

УДК 531.35

ПРЕЦЕССИЯ ОДНОМЕРНОЙ ОРБИТЫ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ

И. С. Петренко-Старков

Физико-технический факультет,
Харьковский национальный университет,
Украина, Харьков 61108, пр. Курчатова 31.
Поступила в редакцию 24 апреля 2000 г.

Показано, что движение частицы в центральном поле (задача Кеплера) является суперпозицией двух движений – одномерного движения частицы с потенциальной скоростью вдоль радиус-вектора под действием центральной и центробежной силы и углового движения (вращения) с вихревой скоростью под действием силы Кориолиса.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: движение частицы в центральном поле, концепция поля возможных скоростей, нестационарная прецессия.

Известно, что траекторией движения двумерного изотропного осциллятора в общем случае является эллипс (допустим, в плоскости Ox_1x_2) с центром в начале координат. Легко видеть, что при решении задачи о движении двумерного осциллятора методом Гамильтона-Якоби декартовы координаты разделяются. Разделение переменных в данном случае имеет простой физический смысл – движение частицы является суперпозицией двух независимых одномерных движений вдоль $\vec{e}_1$ - и $\vec{e}_2$ -направлений ($\vec{e}_i$ – орты декартовых координат).

При движении частицы в центральном поле $U = -\frac{\alpha}{r}$, $\alpha > 0$ (в дальнейшем будем рассматривать центральное поле только такого вида) с полной энергией $E < 0$ траекторией также является эллипс с одним из фокусов в начале координат. При решении данной задачи методом Гамильтона-Якоби декартовы координаты, как известно, не разделяются.

Не следует априори утверждать, что в данном случае характер движения частицы такой же, как и для двумерного осциллятора. Действительно, кинематика позволяет представить движение частицы в центральном поле как суперпозицию двух одномерных периодических движений. Однако данные движения не являются независимыми в том смысле, что они взаимно связаны, в частности, через эксцентриситет эллипса [1, с.54].

В связи с вышеизложенным цель настоящей работы – установить и объяснить характер движения частицы ($E < 0$) в центральном поле.

КОНЦЕПЦИЯ ПОЛЯ ВОЗМОЖНЫХ СКОРОСТЕЙ

Для достижения поставленной цели введем при описании стационарного финитного движения частицы по вполне определенной траектории поле ее возможных скоростей $\vec{v}(x_1, x_2, x_3)$. Обоснуем введение такого поля для двух случаев, существенных для последующего анализа.

Случай 1. Рассмотрим стационарное движение частицы, являющееся суперпозицией трех одномерных периодических движений вдоль каждой из Ox_i осей декартовой системы координат с соответствующей каждой оси потенциальной энергией $U_i(x_i)$ и полной энергией E_i .

Областью пространства, в котором может двигаться частица, является в данном случае объем параллелепипеда, ограниченный плоскостями, перпендикулярными к осям координат и проходящими через точки, являющиеся корнями уравнений $U_i(x_i) = E_i$.

Каждой точке, включая граничные, в данной области пространства можно сопоставить вполне определенную возможную скорость

$$\vec{v}(x_1, x_2, x_3) = \sum_i \pm \sqrt{\frac{2}{m} [E_i - U_i(x_i)]} \vec{e}_i, \quad (1)$$

которую будет иметь частица, находясь в данной точке.

Решениями дифференциальных уравнений векторных линий поля возможных скоростей частицы

$$\frac{dx_1}{\pm \sqrt{\frac{2}{m}[E_1 - U_1(x_1)]}} = \frac{dx_2}{\pm \sqrt{\frac{2}{m}[E_2 - U_2(x_2)]}} = \frac{dx_3}{\pm \sqrt{\frac{2}{m}[E_3 - U_3(x_3)]}} \quad (2)$$

являются множество ее возможных изоэнергетических траекторий. Данные решения, как известно, содержат две постоянные интегрирования. Соответствующим выбором постоянных можно выделить единственную траекторию, проходящую в начальный момент времени через любую наперед заданную точку в рассматриваемой области пространства.

Нетрудно видеть, что в общем случае многократно-периодического движения траектория частицы (фигура Лисажу) пройдет через каждую точку области поля скоростей (исключая граничные и лежащие на диагоналях параллелепипеда) четыре раза с двумя возможными направлениями обхода по ней.

Случай 2. Рассмотрим поле возможных скоростей частицы, совершающей движение в центральном поле. Решениями дифференциальных уравнений возможных траекторий частицы являются, как известно, множество софокусных эллипсов. Параметры каждого из эллипсов определяются полной энергией частицы (большая полуось) и ее вектором момента импульса (малая полуось, ориентация в пространстве). Упростим рассматриваемое поле скоростей, сведя его к плоскому случаю. А именно: выберем подмножество из множества изоэнергетических эллипсов, плоскости которых лежат в плоскости Ox_1x_2 , а большие оси сориентированы вдоль оси Ox_1 так, что перигелии всех эллипсов лежат слева от точки O . При таких условиях, как нетрудно видеть, областью поля возможных скоростей является часть плоскости (за исключением точек, лежащих на оси Ox_1 в интервале $0 < x_1 < r_0$), ограниченная справа от оси Ox_2 , огибающей семейства эллипсов, а слева – полуокружностью радиусом

$$r_0 = -\frac{\alpha}{2E}, \quad (3)$$

сопряженной с огибающей. Окружности данного радиуса сопоставляется траектория частицы с максимально возможным при заданной полной энергии моментом импульса

$$L_{\max} = \alpha \sqrt{\frac{m}{-2E}}. \quad (4)$$

В области, ограниченной окружностью радиусом r_0 , траектории не пересекаются. В остальной области поля возможных скоростей, как и в случае двумерного изотропного осциллятора, через каждую точку (исключая граничные и лежащие на оси Ox_1) проходят две траектории.

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ

1. Введение поля возможных скоростей позволяет представить основное уравнение механики частицы (второй закон Ньютона) в нерелятивистском случае в виде

$$\frac{1}{m} \vec{f} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial \vec{r}} \vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}. \quad (5)$$

Рассмотрим стационарное движение частицы ($\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$).

Разложим аффинный ортогональный тензор

$$\frac{d\vec{v}}{d\vec{r}} = \left\| \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right\| \quad (6)$$

на симметричный $\|S_{ik}\|$ и антисимметричный $\|A_{ik}\|$. Тензор (6) является симметричным только тогда, когда вектор скорости частицы – потенциальный вектор $\vec{v}^P$, поскольку, если

$$\vec{v}^P = \text{grad} \Phi, \quad (7)$$

то

$$\|S_{ik}\| = \frac{\partial v_i^P}{\partial x_k} = \frac{\partial v_k^P}{\partial x_i} = \left\| \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_k} \right\|. \quad (8)$$

Антисимметричной же части тензора (6) сопоставляется, как известно, некий аксиальный вектор $\vec{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot} \vec{v}^r$. Следовательно, в общем случае уравнение (5) описывает движение частицы со скоростью, равной сумме потенциального и вихревого векторов.

Легко видеть, что движение частицы в рассматриваемых потенциальных полях описывается симметричным тензором (8).

2. Введение поля возможных скоростей позволяет также установить особенности движения частицы в данных потенциальных полях.

Действительно, ориентация главных осей тензора возможных скоростей (8) частицы в Случае 1, как нетрудно видеть, остается постоянной для всех точек траектории – вдоль осей Ox_I . Декартовы координаты, как следствие, в методе Гамильтона-Якоби разделяются.

При описании движения частицы в центральном поле в плоских полярных координатах (r, φ) ориентация в пространстве главных осей тензора возможных скоростей, как это очевидно, изменяется от точки к точке траектории.

Известно, что при решении данной задачи методом Гамильтона-Якоби переменные r и φ разделяются. Именно это обстоятельство заставляет предположить, что движение частицы в центральном поле является суперпозицией двух движений: вдоль $\vec{e}_r$ - и $\vec{e}_\varphi$ -направлений.

3. С целью дальнейшего развития высказанного выше предположения рассмотрим прецессирующую орбиту. Другими словами – подвижная система отсчета, в которой орбита частицы сохраняет свою форму, вращается относительно неподвижной системы, имеющей общее начало с подвижной, с угловой скоростью $\vec{\Omega}(t)$. При нестационарной прецессии ($\dot{\vec{\Omega}}(t) \neq 0$) абсолютные скорость $\vec{v}_a$ и ускорение частицы, как известно, равны

$$\vec{v}_a = \vec{v}^p + \vec{v}^r = \text{grad}\Phi + (\vec{\Omega} \times \vec{r}) , \quad (9)$$

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = -\frac{1}{m} \cdot \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} + (\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})) + 2(\vec{\Omega} \times \vec{v}^p) + (\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}) . \quad (10)$$

Нетрудно показать, полагая, что

$$\frac{\partial \vec{v}_a}{\partial t} = \frac{\partial \vec{v}^r}{\partial t} = (\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}) , \quad (11)$$

соответствующие составляющие ускорения, аналогичные входящим в правую часть равенства (10), следуют из основного уравнения механики (5). Действительно,

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = \|S_{ik}\| \vec{v}^p + \|S_{ik}\| \vec{v}^r + \|A_{ik}\| \vec{v}^p + \|A_{ik}\| \vec{v}^r + (\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}) . \quad (12)$$

В правой части данного уравнения третий и четвертый термы равны соответственно $(\vec{\Omega} \times \vec{v}^p)$ и $(\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}))$. Принимая во внимание, что

$$\|S_{ik}\| \vec{v}^p = -\frac{1}{m} \cdot \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \quad (13)$$

и

$$\|S_{ik}\| \vec{v}^r = (\vec{\Omega} \times \vec{v}^p) , \quad (14)$$

получаем уравнение (10).

Естественно, что рассматриваемая прецессия – идеализированный случай, поскольку в механике неизвестны аналоги движения частицы в силовых полях, обеспечивающих все составляющие абсолютного ускорения (10), необходимых для ее реализации. В частности, описание стационарной прецессии электронных орбит в магнитном поле предполагает, что $\Omega r \ll v^p$ [2, с.145].

4. Рассмотрим частный случай идеализированной прецессии, который может реализовываться в механике при наличии одной центральной силы.

Если вектор $\vec{\Omega}(t)$ направлен вдоль оси Ox_3 и прецессия плоская ($\vec{\Omega}\vec{r}=0$), то осеостремительное ускорение $(\vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{r}))$ является радиальным. Предположим, что вектор $\vec{v}^P$ имеет только лишь одну компоненту скорости – вдоль $\vec{e}_r$ -направления. При данных условиях уравнение (10) в плоских полярных координатах запишется в виде

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = \left(-\frac{1}{m} \cdot \frac{\partial U}{\partial r} + \Omega^2 r\right)\vec{e}_r + (2\Omega\dot{r} + \dot{\Omega}r)\vec{e}_\phi. \quad (15)$$

Предположим далее, что сумма внешних сил, действующих на частицу в $\vec{e}_\phi$ -направлении, равна нулю. Следовательно, абсолютное ускорение направлено по радиусу. В этом случае векторное уравнение (15) разделяется на два скалярных уравнения для $\vec{e}_r$ - и $\vec{e}_\phi$ -направлений. Полагая в них $\Omega = \dot{\phi}$, приходим к известным в литературе уравнениям движения частицы в центральном поле [3, с. 75]

$$\ddot{r} - r\dot{\phi}^2 = -\frac{1}{m} \cdot \frac{\partial U}{\partial r}, \quad (16)$$

$$2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi} = 0. \quad (17)$$

Однако трактовка данных уравнений в рассматриваемом случае имеет иное физическое содержание. А именно – *стационарное движение частицы в центральном поле можно рассматривать и как нестационарную прецессию ее одномерной орбиты.*

Как нетрудно видеть, представление угловой компоненты скорости частицы в виде вихревой скорости не противоречит ее представлению в виде компоненты потенциального вектора.

ВЫВОДЫ

Итак, два математических представления симметричного тензора возможных скоростей частицы – с постоянной и переменной ориентацией главных осей – позволяет установить особенности движения частицы в потенциальных полях с разделяющимися и не разделяющимися декартовыми координатами.

Рассмотрение прецессирующей орбиты позволяет *понять характер* движения частицы в центральном поле.

Для объяснения же данного результата необходимо рассматривать центробежную силу $mr\dot{\phi}^2\vec{e}_r$ и силу Кориолиса $\vec{f}_k = 2m(\vec{v}^P \times \vec{\Omega}) = -2m\dot{r}\dot{\phi}\vec{e}_\phi$ как реальные силы при движении частицы в центральном поле.

Действительно, в результате двойного дифференцирования по времени радиус-вектора $\vec{r}(t) = r\vec{e}_r$ частицы, движущейся в центральном поле, имеем

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{1}{m} \cdot \frac{\partial U}{\partial r} \vec{e}_r = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi})\vec{e}_\phi. \quad (18)$$

Уравнение (18), по существу, является векторной суммой уравнений (16) и (17) со следующей их простой физической трактовкой:

Центробежная сила совместно с центральной силой определяют радиальное уравнение (16) движения частицы. В частности, состояние невесомости – это состояние, при котором центральная сила уравновешивается центробежной силой.

Уравнение же (17) следует трактовать не только как производную по времени от момента импульса частицы $mr^2\dot{\phi} = \text{Const}$, но и как уравнение для ее углового движения (вращения) под действием вихревой ($\text{div}\vec{f}_k = 0$), знакопеременной ($\vec{f}_k = 0$) силы Кориолиса.

Именно такая трактовка уравнений (16) и (17) позволяет рассматривать движение частицы в центральном поле в общем случае как *нестационарную прецессию одномерной орбиты.* В частности, стационарная прецессия реализуется для круговой орбиты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. «Механика». - М.: Наука, 1988, 215 с.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. «Теория поля». - М.: Наука, 1988, 505 с.
3. Голдстейн «Классическая механика». - М.: Наука, 1975, 416 с.

PRECESSION OF ONE-DIMENSIONAL ORBIT IN THE CENTRAL FIELD**I.S. Petrenko-Starkov***Department of physics and technology,**Kharkov national university,**31 Kurchatov Ave.**61108, Kharkov, Ukraine*

It is shown that the motion of a particle in the central field (Kepler's problem) is the superposition of two motions, that of the one-dimensional motion along the radius vector with potential velocity due to central and centrifugal forces and the angular motion (of rotation) with vortex velocity due to Coriolis force.

KEY WORDS: particle moves in the central field, the concept of possible velocity field, nonstationary precession.

УДК 537.81:51.001

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ СТАТИЧЕСКИ РАВНОВЕСНЫХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ

С.С. Зуб

Государственный аэрокосмический университет

им. Н.Е. Жуковского "ХАИ",

61070, Украина, г. Харьков, ул. Чкалова 17.

Поступила в редакцию 10 мая 2000 г.

Полученное в предыдущих работах выражение для магнитной потенциальной энергии приведено к форме, позволяющей сформулировать общий метод поиска и исследования состояний равновесия в системах, состоящих из сверхпроводящих катушек и постоянного магнита. Необходимые и достаточные условия существования равновесия сведены к решению системы уравнений связей на обобщенные координаты "левитирующего" тела, что позволяет установить требуемое число сверхпроводящих элементов для получения изолированных точек равновесия. В важном случае дипольного приближения для взаимных индуктивностей элементов системы численно найдены изолированные точки равновесия, координаты которых дифференцируемым образом зависят от параметров магнитной системы. Это доказывает устойчивость равновесия по параметрам магнитной системы и создает предпосылки для управления магнитными равновесными конфигурациями.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сверхпроводимость, магнитное статическое равновесие, магнитная потенциальная яма.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Ранее опубликованные работы [1-4] были посвящены доказательству существования устойчивого статического магнитного равновесия, т.е. так называемой магнитной потенциальной яме (МПЯ). Ввиду отсутствия в литературе каких-либо общих подходов к решению этой задачи нами был выбран путь конструктивного доказательства (намеченный в работах [5-6]), заключающийся в непосредственном предъявлении максимально простой модели, обладающей всеми необходимыми свойствами. Представленные модели обладали либо весьма специальной геометрией (для многосвязных тел) [1-5], либо высокой степенью симметрии (диполь внутри сверхпроводящей сферы) [3], причем важным элементом модели выступало внешнее магнитное поле [2-4]. Предложенные модели доказали существование МПЯ, но оставили открытыми вопросы о существенности тех или иных элементов данных моделей. Для приложений данного эффекта очень важными являются не только доказанная устойчивость по обобщенным координатам "левитирующего" тела, но и устойчивость равновесия по параметрам магнитной системы, а также возможность управления магнитными равновесными конфигурациями.

Разработанный в процессе изучения проблемы МПЯ математический аппарат позволяет сформулировать общий метод поиска и исследования равновесных магнитных конфигураций и выделить лишь существенные для существования МПЯ условия.

Будем исходить из формулы [4, ф.(19), с.18] для магнитной потенциальной энергии системы, состоящей из n контуров, которые как и ранее будем нумеровать буквами $i, j, k, l = 1, \dots, n$; из них ν контуров идеально проводящие, а $n - \nu$ с заданной величиной тока. Контуров первого типа будем нумеровать малыми греческими буквами $\alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, \nu$, а второго типа первыми малыми буквами латинского алфавита $a, b, c = (\nu + 1), \dots, n$.

Представим эту формулу в более удобном для нахождения МПЯ виде:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} L_{\alpha\beta}^{-1} \left(\Psi_{\alpha} - \sum_a L_{\alpha a} I_a \right) \left(\Psi_{\beta} - \sum_b L_{\beta b} I_b \right) - \frac{1}{2} \sum_{a, b} L_{ab} I_a I_b, \quad (1)$$

где $L_{\alpha\beta}^{-1}$ - обратная матрица взаимных индуктивностей сверхпроводящих элементов; $L_{\alpha b}$ - взаимные индуктивности сверхпроводящих элементов и постоянных магнитов; Ψ_{α}, I_a - потоки и токи соответственно.

Рассмотрим интересный случай, когда $n - \nu = 1$, т.е. все контуры, кроме одного, сверхпроводящие, а один контур с фиксированным током моделирует постоянный магнит. В этом случае последний член в формуле (1) не зависит от обобщенных координат и поэтому может быть опущен. Таким образом, потенциальная энергия представляется в виде положительно определенной квадратичной формы от потоков:

$$\Psi_{\alpha} - M_{\alpha} I, \quad (2)$$

которые представляют собой потоки, замороженные в α - контуре за вычетом потока, наведенного постоянным магнитом. Положительная определенность матрицы $L_{\alpha\beta}$, а, следовательно, и обратной к ней $L_{\alpha\beta}^{-1}$ следует из ограничений накладываемых на коэффициенты само и взаимной индукции [7, с.72].

МОДЕЛЬ

Так как V положительно определена, то ее минимальным значением является нуль и это значение достигается при выполнении уравнений:

$$M_{\alpha}(\bar{x}_0) = \Psi_{\alpha}/I \quad \alpha = 1, \dots, 5. \quad (3)$$

Похожие (но далеко не тождественные) соотношения возникали как необходимые условия устойчивости для систем, состоящих исключительно из сверхпроводящих контуров в работе [5]. Однако, во-первых, в этих работах исследование данных соотношений не проведено с требуемой полнотой [2], во-вторых, в нашем случае они выступают не только как необходимые, но и как достаточные условия равновесия, что является особенностью именно введенного нами выше класса систем. Кроме того, в предыдущих работах неявно предполагалось, что входящие в уравнения связей функции взаимной индуктивности можно наделить наперед заданными свойствами. Вместе с тем свойства этих функций определяются их физической природой, что наиболее явно проявляется в том, что на больших расстояниях для них справедливо дипольное приближение, независимо от формы взаимодействующих элементов. Поэтому естественно провести исследование полученных уравнений (3) именно в дипольном приближении. Тогда каждая из взаимных индуктивностей M_{α} имеет вид:

$$M = \frac{x_0^2 y_0^2}{4R_0^5} \left[3 \cdot (\bar{m}, \bar{R}_0) \cdot (\bar{n}, \bar{R}_0) - R_0^2 (\bar{m}, \bar{n}) \right], \quad (4)$$

где y_0 - радиус петли, моделирующей постоянный магнитный диполь, $\bar{n}$ - единичный вектор, задающий его направление; x_0 - радиус сверхпроводящей петли, $\bar{m}$ - нормаль к ней; $\bar{R}_0$ - вектор из центра сверхпроводящей петли в точку расположения постоянного магнитного диполя.

Данная система уравнений представляет собой связи, накладываемые на обобщенные координаты магнита. Таким образом, для получения точки равновесия, как изолированного решения этой системы, необходимо, чтобы число уравнений совпадало с числом обобщенных координат. Следовательно, если для магнита принимается модель магнитного диполя, то число уравнений (т.е. число сверхпроводящих контуров) равно 5. Искомая точка в пространстве обобщенных координат магнитного диполя будет являться изолированным решением системы (3), если якобиан $|\partial M_{\alpha} / \partial q_k| \neq 0$. По теореме о неявной функции [8, с.454-456] в этом случае обобщенные координаты точки равновесия непрерывным и дифференцируемым образом зависят от параметров системы (т.е. положения, ориентации, размеры, замороженные потоки сверхпроводящих элементов и т.д.). Таким образом, если существует изолированное решение системы (3), то оно является устойчивым по отношению к изменениям параметров системы и управляемым по этим параметрам.

Система (3) может быть сведена к 5 уравнениям с 5 неизвестными, представленными многочленами 10-й степени. Аналитическое решение этой системы вряд ли возможно (в несимметричном случае), поэтому система решалась численно методом Ньютона в системе Maple V, что позволяло анализировать якобиан системы на основе его аналитического выражения. Численно покажем, что система (3) с функциями (4) имеет изолированные решения. Для удобства приведем каждое уравнение системы (3) к виду:

$$[3 \cdot \bar{e}m \cdot \bar{e}n - mn] / R_0^3 = a, \quad (5)$$

где $\bar{e} = \bar{R}_0 / |\bar{R}_0|$, $\bar{e}n = (\bar{e}, \bar{n})$, $\bar{e}m = (\bar{e}, \bar{m})$, $mn = (\bar{m}, \bar{n})$, $a = (x_0^2 y_0^2 \Psi_{\alpha}) / I$.

Разместим сверхпроводящие диполи в плоскости xy , а их магнитные моменты ориентируем вдоль оси z . Полярные координаты диполей следующие (ρ_i, φ_i) , $i = 1, \dots, 5$, где $\rho_i = 1 + 0.1 \cdot (i - 1)$, $\varphi_i = (2\pi/5) \cdot (i - 1)$. Радиусы петель, магнитный момент постоянного магнита (левитирующего элемента) и замороженные потоки в сверхпроводящих петлях выберем такими, что бы все правые части в (5) равнялись 0.01.

Из вида уравнений (5) нетрудно определить максимальное удаление магнитного диполя от начала отсчета, для которого еще возможно удовлетворить этому уравнению. Комбинируя метод Ньютона для нахождения одного корня системы (5) с методом Монте-Карло для глобального поиска всех корней, находим следующие 16 различных (изолированных) корней.

