

К-14038

П306748

ХАРЬКОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

255 '84

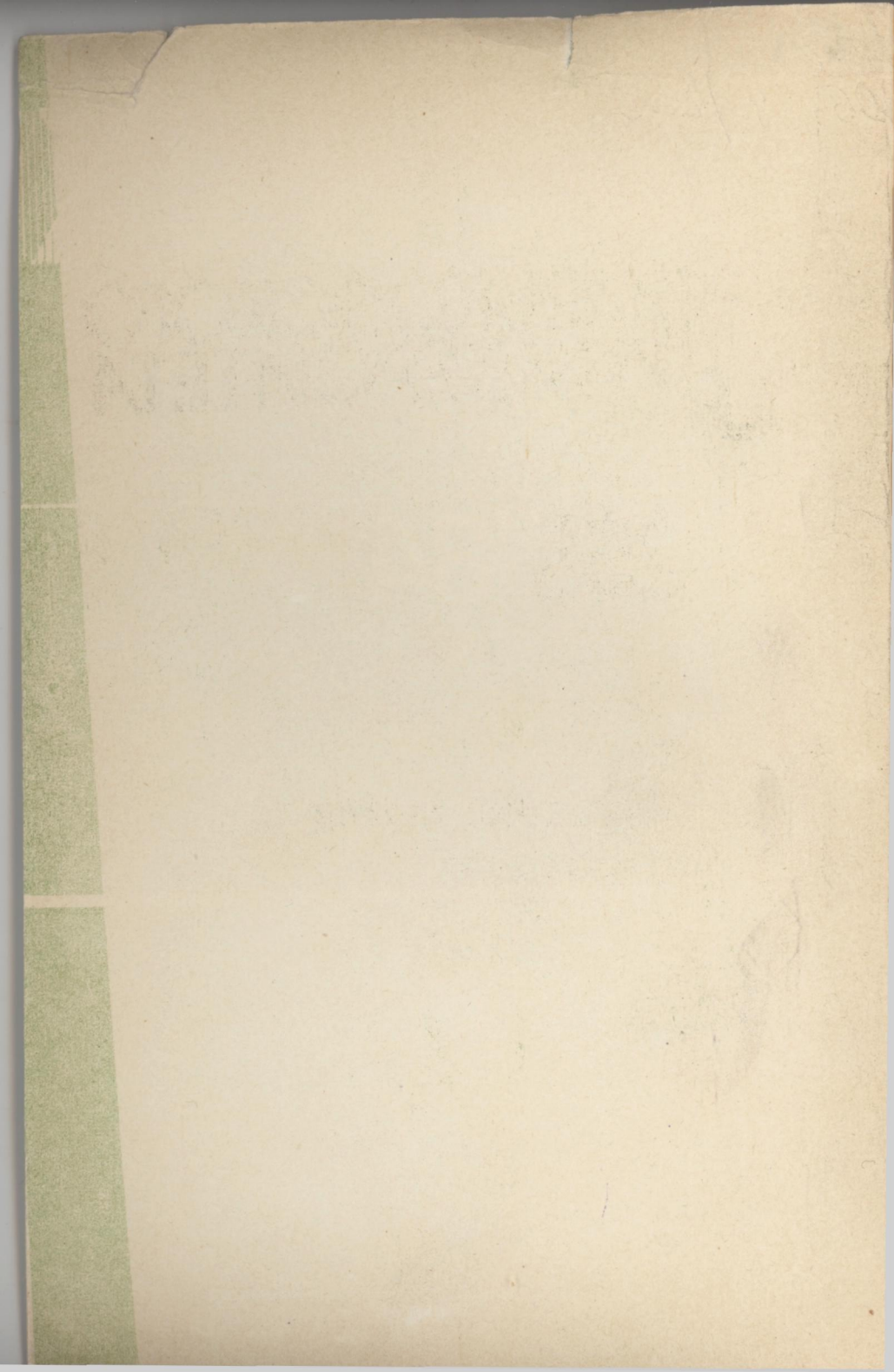
ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ
РАДИОФИЗИКИ

»ВИЦА ШКОЛА«

1 р.10 к.

Вести. Харьк. ун-та, 1984, № 255, 1—112.





МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР



ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 255

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

РАДИОФИЗИКИ

Основан в 1971 г.

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ «ВИЩА ШКОЛА»
1984

22.313

УДК 621.372

Прикладные задачи радиофизики — Вестн. Харьк. ун-та, № 255. — Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1984. — 112 с.

В вестнике приведены результаты решения прикладных задач радиофизики, связанных с физикой плазмы и полупроводников, теории дифракции, распространения и излучения радиоволн, спектроскопии и биофизики.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1984 г.

Для специалистов в области радиофизики и электроники.

Редакционная коллегия: Н. А. Хижняк (отв. ред.), Л. Д. Степин (отв. секр.), Н. Н. Горобец, В. Я. Двадненко, В. М. Кузьмичев, В. А. Мисюра, Э. Д. Прохоров, В. М. Седых, О. А. Третьяков

Адрес редакционной коллегии: 310077, Харьков-77, пл. Дзержинского, 4, университет, радиофизический факультет, тел. 40-14-76

Печатается по решению Ученого совета радиофизического факультета (протокол № 3 от 18 марта 1983 г.)

Предыдущий выпуск вышел под названием «Физика и техника сантиметровых, миллиметровых и субмиллиметровых волн»

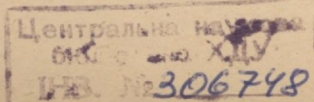
Редакция естественнонаучной литературы

В 2402020000—049
M226(04)—84

x

К-14098

© Харьковский
государственный
университет, 1984



ИСКАЖЕНИЯ АМПЛИТУДНОЙ И ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ МОЩНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ РАДИОВОЛН В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ С ПОТЕРЯМИ (ИОНОСФЕРЕ)

Мощные радиоволны, распространяющиеся в плазме (ионосфере), претерпевают амплитудные и фазовые искажения [1]. Ранее описаны искажения модуляции волн, распространяющихся в изотропной среде или гиротропной, но для одной из нормальных волн. Чтобы оценить амплитудные и фазовые искажения при распространении мощных эллиптически поляризованных модулированных волн в магнитоактивной плазме с потерями (ионосфере), используем результаты и обозначения работы [2]. Рассмотрим распространение радиоволны, компоненты которой модулированы по амплитуде с частотой $\Omega \ll \delta_0 \nu_0$:

$$E_{\pm}(z) = E_{\pm}(0) \left[1 + \mu_0 \cos \Omega \left(t + \frac{z}{V} \right) \right],$$

μ_0 — коэффициент амплитудной модуляции на границе плазмы; V — фазовая скорость волны модуляции. Эффективный коэффициент модуляции

$$\mu_{\pm}(z) = \frac{E_{\pm \max}(z) - E_{\pm \min}(z)}{E_{\pm \max}(z) + E_{\pm \min}(z)} = \frac{\mu_0 - \text{th } \Delta k_{\pm}}{1 - \mu_0 \text{th } \Delta k_{\pm}}; \quad (1)$$

$$\Delta k_{\pm} = \frac{k_{\pm \max} - k_{\pm \min}}{2};$$

$\Delta k_{\pm}$ — показатель поглощения нормальной волны из-за самовоздействия. Если пренебречь запаздыванием модулирующего колебания, то при $\Omega \ll \delta_0 \nu_0$ экстремальным значениям напряженности поля соответствуют экстремальные значения температуры θ . Изменения показателей самовоздействия амплитуды $\Delta k_{\pm}$ и фазы $\Delta \varphi_{\pm}$ равны:

$$\begin{aligned} \Delta k_{\pm}(z) &= \frac{\omega}{2c} \left[\int_{\theta_{\min}(0)}^{\theta_{\max}(z)} [\kappa_{\pm}(\theta) - \kappa_{\pm}(1)] \frac{dz}{d\theta} d\theta - \right. \\ &\quad \left. - \int_{\theta_{\min}(0)}^{\theta_{\min}(z)} [\kappa_{\pm}(\theta) - \kappa_{\pm}(1)] \frac{dz}{d\theta} d\theta \right]; \\ \Delta \varphi_{\pm}(z) &= \frac{\omega}{2c} \left[\int_{\theta_{\min}(0)}^{\theta_{\max}(z)} [\alpha_{\pm}(\theta) - \alpha_{\pm}(1)] \frac{dz}{d\theta} d\theta - \right. \\ &\quad \left. - \int_{\theta_{\min}(0)}^{\theta_{\min}(z)} [\alpha_{\pm}(\theta) - \alpha_{\pm}(1)] \frac{dz}{d\theta} d\theta \right]. \end{aligned}$$

В глубине плазмы при $\theta(z) \rightarrow 1$

$$\Delta k_{\pm}(z) = \frac{\omega}{2c} \int_{\theta_{\max}^{(0)}}^{\theta_{\min}^{(0)}} [\kappa_{\pm}(\theta) - \kappa_{\pm}(1)] \frac{dz}{d\theta} d\theta; \quad (2)$$

$$\Delta \varphi_{\pm}(z) = \frac{\omega}{2c} \int_{\theta_{\max}^{(0)}}^{\theta_{\min}^{(0)}} [\alpha_{\pm}(\theta) - \alpha_{\pm}(1)] \frac{dz}{d\theta} d\theta. \quad (3)$$

Для значений $\mu_0 \ll 1$ из уравнения баланса энергии

$$\Delta \theta = \frac{2\mu_0 \theta_0 (\theta_0 - 1)}{(g+1) \theta_0 - g};$$

$$\Delta k_{\pm} = \frac{2\omega}{c} \mu_0 [\kappa_{\pm}(\theta_0) - \kappa_{\pm}(1)] \frac{dz}{d\theta} \bigg|_{\theta_0} \frac{\theta_0 (\theta_0 - 1)}{(g+1) \theta_0 - g};$$

$$\Delta \varphi_{\pm} = \mu_0 \frac{\omega}{c} [\alpha_{\pm}(\theta_0) - \alpha_{\pm}(1)] \frac{dz}{d\theta} \bigg|_{\theta_0} \frac{\theta_0 (\theta_0 - 1)}{(g+1) \theta_0 - 1}; \quad (4)$$

$$\mu_{\pm} = \mu_0 \left[1 + \frac{\omega}{c} [\kappa_{\pm}(\theta_0) - \kappa_{\pm}(1)] \frac{dz}{d\theta} \bigg|_{\theta_0} \frac{(\theta_0 - 1) \theta_0}{(g+1) \theta_0 - 1} \right]. \quad (5)$$

Уравнения (1), (2), (5) описывают изменения коэффициентов модуляции нормальных волн (с частотой Ω), что приводит к изменению величины полуосей эллипса поляризации. Уравнения (3), (4) характеризуют вращение эллипса поляризации с частотой Ω . В таблице приведены результаты оценок величин $\mu_{\pm}$ и $\Delta \varphi$ по уравнениям (1), (3) для слоев E и F_2 при $\mu_0 = 0,5$, $\frac{\omega_n}{\omega} =$

θ	Слой F_2			Слой E		
	μ_+	μ_-	$\Delta \varphi \frac{\nu}{\omega_n}$	μ_+	μ_-	$\Delta \varphi \frac{\nu}{\omega_n}$
10	0,93	0,75	234,3	0,74	0,81	1,30
2	0,85	0,68	5,7	0,63	0,69	1,64
1,1	0,62	0,55	0,3	0,52	0,54	1,94

$= 0,1$, $\Delta \varphi = \varphi_+ - \varphi_-$.

Из таблицы видно, что искажение модуляции может быть значительным. Подбор поляризации приемных антенн не позволяет избавиться от искажений.

Список литературы: 1. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере.—М.: Наука, 1973.—272 с. 2. Голынкин А. А., Черногор Л. Ф. К нелинейной теории эффекта Фарадея в магнитоактивной плазме с соударениями (ионосфере).—В кн.: 12 Всесоюз. конф. по распространению радиоволн: Тез. докл. М., 1978, с. 136—138.

Поступила в редколлегию 12.04.83.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЭФФЕКТОВ АМПЛИТУДНОГО И ФАЗОВОГО САМОВОЗДЕЙСТВИЯ РАДИОИМПУЛЬСОВ ОТ ПАРАМЕТРОВ НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЫ

Задача о самовоздействии радиоимпульса в нижней ионосфере не имеет аналитического решения.

Численные расчеты эффекта самовоздействия радиоимпульсов провели впервые в 1975 г. [1], в которых исследовали зависимость значения амплитудного эффекта от мощности радиоимпульса. Позже были оценены значения амплитудного самовоздействия для стационарного процесса [2] и сделаны численные расчеты амплитудного эффекта, принимая во внимание нестационарность процесса нагрева электронов для частной модели среды [3]. Авторами работ [4, 5] численно исследован эффект с учетом нестационарного процесса нагрева электронов.

Цель данной работы — рассчитать амплитудный и фазовый эффекты самовоздействия для различных профилей электронной концентрации $N_0(z)$, частоты соударений $\nu_0(z)$, коэффициента энергетических потерь δ_0 и температуры электронов T_{e0} , моделирующих суточные вариации.

