивающий нормировку по максимуму.

Опуская подробности, укажем, что рассуждения, которые раньше привели к условию максимума апостериорной плотности вероятности, могут быть последовательно проведены и в случае, когда вместо плотностей существуют лишь соответствующие квазиплотности. Поскольку квазиплотность, по определению, удовлетворяет тем же основным соотношениям, что и производная Радона — Никодима, для восстановления изображений можно пользоваться условием максимума выражения (5), не проводя различия между плотностями вероятности и соответствующими квазиплотностями.

Если теперь $R_{\text{по}}(u)$ имеет производную Фреше в окрестности максимума, то искомое наиболее правдоподобное u удовлетворяет уравнению

$$\partial R_{\text{по}}(u)/\partial u = 0. \quad (14)$$

Решение u_0 этого уравнения будем называть восстановленным изображением, а оператор $\hat{\Phi}$, переводящий v в u_0 — оптимальным восстанавливающим фильтром.

Рассмотрим пример, приводящий к оптимальному винеровскому фильтру. Пусть L_i — одномерные комплексные пространства, u_i распределены независимо и нормально с нулевым средним и дисперсией s_i , w_i — аналогично с дисперсией n_i , оператор $\hat{T}$ — линейный однородный с собственными значениями g_i , а μ_i — обычная лебегова мера. Тогда нужные плотности вероятностей в пространстве L не существуют, однако для квазиплотностей имеем

$$-\ln R_{\text{до}}(u) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} u_i^* u_i / s_i$$

$$-\ln R(u, v) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} (v_i - g_i u_i)^* (v_i - g_i u_i) / n_i, \quad (15)$$

откуда с помощью уравнений (14) получаем известное выражение для компонент восстановленного изображения [4]:

$$u_{0i} = \frac{g_i^* v_i}{g_i^* g_i + n_i / s_i}. \quad (16)$$

Дисперсии s_i , n_i имеют смысл мощности сигнала и, соответственно, шума на i -й пространственной частоте.

Интересно в данном контексте рассмотреть вопрос об «оптимальности» винеровского фильтра. В ряде работ содержится утверждение, что винеровский фильтр не во всех случаях является оптимальным, и предлагаются «лучшие» фильтры. При этом, однако, не всегда видны обоснованные соображения, приводящие при той же исходной статистике к другим критериям для оценки u . На этот вопрос можно ответить, если учесть, что разные задачи могут потребовать разного выбора меры, относительно которой определены необходимые квазиплотности. Так, в условиях предыдущей задачи вместо μ_i можно выбрать логарифмическую, меру λ_i , такую, что вне некоторой окрестности точки $u_i^* = 0$ $du_i/d\lambda_i = u_i^* u_i$. Такой выбор меры может быть оправдан, например, логарифмическими характеристиками зрительного аппарата. В результате в каждом из равенств (15) появится дополнительное слагаемое $-\ln u_i^* u_i$ и выражение (16) приобретает вид

$$u_i = \frac{g_i^* v_i}{g_i^* g_i + n_i / s_i - n_i / \xi_i^2}, \quad (17)$$

где ξ_i — положительный корень уравнения

$$(g_i^* g_i - n_i / s_i) \xi_i^2 - \frac{1}{2} g_i^* v_i \xi_i - n_i = 0. \quad (18)$$

При больших отношениях сигнал/шум выражение (17), как и (16), мало отличается от соответствующего выражения для инверсного фильтра. Однако модуль выражения (17) всегда больше, чем (16), так что этот фильтр слабее сглаживает изображение, чем винеровский, что характерно для фильтров, которые считаются лучше винеровского с точки зрения визуального восприятия.

Этот фильтр является нелинейным, но по-прежнему локальным в частотном представлении. Это открывает возможность реализации его путем сочетания когерентно-оптических и фотографических методов.

Список литературы: 1. Тихонов, А. Н. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. — М.: Наука, 1983. — 144 с. 2. Хабиби А. Двумерная байесовская оценка изображений. — ТИИЭР, 1972, 60, № 7, с. 153—160. 3. Корниенко Ю. В. Об оптимальном фильтре для восстановления изобра-

жений.— Докл. АН УССР. Сер. А, 1978, № 1, с. 51—54. 4. Корниенко Ю. В. Восстановление изображений, зарегистрированных в режиме счета фотонов.— См. статью в настоящем сборнике. 5. Гроот Д. Е. Оптимальные статистические решения.— М.: Мир, 1974.— 240 с. 6. Го Х.-С. Гауссовские меры в банаховых пространствах.— М.: Мир, 1979.— 289 с.

Поступила в редколлегию 12.03.84.

УДК 522.1

В. И. БЫЧИНСКИЙ, В. Н. УВАРОВ

ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ С ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РЕГИСТРАЦИЕЙ: ВОССТАНОВЛЕНИЕ АМПЛИТУДЫ

При наземных наблюдениях искажающее воздействие атмосферы приводит как к фазовым, так и к амплитудным возмущениям фронта плоской электромагнитной волны, прошедшей сквозь атмосферу. Слабое воздействие атмосферы приводит к потере контраста деталей, сильное — к разрушению изображения [1]. Метод интерферометрического синтеза изображений, основанный на применении анализатора оптического поля, позволяет по совокупности парциальных изображений, полученных за одну экспозицию, восстановить фазу Фурье-образа наблюдаемого объекта [2].

В настоящей работе предлагается способ восстановления амплитуды, который может быть использован совместно с фазовым восстановлением или независимо от него, и описывается несложный алгоритм восстановления. Сформулируем требование, которому должен удовлетворять амплитудный анализатор, покажем, что при помощи анализатора оптического поля удастся синтезировать Фурье-образ объекта, свободный от атмосферного влияния.

Парциальное изображение имеет характерный пространственный спектр, отличный от нуля только внутри обособленных частотных окон, которые не накладываются и не перекрываются (условие безыбыточности [3]). Каждое частотное окно является частью области определения передаточной функции единственной пары субапертур данной изображающей системы анализатора. Частотные окна могут повторяться в Фурье-образах разных парциальных изображений, если соответствующие изображающие системы содержат пары субапертур с одинаковым взаимным расположением. Размеры субапертур должны быть меньше радиуса корреляции атмосферных неоднородностей, что позволяет в первом приближении считать атмосферную возмущающую функцию постоянной в пределах субапертуры. Это обстоятельство дает возможность выразить модуль Фурье-компоненты k -го парциального изображения с частотой $(\xi_{i,j} + \xi, \eta_{i,j} + \eta)$, где i, j — номера пары субапертур, формирующей частотное окно с центром $(\xi_{i,j}, \eta_{i,j})$, причем

частота Фурье-компоненты входит в это частотное окно через модуль передаточной функции окна $S(\xi, \eta)$, модули атмосферной возмущающей функции на i -й и j -й субапертурах $a_{k,i}$, $a_{k,j}$ и модуль Фурье-компоненты объекта $A_{i,j}(\xi, \eta)$:

$$F_{k,i,j}(\xi, \eta) = S(\xi, \eta) A_{i,j}(\xi, \eta) a_{k,i} a_{k,j}. \quad (1)$$

Уравнения амплитудного согласования следуют отсюда после исключения из пары уравнений (1), написанных для повторяющегося в k -м и l -м парциальных Фурье-образах частотного окна, величины $A_{ij}(\xi, \eta)$:

$$F_{k,i,j}(\xi, \eta) a_{l,m} a_{l,n} = F_{l,m,n}(\xi, \eta) a_{k,i} a_{k,j}. \quad (2)$$