Всего имеется 16 изолированных корней, каждый из которых дает возможное положение равновесия постоянного магнита.

В таблице каждому корню соответствует зеркально симметричный корень, что связано с особенностью нашей конфигурации. Если слегка изменить положение сверхпроводящих диполей, то очевидно, что число корней останется тем же, но симметрия их нарушится. Таким образом данная симметрия является

несущественной в отличие от случаев специальной симметрии, рассмотренных в предшествующих работах [1,2,4].

Важно отметить, что в рассмотренной системе отсутствует внешнее магнитное поле и характерная для найденных ранее решений симметрия.

На основе полученного решения для МПЯ можно подобрать параметры для аналогичной конфигурации с магнитной левитацией.

Таблица. Обобщенные координаты возможных положений МПЯ.

x	y	z	n_x	n_y	n_z
.1850442949	-.0165617642	.0046745216	.8656349921	.5002564800	-.0204820576
.1850442949	-.0165617642	-.0046745216	-.8656349921	-.5002564800	-.0204820576
-.6528466909	-.1465838029	.0116678078	-.9930519761	.1149807611	-.0250439089
-.6528466909	-.1465838029	-.0116678078	.9930519761	-.1149807611	-.0250439089
.9566415660	.0263958044	-.2492342415	-.9608058868	-.1527558178	.2313389463
.9566415660	.0263958044	.2492342415	.9608058868	.1527558178	.2313389463
-.0917855953	.9376771607	-.4427700100	.0131341745	.7861529262	-.6178924422
-.0917855953	.9376771607	.4427700100	-.0131341745	-.7861529262	-.6178924422
-1.1503141642	-.2168445996	-.1690808037	.9897000890	.0564592274	.1315526108
-1.1503141642	-.2168445996	.1690808037	-.9897000890	-.0564592274	.1315526108
.1233256555	-1.2412917071	.4212765835	-.1538200545	.7884399932	-.5955684410
.1233256555	-1.2412917071	-.4212765835	.1538200545	-.7884399932	-.5955684410
-2.1378180946	-.3118599342	4.3372697859	-.9880868669	-.0773472671	.1330479001
-2.1378180946	-.3118599342	-4.3372697859	.9880868669	.0773472671	.1330479001
1.7775355604	.1447101309	4.5315814516	.9565197961	.1465633443	.2521687250
1.7775355604	.1447101309	-4.5315814516	-.9565197961	-.1465633443	.2521687250

Изложенный общий подход дает основания для создания управляемых магнитных систем на основе МПЯ, которые в равной мере могут быть использованы как на Земле, так и в космосе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.П. Демуцкий, С.С. Зуб, В.М. Рашкован Математическое моделирование магнитной потенциальной ямы в системе сверхпроводящих катушек и постоянного магнита// Вісник Харківського університету. Серія фізична "Ядра, частинки, поля", №438, -1999. -С.43-46.
2. В.П. Демуцкий, С.С. Зуб, В.М. Рашкован Анализ устойчивости статического равновесия свободной сверхпроводящей катушки в системе трех жестко связанных сверхпроводящих катушек// Вісник Харківського університету. Серія фізична "Ядра, частинки, поля", №443, -1999. -С.34-40.
3. С.С. Зуб Пространственная магнитная потенциальная яма и магнитная левитация в системе магнитный диполь - сверхпроводящая сфера// Вісник Харківського університету. Серія фізична "Ядра, частинки, поля", №453, -1999. -С.48-54.
4. С.С. Зуб Лагранжев формализм для магнитных систем, принцип Герца и магнитная потенциальная яма// Вісник Харківського університету. Серія фізична "Ядра, частинки, поля", №463, -1999. -С.15-20.
5. В.В. Козорез Динамические системы магнитно взаимодействующих свободных тел. - Киев: Наукова думка, 1981.
6. В.С. Михалевич, В.В. Козорез, В.М. Рашкован и др. "Магнитная потенциальная яма" - эффект стабилизации сверхпроводящих динамических систем., Киев, Наукова Думка, 1991.
7. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс Фейнмановские лекции по физике. Электродинамика, - Т.6, -Москва: Мир, 1966.
8. Г.М. Фихтенгольц Курс дифференциального и интегрального исчисления, - Т.1, -Москва: Наука, 1966.

ABOUT ONE CLASS OF THE STATIC STABLE EQUILIBRIUM MAGNETIC SYSTEM

S.S. Zub

State aerospace university "KhAI",
61070, Ukraine, Kharkov, Tchkalova st.17.

Expression of magnetic potential energy which was got in the previous works brought to the form that allow to formulate a general method of search and investigations the equilibrium in the systems which consisted from superconductive coils and permanent magnets. Necessary and sufficient conditions of equilibrium existence were turned to the decision of the system of ties on the generalised co-ordinates of the "levitation" body. That allowed determining the number of the superconductive elements to find the isolated equilibrium points. In the important case of the dipole approximation for the mutual inductance of the elements the isolated equilibrium points, co-ordinates of which differentially depend on parameters of magnetic system, were found numerically. This proves stable equilibrium on parameters of magnetic system and gives the preconditions for the magnetic equilibrium configurations control.

KEY WORDS: superconductivity, static stable equilibrium of the magnetic systems, magnetic potential well.

УДК 534.6.08

АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАМЕТРА И НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН

Е.А.Баранник*Харьковский национальный университет, физико-технический факультет, 61108, г. Харьков, пр. Курчатова, 31**E-mail: barannik@pht.univer.kharkov.ua*

Поступила в редакцию 15 мая 2000 г.

Обсуждаются свойства акустических полей комбинационных частот, возникающих в результате нелинейного взаимодействия пучков волн. Представлены угловые характеристики рассеянного поля и выражение для амплитуды вторичных волн при рассеянии фокусированных пучков волн и обсуждаются возможности использования различных волн для акустической томографии нелинейного параметра.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: томография, нелинейный параметр, акустика, волны суммарной и разностной частоты, нелинейное рассеяние.

Широкое применение акустических волн для решения задач неразрушающего контроля, медицинской диагностики, исследования гетерогенных и многофазных сред породило обширный круг задач в сравнительно новой научно-технической области – акустической томографии. Практическое применение физических подходов, развитых в области обратных задач рассеяния, в сочетании с математическими методами реконструктивной и отражательной томографии позволяет восстанавливать поля значений таких характеристик неоднородных сред, как локальная скорость распространения волн, коэффициент поглощения звука, плотность среды. Информативность акустической диагностики в медицине, геофизике и дефектоскопии может быть существенно повышена при совместном анализе данных о нелинейных акустических характеристиках исследуемых объектов и данных о рефракционных неоднородностях и неоднородностях плотности среды распространения волн. Это обстоятельство связано с тем, что в средах со слабо выраженной пространственной зависимостью скорости звука и плотности нелинейные характеристики среды могут оказаться наиболее эффективным параметром для визуализации, обеспечивающим хороший контраст. В связи с этим в последнее время интенсивно разрабатываются нелинейные методы исследований, направленные на реконструкцию методами акустической томографии нелинейного параметра.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Методы ультразвуковой томографии нелинейных акустических параметров на сегодняшний день еще не нашли широкого практического применения. Не в последнюю очередь это обстоятельство связано с тем, что изменение нелинейных параметров часто сопровождается изменением других волновых характеристик среды, что фактически требует их одновременного измерения. Кроме того, сам процесс нелинейного взаимодействия ультразвуковых волн, сопровождающийся формированием рассеянного поля на комбинационных частотах, изучен недостаточно полно. По смыслу вопрос о свойствах нелинейного взаимодействия первичных ультразвуковых волн имеет для проблемы томографии нелинейного параметра такое же значение, как задача формирования акустических пучков волн заданной пространственной конфигурации для реконструктивной и отражательной томографии линейных параметров. В частности, в отражательной эхотомографии пространственное и контрастное разрешение системы визуализации самым непосредственным образом зависят соответственно от ширины главного максимума и уровня боковых лепестков функции отклика точечного источника, определяемой пространственными параметрами зондирующего пучка. Аналогичным образом, свойства процесса нелинейного взаимодействия волн, являющегося источником вторичных волн комбинационных частот, во многом определяет практическую применимость систем томографии нелинейного параметра непосредственно для ультразвуковой визуализации.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В наиболее общем виде задача томографии неоднородных нелинейных сред при двухчастотном зондировании с учетом рассеяния двух первичных волн и формирования как рассеянного поля первичных волн, так и рассеянного поля на комбинационных частотах, появляющихся в результате нелинейного взаимодействия первичных волн, была рассмотрена в работе [1]. Предложенные в [1] различные томографические схемы визуализации включают в себя в виде частных случаев рассмотренные ранее в работах [2 – 4].

Исходным для анализа в [1] является уравнение Вестервельта, справедливое при описании поля рассеянных вторичных волн вне области пересечения взаимодействующих пучков:

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где $\varepsilon = 1 + \rho_0 (\partial^2 p / \partial \rho^2)_0 / 2$ - параметр, отражающий нелинейные свойства среды распространения акустических волн, p - акустическое давление, c - скорость звука, ρ_0 - равновесная плотность. Во втором приближении уравнение (1) распадается на систему уравнений, описывающих линейное и нелинейное рассеяние в неоднородной нелинейной среде. Было показано, что процессы линейного рассеяния сказываются на итоговом виде функций Грина для первичных и комбинационных частот, через которые выражаются соответственно первичные поля с частотами ω_1 и ω_2 , источники вторичных волн комбинационных частот и рассеянные волны.

В однородной по линейным характеристикам среде процесс восстановления параметров среды по результатам томографического лоцирования наиболее просто описывается в фурье-пространстве для плоских падающих и рассеянных волн. В этом представлении весь процесс нелинейного рассеяния сводится к формированию соответствующей пространственной гармонике вторичных источников суммарной или разностной частоты из волновых векторов $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$ первичных полей и соответствующей пространственной частоты фурье-образа нелинейного параметра $\varepsilon(\vec{k})$. Условие синхронизма выражается в соотношении между этими волновыми векторами и пространственными частотами:

$$\vec{k}_1 \pm \vec{k}_2 + \vec{k} = [(\omega_1 \pm \omega_2)/c_0] \vec{e}_s, \quad (2)$$

где $\vec{e}_s$ - единичный вектор в направлении рассеяния.

Заметим, что частным случаем условия (2) является известное (см., например, [5]) условие синхронизма, обеспечивающее эффективность нелинейного взаимодействия плоских звуковых волн в среде с постоянным значением нелинейного параметра ε . В этом случае отлична от нуля только фурье-компонента $\varepsilon(\vec{k})$ с волновым вектором $\vec{k} = 0$, поэтому из (2) немедленно следует:

$$\vec{k}_1 \pm \vec{k}_2 = [(\omega_1 \pm \omega_2)/c_0] \vec{e}_s \equiv \frac{\Omega_{\pm}}{c_0} \vec{e}_s. \quad (3)$$

В соответствии с этим выражением в недиспергирующей среде с постоянным по пространству значением нелинейного параметра ε нелинейное синхронное рассеяние волн друг на друге имеет место только при коллинеарном распространении всех пучков волн - первичных и рассеянных с комбинационными частотами $\Omega_{\pm}$. Как отмечалось в [5], это обстоятельство явилось причиной того, что вопрос о существовании самого эффекта рассеяния звука на звуке (кроме тривиального рассеяния вперед) долго дискутировался в литературе.

В действительности жесткое условие синхронизма (3) (аналогичное квантовомеханическому правилу отбора по импульсу) справедливо, строго говоря, лишь для идеальных плоских волн. Ограниченность в пространстве реальных пучков волн и, соответственно, области их взаимодействия приводит согласно принципа неопределенности к некоторой неопределенности волновых векторов и возможности процесса рассеяния. Это касается в первую очередь, очевидно, комбинационных волн с разностной частотой Ω_- , обладающих наибольшей длиной волны Λ . Если размеры L области пересечения первичных пучков волн сравнимы с длиной волны Λ , то начинает играть роль дифракция комбинационной волны, что и является непосредственной причиной появления волн с разностной частотой Ω_- вне области взаимодействия. С увеличением размеров области взаимодействия при прочих неизменных условиях дифракция волн разностной частоты уменьшается и в предельном случае $L/\Lambda \rightarrow \infty$ исчезает.

Впервые такого рода дифракционное рассеяние пучков плоских звуковых волн друг на друге, взаимодействующих в ограниченной области пространства, наблюдалось и получило объяснение в работах [6,7]. Было аналитически показано, в частности, что амплитуда акустического поля возмущений плотности во вторичной волне разностной частоты для точек плоскости (x, y) , компланарной неколлинеарным векторам $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ и проходящей через середину ограниченной прямоугольной области взаимодействия первичных волн,

достигает при $\vec{k}_1 \parallel \vec{k}_2$ максимального значения на оси распространения волн, причем это значение является наибольшим по сравнению со случаями других углов ϑ между волновыми векторами $\vec{k}_1 \parallel \vec{k}_2$. Анализ полученного решения показывает также, что при $\vartheta = 0$ рассеяния на достаточно большие углы в плоскости (x, y) не происходит, если Λ много меньше размеров области взаимодействия в плоскости (x, y) , поскольку в этом случае отношение амплитуды поля, рассеянного под ненулевыми углами φ к оси распространения, и поля, рассеянного вперед, стремится к нулю.

Как указано в [1,8], соотношение (2) свидетельствует о большой информационной избыточности полного волнового томографического эксперимента по нелинейному рассеянию, поскольку одна и та же фурье-компонента $\varepsilon(\vec{k})$ нелинейного параметра может быть восстановлена по измерению нелинейного рассеяния с использованием различных комбинаций волновых векторов $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ первичных плоских волн. С точки зрения условия синхронизма (2) приведенные выше результаты по дифракционному рассеянию пучков плоских звуковых волн друг на друге хорошо понятны, поскольку ограничение области взаимодействия может быть интерпретировано, очевидно, в терминах расширения спектра $\varepsilon(\vec{k})$ разрешенных пространственных частот нелинейного параметра в результате его эффективной пространственной локализации, что немедленно приводит к замене условия синхронизма (3) условием (2). В то же время рассмотренный пример дифракционного рассеяния наглядно показывает, что результат нелинейного взаимодействия даже плоских волн, а значит, и результат интерпретации томографического эксперимента, в действительности определяется не только истинной пространственной зависимостью нелинейного параметра, но также условиями процесса взаимодействия волн накачки и их свойствами.

Это утверждение прямо следует из выражения для полного рассеянного поля разностной частоты [1], для которого в координатном представлении имеем:

$$p_- = \frac{\Omega_-^2}{\rho_0} \hat{g}_{(\vec{r}_0, \vec{r})}^{(-)} [\beta p_1 p_2^*]_{\vec{r}} + \frac{\Omega_-^2}{c_0^2} \hat{g}_{(\vec{r}_0, \vec{r})}^{(-)} \left[\hat{E} - \frac{\Omega_-^2}{c_0^2} \chi \hat{g}^{(-)} \right]_{(\vec{r}, \vec{r}')}^{-1} \cdot \chi \frac{\Omega_-^2}{\rho_0} \hat{g}_{(\vec{r}', \vec{r}'')} [\beta p_1 p_2^*]_{\vec{r}'}, \quad (4)$$

где $p_j \equiv p_j(\vec{r})$ - комплексная амплитуда j -й волны накачки, $\beta = \beta(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r})/c(\vec{r})^4$, $\chi = \chi(\vec{r}) = c_0^2[c_0^{-2} - c_0(\vec{r})^{-2}]$ - рефракционная рассеивающая неоднородность, $\vec{r}$ - координата точки в области наблюдения, $\vec{r}, \vec{r}', \vec{r}'' \in R$, R - область взаимодействия и рассеяния волн, $\hat{E}$ - единичный оператор на R , $\hat{g}_{(\vec{r}_0, \vec{r})}^{(-)}$ - оператор, переводящий источники рассеяния в области R в рассеянные волны в области наблюдения, а $\hat{g}_{(\vec{r}, \vec{r}')}^{(-)}$ - оператор, описывающий рассеяние внутри области R . В пренебрежении рассеянием вторичных волн комбинационных частот на рефракционных неоднородностях поле волн разностной частоты описывается первым слагаемым в (4), величина которого непосредственно зависит от пространственной конфигурации и структуры полей накачки $p_1(\vec{r})$ и $p_2(\vec{r})$:

$$p_-(\vec{r}_0) = \frac{\Omega_-^2}{\rho_0} \int_R \hat{g}^{(-)}(\vec{r}_0, \vec{r}) \beta(\vec{r}) p_1(\vec{r}) p_2(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (5)$$

где функция $\hat{g}^{(-)}(\vec{r}_0, \vec{r})$ Грина в однородной безграничной среде описывается выражением

$$\hat{g}^{(-)}(\vec{r}_0, \vec{r}) = -(1/4\pi) \exp(ik_- |\vec{r}_0 - \vec{r}|) / |\vec{r}_0 - \vec{r}|. \quad (6)$$

Зависимость процесса нелинейного взаимодействия от пространственной конфигурации пучков волн с точки зрения оптимальности томографического эксперимента в литературе и, в частности, в работе [1], не обсуждалась. Имея в виду широкое применение в устройствах ультразвуковой медицинской визуализации фокусирующих преобразователей, рассмотрим влияние фокусирования ультразвуковых волн. В такой постановке задача частично рассматривалась ранее в [9 - 12]. Следуя [9, 10], ограничимся рассмотрением коаксиальных софокусных пучков волн с малыми углами раскрытия волновых фронтов. Сохраняя в отличие от (4) - (5) зависимость от времени и применяя интегральную формулу Дебая для потенциала скоростей сходящихся сферических волн [13], получаем следующее выражение для источников вторичных волн правой части уравнения (1):

$$q_{\pm}(r_{\perp}, x; t) = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{p_1 p_2}{\rho_0 c_0^4} f^2 \Omega_{\pm}^2 \int_{\alpha_1}^{\tilde{\alpha}_1} \int_{\alpha_2}^{\tilde{\alpha}_2} J_0\left(\frac{\omega_1}{c_0} r_{\perp} \sin \theta_1\right) J_0\left(\frac{\omega_2}{c_0} r_{\perp} \sin \theta_2\right) \times \quad (7)$$

$$\times \cos \Omega_{\pm} \left(t - \frac{x}{c_{\pm}} \right) \sin \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2,$$

$$c_{\pm} = c_0 \Omega_{\pm} (\omega_1 \cos \theta_1 \pm \omega_2 \cos \theta_2)^{-1}, \quad (8)$$

где $J_0(x)$ - функция Бесселя, f - фокусное расстояние, $\alpha_{1,2} < \tilde{\alpha}_{1,2}$ - углы раскрытия волновых фронтов, $r_{\perp}$ - расстояние по нормали от акустической оси Ox . Для выделения в явном виде влияния фокусирования здесь и далее будем полагать независимыми от координат величины ε и c_0 (однородная по нелинейному параметру среда взаимодействия).

Представляя решение уравнения (1) в виде запаздывающего потенциала, аналогичного (5), и производя интегрирование по координате x и угловой переменной, отражающей цилиндрическую симметрию задачи, приходим к следующему выражению для полей комбинационных частот:

$$p_{\pm}(r_0, \varphi; t) = \pi \varepsilon \frac{p_1 p_2}{\rho_0 c_0^4} f^2 \Omega_{\pm}^2 \frac{\cos \Omega_{\pm} (t - \frac{r_0}{c_0})}{r_0} \int_{\alpha_1}^{\tilde{\alpha}_1} \int_{\alpha_2}^{\tilde{\alpha}_2} \delta\left(\frac{\Omega_{\pm}}{c_{\pm}} - \frac{\Omega_{\pm}}{c_0} \cos \varphi\right) \times \quad (9)$$

$$\times \int_0^{r_{\max}} J_0\left(\frac{\omega_1}{c_0} r_{\perp} \sin \theta_1\right) J_0\left(\frac{\omega_2}{c_0} r_{\perp} \sin \theta_2\right) J_0\left(\frac{\Omega_{\pm}}{c_0} r_{\perp} \sin \varphi\right) r_{\perp} dr_{\perp} \sin \theta_1 d\theta_1 \sin \theta_2 d\theta_2,$$

где r_0 - расстояние от фокальной области до точки наблюдения, а обрезающий параметр $r_{\max}$ отражает ограниченность полей накачки в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения.

Фигурирующая в (9) δ -функция устанавливает связь между направлением рассеяния волн комбинационных частот и скоростью источников волн. Из выражения (8) следует, в частности, что при наложении коаксиальных сферически фокусированных пучков волны разностной частоты могут рассеиваться на большие углы. В рассмотренном приближении возможность возбуждения волн разностной частоты под некоторым углом φ к направлению распространения первичных волн связана, по аналогии с черенковским излучением, с возникновением в фокальной области сверхзвуковых нелинейных источников вторичных волн [10], при этом связь между направлением распространения вторичных волн комбинационных частот и скоростью нелинейных источников $c_{\pm}$ дается, как это вытекает из (9), обычной формулой черенковского конуса $\cos \varphi = c_0 / c_{\pm}$. Кроме того, из выражения (8) следует существование сверхзвуковых источников вторичных волн разностной частоты, которые движутся в направлении, противоположном направлению волн накачки: $c_{-} < -c_0$. Такие источники могут возбуждать рассеяние назад, поскольку в этом случае $\varphi > \pi/2$. В этой связи заметим, что в случае плоских волн, распространяющихся в одном направлении, скорость источников вторичных волн совпадает со скоростью звука, поэтому рассеяния на большие углы нет - появляется лишь при ограничении области взаимодействия.

Производя в (8) интегрирование по одному из углов, например θ_2 , для волн разностной частоты получаем:

$$p_{-}(r_0, \varphi; t) = \pi \varepsilon \frac{p_1 p_2}{\rho_0 c_0^4} f^2 \Omega_{-}^2 \frac{\cos \Omega_{-} (t - \frac{r_0}{c_0})}{r_0} \times \quad (9)$$

$$\times \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \int_0^{r_{\max}} J_0\left(\frac{\omega_1}{c_0} r_{\perp} \sin \theta_1\right) J_0\left[\frac{\omega_2}{c_0} r_{\perp} \{1 - (\omega_1 \cos \theta_1 - \Omega_{-} \cos \varphi)^2 \omega_2^{-2}\}^{1/2}\right] J_0\left(\frac{\Omega_{-}}{c_0} r_{\perp} \sin \varphi\right) r_{\perp} dr_{\perp} \sin \theta_1 d\theta_1.$$

Пределы интегрирования $\alpha_{\min}$ и $\alpha_{\max}$ в (9) не совпадают, вообще говоря, с α_1 и $\tilde{\alpha}_1$ и зависят от угла φ .

Иными словами, лишь часть источников с разными углами θ_1 излучает волны в заданный интервал углов φ .

