

УДК 539.12.01

МЕХАНИЗМЫ ОБРАЗОВАНИЯ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОВ В ПРОТОН-ПРОТОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Н.В. Крупина*, А.Ю. Корчин**

* Харьковський національний університет ім. В.Н. Каразіна, пл. Свободи 4, Харків 61077, Україна

** Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»,

ул. Академическая 1, Харків 61108, Україна

Поступила в редакцию 20 ноября 2009 г.

В данной работе исследуется процесс образования тяжелых кварков типа c , b , t в протон-протонных столкновениях при высоких энергиях. Рассмотрены различные механизмы рождения таких кварков в рамках квантовой хромодинамики (КХД). Выполнен аналитический расчет сечений этих процессов, в которых явно включены соответствующие цветовые факторы, с целью дальнейшего изучения проявлений цветовой группы КХД в сечениях протон-протонных столкновений, которые будут измеряться на большом адронном коллайдере LHC.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: квантовая хромодинамика, партонная модель, тяжелый кварк, протон-протонные столкновения, цветовой фактор, цветовая группа КХД

MECHANISMS OF HEAVY QUARKS PRODUCTION IN PROTON-PROTON COLLISIONS AT HIGH ENERGIES

N.V. Krupina*, A.Yu. Korchin**

* Kharkov National University

4, Svobody Sq., Kharkov 61077, Ukraine

** National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology"

1, Akademicheskaya St., Kharkov 61108, Ukraine

Production of heavy quarks c , b , t in the proton-proton collisions at high energies is considered. Various mechanisms of quark production are studied in framework of Quantum Chromodynamics (QCD). The cross sections for these mechanisms are analytically calculated. The color factors corresponding to each mechanism are explicitly kept in the formulas in order to further investigate the QCD color group in the cross sections of proton-proton collisions which will be measured in CERN on large hadron collider LHC.

KEY WORDS: Quantum Chromodynamics, parton model, heavy quark, proton-proton collision, color factor, QCD color group

МЕХАНІЗМИ УТВОРЕННЯ ВАЖКИХ КВАРКІВ У ПРОТОН-ПРОТОННИХ ЗІТКНЕННЯХ ПРИ ВИСОКИХ ЕНЕРГІЯХ

Н.В. Крупіна*, О.Ю. Корчин**

* Харківський національний університет ім. В.Н.Каразіна

пл. Свободи 4, Харків 61077, Україна

** Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»

вул. Академічна 1, Харків 61108, Україна

У даній роботі вивчається процес утворення важких кварків типу c , b , t у протон-протонних зіткненнях при високих енергіях. Розглянуто різні механізми утворення таких кварків у рамках квантової хромодинаміки (КХД). Виконан аналітичний розрахунок перерізів цих процесів, у яких явно включені відповідні кольорові фактори, з ціллю подальшого вивчення проявів кольорової групи КХД у перерізах протон-протонних зіткнень, які будуть вимірюватися на великому адронному колайдері LHC.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: квантова хромодинаміка, партонна модель, важкий кварк, протон-протонне зіткнення, кольоровий фактор, кольорова група КХД

На большом адронном коллайдере в ЦЕРНе, на детекторе LHCb будут изучаться процессы рождения В-мезонов в протон-протонных столкновениях, а в Фермилабе на ускорителе Tevatron такие эксперименты уже проводились и проводятся. Самое интересное в изучении В-мезонов – это то, что при их распадах сильнее всего проявляется важное, но до сих пор плохо изученное явление – нарушение СР-симметрии. Задачей эксперимента LHCb как раз является детальное исследование нарушения СР-четности в распадах В-мезонов. Эти исследования позволяют проверить предсказания Стандартной Модели с большой точностью. Сейчас информация в этой области исследования поступает с e^-e^+ -коллайдеров. Однако, в качестве источника В-мезонов LHC значительно превосходит возможности существующих в настоящее время e^-e^+ -коллайдеров.

С точки зрения теории, образование тяжелых кварков (и мезонов) представляет большой интерес, поскольку применимость пертурбативной КХД в этом случае более обоснована, чем в случае образования легких кварков. При этом большие массы тяжелых кварков (несколько ГэВ) могут быть естественным энергетическим масштабом в вычислениях. В случае столкновений тяжелых ионов, образование тяжелых мезонов может служить источником информации о начальном этапе эволюции ядерной материи и процессе

деконфайнмента кварков и глюонов, поскольку эти мезоны рождаются в начальный момент времени столкновения за очень короткие времена.

В столкновениях протонов, образование и детектирование тяжелых мезонов происходит в несколько этапов. Во-первых, в партонных столкновениях образуется тяжелый кварк (или пара тяжелых кварков), во-вторых, из тяжелого кварка Q образуется тяжелый мезон H (так называемая фрагментация тяжелого кварка в адрон) и, наконец, полулептонный распад тяжелого мезона $H \rightarrow e^- \bar{\nu}_e X$ с образованием электрона, который детектируется.

B -мезоны - это мезоны, состоящие из тяжелого антикварка $\bar{b}$ и легкого кварка ($q = u, d, s$), и поэтому процессы рождения B - и $\bar{B}$ мезонов - это рождение, по крайней мере, одного тяжелого кварка b , или антикварка $\bar{b}$. Таким образом, исследование процессов рождения, а затем и распада B -мезонов следует начать с изучения процесса образования b -кварка, или, в более общем случае, с процесса образования любого тяжелого кварка ($Q = c, b, t$). На следующем этапе необходимо учесть процессы образования наблюдаемых B -мезонов из тяжелых кварков (так называемая адронизация), а также кварк-глюонный состав сталкивающихся протонов.