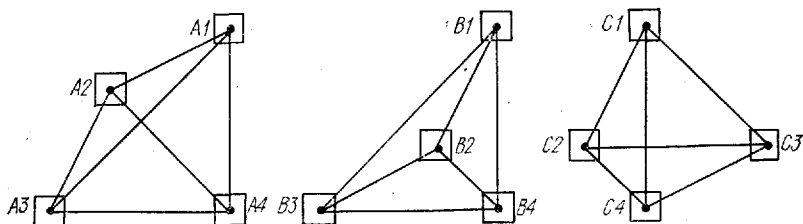


Рис. 1. Пример амплитудного согласования

Уравнения (2) позволяют провести относительное восстановление амплитуды, если анализатор удовлетворяет сформулированному ниже условию амплитудного согласования (6). Поскольку невозмущенная функция когерентности в дальней зоне однородна, уравнения (2) справедливы для любой пары передаточных функций, определенных на данном частотном окне. При достаточном числе повторений частотных окон число уравнений (2) намного превосходит число неизвестных величин $a_{k,i}$. Условие амплитудного согласования позволяет найти среди этих уравнений подсистему независимых уравнений, из которых неизвестные $a_{k,i}$ находятся с точностью до мультипликативной константы. Условие амплитудного согласования становится наглядным, если записать уравнение (2) в виде

$$F_{k,i,j}(\xi, \eta) x_{l,m,n} = F_{l,m,n}(\xi, \eta) x_{k,i,j}, \quad (3)$$

где

$$x_{k,i,j} = a_{k,i} a_{k,j}, \quad (4)$$

и добавить к уравнениям согласования (3) тождества, получившие название «уравнения амплитудного замыкания» [4]:

$$x_{k,i,j} x_{k,i,m} = x_{k,i,l} x_{k,j,m} = x_{k,i,m} x_{k,j,l}. \quad (5)$$

Использование системы уравнений (3), (5) проиллюстрируем на примерах. На рис. 1 показаны разреженные апертуры трех изображающих систем, содержащих по четыре субапертуры. Если отрез-

ки, соединяющие центры пар субапертур, равны и параллельны, то области определения (частотные окна) соответствующих передаточных функций совпадают. Фиксируя ξ, η (например, полагая $F_{k,i,j} = F_{k,i,j}(0, 0)$), записываем для данного набора субапертур уравнения (3), (5):

$$\begin{aligned} F_{A,1,2}x_{B,2,3} &= F_{B,2,3}x_{A,1,2}; F_{A,1,2}x_{I,3,4} = F_{I,3,4}x_{A,1,2}; F_{A,1,3}x_{B,1,3} = \\ &= F_{B,1,3}x_{A,1,3}; F_{A,1,4}x_{B,1,4} = F_{B,1,4}x_{A,1,4}; F_{A,1,4}x_{C,1,4} = \\ &= F_{I,1,4}x_{A,1,4}; F_{A,2,3}x_{B,1,2} = F_{B,1,2}x_{A,2,3}; F_{A,2,3}x_{C,1,2} = \\ &= F_{I,1,2}x_{A,2,3}; F_{A,2,4}x_{I,1,3} = F_{I,1,3}x_{A,2,4}; F_{A,3,4}x_{B,3,4} = \\ &= F_{B,3,4}x_{A,3,4}; F_{A,3,4}x_{I,2,3} = F_{I,2,3}x_{A,3,4}; F_{B,2,4}x_{I,2,4} = \\ &= F_{I,2,4}x_{B,2,4}; x_{A,1,2}x_{A,3,4} = x_{A,1,3}x_{A,2,4} = x_{A,1,4}x_{A,2,3}; \\ x_{B,1,2}x_{B,3,4} &= x_{B,1,3}x_{B,2,4} = x_{B,1,4}x_{B,2,3}; x_{C,1,2}x_{C,3,4} = \\ &= x_{C,1,3}x_{I,2,4} = x_{I,1,4}x_{C,2,3}. \end{aligned}$$

Выписанные 17 уравнений с 18 неизвестными имеют параметрическое решение вида

$$x_{k,i,j} = cf_{i,j} \left(c = \text{const}, f_{i,j} = \frac{\prod F_{l,m,n}}{\prod F_{r,s,t}} \right)$$

В первом примере число частотных окон и неизвестных величин невелико. На рис. 2 изображена структура апертуры анализатора, имеющего 16 наборов субапертур. Соответствующая система уравнений содержит 171 неизвестную величину. Возникает вопрос, можно ли гарантировать решение такой системы, не исследуя ее на совместность? Разобьем все векторные интервалы анализатора на несколько групп и запишем интервалы первой группы в первый столбец (таблица). Легко убедиться, что выписанные интервалы, соответствующие 22 неизвестным $x_{k,i,j}$, позволяют составить 21 независимое уравнение и получить для этих неизвестных решение, аналогичное полученному в первом примере. Дальнейшая проверка исходной системы не представляет трудностей: решение находится поэтапно, причем на четных этапах используются уравнения (5), а на нечетных, начиная с третьего, — уравнения (3). На каждом этапе, таким образом, определяются все неизвестные очередной группы. После восьмого этапа решение известно для всех частотных окон анализатора, полностью покрывающих спектральный диапазон сплошной эквивалентной апертуры (за исключением двух угловых частотных окон).

Последний пример показывает, что амплитудный анализатор должен порождать такую исходную систему уравнений (3), (5), чтобы из нее можно было выделить:

- а) подсистему уравнений, имеющую решение для всех входящих в нее неизвестных;
- б) цепочку уравнений, позволяющую последовательно найти все остальные неизвестные.

Теперь мы можем сформулировать условие амплитудного согласования, которому должен удовлетворять амплитудный анализатор:

(б) все интервалы между центрами пар субапертур изображающих систем анализатора можно занумеровать так, чтобы

а) первые q интервалов позволяли найти относительные амплитуды в соответствующих этим интервалам частотных окнах;

A1	B1	C1	D1	E1	B2	F1	D2	E2
G1	H1	I1	H2	K1	L1	G2	M1	I2
E3	N1	A2	D3	C2	O1	P1	O2	P2
K2	H3	I3	M2	R1	H4	R2	L2	G3
P3	N2	E4	O3	E5	N3	A3	D4	A4
K3	M3	K4	L3	G4	M4	R3	M5	G5
P4	B3	E6	N4	F2	O4	C3	B4	P5
I4	L4	G6	L5	R4	H5	K5	L6	I5
C4	D5	F3	D6	C5	B5	F4	B6	E7

Рис. 2. Пример амплитудного анализатора

б) каждый интервал, начиная с $(q + 1)$ -го, либо повторял один из интервалов с меньшим номером, либо замыкал в изображающей системе четырехугольник, три остальные стороны которого являлись бы интервалами с меньшими номерами.

Амплитудный анализатор строится с учетом требования (б) и заведомо ему удовлетворяет. Более того, на практике любой анализатор допускает несколько различных возможностей нумерации интервалов, удовлетворяющих (б). Решение, следовательно, может быть найдено разными путями, каждому из которых соответствует свой набор функций решения $f_{i,j}$. Кроме того, при заданных функциях $f_{i,j}$ их аргументы могут выбираться не только в центрах частотных окон, а в любых конгруэнтных им отсчетах $\xi = \text{const}$, $\eta = \text{const}$. Все это позволяет использовать усреднение при нахождении неизвестных $x_{k,i,j}$ и практически гарантирует

Интервал	1 этап	2 этап	3 этап	4 этап	5 этап	6 этап	7 этап	8 этап
(2,0)	L45, E45		H12, P12		M45		A34, R12, O12, K34; D56, B56	
(4,0)		L56	E12, H34, F34		M34, C45, G45		N23, D12, B12	
(6,0)		L46			M35, G12		I12, C34	
(8,0)				P45			I45	
(-8,2)				P35	G13	E67		
(-6,2)							A24, K35, B36	
(-4,2)	L36, E35		H14		M25		A23, N13, K45, D34, B35	
(-2,2)	L12, E34		H24, F24		M24, C12, G23		A12, R13, O34, N24, K24	
(0,2)	L35, E46		H13, P34		G35		R23, N12, K23, I13, D13, B46	
(2,2)	L34, E56		H23, F23		M23, C35, G46		R34, C13, N34, B45	
(4,2)	L23, E13				M12, G34		O23, K12, D23	
(6,2)				P13	C34, G56		I23	
(8,2)		E23	P23					
(-8,4)						G15	A14	
(-6,4)						E47	A13, K25, I35	
(-4,4)				H35	G14, E57		D14	
(-2,4)		E36	P15		C23, G25		N14	
(0,4)	L26, E15		H45, P25		M15		R14, O14, D24	
(2,4)	L13, E14				M14, G14		R24, O24	
(4,4)	L25, E25						K14, I34	
(6,4)	L24, E24		P14		M13, G36		K13, D46	
(8,4)				P24			D45	
(-8,6)						E37		
(-6,6)								I15, B14
(-4,6)				H15	C13			
(-2,6)		L16	H25		G16		K15, B24	
(0,6)						C25	I25, D36, B13	
(2,6)	L15, E16		F12				I14, D35	
(4,6)		L14			C24, G26		B23	
(6,6)		E26						
(8,6)								I24 B16
(-6,8)						E17	B15	
(-4,8)						C15	B26	
(-2,8)							D16, B25	
(0,8)				F14	E27		D15	
(2,8)				F13		C14	D26	
(4,8)								D25
(6,8)								