Исходные уравнения, описывающие самовоздействие мощного радиоимпульса, распространяющегося в ионосферной плазме, представляют собой самосогласованную систему с граничными и начальными условиями: $P(z, t)|_{z=z_H} = 1$, $\theta(z, t)|_{t=0} = 1$,

$$\frac{d\theta}{dt} + \delta(\theta) \nu(\theta) (\theta - 1) = \frac{E^2}{E_p^2} P^2 \frac{\omega^2 + \nu_c^2}{\Omega^2 + \nu^2(\theta)} \delta_0 \nu(\theta);$$

$$\frac{dP}{dz} + \frac{\omega}{c} [\kappa(\theta) - \kappa_0] P = 0;$$

$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{c} \int_{z_H}^{z_d} [n(\theta) - n_0] dz.$$

Здесь $P(z, t)$ — множитель амплитудного самовоздействия; $\Delta\varphi(z, t)$ — нелинейная добавка к фазе; $\kappa(\theta)$ и $n(\theta)$ — показатели поглощения и преломления; $\theta(z, t) = T_e/T_{e0}$; $E_p^2 = 3kT_{e0}\delta_0 m(\omega^2 + \nu_0^2)/e^2$ — плазменное поле [6]; m и e — масса и заряд электрона; k — постоянная Больцмана; $E(z)$ — поле сферической волны; $\delta = \delta_0(\theta^{-4/3} + 0,014\theta)$ [7]; $\nu = \nu_0\theta^{5/6}$, $\omega = 2\pi f$ — частота радиоволны; $\Omega = \omega \pm \omega_L$ (ω_L — «продольная составляющая» гирочастоты электронов); c — скорость света в вакууме; z_H — нижняя граница ионосферы; z_d — действующая высота отражения радиоимпульса (индекс «0» относится к невозмущенной среде). В эксперименте определяется $P(z_d, t) = P(t)$, $\Delta\varphi(z_d, t) = \Delta\varphi(t)$.

Зависимости $P(t)$ и $\Delta\varphi(t)$ можно рассчитать, используя приближение локально несамосогласованного поля. Для этого область высот, где имеет место эффект самовоздействия, разбивается на слои толщиной Δz . В первом слое $P^{(1)} \approx 1$, в i -м слое $P^{(i)}$ выражается через возмущение T_e в $(i-1)$ -м слое. Тогда исходные уравнения примут вид

$$(\theta_{\infty}^{-4/3} + 0,014\theta_{\infty}) (\theta_{\infty} - 1) = \gamma(z_i) \frac{\omega^2 + \nu_0^2}{\Omega^2 + \nu_0^{5/3}};$$

$$\gamma_0(z_i) = \frac{60P_n G}{z_i^2} \frac{1}{E_p^2(z_i)};$$

$$\gamma(z_i) = \gamma_0 \exp \left\{ -2 \frac{\omega}{c} \int_{z_n}^{z_i} x [\theta_{\infty}(z_{i-1})] dz \right\};$$

$$\theta(z_i, t) = \frac{\theta_{\infty} \gamma' + [\theta_{\infty} (\alpha - \gamma') - \alpha] e^{-\alpha t/t_{m0}}}{\gamma' + [(\theta_{\infty} - 1) \alpha - \gamma'] e^{-\alpha t/t_{m0}}};$$

$$\alpha = \delta(\theta_{\infty}) \vee (\theta_{\infty}) / \delta_0 \nu_0, \quad t_{m0} = (\delta_0 \nu_0)^{-1}, \quad \gamma' = \gamma \frac{\omega^2 + \nu_0^2}{\Omega^2 + \nu_0^2};$$

$$P(t, z_i) = \exp \left\{ -\frac{\omega}{c} \int_{z_n}^{z_i} [x(\theta) - x_0] dz \right\}.$$

Здесь P_n — импульсная мощность передатчика; G — коэффициент усиления антенны.

Для оценки погрешности расчетов вычисления проводились для экспоненциальных профилей N_0 и ν_0 . При решении самосогласованной задачи методом Рунге — Кутты 5-го порядка [8] погрешность Δ вычисления P и $\Delta\varphi$ порядка 10^{-7} — 10^{-9} при выборе шага дискретизации по высоте $\Delta z = 200$ м и по времени $\Delta t = 1$ — 10 мкс. Дальнейшее уменьшение Δz и Δt не приводит к существенному уменьшению погрешности. Увеличение Δt до 10 — 100 мкс приводит к ошибке $\Delta \sim 10^{-3}$ — 10^{-4} .

Относительная погрешность расчета значения самовоздействия в приближении локально несамосогласованного поля при $\Delta z = 0,1; 0,2; 1; 2$ км составляет соответственно $10^{-3}; 5 \cdot 10^{-2}; 10^{-2}; 10^{-1}$. Погрешность приближения локально несамосогласованного поля по сравнению с самосогласованным решением для дневной и ночной моделей среды при $P_n G = 100$ МВт на частотах $f = 1,35$ МГц составляет для $\Delta z = 200$ м $\Delta \sim 2,5$ и $\sim 2\%$ соответственно. С ростом частоты f до 3 МГц Δ уменьшается до 1% . При увеличении $P_n G$ до 500 МВт Δ увеличивается до $\sim 8\%$. Для $\Delta z = 1$ км — $\Delta \sim 5\%$ днем и $\sim 3\%$ ночью при $P_n G = 100$ МВт, $f = 1,35$ МГц. Как исследовали ранее, днем $P(t) \sim 0,5$ — $0,8$, $\Delta\varphi(t) \sim 1,0$ — $2,0$, ночью $P(t) \sim 0,9$ — 1 , $\Delta\varphi(t) \sim 0,3$ — $1,0$. Значения P и $\Delta\varphi$ чувствительны к наличию впадины в профиле

$N_0(z)$ и могут изменяться на 20 % и более по сравнению с профилем без впадины.

При изменении ν_0 на ± 20 % значения P и $\Delta\varphi$ изменяются соответственно на ± 8 , ∓ 5 % ночью и приблизительно на ± 10 , ∓ 7 % днем.

Что касается вариаций δ_0 в ионосфере, то изменение δ_0 от 10^{-3} до $5 \cdot 10^{-3}$ приводит к увеличению P на 20 % и уменьшению $\Delta\varphi$ на 40 % для дневной модели среды, ночью изменения P и $\Delta\varphi$ — +10, —15 % соответственно.

Увеличение T_{e0} от 200 до 300 К приводит к изменению P и $\Delta\varphi$ на +15, —35 % соответственно днем и +10, —25 % ночью.

При увеличении $P_{\text{н}}G$ от 50 до 400 МВт P уменьшается на 40 % днем и 20 % ночью. Изменение $\Delta\varphi$ при этом составляет 100 и 70 % соответственно.

С ростом частоты f с 1,35 до 2,7 МГц для обыкновенной компоненты днем P увеличивается на 10 %, а $\Delta\varphi$ уменьшается на 100 %, ночью P и $\Delta\varphi$ изменяются на +7, —60 % соответственно.

Что касается поляризации волны, то P меньше для необыкновенной волны (на ~ 10 % — днем и ~ 8 % ночью при $f = 1,85$ МГц, $P_{\text{н}}G = 200$ МВт).

Численные расчеты показали следующее. Наибольшую чувствительность эффект самовоздействия имеет к изменению профиля $N_0(z)$. Кроме того, он чувствителен к изменению профилей ν_0 , T_{e0} , δ_0 , а также параметров $P_{\text{н}}G$, f и поляризации.

Целесообразно для расчета значения амплитудного и фазового самовоздействия использовать приближение локально несамосогласованного поля. Это позволит примерно в 10 раз сократить затраты машинного времени при незначительной потере в точности вычислений (≤ 3 %). Время счета — 5—10 с на ЭВМ ЕС-1052, что позволит оперативно определять профили параметров нижней ионосферы по измерениям $P(t)$ и $\Delta\varphi(t)$.

Список литературы: 1. Гуревич А. В., Шлюгер И. С. Исследование нелинейных явлений при распространении мощного радиопульса в нижних слоях ионосферы. — Радиофизика, 1975, 18, № 9, с. 1237—1260. 2. Кротова З. Н., Крупеня Н. Д., Рыжов В. А. Об эффекте самовоздействия радиоволн в D-слое. — Радиофизика, 1977, 20, № 1, с. 72—78. 3. Tomko A. A., Ferraro A. T., Lee H. S. D-region absorption effects during high-power radio wave heating. — Radio Sci., 1980, 15, N 3, p. 675—682. 4. Рыжов В. А. К интерпретации измерений амплитуды и фазы интенсивных радиоволн в ионосфере. — Радиофизика, 1978, 21, № 5, с. 638—645. 5. Кротова З. Н., Рыжов В. А. Экспериментальное исследование эффективных потерь энергии электронов при неупругих столкновениях с молекулами в нижней ионосфере. — Радиофизика, 1982, 25, № 4, с. 367—377. 6. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. — М.: Наука, 1973. — 272 с. 7. Иванов Е. Д., Черногор Л. Ф. К температурной зависимости коэффициента передачи энергии электронами в нижней ионосфере. — Вестн. Харьк. ун-та, 1979, Радиофизика и электроника, вып. 8, с. 3—7. 8. Форсайт Дж., Малькольм Н., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. — М.: Мир, 1980. — 279 с.

Поступила в редколлегию 08.02.83.

МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА О РЕЗОНАНСНОМ РАССЕЯНИИ РАДИОВОЛН ИСКУССТВЕННЫМИ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

В последнее время появился интерес к явлению резонансного рассеяния радиоволн искусственными квазипериодическими неоднородностями, образующимися в поле мощной стоячей волны [1, 2]. Было проведено численное исследование резонансных свойств квазипериодической [3] и периодической [4] моделей неоднородностей конечной длины. Однако полученные результаты не наглядны и анализировать их трудно.

В данной статье представлены результаты аналитического решения модельной задачи, в которой была исследована зависимость коэффициента рассеяния от параметров ионосферы и используемых радиоволн. Среда считалась плавно неоднородной вдоль z , где z — высота над поверхностью Земли, параметры ионосферы предполагались постоянными в пределах рассеивающего объема. Область рассеяния — это цилиндр высотой $\frac{c\tau}{2}$, ось которого направлена вертикально вверх, а площадь основания порядка площади первой зоны Френеля $S = \frac{z \cdot c}{2f_2 n_2(z)}$. Здесь τ — длительность зондирующего импульса, n_2 — показатель преломления среды для пробной волны с частотой f_2 . Квазипериодическая неоднородность полагалась слабой. Это позволило пренебречь многократным рассеянием. Поглощение в пределах рассеивающего объема не учитывалось. Функция Грина для неоднородной среды задавалась в виде

$$G(0, z) = -\frac{1}{4\pi z} \exp \left\{ -i \frac{2\pi f_2}{c} \int_0^z n_2(z') dz' \right\},$$

а профиль квазипериодической неоднородности —

$$\tilde{\Delta \varepsilon_1}(z) = \Delta \varepsilon_1(z) \cos \left\{ \frac{4\pi f_1}{c} \int_0^z n_1(z') dz' \right\},$$

где $\Delta \varepsilon_1$ — амплитуда возмущения диэлектрической проницаемости греющей волной (индекс «1»), значение $\Delta \varepsilon_1$ считалось постоянным в пределах $\frac{c\tau}{2}$.

Используя известную методику работы [5], можно получить следующее выражение для коэффициента рассеяния, равного модулю отношения амплитуд рассеянного и падающего полей:

$$R(z) = \frac{\pi^2 f_p^2(z) |\gamma(z)| \tau}{4n_2(z) (f_2 \pm f_L)} \left| \frac{\sin \alpha(z)}{\alpha(z)} \right|. \quad (1)$$

Здесь η — относительное возмущение электронной концентрации N в поле мощной стоячей волны, f_p — плазменная частота, f_L — «продольная составляющая» гирочастоты электронов,

$$\alpha = \pi\tau [f_1 n_1(z) - f_2 n_2(z)].$$

Здесь и далее z — высота верхней границы рассеивающего объема. При резонансе ($\alpha = 0$)

$$R^* = \frac{\pi^2 f_p^2 |\eta^*| \tau}{4 n_2^* (f_2 \pm f_L)}. \quad (2)$$

Звездочка (*) указывает на принадлежность параметров к высоте резонанса z^* . Выражение (2) с точностью до коэффициента ~ 1 согласуется с аналогичной формулой из работы [6], где использовался метод медленно изменяющихся амплитуд.

Приравняв коэффициент рассеяния (1) к нулю ($\alpha = \pm\pi$), можно получить выражение для протяженности рассеянного сигнала на экране индикатора:

$$\Delta z_s = \frac{2l}{\tau} \frac{n_-^* f_-}{(f_- + f_+) \Delta f} + \frac{c\tau}{4}, \quad (3)$$

градиента N :

$$\left| \left(\frac{dN}{dz} \right)^* \right| = \frac{4 n_-^* f_- N^*}{(2\Delta z_s - c\tau/2) (f_-^2 - f_+^2)}$$

и значения N на высотах, где $R(z_0) = 0$ при $f_p^2 \ll f_{\pm} (f_{\pm} \pm f_L)$:

$$N(z_0) = \frac{2\pi m}{e^2} \left(\Delta f \pm \frac{1}{\tau} \right) \frac{(f_- - f_L)(f_+ + f_L)}{2f_L - \Delta f}.$$

Индексы «+» и «-» обозначают поляризацию используемых радиоволн,

$$\Delta f = f_- - f_+, \quad z_0 = z^* \pm (\Delta z_s - c\tau/2), \quad l = \left(\frac{1}{N} \left| \frac{dN}{dz} \right| \right)^{-1}.$$

Используя выражение (3), можно оценить оптимальную длительность зондирующего импульса, обеспечивающую минимальное значение Δz_s :

$$\tau_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{8 l n_-^* f_-}{c \Delta f (f_- + f_+)}}.$$

Представленные формулы справедливы при $c\tau/2 \ll l$. Оценки R^* и $\tau_{\text{опт}}$ приведены ниже. Расчеты проводились для $f_1 \equiv f_0 = 6$ МГц, $f_L \approx 1,3$ МГц, эффективная мощность греющего передатчика ~ 20 МВт, значение f_2 вычислялось из условия резонанса $\alpha = 0$ для заданной модели $N(z)$. При расчете η учитывалось самовоздействие радиоволн.

z^* км	f_p^* МГц	$ \eta^* $	l км	$\tau_{\text{опт}}$ мкс	R^*
100	2,5	10^{-3}	10	25	$2,6 \cdot 10^{-2}$
150	4,1	$2,4 \cdot 10^{-6}$	20	20	$5 \cdot 10^{-4}$
200	5,3	$2,5 \cdot 10^{-6}$	50	20	10^{-3}

Полученные результаты свидетельствуют о целесообразности решения задачи для более реальной модели ионосферы.

