

К-14038  
290020

# ВЕСТНИК

ХАРЬКОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА

РАДИОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОНИКА Выпуск 5

62 коп.



Радиофизика и электроника, 1976, вып. 5, 1—130,7.



МИНИСТЕРСТВО  
ВЫСШЕГО  
И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ  
УССР

# ВЕСТИК

## ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

ВЫПУСК 5

РАДИОФИЗИКА  
И ЭЛЕКТРОНИКА

№ 138

ИЗДАТЕЛЬСКОЕ  
ОБЪЕДИНЕНИЕ  
«ВИЩА ШКОЛА»  
ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ПРИ ХАРЬКОВСКОМ  
ГОСУДАРСТВЕННОМ  
УНИВЕРСИТЕТЕ

ХАРЬКОВ — 1976

Вестник печатается по решению Ученого совета радиофизического факультета (протокол № 1 от 25 января 1975 года). Работы, опубликованные в данном выпуске, поступили в редколлегию в декабре 1974 года.

Редакционная коллегия:

Н. Н. Горобец, В. Н. Костин, В. М. Кузьмичев, В. М. Седых,  
Л. Д. Степин (отв. секр.), В. А. Третьяков, О. Ф. Тырнов,  
Н. А. Хижняк (отв. ред.).

Адрес редакционной коллегии:

310077. Харьков, 77, пл. Дзержинского, 4, Харьковский государственный университет, радиофизический факультет. Тел. 40-14-76.

Радиофизика и электроника. Вестн. Харьк. ун-та. Вып. 5.  
Х., «Вища школа», Изд-во при Харьк. ун-те, 1976.  
130,7 с. Списки лит. в конце статей.

В вестнике рассмотрены задачи в области теории дифракции волн на периодических структурах, распространения радиоволн, теории и техники устройств СВЧ, эффектов в полупроводниках, газоразрядной плазмы и радиоспектроскопии.

Предназначен для научных работников и преподавателей радиофизических специальностей.

Редакция естественнонаучной литературы  
И. о. зав. редакцией Н. Н. Сорокун

Центральная научно-исследовательская библиотека при ХГУ

н.в. № 290220

(C) Харьковский государственный университет, 1976.

T. B. ГАВРИЛОВА,  
A. C. СЫСОЕВ, канд. физ.-мат. наук,  
O. A. ТРЕТЬЯКОВ, д-р физ.-мат. наук

## ДИФРАКЦИЯ РАДИОИМПУЛЬСОВ НА РЕШЕТКАХ

1. В работе [1] проведено решение задачи дифракции квазимохроматического импульса на примере простейшей периодической структуры — ленточной решетки. Было выяснено, что такого рода импульсы, проходя сквозь решетку, порождают поле в виде суперпозиции так называемых дифракционных «импульсных» гармоник, причем только нулевая гармоника сохраняет форму и длительность падающего импульса, а дифракционные гармоники высших порядков испытывают искажения, подобные искажениям импульсов, возникающим при их распространении в диспергирующей среде.

Для квазимохроматических импульсов подавляющая часть энергии в спектре дифракционного импульса лежит в интервале  $\pm \frac{\Delta x}{2}$  вблизи  $x_0$ , что следует из вида спектральной функции падающего импульса:

$$F(x) \cong \frac{L_0}{2} \exp \left[ -\frac{L_0^2}{2} (x - x_0)^2 \right], \quad (1)$$

ширина спектра которой равна

$$\Delta x = 2 \sqrt{2} L_0, \quad (1a)$$

где  $L_0$  — безразмерная длина области локализации импульса в пространстве [1],  $\omega l = \frac{\omega l}{2\pi c}$ ,  $l$  — период структуры.

При этом использовано разложение волнового числа  $\gamma_n(x)$  в ряд Тейлора вблизи точки  $x=x_0$  с точностью до квадратичных членов. Очевидно, что это разложение справедливо, если его первый отбрасываемый член ряда мал по сравнению с последним удерживаемым, т. е. когда

$$\left| \frac{\gamma_n'''(x_0) (x - x_0)^3}{6} \right| \ll \left| \frac{\gamma_n'(x_0) (x - x_0)^2}{2} \right|. \quad (2)$$

Из определения  $\gamma_n(x)$  получаем  $\gamma_n'(x_0) = -\frac{p^2 (1 - p^2)^{-3/2}}{x_0}$ ,

$$\gamma_n''(x_0) = \frac{3p^2 (1 - p^2)^{-5/2}}{x_0^2}, \quad (3)$$

что при подстановке в (2) приводит к условию

$$\left| \frac{\kappa - \kappa_0}{\kappa_0} \right| \ll |1 - p^2|, \quad (4)$$

где  $p = n/\kappa_0$ .

Из условий  $\frac{\Delta\kappa}{2} \ll (\kappa - \kappa_0) \leq \frac{\Delta\kappa}{2}$  и (4) следует, что ширину спектра узкополосного радиосигнала  $\Delta\kappa$  согласно области применимости методики таких расчетов, предложенной в работе [1], необходимо выбирать так, чтобы

$$\frac{\Delta\kappa}{2\kappa_0} \ll |1 - p^2|. \quad (5)$$

Подстановка (1а) в (5) дает ограничение на минимальное число периодов несущей  $M = 2f_0 T_0$ , которое импульс должен содержать для того, чтобы можно было использовать разложения  $\gamma_n(\kappa)$  с точностью до квадратичных членов:

$$M \gg \frac{V\sqrt{2}}{\pi(1 - p^2)}. \quad (6)$$

2. Для широкополосных импульсов спектральная функция  $F(\kappa)$  является медленно меняющейся функцией частоты. Это не позволяет нам воспользоваться методом, предложенным для анализа узкополосных процессов. Кроме того, поле импульсных гармоник высшего порядка ( $n \neq 0$ ) в случае широкополосных импульсов имеет принципиальное отличие в своей структуре от аналогичных для квазимохроматических. Для последних волновые векторы плоских волн, образующих импульс, лежат в узком конусе около вектора, соответствующего несущей частоте, в то время как для широкополосных импульсов они лежат в широком диапазоне углов, и говорить о направлении излучения импульсной гармоники высшего порядка в этом случае не представляется возможным. Таким образом, в случае широкополосных процессов встает вопрос о диаграммах направленности для импульсных полей высших пространственных гармоник. Поле основной импульсной гармоники при любой спектральной полосе импульса имеет б-образную функцию.

Для исследования диаграмм направленности импульсных гармоник высшего порядка, используя метод стационарной фазы, оценим поля этих гармоник в дальней от решетки зоне. Анализ дифракционного поля удобно проводить в цилиндрической системе координат. Поле  $n$ -й дифракционной гармоники при этом представимо в виде

$$u_n(r, \varphi, t) = \frac{1}{\sqrt{-2\pi}} \int_0^\infty |b_n(\kappa)| F(\kappa) e^{ir\psi_n(\kappa)} d\kappa + K.C., \quad (7)$$

где  $\psi_n(x) = \gamma_n(x) \sin \varphi + n \cos \varphi - x \tau' |r' + \beta_n(x)| r'$ ;

$$\gamma_n(x) = V \sqrt{x^2 - n^2}, \quad \tau' = \frac{2\pi}{l} c (t - t_0), \quad (8)$$

$r' = \frac{2\pi}{l} z / \sin \varphi$  — большое положительное число,  $|F(x)| = \frac{L_0}{2} \times$

$\times \left[ \exp \left( -\frac{L_0^2}{2} (x - x_0)^2 \right) + \exp \left( -\frac{L_0^2}{2} (x + x_0)^2 \right) \right]$  и  $|b_n(x)|$  — модуль

коэффициента прохождения  $n$ -й дифракционной гармоники [2] — предполагаются медленно меняющимися функциями безразмерной частоты  $x$ .

Точка стационарной фазы  $x_s$  является решением трансцендентного уравнения

$$\frac{d\gamma_n}{dx}(x_s) \sin \varphi - \tau' / r' - \frac{d\beta_n}{dx}(x_s) = 0, \quad (9)$$

где

$$\beta_n(x) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} b_n(x)}{\operatorname{Re} b_n(x)}.$$

Если фаза коэффициента прохождения  $\beta_n(x)$  ленточной решетки — медленно меняющаяся функция, то третьим слагаемым в уравнении (9) можно пренебречь и определять  $x_s$  как решение уравнения

$$\frac{r' \sin \varphi}{\sqrt{1 - (n/x_s)^2}} = \tau'. \quad (10)$$

При вычислении интеграла (7) введем новую переменную  $\xi = x - x_s$ , интегрирование по которой можно распространить от  $-\infty$  до  $+\infty$  при условии, что  $x_s$  не близко к нулю. В результате получаем

$$u_n(r, \varphi, t) = \frac{1}{V r' \sin \varphi |\gamma_n''(x)|} |b_n(x_s)| |F(x_s)| \cos \left( \gamma_n(x_s) r' \sin \varphi + \right. \\ \left. + n r' \cos \varphi + x_s \tau - \beta_n(x_s) - \frac{\pi}{4} \right). \quad (11)$$

Таким образом, поле отдельной «импульсной» гармоники высшего порядка представляет собой волновой процесс с частотой  $x_s$ , изменяющейся в зависимости от времени  $t$  и координат  $r$  и  $\varphi$  и определяемой формулой

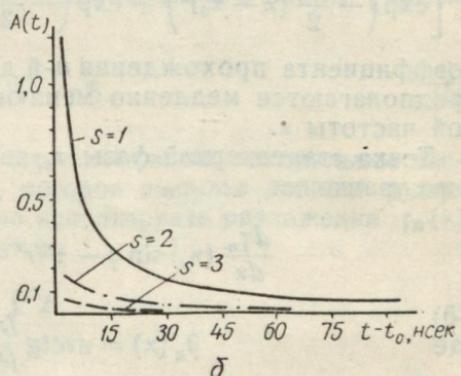
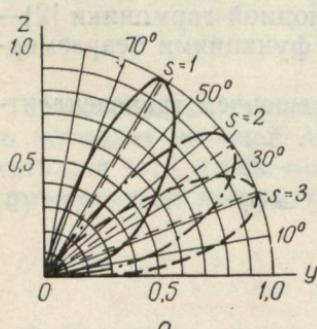
$$x_s^n = \frac{n \tau'}{\sqrt{\tau'^2 - (r' \sin \varphi)^2}}, \quad x_s \equiv x_s(t). \quad (12)$$

Очевидно, что эта частота будет принимать вещественные значения только при условии

$$|r \sin \varphi| \leq |c(t - t_0)|, \quad (13)$$

которое согласуется с принципом причинности.

На рисунке (позиция а) представлены диаграммы направленности первых трех ( $n=1, 2, 3$ ) высших импульсных гармоник расеянного поля при нормальном падении широкополосного импульса



са ( $f_0 = 10 \text{ ГГц}$ ,  $T_0 = 0,015 \text{ нсек}$ ) на ленточную решетку. Пунктиром на диаграммах показаны направления на каждой из гармоник излучения, соответствующие несущей частоте  $\omega_0$ .

Как видно из формулы (12), длительность импульса и степень его искажений по сравнению с падающим являются функциями угла наблюдения  $\varphi$ . Целесообразно поэтому исследовать форму импульса высшей пространственной гармоники не для произвольного угла наблюдения  $\varphi$ , а для угла  $\varphi_{\max}$ , соответствующего направлению на максимум в диаграмме направленности. При уменьшении ширины спектра падающего импульса диаграммы направленности импульсных гармоник высшего порядка сужаются, а направления на максимум в диаграммах направленности  $\varphi_{\max}$  стремятся к направлениям, соответствующим несущей частоте  $\omega_0$ .

Огибающая широкополосного импульса в дальней зоне имеет

$$\text{вид } A_n(t) = \text{const} \frac{|b_n(x_s)|}{n/(x_s^2 - n^2)^{3/4}} \exp \left[ -\frac{L_0^2 (x_s - x_0)^2}{4} \right], \quad (n \neq 0).$$

Для случая  $T_0 = 0,015 \text{ нсек}$  графики огибающих импульсных полей первых трех гармоник ( $n=1, 2, 3$ ) приведены на рисунке (позиция б). Первыми к произвольной плоскости  $z=\text{const}$  приходят высокие частоты, распространяющиеся со скоростью, близкой к скорости света в вакууме  $c$ . Они обусловливают наличие резкого переднего фронта сигнала в начальный момент времени  $t_1 = z/c$ . Затем приходят все более близкие частоты. При больших  $t$  приходят частоты, близкие к критической частоте данной гармо-

ники  $\kappa = n$ . При этом амплитуда гармоник непрерывно уменьшается. Таким образом, огибающая высших пространственных гармоник в дальней зоне претерпевает существенные изменения — независимо от формы исходного импульса, огибающая импульса высшей пространственной гармоники будет иметь резкий передний фронт. Огибающая же импульса основной гармоники, искажаясь, качественно повторяет падающий импульс.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гаврилова Т. В., Сысоев А. С., Третьяков О. А. Рассеяние электромагнитных импульсов плоской ленточной решеткой. — Сб. «Радиотехника», Харьков, «Вища школа», 1975, вып. 34, с. 20—25.
- Шестопалов В. П. Метод задачи Римана—Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков, Изд-во Харьк. ун-та, 1971. 400 с.

УДК 621.372.8

А. А. ЗВЯГИНЦЕВ,  
А. С. СЫСОЕВ, канд. физ.-мат. наук,  
О. А. ТРЕТЬЯКОВ, д-р физ.-мат. наук

### ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ЧАСТИЧНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПОЛЕЙ, РАССЕЯННЫХ ОДНОМЕРНЫМИ РЕШЕТКАМИ

Использование параметров поляризации электромагнитных волн для передачи информации по радио приобретает особенно важное значение в связи с освоением миллиметрового, субмиллиметрового и оптического диапазонов волн, где оно позволяет снять ряд принципиальных и конструктивных трудностей. Детерминированный сигнал, несущий информацию в параметрах поляризации, при распространении в среде со случайными неоднородностями становится частично поляризованным. На практике достаточно широко используются радиопрозрачные экраны, выполненные в виде одномерных металлических решеток. Поэтому интересно исследовать изменение параметров поляризации частично поляризованного сигнала при его прохождении через решетку. В общем виде эта задача решена в работах [1, 2]. Ниже мы остановимся на свойствах направленности рассеянного поля при падении на решетку частично поляризованного сигнала, заданного матрицей энергетического спектра  $S_{\alpha\beta}(\omega)$  ( $\alpha, \beta = x, y$ ).

Решетка с толщиной  $h$  лежит в плоскости, параллельной плоскости координат  $xy$ . Верхняя плоскость решетки совпадает с плоскостью  $z=h_1$ , нижняя — с плоскостью  $z=-h_2$  ( $h=h_1+h_2$ ). Решетка периодична вдоль оси  $oy$  с периодом  $l$  и не ограничена вдоль оси  $ox$ . Геометрию элемента решетки не конкретизируем. Относительно нее будем только предполагать, что коэффициенты разложения рассеянных полей в ряды Фурье  $a_n^u, b_n^u$  при дифракции на ней  $H$ -поляризованной плоской монохроматической волны и  $a_n^e$ ,

$b_n^e$  — для  $E$ -поляризованной волны известны ( $a_n^e$ ,  $a_n^e$  — для области  $z > h_1$ ,  $b_n^e$ ,  $b_n^e$  для области  $z < -h_2$ ). В частном случае решетки из лент, брусьев прямоугольного поперечного сечения, проволок — вывод коэффициентов  $a_n^j$  и  $b_n^j$  ( $j = n, e$ ) приведен в монографиях [3, 4].

Из области  $z > h_1$  нормально на решетку падает частично поляризованная волна. Согласно работе [1] компоненты рассеянного поля имеют вид

$$E_x^{(\pm)} = 2 \left( \frac{2\pi c}{l} \right) \int_0^\infty \sum_{n=-\infty}^\infty F_x(x) \begin{Bmatrix} a_n^e(x) \\ b_n^e(x) \end{Bmatrix} e^{i(ny' \pm i\sqrt{x^2 - n^2} z \pm)} e^{-ix\tau} dx; \quad (1)$$

$$E_g^{(\pm)} = 2 \left( \frac{2\pi c}{l} \right) \int_0^\infty \sum_{n=-\infty}^\infty F_y(x) \begin{Bmatrix} a_n^e(x) \\ b_n^e(x) \end{Bmatrix} \sqrt{1 - \frac{n^2}{x^2}} e^{i(ny' \pm i\sqrt{x^2 - n^2} z \pm)} \times e^{-ix\tau} dx; \quad (2)$$

$$E_z^{(\pm)} = 2 \left( \frac{2\pi c}{l} \right) \int_0^\infty \sum_{n=-\infty}^\infty F_y(x) \begin{Bmatrix} a_n^e(x) \\ b_n^e(x) \end{Bmatrix} \frac{n}{x} e^{i(ny' \pm i\sqrt{x^2 - n^2} z \pm)} e^{-ix\tau} dx. \quad (3)$$

Верхние знаки соответствуют области  $z > h_1$ , нижние —  $z < -h_2$ . Кроме того, здесь введены:

$$\text{безразмерное время } \tau = \frac{2\pi c}{l} t,$$

$$\text{безразмерные координаты } y' = \frac{2\pi}{l} y, z^\pm = \frac{2\pi}{l} z' \mp \frac{2\pi}{l} h_{(\frac{1}{2})},$$

$$\text{безразмерная частота } x = \frac{\omega l}{2\pi c},$$

где  $c$  — скорость света в вакууме.

Первичное поле предполагается статистически однородным, т. е.

$F_\alpha(x_1) F_\beta^*(x_2) = S_{\alpha\beta}(x_2) \delta(x_1 - x_2)$ , ( $\alpha, \beta = x, y$ ). Ввиду того, что волновое число  $i\sqrt{x^2 - n^2}$  вдоль оси  $oz$  является нелинейной функцией частоты  $x$ , решетка для всех гармоник, кроме основной ( $n = 0$ ), является дисперсионной системой, разделяющей во времени различные спектральные составляющие частично поляризованного сигнала.

Спектральные составляющие основных гармоник отраженного и прошедшего полей распространяются по нормали к решетке, и диаграммы направленности этих гармоник так же, как и диаграмма направленности падающего сигнала, являются  $\delta$ -функциями. Спектральные составляющие неосновных гармоник ( $n \neq 0$ ) распространяются под различными углами от решетки и, следователь-

но, их диаграммы направленности отличны от  $\delta$ -функций. При этом из формул (1) — (3) следует, что ширина и направление максимум диаграмм направленности неосновных гармоник должна существенно зависеть от вида спектральных функций  $F_{ab}(x)$  и их ширины.

Для определения диаграммы направленности неосновных гармоник представим координатно-временную зависимость в формулах (1) — (3) в виде

$$e^{i(ny' \pm \sqrt{x^2 - n^2} z \pm) - i\tau} = e^{iR \pm \varphi(x)}, \quad (4)$$

где

$$\varphi(x) = n \sin \theta + \sqrt{x^2 - n^2} \cos \theta - \frac{x\tau}{R \pm}. \quad (5)$$

Здесь введена полярная система координат  $\pm z^\pm = R^\pm \cos \theta$ ,  $y = R^\pm \sin \theta$ .

Интегралы (1) — (3) будем анализировать с помощью метода стационарной фазы, считая, что  $R^\pm \gg 1$ . Точка стационарной фазы  $x_n$  определяется формулой

$$x_n = \frac{n\tau}{\sqrt{\tau^2 - R_\pm^2 \cos^2 \theta}}. \quad (6)$$

В итоге для  $n$ -ой гармоники получаем  $E_j^{(\pm)}(n) = 2\left(\frac{2\pi c}{l}\right) F_j(x_n) \times$   
 $\times e^{i[R_\pm \varphi(x_n) + \text{sgn} \varphi(x_n) \frac{\pi}{4}]}$ ;  $\frac{|E_j^{(\pm)}(n)|^2}{|E_j^{(\pm)}(n)|^2} = 4 \left(\frac{2\pi c}{l}\right)^2 |F_j(x_n)|^2 \quad (j = x, y, z),$

$$\text{где } |F_x(x_n)|^2 = \frac{2\pi}{R_\pm |\varphi''(x_n)|} \cdot S_{xx}(x_n) |a_n^x(x_n)|^2; \quad (7)$$

$$|F_y(x_n)|^2 = \frac{2\pi}{R_\pm |\varphi''(x_n)|} \cdot S_{yy}(x_n) |a_n^y(x_n)|^2 \frac{R_\pm^2}{\tau^2} \cos^2 \theta; \quad (8)$$

$$|F_z(x_n)|^2 = \frac{2\pi}{R_\pm |\varphi''(x_n)|} \cdot S_{zz}(x_n) |a_n^z(x_n)|^2 \left(1 - \frac{R_\pm^2}{\tau^2} \cos^2 \theta\right); \quad (9)$$

$$|\varphi''(x_n)| = \left| \frac{(\tau^2 - R_\pm^2 \cos^2 \theta)^{3/2}}{n R_\pm^3 \cos^2 \theta} \right|. \quad (10)$$

Как видно из формулы (6), при фиксированных значениях времени  $\tau$  и радиусе точки наблюдения  $R_\pm$  величина  $x_n$  есть функция только угла наблюдения  $\theta$ . Следовательно, во всех функциях от  $x_n$ , входящих в формулы (7) — (9), аргумент  $x_n$  может быть заменен аргументом  $\theta$ . С учетом этого нормированная диаграмма на-

правленности  $Q_n(\theta)$  для гармоник отраженного поля с  $n \neq 0$  определяется выражением  $Q_n(\theta) = \frac{\tilde{Q}^n(\theta)}{Q_{\max}^n(\theta)}$ , где

$$\tilde{Q}^n(\theta) = \left| \frac{nR_{\pm}^3 \cos^2 \theta}{(\tau^2 - R_{\pm}^2 \cos^2 \theta)^{3/2}} \right| \{ S_{xx}(\theta) |a_n^e(\theta)|^2 + S_{yy}(\theta) |a_n^u(\theta)|^2 \}. \quad (11)$$

Здесь  $|a_n^e|$  и  $|a_n^u|$  на  $|b_n^e|$  и  $|b_n^u|$  в формуле (11) приводят к выражению для диаграммы направленности гармоник прошедшего поля.

Групповая скорость вдоль оси  $oz$  спектральных составляющих равна нулю на критической частоте  $\omega = n$ , непрерывно возрастает при возрастании частоты и стремится на высоких частотах к  $c$ . Таким образом, первыми на любое, произвольно выбранное расстояние  $R_{\pm}$  приходят высокие частоты, распространяющиеся со скоростью, близкой к  $c$ . Они обусловливают наличие фронта сигнала. Затем приходят все более низкие частоты. При больших  $\tau$  приходят частоты, близкие к критической частоте данной гармоники. Амплитуда гармоники с течением времени непрерывно уменьшается. Поэтому наибольший интерес представляют диаграммы направленности в начальный момент времени  $\tau = R_{\pm}$ , т. е. для переднего фронта сигнала.

Для момента времени  $\tau = R_{\pm}$  формула (11) принимает вид

$$\tilde{Q}^{(n)}(\theta) = \frac{|n|}{\operatorname{tg}^2 \theta |\sin \theta|} [S_{xx}(\theta) |a_n^e(\theta)|^2 + S_{yy}(\theta) |a_n^u(\theta)|^2], \quad (12)$$

а стационарная точка определяется формулой

$$x_n = \frac{n}{\sin \theta}. \quad (13)$$

В последующие моменты времени  $\tau > R_{\pm}$  диаграмма направленности (12) изменится. Это изменение будет тем больше, чем более широкополосный процесс описывает первичное поле. Однако при этом уменьшается и амплитуда гармоники в точке  $R_{\pm}$ .