Действительно, δ -функция попадает в область интегрирования по θ_2 , если корень аргумента δ -функции удовлетворяет неравенству $\alpha_2 < \theta_2^{(0)}(\theta_1) < \tilde{\alpha}_2$, которое можно представить в виде $\beta_1 < \theta_1 < \tilde{\beta}_1$, где

$$\beta_1 = \arccos[(\Omega_- \cos \varphi + \omega_2 \cos \alpha_2) \omega_1^{-1}], \quad \tilde{\beta}_1 = \arccos[(\Omega_- \cos \varphi + \omega_2 \cos \tilde{\alpha}_2) \omega_1^{-1}].$$

Отсюда следуют выражения для пределов интегрирования: $\alpha_{\min} = \max\{\alpha_1, \beta_1\}$, $\alpha_{\max} = \min\{\tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_1\}$, определяющих амплитуду волн (9). В частности, амплитуда волн разностной частоты строго равна нулю при выполнении неравенства $\tilde{\beta}_1 < \alpha_1$, которому удовлетворяют углы

$$\sin^2 \frac{\varphi}{2} < \frac{\omega_1}{\Omega_-} \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} + (1 - \frac{\omega_1}{\Omega_-}) \sin^2 \frac{\tilde{\alpha}_2}{2}, \quad (10)$$

а также при $\beta_1 > \tilde{\alpha}_1$, когда

$$\sin^2 \frac{\varphi}{2} > \frac{\omega_1}{\Omega_-} \sin^2 \frac{\tilde{\alpha}_1}{2} + (1 - \frac{\omega_1}{\Omega_-}) \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11), описывающие соответственно минимальный и максимально возможный углы рассеяния, показывают, что при $\tilde{\alpha}_1 > \alpha_2$ диаграмма волн разностной частоты тем шире, чем меньше Ω_- , причем рассеяние возможно вплоть до углов $\varphi = \pi$. Далее, нижний предел интегрирования равен α_1 , а верхний – $\tilde{\beta}_1$ для углов рассеяния

$$\frac{\omega_1}{\Omega_-} \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} + (1 - \frac{\omega_1}{\Omega_-}) \sin^2 \frac{\tilde{\alpha}_2}{2} < \sin^2 \frac{\varphi}{2} < \frac{\omega_1}{\Omega_-} \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} + (1 - \frac{\omega_1}{\Omega_-}) \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}.$$

Соответственно, при

$$\frac{\omega_1}{\Omega_-} \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} + (1 - \frac{\omega_1}{\Omega_-}) \sin^2 \frac{\alpha_2}{2} < \sin^2 \frac{\varphi}{2} < \frac{\omega_1}{\Omega_-} \sin^2 \frac{\tilde{\alpha}_1}{2} + (1 - \frac{\omega_1}{\Omega_-}) \sin^2 \frac{\tilde{\alpha}_2}{2}$$

нижний и верхний пределы интегрирования суть β_1 и $\tilde{\beta}_1$. Наконец, $\alpha_{\min} = \beta_1$ и $\alpha_{\max} = \tilde{\alpha}_1$ для углов

$$\frac{\omega_1}{\Omega_-} \sin^2 \frac{\tilde{\alpha}_1}{2} + (1 - \frac{\omega_1}{\Omega_-}) \sin^2 \frac{\tilde{\alpha}_2}{2} < \sin^2 \frac{\varphi}{2} < \frac{\omega_1}{\Omega_-} \sin^2 \frac{\tilde{\alpha}_1}{2} + (1 - \frac{\omega_1}{\Omega_-}) \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}.$$

Аналогичные выражения справедливы и для волн суммарной частоты, предельный угол рассеяния которых описывается, например, выражением

$$\sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{\omega_1}{\Omega_-} \sin^2 \frac{\tilde{\alpha}_1}{2} + (1 - \frac{\omega_1}{\Omega_-}) \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}.$$

Отсюда, в частности, следует, что диаграмма волн суммарной частоты не может быть шире диаграммы волн накачки. Кроме того, несложно показать, что условие сходимости интеграла по координате $r_\perp$ в (9), сводящегося к табличному, дополнительных условий на угол φ не накладывает.

Необходимо подчеркнуть, что описанный эффект синхронного возбуждения вторичной волны по механизму черенковского излучения физически отличается от нелинейного дифракционного рассеяния. Тем не менее эффект рассеяния на большие углы может быть предсказан [9] исходя и из соображений эффективной ограниченности взаимодействия фокусированных пучков волн фокальной областью, где амплитуда волн накачки (и результат их нелинейного взаимодействия) максимальны.

В [11] с использованием подхода, развитого в работах [14-16], было предпринято детальное исследование тонкой структуры поля акустических волн, возникающих в результате нелинейного взаимодействия мощных волн накачки. Рассмотрение проведено при помощи параболического уравнения теории дифракции для фокусированных пучков волн с равномерным распределением амплитуды колебаний на излучающей поверхности и периодическим граничным условием. Ввиду отсутствия аналитического решения задачи с такими граничными условиями, для описания полей первичных и рассеянных волн в фокальной области использовано разложение в ряд Фурье суммарного акустического давления. Иными словами, использованный ряд Фурье представляет собой суперпозицию первичных и вторичных акустических волн, включая не только волны комбинационных частот, но и высшие гармоники первичных волн. Поэтому численное решение системы уравнений для коэффициентов разложения, непосредственно вытекающей из параболического уравнения

теории дифракции, дает возможность одновременного вычисления параметров первичных волн, их высших гармоник и возникающих волн комбинационных частот.

В этом приближении было показано, что при всех использованных значениях параметров численного моделирования процесса взаимодействия (степень фокусирования, соотношение частот волн накачки, затухание волн и т.д.) амплитуда волн разностной частоты слабо изменяется вдоль оси фокусирования и в перпендикулярной к ней плоскости, при этом, как и следовало ожидать, ширина пучка волн разностной частоты возрастает по мере роста отношения Ω_+/Ω_- . Наоборот, волны суммарной частоты практически не зависят от этого отношения, а их диаграмма направленности остается узкой. Таким образом, по тонкой структуре своего акустического поля (максимум вблизи фокальной области, наличие боковых лепестков диаграммы направленности и т.д.) волны суммарной частоты в целом не отличаются от генерировавших их волн накачки. В работе [11], однако, эти результаты численного моделирования не нашли своего физического объяснения.

Отметим, наконец, что все рассмотренные в настоящей работе характеристики нелинейного рассеяния волн относятся только к случаю непрерывных волн накачки. В [17] было показано, например, что при взаимодействии плоской непрерывной волны с ограниченным в пространстве импульсом рассеяние может происходить на доплеровской частоте в малую окрестность некоторого угла, определяемого углом ϑ .

Данная работа выполнена при поддержке УНТЦ (проект # 865).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буров В.А., Гуринович И.Е., Руденко О.В., Тагунов Е.Я. Реконструкция пространственного распределения параметра нелинейности и скорости звука в акустической нелинейной томографии // Акуст. журн. – 1994. – Т.40, №6. – С.922-929.
2. Nakagava Y. Ultrasonic nonlinear parameter CT by nonlinear interaction // Trans. IECE. – 1988. – V.J.69.D., №8. – P.1215-1222.
3. Nakagava Y., Aou W., Cai A. Imaging the acoustic nonlinearity parameter with sound waves // Trans. IECE. – 1988. – V.E.69, №8. – P.1215-1222.
4. Tsian T. Non-linear acoustic Parameter and its application in ultrasonic imaging // Appl. Acoust. – 1987. – V.6, №3. – P.1-7.
5. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. – М.: Наука, 1975. – 228 с.
6. Зверев В.А., Калачев А.И. Измерение рассеяния звука звуком при наложении параллельных пучков // Акуст. журн. – 1968. – Т.14, №2. – С.214-220.
7. Зверев В. А., Калачев А. И. Излучение звука из области пересечения двух звуковых пучков // Акуст. журн. – 1969. – Т.15, №3. – С.369-376.
8. Буров В.А., Румянцева О.Д., Сасковец А.В. Акустическая томография и дефектоскопия как обратные задачи рассеяния // Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физика, Астрономия. – 1994. – Т.35, №6. – С.61-77.
9. Баранник Е.А., Кадников О.Г., Папакица В.В. О рассеянии звука звуком при наложении фокусированных пучков волн // Акуст. журн. – 1986. – Т.32, №4. – С.513-517.
10. Баранник Е.А., Кадников О.Г. О нелинейных источниках в области наложения сходящихся сферических волн // Акуст. журн. – 1987. – Т.33, №2. – С.353-354.
11. Naze Tjøtta J., Tjøtta S. Effects of focusing on the nonlinear interaction between two collinear finite amplitude sound beams // J. Acoust. Soc. Am. – 1991. – V.89, №3. – P.1017-1027.
12. Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И. Нелинейная гидроакустика. – Л.: Судостроение, 1981. 264 с.
13. Каневский И. Н. Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн. – М.: Наука, 1977. 326 с.
14. Naze Tjøtta J., Tjøtta S., Vefring E.H. Propagation and interaction of two collinear finite amplitude sound beams // J. Acoust. Soc. Am. – 1990. – V.88, №2. – P.2859-2870.
15. Hart T.S., Hamilton M.F. Nonlinear effects in focused sound beams // J. Acoust. Soc. Am. – 1988. – V.84, №4. – P.1488-1496.
16. Hamilton M.F., Naze Tjøtta J., Tjøtta S., Vefring E.H. Nonlinear effects in the farfield of a directive sound source // J. Acoust. Soc. Am. – 1985. – V.78, №1. – P.202-216.
17. Абаимов С.Г., Рыбак С.А. Рассеяние плоской волны на звуковом импульсе // Акуст. журн. – 1996. – Т.42, №2. – С.262-263.

ACOUSTIC TOMOGRAPHY OF THE NONLINEARITY PARAMETER AND NONLINEAR WAVE INTERACTION

E.A.Barannik

The Kharkiv National university, physical-technical department, 61108, Kharkiv, Kurchatov av., 31

E-mail: barannik@pht.univer.kharkov.ua

The characteristics of sum and difference frequency acoustic fields generated by nonlinear interaction of two waves are discussed. The angle parameters of scattered fields and its amplitudes are shown for focused wave beams and application of different waves for acoustic tomography of the nonlinearity parameter is investigated.

KEY WORDS: tomography, parameter of nonlinearity, acoustics, sum and difference frequency waves, nonlinear scattering.

UDK 539.1

ANALYTICAL TREATMENT OF THE CHAOTIC BEHAVIOUR OF THE DETERMINISTIC PSEUDOLINEAR MAP

Viktor P. Demutskii*, Revol'd V. Polovin and Vasyl M. Rashkovan**

*Kharkov National University, Kharkov, Ukraine, 4 Svoboda Sq., 61077

**State Aerospace University, Kharkov, Ukraine, 17 Chkalova St., 61070

Received 10 May 2000

It was received the rate of chaotization for pseudolinear mapping. It was shown that the rate of chaotization is proportional to the dimension of the phase space and maximal Lyapunov exponent. It was shown also that the problem of the rate of chaotization is not correct and must be regularized.

KEY WORDS: chaotic behaviour, decay of correlation, regularization.

The problem of chaotization of deterministic mechanical system arose after the kinetic theory was built. This theory aims at a mechanical explanation of thermodynamical processes [1, p.392, 2-5]. It was found some decades ago that a dynamical chaos arises also in dynamical systems with a small number of degrees of freedom [6-10]. Soon it turned out that the dynamical chaos is a rule rather than an exception [11, 12].

Since the equations considered are nonlinear and nonintegrable, the analytical results were obtained only in a few cases. The majority investigations of the dynamical chaos rely upon numerical simulation. However, computer calculations are badly suited for the treatment of the most interesting final stage of the chaotization. Besides this when analysing experimental data, evaluating of perspectives and searching of possible ways of optimization of various devices, the numerical calculations considerably lose relative to the analytical ones in clearness.

Therefore many important questions leaved unanswered:

1. What is the law of the decay of correlation? Is it an exponential law $\exp(-\alpha t)$ (only in this case we speak about chaotization) or is not it a more slow law $\exp(-\beta t^\gamma)$ ($\gamma < 1$)? Maybe this law is ever power $t^{-\delta}$, ($\delta > 0$)?
2. What is the rate of chaotization α ? Is α proportional to the maximal Lyapunov exponent or is it proportional to the KS - entropy? Is α proportional to the dimension of unstable subspace or is it proportional to the dimension of all phase space?
3. Does the rate of chaotization α depend on the initial indeterminacy or on the uncertainty of the measuring device? Does α tend to infinity when the indeterminacy of the initial state or the uncertainty of the measuring device tends to zero? If it does so what is the law of this tendency?
4. Does the rate of chaotization depend on the shape of the initial and the final region in the phase space? If it depends what complementary condition must be imposed on the dynamical system in order to the rate of chaotization was independent from the shape of the initial and the final regions?

The aim of this review is to answer above questions in the case of a model of the dynamical system which can be solved exactly.

DECAY OF CORRELATION'S AND MIXING

We consider the dynamical system, the state of which at the time t is described by a d-dimensional vector $\vec{x}(t)$

$$\vec{x}(t) = (x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \dots, x_d^{(t)}). \quad (1)$$

If there is no chaos the state vector $\vec{x}(t)$ changes with time deterministically. The chaos means that the point in phase space $\vec{x}(t)$ moves in a very complicated manner. Therefore, deterministic description is incorrect. If the chaos takes place the state of the system must be characterized not by the single state vector $\vec{x}(t)$, but by the distribution function (the probability density in the phase space) $f(\vec{x}, t)$. One of the manifestations of the chaos consists in the lose of the memory about the initial state. Moreover, if the phase volume is conserved, every distribution function tends as $t \rightarrow \infty$ to the sole distribution function $\mu(\vec{x})$ (equilibrium distribution).

We see that with the chaos the notions of the necessity and the randomness in some sense interchange their places. Namely, without the chaos the behaviour of the system is random in the sense that it is determined by the outer relative to the system initial state $\vec{x}(0)$. On the contrary, with the chaos every quadratically integrable initial distribution $f(\vec{x}, 0)$ tends (in the metric L^2) as $t \rightarrow \infty$ to the same limiting distribution $\mu(\vec{x})$.

The measure of the memory about the initial state is the correlation

$$C(t) = \langle f(\vec{x}, t)g(\vec{x}, 0) \rangle - \langle f(\vec{x}, t) \rangle \langle g(\vec{x}, 0) \rangle. \quad (2)$$

Here $f(\vec{x})$ and $g(\vec{x})$ are any two functions and the angle brackets mean the average over the phase space

$$\langle \varphi(\vec{x}, t) \rangle = \frac{1}{V(\Gamma)} \int_{\Gamma} \varphi(\vec{x}, t) d\Gamma \quad (3)$$

$$d\Gamma = \mu(\vec{x}) dx_1 dx_2 \dots dx_d \quad (4)$$

$$V(\Gamma) = \int_{\Gamma} \mu(\vec{x}) dx_1 dx_2 \dots dx_d. \quad (5)$$

Thus one of the manifestations of the randomness consists in the decay of all correlations:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = 0. \quad (6)$$

With randomness there occurs a mixing of the phase space. For the simplicity we limit ourselves to the case when the equilibrium distribution is homogeneous:

$$\mu(\vec{x}) = \text{const}. \quad (7)$$

In this case the mixing means that after elapse of sufficiently long time t the probability $P(\Gamma_f, t)$ that the state vector $\vec{x}$ gets in an arbitrary region Γ_f of the phase space is proportional to its volume $V(\Gamma_f)$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(\Gamma_f, t) = \frac{V(\Gamma_f)}{V(\Gamma)}. \quad (8)$$

The region Γ_f plays a role of a measuring device, which determines the degree of the mixing. An error of the measuring device is characterized by the quantity $V(\Gamma_f)$. This error is the less the smaller is $V(\Gamma_f)$.

The mixing may be defined also as the decay of correlations. Indeed the probability $P(\Gamma_f, t)$, which is contained in the formula (8) equals:

$$P(\Gamma_f, t) = \int f(\vec{x}, t) \chi(\vec{x}, \Gamma_f) d\vec{x}. \quad (9)$$

Here $\chi(\vec{x}, \Gamma_f)$ is the characteristic function of the region Γ_f :

$$\chi(\vec{x}, \Gamma_f) = \begin{cases} 1, & \text{if } \vec{x} \in \Gamma_f \\ 0 & \text{in the opposite case.} \end{cases} \quad (10)$$

We note that the integral over the whole phase space of the characteristic function equals to the volume $V(\Gamma_f)$.

Besides this the normalizing condition is fulfilled:

$$\int_{\Gamma} f(\vec{x}, t) d\vec{x} = 1. \quad (11)$$

Taking into account for this remarks the condition of mixing (8) may be represented as decay of correlations

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \langle f(\vec{x}, t) \cdot \chi(\vec{x}, \Gamma_f) \rangle - \langle f(\vec{x}, t) \rangle \langle \chi(\vec{x}, \Gamma_f) \rangle \right\} = 0. \quad (12)$$

If correlations damp by an exponential law

$$C(t) \sim \exp(-\alpha \cdot t) \quad (t \rightarrow \infty) \quad (13)$$

the mixing is called a chaotization.

SETS OF ZERO MEASURE

We note that the singular (i.e. δ - type) distribution

$$f(\vec{x}) = \delta(\vec{x} - \vec{x}_0), \quad (14)$$

which corresponds to the exactly determined initial state tends to nothing. In this case correlations do not decay and there is no mixing. But such distribution does not correspond to any physical situation. In practice the initial distribution $f(\vec{x}, 0)$ differs from zero in some initial region Γ_i (initial indeterminacy).

"...in the problem of Cauchy the solution must be unique. It must be fully determined by initial conditions and consequently quite predictable. How an indeterminacy can arise? It turns out that the posing of the Cauchy problem is not legitimate while chaotic movements are investigated. This problem never corresponds to the conditions of an experiment (natural or numerical) because the initial conditions in principle cannot be absolutely exact. Therefore there is a reason to formulate the problem in the statistical language" [13].

In the ergodic theory in order to avoid pathological situations in statistical considerations one neglects sets of measure zero. It means in particular that isolated points in the phase space are not considered. In other words, one treats almost all sets in the phase space. In formulations of ergodic theory theorems there are words "almost everywhere" [14].

"Mathematicians who do not like the speculations in which the expressions "almost all" and "neglecting sets of zero measure" occur, may be objected that this is the only way to mathematically interpret what "as a rule" takes place in the nature" [4].

"The most important principle of the theory of measure is a neglect of sets of zero measure. In accordance with this principle, spaces with measure and their endomorphisms must be studied only disregarding the sets of zero measure, or, as people say, "module 0" (mod 0) ... often the addition "mod 0" is implied but is not included in the wording obviously" [15].

On the same ground the final region Γ_f cannot be a single point: it must have some positive measure. In other words the uncertainty of the measure device cannot equal to zero.

We may say that the phase space consists not of points but rather of infinitesimal cells. This causes the drastical change of properties of the elements of the phase space: a point has precisely defined place and has no shape. On the contrary, a cell has definite shape. With the lapse of time the shape of the cell changes. According to the Liouville's theorem, the area of the cell remains constant under the natural motion of the system. It becomes more and more complicated. Eventually it resembles a spider or a sponge. Thus the cell has an "age". In other words, in the theory there is the time arrow. It means that the paradoxes of Loschmidt [16, p. 152] and Zermelo [16, p.155; 17] disappear.

THE PSEUDOLINEAR MAPPING

As the time elapses the phase point $\bar{x}(t)$ intersects many times the Poincare section

$$\bar{x}^{(t+1)} = T\bar{x}^{(t)}, \quad (15)$$

where $\bar{x}^{(t)}$ is the phase point which corresponds to the t -th intersection of the Poincare section and T is some nonlinear operator. Instead of the investigation of $\bar{x}(t)$ we shall consider the sequence of the phase points $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots$. In other words we will pass on to discrete time t .

The dynamical chaos is intimately connected with two effects:

- 1) the exponential growth of infinitesimal perturbations,
- 2) the nonlinear limitation of the perturbation growth when perturbation increases to finite value.

The first effect is described by the linearized map

$$x_i^{(t+1)} = \alpha_{ij} x_j^{(t)}. \quad (16)$$

Here α_{ij} are given constants and it is implied the repeated indices are summarized from 1 to d .

In order to consider the second effect we limit ourselves for simplicity to the stochastic acceleration and the stochastic diffusion. In the action-angle variables (I, θ) they are described by the standard map [7]:

$$I^{(t+1)} = I^{(t)} + K \sin(2\pi\theta^{(t)}) \quad (17)$$

$$\theta^{(t+1)} = \theta^{(t)} + I^{(t+1)}. \quad (18)$$

As θ stands under the sign of sinus we can take the fractional part of (18)

$$\theta^{(t+1)} = \{\theta^{(t)} + I^{(t+1)}\}. \quad (19)$$

Thus our phase space is the cylinder

$$(I, \theta), \quad \theta \equiv \theta + 1. \quad (20)$$

Now we replace the equation (17) by the more tractable one

$$I^{(t+1)} = \{I^{(t)} + K \sin(2\pi\theta^{(t)})\}. \quad (21)$$

Doing so, we identify the points $I = 0$ and $I = 1$. In other words, we transform the phase space from the cylinder (20) into the torus

$$(I, \theta), \quad \theta \equiv \theta + 1, \quad I \equiv I + 1. \quad (22)$$

The solution of the modified system (19), (21) is less stochastic than the solution of the previous system. Indeed, if, for example, the value of I jumps erratically from zero to one, there and back, its fractional part will be always equal to 0.

"It may appear that it is a very special class of dynamical systems. But it is not so: many important dynamical systems turn out to be nonergodic. Their phase spaces splits into invariant tori" [9, p.66].

Then we replace $\sin(2\pi\theta)$ by $2\pi\theta$ for simplicity. Thus we obtain the pseudolinear map:

$$I^{(t+1)} = \{I^{(t)} + 2\pi K \theta^{(t)}\} \quad (23)$$

$$\theta^{(t+1)} = \{I^{(t)} + (1 + 2\pi K) \theta^{(t)}\}. \quad (24)$$

The pseudolinear map looks as linear. But it is essentially nonlinear, as it does not admit the transformation

$$I \rightarrow cI, \quad \theta \rightarrow c\theta. \quad (25)$$

The pseudolinear map (23), (24) is a very crude approximation but it preserves the simplicity of the linearized map and, at the same time, takes into account the nonlinear limitation of the perturbation growth. In this approximation one can obtain a series of exact results. In the d -dimensional case the pseudolinear map has the form

$$x_i^{(t+1)} = \{\alpha_{ij} x_j^{(t)}\}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, d). \quad (26)$$

We further assume the coefficients α_{ij} in this equations to be integers. The transformation (26) was considered in the articles [18-22] as an example of U -system.