существование решения даже в тех случаях, когда в некоторых частотных окнах часть Фурье-компонент имеет амплитуду ниже уровня шумов. Весовое усреднение по частотам окна должно предшествовать усреднению по различным путям решения именно в связи с последним обстоятельством, поскольку низкоамплитудные Фурье-компоненты могут коррелировать по спектру, в то время как флуктуации их числа на разных последовательностях из (6) должны быть небольшими. Поэтому при усреднении по отсчетам следует проводить отбраковку решений с малыми значениями амплитуды. Алгоритм восстановления с усреднением состоит из следующих этапов:

а) выбор очередной амплитудно-согласующей последовательности интервалов; если такая существует, переход к в);

б) усреднение найденных значений $x_{k, i, j}$ по различным последовательностям; конец;

в) выбор очередного отсчета (ξ, η) ; если такой существует, переход к д);

г) весовое усреднение по всем отсчетам найденных значений $x_{k, i, j}$ с проверкой среднеквадратичных отклонений и устранением сильно отклоняющихся решений; переход к а);

д) вычисление решения для данного отсчета и данной последовательности интервалов; переход к в).

Предлагаемый алгоритм восстановления амплитуды может быть реализован параллельно алгоритму восстановления фазы или быть положен в основу более сложной вычислительной схемы.

1. Предложена модификация метода интерферометрического синтеза, позволяющая устранить амплитудные возмущения светового поля, обусловленные атмосферой, путем восстановления относительной амплитуды Фурье-компонент синтезированного изображения.

2. Условия амплитудного согласования могут быть приложимы к построению анализатора, позволяющего корректировать как фазу, так и амплитуду Фурье-компонент синтезируемого изображения.

3. Изложенная идея восстановления амплитуды позволяет проводить восстановление также в том случае, когда размер субапертуры нельзя считать малым по сравнению с радиусом корреляции атмосферных неоднородностей. Вместо уравнений (1), (2) в этом случае приходится использовать более сложные соотношения между значениями атмосферной возмущающей функции в разных парциальных Фурье-образах. Тем не менее условия согласования дают возможность решать и эту более сложную систему уравнений.

Список литературы: 1. *Korfi D.* Analysis of a method for obtaining near — diffraction — Limited information in the presence of atmospheric turbulence. — *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, 63, N 8, p. 971—980. 2. *Уваров В. Н.* О возможности получения изображений с дифракционным пределом разрешения при наблюдении сквозь неоднородную атмосферу. — Докл. АН УССР. Сер. А, 1979, № 10, с. 839—841. 3. *Уваров В. Н., Бычинский В. И.* Интерферометрический синтез с использованием системы без избыточных апер-

Поступила в редколлегию 12.03.84.

УДК 535.31:681.7:53.082.5

В. Г. ВАКУЛИК, Г. Н. ПАВЛОВ, С. К. СКОРИК

ТОНКОПЛЕНОЧНЫЕ ФАЗОВЫЕ ФИЛЬТРЫ В КОГЕРЕНТНО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

При аэрофотосъемке и в астрономии получение высококачественных снимков осложняется наличием ряда искажающих факторов (смаз изображения, замывающее влияние атмосферы и т. п.). В этих случаях особый интерес представляют методы апостериорной обработки изображений, позволяющие улучшить качество получаемых снимков.

Основу пространственной фильтрации изображений обеспечивают две математические операции — умножение и Фурье-преобразование, которые могут быть осуществлены когерентно-оптической установкой (КОУ). Применение Фурье-преобразования позволяет представить сложный процесс формирования изображения $F(x, y)$, описываемый сверткой распределения яркости по объекту $f(x, y)$ с аппаратной функцией $g(x, y)$ [1], произведением их Фурье-преобразований $\tilde{f}(\omega_x, \omega_y)$ и $\tilde{g}(\omega_x, \omega_y)$ [2]:

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') q(x - x', y - y') dx' dy', \quad (1)$$

$$\tilde{F}(\omega_x, \omega_y) = \tilde{f}(\omega_x, \omega_y) \tilde{g}(\omega_x, \omega_y) \quad (2)$$

(знак $\sim$ обозначает преобразование Фурье соответствующей величины).

Аппаратную функцию $g(x, y)$, описывающую распределение интенсивности в изображении точки, называют также импульсным откликом оптической системы, а ее Фурье-преобразование — частотно-контрастной характеристикой (ЧКХ) или оптической передаточной функцией (ОПФ). Пространственная фильтрация заключается в Фурье-преобразовании исходного изображения, коррекции ОПФ и обратного Фурье-преобразования, в результате чего получают изображение с улучшенными характеристиками.

Управление ОПФ осуществляется восстанавливающим фильтром, который помещается в частотной плоскости КОУ. В общем случае функция $\tilde{g}(\omega_x, \omega_y)$ — комплексная и процесс фильтрации

требует применения комплексного фильтра. Такой фильтр можно синтезировать голографическим методом, но изображение, восстанавливаемое при голографической фильтрации строится не на оптической оси установки и может быть искажено аберрациями оптики.

В ряде важных случаев, типичных для фотосъемки, фазовые искажения ОПФ представляют собой простую регулярную структуру, параметры которой можно оценить по квадрату Фурье-преобразования исходного изображения. К этим случаям относится дефокусировка камеры или ее смещение во время экспозиции, что приводит к смазу регистрируемого изображения. Аппаратная функция остается при этом симметричной, а ОПФ — действительной, но меняющей знак. Если $\tilde{g}(\omega_x, \omega_y)$ представить в виде $|g(\omega_x, \omega_y)| e^{i\varphi(x, y)}$, то $\varphi(x, y)$ может принимать два значения — 0 и π . При таком характере искажений технически более удобно синтезировать отдельно амплитудную и фазовую составляющие восстанавливающего фильтра. Коррекцию фазы можно осуществить введением в частотную плоскость КОУ фазовой пластинки, толщина которой равна d , если ОПФ положительна, и $d + \Delta d$, если ОПФ меняет знак. Выбор Δd равным $\lambda/2n$ обеспечивает фазовую задержку, равную $\frac{\pi}{n}$ (n — показатель преломления пластинки; λ — длина волны лазера КОУ).

Амплитудный фильтр при этом представляет собой транспарант, амплитудный коэффициент пропускания которого обратно пропорционален модулю ОПФ. Следует отметить, что структура фазового фильтра не зависит от величины искажающего фактора, а изменяется только ее масштаб, что может быть легко скомпенсировано изменением фокусного расстояния КОУ. Таким образом, возможно применение одного и того же фильтра при изменении возмущающего фактора в довольно широком диапазоне.

К фазовому фильтру в этом случае предъявляются следующие требования:

- 1) сдвиг фазы проходящего света ($\lambda = 623,8$ нм) с точностью менее $\pm 5\%$;
- 2) неравномерность сдвига фазы на поле $\varnothing 70$ мм $\pm 2\%$;
- 3) точность изготовления элементов фазового фильтра $\pm 5\%$;
- 4) фазовый фильтр должен иметь высокие и стабильные механические и оптические характеристики.

Обычными методами механической шлифовки изготовить такой фильтр трудно, для этих целей применяют ионное травление, термическое испарение в вакууме и т. д. В данной работе представлена технология изготовления фазового фильтра методом термического испарения в вакууме. На стеклянную подложку (пластина ПИ—120) наносится тонкая пленка диэлектрика с оптической толщиной $\frac{1}{2} \lambda$; конфигурация фильтра задается маской. В качестве материала для изготовления фазового фильтра была использована моноксид кремния (SiO).