Если энергетический спектр падающего поля изотропный, т. е.  $S_{xx} = S_{yy} = S$ , то диаграмма направленности при  $\tau = R_{\pm}$  приобретает вид

$$\tilde{Q}^{(n)}(\theta) = \frac{|n|}{\operatorname{tg}^2 \theta |\sin \theta|} S(\theta) [|a_n^e(\theta)|^2 + |a_n^u(\theta)|^2], \quad (14)$$

при этом  $\theta$  изменяется в следующих пределах: для  $n > 0$ ,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , а при  $n < 0$ ,  $0 > \theta > -\frac{\pi}{2}$ .

Зададим энергетический спектр падающего поля в виде

$$S(x_n) = \frac{L^2}{4\pi} e^{-\frac{L^2}{4}(x_n - x_0)^2}, \quad (15)$$

что соответствует гауссовой временной корреляционной функции поля с безразмерным радиусом корреляции  $L = 2\pi \frac{c\Delta t}{l}$ , где  $\Delta t$  — полуширина временной корреляционной функции.

Падающей плоской монохроматической волне с частотой  $\omega_0$  соответствует предельный переход  $L \rightarrow \infty$ . При этом выражение (12) преобразуется:

$$\tilde{Q}^{(n)}(\theta) = \delta\left(\frac{n}{\sin \theta_n} - \omega_0\right) [\cos^2 \varphi |a_n^e(\omega_0)|^2 + \sin^2 \varphi |a_n^u(\omega_0)|^2]. \quad (16)$$

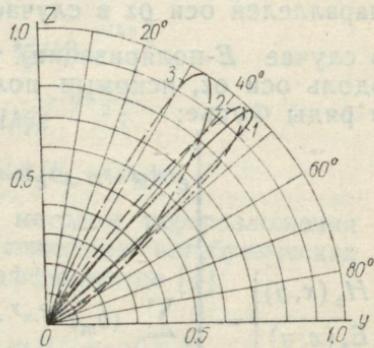
Из (16) следует хорошо известный результат, что регулярная гармоника с номером  $n$  распространяется под углом  $\theta$ , удовлетворяющим соотношению  $\sin \theta_n = \frac{n}{\omega_0}$ .

Выражение в квадратных скобках формулы (16) представляет собой квадрат модуля амплитуды  $n$ -й гармоники отраженного поля при дифракции на решетке нормально падающей плоской монохроматической волны, вектор  $\vec{E}$  которой составляет угол  $\varphi$  с осью  $ox$ . Угол определяется выражениями  $\cos^2 \varphi = \lim_{\substack{L_{xx} \rightarrow \infty \\ L_{yy} \rightarrow \infty}} \frac{S_{xx}}{\sqrt{S_{xx}^2 + S_{yy}^2}}$ ;

$$\sin^2 \varphi = \lim_{\substack{L_{xx} \rightarrow \infty \\ L_{yy} \rightarrow \infty}} \frac{S_{yy}}{\sqrt{S_{xx}^2 + S_{yy}^2}}.$$

При выполнении условия  $L_{xx} \gg 1$  и  $L_{yy} \gg 1$ , т. е. когда радиус корреляции  $r = c\Delta t$  велик по сравнению с периодом структуры, можно разложить функцию (15) в ряд и ограничиться первым членом разложения. В результате получаем решение, совпадающее с решением регулярной задачи.

На рисунке приведены графики диаграмм направленности 1-й гармоники отраженного поля для случая ленточной решетки (отношение щели  $d$  к периоду  $l$  равно 0,5) для трех соотношений между радиусом корреляции  $r$  и периодом решетки  $l$ : для кривой 1  $r = 3l$ , для кривой 2  $r = 1,5l$  и для кривой 3  $r = 0,5l$ . Спектр падающего поля при расчетах определялся формулой (15). Из рисунка видно, что уже начиная с радиусов корреляции в несколько периодов решетки диаграмма направленности частично поляризованной гармоники близка к аналогичной для регулярной, она представляет собой узкий лепесток вокруг направления излучения регулярной гармоники. Когда  $r \approx l$ , на свойствах направленности гармоники начинают заметно сказываться



ся флуктуации падающего поля. При дальнейшем уменьшении  $r$  по сравнению с  $l$  флуктуации приводят к уширению диаграмм направленности и изменению направления на максимум излучения. На направленность основных гармоник флуктуации не влияют.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Звягинцев А. А., Сысоев А. С., Третьяков О. А. Рассеяние частично-поляризованного поля плоскими одномерно периодическими структурами. — Сб. «Радиотехника». Вып. 34, Харьков, 1975, с. 20—25.
- Звягинцев А. А., Сысоев А. С., Третьяков О. А. Отражательная способность решеток уже полностью неполяризованного поля. — «Вестн. Харьк. ун-та. Радиофизика и электроника», 1975, вып. 4, Харьков.
- Шестопалов В. П. Метод задачи Римана—Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Изд-во Харьк. ун-та, 1971. 400 с.
- Дифракция волн на решетках. Изд-во Харьк. ун-та, 1973. 287 с. Авт.: В. П. Шестопалов, Л. Н. Литвиненко, С. А. Масалов, В. Г. Сологуб.

УДК 691.396.67

С. А. ОБЛЫВАЧ

## ДИФРАКЦИЯ ВОЛН НА НЕСИММЕТРИЧНОЙ РЕШЕТКЕ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ СЛОЖНОГО ПРОФИЛЯ

1. Исследуемая структура и ее параметры показаны на рис. 1 [2]. Параметр несимметрии  $\Delta$  определяет сдвиг середины щели по отношению к началу координат. На решетку из области  $y < 0$  под углом  $\phi$  к нормали падает плоская линейно-поляризованная моно-

хроматическая волна единичной амплитуды  $\left\{ \begin{array}{c} \vec{H} \\ \vec{E} \end{array} \right\} = e^{ik(ax+\beta y)} (a =$

$= \sin \phi, \beta = \cos \phi, k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  — длина волны, вектор  $\vec{H}$  которой

параллелен оси  $oz$  в случае  $H$ -поляризации или вектор  $\vec{E} \parallel oz$  — в случае  $E$ -поляризации). Учитывая однородность структуры вдоль оси  $oz$ , искомые поля представим в виде разложения в ряды Фурье:

$$\left\{ \begin{array}{c} H_z(x, y) \\ E_z(x, y) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} e^{ik(ax+\beta y)} + e^{ikax} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{p_n \left( y + \frac{h}{2} \right)} e^{-i \frac{2\pi}{e} nx}, \quad y < -\frac{h}{2}; \\ \sum_{m=0}^{\infty} (b_m e^{-q_m y} + e_m e^{q_m y}) \begin{cases} \cos \frac{\pi m}{b} \left( x + \frac{b}{2} \right) & |y| < \frac{h}{2}; \\ \sin \frac{\pi m}{b} \left( x + \frac{b}{2} \right) & |x| < \frac{b}{2}; \end{cases} \\ e^{ikax} \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{-p_n \left( y - \frac{h}{2} \right)} e^{-i \frac{2\pi}{e} nx}, \quad y > \frac{h}{2}, \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\text{где } p_n = -i\sqrt{k^2 - h_n^2}, \quad q_m = -i\sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi m}{b}\right)^2}.$$

Период разбивается в дальнейшем на три области:

$$1 - \left[ -\frac{l}{2} < x < -\frac{d}{2} + \Delta \right], \quad 2 - \left[ \frac{d}{2} + \Delta < x < \frac{l}{2} \right];$$

$$3 - \left[ -\frac{d}{2} + \Delta < x < \frac{d}{2} + \Delta \right].$$

В случае  $H$ -поляризации использование краевых условий при  $y = \pm \frac{h}{2}$  приводит к системе функциональных уравнений:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} \tau_n \\ \tau_n^* \end{array} \right\} e^{i \frac{2\pi}{l} nx} = 0 \quad \text{— обл. 1}; \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} \tau_n \\ \tau_n^* \end{array} \right\} e^{-i \frac{2\pi}{l} nx} = 0 \quad \text{— обл. 2};$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} \tau_n \\ \tau_n^* \end{array} \right\} e^{lh_n x} = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} z_m \operatorname{sh} q_m \frac{h}{2} \\ \zeta_m \operatorname{ch} q_m \frac{h}{2} \end{array} \right\} q_m \cos \frac{\pi m}{b} \left( x + \frac{b}{2} \right) |x| < \frac{b}{2}; \quad (2)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} \tau_n \\ \tau_n^* \end{array} \right\} \frac{1}{p_n} e^{lh_n x} + 2e^{-ik\left(\beta \frac{h}{2} - \alpha x\right)} = - \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} z_m \operatorname{ch} q_m \frac{h}{2} \\ \zeta_m \operatorname{sh} q_m \frac{h}{2} \end{array} \right\} \cos \frac{\pi m}{b} \times$$

$\times \left( x + \frac{b}{2} \right)$  — обл. 3, где коэффициенты ряда Фурье ( $A_n, D_n$ )

определенны через  $\tau_n = (A_n + D_n)p_n + \delta_0^n ik\beta e^{-ik\beta \frac{h}{2}}$ ;

$$\tau_n^* = (A_n - D_n)p_n + \delta_0^n ik\beta e^{-ik\beta \frac{h}{2}};$$

$$z_m = -2(b_m + c_m), \quad \zeta_m = -2(b_m - c_m).$$

Системы функциональных уравнений методом переразложения приводятся к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов [1]:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} \bar{\tau}_n \\ \bar{\tau}_n^* \end{array} \right\} F_k[n(\pi - \Theta_1 + 2\Theta_2)] = 0 \quad \text{— обл. 1};$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} \bar{\tau}_n \\ \bar{\tau}_n^* \end{array} \right\} F_k[-n(\pi - \Theta_1 - 2\Theta_2)] = 0 \quad \text{— обл. 2};$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\tau_n}{\tau_n^*} \right\} \left[ \frac{i\tilde{F}_k [2\Theta_1(n+\alpha x)]}{2\pi\sqrt{x^2-(n+\alpha x)^2}} + \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{\bar{P}_{mn}}{\bar{P}_{mn}^*} \right\} \tilde{F}_k \left[ \frac{\pi m \Theta_1}{\Theta} \right] \right] \left[ 1 + (-1)^{k+m} \times \right. \\ \left. \times e^{-\frac{2\pi m \theta_2}{\Theta}} \right] = -2e^{-i\lambda \beta \delta} \tilde{F}_k [2\alpha x \Theta_1] \quad -\text{обл. 3.} \quad (3)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\left\{ \frac{\tau_n}{\tau_n^*} \right\} = \left\{ \frac{\tau_n}{\tau_n^*} \right\} l; \quad x = \frac{kl}{2\pi}; \quad \varepsilon_k = 1 - \frac{\delta_0^k}{2}; \quad \Theta = \frac{\pi b}{l};$$

$$\Theta_1 = \frac{\pi d}{l}; \quad \Theta_2 = \frac{\pi \Delta}{l}; \quad \delta = \frac{\pi h}{l};$$

$$F_k(x) = -\frac{i\varepsilon_k 2x}{x^2 - (\pi k)^2} [(-1)^{n+k} e^{ix} - 1]; \quad \tilde{F}_k(x) = -\frac{i\varepsilon_k 2x}{x^2 - (\pi k)^2} \times$$

$$\times e^{i(\frac{\theta_2}{\theta_1} - \frac{1}{2})x} [e^{ix}(-1)^k - 1];$$

$$\left\{ \frac{\bar{P}_{mn}}{\bar{P}_{mn}^*} \right\} = \frac{2(2-\delta_0^m)\Theta^2(n+\alpha x)}{\pi^4 \sqrt{m^2 - \left(\frac{2x\Theta}{\pi}\right)^2} \left[m^2 - \left(\frac{2\Theta(n+\alpha x)}{\pi}\right)^2\right]} \times$$

$$\times \begin{cases} \operatorname{cth} \left( \frac{\pi \delta}{2\Theta} \sqrt{m^2 - \left(\frac{2x\Theta}{\pi}\right)^2} \right) \\ \operatorname{th} \left( \frac{\pi \delta}{2\Theta} \sqrt{m^2 - \left(\frac{2x\Theta}{\pi}\right)^2} \right) \end{cases}$$

Предполагая существование единственного решения и сходимость метода редукции этой системы, определяем искомые коэффициенты  $\tau_n$  и  $\tau_n^*$ , а следовательно, амплитуды  $A_n$  и  $D_n$ . Аналогичным образом получаем системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $\tilde{x}_n$ ,  $\tilde{y}_n$  в случае  $E$ -поляризации:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} \tilde{x}_n \\ \tilde{y}_n \end{array} \right\} \frac{1}{\sqrt{x^2 - (n+\alpha x)^2}} F_k [n(\pi - \Theta_1 + 2\Theta_2)] = 0 \quad -\text{обл. 1;}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{c} \tilde{x}_n \\ \tilde{y}_n \end{array} \right\} \frac{1}{\sqrt{x^2 - (n+\alpha x)^2}} F_k [n(\Theta_1 + 2\Theta_2 - \pi)] = 0 \quad -\text{обл. 2;}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{Bmatrix} \tilde{x}_n \\ \tilde{y}_n \end{Bmatrix} \frac{\tilde{F}_k[2\Theta_1(n+\alpha x)]}{(n+\alpha x)} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{i\pi m}{2}}}{m} \begin{Bmatrix} \tilde{z}_m \operatorname{th} q_m \frac{h}{2} \\ \tilde{\zeta}_m \operatorname{cth} q_m \frac{h}{2} \end{Bmatrix} \times$$

$$\times \tilde{F}_k \left[ \frac{\pi m \Theta_1}{\Theta} \right] [1 + (-1)^{k+m} e^{-i\pi m \frac{2\Theta_2}{\Theta}}] = 2 \left( \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{-ix\beta\delta} \tilde{F}_k[2\Theta_1 \alpha x]$$

— обл. 3;

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{Bmatrix} \tilde{x}_n \\ \tilde{y}_n \end{Bmatrix} \frac{\pi m e^{-i \frac{2\Theta_2 \Theta}{\Theta_1} (n+\alpha x)}}{i 2\Theta(n+\alpha x)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 - (n+\alpha x)^2}} \tilde{F}_m[2\Theta(n+\alpha x)] -$$

$$- \begin{Bmatrix} \tilde{z}_m \\ \tilde{\zeta}_m \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{m^2 - \left(\frac{2x\Theta}{\pi}\right)^2}} = 0, \quad |x| < \frac{b}{2}.$$

Здесь использованы обозначения:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{x}_n \\ \tilde{y}_n \end{Bmatrix} = \sqrt{x^2 - (n+\alpha x)^2} \begin{Bmatrix} A_n + D_n + \delta_0^n e^{-ik\beta \frac{h}{2}} \\ A_n - D_n + \delta_0^n e^{-ik\beta \frac{h}{2}} \end{Bmatrix};$$

$$\begin{Bmatrix} \tilde{z}_m \\ \tilde{\zeta}_m \end{Bmatrix} = \sqrt{m^2 - \left(\frac{2x\Theta}{\pi}\right)^2} \begin{Bmatrix} -2(b_m + c_m) \operatorname{ch} q_m \frac{h}{2} \\ -2(b_m - c_m) \operatorname{sh} q_m \frac{h}{2} \end{Bmatrix}.$$

2. При численном решении систем линейных алгебраических уравнений выбиралось число уравнений из каждой подсистемы пропорционально области определения. Критерием правильности численного решения служило сравнение с известными результатами задачи о дифракции плоской волны на симметричной решетке ( $\Delta=0$ ) [2], а при произвольных параметрах контролировалось выполнение закона сохранения энергии. Исследовались зависимости коэффициента прохождения  $|D_0|$  от частоты ( $x$ ) для нормального падения при различных значениях параметров структуры (рис. 1). Нетрудно заметить, что  $|D_0|$  для  $H$ -поляризованной волны в длинноволновой области с повышением частоты монотонно уменьшается, достигает минимума и при определенной частоте  $x$  наблюдается резонансное прохождение поля. Увеличение параметра несимметрии  $\Delta$  при постоянной ширине щели  $d$  и внутренней полости  $b$  приводит к смещению максимумов резонансных кривых в сторону более длинных волн. С увеличением внутренней

полости (рис. 1) появляются новые резонансы, которые смещаются в сторону коротких волн, когда  $\Delta$ растет. В случае  $E$ -поляризации изменение  $\Delta$  не вызывает существенных смещений максимумов резонансных кривых (рис. 2), его влияние сказывается на значении частоты, при котором начинается прохождение волны через структуру.

Такой характер дисперсионной зависимости коэффициента прохождения свидетельствует о том, что рассматриваемая сложная

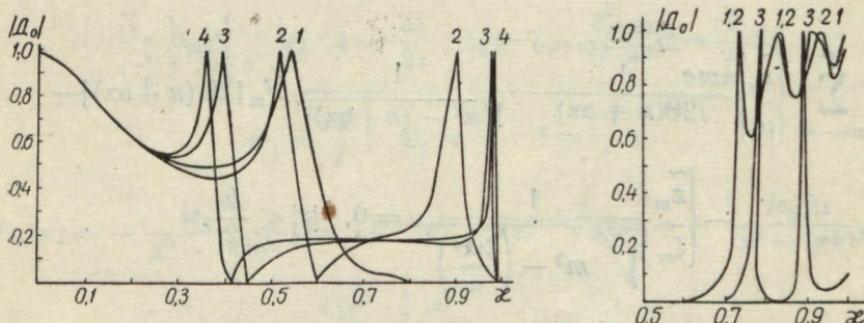


Рис. 1. Зависимость  $|D_0|$  от  $\zeta$  при различных  $\Delta$  ( $E$ -поляризация),  $\Psi=0$ ,

$$\frac{h}{l}=2, \quad \frac{d}{l}=0,3, \quad \frac{b}{l}=0,7; 1-\frac{\Delta}{l}=0, 2-\frac{\Delta}{l}=0,1, 3-\frac{\Delta}{l}=0,2.$$

Рис. 2. Зависимость  $|D_0|$  от  $\zeta$  ( $H$ -поляризация),  $\frac{h}{l}=0,1, \frac{d}{l}=0,1, \frac{b}{l}=0,7;$

$$1-\frac{\Delta}{l}=0, 2-\frac{\Delta}{l}=0,1, 3-\frac{\Delta}{l}=0,2, 4-\frac{\Delta}{l}=0,3.$$

структура обладает свойствами составных элементов — симметричных решеток с разными размерами горизонтальных перегородок. Естественно, что исследуемая решетка в отличие от симметричной имеет большее число резонансов с различной добротностью и поэтому является более перспективной в качестве составных элементов интерферометров, анализаторов спектра, корректирующих линз.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Соловьев В. Г. Дифракция волн на решетках. Харьков, Изд-во Харьк. ун-та, 1973. 290 с.
- Литвиненко Л. Н., Облывач С. А. Дифракция электромагнитной волны на решетке сложного профиля. — В сб.: Радиотехника. Вып. 20. Харьков, 1972, с. 71—78.

## ДИФРАКЦИЯ ИМПУЛЬСНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА РЕШЕТЧАТЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Вопросы дифракции плоских монохроматических волн на периодических решетчатых структурах изучены весьма полно и подробно [1, 2]. Значительно в меньшей степени рассмотрены и изучены задачи дифракции на периодических структурах импульсных полей (сигналов). Вместе с тем решение подобных задач играет существенную роль в вопросах, связанных с антенной техникой, космической связью, волноводной передачей информации, экранированием радиоэлектронной аппаратуры от различного рода помех.

Настоящая работа посвящена исследованию дифракции импульсных полей на решетчатых периодических структурах при нормальном падении полей.

В силу принципа суперпозиции достаточно решить задачу отдельно для  $E$ - и  $H$ -поляризаций. Структура предполагается бесконечной вдоль оси  $OX$  и периодичной с периодом  $l$  в направлении оси  $OY$ . Пусть далее падающее поле зависит от одной координаты ( $Z$ ). Тогда функция, описывающая пространственно-временное распределение поля, удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

с начальными условиями при  $z=0$ ;  $F(0, t) = f(t)$ ;  $\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_{z=0} = 0$ .

Здесь  $F = E_x$  — составляющая поля для  $E$ -поляризации и  $H_x$  — составляющая для  $H$ -поляризации. Решая уравнение (1) с помощью преобразования Фурье для функции падающего поля, получаем следующее представление:

$$F_{\text{пад}}(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{-ikz} e^{-i\omega t} d\omega, \quad (2)$$

где  $g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$ . Из (2) следует, что падающее поле представляет собой совокупность плоских волн с различными амплитудами. В силу условия периодичности для функции дифрагированного поля при любом  $y$  выполняется равенство  $F_{\text{диф}}(z, t, y) = F_{\text{диф}}(z, t, y + l)$ .

Поэтому функцию дифрагированного поля можно разложить в ряд Фурье. После решения уравнения Гельмгольца отраженное от структуры поле запишется в виде

$$F_{\text{отр}}(z, t, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i k_n z} e^{i \frac{2\pi n}{e} y}. \quad (3)$$

Полное поле над структурой имеет вид

$$F(z, t, y) = F_{\text{пад}}(z, t) + F^{\text{отр}}(z, t, y). \quad (4)$$

Для прошедшего за структуру поля получаем следующее выражение:

$$F^{\text{пр}}(z, t, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{-i\gamma_n(z+h)} e^{\frac{2\pi n}{e} y}. \quad (5)$$

В этих формулах  $\gamma_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi n}{e}\right)^2}$ ;  $h$  — толщина структуры,

$a_n$  и  $b_n$  — передаточные функции, определяемые из граничных условий. Формулировка граничных условий определяется преимущественно видом структуры, поэтому передаточные функции  $a_n$  и  $b_n$ , кроме частоты, будут зависеть еще от всех параметров выбранной периодической структуры.

Таким образом, если известны передаточные функции структуры, то формулы (3) — (5) дают возможность определить распределение структурой поля в любой точке пространства и в любой момент времени. Следует заметить, что передаточные функции могут быть найдены из решения задачи о дифракции плоской волны на данной структуре. Ранее упоминалось, что такие задачи изучены весьма подробно. Это позволяет непосредственно распространить полученные здесь результаты на широкий круг различных периодических структур.

Применим найденное выше решение к исследованию экранирующих свойств структуры, состоящей из ленточной решетки, проводящего экрана и поля анизотропного магнитодиэлектрика между ними. В качестве падающего поля выберем импульсные сигналы гауссовой формы и грозового разряда. Для них [4, 5]

$$f(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}, & \alpha = 700, \\ -\frac{t^2}{2z^2}, & \beta = 4500, \end{cases}$$

$t$  — длительность импульса. Определим граничную частоту  $\Omega_{\text{гр}}$  полосы, в которой содержится 99% энергии импульсного сигнала. Отношение энергии, содержащейся в полосе от 0 до  $\Omega_{\text{гр}}$ , к полной энергии для импульса гауссовой формы определяется следующим образом:

$$\frac{S_{\Delta\omega}}{S_n} = \Phi(\Omega t), \quad (6)$$

где  $\Phi(z)$  — интеграл вероятности. Поскольку длительности реальных импульсов не превышают  $10^{-6}$  —  $10^{-7}$  сек, то из (6) получаем значение граничной частоты  $\Omega_{\text{гр}} = 2,4 \cdot 10^6 \div 2,4 \cdot 10^7$  Гц. Для импульса грозового разряда, аналогично, значение граничной частоты получается равным  $10^4$  Гц. Для определения передаточных функ-

ций данной структуры применялся хорошо разработанный метод задачи Римана—Гильберта [1, 2].