В низшем порядке (по константам сильного и электромагнитного взаимодействий, т.е. порядка α_s^2 , $\alpha_{em}\alpha_s$ и α_{em}^2) следующие процессы в квантовой хромодинамике (КХД) могут приводить к образованию одного или двух тяжелых кварков:

$$q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q} \quad (1)$$

$$G + G \rightarrow Q + \bar{Q} \quad (2)$$

$$Q + q \rightarrow Q + q \quad (3)$$

$$Q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{q} \quad (4)$$

$$G + Q \rightarrow G + Q \quad (5)$$

$$\gamma + Q \rightarrow G + Q \quad (6)$$

$$G + Q \rightarrow \gamma + Q \quad (7)$$

$$G + \gamma \rightarrow Q + \bar{Q} \quad (8)$$

$$\gamma + \gamma \rightarrow Q + \bar{Q}, \quad (9)$$

где введены обозначения: q - легкие кварки u, d, s , Q - тяжелые кварки c, b, t , G - глюон, и γ - фотон.

В следующих разделах представлены результаты вычисления сечений этих каналов образования тяжелых кварков. По предварительным оценкам, основной вклад в сечение процесса рождения B -мезонов в протон-протонных столкновениях дают механизм образования тяжелых кварков из двух глюонов, и рождение двух тяжелых кварков из двух легких кварков (механизмы 1 и 2). В соответствующих формулах для сечений мы удерживаем явно инварианты Казимира для цветовой группы КХД (см. Приложение). Это сделано с целью последующего изучения зависимости сечений протон-протонных столкновений с образованием тяжелых мезонов от этих факторов, и тем самым, для проверки цветовой группы $SU(3)$ при энергиях несколько ТэВ, характерных для ЛНС.

Цель работы: рассчитать всевозможные в низшем порядке (по константам сильного и электромагнитного взаимодействий) механизмы образования одного или двух тяжелых кварков в протон-протонных столкновениях в рамках КХД, при этом удерживая цветовые факторы в явном виде.

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЙ И КИНЕМАТИКА ПРОЦЕССОВ $i + j \rightarrow k + m$

Дифференциальное сечение рассеяния выражается через квадрат модуля амплитуды рассеяния

$$d\sigma = \frac{1}{j} |M|^2 d\phi, \quad (10)$$

где j - плотность потока начальных частиц, $j = 4\sqrt{(k_1 k_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$, k_1, k_2 и m_1, m_2 - импульсы и массы начальных частиц соответственно, $d\phi$ - лоренц-инвариантный фазовый объем

$$d\phi = (2\pi)^4 \delta(E_{k_1} + E_{k_2} - E_{p_1} - E_{p_2}) \delta^3(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_{p_2}}. \quad (11)$$

Закон сохранения 4-импульса процессов $i + j \rightarrow k + m$ имеет вид

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$$

Ниже будем пользоваться инвариантными переменными Мандельштама [1], определенными согласно

$$\begin{aligned}
s &= (k_1 + k_2)^2 = (p_1 + p_2)^2, \\
t &= (k_1 - p_1)^2 = (k_2 - p_2)^2, \\
u &= (k_1 - p_2)^2 = (k_2 - p_1)^2, \\
s + t + u &= 2m_Q^2,
\end{aligned} \tag{12}$$

где m_Q – масса тяжелого кварка, а массы легких кварков будем полагать равными нулю, т.е. $m_q = 0$.

ПРОЦЕСС $q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q}$

Правила Фейнмана для вычисления амплитуд следует из лагранжиана КХД (см., например, [1], [2]). Диаграмма Фейнмана процесса $q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q}$ изображена на рис.1. Его амплитуда равна

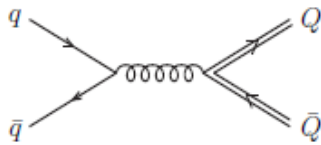


Рис.1. Диаграмма, описывающая образование тяжелых кварков из двух легких.

$$M = \frac{g_s^2}{q^2} \bar{v}_{s_2}(k_2) \gamma^\mu u_{s_1}(k_1) \chi_{i_2}^+ t^a \chi_{i_1} \bar{u}_{r_1}(p_1) \gamma_\mu v_{r_2}(p_2) \chi_{j_1}^+ t^a \chi_{j_2}, \tag{13}$$

где $q = k_1 + k_2 = p_1 + p_2$ – импульс промежуточного глюона.

Для получения сечения неполяризованного рассеяния, необходимо усреднить по спинам и цветам начальных кварков и просуммировать по спинам и цветам конечных.

В результате вычислений, для квадрата модуля амплитуды получим¹:

$$|M|^2 = \frac{32\pi^2 \alpha_s^2}{s^2} C (m_Q^2 - u)^2 + (m_Q^2 - t)^2 + 2m_Q^2 s \tag{14}$$

Здесь $\alpha_s = g_s^2/4\pi$, где g_s – константа сильного взаимодействия. Отметим, что α_s является функцией энергии, характерной для рассматриваемого процесса, в данном случае s . Поэтому g_s в формуле (14) и далее будем считать «бегущей» константой связи.

C – цветовой фактор для этого процесса:

$$C = \frac{N_A}{N_C} T_F^2. \tag{15}$$

Здесь и далее N_C – число кварковых цветов, N_A – число цветов глюонов, T_F -- один из инвариантов Казимира калибровочной группы (см. подробнее Приложение).