Моноксид кремния была выбрана по следующим соображениям. Она легко испаряется из лодочки (из тигля) и, если испарение происходит в низком вакууме ($p \leq 10^{-5}$ мм рт. ст.) со скоростью 0,5—1,0 нм/с, то окисляется до промежуточного оксида Si_2O_3 , имеющего показатель преломления $n = 1,55$ [4], значение которого очень близко к показателю преломления подложки. Близость значений показателей преломления пленки и подложки необходима для уменьшения отражения на границе пленка — подложка. Кроме того, необходимо было определить и оптимальную температуру подложки, так как при нанесении пленок на подложки, находящиеся при высокой температуре, полученные пленки начинают поглощать даже в видимой области спектра [4].

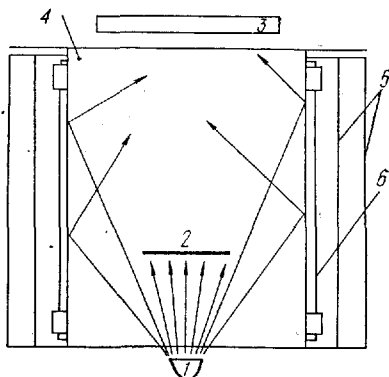
В результате проведенных исследований было установлено, что оптимальными условиями, отвечающими изложенным выше требованиям, являются вакуум $\sim 5 \times 10^{-5}$ мм рт. ст., скорость конденсации ~ 1 нм/с, температура подложки — 50 °С.

Для получения требуемой равномерности фазового фильтра по толщине был использован испаритель, помещенный в подогреваемый цилиндр [2]. Конструкция испарителя показана на рисунке. Особенностью испарителя является то, что он выполнен без движущихся частей, а тонкие пленки, полученные с его применением, имеют однородность толщины, сравнимую или лучшую, чем в системах с вращающимися подложками.

Испаритель состоит из цилиндра большого диаметра, изготовленного из нержавеющей стали, и навитой на него нагревательной спирали. Для уменьшения тепловых потерь за счет излучения, нагреваемый цилиндр окружен двумя экранами. Внутри цилиндра помещен диск, имеющий такие размеры и расстояние от испарителя, что частицы испаренного вещества попадают на подложку только после отражения от внутренней поверхности нагреваемого цилиндра. Такая конструкция испарителя позволяет получать пленки с высокой равномерностью по толщине на большой поверхности.

Конфигурация тонкопленочных элементов фильтра формировалась маской, изготовленной из бронзы.

Контроль толщины пленки производился в процессе напыления интерференционным методом (по изменению интенсивности отраженного луча). Такой метод контроля прост в реализации и позволяет автоматически учитывать изменения показателя преломления



Конструкция испарителя:

1 — тигель, 2 — диск, 3 — подложка, 4 — подогреваемый цилиндр, 5 — тепловые экраны, 6 — нагревательный элемент

наносимой пленки за счет неточного воспроизведения стехиометрического состава пленки.

Так как показатель преломления пленки (1,55) близок к показателю преломления подложки, то изменение интенсивности отраженного луча при напылении пленки оказалось слишком малым для получения достоверных результатов. С целью повышения точности измерения толщины пленки ее напыление одновременно производилось и на свидетель ($n_{\text{св}} = 2,3$), что приводило к увеличению коэффициента отражения.

Эффективность работы фазовых фильтров, изготовленных описанным методом, была проверена экспериментально. Регистрируемое на аэрофотопленку изображение тест-объекта подвергалось искажениям, которые по характеру воздействия на ОПФ аналогичны смазу. Полученные снимки обрабатывались на когерентно-оптической установке астрономической обсерватории ХГУ [3]. В результате фильтрации сдвиг (смаз) изображения практически был устранен, и только возрастание высокочастотного шума зерна эмульсии препятствует существенному увеличению пространственного разрешения снимка, что всегда имеет место при попытке восстановления изображения, зарегистрированных на пределе разрешения фотографического материала.

Список литературы: 1. Оценка спектральной плотности изображений с помощью когерентно-оптического анализатора / В. Н. Дудинов, В. С. Цветкова, С. Г. Кузьменков, В. В. Конишек. — Вестн. Харьк. ун-та, 1979, № 190. Физика Луны и планет. Фундаментальная астрометрия, вып. 14, с. 16—24. 2. *Schwarzt U. de Castro U.* Extremely uniform thin films by vacuum deposition from a tube source. — *Vacuum*, 1977, N 27. 3, p. 167—169. 3. Когерентно-оптический вычислитель Харьковского университета / В. Н. Дудинов, В. С. Цветкова, В. А. Кристаль и др. — Вестн. Харьк. ун-та, 1977, № 160. Физика Луны и планет. Фундаментальная астрометрия, вып. 12, с. 65—76. 4. *Pumner Э.* Пленочные диэлектрические материалы для оптических применений. — В кн.: Физика тонких пленок. — М.: Мир, 1978, с. 7—60.

Поступила в редколлегию 12.03.84.

УДК 520.87÷520.82

В. С. ЦВЕТКОВА, В. Г. ЧЕРНЫЙ

ФОТОМЕТРИЯ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ПОДВЕРГНУТЫХ ЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Детальное изучение структуры протяженных астрономических объектов предполагает получение наблюдательных данных с высоким угловым разрешением. Хорошо известно, что атмосферные искажения не позволяют надежно измерять контраст деталей размерами меньше $0''.7-1''.0$, а переменность этих искажений затрудняет изучение временных явлений, например при изучении динамиче-

ских процессов в хромосфере и фотосфере Солнца, на поверхностях и в атмосферах планет. Известны также затруднения, связанные с оценкой размеров, а следовательно, и энергетики компактных образований в различных внегалактических объектах. Примером может служить эволюция наших представлений о строении ядра галактики М31 с ростом углового разрешения, подробно изложенная Шаровым [1].

Следовательно, для детального изучения структуры протяженных астрономических объектов средствами наземной наблюдательной астрономии возникает необходимость в уменьшении эффектов атмосферных искажений и приведении неоднородного по качеству наблюдательного материала к одинаковому угловому разрешению.

Принципы линейной фильтрации, позволяющие достичь увеличения пространственного разрешения зарегистрированного изображения, известны давно и достаточно подробно освещены в большом числе оригинальных работ и монографий, например, [2, 3]. Реализация этих принципов возможна с помощью либо цифровых методов, либо аналоговых, например когерентно-оптических. Будучи универсальными, цифровые методы, однако, применимы лишь для обработки сравнительно малоинформативных изображений. При обработке изображений, содержащих свыше 10^5 — 10^6 бит, незаменимы когерентно-оптические процессоры. Одним из них является процессор Астрономической обсерватории ХГУ [4], обладающий высокой точностью вычислений и большой информационной пропускной способностью, на котором была выполнена обработка приводимых изображений с помощью алгоритма обратной фильтрации. Данный алгоритм эффективен, если имеющихся априорных сведений о характере искажения изображения достаточно, чтобы построить обратный фильтр $\tilde{D}(u, v) = [\tilde{g}(u, v)]^{-1}$, помещаемый в Фурье-плоскость когерентной установки. Волна над буквами обозначает Фурье-преобразование, u, v — пространственные частоты, а функция $\tilde{g}(u, v)$ — преобразование Фурье аппаратной функции $g(x, y)$, формирующей изображение системы. Операция фильтрации изображения в этом случае сводится к перемножению Фурье-образов $\tilde{f}(u, v) = \tilde{F}(u, v) \cdot \tilde{D}(u, v)$ исходного изображения $F(u, v)$ и фильтра $\tilde{D}(u, v)$, в результате которой получаем Фурье-образ восстановленного изображения $\tilde{f}(u, v)$, лишенного искажений.

Применение алгоритма линейной фильтрации оправдано в случае, когда погрешность измерения исходного изображения пренебрежимо мала.

Несмотря на наличие хорошо разработанного математического аппарата и необходимых технических средств, число эффективно восстановленных реальных астрономических изображений чрезвычайно мало. Исключение составляет метод спекл-интерферометрии, позволяющий измерять с дифракционным разрешением крупного телескопа автокорреляционную функцию распределения интенсив-

ности по объекту [5]. В последнее время интенсивно развиваются алгоритмы, позволяющие по спекл-интерферограммам восстанавливать изображения, а не только их автокорреляции. Примеров практического применения этих алгоритмов также немного, например [6]. Между тем модельные эксперименты демонстрируют высокую эффективность существующих алгоритмов.