Мы исследуем экранирующие свойства структуры, поэтому будем интересоваться прошедшим полем. В интервале частот до  $\Omega_{\text{гр}}$  распространяющейся является одна гармоника с  $n=0$ . Члены ряда с  $n \neq 0$  образуют весь спектр поверхностных волн, локализованных вблизи структуры. Ими можно пренебречь с сохранением в спектре импульса 99% энергии. В этом случае для  $b_0$  можно получить явное выражение.

С учетом всего сказанного для прошедшего поля получаем

$$\begin{aligned}
 F(t) & \left|_{\substack{z=-h \\ y=0}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\Omega_{\text{гр}}} d\omega e^{-i\omega t} \left\{ \frac{\alpha + i\omega}{\alpha^2 + \omega^2} - \frac{\beta + i\omega}{\beta^2 + \omega^2} \right. \right. \\
 & \times \frac{2T_0 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}}{(1 - \Gamma_0) \left[ i \frac{l}{2\pi c} \omega \left( 1 + \sqrt{\frac{\epsilon \mu_z}{\mu}} \right) \ln \frac{1-u}{2} + 1 + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu} \frac{1+\Gamma_0}{1-\Gamma_0}} \right]} \times \\
 & \times \frac{2i \frac{l}{2\pi c} \omega \frac{\sqrt{\mu \mu_z}}{1 + \sqrt{\mu \mu_z}} \ln \frac{1+u}{2}}{1 + \Gamma_0 + i \frac{l}{2\pi c} \omega \left[ 1 + \Gamma_0 + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu} (1 - \Gamma_0)} \right] \frac{\sqrt{\mu \mu_z}}{1 + \sqrt{\mu \mu_z}} \ln \frac{1+u}{2}}, \tag{7}
 \end{aligned}$$

где  $u = \cos \frac{\pi d}{l}$ ,  $d$  — ширина щелей решетки,  $T_0$  и  $\Gamma_0$  — коэффициенты прохождения и отражения от одного экрана соответственно. Верхняя строка соответствует  $H$ -поляризации, нижняя —  $E$ -поляризации. Ввиду невозможности аналитического исследования (7) с помощью ЭВМ проводилось численное интегрирование. Расчеты показали, что прошедшее поле практически не зависит от размещения лент на периоде, от коэффициента заполнения решетки  $u$ , от расстояния от решетки до экрана  $a$ . Сильное влияние на степень экранирования оказывают проводимость  $\sigma$ , толщина экрана  $\delta$ . При увеличении этих параметров улучшаются и экранирующие свойства.  $E$ -поляризованное поле экранируется значительно лучше, чем  $H$ -поляризованное, так как периодическая решетка не пропускает  $E$ -поляризованную волну.

Упомянутая выше слабая зависимость прошедшего поля от некоторых параметров обуславливает простоту технической реализации данной структуры. Обладая лучшими экранирующими свойствами, чем один экран, и простотой изготовления, данная структура может найти применение во всех тех случаях, где в настоящем времени применяются сплошные экраны.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана—Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков, Изд-во ХГУ, 1971. 400 с.
2. Дифракция волн на решетках. Харьков, Изд-во ХГУ, 1973. 290 с. Авт.: В. П. Шестопалов, Л. Н. Литвиненко, С. А. Масалов, В. Г. Сологуб.
3. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., «Наука», 1973. 345 с.
4. Garrison C. W. Transient electromagnetic field propagation through infinite sheets, into spherical shells, and into hollow cylinders. — IEEE, TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION, 1964, vol. AP-12, № 3, p. 319—334.
5. Lindh G. The transmission and reflection of an exponential shock wave impinging on a homogeneous elastic plate immersed in a liquid. — ACOUSTICA, 1955, vol. 5, № 5, p. 288—292.

УДК 538.574.4 : 533.9

В. Н. КРЕПАК, канд. физ.-мат. наук,  
И. П. ЯКИМЕНКО, д-р физ.-мат. наук

### РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ С НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМОЙ

1. Получение строгого решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на радиально-неоднородных цилиндрических плазменных образованиях зависит от возможности выразить в известных функциях решение дифференциальных уравнений при заданном законе изменения параметров плазмы. Такие решения связаны либо с выбором специфических профилей диэлектрической проницаемости, либо с упрощенной постановкой задачи, или, если это возможно, с непосредственным численным интегрированием [1, 2]. Сравнительно узкий класс получающихся таким образом решений недостаточен для расшифровки данных экспериментов, так как реально выражющиеся законы изменения параметров плазмы по радиусу относятся, как правило, к тем случаям, для которых строгие решения невозможны. Поэтому широко используются приближенные методы [3], позволяющие значительно расширить возможности для решения этой проблемы.

2. Один из приближенных методов, возникший под влиянием общей теории волновых процессов в слоистых средах [4], заключается в аппроксимации произвольно неоднородного объекта слоистой структурой с сохранением закона пространственного изменения параметров. Этот метод достаточно надежен и удобен в сочетании с ЭВМ, его главное преимущество — универсальность, что позволяет исследовать как гладко-, так и кусочно-неоднородные среды. Формальное решение задачи дифракции плоской волны на плазменном цилиндре, содержащем  $N+1$  ( $N$  — произвольно) однородных слоев с произвольными параметрами, дано в [5, 6]. В этих работах проводится численный анализ рассеивающих ха-

рактеристик радиально-неоднородного плазменного цилиндра. Исследуются зависимости от частоты сечения обратного рассеяния

$$\sigma_b = \frac{4}{k_\perp} \left\{ \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n a_n \right|^2 + \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n b_n \right|^2 \right\} \quad (1)$$

и дифференциальное сечение рассеяния

$$d\sigma(\varphi) = \frac{2}{\pi k_\perp} \left\{ \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{in\varphi} \right|^2 + \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{in\varphi} \right|^2 \right\}, \quad (2)$$

где  $k_\perp = k \cos \alpha$ ;  $k = \frac{\omega}{c}$ ;  $\alpha$  — угол падения плоской волны,  $a_n$  и  $b_n$  — амплитудные коэффициенты рассеянного поля. В [5, 6] даны формальные выражения для  $a_n$  и  $b_n$ , используемые нами в работах. Их общая структура не изменится, если усложнить структуру рассматриваемого объекта, рассмотреть, например, металлический цилиндр, покрытый слоем неоднородной плазмы. Исследовался случай нормального падения волны ( $a=0$ ), тогда для  $p$ -поляризации падающей волны ( $E_z^{\text{пад}} \neq 0$ ,  $H_z^{\text{пад}} = 0$ )  $b_n = 0$ , а для  $s$ -поляризации ( $E_z^{\text{пад}} = 0$ ,  $H_z^{\text{пад}} \neq 0$ ) —  $a_n = 0$ . На рисунках показаны результаты расчетов при  $N+1=20$ . Зависимости  $k\sigma_B$  от частоты  $k_a$ ,  $a$  — радиус цилиндра (для линейного закона изменения плотности электронов по радиусу для различных параметров  $\alpha_0^2 = \left(\frac{\Omega_0 a}{c}\right)^2$ ,  $\Omega_0$  — ленгмюровская

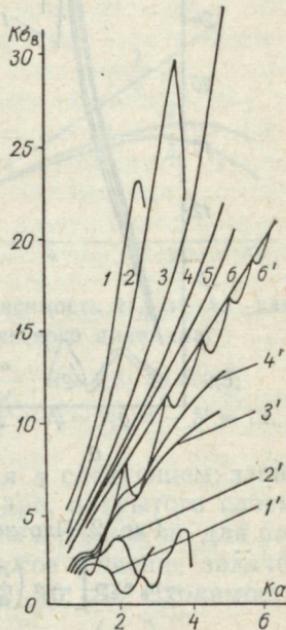


Рис. 1. Зависимость  $k\sigma_B$  от частоты:  $\alpha_0^2 = \left(\frac{\Omega_0 a}{c}\right)^2$ ;  $n = n_0 \left(1 - \alpha \frac{r}{a}\right)$ ;  $\alpha = 0,7$ ;  $1 - \alpha_0^2 = 10$ ;  $2 - \alpha_0^2 = 20$ ;  $3 - \alpha_0^2 = 50$ ;  $4 - \alpha_0^2 = 100$ ;  $5 - \alpha_0^2 = 200$ .

частота на оси, характеризующего плотность плазмы на оси цилиндра, показаны на рис. 1. Сопоставляя эти кривые, можно показать, что по мере увеличения плотности плазмы на оси (закон изменения остается прежним) и коэффициент  $\alpha$ , характеризующий период плотности от оси к стенке, также не изменяется, кривые приближаются к зависимостям для идеального металлического цилиндра (6 и 6'): для  $p$ -поляризации — это кривые 1, 2, 3, 4, 5,  $s$ -поляризации — кривые 1', 2', 3', 4', 5'. Это подтверждает тот факт, что плотная плазма ведет себя во многом подобно метал-

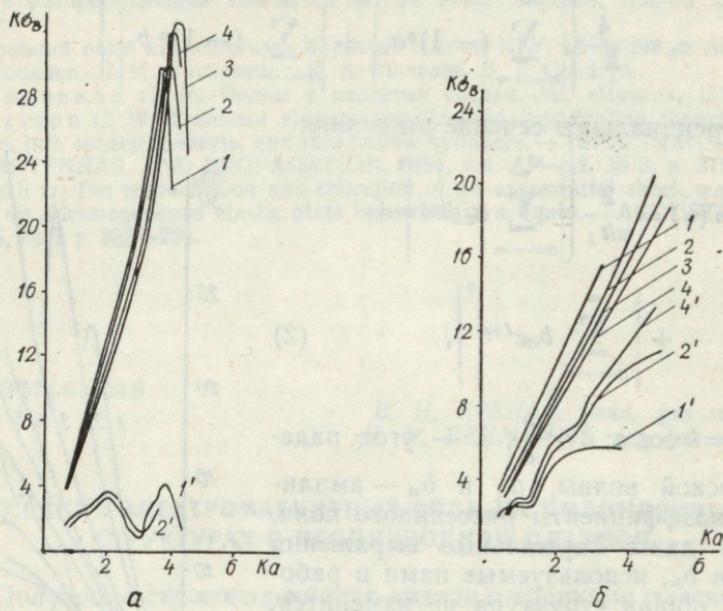


Рис. 2. Плотность плазмы:  $a - I - n = n_0 \left(1 - \alpha \frac{r}{a}\right)$ ;  $2 - n = n_0 \exp \left[-\alpha \left(\frac{r}{a}\right)^2\right]$ ;  $3 - n = n_0 \left[1 - \alpha \left(\frac{r}{a}\right)^2\right]$ ;  $4 - n = n_0 J_0 \times \left(\alpha \frac{r}{a}\right)$ ;  $\alpha_0^2 = 20$ ;  $\delta - n = n_0 \exp \left[-\alpha \left(\frac{r}{a}\right)^2\right]$ ;  $\alpha_0^2 = 100$ ;  $I - \alpha = 2,302$ ;  $2 - \alpha = 1,2$ ;  $3 - \alpha = 0,693$ ;  $4 - \alpha = 0,105$ .

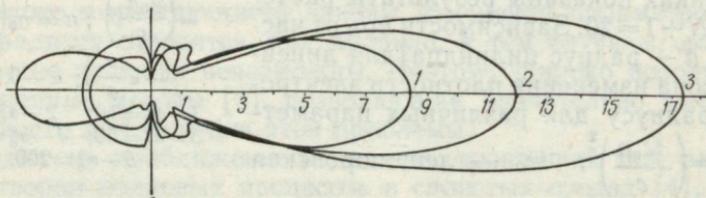


Рис. 3. Дифференциальное сечение рассеяния  $de(Y)$ :  
 $n = n_0 \exp \left[-\alpha \left(\frac{r}{a}\right)^2\right]$ ;  $\alpha = 1,2$ ;  $1 - \alpha = 20$ ;  $ka = 2,0$ ;  $2 - \alpha_0^2 = 20$ ;  $ka = 3,6$ ;  $3 - \alpha_0^2 = 100$ ;  $ka = 3,6$ .

луту. Конкретный закон изменения плотности электронов плазмы по радиусу не оказывает существенного влияния на качественные закономерности характеристик рассеяния, как видно из рис. 2, а, где представлены зависимости  $k\sigma_B$  от  $ka$  для обеих поляризаций падающей волны. Законы изменения  $n(r)$  приведены на рис. 2, а.

Переход параметров плазмы от оси к стенке, его характеризуют значения  $\alpha$ , оказывает более существенное влияние на отражательные характеристики плазменного цилиндра для  $p$  и  $s$ -поляризации. Это показано на рис. 2, б.

Распределения рассеянной энергии по углу, т. е. дифференциальное сечение рассеяния  $d\sigma(\phi)$ , представлены на рис. 3, где даны диаграммы для различных параметров и частот падающей волны.

3. Использование представления неоднородной среды слоистой ставит задачу о выяснении сходимости получающихся решений к точному при увеличении числа  $N$ . Нами был проведен численный эксперимент, заключающийся в следующем: зависимости  $k\sigma_B$  от  $ka$  для металлического цилиндра, покрытого слоем неоднородной плазмы, были рассчитаны нашим методом, но для параметра и закона из [1], допускающего строгое решение задачи. Кривые 1, 2, 3 рис. 4 соответствуют  $N+1=2; 10; 20$ . Сходимость решений к точному (кривая 3) очевидна.

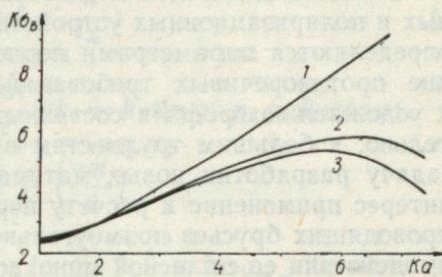


Рис. 4. Зависимость  $k\sigma_B$  от  $ka$  для металлического цилиндра:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\alpha}{kr}; \quad \alpha = 0,5; \quad kb = 0,5;$$

1 —  $N = 1$ ; 2 —  $N = 10$ ; 3 —  $N = 20$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yeh C., Kapvielian Z. A. Scattering from a Cylinder Coated with an Inhomogeneous dielectric sheath. — Canadian J. Phys., 1963, vol. 41, № 1, p. 143—151.
2. Neuringer J. L., Stekert J. J. Electromagnetic Scattering from an Inhomogeneous, Collisionless Plasma Cylinder. — J. Math. Phys., 1968, vol. 9, № 1, p. 155—163.
3. Корбанский И. Н., Стельман Г. Е. Рассеяние плоской электромагнитной волны неоднородным бесконечно длинным цилиндром круглого сечения. — «Радиотехника и электроника», 1966, т. XI, № 4, с. 632.
4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., «Наука», 1973. 343 с.
5. Якименко И. П. Колебания неоднородного плазменного цилиндра. — ЖТФ, 1966, т. XXXVI, № 5, с. 868—876.
6. Якименко И. П. Рассеяние звука неоднородным цилиндром. — «Акуст. журн.», 1968, т. XIV, вып. 1, с. 112—121.

## ПРИМЕНЕНИЕ ОПЕРАТОРНОГО МЕТОДА К РАСЧЕТУ ОБЪЕМНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕТОК

Свойства делителей мощности, спектроанализаторов, селективных и поляризационных устройств миллиметрового диапазона волн определяются параметрами периодических решеток. Удовлетворение противоречивых требований к их характеристикам приводит к усложнению профиля составных элементов решетки, а следовательно, к большим трудностям в теоретическом анализе и ставит задачу разработки новых математических методов. Представляет интерес применение к расчету периодической решетки из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения при взаимодействии ее с плоской монохроматической волной операторного метода. Идея метода взята из оптических исследований по многолучевой интерференции [1] и развита для краевых задач в работах [2, 3, 4].

Метод заключается в разбиении сложной структуры на более простые неоднородности, решение задач дифракции для которых известно или легко может быть получено, что, в свою очередь, позволяет создать универсальные алгоритмы расчета решеток как с простой, так и сложной формой рассеивателя.

По аналогии с работой [1], отраженное и прошедшее поля в исследуемой структуре имеют вид

$$\{R_c + T_b e R_b [I + (e R_b)^2 + (e R_b)^4 + \dots] e T_c\} \vec{i}, \quad \{T_b [I + (e R_b)^2 + (e R_b)^4 + \dots] e T_c\} \vec{i},$$

где  $\vec{i} = \{i_s\}_{s=-\infty}^{+\infty}$  — вектор-столбец первичного поля,  $R_c, R_b, T_c, T_b$  — матрицы отражения и прохождения электромагнитной волны, которые определяются решением двух задач: дифракции плоской волны на периодической решетке из полу бесконечных металлических плоскостей конечной толщины и распространения волны в волноводах, образованных этими плоскостями; матрица  $e$  определяется фазовыми функциями распространяющихся и затухающих волн в волноводных каналах. Поскольку расстояние между отражающими поверхностями конечно, то норма матрицы  $e R$  меньше единицы и операторные ряды Неймана сходятся, и их сумма определяет обобщенные матрицы рассеяния

$$R^{\text{отр}} = R_c + T_b e R_b [I - (e R_b)^2]^{-1} e T_c, \quad T^{\text{пр}} = T_b [I - (e R_b)^2]^{-1} e T_c.$$

Периодичность структуры и ее однородность вдоль оси  $x$  позволяют представить поля в задаче дифракции следующим образом:

$$H_x = \begin{cases} e^{-ip_0 z} \cdot e^{ih_0 y} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \tilde{e}^{ip_n z} \cdot e^{ith_n y}; & z \geq 0 \\ e^{ik \cdot \sin \varphi \cdot n \cdot l} \sum_{m=0}^{\infty} b_m e^{-iq_m z} \cdot \cos \frac{\pi m}{d} \left( y - nl + \frac{d}{2} \right); & z < 0; \\ |y - nl| < \frac{d}{2}; \end{cases} \quad (1)$$

$$p_n = \sqrt{k^2 - h_n^2}; \quad h_n = h_0 + \frac{2\pi n}{l}; \quad h_0 = k \cdot \sin \varphi; \quad p_0 = k \cdot \cos \varphi;$$

$$q_m = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi m}{d}\right)^2}.$$

Знаки  $p_n$  и  $q_m$  выбраны так, что  $\operatorname{Im} p_n > 0$  и  $\operatorname{Im} q_m > 0$ ; если же  $\operatorname{Im} p_n = 0$  и  $\operatorname{Im} q_m = 0$ , то  $\operatorname{Re} p_n \geq 0$  и  $\operatorname{Im} q_m \geq 0$ .

Применение граничных условий с учетом идеальной проводимости приводит к функциональным уравнениям:

$$e^{ih_0 y} \left( -p_0 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n p_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} \right) = 0; \quad \frac{d}{2} \leq |y| < \frac{l}{2};$$

$$-p_0 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n p_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = -e^{-ih_0 y} \sum_{m=0}^{\infty} b_m q_m \cdot \cos \frac{\pi m}{d} \left( y + \frac{d}{2} \right);$$

$$|y| < \frac{d}{2};$$

$$1 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = e^{-ih_0 y} \sum_{m=0}^{\infty} b_m \cdot \cos \frac{\pi m}{d} \left( y + \frac{d}{2} \right); |y| < \frac{d}{2}.$$

Методом переразложений [4] можно показать эквивалентность данных функциональных уравнений и бесконечной системы линейных алгебраических уравнений 2-го рода:

$$a_n - \sum_{s=-\infty}^{+\infty} P_{ns} a_s = \gamma_n^{(1)} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots), \quad (2)$$

$$\text{где } P_{ns} = -8 \frac{1}{\pi^2} \cdot \Theta^2 \cdot \frac{(\times \sin \varphi + n)(\times \sin \varphi + s)}{\sqrt{\times^2 - (\times \sin \varphi + n)^2}} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_0^m) \times$$

$$\times \sqrt{(2x\theta)^2 - m^2} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2} [2\theta(x \sin \varphi + s) - m]}{[4\theta^2(x \sin \varphi + s)^2 - m^2]} \times$$

$$\times \frac{\sin \frac{\pi}{2} [2\theta(x \sin \varphi + n) - m]}{[4\theta^2(x \sin \varphi + n)^2 - m^2]};$$

$$\gamma_n^{(1)} = -8 \frac{1}{\pi^2} \Theta^2 \cdot \frac{x \sin \varphi \cdot (x \sin \varphi + n)}{\sqrt{x^2 - (x \sin \varphi + n)^2}} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_0^m) \times$$

$$\times \sqrt{(2x\theta)^2 - m^2} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2} [2\theta(x \sin \varphi) - m]}{[4\theta^2(x \sin \varphi)^2 - m^2]} \times$$

$$\times \frac{\sin \frac{\pi}{2} [2\theta(x \sin \varphi + n) - m]}{[4\theta^2(x \sin \varphi + n)^2 - m^2]} + \delta_0^n.$$

Ниже приведено уравнение, определяющее связь между коэффициентами  $b_m$  и  $a_s$ :

$$b_m = 4 \frac{1}{\pi} \cdot \Theta(2 - \delta_0^m) e^{-i \frac{\pi m}{2}} \left\{ x \sin \varphi \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2} [2\theta(x \sin \varphi) - m]}{[4\theta^2(x \sin \varphi)^2 - m^2]} + \right. \\ \left. + \sum_{s=-\infty}^{+\infty} a_s (x \sin \varphi + s) \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2} [2\theta(x \sin \varphi + s) - m]}{[4\theta^2(x \sin \varphi + s)^2 - m^2]} \right\}. \quad (3)$$

Здесь  $x = \frac{k \cdot l}{2\pi}$ ;  $\Theta = \frac{d}{l}$ ;  $k$  — волновое число,  $l$  — период,  $d$  — ширина щели.

Поля в задаче о распространении волны в волноводах, образованных плоскостями, имеют вид:

$$H_x = \begin{cases} e^{iq_0 z} + \sum_{m=0}^{\infty} c_m e^{-iq_m z} \cdot \cos \frac{\pi m}{d} \left( y - nl + \frac{d}{2} \right); & z < 0; \\ |y - nl| < \frac{d}{2}; \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} d_n e^{ip_n z} \cdot e^{ih_n y}; & z \geq 0. \end{cases}$$

Применение граничных условий и метода переразложений приводит к системе уравнений 2-го рода:

$$d_n - \sum_{s=-\infty}^{+\infty} P_{ns} d_s = \gamma_n^{(2)}; \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2\dots); \quad (4)$$

$$\gamma_n^{(2)} = 8 \frac{1}{\pi^2} \Theta^2 \chi^2 \cdot \frac{\sin \varphi}{\sqrt{\chi^2 - (\chi \sin \varphi + n)^2}} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2} [2\Theta(\chi \sin \varphi + n)]}{[4\Theta^2 (\chi \sin \varphi + n)^2]}.$$

Связь между коэффициентами  $C_m$  и  $d_s$  задается уравнением

$$C_m = 4 \frac{1}{\pi^2} \cdot \Theta (2 - \delta_0^m) \cdot e^{-\frac{i \pi m}{2}} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} d_s (\chi \sin \varphi + s) \times \\ \times \frac{\sin \frac{\pi}{2} \left[ \frac{2}{\pi} \Theta (\chi \sin \varphi + s) - m \right]}{[4\Theta^2 (\chi \sin \varphi + s)^2 - m^2]} - \delta_0^m.$$

В работе [4] показана применимость метода редукции к системам уравнений (2) и (4). Порядок усечения определяется требуемой точностью и зависит от частотного диапазона  $\chi$  и расстояния

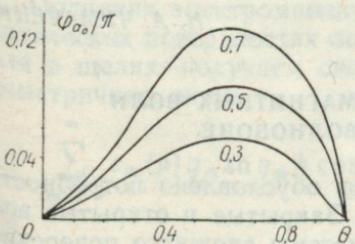


Рис. 1. Зависимость фазы коэффициента отражения  $\varphi_{a_0}$  от параметра заполнения  $\theta$  при разных  $\chi$ .