В результате несложных вычислений получается

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{2\pi\alpha_s^2}{s^4} \frac{N_A}{N_C} T_F^2 ((m_Q^2 - u)^2 + (m_Q^2 - t)^2 + 2m_Q^2 s), \tag{16}$$

где $dt = -\frac{|\vec{p}_1||\vec{k}_1|}{\pi} d\Omega$.

ПРОЦЕСС $G + G \rightarrow Q + \bar{Q}$

Амплитуда этого процесса равна сумме амплитуд трех диаграмм, изображенных на рис. 2

$$\begin{aligned}
M &= -\frac{g_s^2}{t - m_Q^2} \bar{u}_{s_1}(p_1) \chi_i^+ \gamma^\nu t^a (\hat{p}_1 - \hat{k}_1 + m_Q) \gamma^\mu t^b v_{s_2}(p_2) \chi_j \varepsilon_\nu(\lambda_1, k_1) \varepsilon_\mu(\lambda_2, k_2) - \\
&- \frac{g_s^2}{u - m_Q^2} \bar{u}_{s_1}(p_1) \chi_i^+ \gamma^\mu t^b (\hat{k}_1 - \hat{p}_2 + m_Q) \gamma^\nu t^a v_{s_2}(p_2) \chi_j \varepsilon_\nu(\lambda_1, k_1) \varepsilon_\mu(\lambda_2, k_2) - \\
&- i \frac{g_s^2}{s} \bar{u}_{s_1}(p_1) \chi_i^+ t^c \gamma^\mu v_{s_2}(p_2) \chi_j f^{abc} (g_{\nu\rho}(k_1 - k_2)_\mu + g_{\rho\mu}(2k_2 + k_1)_\nu + g_{\mu\nu}(-2k_1 - k_2)_\rho) \varepsilon^\nu(\lambda_1, k_1) \varepsilon^\rho(\lambda_2, k_2),
\end{aligned} \tag{17}$$

где $\varepsilon(\lambda, k)$ - вектор поляризации глюона.

Чтобы вычислить сечение процесса, рассчитаем квадраты амплитуд каждой из диаграмм и их интерференционные слагаемые.

¹ Здесь и ниже будем оставлять цветные факторы в явном виде для дальнейшего изучения цветовой группы КХД.

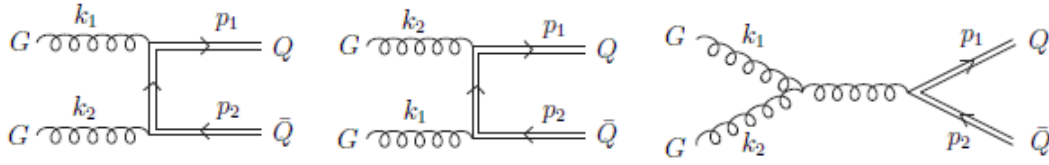


Рис. 2. Диаграммы, описывающие образование тяжелых кварков из двух глюонов.

Квадрат амплитуды 1-й диаграммы равен

$$\begin{aligned} |M_1|^2 = 32\pi^2\alpha_s^2 C_1 \left(\frac{(m_Q^2 - t)(m_Q^2 - u) - 2m_Q^2(m_Q^2 + t)}{(m_Q^2 - t)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2m_Q^2(m_Q^2 - u)}{s(m_Q^2 - t)} + \frac{2m_Q^2}{m_Q^2 - t} - \frac{6m_Q^2}{s} - \frac{(t - u)(m_Q^2 - u)}{s^2} - \frac{t - u}{s} + \frac{(t - u)(m_Q^2 - t)}{s^2} \right), \end{aligned} \quad (18)$$

где C_1 – цветовая часть диаграммы 1²

$$C_1 = \frac{C_F^2 N_C}{N_A^2}. \quad (19)$$

Квадрат амплитуды 2-й диаграммы имеет вид

$$\begin{aligned} |M_2|^2 = 32\pi^2\alpha_s^2 C_2 \left(\frac{(m_Q^2 - t)(m_Q^2 - u) - 2m_Q^2(m_Q^2 + u)}{(m_Q^2 - u)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2m_Q^2(m_Q^2 - t)}{s(m_Q^2 - u)} + \frac{2m_Q^2}{m_Q^2 - u} - \frac{6m_Q^2}{s} - \frac{(u - t)(m_Q^2 - t)}{s^2} - \frac{u - t}{s} + \frac{(u - t)(m_Q^2 - u)}{s^2} \right), \end{aligned} \quad (20)$$

где C_2 – цветовая часть 2-й диаграммы, причем $C_2 = C_1$.

Квадрат амплитуды диаграммы 3 равен

$$|M_3|^2 = \frac{64\pi^2\alpha_s^2}{s^2} C_3 (m_Q^2 - u)(m_Q^2 - t), \quad (21)$$

где C_3 – цветовой фактор 3-й диаграммы, который равен

$$C_3 = \frac{N_C C_A C_F}{N_A^2}. \quad (22)$$

Перейдем к рассмотрению интерференции диаграмм. Для интерференционного слагаемого i -й и j -й диаграмм справедливо

$$\overline{M_i M_j^*} + \overline{M_j M_i^*} = \overline{M_i M_j^*} + (\overline{M_i M_j^*})^* = 2 \operatorname{Re}(\overline{M_i M_j^*}), \quad (23)$$

где $i, j = 1, 2, 3, i > j$.