Список литературы: 1. О рассеянии радиоволн от искусственно возмущенной F-области ионосферы/В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, Г. Г. Гетманцев и др.—Журн. эксперим.-теорет. физики, 1975, 22, вып. 10, с. 497—499. 2. О возможности измерения электронной концентрации в ионосфере по рассеянию радиоволн на искусственных неоднородностях плазмы/В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, Г. Г. Гетманцев и др.—Радиофизика, 1978, 21, № 8, с. 1220—1221. 3. Фрейман М. Е., Руда Л. Г. К теории температурной решетки в нижней ионосфере.—Геомагнетизм и аэрономия, 1982, 22, № 4, с. 548—553. 4. Seliga I. A. Phenomena associated with very high power high frequency F-region modification below the critical frequency.—J. Atoms. Terr. Phys., 1973, 34, p. 1827—1841. 5. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику, ч. 2.—М.: Наука, 1978.—463 с. 6. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн.—М.: Наука, 1979.—383 с.

Поступила в редколлегию 31.01.83.

УДК 550.338

В. К. ГАЛАЙДЫЧ

К ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ, ПОЛУЧАЕМОЙ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ

Метод резонансного рассеяния основан на явлении обратного рассеяния пробных радиоволн квазипериодическими неоднородностями, возникающими в поле мощной стоячей радиоволны [1]. Рассеянный сигнал приходит с высоты z , где выполняется условие резонанса $\lambda_1(N(z)) = \lambda_2(N(z))$. Здесь $\lambda_{1,2}(N(z))$ — длины возмущающей и пробной радиоволн круговой поляризации с различным направлением вращения, N — электронная концентрация [2]. Безразлично, какая из этих волн «обыкновенная», какая — «необыкновенная». При определении N уравнение

$$f_1 n_1(f_1, N(z)) = f_2 n_2(f_2, N(z)), \quad (1)$$

где $f_{1,2}$ и $n_{1,2}$ — частоты и показатели преломления возмущающей и пробной волн, решают относительно N .

Без учета соударений «элементарная» теория дает для показателей преломления магнитоионных компонент

$$n_{o,x}^2 = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y_T^2 \pm \sqrt{Y_T^4 + 4(1-X)^2 Y_L^2}}, \quad (2)$$

где $X = \left(\frac{f_p}{f}\right)^2$; $Y_L = Y \cos \theta$; $Y_T = Y \sin \theta$; $Y = \frac{f_H}{f}$; f_H — гиро-частота электронов; θ — угол между направлением волновой нормали волны и магнитным полем Земли; f_p — плазменная частота. При подстановке выражения (2) в (1) полученное уравнение решается только численно. Используя известные приближения для $n_{o,x}^2$ [3], можно получить аналитические решения для (1). Считая значения f_{p2}^2 , найденные с помощью (2), точными, установим погрешность определения f_p^2 различных приближений.

Рассмотрим область частот $Y \geq 1$, имея в виду эксперименты с участием установок НИИРадио [4] и ХГУ [5]. Для «обыкновенной» волны целесообразно взять $n_o^2 = 1 - \frac{X}{1+Y_L}$. Если для «необыкновенной» волны применить

$$n_x^2 = 1 - \frac{X}{1-Y_L}, \quad (3)$$

получим известное решение [2]:

$$f_{p3}^2 = \frac{(f_x - f_o)(f_x - f_L)(f_o + f_L)}{f_L}, \quad (3a)$$

где $f_L = f_H \cos \theta$; $f_{o,x}$ — частоты «обыкновенной» и «необыкновенной» волн.

В работе [3] указывается, что для «необыкновенной» компоненты лучшим приближением является

$$n_x^2 = 1 - \frac{X}{1-Y}. \quad (4)$$

Тогда

$$f_{p4}^2 = \frac{(f_x^2 - f_o^2)(f_x - f_H)(f_o + f_L)}{f_x f_L + f_o f_H}. \quad (4a)$$

Если

$$n_x^2 = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X)(1-Y_L) - Y_T^2}, \quad (5)$$

то

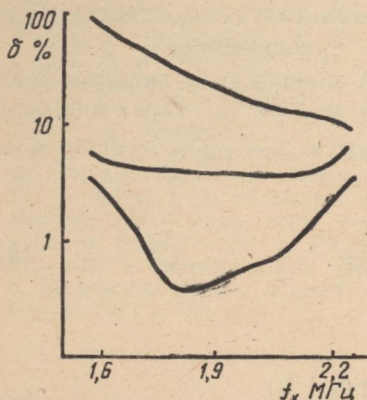
$$f_{p5}^2 = A - \sqrt{A^2 - B}, \quad (5a)$$

где

$$A = \frac{1}{2} \left[f_x^2 + f_{p3}^2 + \frac{f_o f_x f_T^2}{2f_L(f_x + f_o)} \right];$$

$$B = f_x^2 f_{p3}^2 \left[1 - \frac{f_T^2}{2f_x(f_x - f_L)} \right]; \quad f_T = f_H \cos \theta.$$

На рисунке представлены зависимости относительной ошибки вычисления электронной концентрации (верхняя, средняя и нижняя кривые соответствуют расчетам по формулам (3а), (4а) и (5а)):



$$\delta = \left(\frac{N_i - N_2}{N_2} \right) \cdot 100 \% =$$

$$= \left(\frac{f_{pi}^2 - f_{p2}^2}{f_{p2}^2} \right) \cdot 100 \% \quad (i = 3, 4, 5)$$

от f_x при $f_0 = 1,35$ МГц.

Формула (4а) предпочтительнее (3а), а (5а) имеет незначительную ошибку.

Полученные формулы можно использовать при обработке экспериментальных данных в методе резонансного рассеяния без привлечения численных методов.

Список литературы; 1. О рассеянии радиоволн от искусственно возмущенной области ионосферы/В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, Г. Г. Гетманцев и др.—Письма в журн. эксперим. теор. физики, 1975, 22, вып. 10, с. 497—499. 2. О возможности измерения электронной концентрации в ионосфере по рассеянию радиоволн на искусственных неоднородностях плазмы/В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, Г. Г. Гетманцев и др.—Радиофизика, 1978, 21, № 8, с. 1220—1221. 3. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере.—М.: Мир.—502 с. 4. Гуревич А. В., Шлюгер И. С. Исследование нелинейных явлений при распространении мощного радиоимпульса в нижних слоях ионосферы.—Радиофизика, 1975, 18, № 9, с. 1237—1260. 5. Техника, методика и результаты комплексных исследований нижней ионосферы/В. А. Мисюра, И. С. Шлюгер, Ю. К. Часовитин и др.—Косм. исследования на Украине, 1974, № 5, с. 63—67.

Поступила в редколлегию 03.02.83.

УДК 550.388.2

О. Н. БОРТНИКОВА, Л. Б. ВОЛКОВА, Ю. П. ФЕДОРЕНКО,
канд. физ.-мат. наук

ПОГРЕШНОСТИ МОДЕЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ИОНОСФЕРЫ

Для работы радиотехнических систем часто необходима модель распределения электронной концентрации ионосферы (N).

Одной из наиболее адекватных реальным условиям моделей является «IRI—1978» [1]. Однако при практическом использовании этой модели появляются некоторые трудности из-за ее

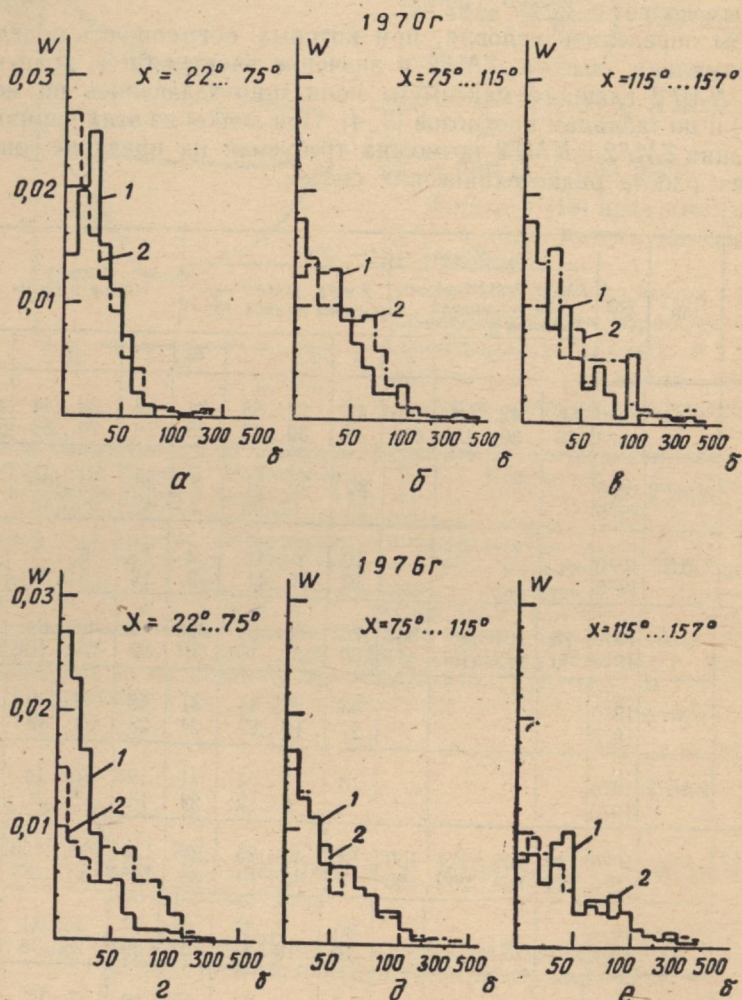
громоздкости. Предпочтительнее было бы пользоваться моделью работы [2], которая представляет собой упрощенную глобальную эмпирическую модель N . Для исследования погрешностей моделей определялись экспериментальные профили $N(z)$ методом вертикального зондирования ионосферы (ВЗ) при характерных гелиогеофизических условиях. Использовались девять станций ВЗ СССР, расположенные в интервале северных широт — $41^{\circ}43'$ — $68^{\circ}57'$ и восточных долгот — $20^{\circ}37'$ — $82^{\circ}54'$.

Чтобы определить условия, при которых погрешность модели [1] минимальна, высота $ZMF2$ и значение электронной концентрации $NMF2$ главного максимума ионизации задавались по модели [2] и по таблицам прогнозов [3, 4]. При любом из этих вариантов задания $ZMF2$ и $NMF2$ возможна требуемая на практике оперативная работа радиотехнических систем.

Δ	П _{пр}	Год	Модель «IRI—1978»						Модель «Ching и Chiu»		
			ZMF2, NMF2 рассчитаны по модели «Ching и Chiu»			ZMF2, NMF2 рассчитаны по табл. [3, 4]					
			δ	P	n	δ	P	n	δ	P	n
22—75°	N(z)	1970	50	42...58	449	42	27...58	34	38	32...44	449
		1976	36	30...42	438	36	30...42	25	78	70...86	510
	NMF2	1970				20	30...51	2	28	24...34	30
		1976				25	0...50	2	42	36...48	39
	ZMF2	1970				10	0...41	2	11	9...13	29
		1976				10	21...41	2	12	5...19	39
75—115°	N(z)	1970	76	64...88	561	70	56...84	360	76	68...84	826
		1976	90	75...105	441	80	61...101	184	92	79...106	390
	NMF2	1970				33	22...44	31	45	41...49	64
		1976				21	15...27	24	28	23...33	45
	ZMF2	1970				13	7...24	31	12	10...14	64
		1976				9	6...12	24	13	5...21	45
115—157°	N(z)	1970	140	106...174	160	72	49...95	105	123	103...153	165
		1976	164	129...202	120	53	36...70	80	160	133...187	136
	NMF2	1970				30	6...54	15	58	35...81	20
		1976				30	19...41	15	32	26...38	28
	ZMF2	1970				8	6...10	15	10	7...13	20
		1976				14	4...24	15	9	7...11	28

Результаты оценок погрешности приведены в таблице, где δ — погрешность прогнозирования $N(z)$ в %, усредненная по высоте с шагом $\Delta z = 10$ км и реализациям; n — число усредняемых

величин; P — доверительный интервал значений погрешностей, определенный с доверительной вероятностью 0,9545; χ — зенитный угол Солнца; 1970, 1976 — соответственно год максимума и минимума солнечной активности. Приведены погрешности прогнозирования $ZMF2$ и $NMF2$ ($\Pi_{\text{пр}}$) по модели [2] и по таблицам прогнозов [3, 4].



Анализ гистограмм и таблицы показывает, что интервал наиболее вероятных значений погрешности прогнозирования при помощи модели [1] днем ($\chi = 22-75^\circ$) и в переходные часы ($\chi = 75-115^\circ$) не зависит от состояния солнечной активности и способов задания $ZMF2$ и $NMF2$. Погрешности

составляют соответственно 0—50 и 0—90 %. Ночью ($\chi = 115-157^\circ$) этот интервал при использовании прогнозов [3, 4] в два раза меньше, чем в случае применения модели [2], и изменяется от 0—70 до 0—160 %.

Наиболее вероятные погрешности ZMF2 по модели [2] и по таблицам [3, 4] не зависят от χ , солнечной активности и составляют $\sim 0-20$ %. Днем и в переходные часы погрешность NMF2 составляет 0—50 %, ночью — по модели [2] — $\sim 0-70$ %, по таблицам [3, 4] — $\sim 0-50$ %.