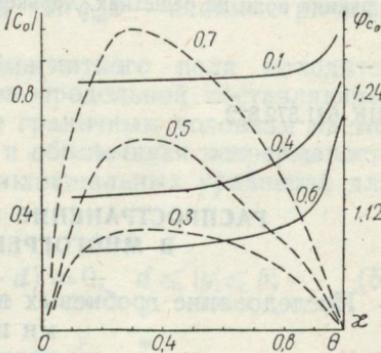


Рис. 2. Дисперсионная зависимость модуля коэффициента отражения для разных параметров заполнения  $\theta$  — сплошная линия. Пунктирная линия — зависимость фазы коэффициента отражения  $\varphi_{c_0}$  от параметра заполнения при разных частотах  $\chi$ .

Между отражающими поверхностями. При расчете исследовались матрицы 21 порядка, что обеспечивало высокую точность значений коэффициентов рассеяния в одноволновой области, где исследуемые структуры находят наиболее широкое применение. На

рис. 1 показаны дисперсионные зависимости коэффициента отражения нулевой гармоники матрицы  $R_b$  для различных параметров заполнения. Зависимость фазы основной гармоники коэффициента отражения матрицы  $R_c$  от параметра заполнения при разных частотах приведены на рис. 2. Если первый параметр имеет ценность для обеспечения интерференционных явлений в объемной решетке, так как определяет резонансную полосу пропускания, то вторая зависимость имеет самостоятельное значение с точки зрения возможности использования полуబесконечных решеток с переменным параметром заполнения для фокусировки отраженного поля.

Изложенная методика позволяет рассчитывать периодические решетки с элементами более сложных профилей при известном решении соответствующих реперных задач, например о распространении волн в волноводе со ступенчатой неоднородностью.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., «Наука», 1970. 370 с.
2. Pace I. R. and Mittra R. Generalized Scattering Matrix Analysis of Waveguide Discontinuity Problems. — Proc. Symp. Quasioptic Politech. Institute of Brooklyn, 1964, vol. 1, p. 15—23.
3. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана—Гильберта в теории дифракции. Харьков, Изд-во Харьк. ун-та, 1971. 341 с.
4. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А. и др. Дифракция волн на решетках. Харьков, Изд-во Харьк. ун-та, 1973. 288 с.

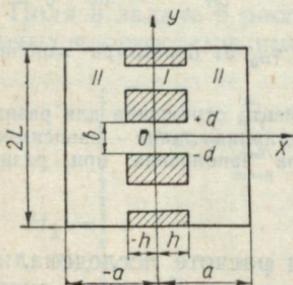
УДК 621.372.822

Н. А. ЧУМАЧЕНКО

#### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В МНОГОГРЕБНЕВОМ ВОЛНОВОДЕ

Исследование гребневых волноводов обусловлено потребностями практики. Закрытые и открытые волноведущие системы сложного поперечного сечения используются как малогабаритные линии в сантиметровом и миллиметровом диапазоне волн. Среди таких систем канализации электромагнитной энергии главным образом следует отметить волноводы *H*- и *P*-образного поперечного сечения и желобковые волноводы. Обстоятельный обзор литературы по этой тематике приведен в работе [1].

Решим задачу о распространении *H*-волн в многогребневом волноводе (см. рисунок). Продольную составляющую магнитного поля для двух областей распространения



представим в виде

$$H_{z1} = e^{iz} \sum_{\mu=-N+1}^{N-1} e^{i\pi M \frac{\mu}{2N}} F_{\mu}^{(1)}(x, y); \quad (1)$$

$$H_{z2} = e^{iz} \sum_{\mu=-N+1}^{N-1} e^{i\pi \mu \frac{y}{2Nb}} F_{\mu}^{(2)}(x, y). \quad (2)$$

В выражениях (1), (2) приняты следующие обозначения:  $\gamma$  — искомая постоянная распространения;  $M$  — номер щели в области 1;  $2Nb = 2L$  — ширина волновода;

$$F_{\mu}^{(1)}(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m(\mu) \frac{\operatorname{ch} q_m x \cos \frac{\pi m}{2d} (y + d + 2Mb)}{\operatorname{sh} q_m x}; \quad (3)$$

$$F_{\mu}^{(2)}(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_n(\mu) e^{p_n x} + b_n(\mu) e^{-p_n x}] e^{i \frac{\pi n}{b} y}; \quad (4)$$

$a_n, b_n, c_n$  — искомые коэффициенты Фурье;

$$p_n = i \sqrt{k_c^2 - \frac{\pi^2}{b^2} \left(n + \frac{\mu}{2N}\right)^2}; \quad q_m = i \sqrt{k_c^2 - \left(\frac{\pi m}{2d}\right)^2}; \quad k_c^2 = k^2 - \gamma^2.$$

В соотношении (3)  $\operatorname{ch} q_m x$  соответствует симметричным относительно плоскости  $x = 0$  волнам, а  $\operatorname{sh} q_m x$  — несимметричным волнам.

Поперечные компоненты электромагнитного поля находятся из уравнений Максвелла с помощью продольной составляющей  $H_z$ . Подчиняя электромагнитное поле граничным условиям на металлических поверхностях волновода и обеспечивая непрерывность поля в щелях, получаем систему функциональных уравнений для симметричных волн:

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_m(\mu) q_m \operatorname{sh} q_m h \cos \frac{\pi m}{2d} (y + d) = 0, \quad d \leq |y| \leq b; \quad (5)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_m(\mu) q_m \operatorname{sh} q_m h \cos \frac{\pi m}{2d} (y + d) = e^{i\pi \mu \frac{y}{2Nb}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(\mu) p_n (e^{p_n h} - e^{-p_n h}) e^{i \frac{\pi n}{b} y}, \quad |y| \leq d; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} c_m(\mu) \operatorname{ch} q_m h \cos \frac{\pi m}{2d} (y + d) &= e^{i\pi \mu \frac{y}{2Nb}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(\mu) (e^{p_n h} + \\ &+ e^{2p_n h} e^{-p_n h}) e^{i \frac{\pi n}{b} y}, \quad |y| \leq d; \end{aligned} \quad (7)$$

для несимметрических волн:

$$\sum_{m=0}^{\infty} c_m(\mu) q_m \operatorname{ch} q_m h \cos \frac{\pi m}{2d} (y+d) = 0, \quad d < |y| < b; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} c_m(\mu) q_m \operatorname{ch} q_m h \cos \frac{\pi m}{2d} (y+d) = & e^{i\pi\mu \frac{y}{2Nb}} \sum_{m=0}^{\infty} a_n(\mu) p_n (e^{p_n h} - \\ & - e^{2p_n a} e^{-p_n h}) e^{i \frac{\pi n}{b} y}; \quad |y| < d; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} c_m(\mu) \operatorname{sh} q_m h \cos \frac{\pi m}{2d} (y+d) = & e^{i\pi\mu \frac{y}{2Nb}} \sum_{m=0}^{\infty} a_n(\mu) (e^{p_n h} + \\ & + e^{2p_n a} e^{-p_n h}) e^{i \frac{\pi n}{b} y}, \quad |y| < d. \end{aligned} \quad (10)$$

Системы (5) — (10) сводятся к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго рода [2]:

$$a_n(\mu) p_n (e^{p_n h} - e^{2p_n a} e^{-p_n h}) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m(\mu) q_m \operatorname{sh} q_m h L_{mn}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (11)$$

$$c_m(\mu) \operatorname{ch} q_m h = \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s(\mu) (e^{p_s h} + e^{2p_s a} e^{-p_s h}) K_{ms}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Определяя из (12)  $c_m(\mu)$  и подставляя его в (11), получаем однородную СЛАУ относительно искомых коэффициентов  $a_n(\mu)$  для фиксированного значения  $\mu$  из допустимого интервала:

$$a_n(\mu) - Q_n^{-1}(\mu) \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s(\mu) R_s(\mu) \phi_s(\mu) = 0, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (13)$$

В (13) введены обозначения:

$$Q_n^{-1}(\mu) = [p_n (e^{p_n h} - e^{2p_n a} e^{-p_n h})]^{-1}; \quad R_s(\mu) = e^{p_s h} + e^{2p_s a} e^{-p_s h};$$

$$\phi_s(\mu) = \sum_{m=0}^{\infty} q_m \operatorname{th} q_m h K_{ms} L_{mn};$$

$$K_{ms} = \varepsilon_n \frac{2\theta \left( s + \frac{\mu}{2N} \right)}{2\theta \left( s + \frac{\mu}{2N} \right) + m} S_{ms} e^{-im\frac{\pi}{2}};$$

$$L_{mn} = \frac{20^2 \left( n + \frac{\mu}{2N} \right)}{20 \left( n + \frac{\mu}{2N} \right) + m} S_{mn} e^{im\frac{\pi}{2}};$$

$$S_{mn} = \frac{\sin \frac{\pi}{2} \left[ 20 \left( n + \frac{\mu}{2N} \right) - m \right]}{\frac{\pi}{2} \left[ 20 \left( n + \frac{\mu}{2N} \right) - m \right]};$$

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1, & m = 0, \\ 2, & m \neq 0, \end{cases} \quad \theta = \frac{d}{b}.$$

Бесконечная система линейных алгебраических уравнений (13) является строгим решением граничной электродинамической задачи о распространении электромагнитных волн  $H$ -типа в рассматриваемом многогребневом волноводе, причем никаких ограничений на параметры системы не накладывалось. Критические частоты можно находить из условия равенства нулю определителя системы уравнений (13).

Для случая  $\theta^2 \ll 1$  характеристическое уравнение для определения критических частот имеет вид:

#### Симметричные волны

$$1 - \theta k_c \operatorname{tg} k_c h \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{cth} [p_s(\mu) (a - h)]}{p_s(\mu)} S_{0s}^2(\mu) = 0, \quad (14)$$

#### Несимметричные волны

$$1 + \theta k_c \operatorname{ctg} k_c h \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{cth} [p_s(\mu) (a - h)]}{p_s(\mu)} S_{0s}^2(\mu) = 0, \quad (15)$$

где

$$S_{0s}(\mu) = \frac{\sin \pi \theta \left( s + \frac{\mu}{2N} \right)}{\pi \theta \left( s + \frac{\mu}{2N} \right)}, \quad -N + 1 \leq \mu \leq N - 1.$$

Уравнения (14) и (15) дают возможность получить расчетные формулы для критических длин волн в многогребневом волноводе с точностью до величин, пропорциональных  $\theta^3$ :  
для симметричных волн

$$k_c^2 = \frac{- \left[ \frac{1}{\theta h} + \frac{1}{a_1} - \left( \frac{\pi}{b} \frac{\mu}{2N} \right)^2 A \right]}{2A} \pm$$

$$\pm \frac{\sqrt{\left[ \frac{1}{\theta h} + \frac{1}{a_1} - \left( \frac{\pi}{b} \frac{\mu}{2N} \right)^2 A \right]^2 + 4A \frac{1}{\theta h} \left( \frac{\pi}{b} \frac{\mu}{2N} \right)^2}}{2A},$$

где  $A = \frac{2b}{\pi} \ln \sin \frac{\pi\theta}{2} - \frac{h}{3\theta} - \frac{a_1}{3}$ ,  $a_1 = a - h$ ;

для несимметричных волн

$$k_c^2 = \frac{-a_1 \left[ \frac{h}{\theta} + \frac{a_1^2 + h^2}{3a_1} - \frac{2b}{\pi} \ln \sin \frac{\pi\theta}{2} - \left( \frac{\pi}{b} \frac{\mu}{2N} \right)^2 A \right]}{2a_1 A} \pm$$

$$\pm \frac{\sqrt{a_1^2 \left[ \frac{h}{\theta} + \frac{a_1^2 + h^2}{3a_1} - \frac{2b}{\pi} \ln \sin \frac{\pi\theta}{2} - \left( \frac{\pi}{b} \frac{\mu}{2N} \right)^2 A \right]^2 - 4a_1 A \left[ a_1 \left( \frac{\pi}{b} \frac{\mu}{2N} \right)^2 B - 1 \right]}}{2a_1 A},$$

где  $A = \frac{h^2}{3} \frac{2b}{\pi} \ln \sin \frac{\pi\theta}{2}$ ;  $B = \frac{2b}{\pi} \ln \sin \frac{\pi\theta}{2} - \frac{h}{\theta} - \frac{a_1}{3}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Снурникова Г. К. Распространение электромагнитных волн в открытых и закрытых волноводах сложного поперечного сечения. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. М., 1967. 21 с.
2. Сологуб В. Г., Шестопалов В. П., Половников Г. Г. Дифракция электромагнитных волн на металлических решетках с узкими щелями. — ЖТФ, 1967, т. 37, № 4, с. 666—679.

УДК 621.372.852

Н. И. УКРАЙНЕЦ  
Н. А. ХИЖНЯК, д-р физ.-мат. наук

#### РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КУБЕ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВЛНОВОДЕ

Рассеяние электромагнитных волн на диэлектрических телах правильной формы, изготовленных из материалов с большими  $\epsilon$  и малыми  $\operatorname{tg} \delta$  и расположенных в волноводе, характеризуется возникновением резонансов электрического и магнитного типов [1—6]. Как показано в [5], изменение размеров куба приводит к смещению резонансов и возникновению резонансов других порядков.

В настоящей работе по измеренным резонансным длинам волн для кубов с  $\epsilon=92$  и  $\epsilon=151$  получены эмпирические соотношения, связывающие резонансную длину волны  $\lambda$  в свободном пространстве с размером ребра куба  $a$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  материала, из которого изготовлен куб. Измерения проводились в диапазоне длин волн 2,84—4,16 см на основной волне  $H_{10}$ . Кубы размещались в геометрическом центре поперечного сечения прямогоугольного волновода.

На рис. 1, а представлены зависимости резонансной длины волн от размера стороны куба с  $\epsilon=92$ , а на рис. 1, б — для кубов с  $\epsilon=151$ . Как следует из графиков, эти зависимости носят линейный характер. Сплошные прямые изображают положения резонансов электрического типа, а пунктирные — магнитного. Прямые 1 и 1' соответствуют резонансам первого порядка, прямые 2 и 2' — второго, прямые 3 и 3' — третьего и т. д.

Ниже приводятся формулы для определения положения резонансов электрического и магнитного типов. Порядок и тип резонансов были определены по методике, разработанной для диэлектрической резонансной сферы [3].

В случае резонансов электрического типа

$$\lambda_1 = 0,848 a \sqrt{\epsilon}, \quad (1)$$

$$\lambda_2 = 0,551 a \sqrt{\epsilon}, \quad (2)$$

$$\lambda_3 = 0,533 a \sqrt{\epsilon}, \quad (3)$$

$$\lambda_4 = 0,474 a \sqrt{\epsilon}, \quad (4)$$

$$\lambda_5 = 0,409 a \sqrt{\epsilon}, \quad (5)$$

$$\lambda_6 = 0,390 a \sqrt{\epsilon}, \quad (6)$$

$$\lambda_7 = 0,364 a \sqrt{\epsilon}. \quad (7)$$

В случае резонансов магнитного типа

$$\lambda_1 = 1,171 a \sqrt{\epsilon}, \quad (8)$$

$$\lambda_2 = 0,683 a \sqrt{\epsilon}, \quad (9)$$

$$\lambda_3 = 0,652 a \sqrt{\epsilon}, \quad (10)$$

$$\lambda_4 = 0,581 a \sqrt{\epsilon}, \quad (11)$$

$$\lambda_5 = 0,454 a \sqrt{\epsilon}, \quad (12)$$

$$\lambda_6 = 0,423 a \sqrt{\epsilon}, \quad (13)$$

$$\lambda_7 = 0,377 a \sqrt{\epsilon}. \quad (14)$$

Из всех возможных резонансов электрические и магнитные колебания с длинами волн  $\lambda_1^e$  и  $\lambda_1^m$  являются самыми низшими. Для некоторых размеров кубов наблюдалось расщепление резонансов. К тому же резонансы пятого порядка для магнитных типов со-

проводятся дополнительными, положение которых подчиняется соотношению

$$\lambda = 0,458 a \sqrt{\epsilon}. \quad (15)$$

На рис. 1, б эти резонансы отмечены прямой 5''.

Величина КСВ между резонансами магнитного типа четвертого порядка и электрического второго порядка достигает больших значений. Например, у куба с  $\epsilon=92$  и  $a=5,68$  мм это значение равно  $\approx 12$ . Сочетание этих двух резонансов дает широкую резонансную полосу, что

может быть принято во внимание при конструировании широкополосных устройств СВЧ с использованием резонансных кубов.

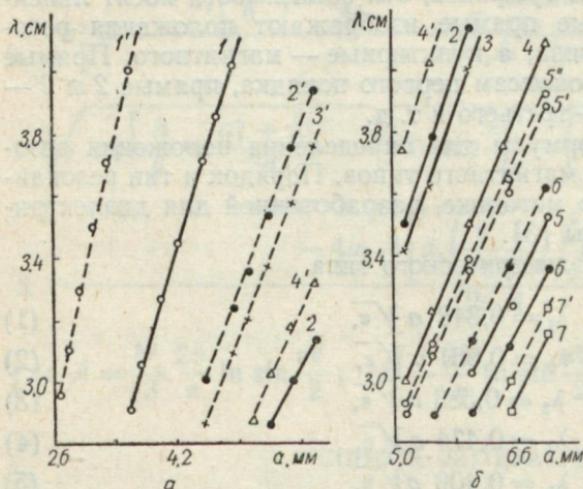


Рис. 1. Зависимость резонансной длины волны от размера стороны:  
а — для кубов с  $\epsilon=92$ ; б — с  $\epsilon=151$ . Сплошные прямые соответствуют резонансам электрического типа, пунктирные — магнитного.

Для проверки полученных соотношений кубы, изготовленные из материала с  $\epsilon=92$ , помещались в геометрический центр поперечного сечения волновода  $58 \times 25$  мм $^2$  и исследовались с помощью автоматического измерителя КСВ типа Р2-19А в диапазоне длин волн 6,38—9,38 см. Результаты измерений приведены в таблице. Измеренные резонансы являются магнитными резонансами первого порядка, и их положение хорошо согласуется с условием (8).

Полученные соотношения можно использовать для измерения диэлектрической проницаемости веществ с большими  $\epsilon$  и малыми  $\operatorname{tg} \delta$ .

На рис. 2 представлены результаты измерений для двух кубов одинаковых размеров с длиной ребра  $a=2,65$  мм, но изготовленных из разных материалов с  $\epsilon=92$  (кривая 1) и  $\epsilon=151$  (кривая 2). Кубы помещались в геометрический центр волновода  $10 \times 23$  мм $^2$ . Оба резонанса магнитного типа первого порядка, и их положение согласуется с условием (8).

Поскольку измерения  $\epsilon$  косвенные, то ошибка измерений может быть определена дифференцированием соответствующего данному типу и порядку резонанса выражения из (1)—(15). Учитывая, что кубы могут быть изготовлены с точностью 0,01 мм, а основная погрешность частоты составляет  $\pm 0,005\%$  и средняя квадратич-

ная ошибка в определении коэффициента при  $aV_e$  в выражении (8) равна 0,5%, получим, например, для куба с  $a=2,65$  мм и  $\epsilon=151$ .  $\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} = 1,25\%$ .

Ошибка в определении  $\epsilon$  может быть снижена при переходе в более длинноволновый диапазон. Куб с  $\epsilon=151$  и  $a=5,15$  мм помещался в геометрический центр волноводного тректа сечением

$a$ , мм	$\lambda$ , см
7,00	7,80
6,80	7,68
6,61	7,46
6,40	7,25
6,20	7,04
6,00	6,78
5,68	6,44

$58 \times 25$  мм<sup>2</sup>. Измеренный на длине волны  $\lambda=7,50$  см резонанс является резонансом магнитного типа первого порядка. Его положение согласуется с (8).

Таким образом, полученные соотношения можно применять для измерения  $\epsilon$  диэлектриков, из которых изготовлены кубы.

Рассмотрим теперь влияние стенок волновода на характеристики рассеяния электромагнитных волн на диэлектрическом кубе в прямоугольном волноводе. Для этого куб с  $\epsilon=151$  и  $a=5,15$  мм перемещался к стенкам волновода в специально сконструированных секциях с микрометрическими винтами.

Исследования показывают, что перемещение куба к широкой стенке приводит к увеличению КСВ при резонасах электрического типа в 1,5—2 раза при его размещении на широкой стенке по сравнению с расположением в геометрическом центре и к значительному расширению резонансной полосы. Так, например, для данного куба резонансная полоса электрического резонанса четвертого порядка на длине волны  $\lambda=3,02$  см для куба на широкой стенке почти в 2 раза шире, чем для куба в геометрическом центре на уровнях 0,5 от максимального значения КСВ. К тому же размещение куба на широкой стенке привело к появлению ряда новых резонансов, спектр которых усложнен их расщеплением. В то же время магнитный резонанс четвертого порядка на длине волны  $\lambda=3,77$  см по величине КСВ остался практически неизменным.

Перемещение куба к узкой стенке волновода приводит к исчезновению всех резонансов электрического типа, в то время как резонанс магнитного типа сохраняется. Возникают также новые ре-

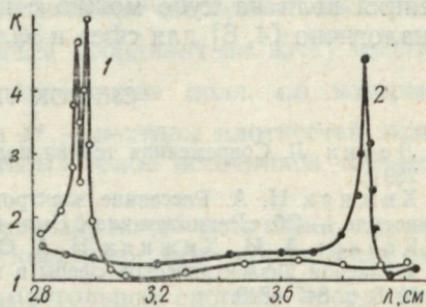


Рис. 2. Зависимость коэффициентов стоячих волн от длины рассеиваемой электромагнитной волны для диэлектрических кубов со стороной  $a=2,65$  мм, кривая 1 —  $\epsilon=92$ ; кривая 2 —  $\epsilon=151$ .

резонансы, обусловленные продольной составляющей магнитного поля  $H_z$ .

Наблюдаются также незначительные смещения резонансов при перемещениях кубов к стенкам волновода. Но, как показывают опыты, эти смещения не превышают 1,5—2 %. Поэтому положение резонансов при расположении кубов на стенах волновода можно определять соотношениями (1)—(15).

Объяснить влияние стенок волновода на характеристики рассеяния волн на кубе можно с помощью метода изображений [7] аналогично [4, 6] для сфер и эллипсоидов вращения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин Л. Современная теория волноводов. М., Изд-во иностр. лит., 1954. 289 с.
2. Хижняк Н. А. Рассеяние электромагнитных волн на малых телах в волноводе. — Сб. «Радиотехника», Вып. 4. Харьков, 1967, с. 88—97.
3. Козарь А. И., Хижняк Н. А. Отражение электромагнитных волн от резонансной диэлектрической сферы в волноводе. — Укр. физ. журн., 1970, т. 15, № 5, с. 847—849.
4. Украинец Н. И., Хижняк Н. А. Особенности резонансного рассеяния электромагнитных волн на эллипсоидальной неоднородности в прямоугольном волноводе. — Сб. «Радиотехника». Вып. 25. Харьков, 1973, с. 105—113.
5. Украинец Н. И., Хижняк Н. А. Некоторые особенности резонансного рассеяния электромагнитных волн на диэлектрическом кубе в прямоугольном волноводе. — «Вестн. Харьк. ун-та. Радиофизика и электроника». Вып. 3. Харьков, 1974, с. 56—61.
6. Козарь А. И., Хижняк Н. А. Внутреннее поле резонансной диэлектрической неоднородности в волноводе. — Сб. «Радиотехника». Вып. 27. Харьков, 1973, с. 152—161.
7. Ландау Л. Д., Либштадт Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959. 532 с.