If α_{ij} in (26) are integers the limiting distribution $f(\bar{x}, \infty)$ will be homogeneous:

$$f(\bar{x}, \infty) \equiv \mu(\bar{x}) = 1. \quad (27)$$

When

$$\alpha_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 1 & 1+k \end{pmatrix} \quad (28)$$

the pseudolinear mapping was investigated in the works [13, 23]. If $k=1$, the transformation (28) is named the "Arnold's cat" [11]. The pseudolinear map arises also in the one-dimensional theory of a crystal [12, 24].

THE GENERAL SOLUTION

Let the initial distribution be

$$f(\bar{x}) = \begin{cases} \prod_{j=1}^d \frac{1}{\varepsilon_j^i} & \text{when } x_j \in \Gamma_i \\ 0 & \text{in opposite case.} \end{cases} \quad (29)$$

We assume that the initial region Γ_i is determined by the relations

$$x_j^i - \frac{1}{2}\varepsilon_j^i \leq x_j \leq x_j^i + \frac{1}{2}\varepsilon_j^i, \quad (j=1, 2, \dots, d) \quad (30)$$

and the final region Γ_f is

$$x_j^f - \frac{1}{2}\varepsilon_j^f \leq x_j \leq x_j^f + \frac{1}{2}\varepsilon_j^f, \quad (j=1, 2, \dots, d) \quad (31)$$

Then the correlation equals [25]

$$C(t) = \frac{1}{\pi^d} \sum_{m_1, m_2, \dots, m_d = -\infty}^{\infty} F(m_1, \dots, m_d) \prod_{j=1}^d \frac{\exp\left(2\pi i \sum_{k=1}^d m_k (\alpha^{-t})_{kj} x_j^f\right)}{\sum_{k=1}^d m_k (\alpha^{-t})_{kj}} \sin\left(\pi \sum_{k=1}^d m_k (\alpha^{-t})_{kj} x_j^f\right). \quad (32)$$

Here $F(m_1, \dots, m_d)$ are the Fourier coefficients of the initial distribution $f(\bar{x})$:

$$F(m_1, \dots, m_d) = \frac{1}{\pi^d} \prod_{j=1}^d \frac{\sin(\pi \cdot m_j \varepsilon_j^i)}{m_j \varepsilon_j^i} \exp(-2\pi i m_j x_j^i) \quad (33)$$

and the stroke at the sign of summation means that the term $m^1 = m^2 = m^d = 0$ is omitted, $(\alpha^{-t})_{ij}$ are the elements of the matrix T^{-t} .

With arbitrary Γ_i and Γ_f the evaluation of the d -fold sum in (32) is embarrassing. Therefore we investigate two particular cases:

1) A crude initial state and a fine measuring device

$$f(\bar{x}) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon^i}, & \text{if } x_1^i - \frac{1}{2}\varepsilon^i \leq x_1 \leq x_1^i + \frac{1}{2}\varepsilon^i, \quad 0 \leq x_j \leq 1 \quad (j=2, \dots, d) \\ 0 & \text{in opposite case} \end{cases} \quad (34)$$

Γ_f is determined by the relations (31). In this case the expansion of the initial distribution function into a Fourier series collapses from the d -dimensional sum into the one-dimensional:

$$f(\bar{x}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F(m) \exp(2\pi i m x_1). \quad (35)$$

According to the well-known formula

$$Tf(\bar{x}) = f(T^{-1}\bar{x}) \quad (36)$$

the evolution of correlation is determined by the inverse transformation T^{-1} . So

$$T^t f(\bar{x}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F(m) \prod_{j=1}^d \exp(2\pi i m (\alpha^{-t})_{1j} x_j). \quad (37)$$

Therefore the correlation in this case equals to [26]

$$C_1(t) = \frac{2}{\pi^{d+1} \varepsilon^i \prod_{j=1}^d (\alpha^{-t})_{1j}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^{d+1}} \cos \left(2\pi m \left[\sum_{j=1}^d (\alpha^{-t})_{1j} x_j^f - x_1^i \right] \right) \sin(\pi m \varepsilon^i) \prod_{l=1}^d \sin[\pi m (\alpha^{-t})_{ll} \varepsilon_l^f]. \quad (38)$$

When $t \rightarrow \infty$

$$|C_1(t)| \leq \text{const} \cdot \exp(-t |L_{\min}| d), \quad (39)$$

where $L_{\min}$ is the minimal Lyapunov's exponent of the linearized system (16).

2) A fine initial state and a crude measuring device Γ_i is defined by the formula (30) and Γ_f is defined by the relations:

$$x_1^f - \frac{1}{2} \varepsilon^f \leq x_1 \leq x_1^f + \frac{1}{2} \varepsilon^f, \quad 0 \leq x_j \leq 1, \quad (j = 1, 2, \dots, d). \quad (40)$$

The calculations analogous to the preceding case lead to the following expression for the correlation [26]:

$$C_2(t) = \frac{2}{\pi^{d+1} \prod_{l=1}^d \varepsilon_l^i (\alpha^{-t})_{dl}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^{d+1}} \cos \left(2\pi m \left[\sum_{k=1}^d (\alpha^t)_{dk} x_k^i - x_d^f \right] \right) \sin(\pi m \varepsilon^f) \prod_{j=1}^d \sin[\pi m (\alpha^t)_{dj} x_j^i]. \quad (41)$$

When $t \rightarrow \infty$

$$|C_2(t)| \leq \text{const} \cdot \exp(-t L_{\max} d). \quad (42)$$

Here $L_{\max}$ - the maximal Lyapunov's exponent.

We see that the rate of chaotization in both cases is proportional to the dimension of the phase space and has nothing to do with the dimension of the unstable subspace. If the initial state is crude and the measuring device is fine, the rate of chaotization is proportional to the $|L_{\min}|$, whereas on the opposite case the rate of chaotization is proportional to $L_{\max}$. We note that the rate of chaotization is nothing to do with the KC-entropy. The later equals to the sum of all positive Lyapunov's exponents

$$K = \sum_{L_i > 0} L_i. \quad (43)$$

We note further that the rate of chaotization depends on the choice of $f(\bar{x}, 0)$ and $\chi(\bar{x}, \Gamma_f)$. This dependence disappears if

$$L_{\max} = |L_{\min}|. \quad (44)$$

The last condition is fulfilled for a Hamilton system.

TWO-DIMENSIONAL CASE

In the case $d = 2$, $t \rightarrow \infty$ the correlation C_1 takes the form [25]

$$C_1 = \frac{sh^2 L}{3\varepsilon^i (\alpha_{22} - e^{-L}) \alpha_{12}} \exp(-2L_{\max} t) \sum_{\pm} [\{a_u\} (1 - 3\{a_u\} + 2\{a_u\}^2) - \{a_g\} (1 - 3\{a_g\} + 2\{a_g\}^2)]. \quad (45)$$

Here a_g are various sums of the form

$$P \pm \frac{1}{2} \varepsilon^i \pm \frac{1}{2} (\alpha^t)_{22} \varepsilon_1^f \pm \frac{1}{2} (\alpha^t)_{12} \varepsilon_2^f, \quad (46)$$

with even number of minuses, and a_u - the same sums with odd number of minuses, and

$$P = (\alpha^t)_{22} x_1^f - (\alpha^t)_{12} x_2^f - x_1^i \quad (47)$$

$C_2(t)$ has analogous expression.

Note that in the two-dimensional case

$$L_{\max} = -L_{\min} = K, \quad (48)$$

where K is the KC - entropy (43).

The formula (45) shows that the decay of correlation is not exponential, but rather erratic. In contrast to the thermodynamics the correlation (45) always approaches zero nonmonotonically ever after elapse of an arbitrary long interval of time. In the case of mixing without chaotization this effect was revealed in [27]. For the two dimensional pseudolinear map (28) the erratic decay of correlations was found numerically on [28]. Such erratic law of the decay of correlations takes place also in the one-dimensional irreversible mapping [29,30].

However, the majoranta of correlation is exponential

$$\text{Sup}|C_1(t)| = \frac{4sh^2 L_{\max}}{9\sqrt{3}\varepsilon' |(\alpha_{22} - e^{-L_{\max}})\alpha_{12}|} \exp(-2L_{\max}t). \quad (49)$$

We note that the multiplier before the exponent in (45) remains finite when $\varepsilon \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$.

CONTINUOUS FUNCTIONS

Up to now we assumed the functions $f(\vec{x},0)$ and $\chi(\vec{x})$ to be piece-wise constant and discontinuous. Let us now consider more complicated function $\chi(\vec{x})$. Namely

$$\chi(\vec{x}) = \begin{cases} px_1 & \text{if } 0 \leq x_1 \leq \frac{1}{6} \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ \left(\frac{1}{3} - x_1\right) & \text{if } \frac{1}{6} \leq x_1 \leq \frac{1}{3} \\ 0 & \text{in opposite case.} \end{cases} \quad (50)$$

As to the function $f(\vec{x},0)$ it is defined by the expression

$$f(\vec{x},0) = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \leq x_1 \leq \frac{1}{2}, \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 & \text{in opposite case.} \end{cases} \quad (51)$$

Then for the Arnoi'd's cat the asymptotic value of the correlation when $t \rightarrow \infty$ is

$$\text{Sup}_t |C(t)| = A(p-1)e^{-2Lt} + Be^{-3Lt} \quad (\text{here } L = \ln \frac{3+\sqrt{5}}{2}). \quad (52)$$

We see that when p differs from unity, i.e. when the function $\chi(\vec{x})$ is discontinuous, the rate of the decay of correlation is $2L$ as before. On the other hand, if $p=1$, i.e. if the function $\chi(\vec{x})$ is continuous, the rate of the decay of correlation equals $3L$. This means that infinitesimal change of the coefficient p provides an essential change of the correlation. We see that the problem of the calculation of the correlation is incorrect.

REGULARIZATION OF THE PROBLEM

A mathematical problem is called to be correct in the sense of Hadamard if following conditions are satisfied [31]:

1. The solution exists.
2. The solution is unique.
3. The solution continuously depends on initial data.

As we have seen in the preceding section the problem of determining of the rate of decay of correlation is incorrect. We conjecture that in this case the correctness must be understood in the sense of Tikhonov [32] rather than in the sense of Hadamard. In other words the problem which is incorrect in the sense of Hadamard must be regularized. The regularization consists in the reduction of the class of admissible functions. For example, the problem of Cauchy for the Laplace equation becomes correct, if the solution is searched in the class of bounded functions [33].

In the case of the problem of the decay of correlations the regularization is based on the fact that almost all chosen by chance functions are discontinuous (except of the set of zero measure). This reasoning is analogous to the conclusion about incommensurability of frequencies in a conditionally - periodical motion [34,35].

According to this we divide the phase space into cells and specify the number of particles in each cell [5]. In this case the rate of chaotization for two-dimensional phase space is the doubled maximal Lyapunov exponent L . More detailed specifying the functions $f(\vec{x},0)$ and $\chi(\vec{x})$ influences only on a multiplier before the exponent.

CONCLUSIONS

1. The decay of correlations is going in a complicated nonexponential way.
2. The majoranta of the correlation function is an exponent.
3. The problem of the rate of chaotization is incorrect in the sense of Hadamard: the rate of the decay of correlation depends on the smoothness of the initial and the final functions.
4. We conjecture that the algorithm of regularization of this problem consists in dividing phase space into cells and then specifying a number of particles in each cell.
5. The rate of chaotization is proportional to the dimension of the phase space. 6. In general the rate of chaotization essentially depends on the initial and the final functions. This dependence disappears if the system is invariant under the time inversion. In that case the rate of chaotization is proportional to the maximal Lyapunov exponent.

REFERENCES

1. H. Poicare. J. d. Phys. (4) 5 (1906) 369.
2. N. N. Bogoliubov. Problemy dinamicheskoi teorii v statisticheskoi fizike. (Gostekhizdat, Moscow 1946).
3. J. W. Gibbs. The collected works. (Longmans, Green and Co., New York, 1931).
4. E. Hopf. Ergodentheorie Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. V.2, Berlin, Springer, 1937.
5. N. S. Kpylov. Works on the foundations of Statistical Physics. (Princeton Univ. Press, 1979).
6. J. Mozer. Stable and random motions in dynamical systems. (Princeton Univ. Press, Princeton, New-Jersey, 1973).
7. B. V. Chirikov. Phys. Rep., 52 (1979) 263.
8. A. V. Gaponov-Grekhov, M. I. Rabinovich Uspekhi fizicheskikh Nauk, 128 (1979) 579.
9. J. P. Kornfeid, Ya. G. Sinai, S. V. Fomin. Ergodicheskaya teoriya. (Nauka, Moscow, 1980).
10. G. M. Zaslavsky. Chaos in dynamical systems (Harvard, New-York, 1985).
11. A. J. Lichtenberg and M. A. Liberman. Regular and Stochastic motion. Appf. Math. Sc., 38 (Spring-er-Verlag, New York, 1983).
12. G. M. Zaslavsky, R. Z. Sagdeev. Vvedenie v nelineynuyu fiziku. (Fizmatlit, Moscow, 1988).
13. Yu. I. Neumark, P. S. Landa Stochastic and chaotic oscillations, Moscow, 1987 (in Russian).
14. P. I. Billingsley Ergodic Theory and Information. - John Wiley and Sons.
15. V. A. Rokhlin Uspekhi Matematicheskikh Nauk, V.22, N5 (1967) 5 (in Russian).
16. R. C. Tolman The Principles of Statistical Mechanics. -Oxford University Press, Oxford, 1946.
17. J. A. McLennan, Phys. Fluids, V.2, N1, p. 92 (1959).
18. D. V. Anosov Trudy of the MIAN, 90 (1967) 210 pages, (in Russian).
19. S. Smale Bull. Amer. Soc. 73 (1967) 747.
20. R. L. Adier, B. Weiss Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 57 (1967) 1573.
21. A. L. Genis Doklady Akademii Nauk SSSR, 138 (1961) 991.
22. D. V. Anosov, Ya. G. Sinai Uspekhi Matematicheskikh Nauk, V.22, N5 (1967), p. 107 (in Russian).
23. G. Casati Trudy IX Mezhdunarodnoi konferensii po nelineinym kolebaniyam. Kiev: Naukova Dumka, 1984, p. 169.
24. S. Aubry Phys. Rep. 103 (1984) 127.
25. R. V. Polovin, V. P. Demutskii The Problems of theoretical Physics, Kiev, 1991, p.237 (in Russian).
26. V. P. Demutskii, R. V. Polovin, Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki, 61 (1991) 1.
27. H. L. Frisch Phys. Rev. 109, N1, 22 (1958).
28. G. Casati, G. Comparin, Phys. Rev. A 26, N1 (1982) 717.
29. R. L. Stratonovich, DAN SSSR, 267, N2 (1982) 355.
30. T. Ashima, H. Haken, Phys. Lett., 96 A, N8 (1983) 385.
31. J. Hadamard Le probleme de AAA et les equations aux derivees partielles lineaires hyperboliques. -Paris: Hermann, 1932.
32. A. N. Tikhonov DAN SSSR, 39 (1943) 195.
33. S. G. Krein DAN SSSR, 114 (1987) 1162.
34. A. N. Kolmogorov DAN SSSR, 98 (1954) 527.
35. V. I. Arnoi'd Uspekhi Matematicheskikh Nauk, 18 (1963) 13.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ПСЕВДОЛИНЕЙНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

В.П. Демуцкий*, Р.В. Половин и В.М. Рашкован**

*Харьковский Национальный университет, пл. Свободы 4, 61077, Харьков, Украина.

**Государственный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского, ул. Чкалова 17, 61070, Харьков, Украина.

Получена скорость хаотизации для псевдолинейного отображения. Показано, что скорость хаотизации пропорциональна размерности фазового пространства и максимальному показателю Ляпунова. Показано также, что задача о скорости хаотизации некорректна и должна быть регуляризована.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: хаотическое поведение, распад корреляций, регуляризация.

УДК 621.039.58

МЕТОДИКА ИМИТАЦИИ АВАРИЙНЫХ РАДИАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ НА АЭС 2. ВОЗМОЖНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ СПЕКТРОВ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А.В. Лисицкий, С.А. Письменецкий, В.Г. Рудычев

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина

Харьков, пл. Свободы, 4

Поступила в редакцию 6 апреля 2000 г.

В данной статье обсуждается методика моделирования спектров γ -излучений, характерных для аварийных ситуаций на ядерно-энергетических объектах, с использованием тормозного излучения линейных ускорителей электронов. Адекватное воссоздание таких излучений является важной задачей при изучении их влияния на оборудование, персонал радиационно-опасных объектов, а так же при проектировании и испытаниях специальных защитных конструкций и сооружений. Исследована возможность имитации спектров аварийных источников γ -излучения для некоторых сценариев развития аварии на объектах АЭС с ВВЭР-1000 при помощи ускорителей электронов. Продемонстрированы возможности моделирования γ -спектров заданного спектрального состава варьированием условий генерации тормозного излучения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: методика, моделирование, аварийное излучение, конвертор, тормозное излучение, ускоритель электронов

Изучение и испытание свойств защитных конструкций представляет собой одну из задач разработки и повышения безопасности эксплуатации ядерных энергетических установок.

В качестве моделирующего с успехом используется вторичное излучение ускорителей электронов [1]. Как известно [2], критерием правильности выбора характеристик моделирующего излучения является идентичность процессов, происходящих в исследуемом изделии (конструкции, материале, приборе). В задачах прохождения излучений и радиационных испытаний главными процессами являются транспорт излучения сквозь конструкцию и выделение энергии в ней. Из этого следует, что корректное моделирование подразумевает идентичность или подобие спектрального состава (в особенности, его «жесткого» края) излучения и величины средней эффективной энергии, оставляя на втором плане интенсивность, импульсный либо непрерывный характер излучения и проч. Цель данной работы — рассмотреть возможности формирования спектров излучения, подобных описанным в предыдущей работе [3], путем изменения конструкции е- γ -конвертора и вариации энергии электронов на выходе ускорителя.

ЭФФЕКТИВНЫЕ СПЕКТРЫ АВАРИЙНЫХ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ

Для корректного сравнения непрерывных тормозных спектров и линейчатых аварийных спектров из [3] использовалась методика [4] разбиения спектра на энергетические группы и расчета соответствующих эффективных энергий. Эффективная энергия i -ой группы $E_{i,eff}$ и ее процентный вклад в полный спектр n_i определяется формулами:

$$E_{i,eff}(T, t) = \frac{\left[\sum_l \sum_m A_l(T, t) E_{lm} n_{lm} \right]_i}{\left[\sum_l \sum_m A_l(T, t) n_{lm} \right]_i} \quad (1)$$

$$n_i(T, t, E_{i,eff}) = \frac{\left[\sum_l \sum_m A_l(T, t) n_{lm} \right]_i}{\sum_{k=1}^N \left[\sum_l \sum_m A_l(T, t) n_{lm} \right]_k} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где T - продолжительность кампании, t - выдержка, A - удельная активность l -ого нуклида, E_{lm} , n_{lm} - энергия и квантовый выход γ -кванта, m - индекс суммирования по всем энергетическим линиям нуклида, N - количество энергетических групп. Если весь спектр представить как одну энергетическую группу, то формула (1) дает значение средней эффективной энергии спектра E_{aver} . Спектр γ -излучения смеси продуктов деления простирается в широком энергетическом диапазоне - от нескольких киловольт до 6,2 МэВ. Однако

высокоэнергетические γ -кванты характерны лишь для нескольких радионуклидов с коротким периодом полураспада. Поэтому, для многих практических задач (расчет защиты, тепловыделение и др.) весь диапазон делят на небольшое число энергетических интервалов. Чаще всего принимают семь энергетических интервалов [4], максимальные энергии которых (за исключением последнего) приведены во втором столбце таблицы 1. В остальных столбцах этой таблицы приведены средняя эффективная энергия для каждого интервала и ее доля для нескольких аварийных источников на АЭС с ВВЭР, которые были подробно описаны в работе [3].

Таблица 1. Эффективные спектры аварийных источников

№	E_i , keV	Спектр №1		Спектр №2		Спектр №3		Спектр №4		Спектр №5		Спектр №6	
		E_{eff} , keV	n, %	E_{eff} , keV	n, %	E_{eff} , keV	n, %	E_{eff} , keV	n, %	E_{eff} , keV	n, %	E_{eff} , keV	n, %
1	30	15	0	23,1	0,23	15,3	0,00027	27,5	0,074	27,5	0,066	24,4	0,0054
2	300	203,6	3,8	198,9	74	153,3	0,64	169,1	17	162,9	10	123	13
3	600	485,6	40	426,8	6,8	394,1	2,9	462,2	23	480,8	23	522,1	11
4	1200	871,5	36	824,4	5,8	707,5	2,9	814,7	48	832,8	53	680,9	75
5	1800	1429,3	16	1559,1	4,3	1389,7	50	1457,9	8,4	1458,7	10	1347,2	1
6	2400	2009,4	2,9	2219,2	7,3	1940,4	0,016	2179,8	3,4	2150,9	3,4	2149,6	0,039
7		3270,9	1,9	2890,4	1,3	2754,5	43	2555,4	0,52	2545,2	0,52	2556	0,011
E_{aver} , keV		859,0		492,0		1926,5		734,7		802,0		596,9	

ВОЗМОЖНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАДАННОГО СПЕКТРА ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ КОНВЕРТОРОВ РАЗЛИЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ

В настоящей работе для получения спектров тормозного излучения (ТИ) использовался международно сертифицированный программный пакет «PENELOPE» [5]. Данный пакет позволяет с высокой точностью моделировать распространение электронных, позитронных и фотонных потоков в веществе. Были получены спектрально-угловые характеристики тормозного излучения для различных материалов и конструкций конверторов. Для дальнейшего анализа использовались спектральные зависимости фотонов, вылетающих из конвертора в переднюю полусферу.

Однослойный конвертор

Первым приближением в задаче моделирования аварийного спектра тормозным излучением можно считать подгонку по величине средней энергии. Нами был проведен ряд расчетов для уточнения возможности изменения средней энергии спектра ТИ за счет изменения толщины конвертора и выбора различных материалов конверторов.

На рис.1 приведены энергетические спектры (нормированные по площади) тормозного излучения для конверторов из различных материалов. Начальная энергия электронов составляла $E_0=2$ МэВ. Рис.1. иллюстрирует известный факт повышения средней энергии спектра ТИ при использовании конверторов из более тяжелого материала.

На рис.2 приведены энергетические спектры (нормированные по площади) тормозного излучения для танталового конвертора различной толщины. Начальная энергия электронов — $E_0=2$ МэВ.

