

Відгук прийнято
10.09.2020р.
Голова спеціалізованої
вченої ради ІІІ - (Світлана Ігнатівна)

ВІДГУК

опонента, провідного наукового співробітника Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б. І. Веркіна НАН України, доктора фізико-математичних наук, професора Золотарьова Володимира Олексійовича на дисертаційну роботу Заварзіної Олеси Олегівни «Ізометрії та стискання підмножин банахового простору», подану на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 111 – Математика

Вивчення пластичності метричних просторів є одною з цікавих задач функціонального аналізу. Б. Каскалес, В. Кадець, Х. Оріуела та Е. Вінглер довели пластичність одиничних куль строго опуклих банахових просторів. Але й досі є відкритим питання про просту характеристику пластичності просторів, окрім того, невідомо, чи є пластичною одинична куля довільного банахового простору. Питання пластичності одиничної кулі у банаховому просторі може бути розвинуте до наступного: як можна описати пари просторів, для яких нерозтягувальна бієкція між одиничними кулями є ізометрією. Розумним також є питання про опис пластичних замкнених обмежених опуклих множин гільбертового простору.

Це коло питань тісно переплітається з відомою проблемою Тінглі, яка полягає в продовженні ізометрії між одиничними сферами двох банахових просторів до бієкції між цими просторами. Для так званих узагальнено-пишних просторів Д. Тан, С. Хуан та Р. Лю довели, що проблема Тінглі має позитивний розв'язок. Але питання, чи зберігає Е-сума клас узагальнено-пишних просторів, залишилось відкритим.

Все вищезгадане вказує на актуальність теми дослідження дисертації.

Метою роботи є дослідження та опис властивостей нерозтягувальних бієкцій а також ізометрій між підмножинами банахових просторів.

Дисертація складається з анотації, переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, загальних висновків та списку використаних джерел, який налічує 36 найменувань.

Розділ 1 присвячений огляду наукової літератури за темою дисертації, в якому наведені основні визначення та сформульовані відомі результати, які були отримані раніше у цьому напрямі.

Розділ 2 присвячений питанню пластичності одиничних куль банахових просторів. Основними результатами цього розділу слід вважати те, що узагальнена задача пластичності має позитивний розв'язок для таких пар (X, Y) банахових просторів:

- a) X — довільний, Y — строго опуклий (Теорема 2. 9);
- b) X — строго опуклий, Y — довільний (Теорема 2. 10);
- c) X, Y — скінченновимірні (Теорема 2. 20);
- d) X — довільний, $Y = \ell_1$ (Теорема 2. 23);
- e) X — довільний, $Y = \ell_1$ -сума строго опуклих банахових просторів (Теорема 2. 28).

Як наслідок, встановлено пластичність одиничних куль для просторів, коли:

- 1) $X = \ell_1$;
- 2) $X = \ell_1$ -сума строго опуклих банахових просторів.

У 3 розділі досліджується пластичність еліпсоїдів. Знайдені необхідні і достатні умови лінійної пластичності еліпсоїда у сепарабельному гільбертовому просторі (Твердження 3.2, Теорема 3.6).

Розділ 4 пов'язаний з дослідженням ізометрій у проблемі Тінглі. Основними результатами цього розділу є:

- 1) Теорема 4.10, в якій доведено, що одинична куля для скінченновимірного GL- простору є багатогранником з пухкими гранями;
- 2) Теорема 4.13, яка дає повний опис двовимірних GL-просторів;
- 3) Теорема 4.26, яка встановлює необхідну і достатню умову (GL- монотонність) для того, щоб простір був GL-зберігаючим.

Дисертація написана чіткою ясною мовою, з відповідною аргументацією кожної задачі, що вивчається.

До дисертації є наступні зауваження:

- 1) У розділі 3 цікавіше було б розглянути більш загальне визначення еліпсоїда. А саме, можна було б визначити еліпсоїд як образ одиничної кулі під дією самоспряженого оператора у гільбертовому просторі і дослідити пластичність у цьому більш загальному випадку.
- 2) Стор. 108. Твердження починається не дуже добре «Нехай, використовуючи,...».
- 3) Багато тверджень (Теореми 4.13, 4.14) починаються з «Нехай», що не дуже коректно за стилем.

Незважаючи на ці недоліки, вважаю, що дисертація Заварзіної О. О. є закінченим науковим дослідженням і повністю відповідає вимогам, які пред'являються до дисертацій, поданих на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 111 – Математика, так як в ній отримані наступні нові наукові результати:

- 1) Доведена пластичність одиничних куль ℓ_1 і ℓ_1 -сум строго опуклих банахових просторів;
- 2) Розв'язана узагальнена задача пластичності, коли пара банахових просторів (X, Y) задовольняє умовам:
 - а) X – довільний, Y – строго опуклий;
 - б) X – довільний, $Y = \ell_1$;
 - в) X – довільний, $Y = \ell_1$ -сума строго опуклих банахових просторів.
- 3) Знайдені необхідні і достатні умови лінійної пластичності еліпсоїдів в сепарабельних гільбертових просторах.
- 4) Вперше дана класифікація двовимірних GL-просторів.

Науковий рівень дисертації високий, всі результати обґрунтовані і спираються на чіткі і коректні доведення. Отримані результати носять теоретичний характер і можуть бути використані для дослідження геометрії банахових та метричних просторів. Основні результати дисертації повністю

опубліковані в 6 статтях, із яких 5 –у виданнях, що входять до міжнародної наукометричної бази Scopus.

Дисертаційна робота не містить запозичених висновків інших авторів і відповідає вимогам академічної доброчесності.

На підставі вищезазначеного вважаю, що дисертаційна робота «Ізометрії та стискання підмножин банахового простору» задовольняє всім вимогам, що передбачені наказом Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертацій» та постановою Кабінету Міністрів України від 06.03.2019 р. № 167 «Порядок проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії», а її авторка, Заварзіна Олеся Олегівна, заслуговує на присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 111 – Математика.

Доктор фіз-мат. наук, професор,
провідний науковий співробітник
Фізико-технічного інституту низьких
температур ім. Б. І. Веркіна НАН України

В. О. Золотарьов