УДК 621.396.671

Н. Н. ГОРОБЕЦ, канд. физ.-мат. наук

### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ДИАГРАММЫ СЛАБОНАПРАВЛЕННЫХ КРУГОПОЛЯРИЗОВАННЫХ АНТЕНН

В [1] разработана методика расчета излучения апертурных антенн круговой поляризации с известным распределением источников электромагнитного поля. Обобщим эту методику на случай объемных антенн круговой поляризации, когда источники поля распределены не на плоскости, а на поверхностях более сложной формы или в некотором объеме. Такая задача встречается на практике при расчете энергетических и поляризационных характеристик вибраторных турникоидальных антенн с наклонными плечами, различных типов антенн бегущей волны (стержневых диэлектрических или ферритовых, спиральных цилиндрических, конических, на поверхностях других форм), волноводных излучателей со срезанными кромками раскрытия и др.

Согласно методу Кирхгофа поле излучения антенны с известным распределением источников

$$\vec{E} = \frac{ik\psi(R)}{4\pi} \int_v \{ W_0 [\vec{R}^0 [\vec{R}^0 \vec{j}^0]] + [\vec{R}^0 \vec{j}^m] \} e^{ikr_v \vec{R}^0} dv, \quad (1)$$

где  $k=2\pi/\lambda$  — волновое число;  $\psi(R) = \frac{1}{R} e^{-ikR}$  — функция сферической волны;  $W_0$  — волновое сопротивление свободного пространства,  $\vec{R}^0$  — орт направления из начала координат на точку наблюдения;  $r_v$  — радиус-вектор точек источников поля, по которым производится интегрирование;  $\vec{j}^0$  и  $\vec{j}^m$  — векторы плотностей эквивалентных электрических и магнитных токов источников соответственно.

Рассмотрим сначала частный случай, когда источники заданы только через электрические токи (например, для вибраторных антенн). Разложим  $\vec{j}^0$  по ортам прямоугольной системы координат:

$$\vec{j}^0 = \vec{x}^0 j_x^0 + \vec{y}^0 j_y^0 + \vec{z}^0 j_z^0. \quad (2)$$

Далее разложим орты  $\vec{x}^0$ ,  $\vec{y}^0$  и  $\vec{z}^0$  по ортам сферической системы координат в точке наблюдения и вычислим  $[\vec{R}^0 \vec{j}^0]$  и  $[\vec{R}^0 [\vec{R}^0 \vec{j}^0]]$ . Далее введем амплитудно-фазовые распределения компонент источников

$$\begin{aligned} \dot{A}_x(x, y, z) &= \frac{j_x^0(x, y, z)}{j_{x0}^0}; & \dot{A}_y(x, y, z) &= \frac{j_y^0(x, y, z)}{j_{y0}^0}; \\ \dot{A}_z(x, y, z) &= \frac{j_z^0(x, y, z)}{j_{z0}^0} \end{aligned} \quad (3)$$

и комплексные множители системы излучателей по каждой из ортогональных компонент поля в излучающем объеме

$$\begin{aligned} \dot{f}_{cx}(\theta, \varphi) &= \int_v \dot{A}_x(x, y, z) e^{ikr_v \vec{R}^0} dv; & \dot{f}_{cy}(\theta, \varphi) &= \int_v \dot{A}_y(x, y, z) e^{ikr_v \vec{R}^0} dv; \\ \dot{f}_{cz}(\theta, \varphi) &= \int_v \dot{A}_z(x, y, z) e^{ikr_v \vec{R}^0} dv. \end{aligned} \quad (4)$$

В результате находим ортогональные компоненты поля в дальней зоне в виде

$$\dot{E}_\varphi = \frac{ik\psi(R)}{4\pi} W_0 [j_{x0}^0 \dot{f}_{cx}(\theta, \varphi) \sin \varphi - j_{y0}^0 \dot{f}_{cy}(\theta, \varphi) \cos \varphi]; \quad (5)$$

$$\dot{E}_\theta = - \frac{ik\psi(R)}{4\pi} W_0 \{ \cos \theta [j_{x0}^3 \dot{f}_{cx}(\theta, \varphi) \cos \varphi + j_{y0}^3 \dot{f}_{cy}(\theta, \varphi) \sin \varphi] - j_{z0}^3 \dot{f}_{cz}(\theta, \varphi) \sin \theta \}. \quad (6)$$

Полученные выражения позволяют рассчитать диаграммы направленности антенны по ортогональным компонентам и по полному полю. Поляризационные характеристики — коэффициент эллиптичности, угол ориентации поляризационного эллипса и направление вращения векторов поля определяются поляризационным отношением

$$p(\theta, \varphi) = \dot{E}_\varphi(\theta, \varphi) / \dot{E}_\theta(\theta, \varphi). \quad (7)$$

Если токи распределены на плоскости и  $j_z^3 = 0$ , то поляризационное отношение упрощается:

$$p(\theta, \varphi) = \frac{1}{\cos \theta} \frac{\dot{f}_{cx} \sin \varphi + p_0 \dot{f}_{cy} \cos \varphi}{\dot{f}_{cx} \cos \varphi - p_0 \dot{f}_{cy} \sin \varphi}, \quad (8)$$

где  $p_0 = j_{y0}^3 / j_{x0}^3$  — поляризационное отношение в начале координат.

Рассмотрим теперь случай, когда заданы только магнитные токи (например, для щелевых антенн). Разложив токи источников

$$\vec{j}^M = \vec{x}^0 j_x^M + \vec{y}^0 j_y^M + \vec{z}^0 j_z^M \quad (9)$$

и проделав аналогичные предыдущему выкладки, получим компоненты поля в виде

$$\dot{E}_\varphi = \frac{ik\psi(R)}{4\pi} \left\{ \cos \theta \left[ j_{x0}^M \dot{f}_{cx}^M \cos \varphi + j_{y0}^M \dot{f}_{cy}^M \sin \varphi \right] - j_{z0}^M \dot{f}_{cz}^M \sin \theta \right\}; \quad (10)$$

$$\dot{E}_\theta = \frac{ik\psi(R)}{4\pi} \left[ j_{x0}^M \dot{f}_{cx}^M \sin \varphi - j_{y0}^M \dot{f}_{cy}^M \cos \varphi \right]. \quad (11)$$

Поляризационное отношение равно

$$p(\theta, \varphi) = \frac{\cos \theta \left[ \dot{f}_{cx}^M \cos \varphi + \frac{j_{y0}^M}{j_{x0}^M} \dot{f}_{cy}^M \sin \varphi \right] - \frac{j_{z0}^M}{j_{x0}^M} \dot{f}_{cz}^M \sin \theta}{\dot{f}_{cx}^M \sin \varphi - \frac{j_{y0}^M}{j_{x0}^M} \cos \varphi}. \quad (12)$$

В случае плоской системы магнитных токов (12) упрощается:

$$p(\theta, \varphi) = \cos \theta \frac{\dot{f}_{cx}^M \cos \varphi + p_0^M \dot{f}_{cy}^M \sin \varphi}{\dot{f}_{cx}^M \sin \varphi - p_0^M \dot{f}_{cy}^M \cos \varphi}. \quad (13)$$

Если в излучающем объеме заданы электрические и магнитные токи одновременно (это справедливо для антенн вытекающей волны, например, открытых концов волноводов и др. [2]), ортогональные компоненты поля в дальней зоне

$$\dot{E}_\varphi = \frac{ik\psi(R)}{4\pi} \left\{ W_0 [j_{x0}^s \dot{f}_{cx} \sin \varphi - j_{y0}^s \dot{f}_{cy} \cos \varphi] + \cos \theta [j_{x0}^m \dot{f}_{cx}^m \cos \varphi + j_{y0}^m \dot{f}_{cy}^m \sin \varphi] - j_{z0}^s \dot{f}_{cz}^s \sin \theta \right\}; \quad (14)$$

$$\dot{E}_\theta = -\frac{ik\psi(R)}{4\pi} \left\{ W_0 \cos \theta [j_{x0}^s \dot{f}_{cx} \cos \varphi + j_{y0}^s \dot{f}_{cy} \sin \varphi] - W_0 j_{z0}^s \dot{f}_{cz} \sin \theta - j_{x0}^m \dot{f}_{cx}^m \sin \varphi + j_{y0}^m \dot{f}_{cy}^m \cos \varphi \right\}. \quad (15)$$

Полученные выражения можно упростить, если с помощью принципа эквивалентности выразить электрические токи через магнитные или наоборот. Поляризационное отношение в расматриваемом общем случае определяется отношением (14) к (15). Рассмотрим случай антенн вытекающей волны с плоским излучающим раскрытием. Эквивалентные токи запишем через поля в раскрытии  $\vec{E}_s$  и  $\vec{H}_s$

$$\dot{j}^s = [\vec{z}^0 \vec{H}_s]; \quad \dot{j}^m = -[\vec{z}^0 \vec{E}_s] \quad (16)$$

и выражим напряженность магнитного вектора поля в раскрытии через напряженность электрического

$$\vec{H}_s = \frac{1}{W_s} [\vec{z}^0 \vec{E}_s] = \frac{1}{W_s} [\vec{y}^0 \dot{E}_x - \vec{x}^0 \dot{E}_y]. \quad (17)$$

Здесь  $W_s$  — волновое сопротивление раскрытия. Тогда поляризационное отношение принимает вид

$$p(\theta, \varphi) = -\frac{\frac{W_0}{W_s} + \cos \theta}{\frac{W_0}{W_s} \cos \theta + 1} \frac{\dot{f}_{cx} \sin \varphi - p_0 \dot{f}_{cy} \cos \varphi}{\dot{f}_{cx} \cos \varphi + p_0 \dot{f}_{cy} \sin \varphi}, \quad (18)$$

где  $p_0 = \dot{E}_{y0}/\dot{E}_{x0}$  — поляризационное отношение в середине излучающего раскрытия;  $\dot{f}_{cx}, \dot{f}_{cy}$  — комплексные множители, определенные по компонентам электрического вектора поля в раскрытии.

Для дальнейшего анализа энергетических и поляризационных характеристик необходимо задавать амплитудно-фазовые распределения ортогональных компонент, размеры и форму антennы, поляризацию в ее середине. Однако, некоторые общие выводы,

касающиеся особенностей поляризационных диаграмм слабона-  
травленных антенн различных типов, можно сделать из полученных соотношений.

В общем случае объемных антенн, в отличие от плоских, для расчета поляризационных диаграмм необходимо знать два поляризационных отношения — компонент  $\dot{E}_{yo}/\dot{E}_{xo}$  и  $\dot{E}_{zo}/\dot{E}_{xo}$ , т. е. поляризация в дальней зоне определяется по трем ортогональным компонентам тока или поля в раскрыве антенны.

Важные выводы следуют из анализа выражений для поляризационных диаграмм плоских антенн (8), (13) и (18). В случае вибраторных или щелевых крестообразных антенн, возбуждаемых в квадратуре либо только электрическим, либо только магнитным токами, как видно из (8) и (13), в плоскостях  $\varphi=0$  и  $90^\circ$  (в которых расположены вибраторы или щели) при круговой поляризации в главном максимуме коэффициент эллиптичности убывает по закону

$$r = \begin{cases} f_{cx}(\theta) \cos \theta & \text{для } \varphi = 0; \\ f_{cy}(\theta) \cos \theta & \text{для } \varphi = 90^\circ, \end{cases} \quad (19)$$

*в пл.  $\varphi=0^\circ, 90^\circ$   
более быстрый  
пад  $r$*

причем  $f_{cx}(\theta) \leq 1$  и  $f_{cy}(\theta) \leq 1$ . В диагональной плоскости ( $\varphi = 45^\circ$ )  $f_{cx} = f_{cy}$  и коэффициент эллиптичности

$$r = \cos \theta. \quad \begin{matrix} \varphi=45^\circ & \text{спад } r \text{ сплошь} \\ & \text{по } \cos \theta \end{matrix} \quad (20)$$

Таким образом, в этой плоскости поляризационная диаграмма имеет максимальную ширину, в остальных плоскостях она уже. Минимальная ее ширина имеет место в главных плоскостях. Большая ось поляризационного эллипса ортогональна орту  $\vec{\theta}^o$  во всех плоскостях  $\varphi = \text{const}$ . В случае очень коротких (элементарных) вибраторов или щелей коэффициент эллиптичности

$$r = \begin{cases} \cos^2 \theta & \text{для } \varphi = 0, 90^\circ; \\ \cos \theta & \text{для } \varphi = 45^\circ. \end{cases} \quad (21)$$

Рассмотрим далее плоские антенны вытекающей волны, возбуждаемые электрическими и магнитными токами (полями) одновременно. В случае круговой поляризации в середине раскрыва антенны  $r_0 = \pm i$ , как видно из (18), в пределах диаграммы направленности коэффициент эллиптичности изменяется по закону:

$$r = \begin{cases} r_T(\theta) \frac{f_{cy}(\theta)}{f_{cx}(\theta)} & \text{для } \varphi = 0; \\ r_T(\theta) \frac{f_{cx}(\theta)}{f_{cy}(\theta)} & \text{для } \varphi = 90^\circ. \end{cases} \quad (22)$$

Если поляризация в пределах всего излучающего раскрыва круговая, т. е.  $f_{cx} = f_{cy}$ , то в пределах всего переднего полупространства

ства (точнее, в «области света») поляризационная диаграмма не зависит от угла  $\varphi$  и равна

$$r = r_r(\Theta) = \left[ \frac{\frac{W_0}{W_s} + \cos \Theta}{\frac{W_0}{W_s} \cos \Theta + 1} \right]^{\pm 1} \quad (23)$$

Легко видеть, что (23) представляет собой поляризационную диаграмму элементарного апертурного излучателя — излучателя Гюйгенса — с круговой поляризацией. Если такой излучатель согласован со свободным пространством, т. е.  $W_s = W_0$ , то в пределах всего переднего полупространства его поляризационная диаграмма изотропная.

Сравнивая (23) и (21), видим, что поляризационная диаграмма кругополяризованного излучателя Гюйгенса всегда шире поляризационной диаграммы элементарного круглополяризованного вибраторного или щелевого излучателя. Из (22) и (19) следует, что поляризационные диаграммы антенн вытекающей волны, возбуждаемых электрическими и магнитными токами (полями) одновременно, всегда шире поляризационных диаграмм кругополяризованных вибраторных или щелевых антенн, возбуждаемых либо только электрическими, либо только магнитными токами. Более того, в случае согласованных антенн вытекающей волны при  $f_{cx} = f_{cy}$  обеспечивается, как легко видеть из (18), изотропная поляризационная диаграмма.

Для подтверждения этого важного в практическом отношении вывода были измерены амплитудные и поляризационные диаграммы кругополяризованных антенн в виде двух узких крестообразных щелей в волноводе и открытых концов круглых и квадратных волноводов, возбуждаемых кругополяризованной волной основного типа. Для одновременной индикации энергетических и поляризационных диаграмм использовался метод вращающейся линейно-поляризованной антенны, обеспечивающей достаточную для практики точность [3]. Типичные диаграммы приведены на рис. 1 и 2, где сплошная кривая на фоне записи — диаграмма направленности по мощности полного поля, пунктирная — зависимость коэффициента эллиптичности от угла  $\Theta$ , характеризующая поляризационную диаграмму излучателя. Из результатов измерений видно, что поляризационная диаграмма открытого конца волновода широкая и имеет столообразную форму, а щелевого излучателя — достаточно быстро убывает с увеличением угла  $\Theta$ , примерно так же, как и мощность полного поля (диаграмма направленности). Кроме того, полученный вывод о необходимости существования электрических и магнитных токов (поляй) одновременно для обеспечения стабильных поляризационных характеристик в широком секторе углов подтверждает также хорошо известный в теории антенн факт, что комбинация из элементарного диполя и рамки имеет изотропную поляризационную диаграмму.

Отметим, что полученные результаты особенно важны при разработке кругополяризованных антенных решеток с двумерным сканированием в широком секторе углов. В связи с этим были проведены расчеты пространственных сечений энергетических и поляризационных диаграмм наиболее известных типов антенн в широком диапазоне частот. Минимальная полуширина диаграммы направленности по уровню половины мощности полного поля  $\Delta\Theta_{0.5P_{max}}$  и поляризационной диаграммы по уровню  $r \geq 0.7$  и  $r \geq 0.5$  в плоскостях максимальной скорости убывания характеристик приведена на рис. 3.

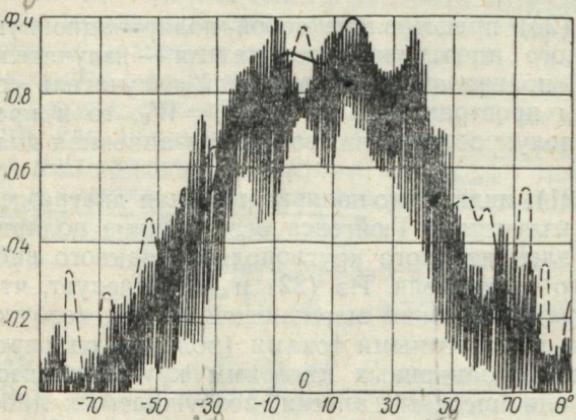


Рис. 1. Энергетические и поляризационные диаграммы крестообразного щелевого излучателя.

Диаграммы направленности по мощности полного поля вибраторных турникетных антенн имеют максимальную ширину в плоскостях  $\varphi=0$  и  $90^\circ$  (в которых расположены вибраторы) и минимальную — в плоскости  $\varphi=45^\circ$ , причем отличие их увеличивается с ростом электрических длин

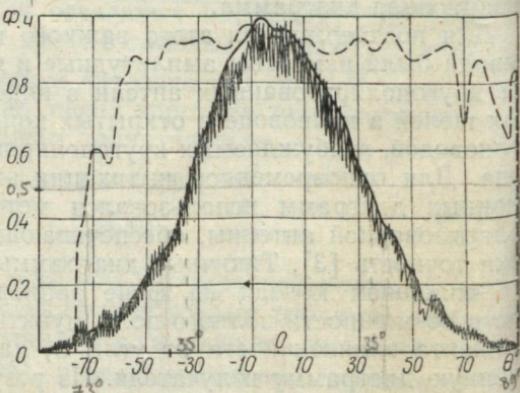


Рис. 2. Энергетические и поляризационные диаграммы открытого конца квадратного волновода  $\lambda_0 = 0,8\lambda_{kp}$ .

вибраторов. Поляризационные же диаграммы имеют максимальную ширину в плоскости  $\varphi=45^\circ$  и минимальную — в главных плоскостях. Из зависимости полуширины соответствующих диаграмм от электрической длины вибраторов  $l/\lambda$  (рис. 3, кривая 1 и 2) видно, что диаграммы направленности турникетных антенн существенно шире поляризационных диаграмм. Характер амплитудного распределения существенно влияет на ширину диаграмм при больших электрических длинах вибраторов.

Рассмотрим далее виток, возбуждаемый бегущей волной тока при условии равенства периметра витка длине волны в нем. Та-

кая модель приближенно описывает излучение плоских арифметических спиральных антенн с плотной намоткой витков. При наличии замедления вдоль витка комплексные множители

$$f_\varphi(\Theta) = 2 \left[ J_0\left(\frac{1}{\xi} \sin \Theta\right) - \frac{1}{2} \Lambda_1\left(\frac{1}{\xi} \sin \Theta\right) \right]; \quad (24)$$

$$f_\psi(\Theta) = \cos \Theta \Lambda_1\left(\frac{1}{\xi} \sin \Theta\right), \quad (25)$$

где  $\xi$  — коэффициент замедления вдоль витка,  $J_0$  — функция Бесселя нулевого порядка,  $\Lambda_1$  — лямбда-функция первого порядка.

Как видно из зависимости полуширины диаграмм от величины замедления (рис. 3, кривые 3), поляризационные диаграммы витка шире соответствующих диаграмм турникетных антенн, а диаграммы направленности при малых замедлениях — уже. Следует отметить, что при некоторых значениях коэффициента замедления ширина диаграммы направленности и поляризационной диаграммы совпадает. Например, для  $\xi=1,1$  совпадают диаграммы при  $r > 0,7$  в направлении  $\Theta=52^\circ$ , а для замедления 1,6 совпадают диаграммы с  $r > 0,5$  при угле  $62,5^\circ$ . Отмеченные величины замедления являются оптимальными для обеспечения максимальной ширины энергетических и поляризационных диаграмм одновременно и, следовательно, для достижения максимального сектора сканирования в решетках подобных излучателей.

Диаграммы направленности открытого конца квадратного волновода, возбуждаемого кругополяризованной волной основного типа, имеют минимальную ширину в главных плоскостях, а максимальную — в диагональной. Ширина поляризационной диаграммы в диагональной плоскости минимальна, а в главных — максимальна. Из зависимости полуширины соответствующих диаграмм от длины волны  $\lambda_0/\lambda_{kp}$  (рис. 3, кривые 4) видно, что поляризационные диаграммы существенно шире диаграмм направ-

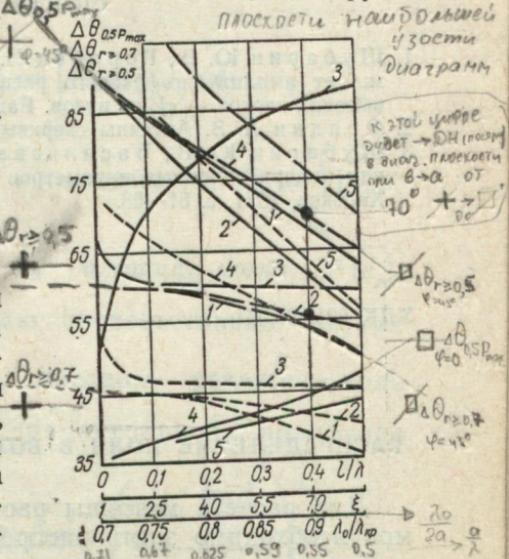


Рис. 3. Зависимость полуширины диаграммы направленности по полному полю и поляризационной диаграммы от длины волны:

—  $\Delta\theta_{0,5P_{max}}$ ; —  $\Delta\theta_r > 0,7$ ;  
—  $\Delta\theta_r > 0,5$ ;

1 — вибраторной антенны с постоянным амплитудным распределением; 2 — вибраторной антенны с косинусоидальным амплитудным распределением; 3 — витка, возбуждаемого бегущей волной тока; 4 — открытого конца квадратного волновода; 5 — круглого волновода.

ленности. При заполнении волновода диэлектриком или ферритом ширина диаграммы направленности увеличивается, а поляризационной — уменьшается. Диаграммы направленности круглого волновода примерно такие же, как и квадратного, а поляризационные — шире (рис. 3, кривые 5).

Приведенные результаты могут быть использованы для приближенной оценки предельной ширины сектора сканирования решеток рассмотренных излучателей при заданном коэффициенте усиления и поляризационных характеристиках на краю сектора.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шубарин Ю. В., Горобец Н. Н. Зависимость поляризационной диаграммы от амплитудно-фазового распределения поля в раскрыте антенн сверхвысоких частот. — «Изв. вузов. Радиотехника», 1965, № 5, с. 561—573.
2. Фрадин А. З. Антенны сверхвысоких частот. М., «Сов. радио», 1957. 647 с.
3. Шубарин Ю. В., Васильева Е. А. Исследование погрешностей измерения поляризационных параметров радиоволни. — Сб. «Радиотехника». Вып. 17. Харьков, 1971, с. 61—68.