На рисунке изображены гистограммы для сравнения погрешностей моделей [1, 2] при различных углах χ для годов максимума (1970, среднегодовое относительное число солнечных пятен ~ 160) и минимума (1976, среднегодовое относительное число солнечных пятен ~ 30), W — вероятность погрешности модели.

Сравнение погрешностей моделей показывает, что погрешности этих моделей практически одинаковы при различных углах χ и уровнях солнечной активности. Однако при минимуме солнечной активности (1976 г.) и $\chi = 22-75^\circ$ погрешность модели в работе [2] почти в два раза больше погрешности модели [1] и достигает ~ 90 %.

Результаты исследования погрешности модели [1], приведенные в данной статье, хорошо согласуются с аналогичными, но менее полными исследованиями [5, 6].

Список литературы: 1. *International Reference Ionosphere URSI — COSPAR*, 1978, p. 75. 2. *Chiu Y. T.* An improved phenomenological model of ionospheric density. — *J. Atm. Terr. Phys.*, 1975, 37, p. 1563—1570. 3. *Ануфриева Т. А., Шапиро Б. С.* Геометрические параметры слоя F2 ионосферы. — М.: Наука, 1976. — 96 с. 4. *Чернышев О. В., Васильева Т. Н.* Прогноз максимально применимых частот. — М.: Наука, 1975. — 85 с. 5. *Chasovitin Y., Danilov A. D., Demykin S. M.* Comparison of IRI with $n(f_e)$ -profiles obtained below 200 km. by different methods. Invited Paper 7.1.2 to be presented at the 26 COSPAR Plenary Meeting, Budapest, 1980, Moscow, 1980. — 35 p. 6. *Гуляева Т. Л., Израитель А. Г., Лецинская Т. Ю.* Аналитическая модель электронной концентрации «IRI—78» и ее сравнение с равноденственными моделями. — В кн.: *Взаимодействие радиоволн КВ и УКВ диапазонов с ионосферой*. М.: ИЗМИР АН СССР, 1980, с. 129—135.

Поступила в редколлегию 18.01.83.

УДК 550.388

А. И. ГРИТЧИН, А. А. ГУБАРЕВ, П. В. ПОНОМАРЕНКО

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ДИАПАЗОННОЙ КВ-АНТЕННЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ В ИОНОСФЕРЕ

Изучение нелинейных эффектов, вызываемых прохождением коротких радиоволн через ионосферу, является актуальной задачей. Для осуществления экспериментов необходима приемо-передающая радиоаппаратура, в состав которой входит диапазонная антенная система с высоким коэффициентом усиления.

При использовании линейной и круговой поляризаций возможно применение синфазных решеток из скрещенных диапазонных антенн типа «вертикальный ромб» (ВР), имеющих коэффициент перекрытия по частоте ~ 2 [1, 2].

Цель данной работы — расчет основных характеристик антенной системы в диапазоне частот 1,5—10 МГц.

Постановка задачи. Рассчитаем характеристики антенных систем I, II, III. Предполагается их использование при работе соответственно на нижних, средних и верхних частотах рабочего диапазона.

Каждая система состоит из четырех скрещенных ВР, расположенных по углам квадрата со стороной d . Кроме того, в системах I, II параллельно каждой из сторон на расстоянии 75 м установлено по 2 одиночных ромба. Все системы симметричны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.

Геометрия ВР для систем: I — $l = 75,6$ м, $\Phi = 7^\circ$, $h = 10,75$ м, $d = 150$ м; II — $l = 26,3$ м, $\Phi = 20^\circ$, $h = 10,75$ м, $d = 150$ м; III — $l = 17,5$ м, $\Phi = 31^\circ$, $h = 11$ м, где l — длина стороны ромба; Φ — половина угла между боковыми сторонами ВР; h — высота подвеса середины антенны.

Исходные соотношения. Расчетная формула для диаграммы направленности (ДН) получена из выражения для ДН ромба в свободном пространстве [2].

Рассмотрим антенную систему как совокупность двух антенных решеток, ВР одной из которых расположены в плоскости, перпендикулярной по отношению к ромбам другой решетки. Считая землю идеально проводящей, найдем ДН для напряженности ($\vec{E}$) в плоскости одной из этих решеток. Обозначив θ текущий угол, отсчитываемый от вертикали, λ — длину волны, $N_{1,2}$ и $d_{1,2}$ — число рядов ВР и расстояние между ними для обеих решеток, получим искомую ДН системы [2]

$$F(\theta) = \sqrt{|F_1(\theta)|^2 + |F_2(\theta)|^2}.$$

Здесь $F_{1,2}(\theta) = A_{1,2}(\theta) B_{1,2}(\theta) C_{1,2}(\theta)$ — ДН каждой из решеток в заданной плоскости, где

$$A_1(\theta) = 4 \left(\frac{\cos \Delta}{1 - \sin \Delta} + \frac{\cos \gamma}{1 - \sin \gamma} \right) S(\Delta) S(\gamma);$$

$$A_2(\theta) = 8 \frac{\cos \Phi}{1 - \sin \Phi \cos \theta} \sin^2 [\alpha (1 - \sin \Phi \cos \theta)] —$$

ДН одного ВР в обеих плоскостях;

$$\alpha = (\pi l)/\lambda, \Delta = \Phi + \theta, \varphi = \Phi - \theta, S(x) = \sin [\alpha (1 - \sin x)];$$

$$B_{1,2}(\theta) = 2 \left| \sin \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \cos \theta \right) \right|;$$

$$C_{1,2}(\theta) = [\sin (N_{1,2} \beta_{1,2} \sin \theta)] / \sin (\beta_{1,2} \sin \theta), \quad \beta_{1,2} = \frac{\pi d_{1,2}}{\lambda}.$$

Исследование ДН на экстремумы [2] дало следующую зависимость оптимального значения Φ от соотношения между λ и вертикальной диагональю ромба L (рис. 1). Оптимальное значение h должно быть кратно $\lambda/4$ и выбирается в соответствии со значением L . Формула для коэффициента направленного действия (КНД) имеет вид

$$D \approx \frac{2}{1 - \cos \Phi_0},$$

где Φ_0 — полуширина ДН по половинной мощности.

Коэффициент рассеивания (К) рассчитывался как отношение мощности, излучаемой антенной в боковые лепестки, к полной мощности излучения.

Результаты расчета. Полученные расчетные КНД и К изображены на рис. 2, 3. Из них определены диапазоны частот, в которых наиболее целесообразно использование систем: I — (1,5—4 МГц), II — (4—7 МГц), III — (7—10 МГц).

Дополнительные расчеты показали, что для улучшения характеристик системы увеличения числа одиночных излучателей недостаточно. Например, симметричное дополнение системы III еще пятью скрещенными ВР дает увеличение КНД ~ 40%. Исходя из рис. 1 необходимо увеличивать отношение L/λ . Однако при $\lambda \geq 10-20$ м это сопряжено со значительными техническими трудностями, так как h достигает ~60—100 м.

Системы I, III работают в радиофизической обсерватории ХГУ. Система II будет введена в строй в ближайшее время.

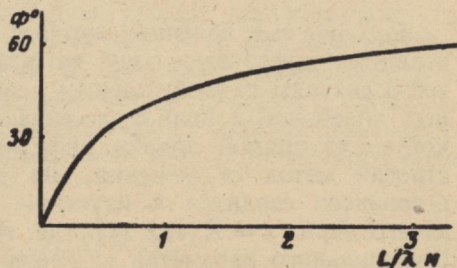


Рис. 1

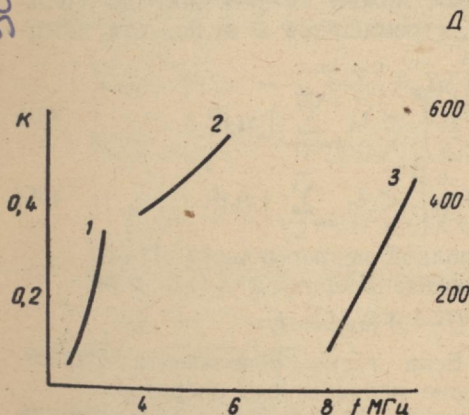


Рис. 2

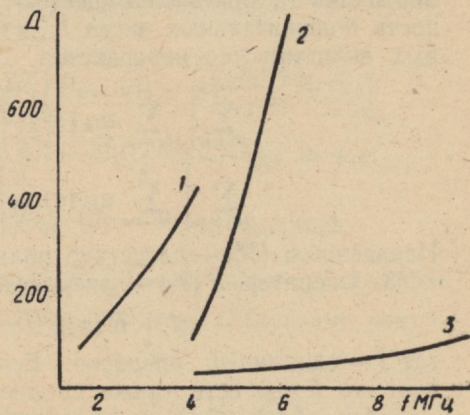


Рис. 3

Список литературы: 1. Кочержевский Г. Н. Антенно-фидерные устройства.— М.: Связь, 1972.—472 с. 2. Айзенберг Г. З. Коротковолновые антенны.— М.: Связьиздат, 1962.—814 с.

Поступила в редколлегию 24.01.83.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРА, АНАЛИТИЧЕСКИ ЗАВИСЯЩЕГО ОТ СПЕКТРАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА

Резонансные явления, которые часто встречаются при исследованиях дифракции волн на различного рода объектах, чаще всего связаны с возбуждением собственных или квазисобственных колебаний и волн в рассеивающих телах. Рассмотрим случай, когда для прямой задачи дифракции разработан математически строгий метод ее решения, на основе которого исследование резонансов сводится к изучению алгебраических систем следующего вида: $x = A(\alpha)x$ (1), где $A(\alpha)$ — аналитическая функция спектрального параметра α . Решение таких задач на собственные значения представляет самостоятельный интерес. Существенными являются приводимые ниже определения и утверждения.¹

1. Оператор $A(\alpha)$ называется вполне непрерывным в области $D(\alpha \in D)$, если он вполне непрерывен в каждой точке D .

Введем матричное представление оператора $A(\alpha)$, пользуясь ортогональной системой координат, и запишем (1) в виде

$$x_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{ik}(\alpha) x_k; \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

2. Если вполне непрерывный оператор $A(\alpha)$ есть аналитическая функция α в области D , то для каждого замкнутого множества F , принадлежащего D , можно указать последовательность положительных чисел δ_n , стремящихся к нулю, для которых выполняются неравенства

$$\sum_{|i| > n} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{ik}(\alpha) x_k \right|^2 < \delta_n \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x_k|^2; \quad (3a)$$

$$\sum_{|k| > n} \left| \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{ik}(\alpha) x_k \right|^2 < \delta_n \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x_k|^2. \quad (3б)$$

Неравенство (3б) — следствие полной непрерывности $A^*(\alpha)$.

3. Оператор $R(\alpha_0)$ — резольвента оператора $A(\alpha_0)$, если

$$(I + R(\alpha_0))(I - A(\alpha_0)) = I,$$

где I — единичный оператор. Если только резольвента существует, то $R(\alpha_0)$ есть также вполне непрерывный оператор.

Если $A(\alpha)$ — вполне непрерывный оператор, аналитически зависящий от $\alpha \in D$, и существует резольвента $A(\alpha)$ при $\alpha = \alpha_0$, то резольвента существует во всей области D , за исключением изолированных точек, и является мероморфной функцией α .

¹ Доказательства последних либо имеются в работе [1], либо получены с помощью приведенных результатов.

4. Если существует нетривиальное решение уравнения $x = A(\alpha)x$, то по определению x — собственный элемент, а α_0 — собственное значение оператора $A(\alpha)$.

Рассмотрим в качестве примера решение задачи на собственные значения для оператора, который получается в теории дифракции волн на ленточных периодических структурах [2]. Для двумернопериодической безграничной среды, образованной из идентичных ленточных решеток¹ с периодом l , шириной щелей d и расстоянием между решетками a , методом задачи Римана — Гильберта [2] получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно приведенных амплитуд пространственных гармоник x_n для собственного электромагнитного поля с частотой ω :

$$x_n = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \varepsilon_s(\alpha) W_{ns} x_s, \quad (4)$$

где ω — параметр задачи; $k = \omega/c$. Подлежащие отысканию собственные значения спектрального параметра α входят в коэффициенты $\varepsilon_s(\alpha)$ матрицы $A(\alpha)$:

$$\varepsilon_s(\alpha) = \frac{|s|}{s} + \frac{V^{\alpha^2 - \kappa_s^2}}{\kappa_s} \operatorname{tg}(ka \sqrt{\alpha^2 - \kappa_s^2}); \quad \kappa_s = \frac{\kappa\beta + s}{\kappa}, \quad (5)$$

где $\kappa = kl/2\pi$; β — параметр задачи. Существенно, что в задаче на собственные значения коэффициенты $\varepsilon_s(\alpha)$ являются вещественной функцией α и быстро убывают с увеличением $|s|$, т. е. $\varepsilon_s \sim O(s^{-2})$, $|s| \rightarrow \infty$.

Коэффициенты W_{ns} зависят только от параметров задачи $u = \cos(\pi d/l)$, κ , β и имеют вид

$$W_{ns} = V_n^s(u) - \frac{1}{2} \frac{\kappa\beta - 1}{\kappa\beta + s} P_n(u) \left[P_{s+1}(u) - \frac{P_{\kappa\beta-2}(u)}{P_{\kappa\beta-1}(u)} P_s(u) \right];$$

$$V_n^s(u) = \frac{1}{2} \frac{n+1}{n-s} [P_n(u) P_{s+1}(u) - P_{n+1}(u) P_s(u)]; \quad n \neq s;$$

$$V_n^n(u) = \frac{1}{2} (n+1) [\dot{P}_n(u) P_{n+1}(u) - P_n(u) \dot{P}_{n+1}(u)],$$

где $P_n(u)$ — полиномы Лежандра; $P_\nu(u)$ — функции Лежандра; $\dot{P}_n(u) = \frac{d}{du} P_n(u)|_{\nu=n}$. Для последних получены следующие рекуррентные соотношения:

$$\dot{P}_{-n}(u) = -\dot{P}_{n-1}(u); \quad \dot{P}_0(u) = \ln[(1+u)/2];$$

$$(n+1) \dot{P}_{n+1} - (2n+1) u \dot{P}_n + n \dot{P}_{n-1} = \frac{P_{n+1}(u) - P_{n-1}(u)}{2n+1}.$$

¹ В работе [3] такая среда изучалась как искусственный диэлектрик.