Причина такого расхождения кроется в фундаментальном ограничении отношения сигнал/шум, с которым можно зарегистрировать изображение. Для современных высокочувствительных фотоматериалов становятся заметными эффекты, связанные с квантовой природой света. Так, уже для Юпитера флуктуации фотонов в элементе разрешения $0,4''$ составляют около 0,1 % при времени накопления, необходимом для создания рабочей плотности почернения фотоматериала (например, пленка Изопанхром Т-22). Величина КЭД (квантовая эффективность детектирования), определяющая отношение сигнал/шум в зарегистрированном изображении [7] для пленки Изопанхром Т-22, согласно нашим измерениям, не превышает 0,3 %. Это означает, что при оптимальном выборе масштаба съемки погрешность регистрации названного элемента будет составлять уже около 10 %. При такой погрешности измерений трудно рассчитывать на удовлетворительный результат фильтрации одиночного изображения. Однако можно провести либо суммирование серии из n одиночных изображений с последующей фильтрацией, либо фильтрацию одиночных изображений с последующим суммированием. Обе эти процедуры можно считать эквивалентными переходу к материалу с чувствительностью в n раз меньшей при неизменном значении КЭД, либо к фотоматериалу с КЭД, в n раз большей при неизменной чувствительности. Имеющиеся в литературе данные о КЭД для лучших отечественных и зарубежных фотоматериалов позволяют считать, что усреднение по реализациям является единственной возможностью ощутимого повышения сигнал/шум в заданном элементе разрешения, так как возможности разработки эмульсий с высоким КЭД, по-видимому, в настоящее время приблизились к своему пределу.

Учет шумовых и информационных характеристик фотоматериалов при выборе оптимальных условий съемки приводит к необходимости наилучшего согласования разрешающей способности фотоматериала с тем пространственным разрешением, которое мы хотим получить в результате обработки. Так, при спекл-интерферометрии на 6-метровом телескопе без электронно-оптического преобразователя [8] при экспозициях от 0,01 до 0,03 с на пленке Изопанхром Т-22 были доступны спекл-интерферометрии звезды до $1''$ включительно.

При эквивалентном фокусном расстоянии ~ 400 м было достигнуто дифракционное разрешение 6-метрового телескопа, а именно, функция спектральной плотности мгновенного изображения неразрешаемой звезды (оптическая передаточная функция ОПФ метода спекл-интерферометрии) была доступна измерению вплоть до 0,8

граничной частоты, $\nu_{гр}^т = \frac{D}{\lambda F}$, где D — диаметр; F — фокусное расстояние телескопа; λ — эффективная длина волны. Если для используемой нами Т-22 принять $\nu_{гр}^ф \approx 120 \text{ мм}^{-1}$, то легко видеть, что отношение $\nu_{гр}^ф/\nu_{гр}^т \approx 5$, т. е. для успешной регистрации изображения с разрешением $\nu_{гр}^т$ необходим не менее чем 5-кратный запас разрешения. Только в этом случае сохраняется информация на всех интересующих нас пространственных частотах. Именно с таким отношением $\nu_{гр}^ф/\nu_{гр}^т$ была выполнена съемка изображений

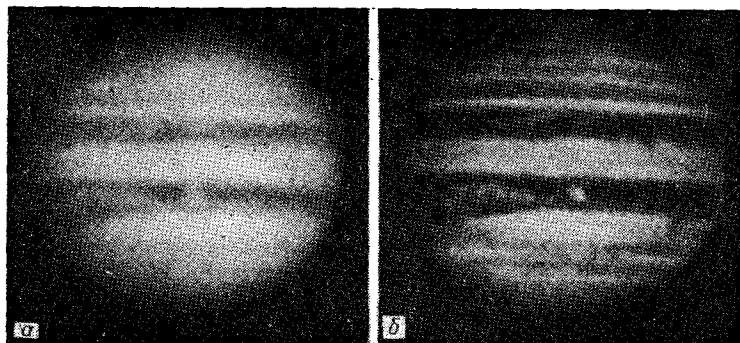


Рис. 1. Исходное изображение Юпитера (а); усредненное по 25 реализациям обработанное изображение (б)

Юпитера, подвергнутых затем когерентно-оптической фильтрации, с той лишь разницей, что $\nu_{гр}^т$ в данном случае характеризует достигаемую при фильтрации граничную частоту атмосферной оптической передаточной функции (ОПФ) с параметром $\sigma \approx 0'',3$.

Естественно, приведенное требование $\nu_{гр}^ф/\nu_{гр}^т \approx 5$ не может строго выполняться для любого фотоприемника, так как установлено экспериментальным путем только для пленки Т-22. Однако требование значительного запаса по разрешению безусловно является общим для всех светоприемников, точное же значение этого отношения должно устанавливаться опытным путем.

Следующим важным моментом является оценка аппаратной функции системы телескоп + атмосфера, характеризующей качество данной серии изображений. Хорошо известно, что даже при сравнительно длительных экспозициях (до нескольких секунд) характер функции рассеяния точки, обусловленный атмосферой, остается случайным, и лишь при большом числе усреднений по ансамблю стремится к гауссовому закону, достаточно хорошо удовлетворяющему наблюдениям. При оценке ширины функции рассеяния точки мы исходили из предположения о ее гауссовом характере и параметр σ (дисперсию гауссова распределения) оцени-

вали по убыванию спектральной плотности ансамбля исходных изображений.

Приведем пример линейной фильтрации изображений Юпитера и результаты их детальной фотометрии в полосе пространственных частот, расширенной в результате обработки. В дальнейшем предполагается фильтрация всего получаемого материала с приведением к одной ОПФ и его детальная фотометрия, которая должна дать исправленные значения контрастов малых деталей и распределений яркости по диску в различных спектральных участках.

На рис. 1,а приведено исходное изображение Юпитера ($\lambda_{эфф} \approx 4300 \text{ \AA}$, пленка Изопанхром Т-22, экспозиция 4 с в 39-метровом эквивалентном фокусе телескопа Цейс-600 АИ АН УзССР, г. Майданак), на

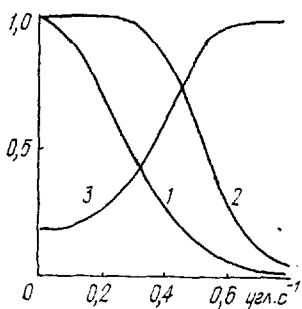


Рис. 2. Радиальные срезы исходной 1 и ОПФ, полученной в результате фильтрации (2). 3 — радиальное сечение распределения амплитудного коэффициента пропускания используемого фильтра

рис. 1,б — обработанное изображение (результат усреднения 25 отфильтрованных изображений). На рис. 2 приведены радиальные срезы исходной ОПФ (кривая 1, $\sigma = 0,67'' \pm 0,02''$), и ОПФ, полученной в результате фильтрации, кривая 2, а также радиальное распределение амплитудного коэффициента пропускания использованного фильтра пространственных частот, кривая 3.

Необходимо отметить, что применение обратного фильтра должно приводить ОПФ в некотором интервале пространственных частот к прямоугольной полосе, что повлечет за собой появление осцилляций на границе кадра в отфильтрованном изображении (т. н. эффект

Гиббса). Чтобы исключить этот эффект, был использован фильтр (см. рис. 2, кривая 3), приводящий к результирующей ОПФ, в которой прямоугольный участок практически отсутствует.

Из сравнения кривых 1 и 2 (рис. 2) видно, что достигнуто почти двухкратное повышение углового разрешения. На обработанном изображении становится заметным большое число малых деталей, почти неразличимых на исходном снимке. Для иллюстрации на рис. 3 приведен фотометрический разрез, выполненный для исходного и восстановленного изображений. Хорошо заметен эффект исправления распределения яркости вблизи краевой зоны, а также улучшение детектируемости малых слабоконтрастных деталей. Контрольные измерения позволяют утверждать, что суммарная погрешность, вносимая условиями ввода исходной информации в когерентно-оптическую систему и собственным шумом системы, не превосходит 1 %.