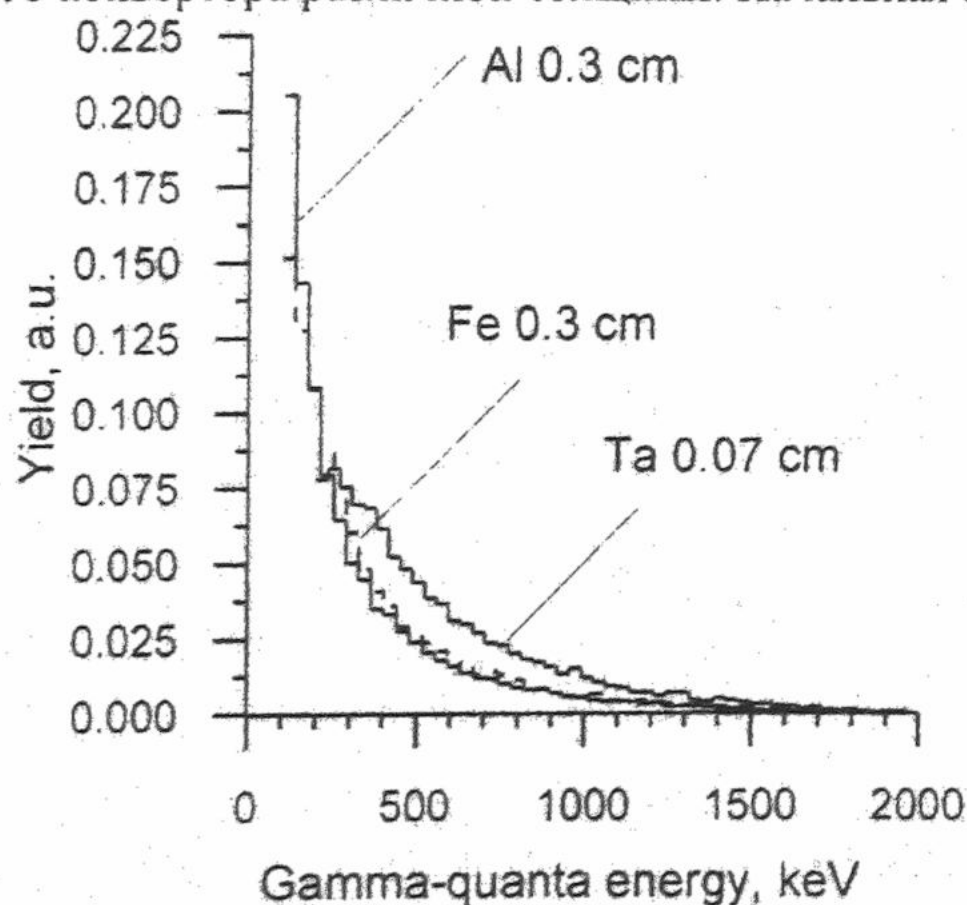


Рисунок 1. Примеры спектров тормозного излучения для различных однослойных конверторов.

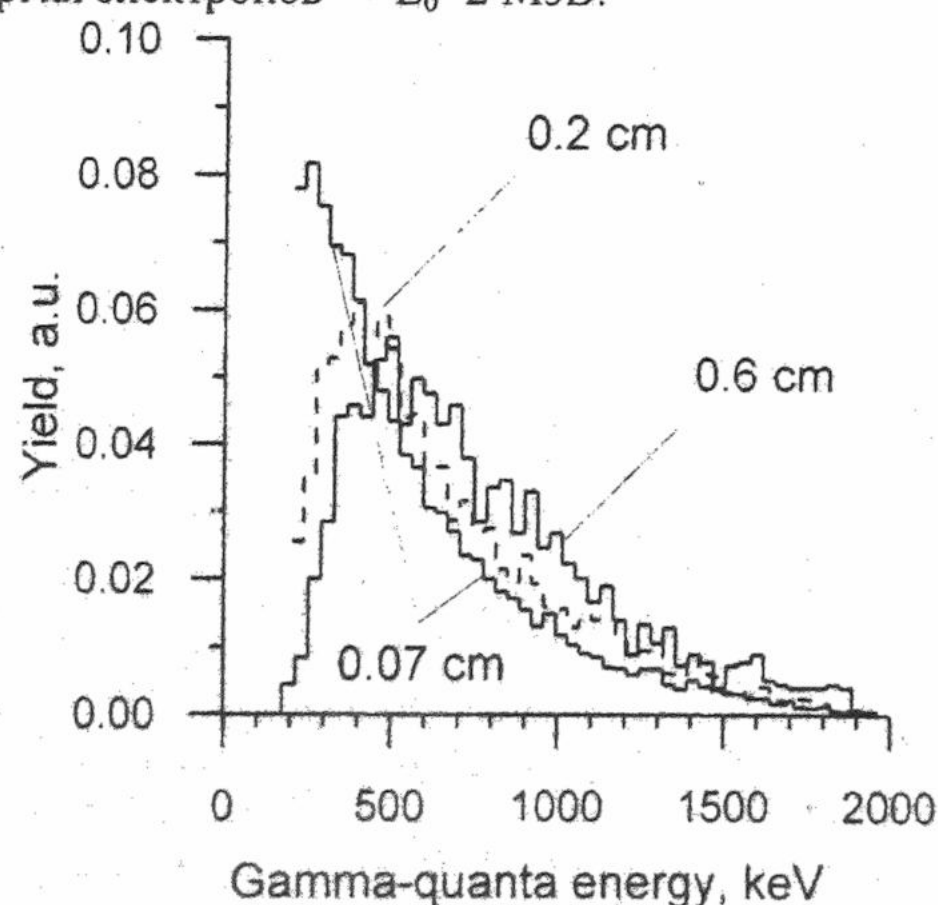


Рисунок 2. Спектры тормозного излучения для танталовых конверторов различной толщины.

В таблице 2 приведены средние энергии ТИ для различных типов однослойных конверторов и $E_0=2$ МэВ. Из таблицы 2 следует, что при постоянной энергии первичных электронов только за счет изменения материала конвертора и его толщины можно изменять, в достаточно широком диапазоне, величину средней энергии ТИ. Дополнительное варьирование начальной энергии электронов позволяет расширить указанный диапазон до требуемых рамок.

Таблица 2. Средняя энергия ТИ для различных типов однослойных конверторов.

№	Материал	Толщина, см.	E_{aver} , keV
1	Al	0,3	322,3
2	Fe	0,3	354,7
3	Fe	0,9	483,8
4	Fe	1,4	497,2
5	Fe	1,9	507,1
6	Ta	0,075	546,8
7	Ta	0,2	641,4
8	Ta	0,6	743,3
9	Ta	0,9	799,1

Вывод: При помощи однослойного конвертора можно получить любую среднюю энергию, т.е. задача моделирования спектра γ -излучения в первом приближении решается.

Многослойный конвертор

Многослойный конвертор, как правило, состоит из одного или двух генерирующих слоев и одного (если необходимо) поглощающего слоя. Первый по ходу пучка слой из более легкого материала расширяет энергетический спектр первичного пучка в мягкую область, уменьшает его энергию и, за счет этого, спектр тормозного излучения, который, главным образом, формируется на втором более тяжелом слое расширяется в зависимости от соотношения толщин первого и второго слоев. В случаях, когда конструкция конвертора имеет суммарную толщину меньшую, чем полный пробег электронов с данной начальной энергией, на выходе конвертора наряду с тормозными γ -квантами возникает поток электронов. Присутствие электронов в зоне облучения γ -квантами значительно усложняет дозиметрическое сопровождение, а в некоторых случаях не позволяет корректно провести радиационный эксперимент, поэтому, как правило, поток электронов на выходе конвертора должен быть исключен. Такое исключение без искажения сформированного γ -спектра может быть достигнуто путем добавления третьего слоя, последнего по ходу распространения пучка электронов, что увеличивает полную толщину конвертора. Дополнительный третий слой, как правило, изготавливается из материала с малым атомным номером, чтобы уменьшить его влияние на γ -излучение, и, в то же время полностью поглотить первичные электроны. Полную толщину конструкции конвертора за счет третьего слоя делают в 1,5 - 1,7 раза большей чем величина полного пробега электронов с нужной первичной энергией, оставляя, таким образом, на выходе конвертора чистый поток γ -излучения. Возможность вариации спектра тормозных γ -квантов при помощи двухслойных конверторов изучалась в работе [6]. Авторами отмечена возможность обогащения конечного спектра низкоэнергетической компонентой. Анализируя результаты вышеупомянутой работы, можно отметить, что возрастание вклада мягкой компоненты происходит за счет снижения, хотя и незначительного, вклада высокоэнергетических γ -квантов, что часто неприемлемо при моделировании реальных спектров.

Мозаичный конвертор

Для более точного моделирования аварийных спектров нами предложен новый тип конвертора — мозаичный конвертор. Конвертор представляет собой набор одновременно облучаемых и расположенных параллельно «простых» конверторов (однослойных или многослойных). Результирующее ТИ представляет собой суперпозицию ТИ от каждой зоны конвертора.

Не принимая во внимание проблему обеспечения максимальной интенсивности ТИ, изучим возможность получения сложных спектров как линейной комбинации спектров тормозных излучений от легких и тяжелых мишеней.

Пусть исходный аварийный спектр, который необходимо моделировать, описывается функцией $F_{ac}(E)$, где E — энергия γ -квантов. Рассмотрим случай двух базисных спектров. Обозначим, соответственно, $f_l(E)$ и $f_h(E)$ спектры ТИ с меньшей и большей средней энергиями. При этом полагаем, что исходный и оба базисных спектра нормированы. Моделирующее распределение запишем в виде:

$$F_m(E, k) = k \cdot f_l(E) + (1 - k) \cdot f_h(E), \quad (3)$$

где $F_m(E, k)$ - моделирующий спектр, а k - вклад низкоэнергетического спектра в последний ($0 \leq k \leq 1$). Тогда среднеквадратичное отклонение моделирующего спектра F_m от аварийного $F_{ac}(E)$ будет определяться соотношением

$$\Delta(k) = \int_0^{E_0} [F_{ac}(E) - F_m(E, k)]^2 dE. \quad (4)$$

Минимальному отклонению соответствует k_{op} , определяемое из уравнения

$$\frac{d\Delta(k)}{dk} = 0. \quad (5)$$

Подставив (4) в (5) получим

$$k_{op} = 2 \cdot \frac{\int_0^{E_0} [f_h(E) - F_{ac}(E)] \cdot [f_h(E) - f_l(E)] dE}{\int_0^{E_0} [f_h(E) - f_l(E)]^2 dE}. \quad (6)$$

Т.е., существует комбинация двух базисных спектров при которой отличие модельного спектра от аварийного минимально.

Вторым приближением при решении нашей задачи является подгонка эффективных спектров аварийного и тормозного излучения. Покажем возможность существования комбинации двух базисных спектров, при которой эффективный спектр модельного излучения ближе соответствует эффективному спектру аварийного излучения, чем излучение однослойного конвертора. Критерием оптимизации является среднеквадратичное отклонение δ эффективных модельных и аварийных спектров, которое определяется формулой:

$$\delta = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (n_i^{ac} E_{i,eff}^{ac} - n_i^m E_{i,eff}^m)^2}}{\sum_{i=1}^N n_i^{ac} E_{i,eff}^{ac}}. \quad (7)$$

В наших расчетах, для моделирования аварийных источников, в качестве базисных использовались, приведенные на рис.1 и рис.2, спектры ТИ от алюминиевого (f_l) и танталового (f_h) конверторов толщиной 0,3 и 0,6 см, соответственно. Для сравнения аварийные и моделирующие спектры разбивались на энергетические группы, приведенные в табл.1. В табл.3 приведены значения для величины δ , при различном выборе величины k , из (3). Случаи $k=0$ и $k=1$ описывают однослойные конверторы из алюминия и тантала соответственно.

Таблица 3. Среднеквадратичное отклонение δ при моделировании аварийных источников γ -излучения, при помощи ТИ, полученного с помощью мозаичного конвертора.

k	δ					
	Спектр 1	Спектр 2	Спектр 3	Спектр 4	Спектр 5	Спектр 6
0	0,391	0,466	0,935	0,458	0,5	0,693
0,1	0,35	0,51	0,925	0,409	0,456	0,645
0,2	0,31	0,569	0,915	0,361	0,411	0,594
0,3	0,271	0,64	0,906	0,312	0,367	0,556
0,4	0,234	0,72	0,898	0,265	0,323	0,514
0,5	0,199	0,805	0,89	0,218	0,28	0,476
0,6	0,168	0,894	0,884	0,174	0,238	0,442
0,7	0,143	0,986	0,878	0,134	0,197	0,414
0,8	0,128	1,081	0,872	0,103	0,158	0,391
0,9	0,127	1,177	0,868	0,091	0,125	0,376
1,0	0,14	1,275	0,864	0,105	0,101	0,368

Из таблицы 3 видно, что при использовании выбранных ТИ в качестве базисных для аварийных источников первого и четвертого типов, существуют оптимальные значения k , при которым среднеквадратичное отклонение моделирования не превышает 13 и 10%, соответственно. Для других аварийных спектров данный базисный набор не улучшает согласия по сравнению с однослойным конвертором (см. табл.3. $k=0$ или $k=1$). Для этих случаев необходимо выбрать другие базисные спектры ТИ. Изложенную выше методику легко расширить на случай использования большего количества базисных спектров.

Отметим, что приведенные в таблице 3 значения k являются весовыми коэффициентами для нормированных моделирующих спектров, т.е. в реальном эксперименте необходимо скорректировать величину k на значения абсолютных интенсивностей ТИ разных зон конвертора.

ВЫВОДЫ

В работе предложена методика моделирования спектров γ -излучений, возникающих при аварийных ситуациях на АЭС, тормозным излучением электронов.

Показана возможность формирования спектра ТИ, полученного при помощи мозаичных конверторов, наиболее близкого к заданному аварийному спектру γ -излучения. Проведено исследование возможностей мозаичного конвертора, состоящего из алюминиевых и танталовых зон. Показано, что предложенная конструкция конвертора при должном подборе его параметров обеспечивает возможность адекватного моделирования ($\delta \leq 13\%$) тормозным излучением двух спектров из шести, относящихся к разным аварийным инцидентам АЭС и рассмотренным ранее [3].

Результаты работы являются необходимой базой для решения задачи адекватного моделирования спектрально-угловых характеристик аварийного γ -излучения. Предложенные методы и подходы могут быть так же полезны при моделировании аварийных спектров β -излучений.

Авторы статьи выражают благодарность создателям программного пакета PENELOPE, господам F.Salvat, J.M. Fernández-Varea, J. Baró, J. Sempau, за предоставление международно-сертифицированного программного продукта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.П.Ковалев Вторичное излучение ускорителей электронов М. Атомиздат, 1979. - С. 200.
2. Першенков В.С., Попов В.Д., Шальнов А.В. Поверхностные радиационные эффекты в элементах интегральных микросхем. - М.: Энергоатомиздат, 1988. - С. 256.
3. Лисицкий А.В., Письменецкий С.А., Рудычев В.Г. Методика имитации аварийных радиационных полей на АЭС. 1. Характеристики аварийных излучений//Вісник Харківського університету, серія «Ядра, частинки, поля». -2000. -Вип.1. №469. -С.49-52.
4. Защита от ионизирующих излучений. В 2-х т. Т. 2 : Защита от излучений ядернотехнических установок. Учебник для вузов/ Н.Г. Гусев, В.П. Машкович, А.П. Суворов, Е.Е. Ковалев; Под ред. Н.Г. Гусева. - 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Энергоатомиздат, 1983. - 336 с., ил.
5. PENELOPE, an algorithm and computer code for Monte Carlo simulation of electron - photon showers. F.Salvat, J.M. Fernández-Varea, J. Baró, J. Sempau. - Informes Técnicos Ciemat (Madrid), Junio 1996, 157 pp. 27 figs. 108 ref.
6. Костин Д.В., Шипатов Э.Т. Генерация тормозного излучения электронами со сплошным спектром// Атомная энергия. - т.86. Вып.2. февраль. -1999. -С.126-129.

METHODS OF SIMULATION OF NPP ACCIDENT RADIATION FIELDS 2. POSSIBILITIES OF BREMSSTRAHLUNG SPECTRA BUILDING

A.V. Lisitsky, S.A. Pismenesky, V.G. Rudychev

Kharkiv National University

Svobody Square, 4, Kharkiv, Ukraine

In the present paper methods of simulation of γ -spectra typical for accident conditions of nuclear-power objects are discussed. Recreation of the radiation is important problem in investigating its effect to equipment, personnel of the objects, as well as in designing and testing shield constructions etc. A possibility of simulation of accident γ -radiation spectra for some accident scenario on NPP with VVER-1000 by means of electron accelerator has been investigated. Possibilities of simulation of given spectrum γ -radiation by variation of bremsstrahlung generation conditions have been shown.

KEY WORDS: simulation methods, accidental radiation, nuclides, converter, bremsstrahlung, electron accelerator

УДК 621.762.001:543.51

ЭВОЛЮЦИЯ КОНИЧЕСКИХ НОВООБРАЗОВАНИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ КАТОДА В ТЛЕЮЩЕМ ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

С.С. Алимов, В.В. Бобков, Ю.В. Слюсаренко, Р.И. Старовойтов

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, физико-технический факультет.

61108, г. Харьков, пр. Курчатова, 31.

E-mail: bobkov@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 12 апреля 2000г.

В данной работе описывается наблюдаемое в эксперименте явление роста конических микровыступов на поверхности катода в газовом разряде, приводящее к появлению нестабильностей в работе устройств на основе тлеющего разряда. Предлагается феноменологическая модель данного явления, учитывающая наиболее важные физические процессы, сопровождающие модификацию поверхности катода в тлеющем разряде. В рамках данной модели получено аналитическое решение уравнения, описывающего изменение профиля поверхности. На основании его анализа описывается эволюция конических микровыступов на поверхности металлического катода в тлеющем разряде.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: тлеющий разряд, модификация поверхности, микровыступы, конические новообразования.

Постоянный интерес к изучению явлений, связанных с зарождением и эволюцией новообразований при распылении поверхности твердого тела потоками заряженных и нейтральных частиц, помимо вопросов чисто академического характера, в первую очередь поддерживается возможностью использования приобретаемых поверхностью свойств в современных технологиях [1, 2]. Среди многообразия поверхностных новообразований – вискерсов [3-5], трубок [6], тонкопленочных листовых структур [7] отдельное место с точки зрения модификации автоэмиссионных свойств поверхности занимают конусообразные микроскопические выступы. В частности, в работе [1] была предложена методика ионно-плазменной обработки поверхности металлов и сплавов, изменяющей различные физические свойства поверхности за счет создания на ней развитого микрорельефа состоящего из множества микроскопических выступов. В работе [2] рассматривались аспекты, связанные с изменением оптических и автоэмиссионных свойств катодов после предварительного «выращивания» на их поверхности конических выступов. В этой связи представляет значительный интерес описание эволюции конических образований на поверхности катода в тлеющем газовом разряде, чему посвящена настоящая статья.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Зарождение конических новообразований, рассматриваемых в настоящей работе, начинается в процессе распыления поверхности твердого тела. В результате неоднородности распыления отдельных участков на поверхности формируется развитый рельеф. В случае точечного загрязнения образца элементом с меньшим коэффициентом распыления по сравнению с таковым для матрицы образца возможно формирование конусоподобных новообразований (рис. 1). Высота их увеличивается по мере распыления твердого тела при наличии массопереноса с поверхности образца в объем рабочей камеры [5, 8]. Если распыление поверхности происходит в плазме тлеющего разряда, то прикатодное падение потенциала вызывает автоэлектронную эмиссию с вершины конусоподобного образования, достигшего определенной пороговой высоты. Далее аналогично [6] вблизи рассматриваемого выступа происходит ионизация распыляемых атомов матрицы. В связи с их малой кинетической энергией они осаждаются на вершине конуса, что приводит к росту последнего.

На рис. 2 представлен участок поверхности меди, распыленной в плазме тлеющего разряда. Видно высокое коническое образование, вершина которого расположена выше исходной плоскости образца до начала распыления. У данного новообразования в процессе его роста у основания сформировалась столбчатая структура, которая не наблюдается при распылении такого же образца

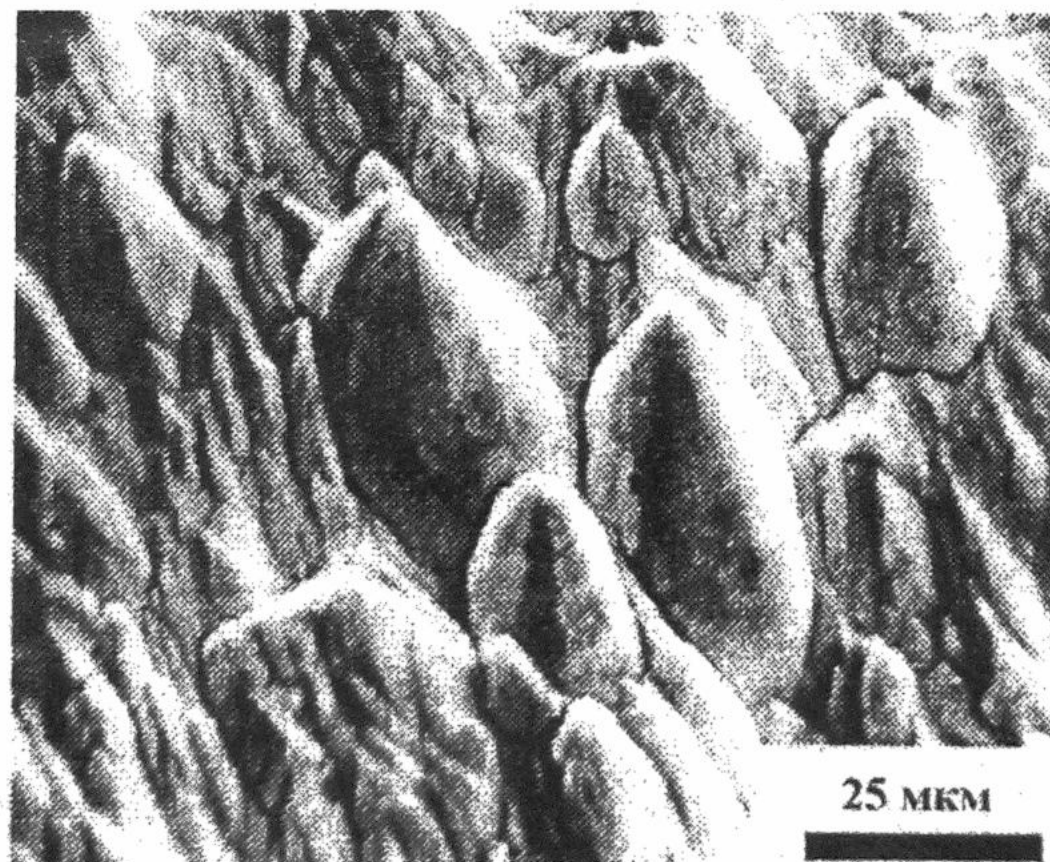


Рис. 1. Конусоподобная структура поверхности меди, возникшая в результате ее распыления.