Тогда сумма всех интерференционных слагаемых равна

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re}(\overline{M_1 M_2^*} + \overline{M_1 M_3^*} + \overline{M_2 M_3^*}) = 64\pi^2\alpha_s^2 \frac{C_F N_C}{N_A^2} \left(\frac{1}{2} C_A - C_F \right) * \\ * \left(\frac{3m_Q^2 s}{(m_Q^2 - u)(m_Q^2 - t)} - \frac{8m_Q^2}{s} + \frac{2(m_Q^2 - t)(m_Q^2 - u)}{s^2} - \frac{(m_Q^2 - u)^2}{s^2} - \frac{(m_Q^2 - t)^2}{s^2} - \frac{2m_Q^2(s - 2m_Q^2)}{(m_Q^2 - u)(m_Q^2 - t)} \right) + \\ + 32\pi^2\alpha_s^2 \frac{C_A T_F}{N_A} \left(-\frac{2(m_Q^2 - u)(m_Q^2 - t)}{s^2} + \frac{m_Q^2}{m_Q^2 - t} - \frac{2m_Q^2(m_Q^2 - u)}{s(m_Q^2 - t)} \right) + \\ + 32\pi^2\alpha_s^2 \frac{C_A T_F}{N_A} \left(-\frac{2(m_Q^2 - u)(m_Q^2 - t)}{s^2} + \frac{m_Q^2}{m_Q^2 - u} - \frac{2m_Q^2(m_Q^2 - t)}{s(m_Q^2 - u)} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

² Здесь усреднение проводилось по поляризациям и цветам начальных глюонов и суммирование по спинам и цветам конечных кварков. Ниже под усреднением будет пониматься именно такое усреднение и суммирование.

Таким образом, просуммировав квадраты амплитуд всех диаграмм и их интерференционные слагаемые, получим выражение для квадрата модуля полной амплитуды в виде

$$\begin{aligned} \overline{|M|^2} = & 32\pi^2\alpha_s^2 \frac{N_C C_F^2}{N_A^2} \left(\frac{(m_Q^2 - t)(m_Q^2 - u) - 2m_Q^2(m_Q^2 + t)}{(m_Q^2 - t)^2} + \right. \\ & + \frac{(m_Q^2 - t)(m_Q^2 - u) - 2m_Q^2(m_Q^2 + u)}{(m_Q^2 - u)^2} + \left. \frac{2m_Q^2(s - 4m_Q^2)}{(m_Q^2 - t)(m_Q^2 - u)} \right) + \\ & + 64\pi^2\alpha_s^2 \frac{C_A C_F N_C}{N_A^2} \left(\frac{3(m_Q^2 - u)(m_Q^2 - t)}{s^2} + \frac{m_Q^2(s + 4m_Q^2)}{2(m_Q^2 - u)(m_Q^2 - t)} - \frac{4m_Q^2}{s} - \frac{1}{2} \right) + \\ & + 32\pi^2\alpha_s^2 \frac{C_A T_F}{N_A} \left(-\frac{4(m_Q^2 - u)(m_Q^2 - t)}{s^2} + \frac{m_Q^2 s}{(m_Q^2 - u)(m_Q^2 - t)} - \frac{2m_Q^2(m_Q^2 - u)}{s(m_Q^2 - t)} - \frac{2m_Q^2(m_Q^2 - t)}{s(m_Q^2 - u)} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Воспользовавшись (10) и проведя некоторые вычисления, получим окончательное выражение для дифференциального сечения

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{1}{16s^2\pi} \overline{|M|^2}. \quad (26)$$

СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА $Q + q \rightarrow Q + q$

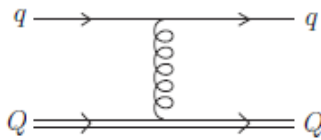


Рис. 3. Диаграмма Фейнмана процесса $Q + q \rightarrow Q + q$.

Вычисление $\overline{|M|^2}$ для реакции $Q + q \rightarrow Q + q$ можно не проводить заново, а просто в выражении $\overline{|M|^2}$ для процесса $q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q}$ сделать замену $s \leftrightarrow t$. Эта замена отвечает тому, что два процесса связаны между собой операцией кроссинг симметрии. Таким образом,

$$\overline{|M|^2} = \frac{32\pi^2\alpha_s^2}{t^2} C((m_Q^2 - u)^2 + (m_Q^2 - s)^2 + 2m_Q^2 t), \quad (27)$$

где $C = \frac{N_A}{N_C} T_F^2$.

Воспользуемся выражением (10) для дифференциального сечения и, выполнив необходимые вычисления, получим

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{1}{16\pi(s - m_Q^2)^2} \overline{|M|^2}. \quad (28)$$

СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА $Q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{q}$

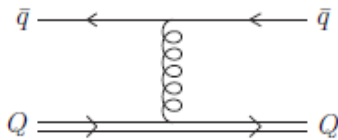


Рис. 4. Диаграмма Фейнмана процесса $Q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{q}$.

Аналогично, выражение для квадрата амплитуды $\overline{|M|^2}$ процесса $Q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{q}$ можно получить заменой $s \leftrightarrow t$ в выражении $\overline{|M|^2}$ для процесса $q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q}$ (воспользоваться кроссинг симметрией). Таким образом, квадраты амплитуд $\overline{|M|^2}$ для процессов $Q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{q}$ и $Q + q \rightarrow Q + q$ оказываются равными друг другу (т.е. оба определяются выражением (27)), и тогда дифференциальные сечения также равны между собой и равны (28).