В заключение отметим, что в результате апостериорной обработки есть возможность получать изображения протяженных астрономических объектов с разрешением, в два раза более высоким, чем

существующее. История астрономии знает немало примеров, когда получение снимков небесных объектов с высоким разрешением приводило к пересмотру существующих представлений об их природе. Космические аппараты собрали богатейшую коллекцию превосходных «портретов» членов Солнечной системы. На повестке дня — портреты интереснейших внегалактических объектов, загадочных членов нашей Галактики: в 1985 г. предполагается обзор неба с разрешением $0,2''$ с помощью крупного телескопа. Однако и сейчас при наземных наблюдениях можно достичь такого разрешения. Для этого необходим достаточно крупный (1—2 м)

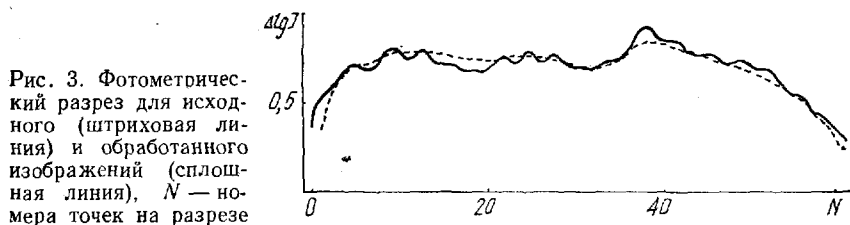


Рис. 3. Фотометрический разрез для исходного (штриховая линия) и обработанного изображений (сплошная линия), N — номера точек на разрезе

телескоп с хорошей оптикой, установленный в наилучших астроклиматических условиях, получение серий качественных изображений и их апостериорная обработка. Приводимые здесь изображения Юпитера подтверждают реальность такого эксперимента.

Список литературы: 1. Шаров А. С. Туманность Андромеды. — М.: Наука, 1982. — 240 с. 2. Aroyan G. F. The technik of spatiol filtering. — Proc. / QE, 1959, 47, N 9, p. 3—12. 3. Применение цифровой обработки сигналов / Под ред. Э. Оппенгейма. — М.: Мир, 1980. 260. с. 4. Когерентно-оптический вычислитель Харьковского университета / В. Н. Дудинов, В. С. Цветкова и др. — Вестн. Харьк. ун-та, 1977, № 160. Физика Луны и планет. Фундаментальная астрометрия, с. 65—76. 5. Laberie A. Attainment of diffraction limited resolution in Lorge telescops bu Fourier analising speckle in star images. — Astrophis., 1970, N 6, p. 85—87. 6. Nisenson P., Stachnik R., Ehn D. Speckle image reconstruction of solar features. — Nature, 1977, 266, N 5598, p. 149—151. 7. Jones R. C. On the qaantum efficiency of photographic negatives. — Photogr. Sci. Eng., 1958, 2, p. 57. 8. Дудинов В. Н. Измерение угловых диаметров звезд на БТА. — Докл. АН УССР. Сер. А, 1979, № 7, с. 20—25.

Поступила в редколлегию 12.03.84.

УДК 523.4

Н. Н. ЕВСЮКОВ, Е. М. БОРОДЕНКО

ФОТОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЛЬЕФА ОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ИЗОТРОПНЫМ ЗАКОНОМ ОТРАЖЕНИЯ

Необходимость определения рельефа фотометрическим методом возникает тогда, когда затруднено применение метода фотограмметрии. Кроме того, фотометрический способ позволяет практиче-

ски полностью автоматизировать построение карт рельефа и возможно его применение и в тех случаях, когда оперативность обработки изображений может компенсировать понижение точности измерений, присущее этому методу по причинам неоднородности фотометрических свойств поверхности, изменчивости влияния атмосферы на распределение поверхностной яркости, наличия фотометрических ошибок измерений яркости и т. п.

Возможности метода и его практическая реализация для отдельных лунных образований описаны в работах [1, 2].

Постановка задачи. Рельеф может быть построен по известной ориентации каждого элемента поверхности — углу наклона $E(I, J)$ элементарной площадки и ее азимуту $A(I, J)$ относительно некоторого избранного направления в плоскости горизонта (направления на солнечный вертикал на одном из изображений поверхности, выбранном в качестве главного. I, J — номера столбцов и строк, задающие горизонтальные координаты элементов относительно этого направления). Эти углы могут быть определены по изображениям поверхности, представленным распределениями яркости $B1(I, J)$, $B2(I, J)$ и отличающимся ориентацией Солнца (углами падения лучей $IC1$, $IC2$ на горизонтальную плоскость и их азимутами $AC1$, $AC2$). Съемка предполагается плановой, при одинаковой ориентации съемочного аппарата относительно поверхности (стереозффект отсутствует). Если существенна сферичность поверхности, предварительно рассчитывается распределение IC и AC по изображениям. Для неизотропной индикатрисы отражения света поверхностью дополнительно рассчитываются по координатам съемочного аппарата углы отражения EA и азимуты AA отраженных лучей относительно горизонтальной плоскости в каждой точке изображений. Эти же данные используются для описания вариаций масштаба по изображениям.

В общем случае яркость элемента поверхности задается выражением

$$B = \frac{R}{\pi} EC \cdot f(F, IP, EP), \quad (1)$$

где R — альбедо поверхности, EC — освещенность площадки, равная для прямых солнечных лучей $EC = EO \cdot \cos IP$ (EO — освещенность площадки, перпендикулярной падающим лучам, IP — угол падения лучей), f — индикатриса отражения поверхности (вид функции определяется заранее), F — угол фазы, EP — локальный угол отражения лучей.

Углы IP и EP можно выразить через координаты Солнца, съемочного аппарата и углы ориентации элемента поверхности E и A . Таким образом, уравнение (1) можно представить так, что в него войдут три независимые и постоянные (при изменении условий освещения и визирования) величины R , E , A . Имея три изображения поверхности при различных ориентациях Солнца можно решить систему уравнений (1) относительно неизвестных R , E , A . Для

индикатрис с постоянным знаком кривизны система имеет два решения, выбор между которыми можно сделать путем логического анализа ситуации либо используя дополнительно четвертое изображение поверхности.

Конкретный вид уравнения (1) и соответственно алгоритм решения системы уравнений (1) определяется видом индикатрисы f . Для однородной поверхности либо для известного распределения альbedo R по поверхности решение может быть получено по двум изображениям поверхности. Изотропная индикатриса ($f = 1$) позволяет по одному изображению поверхности получить значение $R \cos IP$ либо $\cos IP$ (однородная поверхность). Для лунной индикатрисы отражения лучей определяется величина $Rf(F, \lambda_\phi)$, где λ_ϕ — фотометрическая долгота, либо для известного R — просто величина λ_ϕ .

Ясно, что определенные величины E и A будут достаточно надежны только в случае, когда яркость поверхности формируется прямым солнечным излучением. Учет других факторов часто требует предварительного знания рельефа, так что рассчитанный по первичным значениям E и A рельеф можно рассматривать лишь в качестве первого приближения. После учета вторичных факторов (что существенно сложнее прямого решения задачи) получим уточненное значение рельефа.

В работе была поставлена задача — разработать алгоритм и программу определения рельефа в первом приближении для участка однородной поверхности с изотропной индикатрисой отражения по двум изображениям поверхности. Предполагается, что сферичностью базовой поверхности можно пренебречь и на участке имеется некоторое число реперных точек с известными высотами. Съемка предполагается плановой, проекция снимков — ортографической, не требующей учета искажений координат в картинной плоскости. Для отладки программы и оценки ошибок счета исходные изображения были смоделированы по заданному рельефу и ориентациям Солнца. Программа составлена на языке фортран и реализована на ЭВМ серии ЕС.

Разработанный алгоритм может найти применение при определении рельефа марсианской поверхности по изображениям в красных лучах, где индикатриса отражения ортотропна и для некоторых земных типов поверхности.

Моделирование распределений яркости по заданной матрице высот. Такая задача неоднократно решалась ранее, в частности, для изображения рельефа Венеры (см. карту в книге [3], работу [4]). Здесь приведен использованный нами алгоритм.