пучком ионов с такими же характеристиками как у ионов плазмы тлеющего разряда. Вблизи рассматриваемого новообразования расположены конусы малого размера, которые после достижения ими пороговой высоты могут стать зародышами для дальнейшего роста новообразования аналогичного изучаемому.

Для дополнительного наглядного подтверждения того факта, что конические новообразования увеличивают свою высоту над уровнем исходной поверхности после достижение пороговых значений, а не являются результатом известного процесса распыления твердого проведен следующий эксперимент.

На локальный участок поверхности медного образца напылена пленка углерода с толщиной ~ 1 мкм, а затем - пленка меди такой же толщины. Далее образец подвергался распылению в тлеющем разряде аргона, как и все остальные образцы в рассматриваемой серии экспериментов. После контрольного времени эксперимента пленка меди снята с локального участка с подслоем углерода и помещена в электронный микроскоп. На ней также наблюдались конические новообразования. На рис. 3а и 3б приведены изображения данных новообразований, сформировавшихся у границы пленочной подложки, что позволяет сравнить их размеры с толщиной пленки, на которой они были выращены.

При достижении коническим новообразованием некоторой критической высоты значительно увеличивается автоэлектронная эмиссия с их вершин, что может привести к микропробою и расплавлению данной вершины (см. рис. 4 и 5).

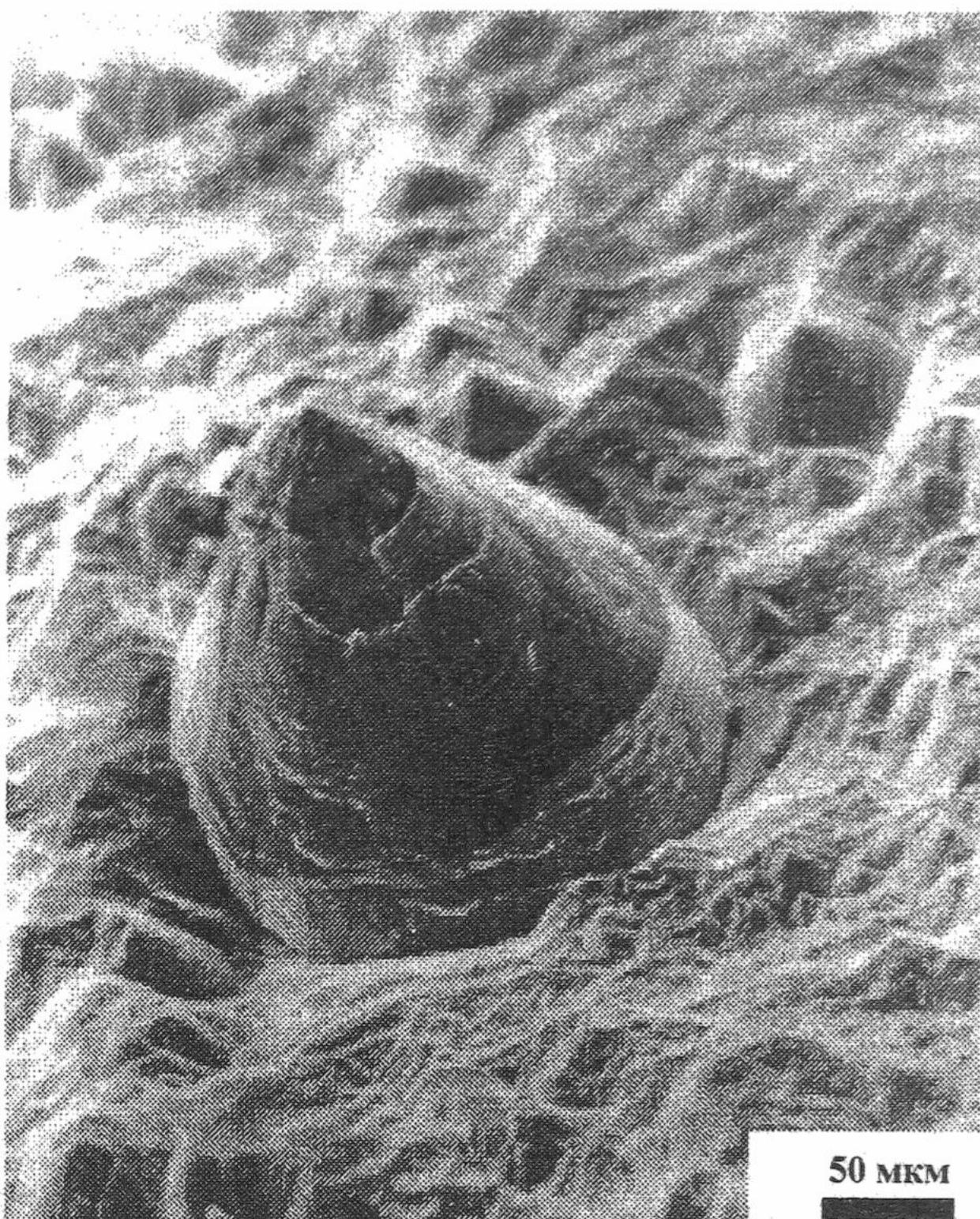


Рис. 2. Коническое новообразование на поверхности образца (Cu)

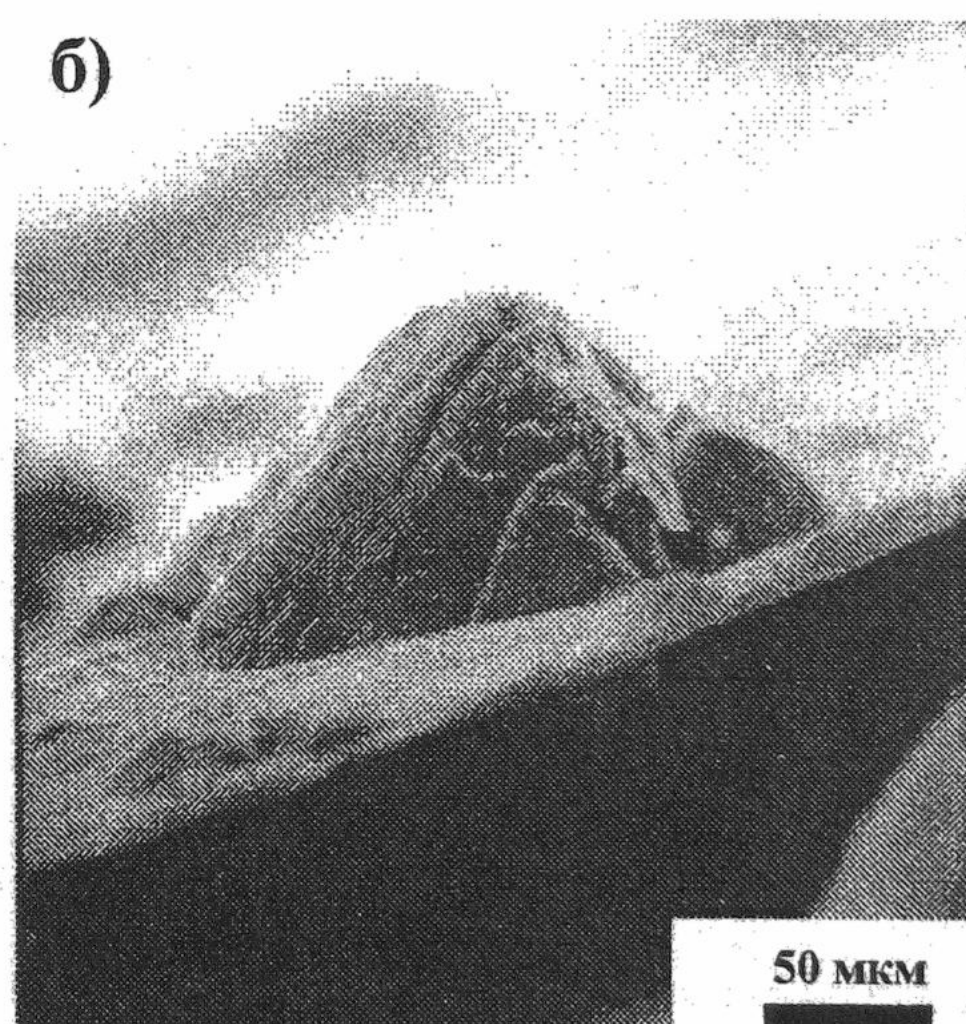
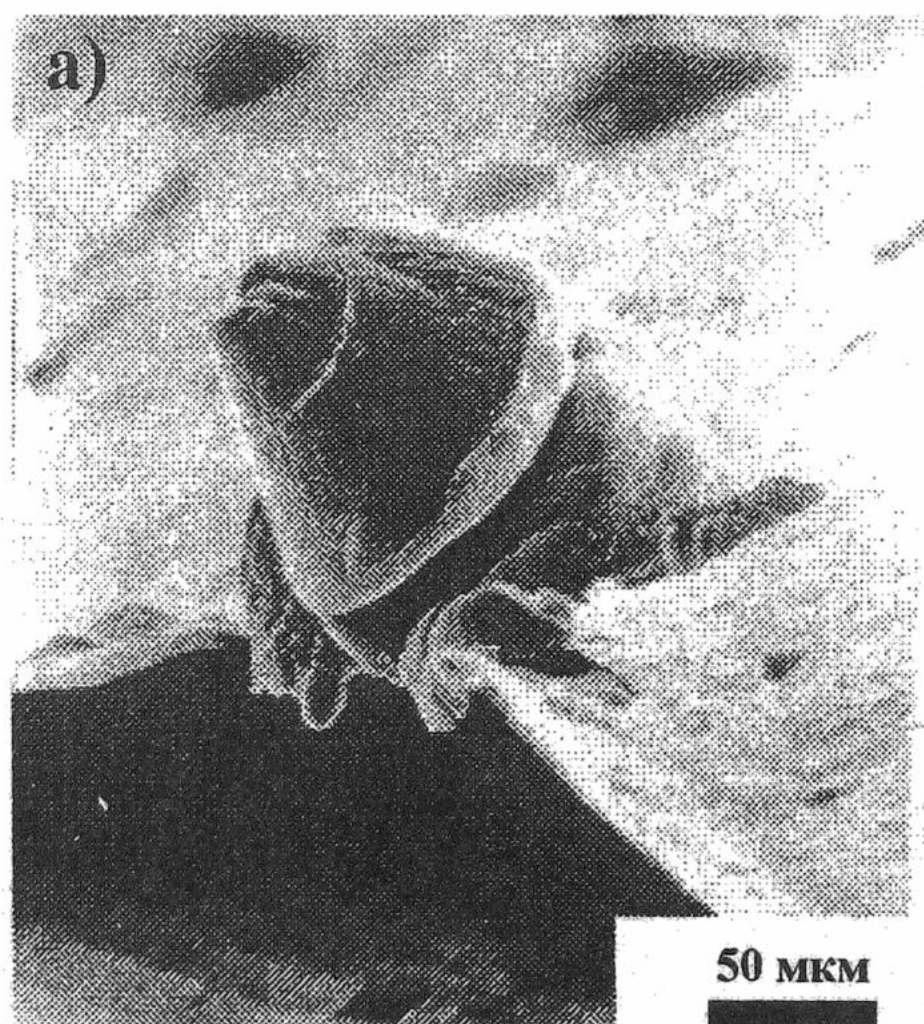


Рис. 3а и 3б. Новообразования на пленочной подложке

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе предлагается модель описания наблюдаемого авторами процесса «выращивания» конусоподобных микроскопических выступов в тлеющем газовом разряде на поверхности катода без учета его кристаллической структуры.

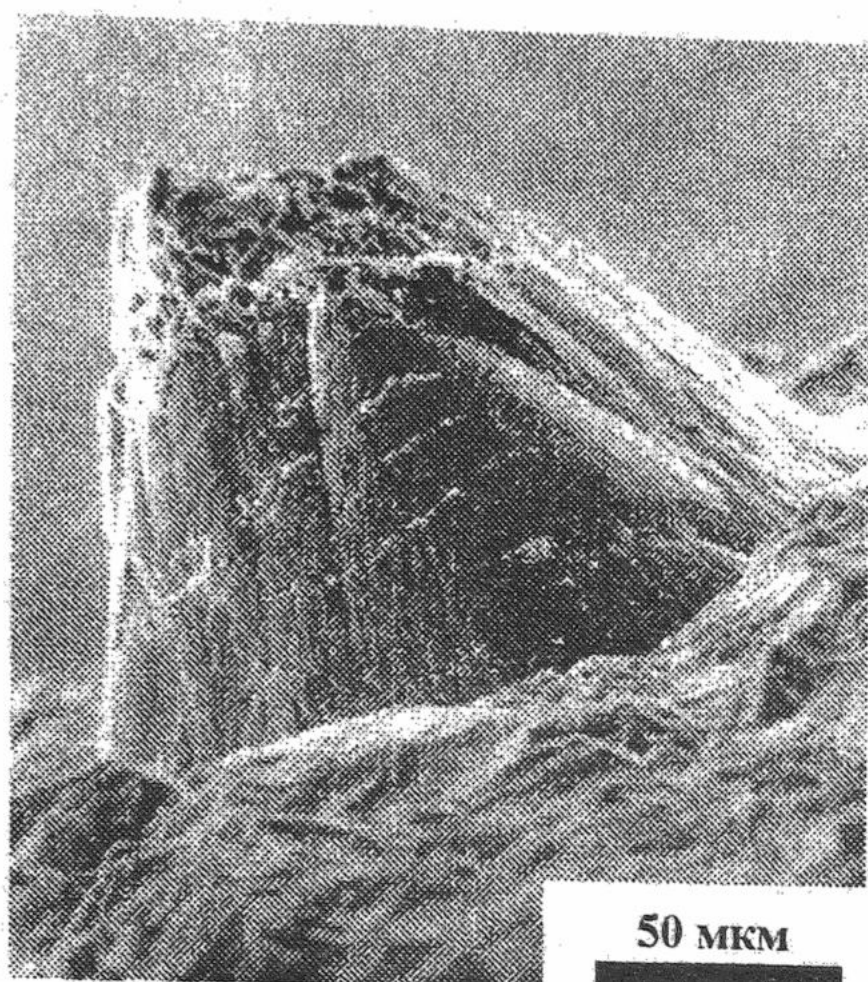


Рис. 4. Коническое новообразование с вершиной, разрушенной в результате микропробоя

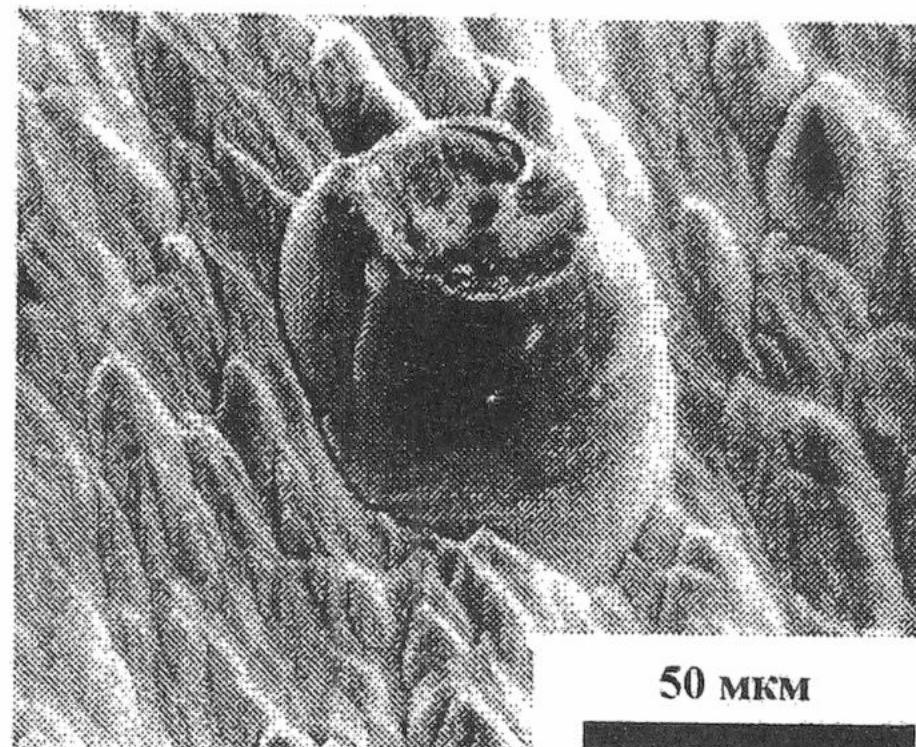


Рис. 5. Коническое новообразование с вершиной, разрушенной в результате оплавления

В данном случае речь идет о таком процессе роста конических новообразований на поверхности катода, когда их высота становится намного больше толщины распыляемого поверхностного слоя твердого тела. Это явление наблюдается при воздействии плазмы на поверхность образцов в присутствии электрического поля в приэлектродном пространстве (см. рис. 2) и не зафиксировано при распылении аналогичных образцов ионными пучками. В последнем случае вершины конусов не выступают за первоначальную плоскость поверхности образца [5, 8].

Хорошо известно, что процесс модификации поверхности катода в тлеющем разряде сопровождается множеством весьма сложных взаимосвязанных физических явлений, среди которых, как наиболее важные, мы будем иметь ввиду следующие:

- 1) распыление поверхности катода потоком положительно заряженных ионов и нейтральных частиц рабочего газа;
- 2) резкое возрастание эмиссии электронов с вершины выступов в процессе их роста по сравнению с плоскими участками катода как результат увеличения напряженности вытягивающего электрического поля вблизи вершин выступов (автоэлектронная эмиссия);
- 3) обретение положительного заряда атомами, распыленными с поверхности мишени, в результате столкновения с электронами, эмитированными с поверхности катода, преимущественно с выступов, в соответствии с предыдущим утверждением;
- 4) перенапыление вторичных положительно заряженных частиц материала катода преимущественным образом в район вершины конических выступов на поверхности мишени благодаря возрастанию напряженности электрического поля от основания образований к их вершине.

Диффузионные процессы в настоящей работе учитывать не будем. Их можно считать подавленными температурными условиями эксперимента [6].

Следует отметить, что даже при учете перечисленных выше физических явлений точное описание эволюции образований на поверхности катода в тлеющем газовом разряде возможно только в принципиальном отношении, то есть с точки зрения формулировки соответствующей системы уравнений, которая, однако, практически не может быть решена из-за непреодолимых математических затруднений, связанных со сложностью нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, описывающих изучаемый процесс [9-12].

По этой причине в настоящей работе предлагается модель описания процесса роста конических образований на поверхности катода, основанная только на использовании смоделированного уравнения, определяющего эволюцию профиля поверхности катода.

МОДЕЛЬ

Рассмотрим распыление поверхности металлической мишени в пренебрежении ее поликристаллической структурой в присутствии электрического поля однородным пучком положительно заряженных или нейтральных частиц. Будем считать, что пучок первичных частиц вдаль от поверхности мишени пространственно однороден и направлен по нормали к плоским участкам поверхности катода. Само электрическое поле в явном виде в последующем изложении учитываться не будет. Его присутствие будет предполагаться в неявной зависимости от него ряда параметров задачи, о чем будет сказано ниже.

Профиль поверхности мишени Z с учетом его изменения со временем t будем описывать зависимостью

$$Z = Z(x, y, t), \quad (1)$$

считая поверхность неограниченной по координатам x и y и выбирая за положительное направление координаты Z направление от катода к аноду перпендикулярно к плоским участкам поверхности катода.

Приведенные выше рассуждения о конкуренции и взаимосвязи процессов распыления поверхности мишени и конденсации на ней продуктов распыления позволяют записать уравнение эволюции профиля поверхности $Z(x, y, t)$ в виде:

$$\dot{Z}(x, y, t) = S_2(x, y, t) - S_1(x, y, t), \quad (2)$$

где функции $S_1(x, y, t)$, $S_2(x, y, t)$ как раз и описывают вклад в эволюцию профиля поверхности процессов распыления и конденсации соответственно.

Сначала конкретизируем вид величины $S_1(x, y, t)$, определяющей скорость изменения поверхности за счет распыления, представив ее в виде:

$$S_1(x, y, t) = Y v_0 J_1(x, y, t) \cos \theta(x, y, t), \quad (3)$$

где $J_1(x, y, t)$ – плотность потока первичных частиц на поверхность мишени в точке x, y ; Y – коэффициент распыления и v_0 – характерный объем вещества мишени, удаляемого в результате каскада столкновений, вызванного одной первичной частицей. По порядку величины этот объем можно оценить как объем, приходящийся на одну частицу мишени:

$$v_0 \sim 1/n, \quad (4)$$

где n – плотность частиц вещества мишени.

Величина $\theta(x, y, t)$ в выражении (3) представляет собой угол между осью Z и нормалью к поверхности в точке x, y , определяемый в соответствии с топологией поверхности формулой

$$\cos \theta(x, y, t) = \left\{ 1 + \left(\frac{\partial Z(x, y, t)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z(x, y, t)}{\partial y} \right)^2 \right\}^{-1/2}. \quad (5)$$

В общем случае функция $S_1(x, y, t)$ должна иметь достаточно сложный вид, поэтому выражение (3) нуждается в некоторых разъяснениях. Коэффициент распыления Y , определяемый как число распыленных частиц мишени, приходящееся на одну первичную частицу, и являющийся величиной интегральной, хорошо определен в случае распыления плоской поверхности, все точки которой эквивалентны. Многочисленные эксперименты, посвященные измерению коэффициентов распыления для различных материалов, позволяют установить определенные закономерности, характеризующие зависимость этого параметра распыления от энергии частиц распыляющего пучка, соотношения масс распыляющей частицы и частицы мишени именно в случае плоских поверхностей [12]. Ясно, что в случае распыления поверхности с развитым рельефом необходимо вместо интегральной характеристики Y вводить некую удельную величину, характеризующую процесс распыления в точке наблюдения x, y при условии падения частицы первичного пучка в точке x_0, y_0 под углом $\theta'(x_0, y_0)$ к нормали в этой же точке x_0, y_0 . Однако определение такой величины представляет собой отдельную достаточно сложную задачу, до сих пор в каждом конкретном случае решаемую на уровне модельных представлений, не объединенных общим подходом [12]. По этой причине под коэффициентом распыления Y в выражении (3) понимается усредненное по углу падения и интервалу характерных для изучаемого процесса энергий первичного пучка значение этой величины для конкретной плоской металлической мишени.

Другой важной характеристикой процесса распыления, наряду с коэффициентом распыления определяющей величину и направления скорости эрозии поверхности, является распределение распыленных частиц по координатам. Наиболее обширный экспериментальный материал по изучению пространственных распределений выбитых частиц связан с измерением зависимости выхода распыленных частиц от полярного угла, отсчитываемого от нормали к поверхности плоской поликристаллической мишени [12]. Ясно опять-таки, что при распылении поверхности произвольного рельефа угловое распределение выхода вторичных частиц должно существенно отличаться от такового в случае распыления плоской мишени.