ПРОЦЕСС $G + Q \rightarrow G + Q$

При нахождении квадрата амплитуды рассматриваемого процесса $\overline{|M|^2}$, снова можно воспользоваться свойством кроссинг симметрии, т.е. в спинорной части выражения $\overline{|M|^2}$ для процесса $G + G \rightarrow Q + \bar{Q}$ сделать

замену $s \leftrightarrow t$. В цветовой части амплитуды следует корректно провести усреднение, а именно, если в цветовой

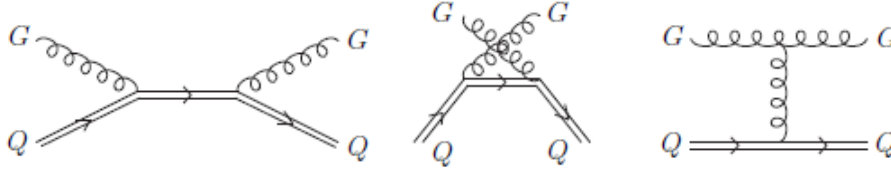


Рис. 5. Диаграмма Фейнмана процесса $G + Q \rightarrow G + Q$.

части для $G + G \rightarrow Q + \bar{Q}$ усреднение велось по цветам двух начальных глюонов, то для процесса $G + Q \rightarrow G + Q$ усреднение ведется по цветам начальных глюона и кварка.

Выполнив таким образом усреднение, выражения для цветовых факторов каждой из диаграмм и интерференционных слагаемых запишутся в виде

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{C_F^2}{N_A}, & C_2 &= \frac{C_F^2}{N_A}, \\ C_3 &= \frac{1}{N_A} C_A C_F, & C_{12} &= \frac{C_F}{N_A} \left(-\frac{1}{2} C_A + C_F \right), \\ C_{13} &= -\frac{i}{2N_C} C_A T_F, & C_{23} &= -\frac{i}{2N_C} C_A T_F. \end{aligned} \quad (29)$$

В результате, учитывая эти выражения для цветовых факторов и сделав замену $s \leftrightarrow t$ в спинорной части выражения (25), получим

$$\begin{aligned} \overline{|M|^2} &= 32\pi^2 \alpha_s^2 \frac{C_F^2}{N_A} \left(\frac{(s - m_Q^2)(m_Q^2 - u) + 2m_Q^2(m_Q^2 + s)}{(s - m_Q^2)^2} + \right. \\ &+ \frac{(s - m_Q^2)(m_Q^2 - u) + 2m_Q^2(m_Q^2 + u)}{(m_Q^2 - u)^2} + \left. \frac{2m_Q^2(t - 4m_Q^2)}{(s - m_Q^2)(m_Q^2 - u)} \right) + \\ &+ 64\pi^2 \alpha_s^2 \frac{C_A C_F}{N_A} \left(\frac{3(m_Q^2 - u)(s - m_Q^2)}{t^2} + \frac{m_Q^2(t + 4m_Q^2)}{2(m_Q^2 - u)(s - m_Q^2)} + \frac{4m_Q^2}{t} + \frac{1}{2} \right) + \\ &+ 32\pi^2 \alpha_s^2 \frac{C_A T_F}{N_C} \left(-\frac{4(m_Q^2 - u)(s - m_Q^2)}{t^2} + \frac{m_Q^2 t}{(m_Q^2 - u)(s - m_Q^2)} - \frac{2m_Q^2(m_Q^2 - u)}{t(s - m_Q^2)} - \frac{2m_Q^2(s - m_Q^2)}{t(m_Q^2 - u)} \right). \end{aligned} \quad (30)$$

Используя выражение (10), дифференциальное сечение рассматриваемого процесса запишется в виде

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{1}{16\pi(s - m_Q^2)^2} \overline{|M|^2}. \quad (31)$$

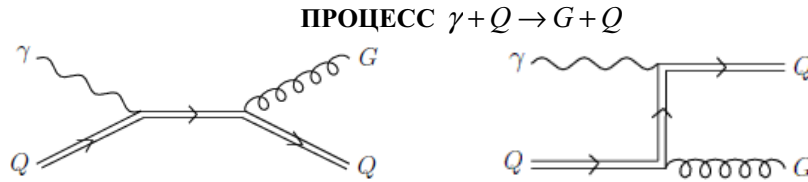


Рис. 6. Диаграмма Фейнмана процесса $\gamma + Q \rightarrow G + Q$.

Амплитуда этого процесса равна сумме амплитуд двух диаграмм, изображенных на рис. 6.

$$\begin{aligned} M &= \frac{g_s e Q_f}{s - m_Q^2} \bar{u}(p_2) \gamma^\nu (k_1 + k_2 + m_Q) \gamma^\mu u(k_2) \chi_j^\dagger t^a \chi_i \varepsilon_\nu^*(\lambda_2, p_1) \varepsilon_\mu(\lambda_1, k_1) + \\ &+ \frac{g_s e Q_f}{u - m_Q^2} \bar{u}(p_2) \gamma^\mu (k_2 - p_1 + m_Q) \gamma^\nu u(k_2) \chi_j^\dagger t^a \chi_i \varepsilon_\nu^*(\lambda_2, p_1) \varepsilon_\mu(\lambda_1, k_1), \end{aligned} \quad (32)$$

где Q_f – заряд кварка Q .