В системе уравнений (4) сделаем замену

$$y_n = x_n \sigma_n(\alpha); \quad \sigma_n(\alpha) = \begin{cases} |\varepsilon_n(\alpha)|^{1/2}, & \varepsilon_n(\alpha) > 0; \\ -|\varepsilon_n(\alpha)|^{1/2}, & \varepsilon_n(\alpha) < 0. \end{cases}$$

Тогда уравнение $y = A(\alpha)y$ запишется так:

$$y_n = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sigma_n(\alpha) \sigma_s(\alpha) W_{ns} y_s; \quad n = 0, \pm 1, \dots \quad (6)$$

Рассмотрим пространство

$$l_2(-\infty, \infty); \left\{ y_n : \sum_{n=-\infty}^{\infty} |y_n|^2 < \infty \right\}.$$

Легко показать, что оператор $A(\alpha)$ в l_2 — вполне непрерывен, следовательно,

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} |\sigma_n(\alpha) \sigma_s(\alpha) W_{ns}|^2 < \infty \quad (7)$$

Очевидно, что $A(\alpha)$ является аналитической функцией α и поэтому для $\alpha \in F$ справедливы неравенства (3). Выполнение их существенно для последующего получения дисперсионного уравнения, из которого находятся собственные значения спектрального параметра $\alpha = \alpha_0$.

Пусть F — замкнутая подобласть D , а $\delta_1, \delta_2, \dots$ есть числа, соответствующие области F в неравенствах (3), причем $\delta_{N+1} < 1$. В этом случае бесконечную систему уравнений (6) можно свести к алгебраической системе уравнений конечного порядка $2N+1$:

$$\left\{ y_n - \sum_{|s| < N} \sigma_n \sigma_s W_{ns} y_s = \sum_{|s| > N} \sigma_n \sigma_s W_{ns} y_s; \quad n = 0, \pm 1, \dots, \pm N \right. \quad (8)$$

$$\left. y_n - \sum_{|s| > N} \sigma_n \sigma_s W_{ns} y_s = \sum_{|s| < N} \sigma_n \sigma_s W_{ns} y_s; \quad n = \pm(N+1), \dots \right\} \quad (9)$$

Введем оператор P , проектирующий $l_2(-\infty, \infty)$ на пространство элементов из

$$l_2'(-\infty, \infty); \{ y_n : y_n = 0, n = 0, \pm 1, \dots, \pm N \}.$$

По предположению $\|P\| < \delta_{N+1} < 1$, поэтому оператор $I - PA(\alpha)$ в области F имеет резольвенту

$$I + R_1(\alpha) = I + PA(\alpha) + (PA(\alpha))^2 + \dots,$$

которая является аналитической функцией α и норма ее не превосходит $1/(1 - \delta_{N+1})$.

Уравнение (9) эквивалентно следующему:

$$y_n = \sum_{|s| < N} \sigma_n \sigma_s \Phi_{ns}(\alpha) y_s; \quad n = \pm(N+1), \pm(N+2), \dots \quad (10)$$

$$\Phi_{ns}(\alpha) = W_{ns} + \sum_{|m| > N} \varepsilon_m W_{nm} W_{ms} +$$

$$+ \sum_{|m| > N} \sum_{|q| > N} \varepsilon_m \varepsilon_q W_{nm} W_{mq} W_{qm} W_{ms} + \dots$$

Подставим (10) в (8) и поменяв порядок суммирования, получим

$$y_n - \sum_{|s| < N} \sigma_n \sigma_s \left[W_{ns} + \sum_{|m| > N} \varepsilon_m W_{nm} \Phi_{ms}(\alpha) \right] y_s = 0; \quad (11)$$

$$n = 0 \pm 1, \dots, \pm N.$$

Здесь все функции от α являются аналитическими, поэтому все собственные значения оператора $A(\alpha)$ в области F будут совпадать с нулями определителя $|\Delta(\alpha)|$ этой системы алгебраических уравнений конечного порядка $2N+1$. Из характеристического уравнения $|\Delta(\alpha_0)| = 0$ (12) можно найти собственные значения $\alpha = \alpha_0$ оператора $A(\alpha)$, а затем и его собственные элементы из системы уравнений (8), (9):

Получим решение этой задачи в аналитической форме для предельного случая $(d/l) \ll 1$; $(u \simeq 1)$; $(\chi\beta)^2 \ll 1$; $(a/l) > 1$; пусть $\alpha^2 > \beta^2$. При этих предположениях собственные значения представляют собой согласно (12) решения трансцендентного уравнения

$$1 - \varepsilon_0(\alpha_0) \left[W_{00} + \sum_{(m \neq 0)} \varepsilon_m(\alpha_0) W_{0m} \Phi_{m0}(\alpha_0) \right] = 0. \quad (13)$$

Соответствующие им собственные элементы с точностью до множителя $\chi_0 \sigma_0$ равны

$$x_n = \Phi_{n0}(\alpha_0); \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (14)$$

Вычислив ряд в (13) с точностью до величины порядка $(\chi\beta)^2$, получим для определения $\alpha_0 \equiv \alpha_0(p)$; $p = 0, 1, 2, \dots$ простое уравнение $\operatorname{ctg} z = Az$ (15), где

$$z = ka \sqrt{\alpha_0^2(p) - \beta^2}; \quad A = - \frac{\ln[(1+u)/2] + \frac{3}{4}(1-u)^2}{1 - \chi\beta \left\{ \ln[(1+u)/2] + \frac{3}{4}(1-u)^2 \right\}} \sqrt{\frac{l}{2\pi a}}$$

Для отыскания корней уравнения (15) пригоден метод Ньютона — Канторовича [4], поскольку начальное приближение легко выбрать при введенных ограничениях на параметры задачи. Выпишем простые формулы для нескольких наименьших значений $\alpha_0(p)$, которые получаются при условии, что номер корня $p = 0, 1, \dots$ удовлетворяет неравенству

$$\frac{1}{3} \left| \frac{\pi(2p+1)A}{2(1+A)} \right|^3 \ll 1.$$

Собственные значения оператора $A(\alpha)$ и соответствующие им собственные элементы (с точностью до нормировочного коэффициента) равны

$$\alpha_0(p) = \pm \sqrt{\left[\frac{\pi(2p+1)}{2ka(1+A)} \right]^2 + \beta^2}; \quad p = 0, 1, 2, \dots$$

$$x_n = P_{-n}(u) - P_n(u) \frac{1 + \kappa \beta \dot{P}_0(u)}{1 - \kappa \beta \dot{P}_0(u)}; \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Список литературы: 1. Келдыш М. В. О полноте собственных функций некоторых классов несамосопряженных линейных операторов.— Усп. мат. наук, 1971, 26, № 4, с. 15—41. 2. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана — Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн.— Х.: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1971.— 400 с. 3. Казанский В. Б., Литвиненко Л. Н., Шестопалов В. П. Эквивалентные диэлектрические свойства бесконечной двумернопериодической ленточной структуры.— Радиофизика, 1971, 14, вып. 10, с. 1554—1569. 4. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ.— М.: Наука, 1977.— 744 с.

Поступила в редколлегию 28.02.83.

УДК 621.372.54

В. А. ГРИДИНА

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЭКРАНА С МНОГОМОДОВЫМ ВОЛНОВЕДУЩИМ КАНАЛОМ

В работе операторным методом исследуются электродинамические характеристики экрана конечной толщины с щелью сложного профиля при падении на него плоской H -поляризованной электромагнитной волны. Особенностью данной задачи является сочетание операторов дискретного и непрерывного спектра.

Структуру можно изобразить следующими простыми неоднородностями: полубесконечным волноводом с бесконечным фланцем и сочленением волноводов разного поперечного сечения. Рассеянное поле, возникающее при взаимодействии электромагнитной волны с одиночным препятствием, в свободном пространстве представляется в виде непрерывного спектра, а в волноводных областях — в виде дискретного набора волноводных волн.

Для нахождения операторов преобразования на отдельных неоднородностях были решены задача дифракции плоской электромагнитной волны, наклонно падающей из свободного пространства на экран с полубесконечным волноводом, излучение из такого волновода, рассеяние на сочленении волноводов [1].

Электромагнитные поля в каждой из рассматриваемых задач имеют вид разложения по собственным волнам соответствующих волноводов, а для открытых структур — разложения в интегралы Фурье по плоским волнам. Применение метода переразложений полной системы функций на одном интервале по полной системе функций на другом интервале позволило свести решение каждой из рассматриваемых задач к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений второго рода. Системы решались численно методом редукции, хорошая сходимость которого позволяет вычислять операторы преобразования с высокой точностью.

В задаче об излучении из волновода с бесконечным идеально проводящим фланцем H -поляризованной волны решение строится следующим образом. Электромагнитное поле полностью определяется H_x -составляющей, которая удовлетворяет волновому уравнению, граничному условию на поверхности металла, условию излучения на бесконечности, на ребре и может быть представлено в следующем виде:

$$e^{iq_r z} \cdot \cos \frac{\pi r}{2b} (y + b) + \sum C'_m e^{-iq_m z} \cdot \cos \frac{\pi m}{2b} (y + b); \quad z < 0;$$

$$H_x = \int_{-\infty}^{+\infty} d(\xi) \cdot e^{ik(V\sqrt{1-\xi^2}z + \xi y)} d\xi, \quad z > 0; \quad q_m = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi m}{b}\right)^2}.$$

Удовлетворение условиям на границе ($z = 0$) приводит к следующей системе интегральных уравнений:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d(\xi) \cdot V\sqrt{1-\xi^2} e^{ik\xi y} d\xi = 0, \quad b < |y| < \infty, \quad (1a)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d(\xi) \cdot V\sqrt{1-\xi^2} e^{ik\xi y} d\xi = - \sum_{m=0}^{\infty} C'_m \cdot \frac{q_m}{k} \cdot \cos \frac{\pi m}{2b} (y + b), \quad |y| < b; \quad (1b)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d(\xi) e^{ik\xi y} d\xi = 2 \cos \frac{\pi r}{2b} (y + b) + \sum C'_m \cdot \cos \frac{\pi m}{2b} (y + b), \quad |y| < b. \quad (1b)$$

Здесь

$$C'_m = C'_m + \delta'_m; \quad \delta'_m = \begin{cases} 0, & \text{если } m \neq r; \\ 1, & \text{если } m = r. \end{cases}$$

Пользуясь полнотой системы функций $e^{ik\xi y}$ на вещественной оси, из первых двух уравнений системы (1) выразим неизвестную функцию $d(\xi)$ [2]:

$$d(\xi) \cdot V\sqrt{1-\xi^2} = -\frac{1}{\pi} (kb)^2 \xi \cdot \sum_{m=0}^{\infty} C'_m \cdot \frac{q_m}{k} e^{i\frac{\pi m}{2}} \cdot \frac{\sin\left(kb\xi - \frac{\pi m}{2}\right)}{(kb\xi)^2 - \left(\frac{\pi m}{2}\right)^2}. \quad (2)$$

Из уравнения (1b) системы [1], пользуясь полнотой системы функций $\left\{\cos \frac{\pi m}{2b} (y + b)\right\}_0^{\infty}$ на интервале $|y| < b$, найдем неизвестные коэффициенты C'_m :

$$C'_m = 2kb \cdot \frac{e^{-i\frac{\pi r}{2}}}{1 + \delta'_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi \cdot d(\xi) \cdot \frac{\sin\left(kb\xi - \frac{\pi m}{2}\right)}{(kb\xi)^2 - \left(\frac{\pi m}{2}\right)^2} d\xi - 2\delta'_m \cdot \frac{1 + \delta'_0}{1 + \delta'_m}, \quad (3)$$

$$\delta'_0 = \begin{cases} 0, & \text{если } r \neq 0; \\ 1, & \text{если } r = 0. \end{cases}$$

Формулы (2) и (3) дают возможность получить либо интегральное уравнение относительно неизвестной функции $d(\xi)$, либо бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд волноводных волн C_m^r . Для численных расчетов удобно пользоваться бесконечной системой уравнений, которая получается при подстановке (2) в (3):

$$x_n^r = -\frac{2(kb)^3}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} x_m^r \cdot \frac{q_m}{k} e^{i\pi m} \cdot \frac{1}{1 + \delta_0^m} A_{mn} - \frac{1}{kb} e^{-i\frac{\pi n}{2}} \cdot \delta_n^r (1 + \delta_0^n). \quad (4)$$

Здесь

$$x_m^r = \frac{1 + \delta_0^m}{2kb} \cdot e^{-i\frac{\pi m}{2}} C_m^r, \quad A_{mn} = \frac{\pi}{2(kb)^2} \cdot (-1)^{\frac{m+n}{2}} I_{mn};$$

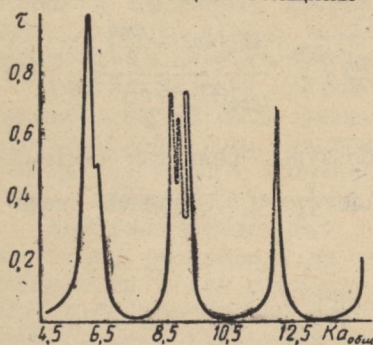
$$I_{mn} = \frac{2}{\pi} (kb)^2 e^{i\frac{\pi}{2}(m+n)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi^2}{1 - \xi^2} \cdot \frac{\sin\left(kb\xi - \frac{\pi m}{2}\right)}{(kb\xi)^2 - \left(\frac{\pi m}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin\left(kb\xi + \frac{\pi n}{2}\right)}{(kb\xi)^2 - \left(\frac{\pi n}{2}\right)^2} d\xi.$$

Определив из решения системы (4) C_m^r , а по формуле (2) — функцию $d(\xi)$, тем самым построили операторы преобразования для структуры волновод с бесконечным фланцем.