УДК 621.396.671

В. А. ЛЯЩЕНКО, канд. физ.-мат. наук,  
Л. П. ЯЦУК, канд. физ.-мат. наук,  
А. А. БУЛГАКОВ, канд. физ.-мат. наук

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ В ВОЛНОВОДНО-ЩЕЛЕВЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЯХ

Для расчета матрицы рассеяния элементов связи двух объемов необходимо знать распределение тангенциальной составляющей электрического поля на отверстии. В работах [1, 2] изучен случай экспоненциально узких щелей. В [3, 4] рассмотрены узкие попаречные щели на волноводе при  $d < l$  ( $l$  — длина щели,  $d$  — ширина ее).

В настоящем сообщении исследуется распределение электрического поля ( $\vec{E}_{\text{щ}}$ ) вдоль узких ( $d < l$ ) продольных щелей, прорезанных в широкой стенке прямоугольного волновода. Уравнение для определения  $\vec{E}_{\text{щ}}$  получается из условия непрерывности тангенциальных составляющих магнитного вектора  $\vec{H}$  на отверстии.

Применяя метод Галеркина, представляем электрическое поле  $\vec{E}_{\text{щ}}$  в виде разложения по собственным функциям щели

$$\vec{E}_{\text{щ}} = \sum_{p=1}^N V_p \vec{e}_p, \quad (1)$$

где  $\vec{e}_p = \frac{\vec{x}^0}{d} \sin p \frac{\pi}{l} z$ ;  $x, z$  — координатные оси, направленные соответственно поперек и вдоль щели;  $\vec{x}^0$  — единичный вектор;  $V_p$  — неизвестные коэффициенты. Такой выбор собственных функций обусловлен узостью отверстия.

Коэффициенты  $V_p$  определяем из системы уравнений:

$$\sum_{p=1}^N V_p Y_{pq} = F_q, \quad q = 1, 2, 3, \dots, N, \quad Y_{pq} = Y_{pq}^i + Y_{pq}^e, \quad (2)$$

$$Y_{pq}^i = - \int_{S_{\text{щ}}} [\vec{e}_p \vec{H}_i^i \{\vec{e}_q\}] \vec{ds}, \quad Y_{pq}^e = \int_{S_{\text{щ}}} [\vec{e}_p \vec{H}_e^e \{\vec{e}_q\}] \vec{ds}$$

—внутренняя и внешняя частичные проводимости,  $F_q = \int_{S_{\text{щ}}} [\vec{e}_q \times \vec{H}_e^e \{\vec{e}_q\}] \vec{ds}$  — магнитодвижущая сила,  $S_{\text{щ}}$  — площадь щели,  $\vec{H}_i^i \{\vec{e}_p\}$ ,  $\vec{H}_e^e \{\vec{e}_q\}$  — поля, возбуждаемые щелью соответственно внутри и вне волновода.

Внутреннюю проводимость  $Y_{pq}^i$  находим, разлагая поле  $\vec{H}_i^i \{\vec{e}_p\}$  по собственным функциям прямоугольного волновода [5]:

$$Y_{pq}^i = \frac{kl}{2\rho kab} \sum_m \sum_n \frac{(2 - \delta_{0m})(2 - \delta_{0n})}{(p/kl)^2 - \beta_{mn}^2} \cdot \left( \frac{\sin \frac{m\pi d}{2a}}{\frac{m\pi d}{2a}} \right)^2 \times \\ \times \cos^2 \left( \frac{m\pi}{a} x_0 + \frac{m\pi}{2} \right) \left\{ j\delta_{pq} \left[ \frac{1}{\pi^2} - \left( \frac{p}{kl} \right)^2 \right] + \frac{pq}{(kl)^3 \pi \beta_{mn}} \times \right. \\ \times \left. \frac{[1 + \cos p\pi \cdot \cos q\pi - \exp(-jkl\pi\beta_{mn}) \cdot (\cos p\pi + \cos q\pi)]}{\left( \frac{q}{kl} \right)^2 - \beta_{mn}^2} \right\}, \quad (3)$$

где  $\beta_{mn}^2 = \frac{1}{\pi^2} - \left( \frac{m}{ka} \right)^2 - \left( \frac{n}{kb} \right)^2$ ;  $\delta_{pq}$  — символ Кронекера;  $\rho$  — волновое сопротивление свободного пространства;  $a$  — ширина волновода;  $b$  — его высота;  $x_0$  — расстояние центра щели от середины волновода.  $Y_{pq}^e$  определяем как проводимость щели в бесконечном экране [6]. Отметим, что в работе [6] найдены частичные проводимости только для гармоник, симметричных относительно центра отверстия. Для продольной щели в волноводе необходимо учить-

тывать как четные, так и нечетные гармоники в разложении (1). Выражение для собственной ( $p=q$ ) внешней проводимости имеет вид

$$\begin{aligned}
 Y_{pq}^e = & \frac{\kappa l}{2\pi p} \left\{ \left[ 1 - \left( p \frac{\pi}{kl} \right)^2 \right] \frac{\operatorname{si}(kl - p\pi) + \operatorname{si}(kl + p\pi)}{2} + \right. \\
 & + \frac{\cos p\pi \cdot \cos kl - 1}{kl} + \left[ 1 + \left( p \frac{\pi}{kl} \right)^2 \right] \frac{\sin(kl + p\pi) - \sin|kl - p\pi|}{2p\pi} + \\
 & + i \left\{ \left[ 1 - \left( p \frac{\pi}{kl} \right)^2 \right] \frac{\operatorname{ci}(kl + p\pi) + \operatorname{ci}|kl - p\pi|}{2} + \frac{3}{2} - C - \right. \\
 & - \ln \left( \frac{d}{2l} \sqrt{|(kl)^2 - (p\pi)^2|} \right) + \left[ 1 + \left( p \frac{\pi}{kl} \right)^2 \right] \frac{\operatorname{si}(kl + p\pi) - \operatorname{si}(kl - p\pi)}{2p\pi} - \\
 & \left. \left. - \frac{\cos p\pi \cdot \operatorname{cin} kl}{kl} \right\} \right\}, \tag{4}
 \end{aligned}$$

где

$$\operatorname{ci}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt; \quad \operatorname{ci}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{\cos t}{t} dt; \quad \operatorname{sin}(x) = \ln x - C - \operatorname{ci}(x);$$

$C$  — постоянная Эйлера.

Внешняя взаимная проводимость при  $p$ -четном и  $q$ -нечетном обращается в нуль, при одинаковой четности  $p$  и  $q$  формула для  $Y_{pq}^e$  совпадает с выражением, приведенным в [6].

Для исследования распределения поля в продольной щели на волноводе с поперечным сечением  $10 \times 23 \text{ mm}^2$  были проведены расчеты на ЭВМ.

На рис. 1 приведены амплитудные распределения поля для щелей различной длины при  $\lambda_0=3,2 \text{ см}$ ,  $d=0,15 \text{ см}$  в зависимости от приведенной координаты  $z/l$ , параметром на этом рисунке является электрическая длина  $kl$ . Оказывается, что даже для полуволновой щели ( $kl=3,14$ ) амплитудное распределение отличается от синусоидального (пунктирная кривая). Наблюдается некоторая несимметрия относительно центра щели. С уменьшением  $l$  отличие распределения поля от синусоидального увеличивается за счет возрастания вклада высших гармоник. Следует отметить, что амплитуды четных гармоник малы по сравнению с нечетными, и поэтому закон изменения поля в отверстии оказывается почти симметричным. С увеличением длины щели возрастает роль четных гармоник, увеличивающих асимметрию распределения, причем наблюдается несимметрия как по высоте максимумов, так и по их расположению относительно центра щели. По мере приближения  $kl$  к значению 6,28 разность максимумов уменьшается, а положение максимума сдвигается к середине отверстия. Фазовое распределение в щели с длиной  $kl_0$ , в которой возбуждается поле с макси-

малой амплитудой, постоянное. В излучателях, короче и длиннее, чем  $kl_0$ , оно становится линейным, причем углы наклона для  $kl < kl_0$  и  $kl > kl_0$  противоположны по знаку. Распределение фазы в длинных щелях ( $kl > 4,5$ ) оказывается ступенчатым, и при возрастании электрической длины до значения 6,28 разность фаз в точках, расположенных симметрично относительно центра отверстия, стремится к  $\pi$ .

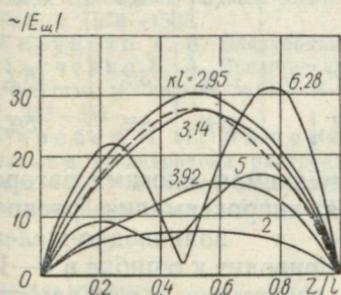


Рис. 1. Амплитудное распределение поля в продольных щелях при  $\lambda_0 = 3,2$  см.

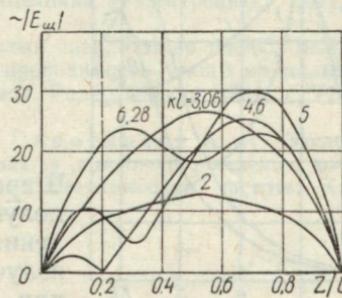
Рис. 2. Амплитудное распределение поля при  $\lambda_0 = 4,1$  см.

Для выяснения влияния дисперсии волновода исследовалось распределение поля при  $d = 0,15$  см и  $\lambda_0 = 4,1$  см (рис. 2). Сравнивая графики рисунков 1 и 2 и выбирая кривые при одинаковых значениях  $kl$ , видим, что при изменении длины волны в волноводе распределение в продольных излучателях существенно меняется.

Для объяснения полученных результатов рассмотрим поведение амплитуд различных гармонических составляющих в зависимости от электрической длины щели. На рис. 3 представлены амплитуды первой и второй гармоник, отнесенные к максимальному значению первой, для  $\lambda_0 = 3,2$  см (кривые 1 и 2) и  $\lambda_0 = 4,1$  см (кривые 1' и 2'). Эти графики имеют резонансный характер. Максимальные величины достигаются вблизи точек  $kl \approx p\pi$  ( $p = 1,2$ ), а ширина кривой возрастает с увеличением  $\lambda_0$ . Поэтому при сильной дисперсии в волноводе закон изменения поля вдоль длинных щелей зависит от первой и второй гармоник в равной мере.

Было исследовано влияние ширины излучателя на распределение электрического поля. Оказалось, что при  $\frac{d}{l} \rightarrow 0$  для любых отношений  $\frac{l}{\lambda_0}$  наши результаты приближаются к известным [2].

Таким образом, наши расчеты показывают, что в реальных волноводно-щелевых излучателях распределение поля оказывается отличным от синусоидального. Это приводит к изменению энергетических параметров щели по сравнению с расчетом, использующим полуволновую аппроксимацию изменения поля. Отклоне-



ния коэффициентов излучения  $\Delta |\Gamma_\Sigma|^2$  и отражения  $\Delta |\Gamma_1|$  могут быть значительными. В таблице представлены величины  $\frac{\Delta |\Gamma_\Sigma|^2}{|\Gamma_\Sigma|^2}$ ,

$\frac{\Delta |\Gamma_1|}{|\Gamma_1|}$  для различных отношений  $\frac{l}{\lambda_0}$ :

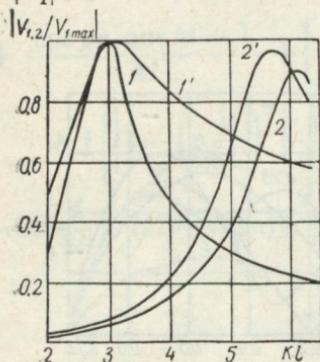


Рис. 3. Зависимости амплитуд гармоник от электрической длины щели:

1 и 2 — при  $\lambda_0=3,2$  см,  
1' и 2' — при  $\lambda_0=4,1$  см.

отметить хорошее совпадение экспериментальных и теоретических данных.

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Распределение поля в щели длиной  $\frac{\lambda_0}{2}$  отличается от синусоидального.

2. В коротких щелях изменение поля вдоль отверстия оказывается симметричным относительно середины щели, при  $l > \frac{\lambda_0}{2}$  зависимость амплитуды поля от продольной координаты — несимметрична.

3. Структура поля в волноводе оказывает существенное влияние на распределение в продольной щели.

4. При уменьшении ширины ( $\frac{d}{l} \rightarrow 0$ ) картина поля в щели, прорезанной в стенке волновода, приближается к распределению на отверстии в бесконечном экране.

5. Применение полуволновой аппроксимации при расчете энергетических параметров щелевых излучателей приводит к ошибке в 8—10% для  $\frac{l}{\lambda_0}=0,40-0,55$ .

$l/\lambda_0$	0,3	0,5	0,63
$\Delta  \Gamma_\Sigma ^2 /  \Gamma_\Sigma ^2$	12%	3%	16%
$\Delta  \Gamma_1  /  \Gamma_1 $	25%	8%	5%

Широко применяемая многими авторами полуволновая аппроксимация распределения поля в волноводно-щелевых излучателях приводит к ошибке в 8—10% при расчете энергетических параметров, когда  $\frac{l}{\lambda_0}=0,40-0,55$ .

Полученные результаты были проверены экспериментально с помощью установки, описанной в работе [7]. Следует

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фельд Я. П., Бененсон Л. С. Антенно-фидерные устройства. М., Изд-во ВВИА, 1959. 550 с.
2. Фельд Я. Н. Основы теории щелевых антенн. М., «Сов. радио», 1948. 157 с.
3. Левинсон И. Б., Фридберг П. Ш. Электромагнитная связь двух объемов через узкую щель. — «Радиотехника и электроника», 1965, т. 10, № 2, с. 260—268.
4. Фридберг П. Ш. Решение интегрального уравнения для напряжения на узкой сильноизлучающей щели. — «Радиотехника и электроника», 1971, т. 16, № 9, с. 1578—1585.
5. Кисунько Г. В. Электродинамика полых сред. Изд-во ВКАС, 1949. 423 с.
6. Панченко Б. А. Внешние частичные проводимости узкого прямолинейного отверстия в плоском экране. — «Изв. вузов. Радиофизика», 1964, т. VII, № 2, с. 343—351.
7. Горобец Н. Н., Лященко В. А., Сиротников А. И. Экспериментальное исследование распределения поля в волноводно-щелевых излучателях. — Сб. «Антенно-фидерные устройства сверхвысоких частот». Харьков, Изд-во Харьк. ун-та, 1971, с. 14—22.

УДК 621.372.853.2

В. В. СИДОРИН, С. Б. КАРБОВСКИЙ

### РАСЧЕТ ФАЗОВРАЩАТЕЛЕЙ НА КРУГЛОМ И ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДАХ С АЗИМУТАЛЬНО НАМАГНИЧЕННЫМ ФЕРРИТОМ

Для получения выражений, определяющих зависимость величины невзаимного фазового сдвига от геометрических и физиче-

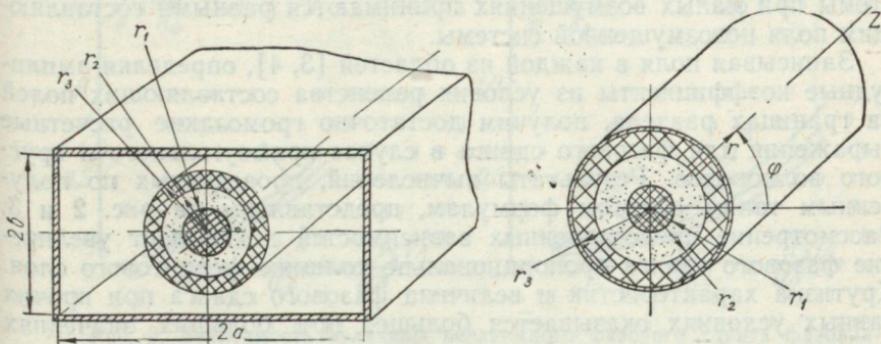


Рис. 1. Расчетная модель фазовращателя на круглом и прямоугольном волноводах.

ских параметров конструкции, рассмотрим распространение электромагнитных волн в бесконечных идеально проводящих круглом и прямоугольном волноводах с трехслойным вкладышем кругло-по поперечному сечению, содержащих поперечно намагниченный ферритовый вкладыш. Расчетные модели представлены на рис. 1.

Приименение ферритов с прямоугольной формой петли гистерезиса позволяет использовать остаточные состояния намагниченности для получения требуемого значения фазового сдвига. Если

феррит находится в состоянии остаточной намагниченности и вдали от области естественного ферромагнитного резонанса, изменение величин компонент тензора магнитной проницаемости мало [1], что обуславливает возможность применения метода теории возмущений при расчете величин постоянной распространения и фазового сдвига в рассматриваемой системе. Возмущение такой системы заключается в намагничивании ферритового слоя азимутальным магнитным полем. Величина дифференциального фазового сдвига, соответствующего разности постоянных распространения для двух взаимно противоположных направлений намагниченности, может быть представлена следующим выражением [2]:

$$\Delta h = 2 \frac{\int_{S_\Phi} (\|\mu\| - \mu) \vec{H} \vec{H}^* dS}{\frac{1}{K_0} \int_S ([\vec{E}^* \vec{H}] + [\vec{E} \vec{H}^*]) dS} \dots \quad (1)$$

или после преобразований:

$$\Delta h = 2 \frac{K \int_{S_\Phi} H_z H_z^* dS}{\frac{1}{K_0} \int_S (E_r H_\varphi^* - E_\varphi H_r^*) dS} \dots \quad (2)$$

Составляющие основного типа волны  $HE_{II}$  возмущенной системы при малых возмущениях принимаются равными составляющим поля невозмущенной системы.

Записывая поля в каждой из областей [3, 4], определяя амплитудные коэффициенты из условия равенства составляющих полей на границах раздела, получим достаточно громоздкие расчетные выражения для фазового сдвига в случае прямоугольного и круглого волноводов. Результаты вычислений, проведенных по полученным таким образом формулам, представлены на рис. 2 и 3. Рассмотрение представленных зависимостей показывает увеличение фазового сдвига пропорционально толщине ферритового слоя. Крупизна характеристики величины фазового сдвига при прочих равных условиях оказывается большей при больших значениях величины диэлектрической проницаемости внутреннего диэлектрического стержня  $\epsilon_1$ , что объясняется эффектом распределения энергии поля в диэлектриках пропорционально величинам их диэлектрической проницаемости.

Приведенные зависимости показывают слабо выраженный экстремальный характер зависимости фазового сдвига от поперечных размеров феррито-диэлектрического стержня, что показывает принципиальную возможность реализации максимального для данных соотношений диэлектрических проницаемостей фазового сдвига. При больших значениях диэлектрической проницаемости ( $\epsilon_1 > 50\epsilon_0$ ;  $\epsilon_3 > 7\epsilon_0$ ) экстремального характера изменения фазового

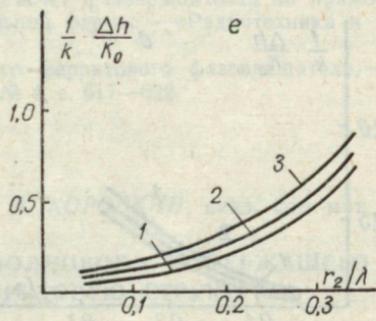
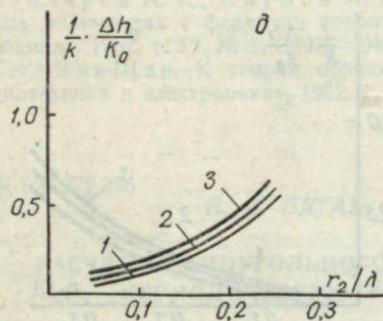
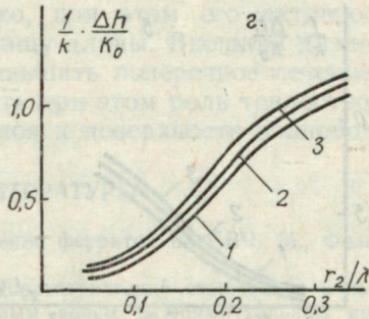
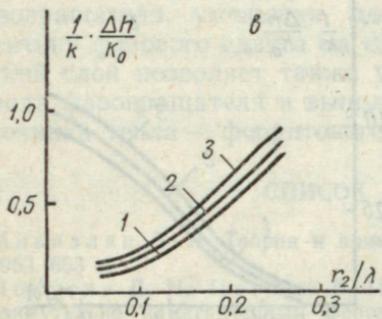
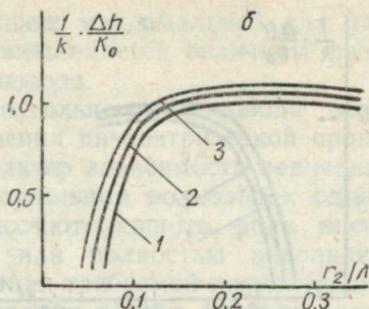
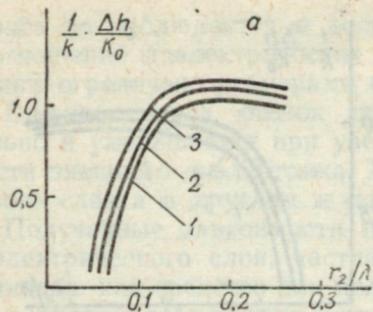


Рис. 2. Зависимость величины невзаимного фазового сдвига фазовращателя на прямоугольном волноводе:

$$\begin{aligned}
 &I - \frac{r_1}{\lambda} = 0,01, \quad 2 - \frac{r_1}{\lambda} = 0,03, \quad 3 - \frac{r_1}{\lambda} = 0,05; \quad a - \varepsilon_1 = 20 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_0; \\
 &\frac{r_3}{1} = 0,25, \quad \frac{r_4}{\lambda} = 0,40; \quad \delta - \varepsilon_1 = 20 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,35, \\
 &\frac{r_4}{\lambda} = 0,40; \quad \sigma - \varepsilon_1 = 20 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = 7 \varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,25, \quad \frac{r_4}{\lambda} = 0,40; \\
 &z - \varepsilon_1 = 20 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 7 \varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,35, \quad \frac{r_4}{\lambda} = 40; \quad \vartheta - \varepsilon_1 = 20 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = 20 \varepsilon_0, \\
 &\varepsilon_3 = 20 \varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,25, \quad \frac{r_4}{\lambda} = 0,40, \quad e - \varepsilon_1 = 20 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10 \varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = 20 \varepsilon_0, \\
 &\frac{r_3}{\lambda} = 0,35, \quad \frac{r_4}{\lambda} = 0,40.
 \end{aligned}$$

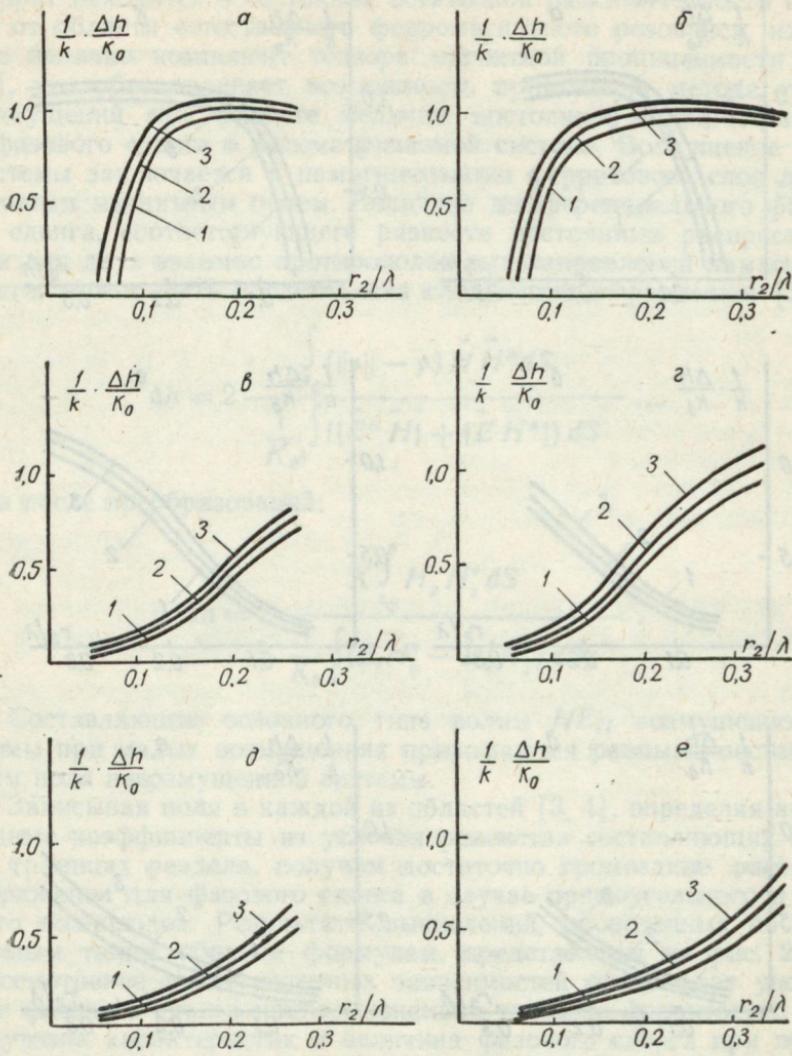


Рис. 3. Зависимость величины невзаимного фазового сдвига фазовращателя на круглом волноводе:

$$\begin{aligned}
 I - \frac{r_1}{\lambda} &= 0,01; \quad 2 - \frac{r_1}{\lambda} = 0,03; \quad 3 - \frac{r_1}{\lambda} = 0,05; \quad \alpha - \varepsilon_1 = 20\varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10\varepsilon_0, \\
 \varepsilon_3 &= \varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,25; \quad 6 - \varepsilon_1 = 20\varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10\varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,35, \quad 8 - \varepsilon_1 = \\
 &= 20\varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10\varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = 7\varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,25, \quad 2 - \varepsilon_1 = 20\varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10\varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = 20\varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,25; \\
 \varepsilon_3 &= 7\varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,35, \quad \partial - \varepsilon_1 = 20\varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10\varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = 20\varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,25; \\
 \epsilon &- 0,20, \quad \varepsilon_1 = 20\varepsilon_0, \quad \varepsilon_2 = 10\varepsilon_0, \quad \varepsilon_3 = 20\varepsilon_0, \quad \frac{r_3}{\lambda} = 0,35.
 \end{aligned}$$

сдвига не наблюдается и достижение максимальной для данных соотношений диэлектрических проницаемостей величины фазового сдвига ограничено размерами волновода.