Квадрат модуля амплитуды равен сумме квадратов амплитуд каждой из диаграмм и их интерференционного слагаемого. Проведя усреднение по спину и поляризации кварка и фотона соответственно в начальном состоянии, и по цвету начального кварка, для квадрата модуля амплитуды получим следующее

выражение

$$\begin{aligned} \overline{|M|^2} = & \frac{32\pi^2\alpha_{em}\alpha_s Q_f^2}{s-m_Q^2} C \left(m_Q^2 - u + \frac{2m_Q^2(m_Q^2 + s)}{s-m_Q^2} - \frac{2m_Q^2}{s}(5m_Q^2 - u) \right) + \\ & + \frac{32\pi^2\alpha_{em}\alpha_s Q_f^2}{m_Q^2 - u} C \left(s + m_Q^2 + \frac{4m_Q^4}{m_Q^2 - u} - \frac{2}{s}(2m_Q^2 - t)(3m_Q^2 - u) - \frac{2m_Q^2}{s}(m_Q^2 + u) \right) + \\ & + \frac{64\pi^2\alpha_{em}\alpha_s Q_f^2}{(s-m_Q^2)(u-m_Q^2)} C \left(m_Q^2(s+u+2m_Q^2) - (m_Q^2 - u)(2m_Q^2 - t) + \frac{2}{s}(m_Q^2 t(2m_Q^2 - t) + m_Q^2(s-m_Q^2)^2 - 3m_Q^4(m_Q^2 - u)) \right), \end{aligned} \quad (33)$$

где $\alpha_{em} = e^2/4\pi$, C – цветовой фактор этого процесса

$$C = C_F.$$

Воспользуемся выражением (10) для дифференциального сечения и, выполнив необходимые вычисления, для данного процесса получим

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{1}{16\pi(s-m_Q^2)^2} \overline{|M|^2}. \quad (34)$$

ПРОЦЕСС $G + Q \rightarrow \gamma + Q$

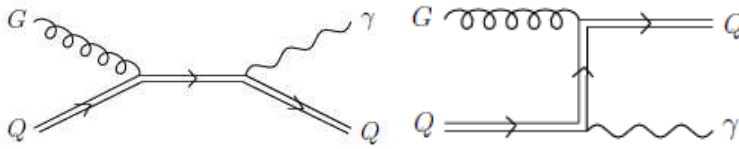


Рис. 7. Диаграмма Фейнмана процесса $G + Q \rightarrow \gamma + Q$.

Данный процесс является обратным предыдущему процессу, поэтому спинорная часть выражения $\overline{|M|^2}$ будет такой же. Цветовой фактор будет другим, т.к. нужно дополнительно учесть усреднение по цвету глюона в начальном состоянии. Таким образом, дифференциальное сечение этого

процесса определяется тем же выражением (34), но при условии, что $C = C_F / N_A$.

ПРОЦЕСС $G + \gamma \rightarrow Q + \bar{Q}$

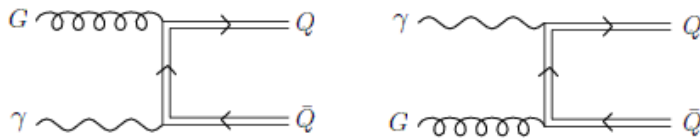


Рис. 8. Диаграмма Фейнмана процесса $G + \gamma \rightarrow Q + \bar{Q}$.

Процесс $G + \gamma \rightarrow Q + \bar{Q}$ связан с $G + Q \rightarrow \gamma + Q$ операцией кроссинг симметрии. Поэтому можно вычислить $\overline{|M|^2}$ для реакции $G + \gamma \rightarrow Q + \bar{Q}$, сделав замену $s \leftrightarrow t$ в спинорной части $\overline{|M|^2}$ для процесса $G + Q \rightarrow \gamma + Q$. В

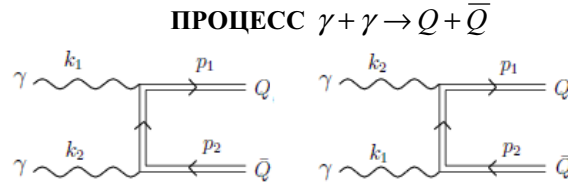
цветовой части следует корректно провести усреднение, в результате которого для данного процесса цветовой фактор оказывается равным $C = C_F N_C / N_A$

Таким образом, квадрат модуля амплитуды $\overline{|M|^2}$ равен

$$\begin{aligned} \overline{|M|^2} = & \frac{32\pi^2\alpha_{em}\alpha_s Q_f^2}{t-m_Q^2} C \left(u - m_Q^2 - \frac{2m_Q^2(m_Q^2 + t)}{t-m_Q^2} + \frac{2m_Q^2}{t}(5m_Q^2 - u) \right) + \\ & + \frac{32\pi^2\alpha_{em}\alpha_s Q_f^2}{m_Q^2 - u} C \left(-t - m_Q^2 - \frac{4m_Q^4}{m_Q^2 - u} + \frac{2}{t}(2m_Q^2 - s)(3m_Q^2 - u) + \frac{2m_Q^2}{t}(m_Q^2 + u) \right) + \\ & + \frac{64\pi^2\alpha_{em}\alpha_s Q_f^2}{(t-m_Q^2)(u-m_Q^2)} C \left(-m_Q^2(t+u+2m_Q^2) + (m_Q^2 - u)(2m_Q^2 - s) - \frac{2}{t}(m_Q^2 s(2m_Q^2 - s) + m_Q^2(t-m_Q^2)^2 - 3m_Q^4(m_Q^2 - u)) \right). \end{aligned} \quad (35)$$

Воспользовавшись (10) и проведя некоторые вычисления, для дифференциального сечения получим

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{1}{16s^2\pi} \overline{|M|^2}. \quad (36)$$

Рис. 9. Диаграмма Фейнмана процесса $\gamma + \gamma \rightarrow Q + \bar{Q}$.