Аналогично решалась задача о дифракции H -поляризованной электромагнитной волны, наклонно падающей на волновод с бесконечным фланцем.

Решение задачи дифракции для рассматриваемого экрана получается в виде суммирующегося операторного ряда Неймана, в состав которого входят матричные и интегральные операторы преобразования, найденные из решения задач дифракции на простых неоднородностях, составляющих исследуемую структуру.

В работе исследовалась зависимость коэффициента прохождения τ от общей толщины экрана ($a_{\text{общ}} = a_1 + a + a_2$) при заданных значениях внутренней (b) и внешней (d) полости. τ вводится как отношение полного усредненного по времени потока энергии, прошедшей через щель, к полному усредненному потоку энергии волны, падающей на апертуру щели.



На рисунке представлена частотная зависимость прозрачности экрана с весьма узкой внешней щелью ($d = 0,016\lambda$). Наблюдаемые резонансы обусловлены интерференционными явлениями во внутренней и внешней полостях.

При узких внешних щелях (слабая связь) система аналогична высокодобротному резонатору. Значительная изрезанность кривой коэффициента прохождения обусловлена тем, что внутренняя полость в нашем случае явля-

ется многомодовой и в структуре будут наблюдаться интерференционные резонансы, связанные с переотражением высших гармоник от границ структуры.

Построенный для расчета электродинамических характеристик одиночных экранов со щелями сложного профиля алгоритм универсален, не содержит ограничений на геометрические параметры и характеристики возбуждающего поля.

Список литературы: 1. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов.— М.: Мир, 1974.—323 с. 2. Литвиненко Л. Н., Просвириин С. Л., Шестопалов В. П. Дифракция плоской Н-поляризованной электромагнитной волны на щели в металлическом экране конечной толщины.— Радиотехника и электроника, 1977, 22, № 1, с. 27—38.

Поступила в редколлегию 04.02.83.

УДК 621.396.67

А. А. ЗВЯГИНЦЕВ, канд. физ.-мат. наук

О ВЛИЯНИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПЕРВИЧНОГО ПОЛЯ НА ДИФРАКЦИОННЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕТОК

При формулировке задач дифракции волн на различного рода объектах падающая волна предполагается плоской. В ряде случаев принципиальное значение имеют хаотические изменения свойств среды, разделяющей излучатель и рассеивающий объект в работах [1—3], что приводит к хаотической пространственной амплитудной и фазовой модуляции первоначально детерминированной волны [4, 5]. Обратимся к исследованию дифракции флуктуирующего электромагнитного излучения.

Пусть в плоскости $z = a > 0$ задано флуктуирующее в пространстве поле падающей на решетку волны. Случайное поле $\vec{E}_{\text{пад}}(y, z, a)$ — статистически однородное и изотропное. Рассмотрим двумерную задачу ($\frac{\partial}{\partial x} = 0$). В поле, рассеянном решеткой, последняя расположена симметрично относительно плоскости xoy и занимает область пространства — $h < z, < h$, а ее образующие ориентированы вдоль оси ox . Решетка периодична вдоль oy с периодом l . Геометрию решетки не конкретизируем, относительно нее будем предполагать, что коэффициенты разложений рассеянного поля в ряды Фурье a_n^E, a_n^H — над решеткой и b_n^E, b_n^H — под решеткой в задаче дифракции плоской монохроматической волны Е- и Н-поляризаций соответственно известны (вычисления их см., например, в работах [6, 7]).

Для каждой отдельной реализации падающей волны x -составляющие поля в области $z = a$, удовлетворяющие уравнению

Гельмгольца и имеющие заданную величину в плоскости $z = a$, находим так:

$$E_x^{\text{под}}(r) = k \int_{-\infty}^{\infty} F_x(\xi, a) e^{ik[\xi y - \sqrt{1-\xi^2}(z-a)]} d\xi; \quad (1)$$

$$H^{\text{пад}}(r) = k \int_{-\infty}^{\infty} F_x^H(\xi, a) e^{ik[\xi y - \sqrt{1-\xi^2}(z-a)]} d\xi, \quad (2)$$

$r = \{0, y, z\}$; $k = \frac{\omega}{c}$ — волновое число свободного пространства. Выражения (1) и (2) представляют собой разложение падающей волны по плоским волнам, распространяющимся под углом $\theta = \arcsin \xi$ к оси oz , с амплитудами $F_j(\xi, a)$.

Диагональные элементы поляризаационной матрицы для n -ой пространственной гармоники рассеянного поля, определяющие интенсивности компонент поля, имеют вид — при

$$z - h > 0 \quad I_{jj}^{(n)} = k \int_{\xi^2 < 1} |A_j(n, \xi)|^2 S_{jj}(\xi) d\xi; \quad (3)$$

при

$$z + h > 0 \quad I_{jj}^{(n)} = k \int_{\xi^2 < 1} |B_j(n, \xi)|^2 S_{jj}(\xi) d\xi,$$

где $A_j(n, \xi)$ и $B_j(n, \xi)$ определяются через амплитуды пространственных гармоник a_n^E, a_n^H, b_n^E и b_n^H для рассеянного поля монохроматической плоской E - и H -поляризованной волны в верхнем (коэффициенты a) и нижнем (коэффициенты b) полупространствах относительно дифракционной решетки.

Формула (3) показывает, что для расчета средней плотности энергии гармоник рассеянного поля достаточно знать лишь энергетические характеристики рассеянного поля — угловое распределение квадрата амплитуды пространственной гармоники рассеянного поля при падении на решетку плоской монохроматической волны единичной амплитуды.

Зададим угловой спектр мощности падающего поля в виде

$$S_{ij}(\xi) = \frac{l_{ij}}{\sqrt{\pi} 2} e^{-\frac{k^2(\xi - \xi_0)^2 l_{ij}}{4}},$$

что соответствует гауссовой поперечной корреляционной функций поля

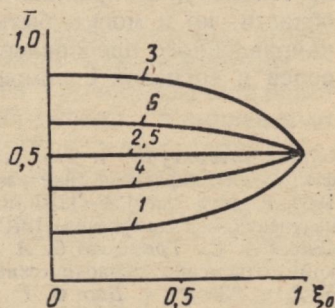
$$K_{ij}(Y) = e^{ik\xi_0 Y - \frac{Y^2}{l_{ij}^2}}$$

с радиусом корреляции l_{ij} .

С помощью аналитического и численного методов решения дифракционных задач установлено, что наличие пространствен-

ных флуктуаций приводит к уширению диаграммы направленности. Последнее существенно зависит от ширины углового спектра падающего поля и возрастает с увеличением ширины этого спектра. Уменьшается интенсивность поля на оси дифракционного луча, которая при наличии флуктуаций всегда меньше, чем в случае регулярного поля.

При достаточной ширине углового спектра падающего поля, а точнее при ширине большей угловой полосы пропускания решетки, диаграммы направленности основной гармоники рассеянного поля отличаются от ее характеристик для падающего. А именно, ширина диаграммы направленности в рассеянном поле определяется угловой полосой пропускания решетки и не увеличивается при дальнейшем увеличении углового спектра первичного случайного поля. И, наоборот, при достаточно малой ширине углового спектра падающего поля флуктуации практически не сказываются на распределении средней интенсивности рассеянной решеткой волны.



Проведенные исследования показали, что поля пространственных гармоник в случае малой ширины углового спектра $l_{ij} \gg 1$ близки к поперечным и поляризация матрица четырехэлементна: $I_{\alpha\beta}(\alpha, \beta = x, y)$. При $|b_0^H(\xi_0)| = |b_0^E(\xi_0)|$ степень поляризации основной гармоники прошедшего поля не изменяется по сравнению со степенью поляризации падающего поля. Аналогичный эффект в отраженном поле достигается при $|a_0^H(\xi_0)| = |a_0^E(\xi_0)|$.

Здесь $\xi_0 = \sin \theta_0$, где θ_0 — угол падения узкополосной волны на решетку, отсчитываемый от нормали к решетке. При углах падения θ_0 , удовлетворяющих условию $|b_0^H(\xi_0)| = 0$, решетка пропускает только E -поляризованную компоненту каждой отдельной реализации, и среднее поле в результате становится полностью E -поляризованным.

На рисунке приведены графики зависимостей коэффициентов прохождения T_0 от ξ_0 (ξ_0 связано с углом падения θ_0 соотношением $\xi_0 = \sin \theta_0$) при $x = 0,25, 0,5$. Исследование зависимости энергетических коэффициентов отражения R_0 и прохождения T_0 как функций параметров решетки и радиуса корреляции l_{ij} первичного поля показало, что для ленточной решетки с половинным заполнением при радиусах корреляции, больших по сравнению с периодом решетки, коэффициенты T_0 и R_0 не зависят от угла падения по всей одноволновой области ($x < 1$) и $R_0 = T_0 = \frac{1}{2}$. Для полей с широким угловым спектром (т. е. при малых

радиусах корреляции) пространственные флуктуации «замывают» характерные изломы в зависимостях T_0 и R_0 от частоты в точках, где наблюдаются аномалии Вуда.

Установленные факты относительно влияния пространственных флуктуаций на дифракционные эффекты являются полезными не только для правильной постановки экспериментов в этой области, но и могут быть использованы для обработки и целенаправленного преобразования флуктуирующих электромагнитных полей и сигналов с помощью решеток.

Список литературы: 1. Тамойкин В. В. О влиянии некоторых статистических факторов на характеристики рассеяния ограниченного цилиндра.— Радиофизика, 1966, 9, № 6, с. 1124—1133. 2. Фрайман А. А. Дифракция флуктуирующего излучения.— Радиофизика, 1972, 15, № 9, с. 1362—1366. 3. Заягинцев А. А., Сысоев А. С., Третьяков О. А. Рассеяние частично поляризованного поля плоскими одномерно периодическими структурами.— Радиоэлектроника, 1976, 19, № 2, с. 33—38. 4. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности.— М.: Наука, 1972.— 424 с. 5. Кравцов Ю. А., Рытов С. М., Татарский В. И. Статистические проблемы в теории дифракции.— Усп. физ. наук, 1975, 115, № 2, с. 239—262. 6. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана — Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн.— Х.: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1971.— 400 с. 7. Дифракция волн на решетках / В. П. Шестопалов, Л. Н. Литвиненко, С. А. Масалов и др.— Х.: Вища школа; Изд-во при Харьк. ун-те, 1973.— 288 с.

Поступила в редколлегию 03.02.83.

УДК 535.317

В. А. ЕПИШИН, канд. физ.-мат. наук, М. В. НЕОФИТНЫЙ

О НЕКОТОРЫХ ЯВЛЕНИЯХ ПРИ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ НА ПЕРИОДИЧЕСКИХ И НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

В связи с проблемой измерения характеристик волновых пучков наблюдается интерес к рассеянию их на оптических дифракционных объектах [1—5].

В работах [4, 5] описано явление отображения диаграммы направленности пучка излучения при дифракции Френеля на редких периодических и непериодических структурах. Оно состоит в том, что диаграмма направленности воспроизводится в распределении интенсивности дифрагированного поля в некотором заданном дискретном множестве плоскостей наблюдения. Например, для ортогональной структуры с периодом T , расположенной в плоскости $y = 0$, это множество при нормальном падении задается выражением

$$y_p = \pm T^2 / \lambda p, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

В плоскостях выражения (1) в точках с поперечными координатами

$$\tilde{s}_{plg} = (\tilde{x}_{(1)pl}, \tilde{x}_{(2)pg}),$$

$$x_{(v)pl} = \frac{T}{p} \{l + 0,25 [1 - (-1)^p]\}, \quad v = 1, 2; \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

наблюдаются главные максимумы, угловое распределение интенсивности в которых совпадает с диаграммой направленности.

Покажем, что выражение (1) является частным случаем более обширного множества плоскостей отображения. Комплексную амплитуду дифрагированного поля ортогональной структуры, например в виде экрана с отверстиями или отражателя со штрихами, в приближении однократного рассеяния в зоне дифракции Френеля можно представить в виде (зависимость от времени примем $\exp(i\omega t)$) [4, 5]:

$$U(\tilde{s}, y) = \sum_{n=-N}^N \sum_{g=-M}^M V(s_{ng}) A(s_{ng}, \tilde{s}, y, x) \exp\left(\frac{-ik}{2L} R_{ng}\right), \quad (3)$$

где $L = |y|$; $2N, 2M$ — числа периодов структуры по осям $x_{(1)}$ и $x_{(2)}$ соответственно; $s_{ng} = (x_{(1)n}, x_{(2)g})$, $\tilde{s} = (\tilde{x}_{(1)}, \tilde{x}_{(2)})$ — координаты центра ng -го рассеивающего элемента и точки наблюдения;

$R_{ng} = (x_{(1)n} - \tilde{x}_{(1)})^2 + (x_{(2)g} - \tilde{x}_{(2)})^2$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; V — функция амплитудно-фазового распределения падающего пучка; $A \cdot \exp\left(\frac{-ik}{2L} R_{ng}\right)$ —

комплексная амплитуда поля в точке $\tilde{s}$, дифрагированного на одном элементе структуры при падении на него плоской волны; x — параметр, характеризующий геометрию и относительные размеры рассеивающих элементов.