Для изотропной индикатрисы отражения лучей яркость поверхности пропорциональна $\cos IP$. Результат расчета должен быть дополнен определением угла закрытия горизонта в азимуте Солнца и проверкой того, не находится ли элемент поверхности в тени.

Исходными являются матрица высот $H(I, J)$, угол падения солнечных лучей IC и азимут Солнца AC относительно горизон-

тальной плоскости, альbedo R и освещенность EO площадки, перпендикулярной солнечным лучам. Значения R и EO не требуются, если результат представляется в виде $B/B\Gamma = \cos IP / \cos IC$, где $B\Gamma$ — яркость горизонтальной площадки.

Алгоритм решения задачи следующий:

1. Производится дифференцирование матрицы $H(I, J)$ по направлениям строк J (матрица $H1(I, J)$) и столбцов I (матрица $H2(I, J)$). Высоты вдоль строк и столбцов аппроксимировались полиномами Лежандра второй степени (стандартная программа DET 5 для ЭВМ ЕС).

2. Определяем азимут нормали к элементу поверхности:

$$A(I, J) = \frac{H2(I, J)}{H1(I, J)}. \quad (2)$$

3. Определяем наклон элемента поверхности к горизонту:

$$E(I, J) = \arctg \frac{H2(I, J)}{\sin A(I, J)}, \quad (3)$$

либо

$$E(I, J) = \arctg \frac{H1(I, J)}{\cos A(I, J)}. \quad (4)$$

Параметры A и E можно заменить направляющими косинусами нормали к элементу поверхности.

4. Определяем косинус угла падения солнечных лучей на элемент поверхности

$$\cos IP(I, J) = \cos IC \cdot \cos E(I, J) + \sin IC \cdot \sin E(I, J) \times \\ \times \cos(A(I, J) - AC). \quad (5)$$

Если $IP(I, J) > \frac{\pi}{2}$, полагаем $IP(I, J) = \frac{\pi}{2}$.

5. Вычисляем отношение

$$B(I, J) / B\Gamma = \cos IP(I, J) / \cos IC, \quad (6)$$

либо по значениям R и EO отдельно вычисляем $B(I, J)$ и $B\Gamma$.

6. Определяем угол закрытия горизонта в азимуте Солнца AC . Для этого:

а) Определяем начальное значение угла закрытия горизонта в азимуте Солнца:

$$ET = -\arctg(\tg E(I, J) \cdot \cos(A(I, J) - AC)). \quad (7)$$

Если угол $ET < 0$, приравниваем его нулю, если он больше высоты Солнца над горизонтом ($\pi/2 - IC$), площадка находится в тени и $B(I, J) = 0$.

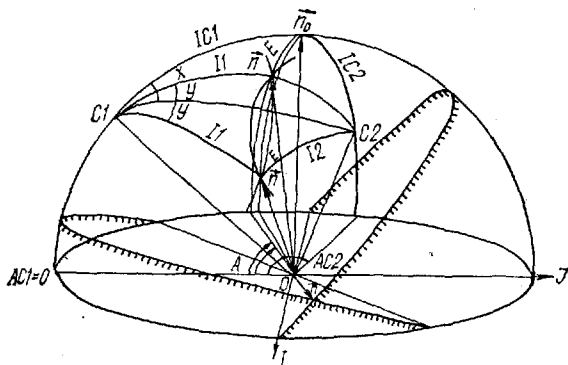
б) Вдоль направления AC производим дискретные перемещения с шагом $K = 1$, что соответствует смещениям от исходной точки (I, J) на величины $J1 = K \cos AC$, $I1 = K \sin AC$ (эти значения округляем до целого). Координаты смещенной точки — $(I - I1, J - J1)$.

в) Определяем разность высот DH между текущей и исходной точкой и для $DH > 0$ определяем новое значение угла закрытия горизонта:

$$EP = \arctg \frac{C \cdot DH}{\sqrt{I^2 + J^2}}, \quad (8)$$

где C — масштабный множитель. Если $EP > ET$, полагаем $ET = EP$ и сравниваем его с высотой Солнца над горизонтом. Анализ прекращается, если текущая точка выходит за пределы изображения, либо оказывается выше Солнца над горизонтом.

Расчет матрицы высот в первом приближении. Исходными для расчета являются два изображения поверхности, представленные матрицами яркости $B1(I, J)$ и $B2(I, J)$ и полученные при ориен-



Геометрия решения задачи

тациях Солнца ($IC1, AC1$) и ($IC2, AC2$) относительно горизонта. Расчетным путем либо усреднением яркостей по изображениям получаем значения яркостей горизонтальных участков $B\Gamma1$ и $B\Gamma2$. Изображения ориентированы так, что направления строк J параллельны вертикалу Солнца на первом изображении ($AC1 = 0$). Расчет ведется для однородной поверхности с изотропной индикатрисой отражения. Геометрия задачи представлена на рисунке, где $\vec{n}_0$ — нормаль к плоскости горизонта, $\vec{n}$ — нормаль к элементу рельефа (два решения), $C1$ и $C2$ — положения Солнца при съемке, очерчены зоны теней на отдельных изображениях и общая зона тени, $\vec{n}_t$ — предполагаемое положение нормали к элементу рельефа, находящемуся в общей зоне тени. Предполагается, что рельеф в зоне тени идет по граничной поверхности этой тени. При выбранной ориентации системы координат (I, J) после перехода через зону тени высоты сохраняют свое определенное значение.

1. Определение угла падения солнечных лучей на элемент рельефа и вспомогательного угла Y .

а) Вычисляем вспомогательные параметры — дуги SO , $S1$ и угол X :

$$SO = \arccos(\cos IC1 \cdot \cos IC2 + \sin IC1 \cdot \sin IC2 \cdot \cos AC2), \quad (9)$$

$$S1 = \frac{SO + IC1 + IC2}{2}, \quad (10)$$

$$X = 2 \arcsin \sqrt{\frac{\sin(S1 - SO) \cdot \sin(S1 - IC1)}{\sin SO \cdot \sin IC1}}. \quad (11)$$

б) Для каждой точки изображений вычисляем углы падения солнечных лучей:

$$I1(I, J) = \arccos \frac{B1(I, J) \cdot \cos IC1}{BF1}, \quad (12)$$

$$I2(I, J) = \arccos \frac{B2(I, J) \cdot \cos IC2}{BF2}. \quad (13)$$

в) Вычисляем вспомогательный параметр $S2$ и угол Y :

$$S2(I, J) = \frac{SO + I1(I, J) + I2(I, J)}{2}, \quad (14)$$

$$Y(I, J) = 2 \arcsin \sqrt{\frac{\sin(S2(I, J) - I1(I, J)) \cdot \sin(S2(I, J) - SO)}{\sin I1(I, J) \cdot \sin SO}}. \quad (15)$$

На выходе этого блока имеем матрицы $I1(I, J)$, $I2(I, J)$, $Y(I, J)$ и параметр X .

2. Расчет угла наклона и азимута элементарной площадки.

Как уже отмечалось, задача имеет два решения. Для азимута Солнца $AC2$, значительно отличающегося от 0 либо π , значения углов наклона E элементарной площадки будут существенно различны. Для большинства типов рельефа можно предполагать, что меньшее значение E более вероятно. Поэтому при выборе значения E первичная гипотеза предполагает, что для первого на строке элемента матрицы нужно взять меньшее значение (код гипотезы $KP = 1$):

$$E(I, J) = \arccos(\cos IC1 \cdot \cos I1(I, J) + \sin IC1 \times \sin I1(I, J) \cdot \cos(X - Y(I, J))). \quad (16)$$

Значение E используется для определения параметра $S3$ и азимута нормали $\vec{n}$:

$$S3(I, J) = \frac{IC1 + I1(I, J) + E(I, J)}{2}, \quad (17)$$

$$A(I, J) = 2 \arcsin \sqrt{\frac{\sin(S3(I, J) - IC1) \cdot \sin(S3(I, J) - E(I, J))}{\sin IC1 \cdot \sin E(I, J)}}. \quad (18)$$

Изменение гипотезы (код гипотезы меняет знак), то есть переход к большему значению E возможен после прохождения угла Y через нулевое значение (практически $Y < C1$, где $C1 = 0,01$). Поскольку знак Y всегда положительный, эта новая гипотеза может оказаться неверной, если угол наклона площадки

возрос лишь до значения, при котором $Y = 0$, а затем начал уменьшаться. Поэтому координаты точки с $Y = 0$ запоминаются и гипотеза в последующих точках проверяется. Гипотеза окажется неверной, если значение E достигнет либо превысит $\pi/2$. После этого код гипотезы меняет знак и расчет повторяется, начиная с точки, в которой $Y = 0$. Большие значения E вычисляются по формуле:

$$E(I, J) = \arccos(\cos IC1 \cdot \cos I1(I, J) + \sin IC1 \times \sin I1(I, J) \cdot \cos(X + Y(I, J))). \quad (19)$$

Азимут вычисляется по формулам (17) и (18) с учетом значения $AC2$.