Амплитуда процесса равна

$$M = -\frac{ie^2 Q_f^2}{t - m_Q^2} \bar{u}(p_1) \chi_i^+ \gamma_\nu (\hat{p}_1 - \hat{k}_1 + m_Q) \gamma_\mu v(p_2) \chi_j \varepsilon^\nu(\lambda_1, k_1) \varepsilon^\mu(\lambda_2, k_2) -$$

$$-\frac{ie^2 Q_f^2}{u - m_Q^2} \bar{u}(p_1) \chi_i^+ \gamma_\mu (\hat{p}_1 - \hat{k}_2 + m_Q) \gamma_\nu v(p_2) \chi_j \varepsilon^\nu(\lambda_1, k_1) \varepsilon^\mu(\lambda_2, k_2). \quad (37)$$

Соответствующий квадрат модуля амплитуды имеет вид

$$|M|^2 = 128\pi^2 \alpha_{em}^2 Q_f^4 C \left(\frac{1}{4} \left(\frac{u - m_Q^2}{t - m_Q^2} + \frac{t - m_Q^2}{u - m_Q^2} \right) - \left(\frac{m_Q^2}{t - m_Q^2} + \frac{m_Q^2}{u - m_Q^2} \right)^2 - \left(\frac{m_Q^2}{t - m_Q^2} + \frac{m_Q^2}{u - m_Q^2} \right) \right), \quad (38)$$

где C – цветовой фактор, а именно $C = N_C$.

Проведя некоторые вычисления, выражение для дифференциального сечения получим в виде

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{8\pi\alpha_{em}^2 Q_f^4}{s^2} N_C \left(\frac{1}{4} \left(\frac{u - m_Q^2}{t - m_Q^2} + \frac{t - m_Q^2}{u - m_Q^2} \right) - \left(\frac{m_Q^2}{t - m_Q^2} + \frac{m_Q^2}{u - m_Q^2} \right)^2 - \left(\frac{m_Q^2}{t - m_Q^2} + \frac{m_Q^2}{u - m_Q^2} \right) \right). \quad (39)$$

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Сравним полученные сечения с имеющимися сечениями в работах [3] и [5]. В случае группы $SU(N)$ с $N = 3$, формулы (16), (26) и (28) для процессов (1) – (3) совпадают с соответствующими формулами (A6a), (A6b) и (A6c) из работы [5], а также (2.7), (2.12) и (2.14) из работы [3]. Сечение процесса (4) совпадает с соответствующим выражением (2.15) из работы [3]. Сечение (39) процесса (9) отличается от сечения реакции $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ в КЭД [2] лишь цветовым фактором N .

В дальнейшем эти сечения будут использованы в расчетах дифференциальных сечений образования наблюдаемых В-мезонов в протон-протонных столкновениях. В общем случае, сечение рождения тяжелого мезона H в протон-протонном столкновении определяется выражением

$$\frac{d\sigma}{dy dp_T^2} (pp \rightarrow H + X) = \sum_{i,j} \int_0^1 dx_i \int_0^1 dx_j \int_0^1 dz_k f_{i/p}(x_i, \mu) f_{j/p}(x_j, \mu) D_{H/k}(z_k) \frac{s}{z_k^2} \frac{d\sigma_{ij \rightarrow km}}{dt} \delta(s + t + u - 2m_k^2), \quad (40)$$

где суммирование ведется по всем процессам (1) – (9) рождения тяжелого кварка k ,

$\frac{d\sigma_{ij \rightarrow km}}{dt}$ – полученные выше инвариантные сечения реакций (1) – (9), s, t, u – переменные Манделстама для соответствующего процесса $i + j \rightarrow k + m$, и m_k – масса тяжелого кварка.

Кроме того, $f_{i/p}(x_i, \mu)$ – функция распределения партона (или фотона) i в протоне, $x_i = p_i/p_p$ – доля импульса, уносимого партонном (или фотоном) i от протона p , μ – характерный для этих процессов энергетический масштаб, в частности, $\mu \approx m_k$ для процессов (3) – (7) и $\mu \approx 2m_k$ для процессов (1), (2), (8) и (9),

$D_{H/k}(z_k)$ – функция фрагментации тяжелого кварка k в мезон H , где $z_k = p/p_k$ – доля импульса, уносимого H -мезоном от кварка k , $p = (E, \vec{p}_T, p_L)$ – импульс мезона H , p_T (p_L) – поперечная (продольная) компонента импульса.

Переменная быстрота (y) определяется следующим образом: $y = \ln((E + p_L)/m_T)$, где $m_T^2 = m_H^2 + \vec{p}_T^2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе аналитически рассчитаны сечения различных процессов в КХД, приводящих к образованию одного или двух тяжелых кварков. Эти процессы являются основными при изучении образования тяжелых мезонов (D, B) в протон-протонных и протон-антипротонных столкновениях при высоких энергиях. В работе вычислены сечения, отвечающие различным механизмам образования тяжелого кварка при взаимодействии партонов или фотонов, входящих в состав протонов (антипротонов).