Ясную физическую интерпретацию рассматриваемого явления по аналогии с известным эффектом наблюдения дифракции Фраунгофера в фокальной плоскости линзы дает тот факт, что в точках с координатами $(\pm y_p, \tilde{s}_{plg})$ дифрагированные волны от всех элементов структуры суммируются в фазе. В плоскостях

$$y_{pm} = \pm T^2 m / \lambda p, \quad m, p = 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

в которые выражение (1) входит как частный случай, в точках

$$\tilde{s}_{lpm} = \frac{T \{l + 0,25 [1 - (-1)^{pm}]\}}{p}, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

суммируются в фазе дифрагированные волны от элементов решетки, расположенных в координатах

$$x_{(v)g} = x_{(v)n} + rmT, \quad r = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Преобразуем выражение (3) к виду

$$U(\tilde{s}, y_{pm}) = \sum_{r=0}^{m-1} \exp(i\alpha_{rlq}) \sum_{n=0}^{F_{(1)r}} \sum_{g=0}^{F_{(2)r}} A(s_{\mu\varphi}, \tilde{s}_{lpm}, y, x) \times \\ \times V(s_{ng}) \exp\left\{\frac{-ik}{L_{pm}} [x_{(1)\mu}(\tilde{x}_{(1)} - \tilde{x}_{(1)lpm}) + x_{(2)\varphi}(\tilde{x}_{(2)} - \tilde{x}_{(2)qpm})]\right\}, \quad (6)$$

где

$$\alpha_{rlq} = \frac{\pi}{m} \{(r-n)[2l + 0,5(1 - (-1)^{pm} - p(r-N)) + \\ + (r-M)[2q + 0,5(1 - (-1)^{pm} - p(r-M))]\};$$

$$\mu = r - N + n \cdot m; \quad \varphi = r - M + g \cdot m, \quad l, q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots;$$

$F_{(1)r}$ — целое от деления $(2N - r)$ на m ; $F_{(2)r}$ — соответственно $(2M - r)$. Используя свойства δ -функций и теорему о почленном интегрировании несобственных интегралов [6], перепишем (6) в виде

$$U(\tilde{s}, y_{pm}) = \sum_{r=0}^{m-1} \exp(i\alpha_{rlq}) \int_D A(s, \tilde{s}_{lpm}, y, x) V(s) \exp\left\{\frac{-ik}{L_{pm}} \times \right. \\ \times [x_1(\tilde{x}_{(1)} - \tilde{x}_{(1)lpm}) + x_{(2)}(\tilde{x}_{(2)} - \tilde{x}_{(2)qpm})]\} \times \\ \times \sum_{n=0}^{F_{(1)r}} \sum_{g=0}^{F_{(2)r}} \delta(x_{(1)} - x_{(1)\mu}, x_{(2)} - x_{(2)\varphi}) ds. \quad (7)$$

Разложив сумму δ -функций при

$$x_{(1)} = [(r - N)T; (r - N)T + F_{(1)r}mT],$$

$$x_{(2)} = [(r - M)T; (r - M)T + F_{(2)r}mT]$$

в ряд Фурье и учитывая при этом возможность почленного интегрирования (7), получим

$$U(\tilde{s}, y_{pm}) = \frac{1}{mT} \sum_{r=0}^{m-1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \exp(i\alpha_{rlq}) \times \\ \times \int_{B_{(1)r}}^{C_{(1)r}} \int_{B_{(2)r}}^{C_{(2)r}} A(x_{(1)}, x_{(2)}, s_{lpm}, y, x) V(x_{(1)}, x_{(2)}) \times \\ \times \exp\left\{i \frac{k}{L_{pm}} [x_{(1)}(\tilde{x}_{(1)} - \tilde{x}_{(1)lpm}) + x_{(2)}(\tilde{x}_{(2)} - \tilde{x}_{(2)qpm})]\right\} dx_{(1)} dx_{(2)}, \quad (8)$$

где

$$B_{(1)r} = (r - N)T; \quad B_{(2)r} = (r - M)T;$$

$$C_{(1)r} = (r - N + F_{(1)r}m)T; \quad C_{(2)r} = (r - M + F_{(2)r}m)T.$$

При условиях, что дифракционные порядки в выражении (8) разделяются и большая часть из отрезков интегрирования с не-

большой ошибкой аппроксимируют интегрирование по всему характерному поперечному размеру пучка, дифрагированное поле представляет собой периодическую картину — изображение Френеля.

Можно выделить три случая.

1. Угол расходимости диаграммы направленности одиночного элемента дифракционной структуры много больше углового размера падающего пучка, видимого из плоскости наблюдения. Тогда

$$A(x_{(1)}, x_{(2)}, \tilde{s}_{lpm}, y_{pm}, x) \approx A(y_{pm}, x).$$

При этом выражение (8) представляет собой сумму усеченных Фурье-преобразований функции амплитудно-фазовой коррекции падающего пучка и является обоснованием отображения его диаграммы направленности в координатах выражения (5) плоскостей (4). Условие разделения дифракционных порядков сводится к неравенству $mT \ll 2a$, где $2a$ — диаметр пучка излучения. Таким образом, по сравнению с работами [4, 5] расширено множество плоскостей, в которых происходит отображение диаграммы направленности. Интересно отметить, что в плоскостях согласно выражению (5) с $m > 1$ зависимость качества отображения от числа элементов решетки имеет оптимум. Приведены результаты, иллюстрирующие явление в «новой» плоскости для падающего пучка (рис. 1) вида

$$V(s_1) = \cos \{1,5\pi s_1/NT [1 + 0,165(1 + i)]\},$$

где $s_1 = s/a$ (проволочная периодическая решетка, E -поляризация; $N = 10$; $d/\lambda = 1$; $d/T = 7,7 \times 10^{-4}$; d — диаметр цилиндра; $\theta_0 = \lambda/2a$;

$\theta = (\tilde{x}_1 - \tilde{x}_{(1)012})/y_{12}$; сплошная линия — дифрагированное поле; точки — расчетная диаграмма направленности пучка).

Нетрудно при помощи анализа выражения (8) обосновать отображение диаграммы направленности при помощи непериодической решетки, в частности рассмотренной в работах [4, 5], координаты рассеивающих элементов которой связаны с плоскостями наблюдения $y = L_g$ и длиной волны соотношением

$$x_{(v)n} = \sqrt{g\lambda L_g(2n + \lambda_g)}, \quad v = 1, 2, g = 1, 2, 3, \dots, \lambda_g = \text{const.}$$

Основная энергия дифрагированного поля в плоскостях $y = L_g$ концентрируется в одном порядке, расположенном при $x_v = 0$, в котором и происходит отображение. Качество передачи боковых лепестков исследуемой диаграммы в таком отображении сильно зависит от числа элементов структуры. Причем могут быть недостающие и «лишние» элементы, с удалением которых качество улучшается.

2. Поле, рассеянное одиночным элементом структуры, узко-направлено, а изменение $V(x_{(1)}, x_{(2)})$ на поверхности, сравнимой с m ячейками дифракционного элемента, незначительно. Область

интегрирования в выражении (8) можно заменить небольшой частью поверхности объекта, противоположной точке наблюдения, $V(x_{(1)}, x_{(2)})$ на этой части примерно постоянна. Таким образом получим, что интенсивность в главных максимумах дифракционной картины будет пропорциональна соответствующей интенсив-

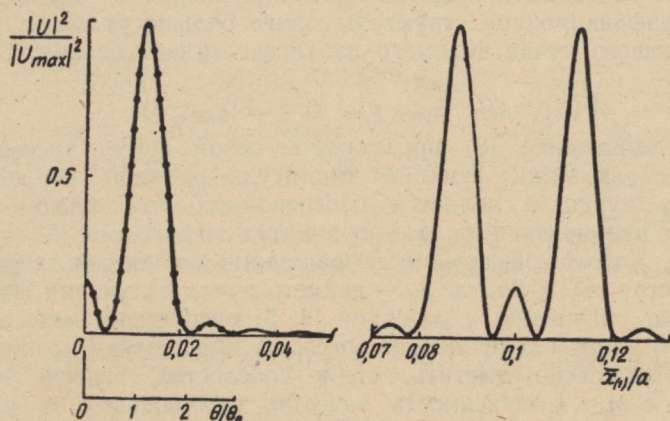


Рис. 1

ности в падающем пучке. Рис. 2 иллюстрирует данное явление для пучка вида $V(s_1) = \sin(\pi s_1)$ (проволочная решетка, H -поляризация; $N = 10$; $d/\lambda = 4,7$; $p = 1$; $m = 1$; $d/T = 0,22$; сплошная линия — дифрагированное поле; пунктир — падающий пучок).

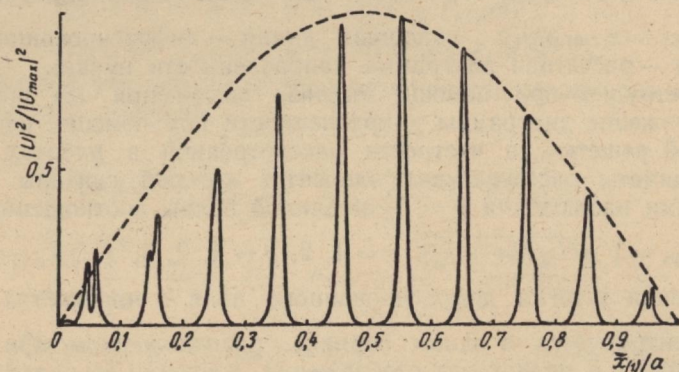


Рис. 2

3. Равноамплитудный пучок. При этом выражение (8) представляет собой сумму усеченных преобразований Фурье медленно меняющейся части комплексной амплитуды поля, дифрагированного на одном элементе структуры. Если речь идет о поле, прошедшем через транспарант с размерами отверстий, малыми по

сравнению с периодом, и диаграмма направленности одного элемента достаточно широкая (см. пункт 1), угловая ширина главных максимумов в изображениях Френеля равна $\lambda/2a$. При устремлении размеров структуры к бесконечности картина имеет вид репродуцированного или мультиплицированного изображения

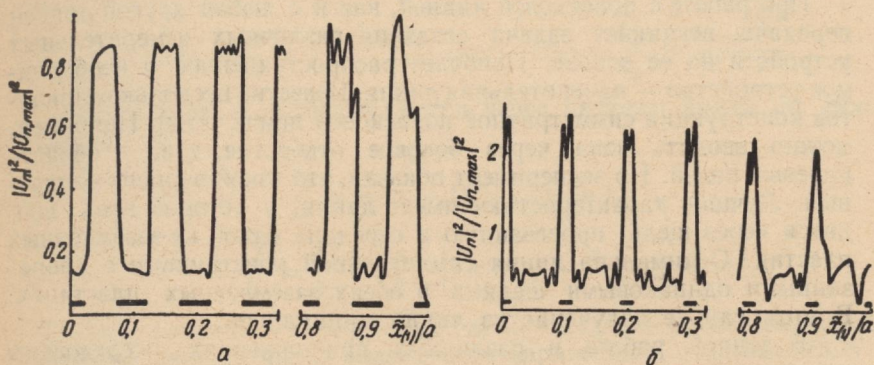


Рис. 3

транспаранта [1, 2]. Интересна зависимость мультиплицированных изображений Френеля от коэффициента заполнения транспаранта. Некоторые из них при увеличении размеров отверстий переходят в саморепродукцию, как, например, изображение в плоскости $p = 4$, $m = 1$ (ленточная периодическая решетка, полное поле: $N = 10$; $d/T = 0,5$; d — ширина лент — рис. 3, а). Иные теряют характер мультипликации и содержат по главному максимуму на размере изображения, равному периоду исходного объекта. Они негативны по отношению к Фурье-изображению транспаранта. Эти изображения имеет смысл классифицировать как «негативную саморепродукцию». Пример последней для плоскости $p = 63$, $m = 50$ приведен на рис. 3, б ($d/T = 0,205$).

Список литературы: 1. Смирнов А. П. Глубина фокусировки изображений Френеля. — Оптика и спектроскопия, 1979, 46, вып. 3, с. 574—578. 2. Коряковский А. С., Марченко В. М. Интерферометрия оптических неоднородностей активных сред лазеров на основе эффекта Тальбота. — Квантовая электроника, 1980, 7, № 5, с. 1048—1057. 3. Марченко В. Г. Исследование полей широкоапертурных плоских резонаторов. — Квантовая электроника, 1981, 8, с. 1037—1043. 4. Епишин В. А., Неофитный М. В. Оптический дифракционный элемент для измерения характеристик направленного излучения. — Импульсная фотометрия, 1981, вып. 7, с. 144—150. 5. Епишин В. А., Неофитный М. В. Дифракционный ответитель для измерения характеристик лазерного излучения. — Квантовая электроника, 1983, 9, № 4, с. 718—725. 6. Титчмарш Е. Теория функций. — М.: Наука, 1980. — 463 с.

Поступила в редколлегию 17.02.83.

и им можно пренебречь, что позволяет рассматривать отдельно каждый край щели (рис. 1, а), принимая, что расстояние до другого края бесконечно велико.