Влияние узких стенок прямоугольного волновода незначительно и уменьшается при увеличении диэлектрической проницаемости внешнего диэлектрика. Характер зависимости величины фазового сдвига в круглом и прямоугольном волноводах одинаков.

Полученные зависимости позволяют оценить роль внешнего диэлектрического слоя, частично или полностью заполняющего волновод как средство для получения требуемой концентрации поля в феррите. Изменение концентрации поля в феррите дает возможность увеличивать рабочую мощность и широкополосность фазовращателя, уменьшая, однако, при этом его активность — величину фазового сдвига на единицу длины. Внешний диэлектрический слой позволяет также уменьшать поперечное сечение волновода фазовращателя и выполнять при этом роль теплоотвода от источника тепла — ферритового слоя к поверхности волновода.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Микаэлян Л. Л. Теория и применение ферритов на СВЧ. М., Физматгиз, 1963. 663 с.
2. Покусин Д. Н., Павлов В. П. Диэлектрический стержень с кольцевым, азимутально намагниченным ферритовым слоем в прямоугольном волноводе. — «Радиотехника и электроника», 1969, т. 14, № 5, с. 922—925.
3. Столяров А. К., Наумов И. А. Расчет фазовращателей на прямоугольных волноводах с ферритом торOIDальной фермы. — «Радиотехника и электроника», 1967, т. 12, № 5, с. 939—940.
4. Сюй-Янь-Шен. К теории обратимого ферритового фазовращателя, — «Радиотехника и электроника», 1962, т. 7, № 4, с. 617—622.

УДК 621.372.825

Н. И. ПЯТАК, В. А. КОРОБКИН, канд. физ.-мат. наук,

### РАСЧЕТ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА, СОДЕРЖАЩЕГО ПЕРИОДИЧЕСКУЮ ФЕРРИТОВУЮ СТРУКТУРУ

Прямоугольный волновод, содержащий периодическую вдоль длины волновода ферритовую структуру, частично заполняющую его поперечное сечение и расположенную симметрично относительно середины широких стенок, можно использовать в качестве полосового фильтра с электрическим управлением его центральной частотой [1].

Расчет параметров этих фильтров, таких, как ширина полосы пропускания и величина перестройки, сводится к расчету граничных частот полос пропускания и заграждения прямоугольного волновода с периодической ферритовой структурой, образованной ферритовыми параллелепипедами, расположенными на равных расстояниях друг от друга (рис. 1). Высота ферритовых параллелепипедов (вкладышей) совпадает с высотой волновода. Внешнее

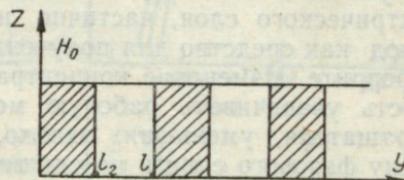
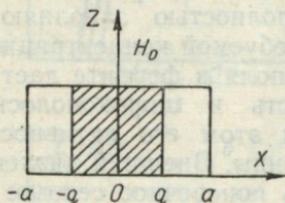
магнитное поле ориентировано перпендикулярно широким стенкам.

Разобьем поперечное сечение волновода на простые области:

$$-a < x < -q \quad \text{I обл.}$$

$$-q < x < q \quad \text{II обл.}$$

$$q < x < a \quad \text{III обл.}$$



Единственную составляющую электрического поля  $E_z$   $H$ -волны (при этом  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ ) в I и III областях представим в виде набора гармоник прямоугольного волновода:

$$E_{zI} = \sum_{h=-\infty}^{\infty} a_n \sin p_n (a + x) e^{ih_n y},$$

$$E_{zIII} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \sin p_n (a - x) e^{ih_n y}, \quad (1)$$

где

$$p_n^2 = k^2 - h_n^2; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$h_n = \text{постоянная распространения } n\text{-й гармоники} \quad h_n = h_0 + \frac{2\pi n}{l}.$$

Электрическое поле в области II, содержащее периодически расположенные ферритовые вкладыши, следуя работам [2, 3], представим в виде разложения по полной системе собственных функций  $F_v(y)$  прямоугольного волновода, периодически нагруженного ферритовыми слоями

$$E_{zII} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} (c_v e^{ig_v x} + d_v e^{-ig_v x}) F_v(y). \quad (2)$$

Функции  $F_v(y)$  удовлетворяют уравнению

$$\frac{d^2 F_v(y)}{dy^2} + [k^2 \epsilon(y) \mu_\perp(y) - g_v^2] F_v(y) = 0, \quad (3)$$

где  $\epsilon(y) = \begin{cases} \epsilon, & 0 \leq y \leq e_2; \\ 1, & e_2 \leq y \leq e; \end{cases}$   $\mu_\perp(y) = \begin{cases} \mu_\perp, & 0 \leq y \leq e_2; \\ 1, & e_2 \leq y \leq e, \end{cases}$

а также условиям непрерывности функций и их первых производных на границах раздела сред ( $y=e_2$  и  $y=e$ ) и условиям периодичности:

$$F_v(e) = e^{ih_0e} F_v(0); \quad F'_v(e) = \mu_\perp e^{ih_0e} F'_v(0). \quad (4)$$

Решая дифференциальное уравнение (3), систему собственных функций  $F_v(y)$  прямоугольного волновода, периодически нагруженного ферритовыми слоями, удовлетворяющих условиям непрерывности и периодичности, при слабой гиротропии  $\left(\frac{\mu_a}{\mu} \ll 1\right)$  [4], можно записать в виде

$$\begin{aligned} 0 \leq y \leq e_2, \quad F_v^1(y) = & \left[ \left[ e^{ih_0e} - \cos \beta_{1v} e_1 \cos \beta_{2v} e_2 + \frac{\beta_{2v}}{\beta_{1v} \mu_\perp} \times \right. \right. \\ & \times \sin \beta_{1v} e_1 \sin \beta_{2v} e_2 \left. \right] \sin \beta_{2v} y + \left[ \frac{\beta_{2v}}{\beta_{1v} \mu_\perp} \sin \beta_{1v} e_1 \cos \beta_{2v} e_2 + \right. \\ & \left. \left. + \cos \beta_{1v} e_1 \sin \beta_{2v} e_2 \right] \cos \beta_{2v} y, \quad e_2 \leq y \leq e, \quad F_v^2(y) = \left\{ \left[ e^{ih_0e} - \cos \beta_{2v} e_2 - \right. \right. \\ & - \cos \beta_{1v} e_1 \sin \beta_{1v} (y - e_2) + \left[ e^{ih_0e} \sin \beta_{2v} e_2 + \frac{\beta_{2v}}{\beta_{1v} \mu_\perp} \sin \beta_{1v} e_1 \right] \times \\ & \times \cos \beta_{1v} (y - e_2), \end{aligned} \quad (5)$$

а для определения соответствующих им собственных значений получить следующее дисперсионное уравнение:

$$\cos h_0e = \cos \beta_{1v} e_1 \cos \beta_{2v} e_2 - \frac{\beta_{1v}^2 \mu_\perp^2 + \beta_{2v}^2}{2\beta_{1v} \beta_{2v} \mu_\perp} \sin \beta_{1v} e_1 \sin \beta_{2v} e_2, \quad (6)$$

где  $\beta_{1v}^2 = k^2 - g_v^2$ ;  $\beta_{2v}^2 = k^2 \epsilon \mu_\perp - g_v^2$ ;  $e = e_1 + e_2$ .

На границах частичных областей при  $x = \pm q$  должны быть непрерывны тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей. Тангенциальная составляющая магнитного поля  $H_{y2}$  выражается через составляющую  $E_{zH}$  электрического поля с помощью соотношения

$$(6) \quad H_{y2} = \frac{i}{k \mu_1} \left\{ \frac{\partial E_{zH}}{\partial x} - \frac{i \mu_a}{\mu} \frac{\partial E_{zH}}{\partial y} \right\}, \quad (7)$$

$\mu$ ,  $\mu_a$  — компоненты тензора магнитной проницаемости попечечно-намагниченного феррита;  $\mu_\perp = \mu - \frac{\mu_a^2}{\mu}$ .

Для областей I и III в выражении (7) необходимо положить  $\mu_a = 0$ ,  $\mu_\perp = 1$ .

Применение граничных условий при  $x = \pm q$  дает следующую систему уравнений относительно неизвестных амплитуд:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \sin p_n(a-q) e^{ih_n y} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} (c_v e^{-ig_v q} + d_v e^{ig_v q}) F_v(y);$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \sin p_n(a-q) e^{ih_n y} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} (c_v e^{ig_v q} + d_v e^{-ig_v q}) F_v(y);$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n p_n \cos p_n(a-q) e^{ih_n y} = \frac{i}{\mu_{\perp}} \left\{ \sum_{v=-\infty}^{\infty} \left[ g_v F_v(y) (c_v e^{-ig_v q} - d_v e^{ig_v q}) - \frac{\mu_a}{\mu} (c_v e^{-ig_v q} + d_v e^{ig_v q}) \frac{dF_v(y)}{dy} \right] \right\};$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n p_n \cos p_n(a-q) e^{ih_n y} = \frac{i}{\mu_{\perp}} \left\{ \sum_{v=-\infty}^{\infty} \left[ g_v F_v(y) (c_v e^{ig_v q} - d_v e^{-ig_v q}) - \frac{\mu_a}{\mu} (c_v e^{ig_v q} + d_v e^{-ig_v q}) \frac{dF_v(y)}{dy} \right] \right\}. \quad (8)$$

Разложим функции  $e^{-ih_0 y} F_v(y)$  и  $e^{-ih_0 y} \frac{dF_v(y)}{dy}$  в ряд Фурье на интервале  $(0, e)$

$$e^{-ih_0 y} F_v(y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \xi_{vn} e^{i \frac{2\pi n}{e} y};$$

$$e^{-ih_0 y} \frac{dF_v(y)}{dy} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \eta_{vn} e^{i \frac{2\pi n}{e} y}, \quad (9)$$

где коэффициенты разложения  $\xi_{vn}$  и  $\eta_{vn}$  вычисляются по формулам

$$\xi_{vn} = \frac{1}{e} \int_0^e F_v(y) e^{-ih_n y} dy; \quad \eta_{vn} = \frac{1}{e} \int_0^e \frac{dF_v(y)}{dy} e^{-ih_n y} dy. \quad (10)$$

Подставляя в (10) выражения для  $F_v(y)$  и  $\frac{dF_v(y)}{dy}$  из (5), полу-

чим в окончательном виде  $\xi_{vn} = E_1 + E_2$ ;  $\eta_{vn} = S_1 + S_2$ , где

$$E_1 = \frac{1/e}{\beta_{2v}^2 - h_n^2} \left\{ \left[ ih_n F_v^1(0) + \frac{dF_v^1(0)}{dy} \right] - e^{-ih_n e_2} \left[ ih_n F_v^1(e_2) + \frac{dF_v^1(e_2)}{dy} \right] \right\};$$

$$\begin{aligned}
E_2 &= \frac{1/e}{\beta_{1v}^2 - h_n^2} \left\{ e^{-ih_n e_2} \left[ \frac{dF_v^{II}(e_2)}{dy} + ih_n F_v^{II}(e_2) \right] - e^{-ih_n e_2} \left[ ih_n F_v^{II}(e) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{dF_v^{II}(e)}{dy} \right] \right\}; \\
S_1 &= \frac{1/e}{\beta_{2v}^2 - h_n^2} \left\{ e^{-ih_n e_2} \left[ \beta_{2v}^2 F_v^1(e_2) - ih_n \frac{dF_v^1(e_2)}{dy} \right] - \left[ \beta_{2v}^2 F_v^1(0) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - ih_n \frac{dF_v^1(0)}{dy} \right] \right\}; \\
S_2 &= \frac{1/e}{\beta_{1v}^2 - h_n^2} \left\{ e^{-ih_n e} \left[ \beta_{1v}^2 F_v^{II}(e) - ih_n \frac{dF_v^{II}(e)}{dy} \right] - e^{-ih_n e_2} \left[ \beta_{1v}^2 F_v^{II}(l_2) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - ih_n \frac{dF_v^{II}(e_2)}{dy} \right] \right\}. \tag{11}
\end{aligned}$$

Заменяя в системе (8) функции  $F_v(y)$  и  $dF_v(y)/dy$  их разложениями (9) и приравнивая коэффициенты при одинаковых гармониках, после несложных, но громоздких преобразований, получаем сдвоенную бесконечную систему линейных однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд  $c_v$  и  $d_v$ :

$$\begin{aligned}
\sum_v \left\{ (c_v + d_v) \left( p_n \xi_{v,n} \operatorname{ctg} p_n(a - q) \cos g_v q - \frac{g_v \xi_n}{\mu_\perp} \sin g_v q \right) - (c_v - \right. \\
\left. - d_v) \frac{\mu_a \eta_{v,n}}{\mu \mu_1} \sin g_v q \right\} = 0; \\
\sum_v \left\{ (c_v + d_v) \frac{\mu_a \eta_{v,n}}{\mu \mu_\perp} \cos g_v q + (c_v - d_v) \left( p_n \xi_{v,n} \operatorname{ctg} p_n(a - q) \sin g_v q + \right. \right. \\
\left. \left. + \frac{g_v \xi_n}{\mu_\perp} \cos g_v q \right) \right\} = 0, \tag{12}
\end{aligned}$$

где  $n$  принимает целочисленные значения от  $-\infty$  до  $+\infty$ , а  $v$  указывает порядковый номер корня  $g_v$  дисперсионного уравнения (6). Границы полос пропускания и заграждения прямоугольного волновода с периодической ферритовой структурой  $a$ , значит, ширина и центральная частота полосового фильтра, выполненного на основе такой структуры, определяются путем совместного решения уравнений (6) и (12), в которых необходимо положить

$$h_n = \frac{2\pi}{e} \left( n + \frac{1}{2} \right).$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коробкин В. А., Пятак Н. И. Электрически-управляемый СВЧ-фильтр. Авт. свид. № 310602. — Открытия, изобретения, промышленные образцы, то-варные знаки, 1972, № 12, с. 241.
2. Хижняк Н. А. Теория волноводов, нагруженных диэлектрическими дисками. — «Радиотехника и электроника», 1960, № 3, с. 413—421.
3. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. М., Масалов С. Н. и др. Ди-фракция волн на решетках. Харьков, Изд-во Харьк. ун-та, 1973, с. 288.
4. Пистолькорс А. А., Маршак М. Л. Об отражении и преломлении элек-тромагнитных волн на границе раздела воздух—феррит в прямоугольном волноводе. — «Изв. вузов. Радиотехника», 1958, № 5, с. 594—598.

## ДОБРОТНОСТЬ ЯЧЕЙКИ И ЗАТУХАНИЕ ВНУТРИ СПИРАЛЬНОГО ВОЛНОВОДА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

**1. Дисперсионные уравнения.** Рассмотрим распространение волн в металлическом волноводе прямоугольного сечения, свернутого в спираль; будем классифицировать их по наличию составляющих электрического или магнитного полей вдоль оси  $z$  такого волновода — спирали, как предложено в работах [1, 2]. Магнитными волнами (или волнами  $H$ -типа) будем называть такие, которые имеют только составляющую  $H_z$ ,  $E_z = 0$ , а электрическими (или  $E$ -типа) — имеющие только компоненту  $E_z$ .

Можно показать, что  $E$ - и  $H$ -волны в таком волноводе разделяются. Электрические волны определяются  $E_z$ -компонентой, которая является решением уравнения Гельмгольца и имеет вид

$$E_z = [C_1 I_\beta(kr) + C_2 N_\beta(kr)] (A_1 \sin \alpha z + A_2 \cos \alpha z) e^{-j\beta r} e^{j\omega t}, \quad (1)$$

где  $k^2 = k_0^2 - \alpha^2$ ;  $k_0^2 = \omega^2 \epsilon \mu$ ;  $r, \theta, z$  — цилиндрические координаты;  $I_\beta(kr)$  и  $N_\beta(kr)$  — функции Бесселя и Неймана;

$A_1, A_2; C_1, C_2$  — неизвестные амплитуды;

$\alpha$  — искомая постоянная распространения.

Остальные компоненты поля  $E_r, E_\theta, H_r, H_\theta$  легко выразить через  $E_z$  путем решения уравнений Максвелла с учетом граничных условий  $E_t = 0$  на стенах волновода.

Подчинение электромагнитного поля граничным условиям  $E_t = 0$  на цилиндрических поверхностях  $r = r_1$ ,  $r = r_2$  и на боковых стенах волновода приводит к дисперсионному уравнению, из которого впоследствии будут найдены значения искомой постоянной распространения  $\alpha$ :

$$\begin{vmatrix} I_\beta(qx) & N_\beta(cx) \\ I'_\beta(x) & N'_\beta(x) \end{vmatrix} = 0, \quad (2)$$

где  $x = kr_1$ ;  $q = \frac{r_2}{r_1}$ ,

Решение задачи о распространении  $H$ -волн внутри свернутого спираль прямоугольного волновода находится аналогично предыдущему. Из уравнения Гельмгольца получаем аналитическое выражение для  $H_z$ -компоненты поля в следующем виде:

$$H_z = [C'_1 I_\beta(kr) + C'_2 N_\beta(kr)] (A'_1 \sin \alpha z + A'_2 \cos \alpha z) e^{-j\beta r} e^{j\omega t}. \quad (3)$$

Из граничных условий, которым следует подчинить соответствующие компоненты электромагнитного поля  $E_r, E_\theta; H_r, H_\theta$ , получим характеристическое уравнение из условия обращения в нуль определителя второго порядка:

$$\begin{vmatrix} I'_\beta(qx) & N'_\beta(cx) \\ I'_\beta(x) & N'_\beta(x) \end{vmatrix} = 0, \quad (4)$$

где обозначения  $x$ ,  $q$  совпадают с уже использовавшимися в уравнении (2), а штрих у цилиндрических функций означает дифференцирование по аргументу.

Типы волн в волноводе удобно классифицировать индексами  $v$  и  $i$  —  $E_{vi}$  и  $H_{vi}$ . Здесь  $v=0, 1, 2, \dots$  для  $E$ -волн и  $v=1, 2, \dots$ ,  $v_0$  — для  $H$ -волн, где  $v_0$  — максимальное значение  $v$ , при котором величина  $k$  остается вещественной; индекс корня характеристического уравнения — для волн типа  $E$  —  $i=1, 2, 3, \dots$  и для волн типа  $H$  —  $i=0, 1, 2, \dots$ .

Низшими типами волн при соответствующих размерах  $r_2-r_1$ ,  $a$  будут  $E_{01}$  и  $H_{10}$ .

**2. Скорости волн в волноводе.** В спиральном волноводе волна проходит расстояние  $p$  (период спирали) в направлении оси  $z$  при перемещении в  $\theta$ -направлении на  $2\pi$ . Один оборот, таким образом, дает изменение фазы на

$$\Delta\phi = 2\pi(\beta + p\gamma/2a). \quad (5)$$

Поэтому фазовая скорость волны на цилиндрической поверхности радиуса  $r$ :

$$v_\phi = \frac{2\pi c}{\lambda_0} \frac{\sqrt{r^2 + p^2/4\pi^2}}{\beta + p\gamma/2a}, \quad (6)$$

а длина волны в волноводе на этой же поверхности такова:

$$\lambda_v = \frac{2\pi\sqrt{r^2 + p^2/4\pi^2}}{\beta + p\gamma/2a}. \quad (7)$$

Во многих случаях применения спирально свернутых волноводов прямоугольного сечения целесообразно определять фазовую скорость, длину волны, замедление фазовой и групповой скоростей вдоль оси  $z$  на цилиндрической поверхности радиуса  $r_2$ .

Длина пути, проходящего волной вдоль волновода на поверхности радиусом  $r_2$  равна  $l = 2\pi\sqrt{r_2^2 + p^2/4\pi^2}$ .

Следовательно, фазовая скорость волны вдоль оси  $z$  на этой же поверхности в  $\frac{p}{l}$  раз больше, чем  $v_\phi$  из определения (6):

$$v_{\phi z} = \frac{c}{\lambda_0} \frac{p}{\beta + p\gamma/2a}. \quad (8)$$

Тогда длина волны и замедление фазовой скорости в направлении  $z$  соответственно равны

$$\lambda_z = \frac{p}{\beta + p\gamma/2a}, \quad \gamma_z = \frac{\lambda_0}{\lambda_z} = \frac{\lambda_0}{p} \left( \beta + \frac{p\gamma}{2a} \right). \quad (9)$$

Для определения группового замедления можно воспользоваться формулой

$$\gamma_{gp} = \gamma - \lambda_0 \frac{d\gamma}{d\lambda_0}. \quad (10)$$

Дисперсия фазового замедления определяется дифференцированием  $\gamma_z$  по  $\lambda$ . Из (17)

$$D_z = -\lambda_0 \frac{d\gamma_z}{d\lambda_0} = -\frac{\lambda_0}{p} \left( \beta + \lambda_0 \frac{d\beta}{d\lambda_0} + \frac{p\gamma}{2a} \right). \quad (11)$$

Подставим (11) и (9) в (10) и получим выражение для замедления групповой скорости волны (относительно оси  $z$ ):

$$\gamma_{grp} = -\frac{\lambda_0^2}{p} \frac{d\beta}{d\lambda_0}. \quad (12)$$

Как следует из (11), замедляющая система типа свернутого спираль прямоугольного волновода обладает положительной и прямой дисперсией.