Для малых значений углов падения лучей $IC1$ либо $IC2$ значения E могут отличаться мало и вся строка может быть пройдена при неверной первичной гипотезе. Для учета этого ведется общий подсчет числа точек, в которых выбраны большие значения E . Если это число превысит половину общего числа точек на строке, то код первичной гипотезы меняет знак ($KP = -1$) и строка анализируется заново.

Этот алгоритм позволяет сделать выбор из двух решений и на выходе блока иметь по одному значению угла наклона $E(I, J)$ и азимута $A(I, J)$ элементарных площадок.

3. Расчет матрицы высот.

Расчет осуществляется путем суммирования превышений высот соседних площадок по направлениям строк J и столбцов I . Высоту первого элемента матрицы полагаем равной нулю — $H(1,1) = 0$.

Вначале определяются углы наклона элемента рельефа к направлению строк J :

$$\operatorname{tg} E1(I, J) = \operatorname{tg} E(I, J) \cdot \cos A(I, J) \quad (20)$$

и столбцов I :

$$\operatorname{tg} E2(I, J) = \operatorname{tg} E(I, J) \cdot \sin A(I, J). \quad (21)$$

По ним определяются текущие значения высот соседних элементов:

$$HT(I, J+1) = H(I, J) + \frac{\Delta J}{2} (\operatorname{tg} E1(I, J) + \operatorname{tg} E1(I, J+1)), \quad (22)$$

$$H(I+1, J) = H(I, J) + \frac{\Delta I}{2} (\operatorname{tg} E2(I, J) + \operatorname{tg} E2(I+1, J)), \quad (23)$$

где ΔJ , ΔI — масштабы, соответствующие размеру элементарной площадки вдоль строк и столбцов.

Естественно, что при последовательном суммировании элементарных превышений высоты накапливаются случайные ошибки и могут появиться систематические погрешности высот. К этому же приводят и ошибки в определении яркостей $BГ$ горизонтальных участков.

Для уменьшения погрешностей и оценки их величины используется то обстоятельство, что в каждой точке матрицы, кроме пер-

вой строки, высота определяется дважды — при выходе на эту точку со стороны строки и столбца. Это дает возможность получить высоту точки путем усреднения по двум значениям:

$$H(I, J+1) = \frac{1}{2} (H(I, J+1) + HT(I, J+1)) \quad (24)$$

и оценить величину

$$DT = (HT(I, J+1) - H(I, J+1))^2. \quad (25)$$

Последняя величина суммируется вдоль строки и вычисляется средняя квадратическая ошибка высот на строке $DH(I)$ и на всей матрице DH .

4. Привязка полученной матрицы $H(I, J)$ к стандартной системе высот.

Для выполнения этой задачи необходимо иметь набор реперных точек со стандартными значениями высот $HR(I, J)$. Если система таких точек достаточно обширна и однородна, можно определить и исключить систематические погрешности высот в полученной матрице. Эти ошибки можно представить в виде:

$$H(I, J) - H^D(I, J) = RO + R1 \cdot I + R2 \cdot J + R3 \cdot I^2 + R4 \cdot J^2 + R5 \cdot H(I, J), \quad (26)$$

где RO — систематический сдвиг высот, $R5$ — коэффициент искажения масштаба высот, остальные коэффициенты описывают систематические искажения высот при изменении координат точек.

Количество коэффициентов в уравнении (26), которое можно определить методом наименьших квадратов, зависит от числа реперных точек PN . Расчет коэффициентов ведется по одному из трех вариантов: определяется RO при $PN < 6$, при $6 \leq PN \leq 10$ вычисляются $RO, R1, R2$, в остальных случаях определяются все шесть коэффициентов. При хорошем согласии полученных высот со стандартными значениями дискриминант системы нормальных уравнений равен нулю и определяется только величина RO .

После определения коэффициентов производится коррекция матрицы $H(I, J)$ вычитанием из нее правой части уравнения (26). Кроме того вычисляется средняя квадратическая ошибка высот DR по отношению к реперным точкам.

Результаты модельного расчета. По указанному алгоритму была составлена программа на языке фортран. Модельные расчеты проведены на ЭВМ ЕС — 1033.

В качестве модели был выбран реальный участок земной поверхности размером 2×2 км, представленный матрицей высот 20×20 элементов (размер элемента 100×100 м). Перепады высот на участке достигали 100 м. Ориентация Солнца на снимках — $IC1 = 50^\circ$, $AC1 = 0$; $IC2 = 60^\circ$, $AC2 = \pi/2$. Для оценки точности расчета условия освещения соответствуют отсутствию теней на изображениях. По модельным распределениям яркости проведен расчет матрицы высот. В качестве реперных использованы 20 точек исходной матрицы высот. Из-за хорошего согласия исходной и рассчитанной матриц

высот программа определила лишь коэффициент RO . Средняя квадратическая ошибка определения высот составила 0,8 м (ошибка наклона на размере элемента рельефа $\sim 0,5^\circ$), несколько точек имели ошибки до 5 м, что связано с недостаточно хорошим представлением рельефа стандартной программой *DET 5* при моделировании изображений поверхности. Эта ошибка будет отсутствовать на реальных изображениях, однако наличие фотометрических ошибок существенно снизит точность расчета высот. Для исключения систематических прогreshностей необходим учет вторичных факторов, влияющих на распределение яркости по поверхности планеты. Полученная матрица высот может быть выведена при помощи графопостроителя и комплекса программ *ГРАФОР* в виде системы горизонталей.

Описанный алгоритм может быть применен для определения простых типов рельефа участков марсианской поверхности по съемкам в красной области спектра. Для сложных типов марсианского рельефа для участков земной поверхности с изотропной индикатрисой отражения рассчитанный рельеф является промежуточным и используется как первое приближение при расчете рельефа по более сложному алгоритму.

Таким образом, более общий статистический подход к решению задачи описан в работе [5].

Список литературы: 1. *Diggelen J.* — В.А.Н., 1951, 11, № 423, с. 283. 2. *Лисина Л. Р.* Фотометрический метод изучения топографии Луны. — *Астрономия и астрофизика*, 1968, № 1, с. 7—36. 3. *Базилевский А. Т., Волков В. П.* Венера. — В кн.: *Очерки сравнительной планетологии*. — М.: Наука, 1981, с. 154—180. 4. *Корниенко Ю. В., Станкевич Д. Г., Базилевский А. Т., Шкуратов Ю. Г.* Изображения рельефа Венеры по данным орбитальной радиолокации. Докл. АН УССР, 1982, Сер. А, № 5, с. 87—88. 5. *Парусимов В. Г., Корниенко Ю. В.* Об отыскании наиболее вероятного рельефа участка поверхности по его оптическому изображению. — *Астрометрия и астрофизика*, 1973, 19, с. 20—24.

Поступила в редколлегию 16.01.84.

УДК 523.4

Д. Ф. ЛУПИШКО, И. Н. БЕЛЬСКАЯ, Ф. П. ВЕЛИЧКО

О НАПРАВЛЕНИИ ВРАЩЕНИЯ АСТЕРОИДОВ

Проблема вращения планет и астероидов — одна из наиболее сложных в планетной космогонии и, как известно, до сих пор не имеет своего решения. В связи с этим получение различного рода наблюдательных данных о вращении астероидов, в том числе и данных о направлении вращения (прямое или обратное), является весьма актуальной задачей изучения Солнечной системы.

Опубликованные к настоящему времени данные о направлении вращения (включая, как неуверенные определения, так и просто