Функция, выполняющая конформное отображение канонической области плоского конденсатора на вспомогательную (рис. 1, а, б) имеет вид

$$\frac{\pi}{h_1} Z(w) = \frac{1}{ab} \left(a + e^{\frac{\pi}{V} w} \right) + \frac{\pi}{V} w - \ln a + \frac{h_2}{h_1} \cdot \ln \frac{1 - e^{\frac{\pi}{V} w}}{1 + a},$$

где параметры a , b определяются через размеры линии по формулам

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{ab} (b - 1) (a + 1) > 1;$$

$$\pi \frac{l}{h_1} = \frac{h_2}{h_1} \cdot \ln \frac{a+1}{b-1} + \ln \frac{a}{b} - \frac{a+b}{ab} > 0.$$

Емкость линии $C = 2\varepsilon (C_1 + C_2)$, где $C_1 = 2\varepsilon_R > 0$ пропорционально емкости верхней части поверхности заряженной пластины DCN' , а $C_2 = -\varepsilon_Q > 0$ — нижней ее части. Эти емкости зависят от ширины заряженной пластины d и определяются по формуле

$$-\frac{\pi d}{2h_1} = \frac{1}{ab} (a - e^{\pi\zeta}) + \pi\zeta - \ln a + \frac{h_2}{h_1} \cdot \ln \frac{e^{\pi\zeta} + 1}{a + 1}.$$

2. Симметричная линия с одной щелью. Ширина заряженной пластины $d \geq 0,7 \cdot h_1$, щель — произвольной ширины, h_1 и h_2 — любые.

Здесь вместо вертикальной оси симметрии можно поставить магнитную стенку. Заряженная пластина достаточно широка. Поле между нею и нижней заземленной плоскостью при небольшом удалении от края заряженной пластины однородно, поэтому ничего не изменится, если в этой части поперечного сечения линии магнитную стенку удалить влево на бесконечность. Таким образом, вместо сложной области поперечного сечения линии рассматриваем более простую вспомогательную область, изображенную на рис. 1, в.

Функция, выполняющая конформное отображение канонической области плоского конденсатора на вспомогательную (рис. 1, в, з) определяется выражением

$$\frac{\pi}{2h_1} [Z(w) + l_1] = \frac{p}{ab} \cdot \text{cth} \frac{\pi w}{2V} + \frac{\pi w}{2V} + \frac{h_2}{h_1} \cdot \text{arch} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{p}} \cdot \text{cth} \frac{\pi w}{2V} \right).$$

Зависимость параметров a , b , p от размеров линии имеет вид

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{ab} (b - 1) (a + 1) \left(1 + \frac{1}{p} \right)^{-\frac{1}{2}} > 1;$$

$$\frac{\pi}{2h_1} (l_1 - l_2) = \frac{p}{ab} \sqrt{1 + \frac{b}{p}} - \text{arsh} \sqrt{\frac{p}{b}} + \frac{h_2}{h_1} \cdot \text{arch} \sqrt{\frac{p+b}{p+1}},$$

$$\frac{\pi L_1}{2h_1} = \frac{p}{ab} \sqrt{1 - \frac{a}{p}} - \operatorname{arch} \sqrt{\frac{p}{a}} + \frac{h_2}{h_1} \cdot \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{p+1}{a+1}}.$$

Емкость линии находим по формуле $C = 2\epsilon\zeta$, где

$$\frac{\pi d}{2h_1} = \frac{p}{ab} \cdot \operatorname{th} \frac{\pi \zeta}{2} + \frac{\pi}{2} \zeta + \frac{h_2}{h_1} \cdot \operatorname{arcth} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{p}} \cdot \operatorname{th} \frac{\pi \zeta}{2} \right).$$

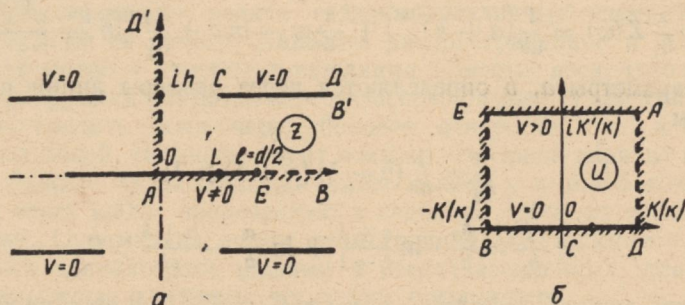


Рис. 2

3. Симметричная линия с двумя щелями. Все размеры произвольны (рис. 2, а).

Область поперечного сечения имеет две оси симметрии — горизонтальную и вертикальную, которые заменяем магнитными стенками и рассматриваем вспомогательную область, изображенную на рис. 2, *a*.

Функция, осуществляющая конформное отображение канонической области (плоского конденсатора рис. 2, б) на вспомогательную:

$$\frac{\pi}{4h} Z(\omega) = \frac{\sqrt{\omega}}{\rho^2 - 1} + \operatorname{arth} \sqrt{\omega}, \quad \omega(u) = \frac{2(1 - k^2 \operatorname{sn}(u, k))}{(1 + k^2)(1 - \operatorname{sn}(u, k))},$$

где $\operatorname{sn}(u, k)$ — эллиптический синус [3]. Параметры a, p, k находим с помощью размеров линии по формулам

$$\frac{\pi L}{2h} = \frac{p}{p^2 - 1} + \operatorname{arcth} p,$$

$$\frac{\pi l}{2h} = \frac{a}{p^2 - 1} + \operatorname{arth} a, \quad k = \frac{1}{a} (1 - \sqrt{1 - a^2}) < 1.$$

Емкость линии $C = 8\varepsilon \cdot K(k)/K(k')$, где $K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода и $k' = \sqrt{1 - k^2} < 1$.

В рассмотренных задачах поля и волновые сопротивления определяются по формулам [4]:

$$\vec{E}_z = \vec{E}_w \cdot \overline{w'(z)}; \quad Z_0 \sqrt{\epsilon_r} = 120\pi\epsilon/C \text{ Ом},$$

что позволяет выяснить изменение волнового сопротивления линии под влиянием щелей в заземленной плоскости. Определение полей

представляет интерес и с точки зрения конструирования щелевых антенн на основе подобных линий. В литературе появилось описание конструкций таких антенн [5, 6].

Метод конформных отображений дает строгое решение каждой поставленной задачи. Расчеты характеристик линии можно проводить с той или иной степенью точности, используя более сложные формулы, справедливые в большем диапазоне изменения размеров линии, и менее сложные формулы, справедливые в меньшем диапазоне изменения размеров. Но все формулы позволяют получить численные результаты по простым программам. Программы могут быть написаны за короткий срок и на получение каждой точки не требуется много машинного времени.

Список литературы: 1. Foster K., Brown A. C. The application of printed circuits techniques to microwave systems.— Brit. Commun. and Electron., 1960, 7, N 8, p. 584—589. 2. Lewin L., Thomson G. H. B. Measurements to microstrip.— Proc. IEE, 1962, B109, Supplement, 23, p. 760—765. 3. Журавский А. М. Справочник по эллиптическим функциям.— Л.: Изд-во АН СССР, 1941.—235 с. 4. Полосковые линии и устройства сверхвысоких частот /Под ред. В. М. Седых—Х.: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1974.—275 с. 5. Malkolmes M. Microstrip circular-segment antenna.— El. let., 1981, 17, N 5, p. 198—200. 6. Hall P. S. Wide bandwidth microstrip antennas for circuit integration.— El. let., 1979, 15, N 15, p. 458—460.

Поступила в редколлегию 28.12.82.

УДК 621.372.8.029

Н. М. БОГОМОЛОВ

ЭФФЕКТИВНАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ СЛОИСТОГО НЕРЕГУЛЯРНОГО ВОЛНОВОДА

Возможности применения волноводов интегральной оптики ограничены на практике наличием дефектов технологического происхождения, в частности объемных включений. Присутствие таких нерегулярностей приводит к изменению эффективной диэлектрической проницаемости среды волновода, что вызывает деполяризацию его собственных волн и сдвиг волновых чисел.

Сходные процессы имеют место в природных волноводах (океаническом, земля — ионосфера).

Пусть в слоистую среду со скалярной диэлектрической проницаемостью $\epsilon(z)$, возможно комплексной, неограниченную по горизонтальным координатам x, y , и, быть может, ограниченную при $z = \text{const}$ идеально проводящей плоскостью, погружены случайные включения (рассеиватели). Примем, что магнитные проницаемости включений и среды равны 1; все рассеиватели получают из некоторого эталонного переносом в пространстве и изменением ориентации последнего; расположение и ориентация отдельного рассеивателя статистически независимы так же, как и разных рассеивателей; общее число включений есть детерминированная величина; объемная концентрация рассеивателей мала: $pV_p \ll 1$; $p(\vec{R})$ — число включений в единице объема; V_p — объем одного

рассеивателя; $\vec{R} = (x, y, z)$. Считается, что нерегулярности не зависят от времени, а электромагнитное поле является монохроматическим с временной зависимостью $e^{-i\omega t}$.

Исследуем оператор ϵ_e эффективной диэлектрической проницаемости для описанной выше модели нерегулярного волновода интегральной оптики. Оператор ϵ_e определяется согласно тождеству

$$\epsilon_e < \vec{E} > \equiv \epsilon < \vec{E} > - \frac{4\pi}{ik_0 c} < \Sigma \vec{j} >, \quad k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad (1)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций случайных включений, а $\Sigma \vec{j}$ есть сумма поляризационных токов по всем включениям.

Обобщая методику работ [1, 2] на случай слоистых сред, можем убедиться, что по отношению к среднему электромагнитному полю слоистая среда с включениями является пространственно диспергирующей и неоднородной. Для «слоистого» распределения включений $\rho \equiv \rho(z)$ ядро трехмерного интегрального оператора ϵ_e является разностным по горизонтальным координатам. Следовательно, в среде возможно существование пространственных гармоник среднего поля $\vec{E}(\vec{z}\vec{x})e^{i\vec{x}\vec{r}}$, $\vec{H}(\vec{z}, \vec{x})e^{i\vec{x}\vec{r}}$, $\vec{x} = (x_x, x_y)$ — волновой вектор, $\vec{r} = (x, y)$. Как и следовало ожидать, для безграничной по z среды с $\rho = \text{const}$, $\epsilon = \text{const}$ «эффективная» среда однородна, так как оператор ϵ_e разностный по всем трем пространственным координатам.

Полагая, что ориентация всех рассеивателей фиксирована и каждый из них есть фигура вращения вокруг оси z , материал включения изотропный и слоистый по отношению к оси z и $\rho \equiv \rho(z)$, ядро оператора ϵ_e в $\vec{x}$ -представлении

$$\epsilon_e \cdot \vec{E}(\vec{x}, z) \equiv \int \epsilon_e(\vec{x}, z, \xi) \vec{E}(\xi\vec{x}) d\xi$$

записываем в виде

$$\begin{aligned} \epsilon_e(\vec{x}, z, \xi) = & \epsilon(z) \delta(z - \xi) - \frac{\vec{x} \vec{x}}{x^2} q_1(x, z, \xi) - \\ & - \frac{\vec{z}_0 \times \vec{x} z_0 \times \vec{x}}{x^2} q_t(x, z, \xi) - \frac{\vec{x} z_0}{x} q(x, z, \xi) - \\ & - \frac{\vec{z}_0 \vec{x}}{x} q(x, \xi, z) - z_0 z_0 q_z(x, z, \xi), \end{aligned} \quad (2)$$

где $q_{1,t,z}$ — четные, q — нечетная функции переменной $\vec{x} : \vec{x} = x(\cos \varphi, \sin \varphi)$, а два рядом стоящих вектора образуют диаду, — свойственном для слоистой пространственно диспергирующей изотропной среды.

Если диэлектрические проницаемости эталонного включения $\tilde{\epsilon}(z)$ и окружающей среды различаются слабо, т.е. $|\tilde{\epsilon}/\epsilon - 1| \ll 1$, для описанной выше ситуации нетрудно получить

$$q_l(x, z, \xi) = \int \rho(z_0) dz_0 \int \Delta(\vec{x} - \vec{x}', z, z_0) \rightarrow \\ \Delta(\vec{x}' - \vec{x}, \xi, z_0) d\vec{x}' \frac{1}{(2\pi)^2 (xx')^2} [k_0^2 \rightarrow \\ H_1(z, \xi, x') (\vec{x} \times \vec{x}')^2 + \frac{1}{\epsilon(z)\epsilon(\xi)} \frac{\partial^2 H_\epsilon(z, \xi, x')}{\partial z \partial \xi} \Big|_{z \neq \xi} \rightarrow \\ (\vec{x} \cdot \vec{x}')^2]. \quad (3)$$

Здесь скалярные потенциалы $H_\alpha(z, \xi, x)$, $\alpha = 1, \epsilon$ подчиняются уравнению

$$\left[\alpha(z) \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\alpha(z)} \frac{\partial}{\partial z} + k_0^2 \epsilon(z) - x^2 \right] H_\alpha = \alpha(z) \delta(z - \xi) \quad (4)$$

и соответствующим граничным условиям на концах интервала изменения z (например, условиям $H_1 = \frac{\partial H_\epsilon}{\partial z} = 0$ на проводящей плоскости $z = \text{const}$);

$$\Delta(\vec{x}, z, z_0) = [\tilde{\epsilon}(z - z_0) - \epsilon(z)] \int d\vec{r} e^{-i\vec{x} \cdot \vec{r}} V(\vec{R} - \vec{R}_0) \Big|_{\vec{R}_0 = (0, 0, z_0)},$$

функция $V(\vec{R})$ равна 1 внутри эталонного рассеивателя и 0 — вне его. Остальные коэффициенты — q и $q_{z,t}$ — имеют сходный вид. Наличие потенциалов H_1 и H_ϵ в этих формулах отражает вклад в формирование эффективной диэлектрической проницаемости вследствие рассеяния поля на нерегулярностях в ТЕ и ТМ моды соответственно.

Построив оператор ϵ_ϵ и применяя затем стандартную схему теории возмущений к уравнениям Максвелла, можем найти искажение среднего поля (затухание, сдвиг фазовой скорости, деполаризацию) в слоистом волноводе под действием нерегулярностей.

Список литературы: 1. Lang R. H. Electromagnetic backscattering from a sparse distribution of lossy dielectric scatterers. — Rev. Sci., 1981, 16, N 1, p. 15—30. 2. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. — М.: Мир, 1981, 2. — 317 с.

Поступила в редакцию 04.02.83.