Из анализа имеющихся экспериментальных данных, связанных с распылением плоских мишеней, можно сделать вывод, что при характерных энергиях распыляющих частиц $1 \div 7$ кэВ максимум углового распределения выхода вторичных частиц, связанных с каскадными процессами распыления, достигается при малых полярных углах, причем положение этого максимума при данных энергиях слабо зависит от угла падения первичного пучка. Иными словами, в главном приближении можно считать, что в процессе модификации поверхности максимальная скорость ее эрозии за счет распыления направлена вдоль нормали к поверхности в каждой ее точке. Составляющая этой скорости вдоль оси Z определяется функцией $\cos \theta(x, y, t)$ (см. (5)), что учтено в выражении (3).

Обратимся теперь к функции $S_2(x, y, t)$, определяющей в соответствии с (2) скорость изменения профиля поверхности за счет конденсации на ней некоторой доли вторичных частиц, распыленных с поверхности мишени. Конкретизировать явный вид этой функции проще, чем $S_1(x, y, t)$. В самом деле, поскольку рассматривается

конденсация на поверхность частиц того же сорта, что и частицы самой мишени, коэффициент «прилипания» α частицы на поверхность можно считать пространственно однородным, не зависящим от времени и по порядку величины близким к единице. При этом пространственная неоднородность функции $S_2(x, y, t)$ будет связана с пространственной неоднородностью плотности потока $J_2(x, y, t)$ конденсатных частиц на поверхность

$$S_2(x, y, t) = \alpha v_0 J_2(x, y, t), \quad (6)$$

где величина v_0 (см. (4)) определяет изменение объема мишени при конденсации на ней одной частицы.

Для того, чтобы уравнение эволюции $Z(x, y, t)$ приобрело замкнутую форму, необходимо в соответствии с (3) - (6) установить в каком-либо приближении зависимость от $Z(x, y, t)$ плотности потока на поверхность распыляющих частиц $J_1(x, y, t)$ и плотности потока конденсирующихся вторичных частиц $J_2(x, y, t)$. С этой целью отметим, что в физических явлениях, положенных в основу механизма, предложенного в [6] для объяснения процесса зарождения и роста новообразований на поверхности мишени, главенствующую роль играет электрическое поле. Возрастание напряженности электрического поля и концентрация его силовых линий на выступах поверхности приводит к возрастанию потока вторичных заряженных частиц на эти выступы, что сказывается на профиле поверхности. Изменение профиля поверхности отражается на напряженности электрического поля и так далее. Однако характерное время изменения электрического поля значительно меньше характерных времен изменения профиля поверхности. По этой причине естественно предположить, что электрическое поле успевает «подстраиваться» под изменение со временем рельефа поверхности $Z(x, y, t)$. Иными словами, можно считать, что электрическое поле E в точке x, y на поверхности мишени является функционалом (в смысле зависимости от времени) функции $Z(x, y, t)$, описывающей нетривиальный рельеф поверхности:

$$E(x, y, t) = E(x, y, Z(x', y', t)). \quad (7)$$

В связи с этим, учитывая роль электрического поля в формировании потоков распыляющих (в случае распыления ионами) и конденсирующихся частиц на поверхность, приведенные выше рассуждения математически можно объединить предположением о функциональной зависимости плотностей потоков $J_1(x, y, t)$ и $J_2(x, y, t)$ на поверхность от профиля самой поверхности $Z(x, y, t)$:

$$J_{1,2}(x, y, t) = J_{1,2}(x, y, Z(x', y', t)). \quad (8)$$

Для исследования начальных стадий роста новообразований ограничимся линейным приближением в разложении функционалов (8) в функциональный ряд по функции $Z(x, y, t)$:

$$J_{1,2}(x, y, t) = J_{1,2}^{(0)} + \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_{1,2}(x - x', y - y') Z(x', y', t), \quad (9)$$

где

$$K_{1,2}(x - x'', y - y'') = \left. \frac{\delta J_{1,2}(x, y, \zeta(x', y'))}{\delta \zeta(x'', y'')} \right|_{\zeta=0}. \quad (10)$$

Следует обратить внимание на то, что величины $J_{1,2}^{(0)}$ в выражении (9) не зависят от координат и времени, а величины $K_{1,2}(x, y)$ в формулах (9), (10) зависят от разности координат $x - x'$, $y - y'$. Это является следствием того, что в случае идеально плоских поверхностей $Z(x, y) = \text{const}(x, y)$ скорость изменения поверхности не должна зависеть от координат и времени. Очевидно, что в соответствии с утверждением о возрастании потока ионов на катод вблизи поверхности новообразований функции $K_{1,2}(x - x', y - y')$ должны иметь выраженный максимум при $x = x'$, $y = y'$, в связи с чем выражение (9) можно привести к виду:

$$J_{1,2}(x, y, t) = J_{1,2}^{(0)} + K_{1,2} Z(x, y, t), \quad (11)$$

где величины $K_{1,2}$ определяются формулой:

$$K_{1,2} = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_{1,2}(x - x', y - y'). \quad (12)$$

Подчеркнем, что величины $J_{1,2}^{(0)}$ и $K_{1,2}$, содержащие в соответствии с (7) - (10) неявную зависимость от неискаженного рельефом поверхности электрического поля, не могут быть вычислены в рамках предложенного здесь подхода и по этой причине являются параметрами задачи.

С учетом выражений (3) - (12) уравнение (2), описывающее динамику развития профиля поверхности $Z(x, y, t)$ в рамках предложенной модели запишется в виде:

$$\dot{Z}(x, y, t) = N + \lambda Z(x, y, t) - \frac{\Lambda + \mu Z(x, y, t)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial Z(x, y, t)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z(x, y, t)}{\partial y} \right)^2}} \quad (13)$$

где величины N, Λ, λ, μ в соответствии с (3), (6), (11) определяются выражениями:

$$\begin{aligned} N &\equiv \alpha v_0 J_2^{(0)}, & \Lambda &\equiv Y v_0 J_1^{(0)}, \\ \lambda &\equiv \alpha v_0 K_2, & \mu &\equiv Y v_0 K_1. \end{aligned} \quad (14)$$

Введенные формулами (14) величины имеют простой физический смысл. Величина N характеризует скорость роста уровня поверхности (без наличия физического рельефа) за счет конденсации на ней нейтральных и заряженных частиц, распыленных с самой мишени. Величина Λ характеризует скорость понижения уровня плоской поверхности за счет распыления. Как известно, в случае распыления плоской поверхности поликристаллической мишени ее уровень со временем неуклонно понижается по той причине, что процесс конденсации на плоскую поверхность происходит гораздо медленнее процесса распыления. В силу этого величины Λ и N должны удовлетворять соотношению:

$$\Lambda \gg N. \quad (15)$$

Величины λ^{-1} и μ^{-1} (см. (14)) соответственно определяют характерные времена роста и распыления поверхности за счет эффектов, связанных с неправильностью ее рельефа.

Приповерхностные искажения электрического поля мало сказываются на параметрах потока распыляющих ионов вследствие высокоэнергетичности последних, не говоря уже о распылении нейтральными частицами. По этой причине рассматриваемое линейное приближение для плотностей потоков $J_{1,2}(x,y,t)$, выраженное формулами (9), (11), справедливо, если выполняется неравенство

$$\Lambda \gg \mu |Z(x,y,t)| \quad (16)$$

в любой точке поверхности. Ясно, что из-за устойчивого роста новообразований условие (16) эквивалентно ограничению промежутка времени, в течение которого справедливо рассматриваемое приближение. Отсюда следует, что уравнение (13) по сути может описывать только начальные стадии роста новообразований.

В связи с этим для улучшения модели необходимо использовать более высокие порядки в разложении функционалов J_1, J_2 в функциональный ряд по функции $Z(x,y,t)$ (см. (8)), что выходит за рамки настоящей работы.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Перейдем теперь к исследованию решений уравнения (13) с учетом неравенств (15), (16). Заметим предварительно, что в случае, когда минимальные расстояния между отдельными микроскопическими выступами на поверхности катода много больше характерных линейных размеров основания этих выступов, уравнение (13) можно использовать для описания эволюции уединенного поверхностного образования. Считая это условие выполненным, сначала изучим решение этого уравнения, описывающего эволюцию уединенных конических поверхностных выступов. Отметим сразу, что требование об уединенности микроскопического выступа не является принципиальным и привлечено здесь только по причине упрощения выкладок и наглядности полученных результатов.

Пусть в начальный момент времени отклонения профиля поверхности от тривиального (то есть плоского) имеет форму уединенного кругового конуса с центром основания в точке x_0, y_0 , высотой z_0 и радиусом основания z_0/α_0 , где параметр α_0 определяет угол φ_0 раствора конуса

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{2} = \frac{1}{\alpha_0}. \quad (17)$$

Ось конуса направлена вдоль оси z . Уравнение, задающее такой начальный профиль поверхности, имеет вид:

$$\begin{aligned} z(x,y,0) &= z_0 - \alpha_0 \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}, & (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 &\leq \frac{z_0^2}{\alpha_0^2}, \\ z(x,y,0) &= 0, & (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 &> \frac{z_0^2}{\alpha_0^2} \end{aligned} \quad (18)$$

(положительные значения координаты z отсчитываются в начальный момент времени от плоского участка поверхности). В соответствии с аксиальной симметрией относительно оси z решаемой задачи удобно ввести новую (полярную) координату ρ выражением:

$$\rho = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}, \quad (19)$$

с учетом чего начальные условия (18) приобретают вид

$$\begin{aligned} z(\rho,0) &= z_0 - \alpha_0 \rho, & \rho &\leq \frac{z_0}{\alpha_0}, \\ z(\rho,0) &= 0, & \rho &> \frac{z_0}{\alpha_0}, \end{aligned} \quad (20)$$

а уравнению (13) с использованием (15), (16), (19) можно придать следующую форму:

$$\frac{\partial}{\partial t} z(\rho, t) = \lambda z(\rho, t) - \Lambda \left\{ 1 + \left(\frac{\partial z(\rho, t)}{\partial t} \right)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (21)$$

Это нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных при заданных выражением (20) начальных условиях удобнее всего решать методом Коши. Точное решение уравнения (21) с учетом начальных условий (20), описывающее развитие нетривиального профиля в виде кругового конуса, имеет вид:

$$z(\rho, t) = e^{\lambda t} z_0 + \frac{\Lambda}{\lambda} \left\{ \left(1 + \alpha_0^2 e^{2\lambda t} \right)^{\frac{1}{2}} - e^{\lambda t} \left(1 + \alpha_0^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\} - \alpha_0 e^{\lambda t} \rho. \quad (22)$$

Легко видеть, что в рамках изучаемого приближения тип поверхностного образования, получающегося из начального уединенного конуса, в процессе эволюции не меняется, так как выражением (22) описывается поверхность кругового конуса с центром основания в той же точке с координатами (x_0, y_0) (см. (18)). Модифицируются со временем только параметры этого конуса. Например, изменение угла раствора конуса $\varphi(t)$ определяется формулой

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi(t)}{2} = \frac{1}{\alpha(t)}, \quad (23)$$

где $\alpha(t)$ дается выражением

$$\alpha(t) = \alpha_0 e^{\lambda t}. \quad (24)$$

Из (23), (24) видно, что эволюция конусоидных выступов в рамках данного рассмотрения должна происходить с заострением их вершин. Чтобы найти выражения, описывающие изменение со временем высоты конуса $z(t)$ и радиуса его основания $R(t)$, связанных между собой соотношением

$$z(t) = \alpha(t) R(t), \quad (25)$$

необходимо учесть, что уровень плоских участков поверхности $z_{pl}(t)$ согласно (20), (21) понижается в соответствии с формулой

$$z_{pl}(t) = -\Lambda t. \quad (26)$$

Тогда, приравнявая выражения (26) и (22) при $\rho = R(t)$, получим

$$R(t) = \alpha^{-1}(t) \left\{ z_0 e^{\lambda t} + t\Lambda + \frac{\Lambda}{\lambda} \left(\sqrt{1 + \alpha_0^2 e^{2\lambda t}} - e^{\lambda t} \sqrt{1 + \alpha_0^2} \right) \right\}. \quad (27)$$

Отсюда с учетом (26) видно, что при $\lambda t \gg 1$ (то есть при больших временах эволюции) величина $R(t)$ стремится к некоторому стационарному значению R_∞ :

$$R(t) \xrightarrow{\lambda t \gg 1} R_\infty = \frac{z_0}{\alpha_0} + \frac{\Lambda}{\lambda \alpha_0} \left\{ \alpha_0 - \sqrt{1 + \alpha_0^2} \right\}. \quad (28)$$

Такое стационарное значение, естественно, может быть достигнуто только при условии положительности правой части соотношения (28), что устанавливает определенную взаимосвязь

$$z_0 + \frac{\Lambda}{\lambda} \left\{ \alpha_0 - \sqrt{1 + \alpha_0^2} \right\} > 0 \quad (29)$$

между параметрами λ и Λ уравнения эволюции (21) и величинами α_0 и z_0 , характеризующими начальное состояние профиля поверхности (см. (18), (21)). В случае нарушения условия (29) конические выступы с соответствующими начальными характеристиками должны расплыться за время τ , определяемое из условия (см. (27)):

$$R(\tau) = 0. \quad (30)$$

Приведем также выражение, описывающее изменения со временем высоты $z(t)$ конуса, которое согласно (25), (27) имеет вид

$$z_0(t) = z_0 + t\Lambda + \frac{\Lambda}{\lambda} \left\{ \sqrt{1 + \alpha_0^2 e^{2\lambda t}} - e^{\lambda t} \sqrt{1 + \alpha_0^2} \right\}. \quad (31)$$

Таким образом, в рамках заданного уравнением (21) и начальных условий (20) режима сценарий эволюции конусоподобных выступов на поверхности металла в тлеющем разряде представляется следующим:

- 1) конусы с начальными параметрами α_{0i} и z_{0i} (индекс «i» упорядочивает распределение конусоподобных микрошероховатостей на поверхности в начальный момент времени), нарушающими условие (29), расплывются за время τ , определяемое выражениями (27), (30);
- 2) конусы со значениями начальных параметров α_{0i} , z_{0i} , при которых условие (29) выполняется, в процессе эволюции растут в соответствии с формулой (31), причем радиусы их оснований стремятся к некоторым стационарным значениям, определяемым выражением (27), что приводит согласно (24) к уменьшению уг-

лов раствора, то есть к заострению их вершин.

Однако, рост конусов не может продолжаться бесконечно долго. Ясно, что по прошествии определенного времени должны срабатывать механизмы, подавляющие бесконечный рост, что, однако, явно не учтено в нашей модели. В роли такого механизма может, на наш взгляд, выступать оплавление конусов вследствие локальных микропробоев в газовом разряде в прикатодной области, связанных с тем обстоятельством, что напряженность электрического поля вблизи острия конуса, как известно из электродинамики, быстро возрастает при уменьшении угла раствора и увеличении высоты конуса. К эффекту оплавления конуса может приводить и явление взрывной автоэмиссии электронов, связанное с возрастанием до критических значений напряженности электрического поля на остриях наиболее высоких и узких конусов (см. рис. 4, 5).

На реальных поверхностях металлов микроскопических шероховатостей может быть чрезвычайно много, причем с самым широким спектром параметров α_{0i} и z_{0i} . Более того, подобные шероховатости могут возникать и в процессе распыления поверхности, что не учитывается в нашей модели. Ясно, что скорость роста таких конусов неодинакова, а, следовательно, различны и времена достижения ими критических значений высоты и угла раствора, при которых по той или иной причине происходит разрушение этих конусов. Поэтому после прошествия некоторого времени в изучаемой системе должен установиться квазистационарный режим, состоящий в определенном балансе в любой момент времени между числом образующихся, подрастающих и разрушающихся конусов. Вследствие этого, в частности, можно ожидать, что в случае реализации такого квазистационарного режима автоэмиссионные свойства предварительно подготовленной поверхности металла должны существенно измениться в результате ионно-плазменной обработки в тлеющем разряде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. L.B. Begrambekov, A.M. Zakharov, V.G. Telkovsky // Nucl. Instr. and Meth. 1995. VB 115. p. 456.
2. Л.Б. Беграмбеков, А.М. Захаров // Матер. конф. «Физика плазмы и плазменные технологии», Минск, 1997. Т.-3. с. 271.
3. Л.Б. Беграмбеков // Поверхность. Физика, химия механика. № 6. с. 125. 1986.
4. G.K. Wehner // NASA Report NCR 159549. // Minneapolis: Univ. Minnesota. 1979.
5. G.K. Wehner // Vacuum Sci. and Technol. 1985. VA3. p. 241.
6. В.И. Глушко, В.В. Бобков, Д.Л. Рябчиков и др // Известия академии наук. Серия физическая. 1994. Т.-58. №3. с. 138-142.
7. V.V. Bobkov, R.I. Starovoytov, D.L. Ryabchikov. 10th Int. Conf. Ion Beam Modification of Materials, Final Program and Abstracts, Gatlinburg: 1997, p.88.
8. Hauffe W. Proc. Int. Conf. Ion Beam Modification of Materials, Budapest: 1978, p.1079
9. R. Smith, G. Carter, M. J. Nobes // Proc. Roy. Soc. of London. 1986. VA 407. p. 405.
10. J.V. Katardjiev, G. Carter, M. J. Nobes // Vacuum. 1988. V 38. p. 999.
11. С.М. Латинский, А.В. Тур, В.В. Яновский // Возникновение когерентных поверхностных структур при распылении аморфных материалов ионными пучками. // Препринт ХФТИ №90-1. Москва. ЦНИИатоминформ, 1990. с. 8.
12. Sputtering by Particle Bombardment II (ed. R. Behrisch), Topics Appl. Phys., V.52, Berlin: Springer, 1983, ch.6.
13. Sputtering by Particle Bombardment III (ed. R. Behrisch and K. Wittmaack), Topics Appl. Phys., Berlin: Springer, 1991, ch.2.
14. Sputtering by Particle Bombardment I (ed. R. Behrisch), Topics Appl. Phys., V.47, Berlin: Springer, 1981, ch.4.
15. W. Eckstein, C. Garcia-Rosales, J. Roth, W. Ottenberg. Sputtering Data. IPP-Report 9/82. February 1993.
16. Y. Yamamura and H. Tawara. Energy Dependence of Ion-Sputtering Yields from Monoatomic Solids at Normal Incidence. NIFS-DATA-23, Mar. 1995.

THE EVOLUTION OF CATHODE SURFACE IN GLOW GAS DISCHARGE

S.S. Alimov, V.V. Bobkov, V.I. Bobkov, Yu.V. Slyusarenko, R.I. Starovoytov

Department of Physics and Technology, Kharkov National University,

31 Kurchatov ave., Kharkov 61108, Ukraine

E-mail: bobkov@univer.kharkov.ua

The model is proposed for the experimentally observed process of the cone microbulges growth on the cathode surface in glow gas discharge. It takes into account the most important physical phenomena that accompany modification of the cathode surface in glow discharge. Diffusion processes of the cathode were not considered. We think they were suppressed by the experimental conditions. Within the framework of the model analytic solution of the equation that describes a dynamic of surface profile evolution is obtained. From the analysis of this solution the evolution of the cone microbulges on cathode surface of a metal in glow discharge is described.

KEY WORDS: surface modification, gas discharge, and microbulges.

УДК 539.1.074

РАЗРАБОТКА ЭТАЛОНА УНИВЕРСАЛЬНОЙ ДОЗИМЕТРИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ, ИНВАРИАНТНОЙ К ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ИЗЛУЧЕНИЯ

Н.И. Базалеев, И.Г. Евсеев, В.Ф. Клепиков, В.В. Литвиненко

Научно-технический центр электрофизической обработки НАН Украины

61002, Харьков, ул. Чернышевского, 28 а/я 8812

Поступила в редакцию 5 мая 2000 г.

В работе обосновывается необходимость введения универсальной дозиметрической величины, характеризующей значение поглощенной дозы и энергетической плотности потока излучения. Показаны преимущества использования такой величины в радиационно-физических исследованиях и практических приложениях. Предлагается конструкция эталона для измерения данной величины.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: поглощенная доза, дозиметрия, эталон, многоканальный детектор.

Пучки ионизирующих частиц находят применение в самых различных областях научных исследований, медицины и народного хозяйства [1,2]. Воздействие заряженных частиц или ионизирующего электромагнитного излучения вызывает изменение физико-химических и биологических свойств облучаемой среды, при этом величина и характер радиационно-стимулированных изменений зависит от характеристик поля излучения. Особенностью процесса взаимодействия ионизирующего излучения с веществом является то, что энергия от источника к поглотителю передается как сумма энергии элементарных частиц определенного типа. Поэтому наиболее общей количественной величиной, характеризующей это взаимодействие, является поглощенная доза D , определяемая как отношение энергии излучения W к массе вещества m , поглотившего данную энергию [3]:

$$D = \frac{W}{m} \quad (1)$$

Энергия излучения определяется интегрированием величины $I(E, \Omega, S, t)$ по всем значениям аргументов:

$$W = \int_0^S \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \int_0^t I dS dE d\Omega dt, \quad (2)$$

где $E_{\min}$ и $E_{\max}$ - соответственно значения минимальной и максимальной энергии частиц в пучке, I - энергетическая плотность потока излучения, характеризующая число частиц N заданного интервала энергии E , проходящих через единицу площади S в направлении нормали и телесного угла Ω за единицу времени t ,

$$I(E, \Omega, S, t) = \frac{d^4 N}{dS dE d\Omega dt}. \quad (3)$$

Однако, поглощенная доза не является исчерпывающей величиной, так как при одних и тех же значениях поглощенной дозы, но при различных значениях мощности дозы и энергии частиц (одного и того же вида излучения) могут достигаться различные радиационные эффекты. Так, например, энергия ионизирующих частиц для конкретного технологического процесса определяется, как правило, значениями энергий химических связей компонентов облучаемой среды, или необходимыми энергиями возбуждения электронных уровней. Известно, что процессы радиационной полимеризации существенно зависят от значений мощности дозы [4]. Также важным фактором является равномерность распределения дозы по объему облучаемого объекта. Это особенно важно, например, в технологиях радиационной обработки пищевых продуктов, где превышение дозы приводит к разрушению ферментов, витаминов и пр. питательных веществ. Используемый в ряде случаев предельный коэффициент неоднородности, представляющий отношение максимального значения дозы к минимальному $D_{\max}/D_{\min}$ не всегда является исчерпывающим, так реализация отдельных технологических процессов требует локализации зоны радиационного воздействия в поверхностном слое или на границе раздела сред, например, в технологии модификации кабельной изоляции.