**3. Добротность ячейки и затухание в спиральном волноводе**  
Для определения добротности ячейки спирального волновода целесообразно принять за ячейку один виток спирали, ограниченный пределами по  $\theta$  от 0 до  $2\pi$ .

Электромагнитная энергия и мощность потерь в стенах, усредненные по времени, в ячейке определяются формулами

$$W_{e.m} = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^a \int_{r_1}^{r_2} (\epsilon \vec{E} \vec{E}^* + \mu \vec{H} \vec{H}^*) r dr d\theta dz; \quad (13)$$

$$P_{\text{пот}} = \frac{\omega \mu \delta}{4} \int_0^{2\pi} d\theta \int_l \vec{H} \vec{H}^* r dl. \quad (14)$$

Здесь  $a$  — размер волновода вдоль оси  $z$ ;  $l$  — контур, охватывающий площадь поперечного сечения волновода.

Так как компоненты полей волноводов, свернутых по узкой и широкой стенах, различные, расчет добротности ячеек производится отдельно для спирали типа  $E$  (свернутый по узкой стенке волновод) и типа  $H$  (свернутый по широкой стенке).

Добротность  $Q$  ячейки спирального волновода типа  $E$ , вычисленная по формулам (13), (14) и (1), имеет вид

$$W_e = W_m = \frac{\epsilon a}{2} \left( \frac{k_0}{k} \right)^2 \frac{1 - \alpha_\beta^2}{\pi k^2 N_\beta^2 (kr_2)}. \quad (15)$$

Электромагнитная энергия в объеме ячейки волновода типа

$$W_{e.m} = \left( \frac{k_0}{k} \right)^2 \frac{\epsilon a (1 - \alpha_\beta^2)}{\pi k^2 N_\beta^2 (kr_2)}. \quad (16)$$

Для вычисления мощности потерь в стенах волновода по формуле (14) интеграл по контуру  $l$ , охватывающему поперечное сече-

Число волновода, разобьем на четыре — по стенкам волновода и посредине соответствующих вычислений получим

$$P_{\text{пот}} = \left( \frac{k_0}{k} \right)^2 \frac{\omega \delta}{\pi k^2 N_\beta^2 (kr_2)} \left[ \frac{a}{r_2} + \frac{a}{r_1} a_\beta^2 + 2(1 - a_\beta^2) \right]. \quad (17)$$

Тогда общая формула для добротности ячейки волновода, свернутого по узкой стенке, для волны типа  $E_{yL}$ , имеет вид

$$Q_{E_{yL}} = \frac{a}{2\delta} \frac{1}{1 + \frac{a}{2r_2} \frac{1 + qa_\beta^2}{1 - a_\beta^2}}. \quad (18)$$

В частном случае простейшего типа волны  $E_{01}$  поле будет иметь только составляющие  $E_z$ ,  $H_r$  и  $H_\theta$ , а добротность ячейки определяется формулой

$$Q_{E_{01}} = \frac{a}{\delta} \frac{1}{1 + \frac{a}{r_2} \frac{1 + qa_\beta^2}{1 - a_\beta^2}}. \quad (19)$$

Для определения затухания в волноводе, свернутого по узкой стенке в полосе прозрачности ( $Q \gg 1$ ), воспользуемся известным соотношением

$$\alpha \lambda_0 = \frac{\pi}{Q} \gamma_{\text{тр}}. \quad (20)$$

Во многих случаях представляет интерес определить затухание в спирали длиной, равной периоду  $p$ . В этом случае для волны  $E_{01}$  получим

$$\alpha_{zEP} = \frac{\pi \delta \lambda_0}{a} \frac{d\beta}{d\lambda_0} \left[ 1 + \frac{a}{r^2} \frac{1 + qa_\beta^2}{1 - a_\beta^2} \right]. \quad (21)$$

Расчет добротности ячейки и затухание в спиральном волноводе, свернутом по широкой стенке ( $H$ -система) производится аналогично вычислению  $Q_E$  и  $\alpha_{zEP}$ . Вычисленная формула для определения добротности ячейки  $H$ -системы имеет вид

$$Q_H \approx \frac{a}{2\delta} \left( \frac{2a}{\gamma \lambda_0} \right)^2 \frac{1}{1 + \frac{a}{2r_2} \left( \frac{2a}{\gamma \lambda_0} \right)^2 \frac{1 + qa_\beta'^2}{1 + a_\beta'^2 - \frac{\beta^2}{q^2 x^2} (1 + q^2 a_\beta'^2)}}, \quad (22)$$

из (22) находим затухание одного витка спирали:

$$\alpha_{zH} p = \frac{2\pi \delta \lambda_0}{a} \frac{d\beta}{d\lambda_0} \left( \frac{\gamma \lambda_0}{2a} \right)^2 \left[ 1 + \frac{a}{2r_2} \left( \frac{2a}{\gamma \lambda_0} \right)^2 \frac{1 + qa_\beta'^2}{1 + a_\beta'^2 - \frac{\beta^2}{q^2 x^2} (1 - q^2 x^2)} \right]. \quad (23)$$

Во всех приведенных выше формулах для расчета добротности ячейки и затухания в волноводах величина  $k_0\delta$  определяется по

$$\text{формуле } \frac{2\pi}{\lambda_0} = k_0\delta = 1,8 \frac{1}{V \sigma \lambda_0},$$

где  $\sigma$  — удельная проводимость стенок,  $\frac{1}{\text{ом} \cdot \text{м}}$ ;  $\lambda_0$  — длина волн в свободном пространстве, мм.

Для серебра, латуни и чистой меди  $k_0\delta$  имеют численное значение, соответственно:  $2,33 \cdot 10^{-4} \lambda_0^{-1/2}$ ;  $4,06 \cdot 10^{-4} \lambda_0^{-1/2}$ ;  $2,38 \times 10^{-4} \lambda_0^{-1/2}$ .

4. Учет шероховатости поверхности стенок волновода. Введем коэффициенты шероховатости, которые определяют удлинение пути для токов в шероховатых стенках реальных волноводов по сравнению с гладкими стенками идеальных волноводов.

Вес каждого из этих коэффициентов определяется подстановкой в формулы для потерь после интегрирования по длине пути токов в стенках волновода. При этом предполагается, что энергия электромагнитного поля в ячейке волновода от шероховатости не зависит ввиду исключительно малого изменения объема ячейки.

Если обозначить коэффициенты шероховатости по пути для тока, параллельно радиусу  $t_r$ , по пути для тока, параллельного оси  $z$ , —  $t_z$  и  $t_\theta$  — по пути для тока в азимутальном направлении, формулы для коэффициентов затухания будут иметь следующий вид:

$$\alpha_{zE,i} p = \frac{2\pi\delta\lambda_0}{a} \frac{d\beta}{d\lambda_0} t_\theta \left( t_z + \frac{at_r}{2r_2} \frac{1+q\alpha_\beta^2}{1-\alpha_\beta^2} \right), \quad (24)$$

$$\alpha_{zE_{01}} p = \frac{\pi\delta\lambda_0}{a} \frac{d\beta}{d\lambda_0} t_\theta \left( t_z + \frac{at_r}{r_2} \frac{1+q\alpha_\beta^2}{1-\alpha_\beta^2} \right), \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{zh} p = & \frac{2\pi\delta\lambda_0}{a} \left( \frac{v\lambda_0}{2a} \right)^2 \frac{d\beta}{d\lambda_0} t_\theta \left[ t_z + \frac{at_r}{2r_2} \left( \frac{2a}{v\lambda_0} \right)^2 \times \right. \\ & \times \frac{1+q\alpha_\beta'^2}{1+\alpha_\beta'^2 - \frac{\beta^2}{q^2 x^2} (1+q^2\alpha_\beta'^2)} \left. \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

В случае одинаковой шероховатости  $t_\theta$  по всем стенкам волновода, значения  $Q$  и  $\alpha_z$  необходимо увеличить в  $t_\theta^2$  раз.

5. Экспериментальная проверка формул (25) и (26). Измерения затухания в спиральных волноводах  $E$ - и  $H$ -систем производились методом короткозамыкающего поршня (с учетом отключения коэффициента отражения поршня от единицы). Для вычисления затухания применялась формула

$$\alpha_z = \alpha_0 - \Delta,$$

$$\text{где } \alpha_0 = 10 \lg \left( \frac{r_{\max} + 1}{r_{\max} - 1} \cdot \frac{r_{\min} + 1}{r_{\min} - 1} \right)^{\frac{1}{2}} \text{дБ}; \quad \Delta = 10 \lg \frac{1}{|\rho|}. \quad (27)$$

В этих формулах  $r_{\max}$  и  $r_{\min}$  — измерение величины КСВ при перемещении короткозамыкающего поршня;  $|\rho|$  — модуль коэффициента отражения ( $|\rho| = 0,89$ ).

Для вычисления коэффициентов шероховатости с помощью микроскопа измерялась длина неровностей вдоль поверхности стенок волновода. Для всех стенок одного волновода коэффициенты шероховатости оказались примерно одинаковыми и имели величины: для волновода с волной  $E_{01}$  —  $t_{\text{ш}} = 1,7$ , для волновода с волной  $H_{10}$  —  $t_{\text{ш}} = 1,9$ .

Теоретический расчет затухания в волноводах проводился по формулам (40) и (45), результат вычисленного по этим формулам умножался на  $t_{\text{ш}}^2$ .

Ниже приводится таблица сравнения рассчитанных с учетом шероховатости и экспериментально измеренных величин затуханий для трех волноводов.

Тип волновода	Тип волны	$\alpha_z$ теорет. (дБ)	$\alpha_z$ экспер. (дБ)
<i>E</i> -система	$E_{01}$	7,8	8,4
		3,8	3,9
<i>H</i> -система	$H_{10}$	4,7	5,5

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воскресенский Д. И. Равномерно изогнутый волновод прямоугольного поперечного сечения. — Труды Моск. авиац. ин-та. Вып. 73. М., Оборонгиз, 1957, с. 5—44.
2. Waldron R. A. Theory of the helical waveguide of rectangular cross-section. — Journal of the British JRE, 1957, vol. 17, № 10, p. 2945—2958.

УДК 621.372.82

B. M. СЕДЫХ, канд. физ.-мат. наук,  
E. A. ШАУЛОВ

## ПОПЕРЕЧНО-НЕРЕГУЛЯРНАЯ ВОЛНОВОДНАЯ ЛИНИЯ ПЕРЕДАЧИ

Предлагается новый тип волноводной линии передачи. Поперечное сечение такой однородной в продольном направлении линии изображено на рис. 1. Как видно из рисунка, контур поперечного сечения ее представляет собой соединение однородной короткозамкнутой линии (область А) и короткозамкнутой линии с переменным волновым сопротивлением (область В).

Поскольку область В обладает свойствами фильтра низких частот, можно ожидать, что на верхних частотах в рассматриваемой линии будет распространяться обычная основная волноводная волна, критическая частота которой приблизительно определяется размерами области А. На низких же частотах будет распространяться

няться более сложная волна, свойства которой определяются конфигурацией и размерами не только области  $A$ , но и области  $B$ , которая обладает замедляющими свойствами в поперечном направлении.

Экспериментально исследовалась волноводная линия со следующими размерами:  $a = 47,5$  мм,  $a_1 = 20$  мм,  $a_2 = 5$  мм,  $a_3 = 5$  мм,  $b = 10$  мм,  $b_1 = 9$  мм. На основе измерительной линии ЛИ-5 была

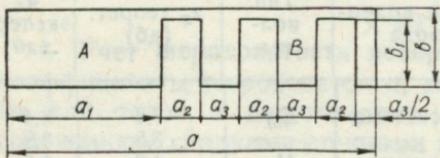


Рис. 1.



Рис. 2.

сделана измерительная линия на таком волноводе и проводилось измерение длины волны в системе  $\lambda_g$  в зависимости от длины волны в свободном пространстве  $\lambda_0$ . Эта зависимость приведена на рис. 2. Видно, что в области высоких частот зависимость имеет обычный волноводный характер. Критическая длина волны, определенная для этого случая по формуле

$$\lambda_c = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_g}\right)^2}},$$

равна 39 мм.

Видно также, что на низких частотах аналогичная зависимость имеет более сложный характер.

Дальнейшее изучение свойств такой линии передачи продолжается.

УДК 621.372.049.75—416

О. С. ОЛЕЙНИК, Г. М. ПЕТЬКОВ,  
В. В. ПОКУСАЙ, И. И. САПРЫКИН,  
В. М. СЕДЫХ, канд. физ.-мат. наук

## КОМПЛАНАРНЫЕ ЛИНИИ И КОАКСИАЛЬНО-КОМПЛАНАРНЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Компланарная линия представляет собой новый тип полосковых передающих линий [1, 2]. Она состоит из металлической центральной полоски, расположенной в одной плоскости с параллельными ей заземляющими пластинами. Волновое сопротивление и фазовая скорость компланарной линии определены в [1, 2]

В квазистатическом приближении методом конформных отображений.

Компланарная линия имеет ряд преимуществ по сравнению с несимметричной полосковой линией: наличие эллиптической поляризации высокочастотного магнитного поля, возможность присоединения параллельных внешних элементов, независимость волнового сопротивления от толщины подложки.

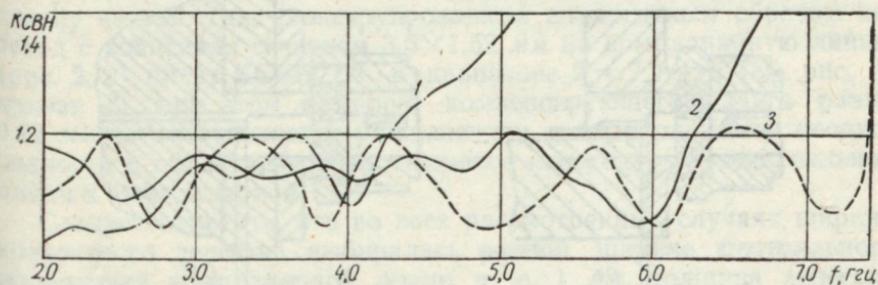


Рис. 1.

Вследствие этого применение компланарных линий открывает широкие возможности конструирования интегральных СВЧ устройств. Однако это можно будет осуществить только при наличии малоотражающих переходов с компланарной линии на известные типы передающих линий: коаксиальные и волноводные. Нами исследовались несколько вариантов коаксиально-компланарных переходов на коаксиальные линии сечением  $7 \times 3,05$  мм и  $3,5 \times 1,52$  мм.

В качестве подложки компланарной линии использовалась керамика типа СТ-32-1 с  $\epsilon = 10$ . Воспользовавшись [1, 2], можно определить, что волновое сопротивление компланарной линии согласно [1, 2] равно 50 ом при ширине центрального проводника, равной 1 мм, и расстоянием между центральным проводником и заземленными пластинами, равным 0,42 мм.

Исследована структура поля в компланарной линии. Для этого изготавлялась установка, подобная измерительной линии, т. е. над компланарной линией располагался электрический зонд, который можно было перемещать в горизонтальной (в плоскости расположения проводников) и вертикальной плоскостях. Установлено, что при удалении от середины центрального проводника поле сильно ослабляется. Так, при удалении от центра на 2 мм (горизонтальная плоскость) и при удалении от компланарной линии по высоте на расстоянии 4 мм ослабление превышает 20 дБ.

Таким образом, защитный экран, предохраняющий линию от воздействия внешних полей, не будет оказывать существенного влияния, если он расположен на расстоянии не менее 4 мм от компланарной линии.

При конструировании коаксиально-компланаарных переходов необходимо обеспечить контакт внешнего проводника коаксиала с заземленными пластинами, а внутреннего проводника коаксиала — с центральным проводником компланарной линии. На рис. 2, а, б приведены две конструкции, разработанные нами, коаксиально-компланаарного перехода.

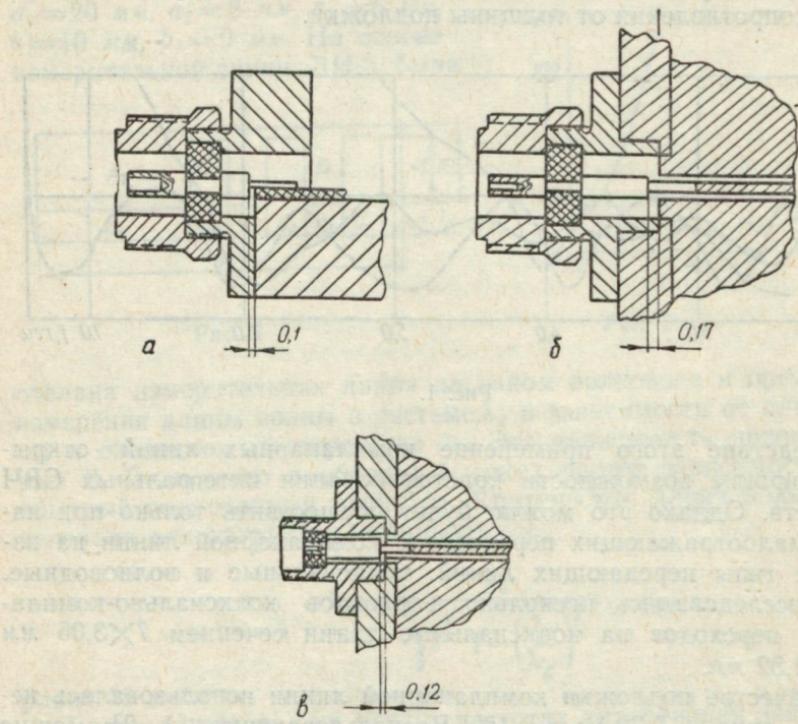


Рис. 2.

В первом варианте конструкции (рис. 2, а) переход представляет собой отрезок коаксиальной линии сечением  $7 \times 3,05$  мм, внутренний проводник которой оканчивается контактным лепестком, обеспечивающим контакт с центральным проводником компланарной линии. Внешний проводник имеет Г-образный выступ в одной плоскости с лепестком, чем обеспечивает контакт с заземленными пластинами компланарной линии. Компенсация неоднородностей в области непосредственного перехода от коаксиальной линии к компланарной осуществляется вариацией длины выступа и компенсирующим зазором между торцом компланарной линии и торцом внутреннего проводника коаксиальной линии. Как следует из графика (рис. 1, кривая 1), КСВН переходов меньше 1,2 в полосе частот  $2 \div 4,2$  Гц, при этом длина выступа — 3 мм, компенсирующий зазор — 0,1 мм.

Для увеличения широкополосности была применена другая конструкция перехода (рис. 2, б). В этом случае компланарная

линия располагается в металлическом экране так, что боковые стенки экрана имеют непосредственный контакт с заземленными пластинами компланарной линии. Переходы крепятся к боковой стенке экрана. Таким образом, нам достаточно добиться контакта только центральных проводников, что, как и в первом варианте, обеспечивается контактным лепестком, КСВН переходов меньше 1,2 в диапазоне частот  $2 \div 6,2$  Гц (см. рис. 1, кривая 2), при этом величина компенсирующего сдвига равна 0,17 мм. Характерно, что уменьшение сечения коаксиальной линии расширяет рабочую полосу частот. Так, сконструированный аналогичным образом переход с коаксиала сечением  $3,5 \times 1,52$  мм на компланарную линию (рис. 2, в) имеет КСВН 1,2 в диапазоне  $2 \div 7,4$  Гц (см. рис. 1, кривая 3), при этом величина компенсирующего сдвига равна 0,12 мм. Это объясняется уменьшением явно выраженной неоднородности в области непосредственного перехода от коаксиальной линии к компланарной.

Следует отметить, что во всех рассмотренных случаях ширина контактного лепестка выбиралась равной ширине центрального проводника компланарной линии, т. е. 1 мм, толщина лепестка 0,1 мм, длина 4 мм.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wen C. P. Coplanar Waveguider: A Surface Strip line suitable for Nonreciprocal Cyromagnetic Device Applications.— IEEE Trans, MTT, 1969, 17, № 12, p. 1087—1090.
2. Воробьев В. В. Щелевые линии передачи и компланарные волноводы.— «Зарубежная радиоэлектроника», 1972, № 5, с. 93—116.

УДК 621.372.833

Д. С. ДЕНИСОВ, канд. физ.-мат. наук,  
Н. В. ЛЯПУНОВ, канд. физ.-мат. наук,  
Н. Я. ТАРАНОВА, Е. А. ШАУЛОВ

#### К ИССЛЕДОВАНИЮ КОАКСИАЛЬНО-ВЛОННОВОДНЫХ ПЕРЕХОДОВ

На практике часто возникает необходимость в коаксиально-волноводных переходах, причем к последним предъявляются требования: широкополосности, минимальных потерь и отражений в полосе частот, воспроизводимости и механической надежности. По конструктивному исполнению, как правило, отрезок коаксиала располагается под прямым углом по отношению к волноводу (рис. 1), поэтому в настоящей работе рассмотрены переходы с перпендикулярным расположением коаксиальной линии относительно волновода. Так как волновое сопротивление прямоугольного волновода гораздо больше волнового сопротивления коаксиальной линии, то для хорошего согласования в широкой полосе частот необходимо совершить двойной переход: вначале от прямоугольного волновода на П-образный волновод с волновым сопротивлением 50 ом, а затем от П-образного волновода на 50-омную

коаксиальную линию. Для этой цели воспользуемся методикой, описанной в [1, 2] для расчета волноводов с ребром. При этом обеспечим согласование в заданной полосе частот.

Задаваясь значением КСВН в определенной полосе частот и волновым сопротивлением П-волновода, определим перепад волновых сопротивлений  $R$  между прямоугольным и П-волноводом:

$$R = \frac{Z_0}{\rho}; \text{ где } Z_0 \text{ и } \rho \text{ — волновые сопротивления прямоугольного и П-волновода соответственно.}$$

Определив длины волн в волноводе, соответствующие граничным длинам волн полосы пропускания  $\Lambda_{-n} = \frac{\lambda_{-n}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{-n}}{\lambda_c}\right)^2}}$  и  $\Lambda_n = \frac{\lambda_{yn}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_c}\right)^2}}$ , можно определить требуемую величину перекрытия диапазона  $\frac{\Lambda_{-n}}{\Lambda_n} \gg A$ , и по графикам [3] найти число ступенек, ширину ступенек и волновые сопротивления, соответствующие каждой ступеньке.

Длина каждой трансформирующей секции определяется по формуле  $= \frac{\lambda_{g1} \cdot \lambda_{g2}}{2(\lambda_{g1} + \lambda_{g2})}$ , где  $\lambda_{g1}$  и  $\lambda_{g2}$  — длины волн в волноводе (в данной секции) на концах частотного диапазона.

Рассчитанные таким образом переходы от коаксиальной линии сечением  $4 \times 1,75$  мм к прямоугольным волноводам сечением  $23 \times 5$  мм и  $28,5 \times 6,25$  мм были исследованы экспериментально. Результаты экспериментального исследования хорошо совпадают с теоретическими данными, расхождения по КСВН и полосе частот составляют примерно 2%. КСВН в 30% полосе частот не превышает значения 1,15.

Возбуждение осуществлялось со стороны волновода, а коаксиальная линия нагружалась на согласованную коаксиальную нагрузку с КСВН в широкой полосе частот не выше 1,05.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Харвей А. Ф. Техника сверхвысоких частот. М., «Сов. радио», 1965, т. 1, с. 56—64.
- Hopfer S. The desing of ridged waveguides. — IRE Trans on MTT, vol. MTT-3, oct. 1955, № 3, p. 1012—1018.
- Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. П. Справочник по элементам волноводной техники. М., «Сов. радио», 1967, с. 270—340.