Одной из задач данной работы было сохранение в явном виде цветовых факторов, отвечающих каждой из диаграмм Фейнмана для рассматриваемых процессов. Это связано с идеей дальнейшего изучения цветовой группы $SU(3)_c$ квантовой хромодинамики в спектрах наблюдаемых В-мезонов, которые будут измеряться на ЛНС. Такие цветовые факторы найдены для всех рассматриваемых процессов.

Процессы рождения тяжелых кварков и мезонов будут одним из центральных направлений исследований в протон-протонных столкновениях при энергиях от нескольких ТэВ до 14 ТэВ в условиях экспериментов на LHC. В частности, в коллаборациях CMS и ATLAS будет изучаться образование мезонов с явным очарованием и прелестью, образование кваркониев, распады В-мезонов. Коллаборация LHCb нацелена на изучение редких распадов В-мезонов, нарушения CP-симметрии и т.д. Большая программа по исследованию образования и распадов тяжелых мезонов и кваркониев имеется и в коллаборации ALICE.

Результаты данной работы в дальнейшем планируется применить в расчетах сечений, наблюдаемых на LHC. В этих расчетах будут использованы функции распределений партонов (и фотонов) в протонах, и так называемые функции фрагментации, которые описывают процессы образования наблюдаемых В-мезонов из тяжелых кварков.

ПРИЛОЖЕНИЕ. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ЦВЕТОВЫХ ИНВАРИАНТАХ

Теория сильного взаимодействия, КХД, включает 4 фундаментальные вершины, состоящие из кварков и глюонов. Три из них представлены на рис. 10. Они дают вклад в процесс рождения тяжелого кварка в $O(\alpha_s^2)$. Четвертая вершина - четырех глюонная - дает вклад лишь в более высоком порядке (в $O(\alpha_s^3)$), который нами не учитывается.

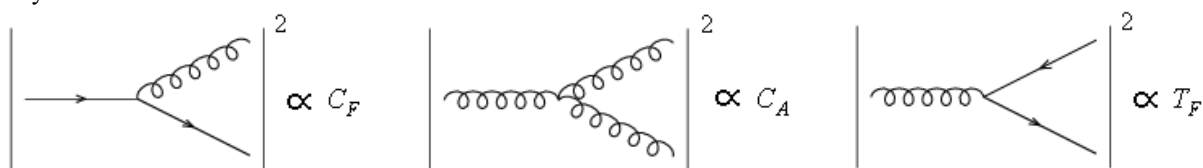


Рис.10. Физический смысл инвариантов Казимира

Инварианты Казимира C_F , C_A и T_F характеризуют величины взаимодействий, или, другими словами, пропорциональны вероятности соответственно испускания глюона кварком $q \rightarrow G q$, трехглюонной вершины $G \rightarrow GG$, и образования кварк-антикварковой пары глюоном $G \rightarrow q \bar{q}$. В любом представлении калибровочной группы, описывающей эти взаимодействия, последние определены в терминах генераторов группы t_{ab}^i и структурных констант f^{rst} соотношениями:

$$\begin{aligned} t_{ab}^r t_{bc}^r &= \delta_{ac} C_F, & a, b, c &= 1, 2, \dots, N_C \text{ -- индекс цвета кварков,} \\ f^{rst} f^{rsu} &= \delta^{tu} C_A, & r, s, t, u &= 1, 2, \dots, N_A \text{ -- индекс цвета глюонов,} \\ t_{ab}^r t_{ba}^s &= \delta_{rs} T_F, \end{aligned}$$

где N_C -- число цветов кварков, N_A -- число цветов глюонов, и по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Через комбинации этих инвариантов выражаются интерференции различных амплитуд.

Кроме того, имеет место соотношение

$$T_F/C_F = N_C/N_A.$$

В различных калибровочных группах инварианты C_F , C_A и T_F принимают разные значения. Ниже приведена таблица этих значений для некоторых групп Ли ([7 - 9]):

Таблица: Значения факторов C_F , C_A и T_F для некоторых калибровочных групп

Группа	N_C	N_A	C_A	C_F	T_F
$SU(N_C)$	N_C	$N_C^2 - 1$	N_C	$(N_C^2 - 1) / 2N_C$	$1/2$
$SU(3)$, КХД	3	8	3	4/3	$1/2$
$U(1)_3$, абелева	3	1	0	1	3
$U(1)$, КЭД	1	1	0	1	1

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. F. Halzen, A. Martin Quarks and leptons. – New York: John Wiley & Sons Inc., 1984. - 412 p.
2. М. Пескин, Д. Шрёдер Введение в квантовую теорию поля. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. - 784 с.
3. B.L. Combridge. - CERN Ref. TH. 2574, 1978.
4. M. Gluck, J.F. Owens, E. Reya Gluon contribution to hadronic J/Ψ production // Phys. Rev. D. - 1978. - Vol.17, № 9. – P. 2324 - 2331
5. A.K. Chaudhuri Heavy flavor production at RHIC and LHC energy. - arXiv: nucl-th/0509046, 2005.
6. В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский Релятивистская квантовая теория. Часть 1. – Москва: Наука, 1968. - 480 с.
7. A. Pich Aspects of Quantum Chromodynamics. - arXiv: hep-ph/0001118v1, 2000.
8. ALEPH Collab.: D. Decamp et. al. - CERN-PRE/92-31, 1992.
9. DELPHI Collab.: P. Abreu et. al. - CERN-PRE/93-29, 1993.