Научные исследования взаимодействия излучения с веществом (живой и неживой природы), радиационные технологии, контроль дозы персонала требуют с одной стороны метрологической аттестации средств и методик измерения, а с другой - определения величины обобщающей действие различных параметров излучения. В этой связи возникает проблема поиска величин, устанавливающих однозначное соответствие между характеристиками излучения и радиационно-стимулированным выходом (совокупности свойств объекта, изменившихся под действием излучения). Данный аспект известен как "проблема

адекватности в дозиметрии" [5], состоящая в необходимости учета совокупности характеристик излучения, процессов, происходящих в облучаемом объекте, условий облучения и определения факторов, ответственных за наблюдаемый совокупный радиационный эффект. В общем случае зависимость радиационно-стимулированного выхода R от условий облучения (фактически совокупности физических величин X_n) выражается формулой

$$R = F(X_n). \quad (4)$$

Рассматривая вопрос метрологии физических величин, характеризующих только поле излучения, можно ограничиться тремя параметрами: поглощенной дозой, мощностью дозы, энергией частиц. Их роль в формировании радиационно-стимулированного превращения можно феноменологически представить в виде трех составляющих. Так поглощенная доза определяет суммарную энергию W , поглощенную облучаемым объектом; энергия частиц – градиент энергии излучения $\frac{\partial W}{\partial S \partial l}$ в направлении падения первичного пучка по глубине l объекта (фактически количество энергии, передаваемой единичному объему,); мощность дозы – скорость подкачки энергии к сечению облучаемого объекта $\frac{dW}{\partial S \partial l \partial t}$. Таким образом, величина R будет определяться по формуле

$$R = k_1 \frac{W}{\rho S l} + k_2 \frac{\partial W}{\partial S \partial l} + k_3 \frac{\partial W}{\partial S \partial l \partial t}, \quad (5)$$

где ρ – плотность облучаемого вещества, k_1, k_2, k_3 – постоянные коэффициенты, подбираемые таким образом, чтобы размерность R выражалась в единицах поглощенной дозы, а значение $R=1$ при равномерном распределении поля дозы с единичным значением. Заметим, что частная производная $\frac{\partial W}{\partial S}$ соответствует функции распределения плотности тока частиц по сечению пучка, дифференциальный профиль которого по вертикальной и горизонтальной координате для граничных условий $z = z_0, x = x_0, y = y_0$ описывается выражениями [6]

$$\begin{aligned} P_{zy}(x) &= j(x, y_0, z_0, t) = j(x, y, z, t) \\ P_{zx}(y) &= j(x_0, y_0, z_0, t) = j(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (6)$$

а интегральный

$$\begin{aligned} P_{z0}(x) &= \int_y j(x, y, z_0, t) dy = j_{z0}(x, t) \\ P_{z0}(y) &= \int_x j(x, y, z_0, t) dx = j_{z0}(y, t) \end{aligned} \quad (7)$$

Интегральный профиль с высокой точностью может измеряться с помощью проволочных зондов. Однако, при таком способе измерения дифференциальный профиль получается путем восстановления функции плотности распределения тока по сечению пучка, то есть расчетным методом [7]. Представляется интересным получить все, включенные в формулу (5) величины, путем непосредственных измерений.

Для технической реализации измерения универсальной дозиметрической величины необходим дозиметр, детекторы для измерения дифференциальных и интегральных величин поля излучения в режиме реального времени. Размещение чувствительных элементов для непосредственных измерений в объеме облучаемого объекта производится в корпусе фантома, имитирующего характеристики объекта. В качестве дозиметра может использоваться цилиндр Фарадея, как правило, служащий эталонным средством при определении поглощенной дозы. Для измерения характеристик спектра предлагается использовать полосковый полупроводниковый детектор [8] с применением соответствующей считывающей электроники и анализаторов импульсов, поступающих с детекторов. Пространственное разрешение выбирается исходя из предполагаемых неоднородностей поля излучения и может составлять от 10 до 400 мкм. Число полос выбирается таким образом, чтобы не вносить возмущение в поле излучения. Энергетическое разрешение чувствительного элемента детектора составляет порядка 10 кэВ. Основным источником погрешностей являются тепловые шумы, однако отклонение температуры на 10 К вызывает изменение показателя энергетического разрешения приблизительно на 0.2 кэВ, то есть на 1-2%. Таким образом данный детектор не требует дополнительной термостабилизирующей аппаратуры. Скорость счета на канал составляет порядка 100 имп./сек. Детектор располагается в плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка, с перемещением вдоль осей на заданные интервалы. Совокупность параметров измеряемых цилиндром Фарадея и набором описанных

выше детекторов, позволяют измерить параметры необходимые для получения величины универсальной дозы R .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Э. Дж. Холл Радиация и жизнь.-М.: "Медицина".-1989.- 256 с.
2. Н.И. Базалеев, В.Ф. Клепиков, В.В. Литвиненко Электрофизические радиационные технологии. Харьков: Акта.-1999. -206 с.
3. Физические величины. Справочник. под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова -М.: Энергоатомиздат.-1991.-1232 с.
4. Авилов А.М., Попов Г.Ф., Рудычев В.Г. Исследование кинетики радиационно-стимулированной полимеризации в композиционных материалах.- ВАНТ. сер. Ядерно-физические исследования. вып. 4,5 (31, 32).- с.196-198
5. В.И. Иванов Курс дозиметрии.-М.: Энергоатомиздат.-1988.- 400с.
6. Москалев В.А., Сергеев Г.И. Измерение параметров пучков заряженных частиц.- М.: Энергоатомиздат.-1991.-213 с.
7. А.Б. Гайдученко, В.М. Рыбин Измерение дифференциальных параметров пучков заряженных частиц.- Измерительная техника.- №11.- 1993.-с.22-25
8. М.І. Базалєєв, І.Г. Євсєєв, В.Ф. Клепиков та ін. Про можливість використання кремнієвого стріп-детектора для реєстрації низькоенергетичного випромінювання в твердих тілах.- УФЖ.- т.42.-№6.-1997.-с.759-762

DEVELOPMENT OF AN ETALON OF UNIVERSAL DOSIMETRIC QUANTITY BEING INVARIANT WITH RESPECT TO THE ENERGY DENSITY OF RADIATION FLUX

M.I. Bazaleyev, I.G.Evseev, V.F. Klepikov, V.V. Lytvynenko

*Electro-physical scientific & technical centre National Academy of Science of Ukraine
61002, Chernyshevsky st., 28, Kharkiv, Ukraine. E-mail ipct@pem.kharkov.ua*

In the paper, the necessity of introduction of a universal dosimetric quantity which would characterize the values of the absorbed dose and energy density of radiation flux is substantiated. Advantages of using such a quantity in investigations of radiation physics and in practical applications are shown. A construction of an etalon for measuring this quantity is proposed.

KEY WORDS: absorbed dose, dosimetry, etalon, detector

КОНСТАНТИН НИКОЛАЕВИЧ СТЕПАНОВ

(к 70-летию со дня рождения)

23 Марта 2000 года исполнилось 70 лет член-корреспонденту Национальной Академии наук Украины Заслуженному Деятелю Науки и техники Украины доктору физико-математических наук профессору Степанову Константину Николаевичу.



К.Н. Степанов родился в 1930 году в Ленинграде. В 1947 году после окончания средней школы поступил на 1 курс физического факультета Ленинградского государственного университета, а в конце 1951 года был переведен на физико-математический факультет Харьковского государственного университета им. Горького, который закончил по кафедре теоретической ядерной физики в 1952 году, получив специальность физика.

После окончания университета К.Н. Степанов был направлен на работу в Харьковский физико-технический институт Академии наук Украинской ССР, где он работал с начала 1953 года в теоретическом отделе, руководимом академиком АН Украины А.И. Ахиезером, научным сотрудником, старшим научным сотрудником (с 1959 года) и начальником лаборатории теории плазмы (с 1967 года).

С 1976 года К.Н. Степанов возглавляет созданный тогда в Отделении физики плазмы ХФТИ отдел высокочастотного нагрева и теории плазмы. В 1958 году он защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук. А в 1965 году — доктора физико-математических наук. В 1961 году ему присвоено звание старшего научного сотрудника, а в 1969 году — звание профессора по специальности теоретическая и математическая физика. В 1992 году он избран член-корреспондентом Национальной Академии наук Украины.

Основные работы К.Н. Степанова относятся к физике плазмы и проблеме управляемого термоядерного синтеза. Им получен ряд фундаментальных результатов по кинетической теории распространения, поглощения и конверсии электромагнитных волн в плазме в магнитном поле, теории взаимодействия потоков заряженных частиц и сильных электромагнитных полей с плазмой в магнитном поле, теории устойчивости плазмы в магнитных ловушках. К.Н. Степанов является одним из создателей электродинамики плазмы в магнитном поле. Им найден ряд новых ветвей колебаний плазмы в магнитном поле, определены коэффициенты циклотронного и черенковского поглощения практически всех типов волн однородной плазмы в магнитном поле. Эти результаты вошли в целый ряд монографий и учебников по физике плазмы, подтверждены во многих экспериментах и нашли важное приложение в проблеме высокочастотного нагрева плазмы в термоядерных магнитных устройствах.

К.Н. Степановым предложены новые эффективные методы высокочастотного нагрева плазмы, ставшие в настоящее время основой экспериментов по ВЧ нагреву в крупнейших тороидальных ловушках (токамаках, стеллараторах, торсотронах) и являющиеся перспективными для токамака-реактора.

К.Н. Степановым совместно с его учениками А.Б. Киценко, В.Л. Сизоненко, Д.Г. Ломинадзе, В.С. Михайленко и А.И. Пятаком обнаружен и изучен ряд неустойчивостей плазмы с анизотропным распределением частиц по скорости и неоднородной плазмы, исследована пучково-плазменная неустойчивость в магнитном поле, определены условия эффективной передачи энергии пучков заряженных частиц плазме на нелинейной стадии неустойчивостей, построена нелокальная теория ионного циклотронного и черенковского электронного затухания в неоднородных магнитных полях и его применения в задачах о нагреве плазмы в токамаках, стеллараторах и прямых ловушках плазмы. Определены инкременты нарастания параметрических неустойчивостей и уровень возникающей параметрической турбулентности плазмы в магнитном поле, проведено численное моделирование нелинейной стадии и насыщения неустойчивостей плазмы в ионном циклотронном и нижнегибридном интервалах частот и аномального нагрева компонентов плазмы, вызываемого этими неустойчивостями. Полученные результаты позволили дать объяснения явлениям аномально сильного поглощения электромагнитных волн в плазме и нагрева ее компонентов, в том числе объяснить механизм чрезвычайно эффективной работы геликонного источника плазмы. Новый дрейфово-аккреционный подход к проблеме спиральной структуры галактик, предложенный Ю.Н. Елисеевым и К.Н. Степановым позволил объяснить многочисленные наблюдаемые особенности спирального узора галактик.

К.Н. Степанов — автор и соавтор более пятисот научных работ, в том числе пяти монографий.

Руководимый К.Н. Степановым коллектив отдела теории плазмы Национального научного центра «Харьковский физико-технический институт» ведет исследования по удержанию плазмы в тороидальных и прямых ловушках плазмы. Работы отдела характеризует тесная связь теоретиков и экспериментаторов, интенсивное сотрудничество с зарубежными научными коллективами России, США, Японии, Швеции, Испании, Австрии, Германии, Голландии. К.Н. Степанов является руководителем рабочей группы по проблеме управляемого термоядерного синтеза и плазменных процессов Министерства образования и науки Украины, членом редколлегии журнала Физика Плазмы, Вестника Харьковского Национального университета, сборника ХФТИ «Вопросы Атомной Науки и Техники».

Большое внимание уделяет К.Н. Степанов подготовке научных кадров. Он является профессором Харьковского национального университета, где читает лекции по физике плазмы, руководит работой дипломников и аспирантов. С 1987 г. он является заведующим филиалом кафедры физики плазмы ХНУ в ХФТИ. Им подготовлено двадцать пять кандидатов наук, четырнадцать докторов наук. Среди его учеников профессора Харьковского национального университета В.Д. Егоренков, В.И. Лапшин, В.С. Михайленко, доцент И.А. Гирка, профессор Харьковского Автодорожного университета А.И. Пятак, профессор Харьковского Аграрного университета В.Л. Сизоненко, Академик Грузинской Академии наук профессор Д.Г. Ломинадзе.

Вся жизнь К.Н. Степанова в науке является ярким примером беззаветного служения науке. К.Н. Степанов награжден орденом Трудового Красного Знамени, грамотой Президиума Верховного Совета УССР. В 1998 году ему присвоены звания Заслуженный деятель науки и техники Украины и Отличник образования Украины.

Свое 70-летие Константин Николаевич встретил в активном научном поиске. Он по-прежнему богат новыми идеями, энергичен и целеустремлен. Друзья, коллеги, ученики, научная общественность поздравляют Константина Николаевича с 70-летием и желают ему крепкого здоровья и новых творческих свершений.

*Н.А. Азаренков, Ю.А. Бережной, Е.Д. Волков, И.Д. Гирка, В.Д. Егоренков,
И.И. Залюбовский, А.Н. Кондратенко, В.И. Лапшин, В.С. Михайленко,
В.И. Муратов, С.В. Пелетминский, В.Т. Толок, В.И. Фареник, Н.Ф. Шульга*



ПАМЯТИ ВИТАЛИЯ ФЕДОРОВИЧА АЛЕКСИНА

6 марта 2000 г. на 72 году жизни после тяжелой болезни скончался ведущий научный сотрудник Национального научного центра "Харьковский физико-технический институт" Алексин Виталий Федорович. Ушел из жизни человек исключительного благородства и таланта. Его работы внесли существенный вклад

в теоретическую физику, а диапазон его исследований представляется просто удивительным.

Еще будучи студентом Харьковского государственного университета он выполнил важную работу о релаксации намагничения раствора He^3 в He^4 . Это была одна из первых работ по применению метода сокращенного описания в статистической физике. В дальнейшем его научные интересы расширяются, и он выполняет ряд замечательных работ по квантовой электродинамике, физике плазмы, теории термоядерного синтеза, а также по физике твердого тела. Быстро освоив новые методы квантовой электродинамики, В.Ф. Алексин во второй половине 50-х годов проводит не только расчеты радиационных поправок в квантовой электродинамике электронов, но и начинает заниматься скалярной квантовой электродинамикой. И в этой области ему принадлежат первоклассные результаты, вошедшие в учебники по квантовой теории поля. Эти работы были опубликованы в Ученых записках Харьковского университета в 1957 году и не потеряли своей актуальности по сей день.

В области физики плазмы и УТС он занимался изучением интеграла столкновений при наличии магнитного поля, исследованиями релаксации электронной функции распределения, обусловленной процессами излучения и поглощения фотонов электронами, изучает возбуждение электромагнитных волн в магнитоактивной плазме. Виталием Федоровичем были также проведены исследования по теории МГД-устойчивости плазмы на основе обобщенного энергетического принципа, по теории электромагнитных флуктуаций в высокотемпературной плазме, были также выполнены

работы по теории электростатических зондов в магнитном поле, изучению дрейфовых неустойчивостей в стеллараторах. Эти работы вошли в учебники по физике плазмы.

Не ограничиваясь чисто академической деятельностью в области физики плазмы, Виталий Федорович с успехом исследует структуру сложных магнитных полей, применяемых в современных термоядерных установках. В начале 60-х годов он приходит к открытию торсатрона, представляющего собой усовершенствованный тип стелларатора. Это открытие на несколько лет опередило соответствующие работы в области стеллараторов, выполненные за рубежом. Впервые эти идеи В.Ф. Алексина были реализованы в установках, сооруженных в ХФТИ. Он обнаруживает также эффект расщепления магнитных осей в тороидальном стеллараторе, которые в литературе по физике плазмы и УТС получили название "осей Алексина".

Большой интерес представляют исследования, выполненные В.Ф. Алексиним в области теории твердого тела. Здесь им детально изучаются вторичные волны в газе квазичастиц (плазмонов, фононов, магнонов и др.), строится обобщенная гидродинамика вторичных волн и указываются различные области их физического применения. В этих исследованиях он использовал новые специальные ортогональные полиномы, которые по праву можно назвать полиномами Алексина.

Виталий Федорович был прекрасным педагогом и его лекции по математической физике и специальным функциям были образцом лекций по математике для физиков-теоретиков. Эти лекции он читал вначале на ядерном отделении физического факультета, а потом на физико-техническом факультете. Виталий Федорович активно сотрудничал с кафедрой теоретической ядерной физики физико-технического факультета, написал ряд методических пособий с ее преподавателями, руководил выполнением дипломных работ студентов и имел своих аспирантов на этой кафедре. Он подготовил более десяти кандидатов наук, многие из которых стали впоследствии докторами наук.

Это был человек ярчайшего дарования и светлая память о нем навсегда сохранится в наших сердцах.

А. И. Ахиезер, Н. А. Азаренков, И. Н. Адаменко, В. Г. Барьяхтар,
Ю. А. Березной, И. И. Залюбовский, В. Г. Зима, В. И. Лапшин,
Ю. А. Кирочкин, С. В. Пелетминский, К. Н. Степанов, В. Т. Толок,
Я. Б. Файнберг, В. Д. Ходусов, А. А. Шишкин, Н. Ф. Шульга

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
ЛАБОРАТОРИЯ ПРИКЛАДНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ
И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

ПРЕДЛАГАЕТ

Экспресс-проектирование и изготовление электронных приборов, информационно-измерительных систем, управляющих устройств, средств сопряжения научного, учебного, технологического оборудования с компьютерами любых платформ и программного обеспечения к ним.

НОВИНКА!

Компьютеризированные учебные приборы и лабораторные работы для средних школ и высших учебных заведений.

Сервисное сопровождение всех разработок.

Контактный телефон: (0572) 35-25-66

E-mail: sterv@pem.kharkov.ua

Збірник наукових робіт

«Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна», № 481
серія фізична «Ядра, частинки, поля», 2000, вип.2 /10/

Підписано до друку 05.06.2000

Формат 60 × 84 1/8

Умов. друк. арк. 9,56

Облік.-вид. арк. 7,65

Тираж 300.

Ціна договору 1-70

310077, Харків, пл. Свободи, 4, Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна
Видавничий центр ХНУ.
Різо ХНУ

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРІВ

До редакції подається рукопис обсягом не менше 3 сторінок українською, російською або англійською мовами в двох примірниках з направленням установи і експертним висновком. Рукописи, які подаються до редакції, мають точно відповідати таким вимогам.

Текст друкується на білих аркушах формату А4 через один інтервал з високою якістю друку, придатною для фотокопіювання (рекомендується лазерний принтер). Застосовується редактор MS Word, шрифт Times New Roman (Cyr), розмір шрифту 10 pt., вирівнювання тексту по ширині. Поля справа і зліва по 2 см, зверху 3 см, знизу 2 см. Сторінки нумеруються послідовно на зворотному боці аркуша олівцем. Математичні та хімічні символи, рівняння і формули вводяться до тексту статті за допомогою комп'ютерної техніки. Рисунки в повністю придатному до репродукції вигляді вставляються до тексту в межах площі сторінки, вказаної вище. Рисунки виготовляються з використанням комп'ютерної техніки або виконуються тушшю на білому папері з друкованими цифрами і літерами на осях. Усі написи на рисунках та осях друкуються шрифтом не меншим за 8 pt. Підписи під рисунками друкуються шрифтом 9 pt. Формули, таблиці й рисунки нумеруються послідовно арабськими цифрами, наприклад: (1); Табл. 1; Рис. 1.

Послідовність розміщення матеріалу.

На першій сторінці зверху пропускаються два рядки; на третьому рядку в лівому верхньому куті друкується УДК (курсив, 9 pt.). Потім після пропуску одного рядка розміщується назва статті (прямий напівжирний шрифт, 12 pt., всі літери прописні, вирівнювання по центру). Після пропуску одного рядка друкуються ініціали та прізвища авторів (прямий напівжирний шрифт, 12 pt., вирівнювання по центру). У наступному рядку друкуються повні назви й адреси організацій авторів (шрифт курсив, 9 pt., вирівнювання по центру). Адреса електронної пошти друкується за бажанням авторів. Якщо організацій декілька, то для визначення авторів та організацій слід застосовувати виноски зірочкою або цифрами. У наступному рядку друкується дата надходження статті до редакції: число – цифрами, місяць – прописом, рік – цифрами (шрифт прямий, 9 pt., вирівнювання по центру).

Після пропуску одного рядка друкується реферат статті, 5-10 рядків, з коротким викладенням методичних підходів, запропонованих в роботі, та основних результатів. Слово "реферат" не друкується. Для тексту реферату застосовується прямий шрифт розміром 9 pt. У наступному рядку друкується 5-8 ключових слів (шрифт 9 pt.). Заголовок "**КЛЮЧОВІ СЛОВА:**" друкується прописом на тому ж рядку, що й ключові слова і виділяється напівжирним шрифтом. Текст реферату і ключові слова мають ширину на 1 см меншу, ніж основний текст (по 0,5 см з кожного боку).

Далі після пропуску одного рядка друкується основний текст статті. Абзаци починаються з червоного рядка (0,75 см). Рекомендується розбиття статті на такі розділи: вступ (назва цього розділу не друкується), **МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ** (обов'язково для експериментальних робіт), **РЕЗУЛЬТАТИ Й ОБГОВОРЕННЯ**, **ВИСНОВКИ**. Для теоретичних робіт передбачається більш вільне розташування матеріалу, наприклад, замість розділу **МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ** рекомендуються розділи **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ**, **МОДЕЛЬ** та ін. Розділи не нумеруються, в назвах розділів усі літери прописні й виділяються напівжирним шрифтом, вирівнювання по центру. При необхідності розділи поділяються на підрозділи. Назви підрозділів друкується з великої літери і виділяються напівжирним шрифтом, вирівнювання по центру. Після кожного розділу або підрозділу йде один пустий рядок.

У кінці тексту статті після пропуску одного рядка, якщо потрібно, наводиться назва фонду, який фінансував роботу, і номер гранту.

Використані в роботі літературні джерела нумеруються в порядку цитування в тексті, номер посилання друкується в квадратних дужках. Не допускаються посилання на неопубліковані роботи. Список літератури (шрифт 9 pt.) розміщується одразу за основним текстом статті й виділяється як розділ **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**.

Після списку літератури до статті додається реферат англійською мовою. Після пропуску одного рядка дається назва статті прописом, шрифт прямий 10 pt., напівжирний, вирівнювання по центру. У наступному рядку — ініціали та прізвища авторів, шрифт прямий 10 pt., напівжирний, вирівнювання по центру. У наступному рядку друкується повна назва організації та її адреса (курсив 9 pt., вирівнювання по центру). Після пропуску одного рядка вміщується текст реферату (шрифт прямий 9 pt., вирівнювання по ширині, без червоного рядка). У наступному рядку після слів "**KEY WORDS:**" (прописом, шрифт прямий напівжирний, 9 pt.) вміщуються ключові слова (шрифт прямий 9 pt., вирівнювання по ширині).

Один примірник рукопису має бути підписаний на зворотному боці аркуша усіма авторами.

Рукописи, оформлені не у відповідності до наведених правил, не розглядатимуться.